Н. С. ПОПОВА

УЧЕБНИК АРИФМЕТИКИ

ДЛЯ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ

ЧАСТЬ III

Ц. 45 к., перепл. 25 к.

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКВА — 1933 — ЛЕНИНГРАД

Н. С. ПОПОВА

УЧЕБНИК
АРИФМЕТИКИ
ДЛЯ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ

ЧАСТЬ III

3-й и 4-й ГОДЫ ОБУЧЕНИЯ

Утверждено
Коллегией НКП РСФСР

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКВА — 1933 — ЛЕНИНГРАД

Основная задача „Учебника арифметики“ — систематизировать арифметические понятия и вычислительные приемы, приучить учащихся к краткой, точной, последовательной математической речи и дать сжатый удобообозримый материал для повторения. Поэтому построение „Учебника“ несколько отличается от построения программы и задачников, которые неизбежно должны заключать повторения или концентрические возвращения к пройденным вопросам.

Каждый новый вопрос курса должен прорабатываться методически без учебника. В это время учащиеся пользуются задачником. Заключительным этапом в изучении данного вопроса явится чтение учебника, сперва вместе с учителем в классе, а затем и самостоятельно — в порядке повторения пройденного. Правила и обобщения полезно время от времени перечитывать вместе с учащимися.

Учебник арифметики служит руководством для изучения теории арифметики, на 3-м и 4-м годах обучения. Дополняя друг друга, учебник и сборник задач исчерпывают программу арифметики этих годов.

Сборники задач и упражнений, а также учебник арифметики составлены **Н. С. Поповой** под руководством и при непосредственном участии профессора **И. Н. Кавуна.**

ОГЛАВЛЕНИЕ.

Глава первая.

Нумерация в пределе тысячи 3. Устные вычисления 3. Нумерация в пределе миллиона 5. Понятие об именованном числе 7. Сложение и вычитание многозначных чисел 8. Квадрат и прямоугольник 10.

Глава вторая.

Умножение многозначного числа на однозначное и двузначное 11. Деление многозначного числа на однозначное и двузначное 13. Площадь прямоугольника и квадрата 16. Решение задач 18.

Глава третья.

Умножение и деление многозначных чисел 19. Особые случаи умножения и деления 21. Порядок действий 23. Обыкновенные дроби 23. Вычисление части числа 26. План и масштаб 27. Прямоугольные диаграммы 28.

Глава четвертая.

Устные вычисления 29. Нумерация многозначных чисел 30. Сложение и вычитание целых чисел 33. Нумерация десятичных дробей 34. Сложение и вычитание десятичных дробей 37. Куб и прямоугольный параллелепипед 38.

Глава пятая.

Умножение и деление целых чисел 40. Умножение и деление десятичных дробей 43. Процентные вычисления 45. Окружность 45.

Глава шестая.

Обыкновенные дроби 47. Сложение и вычитание обыкновенных дробей 49. Умножение и деление обыкновенных дробей 50. Вычисление числа по данной его части 53. Треугольник 54.

Нумерация в пределе тысячи.

1. При счете каждый предмет может быть назван единицей; 10 единиц = 1 десятку; 10 десятков = 1 сотне; 10 сотен = 1 тысяче.

Из единиц, десятков и сотен составляются числа. Например, 3 сотни 5 десятков 7 единиц составляют число триста пятьдесят семь.

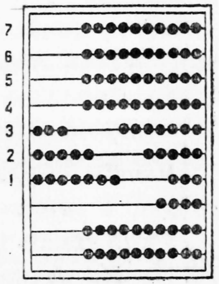


Рис. 1.

2. Отложим число 357 на счетах. На первой проволоке, отмеченной цифрой 1, будем обозначать единицы, на второй проволоке — десятки, на третьей — сотни. Число 357 обозначим на счетах косточками так, как это показано на рисунке 1.

3. Запишем число триста пятьдесят семь по клеткам. В первой клетке, считая от правой руки, обозначены единицы: 7 единиц; во второй — десятки: 5 десятков; в третьей — сотни: 3 сотни.

Сотни	Десятки	Единицы
3	5	7
2		5

4. Число триста пятьдесят семь можно записать без клеток: ***на первом месте, считая от правой руки, запишем единицы:*** 7 единиц; ***на втором месте — десятки:*** 5 десятков; ***на третьем месте сотни:*** 3 сотни. Счет мест ведется справа налево. Запись делается слева направо.

Запишем еще число двести пять: сперва по клеткам, затем без клеток — 205. На втором месте, считая справа, пишем 0, так как десятков в числе нет.

Число, записанное одной цифрой, называется ***однозначным***, например 5. Число, записанное двумя цифрами, например 35, называется ***двузначным; число, записанное тремя цифрами — трехзначным.***

Устные вычисления.

Сложение. 1. Сложим 350 и 280.

$$350 = 300 + 50;\ 280 = 200 + 80.$$

300 да 200 будет 500; 50 да 80 будет 130. К 500 прибавим 130, получим 630. ***Чтобы сложить 350 и 280, надо прибавить сотни одного числа к сотням другого и десятки к десяткам.***

2. Сложим 350 и 280 другим способом. К 350 прибавим 200, получим 550. К 550 прибавим 80. Число 550 состоит из 55 десятков. 55 десятков да 8 десятков — 63 десятка, или 630. Следовательно: $350 + 280 = 630$.

Чтобы сложить 350 и 280, можно прибавить к первому числу сперва сотни, затем десятки второго числа.

Вычитание. Вычтем из 860 число 480. Во втором числе 4 сотни 8 десятков. Из 860 вычтем 400, получим 460. Из 460 вычтем 80, иначе: из 46 десятков вычтем 8 десятков, — получится 38 десятков, или 380. Окончательно:

$$860 - 480 = 380.$$

Чтобы вычесть из числа 860 число 480, надо отнять сперва сотни, а затем десятки второго числа.

Умножение. 1. Умножим 270 на 3. Число 270 состоит из 200 и 70. По 200 возьмем 3 раза, получится 600; по 70 возьмем 3 раза, получится 210; 600 да 210 будет 810. По 270 взять 3 раза, получится 810.

Чтобы умножить 270 на 3, надо умножить порознь сотни и десятки этого числа на 3 и полученные числа сложить.

2. Умножим 27 на 10. Каждая единица при умножении ее на 10 переходит в десяток. Поэтому, умножив 27 на 10, мы получим 27 десятков, или 270.

При умножении числа на 10 получается столько десятков, сколько во всем числе единиц.

3. Умножим число 27 на 5. Для этого 27 повторим 10 раз:

$$27 + 27 + 27 + 27 + 27 + 27 + 27 + 27 + 27 + 27 = 27 \cdot 10 = 270.$$

Возьмем половину этих слагаемых:

$$27 + 27 + 27 + 27 + 27 = 27 \cdot 5 = 135.$$

Таким образом 27 мы повторили 5 раз.

Чтобы умножить число на 5, можно умножить это число на 10 и полученное произведение разделить на 2. Например:

$$346 \cdot 5 = (346 \cdot 10) : 2 = 3460 : 2 = 1730.$$

4. Умножим 17 на 30. Возьмем 30 раз по 17. Для этого напишем число 17 в 10 столбцах, по 3 раза в каждом столбце. В каждом столбце получится: $17 \cdot 3 = 51$.

$$\begin{array}{cccccccccc} 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 \\ 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 \\ 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 \\ \hline \end{array}$$

$$(17 \cdot 3) \cdot 10 = 510$$

Во всех десяти столбцах получится: $51 \cdot 10 = 510$. Таким образом, ***чтобы умножить 17 на 30, надо 17 умножить на цифру десятков 3 и полученное число 51 на 10.***

Деление. 1. Разделим 735 на 3. Разобьем 735 на две части — 600 и 135. Разделив 600 на 3, получим 200, т. е. сотни искомого числа.

Разделим 135 на 3. Разобьем 135 на две части — 120 и 15. Разделив 120 на 3, получим 40, т. е. десятки искомого числа.

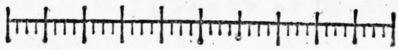
Разделим 15 на 3, получим 5, т. е. единицы искомого числа. Мы разбили число 735 на три части: 600, 120 и 15. Каждую часть разделили на 3, получили 200, 40 и 5; всего же вместе — 245.

$$735 : 3 = 245.$$

2. Разделим 240 на 10. Каждый десяток при делении на 10 переходит в единицу. В нашем числе 24 десятка; поэтому, разделив 240 на 10, получим 24.

При делении числа на 10 получается столько единиц, сколько во всем числе десятков.

3. Разделим 320 на 40. Если линию (черт. 2) разделить на 10 равных частей, затем каждую часть разделить на 4 равные части, то линия будет разделена на 40 равных частей.



Черт. 2.

Так же разделим на 40 и число 320. Разделив 320 на 10, получим 32. Разделив 32 на 4, получим 8.

Проверим ответ. Мы разделили 320 на 40 равных частей, в каждой части получили по 8.

$$8 \cdot 40 = 40 \cdot 8 = 320.$$

Чтобы разделить 320 на 40, достаточно 32 разделить на цифру десятков 4.

Нумерация в пределе миллиона.

Круглые тысячи. 1. Тысячи считают от одной до 999 тысяч так же, как считают единицы от одной до 999 единиц.

10 тысяч = 1 десятку тысяч; 10 десятков тысяч = 1 сотне тысяч; 10 сотен тысяч = 1 миллиону; 1000 тысяч = 1 миллиону.

Из тысяч, десятков тысяч и сотен тысяч составляются числа; например, из 4 сотен тысяч 2 десятков тысяч 5 тысяч составляется число 425 тысяч.

2. Обозначим 425 тысяч на счетах. Тысячи будем обозначать косточками на четвертой проволоке, десятки тысяч — на пятой, сотни тысяч — на шестой проволоке. Чтобы обозначить 425 тысяч, отложим 4 косточки на шестой проволоке, 2 косточки на пятой и 5 косточек на четвертой проволоке.

3. Запишем число 425 тысяч по клеткам.

Тысячи			Единицы		
Сотни тысяч	Десятки тысяч	Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы
4	2	5			

В четвертой клетке обозначены тысячи: 5 тысяч; в пятой — десятки тысяч: 2 десятка тысяч; в шестой — сотни тысяч: 4 сотни тысяч.

4. Запишем число 425 тысяч без клеток: 5 тысяч ставим на четвертом месте, 2 десятка тысяч — на пятом месте и 4 сотни тысяч — на шестом месте. Так как единиц, десятков и сотен в числе нет, то на их местах запишем нули: 425 000.

Чтобы записать число, составленное из тысяч, пишем число тысяч и приписываем к нему справа три нуля.

Любые числа в пределе миллиона. 1. Из тысяч и единиц составляются числа; например: 43 тысячи 527 единиц; 560 тысяч 32 единицы; 402 тысячи 700 единиц.

2. Обозначим 43 тысячи 527 единиц на счетах. Сперва обозначим 43 тысячи; это число состоит из 4 десятков тысяч 3 тысяч. Поэтому отложим 4 косточки на пятой проволоке и 3 косточки — на четвертой. Обозначим 527; это число состоит из 5 сотен 2 десятков 7 единиц. Отложим 5 косточек — на третьей, 2 косточки — на второй и 7 — на первой проволоке.

3. Запишем это число (и другие числа) по клеткам.

Тысячи			Единицы		
Сотни тысяч	Десятки тысяч	Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы
	4	3	5	2	7
5	6			3	2
4		2	7		

4. Запишем эти числа без клеток. Надо помнить, что

единицы	пишутся	на первом	месте	справа
десятки	"	на втором	"	"
сотни	"	на третьем	"	"
тысячи	"	на четвертом	"	"
десятки тысяч	"	на пятом	"	"
сотни тысяч	"	на шестом	"	"
миллионы	"	на седьмом	"	"

Если в числе нет единиц, или десятков, или сотен и т. д., то на их месте пишут 0. На основании этих правил запись чисел будет такова: 43 527; 560 032; 402 700.

Чтобы записать число, состоящее из тысяч и единиц, пишут сперва число тысяч, а затем число единиц. Чтобы прочитать число, например 53 806, отделяют в нем мысленно справа три цифры и затем читают сперва число его тысяч — 53 тысячи, а затем число единиц — 806.

Для удобства чтения чисел в их записи тысячи от единиц можно отделять небольшим промежутком.

Числа, записанные несколькими цифрами, называются ***многозначными.***

Понятие об именованном числе.

Метрические меры длины. Основная мера, или единица длины — метр. Другие единицы длины связаны с метром следующим образом: 1 метр = 10 дециметрам, 1 дециметр = 10 сантиметрам, 1 сантиметр = 10 миллиметрам; 1 метр = 100 сантиметрам, 1 метр = 1000 миллиметров; 1 километр = 1000 метров.

Метрические меры веса. Основная мера, или единица веса — грамм. 1 килограмм = 1000 граммов, 1 центнер = 100 килограммам, 1 тонна = 1000 килограммов.

Меры времени. 1 час = 60 минутам, 1 минута = 60 секундам, 1 сутки = 24 часам, 1 год = 12 месяцам, 1 год = 365 дням.

Три года подряд содержат по 365 дней. Эти годы называются ***простыми.*** Четвертый год — ***високосный*** — имеет 366 дней. 1932 год был високосный. Високосными будут 1936 г., 1940 г. и т. д.

100 лет составляют ***век.*** От начала нашего летосчисления прошло 19 полных веков, поэтому мы живем в XX веке.

Простое и составное именованное число. Именованные числа получаются при измерении длины, веса, времени и других величин.

Простое именованное число получается при измерении величины одной мерой и потому заключает название одной меры; например: 35 *м*; 20 *кг*; 5 час.

Составное именованное число получается при измерении величины несколькими мерами и поэтому заключает названия нескольких мер; например: 3 *м* 45 *см*; 3 *кг* 400 *г*; 1 час 45 мин.

Число без наименования единиц называется *отвлеченным.*

Раздробление именованных чисел. ***Раздробить именованное число — это значит заменить его меры более мелкими мерами.***

Раздробим 10 *кг* 500 *г* в граммы: 10 *кг* 500 *г* = 10 500 *г*.

Превращение именованных чисел. ***Превратить именованное число — это значит заменить его меры более крупными мерами.***

Превратим 18 750 *м* в более крупные меры: 18 750 *м* = 18 *км* 750 *м*.

Сложение и вычитание многозначных чисел.

Сложение. В первой группе 38 учащихся, во второй — 36, в третьей — 32, в четвертой — 26. Сколько учащихся во всех четырех группах? Задача решается сложением.

$$38 + 36 + 32 + 26 = 132.$$

Сложив числа 38, 36, 32 и 26, мы получим новое число 132, в котором столько единиц, сколько их во всех этих числах. Число 132 называется ***суммой***, а числа 38, 36, 32, 26 — ***слагаемыми.***

Сложим числа 3725 и 638. Начнем сложение с единиц.

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r} 3725 \\ 638 \end{array} \\ \hline 4363 \end{array}$$

5 да 8 будет 13 единиц; 3 единицы запишем, а 1 десяток относим к десяткам.

1 десяток, да 2, да 3 десятка, будет 6 десятков. Записываем.

7 сотен да 6 сотен — 13 сотен; 3 сотни записываем, а 1 тысячу относим к тысячам.

1 тысяча да 3 тысячи — 4 тысячи. Записываем их. Всего получилось 4363.

Чтобы сложить два числа, складывают единицы одного числа с единицами другого, десятки с десятками и т. д.

Получив сумму чисел, следует проверить ее, складывая числа в другом порядке.

Вычитание. В школьном саду 72 дерева. Окопали 48 деревьев. Сколько деревьев осталось окопать? Задача решается вычитанием: 72 — 48 = 24.

От 72 мы отняли 48, осталось 24. Поэтому число 24 называют ***остатком.*** Число 135 называется ***уменьшаемым,*** а 73 — ***вычитаемым.*** Так как разница между числами 72 и 48 равна 24, то 24 также называют ***разностью.***

Из числа 8375 вычтем 827. Начнем вычитание с единиц.

7 единиц невозможно отнять от 5 единиц. Поэтому возьмем из 7 десятков 1 десяток; 10 да 5 будет 15; 15 без 7 будет 8. Записываем 8.

$$\begin{array}{r} -\begin{array}{r} 8375 \\ 827 \end{array} \\ \hline 7548 \end{array}$$

От 7 десятков мы взяли 1 десяток, осталось 6 десятков.

2 десятка из 6 десятков — 4 десятка. Пишем их.

От 3 сотен нельзя отнять 8 сотен. Берем из 8 тысяч 1 тысячу, или 10 сотен; 10 сотен да 3 сотни будет 13 сотен. От 13 сотен отнимем 8 сотен, получим 5 сотен. Записываем их.

Сносим 7 тысяч. Остаток 7548.

Чтобы вычесть из одного числа другое, отнимают единицы второго числа от единиц первого, десятки от десятков и т. д.

Проверка вычитания. 1. В книге 70 страниц. Ученик прочитал 46 страниц. Сколько страниц осталось прочитать?

$$70 - 46 = 24.$$

2. Ученик прочитал 46 страниц и еще осталось прочитать 24 страницы. Сколько страниц в книге?

$$46 + 24 = 70.$$

Если от 70 отнять 46, останется 24. Наоборот, если к 46 прибавить 24, получится снова 70.

Если к вычитаемому прибавить остаток, получится уменьшаемое.

3. Из 3412 вычтем 2707 и проверим ответ:

$$\begin{array}{r} -\begin{array}{r} 3412 \\ 2707 \end{array} \\ \hline 705 \end{array}$$

Для проверки остатка сложим вычитаемое 2707 и остаток 705; если остаток вычислен верно, то должно получиться уменьшаемое 3412.

Вычисление неизвестного слагаемого. 1. Сложим 145 и 96.

$$145 + 96 = 241.$$

Вычтем из 241 число 145, получим 96. Итак, ***если из суммы двух чисел вычесть одно из них, то получится другое.***

2. $286 + x = 1143$. В этой записи заключается вопрос: какое число надо прибавить к 286, чтобы получить 1143? Мы получим неизвестное число x, если вычтем 286 из 1143.

Неизвестное число есть 857. Проверим ответ: к 286 прибавим 857, получится 1143.

Сложение именованных чисел. Сложим 14 *км* 750 *м* и 5 *км* 500 *м*.

$$\begin{array}{r} 14 \text{ км } 750 \text{ м} \\ +\ \ 5 \ \ „\ \ 500\ „ \\ \hline 20 \text{ км } 250 \text{ м} \end{array}$$

Сложим 750 *м* и 500 *м*. Единиц нет — пишем 0. Десятков — 5. 7 сотен да 5 сотен — 12 сотен; 12 сотен метров, или 1 *км* и 2 сотни метров. Пишем 2 сотни, а 1 *км* относим к километрам.

Вычитание именованных чисел. Вычтем 3 *кг* 850 *г* из 10 *кг* 200 *г*.

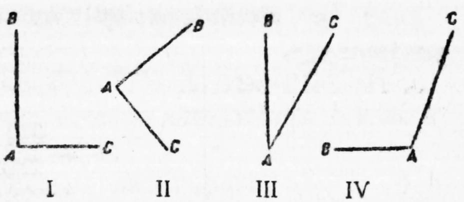
$$\begin{array}{r} 10 \text{ кг } 200 \text{ г} \\ -\ \ 3 \ \ „\ \ 850\ „ \\ \hline 6 \text{ кг } 350 \text{ г} \end{array}$$

Вычтем сперва 850 г. Единиц не будет: пишем 0.

Из двух сотен берем 1 сотню, или 10 десятков; 5 из 10 будет 5. 8 сотен граммов невозможно отнять от 1 сотни граммов. Поэтому от 10 *кг* берем 1 *кг*, или 10 сотен граммов; 10 сотен да 1 сотня — 11 сотен; 8 из 11 будет 3 и т. д.

Квадрат и прямоугольник.

1. ***Две прямые линии, выходящие из одной точки, образуют угол.*** На чертеже 3 изображены четыре угла. Прямые *AB* и *AC* — стороны угла, точка *A* — вершина угла.

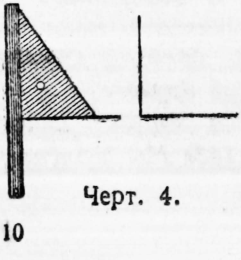


Черт. 3.

Если сложить лист бумаги вчетверо, то сгибы его составят ***прямой*** угол. На чертеже 3 углы I и II — прямые.

Составив прямой угол из прутьев, сдвинем несколько стороны его: получится ***острый*** угол (черт. 3, III). Если стороны прямого угла раздвинуть, то получится ***тупой*** угол (черт. 3, IV).

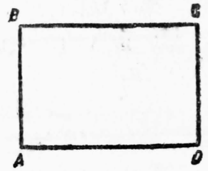
Прямой угол вычерчивают при помощи линейки и чертежного треугольника (черт. 4).


Черт. 4.

2. На чертеже 5 изображен квадрат. ***У квадрата — четыре стороны и четыре угла. Все стороны его равны, все углы — прямые.***


Черт. 5.

На чертеже 6 изображен прямоугольник. ***У прямоугольника — четыре стороны и четыре угла. Противоположные стороны его AB и CD, а также AD и BC — равны. Все его углы прямые.***



Черт. 6.

Квадрат и прямоугольник вычерчивают при помощи линейки и чертежного треугольника.

ГЛАВА ВТОРАЯ.

Умножение многозначного числа на однозначное и двузначное.

Множимое, множитель и произведение. 1. Рабочий на станке обтачивает в день 45 колес. Сколько колес успеет он обточить за 5 дней?

Эту задачу можно решить сложением:

$$45 + 45 + 45 + 45 + 45 = 225.$$

В том случае, когда слагаемые равны, сложение заменяют умножением и тем сокращают вычисление.

По 45 надо взять 5 раз: 45 кол. $\cdot$ 5 = 225 кол.

Умножив 45 на 5, получим число 225, которое называется ***произведением***, 45 называется ***множимым***, а 5 — ***множителем***.

2. Множимое и множитель могут меняться местами. При этом произведение не меняется:

$$45 \cdot 5 = 225; \quad 5 \cdot 45 = 225.$$

Поэтому множимое и множитель часто называют ***сомножителями***.

Умножение на однозначное число. Умножим 3482 на 4. Множимое состоит из 2 единиц 8 десятков 4 сотен и 3 тысяч. Каждое из этих чисел умножим на 4.

Подробная запись:

$$\begin{array}{r} 3482 \\ \times \quad 4 \\ \hline 8 \\ 320 \\ 1\,600 \\ 12\,000 \\ \hline 13\,928 \end{array}$$

Короткая запись:

$$\begin{array}{r} 3482 \\ \times \quad 4 \\ \hline 13\,928 \end{array}$$

Будем рассуждать так.

По 2 единицы 4 раза — 8 единиц. Пишем 8.

По 8 десятков 4 раза — 32 десятка; 2 десятка пишем, а 3 сотни относим к сотням.

По 4 сотни 4 раза — 16 сотен, да 3 сотни — 19 сотен; пишем 9 сотен, а 1 тысячу относим к тысячам.

По 3 тысячи 4 раза — 12 тысяч, да 1 тысяча — 13 тысяч. Записываем 13 тысяч. Всего получилось 13 928.

Обыкновенно короче говорят так: четырежды два — 8. Пишем 8. Четырежды восемь — 32. Пишем 2 и 3 в уме. Четырежды четыре — 16, да три — 19. Пишем 9 и т. д.

Умножение на 10. Умножим 1735 на 10. Каждая единица при умножении на 10 переходит в десяток. Поэтому 1735 единиц при умножении на 10 перейдут в 1735 десятков, или 17 350.

$$1735 \cdot 10 = 17\,350.$$

Чтобы умножить число на 10, надо приписать к этому числу справа один нуль.

Умножение на круглые десятки. Умножим 375 на 50. Для этого 375 умножим на 5, получим 1875; 1875 умножим на 10, получим 18 750. Оба действия записывают в одном месте:

$$\begin{array}{r} 375 \\ \times\quad 50 \\ \hline 18\,750 \end{array}$$

Чтобы умножить число на круглые десятки, надо умножить его на цифру десятков и к полученному произведению приписать нуль.

Умножение на двузначное число. Умножим 486 на 34. Чтобы 486 взять 34 раза, достаточно взять это число 30 раз и 4 раза, затем полученные произведения сложить.

$$\begin{array}{r} 486 \\ \times\quad 30 \\ \hline 14\,580 \end{array} \quad \begin{array}{r} 486 \\ \times\quad 4 \\ \hline 1944 \end{array} \quad \begin{array}{r} 14\,580 \\ +\quad 1944 \\ \hline 16\,524 \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{r} 1\,944 \\ +14\,580 \\ \hline 16\,524 \end{array}$$

Запишем эти три действия в одном месте:

$$\begin{array}{r} 486 \\ \times\ 34 \\ \hline 14\,580 \\ 1\,944 \\ \hline 16\,524 \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{r} 486 \\ \times\ 34 \\ \hline 1\,944 \\ 14\,580 \\ \hline 16\,524 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{или} \\ \text{оконча-} \\ \text{тельно} \end{array} \quad \begin{array}{r} 486 \\ \times\ 34 \\ \hline 1\,944 \\ 14\,58 \\ \hline 16\,524 \end{array}$$

Так как произведение 14 580 получилось от умножения 486 на 30, то оно оканчивается нулем. Этот нуль не пишут; чтобы сохранить его место, второе произведение подписывают под первым, отступив влево на одну цифру.

Умножение именованных чисел. На костюм требуется 3 *м* 75 *см* материи. Сколько материи надо заготовить на 25 костюмов?

$$\begin{array}{r} 3\ м\ 75\ см \\ \times\ 25 \\ \hline 1875 \\ 750 \\ \hline 9375\ см = 93\ м\ 75\ см. \end{array}$$

3 *м* 75 *см* = 375 *см*. Умножаем 375 *см* на 25. Получаем 93 *м* 75 *см*. 3 *м* 75 *см* мы взяли 25 раз. ***Множимое 3 м 75 см — именованное число. Множитель 25 — отвлеченное число. Произведение — именованное число.***

Деление многозначного числа на однозначное и двузначное.

Делимое, делитель и частное. 1. С 4 одинаковых грядок сняли 180 *кг* капусты. Сколько капусты сняли с каждой грядки?

180 *кг* : 4 = 45 *кг*.

Разделив 180 *кг* на 4 равные части, получим в каждой части по 45 *кг*. Короче говоря: 180 разделили на 4 и получили 45.

180 — ***делимое,*** 4 — ***делитель,*** 45 — ***частное.***

2. Для семьи требуется на год 140 *кг* моркови. Сколько грядок надо засадить морковью, если каждая грядка дает 35 *кг* моркови?

140 *кг* : 35 *кг* = 4.

Грядок с морковью будет столько, сколько раз 35 *кг* содержатся в 140 *кг*. Короче: 140 разделить на 35, получится 4.

3. С 4 грядок собрали морковь. С каждой грядки собрали по 35 *кг* моркови. Сколько собрали моркови?

35 *кг* · 4 = 140 *кг*.

Если 140 разделить на 35, то получится 4. Обратно: если 35 умножить на 4, то получится 140.

Если частное умножить на делитель, то получится делимое.

Деление на однозначное число. 1. Разделим 2768 на 8. В делимом 2 тысячи. Если разделить 2 тысячи на 8, то тысяч не получится.

$$\begin{array}{r|l} 2768 & 8 \\ \cline{2-2} 2400 & 3\ сот.\ 4\ дес.\ 6\ ед. = 346 \\ \cline{1-1} 368 & \\ 320 & \\ \cline{1-1} 48 & \\ 48 & \\ \cline{1-1} .. & \end{array}$$

Раздробим 2 тысячи в сотни, получим 20 сотен, да 7 сотен — 27 сотен. Разделим 27 сотен на 8, получим 3 сотни. Высший разряд частного — сотни, поэтому частное будет трехзначное.

Умножим 3 сотни на 8, получим 24 сотни, или 2400. Вычтем 2400 из 2768, получим 368. Число 2768 мы разбили на две части — 2400 и 368; 2400 единиц мы разделили на 8, а 368 единиц остались неразделенными.

В остатке 368 единиц. Разделим 36 десятков на 8, получится 4 десятка. Умножив 4 десятка на 8, найдем 32 десятка, или 320. Вычтем 320 из 368, получится 48. Число 368 мы разбили на две части — 320 и 48; 320 разделили на 8, а 48 остается разделить.

Разделим 48 на 8, получится 6 единиц. Число 2768 мы разбили на 3 части — 2400, 320 и 48. Каждую часть мы разделили на 8, получили 300, 40 и 6. Всего же — 346.

2. Запишем деление числа 2768 на 8 короче. 27 сотен разделим на 8, получим 3 сотни. Трижды восемь — 24; из 27 сотен вычтем 24 сотни, получим 3 сотни.

```
2768 | 8
24   |____
      346
 36
 32
  48
  48
  ——
  ..
```

3 сотни раздробим в десятки; получим 30 десятков, да 6 десятков — 36 десятков; 36 десятков делим на 8, получим 4 десятка. Четырежды восемь — 32; от 36 десятков отнимем 32 десятка, получим 4 десятка.

4 десятка раздробим в единицы; получим 40; 40 да 8 будет 48; 48 разделим на 8, получим 6 единиц. Частное 346.

При делении на однозначное число обыкновенно остатков не записывают, ограничиваясь короткой записью: $2768:8=346$.

Проверим деление: 346 умножим на 8; получится 2768.

Деление на 10. Разделим 3750 на 10. Каждый десяток при делении на 10 переходит в единицу. Поэтому 375 десятков при делении этого числа на 10 перейдут в 375 единиц: $3750:10=375$.

Чтобы разделить число на 10, надо в этом числе откинуть последнюю цифру справа.

Деление на круглые десятки. Разделим 3750 на 50. В частном ни тысяч, ни сотен не будет. Разделим 375 десятков на 50 равных частей; для этого разделим 37 на 5, получим 7 (стр. 5, 3). В каждой части получится 7 десятков. Пишем 7 десятков. Можно предвидеть, что в частном будет две цифры. 7 десятков умножим на 50, получим 350 десятков. Из 375 десятков вычтем 350 десятков, получится 25 десятков, или 250 и т. д.

```
3750 |50
350   75
 250
 250
  ..
```

Получим в частном 75. Проверим. Для этого 75 умножим на 50, получим 3750.

Деление трехзначного числа на двузначное при однозначном частном. 1. Разделим 434 на 62. Чтобы легче задаться цифрой частного, возьмем 60 вместо 62 и разделим 434 на 60, или проще: 43 на 6. Получим 7.

Проверим цифру 7. Для этого 62 умножим на 7. Получим 434. Поэтому $434:62=7$.

2. Разделим 490 на 57. Чтобы вернее задаться цифрой частного, возьмем 50 вместо 57 и разделим 490 на 50, получится 9. Проверим цифру 9. Для этого 57 умножим на 9. Не доводя умножения до конца, уже видим, что девяти — много. Вместо 9 возьмем 8. Проверим: $57\cdot 8=456$. Вычтя 456 из 490, получим остаток 34. Так как 34 меньше 57, то цифра 8 верна.

$$\underline{490:57}=8.$$
ост. 34

Деление многозначного числа на двузначное. Разделим 3876 на 57. Ни тысяч, ни сотен в частном не будет. Разделим 387 десятков на 57; для этого разделим 38 на 5, получим 7. Чтобы испытать эту цифру, умножим 57 на 7; получим больше 387. Поэтому 7 — много. Возьмем в частном 6, проверим эту цифру: $57\cdot 6=342$. Вычтя 342 из 387, найдем остаток 45, меньший 57. Поэтому цифра 6 верна и т. д.

```
3876 |57
342   68
 456
 456
  ..
```

Деление именованных чисел. 1. Шнур в 25 *м* 5 *дм* надо разрезать на 17 одинаковых кусков. Какой длины получится каждый кусок?

$$\begin{array}{r|l} 25\text{ м } 5\text{ дм} & 17 \\ \cline{2-2} 17 \phantom{\text{ дм}} & 1\text{ м } 5\text{ дм} \\ \cline{1-1} 85\text{ дм} & \\ 85 \phantom{\text{ дм}} & \\ \cline{1-1} \text{„ „} & \end{array}$$

Разделим 25 *м* на 17. Получим 1 *м* и 8 *м* в остатке; 8 *м* раздробим в дециметры; получим 80 *дм*. К 80 *дм* прибавим 5 *дм*; получим 85 *дм*. Разделим 85 *дм* на 17, получим 5 *дм*. Всего — 1 *м* 5 *дм*.

В этой задаче мы разделили именованное число 25 *м* 5 *дм* на отвлеченное число 17, в ответе получили именованное число.

2. Электрический провод длиною в 40 *м* 8 *дм* надо разрезать на куски, длиною каждый в 1 *м* 7 *дм*. Сколько выйдет кусков?

Кусков будет столько, сколько раз 1 *м* 7 *дм* содержится в 40 *м* 8 *дм*.

40 *м* 8 *дм* : 1 *м* 7 *дм* = 408 *дм* : 17 *дм* = 24 (куска).

Раздробим оба именованных числа в одинаковые меры, а именно: в дециметры. Разделив 408 на 17, получим число 24, которое показывает, сколько раз 17 *дм* содержатся в числе 408 *дм*.

В этой задаче мы разделили именованное число на именованное, в ответе получили отвлеченное число.

3. При делении именованных чисел могут встретиться два случая: деление именованного числа на отвлеченное и деление именованного числа на именованное. ***При делении именованного числа на отвлеченное в частном получается именованное число. При делении именованного числа на именованное в частном получается отвлеченное число.***

Площадь прямоугольника и квадрата.

Понятие о площади. 1. Сравним площади прямоугольников *A* и *B* (черт. 7). Можно было бы вырезать прямоугольник *B* из бумаги и перенести его на прямоугольник *A*, тогда площадь прямоугольника *B* составила бы часть площади прямоугольника *A*. Поэтому площадь прямоугольника *A* больше, чем площадь прямоугольника *B*.

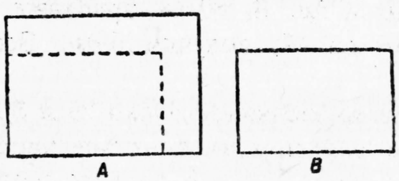
2. Площади прямоугольников *C* и *D* равны (черт. 8), так как каждый из них содержит в себе по 24 равные клетки.

Единицы измерения площадей. Для измерения площади служат единицы площади: квадратный метр, квадратный дециметр, квадратный сантиметр.

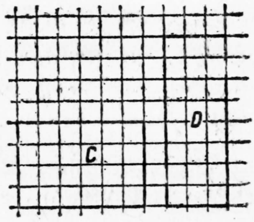
Квадратный метр есть площадь квадрата, сторона которого равна 1 м.

Квадратный дециметр есть площадь квадрата, сторона которого равна 1 дм.

Квадратный сантиметр есть площадь квадрата, сторона которого равна 1 см.



Черт. 7.

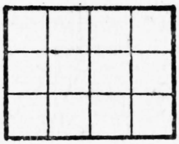


Черт. 8.

Площадь 1 *кв. см* могут иметь разные по виду фигуры. Разрезав квадрат величиною в 1 *кв. см* на части, можно из них составить всевозможные фигуры: площадь любой фигуры, полученной из всех частей этого квадрата, равна квадратному сантиметру.

Сказанное относится и к другим единицам площади.

Измерение площади прямоугольника. 1. На чертеже 9 изображен прямоугольник. Длина прямоугольника равна 4 *см*, а ширина — 3 *см*. Требуется узнать, сколько квадратных сантиметров содержится в его площади.



Черт. 9.

Разделим этот прямоугольник прямыми линиями на квадратные клетки, стороны которых равны каждая 1 *см*. Так как длина прямоугольника 4 *см*, то по длине можно уложить 4 квадрата, величиной каждый в 1 *кв. см*. Из этих квадратов составится полоса длиной в 4 *см* и шириной в 1 *см*. Площадь ее 4 *кв. см*. Так как ширина прямоугольника 3 *см*, то таких полос в нем будет 3. Чтобы узнать его площадь, надо 4 *кв. см* умножить на 3:

$$4 \text{ кв. см} \cdot 3 = 12 \text{ кв. см}.$$

Число квадратных сантиметров в прямоугольнике можно сосчитать и иначе. В поперечной полосе 3 *кв. см*. Полос 4. Поэтому:

$$3 \text{ кв. см} \cdot 4 = 12 \text{ кв. см}.$$

Чтобы узнать площадь прямоугольника, надо измерить его длину и ширину и полученные числа перемножить. Короче говоря:

Чтобы узнать площадь прямоугольника, надо умножить его длину на ширину.

Измерение площади квадрата. Вычислим площадь квадрата, сторона которого равна 5 *см*.

Квадрат можно разделить на 5 полос; площадь каждой полосы 5 *кв. см*. Поэтому, надо 5 *кв. см* умножить на 5:

5 *кв. см* · 5 = 25 *кв. см*.

Чтобы вычислить площадь квадрата, надо умножить его сторону само на себя.

Сделаем из бумаги квадрат, сторона которого равна 1 *м*, и другой квадрат, сторона которого равна 1 *дм*. Площадь первого квадрата равна 1 *кв. м*, а второго — 1 *кв. дм*. Разделив прямыми линиями квадратный метр на квадратные дециметры, найдем, что 1 *кв. м* = 100 *кв. дм*.

Таблица мер длины и площади.

1 *м* = 10 *дм*,	1 *кв. м* = 100 *кв. дм*,
1 *дм* = 10 *см*,	1 *кв. дм* = 100 *кв. см*,
1 *см* = 10 *мм*,	1 *кв. см* = 100 *кв. мм*,
1 *м* = 100 *см*.	1 *кв. м* = 10 000 *кв. см*.

Для измерения площадей земельных участков употребляются следующие меры:

Ар — площадь квадрата, сторона которого равна 10 м.

Гектар — площадь квадрата, сторона которого равна 100 м.

1 *а* = 100 *кв. м*,
1 *га* = 100 *а*,
1 *га* = 10 000 *кв. м*.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ.

Задача, решаемая одним действием, называется *простой* задачей. Задача в два или несколько действий называется *сложной* задачей.

Для решения сложной задачи надо составить план, т. е. разбить сложную задачу на простые задачи. Обыкновенно составление плана и решение задачи делаются попутно. Решим задачу.

Требуется оштукатурить 96 *кв. м* стен. Материала на 1 *кв. м* стены идет на 24 коп. Штукатур успевает оштукатурить за 1 день 24 *кв. м* стены и получает за это 8 р. 50 к. Во что обойдется вся штукатурка?

Приступая к решению этой задачи, рассуждаем так. Чтобы вычислить, во что обойдется штукатурка, надо знать, сколько будут стоить материал и работа.

1) Сколько будет стоить материал?

Площадь стен 96 *кв. м*, а на каждый квадратный метр ее идет материала на 24 коп. Поэтому надо 24 коп. умножить на 96:

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r} 24 \text{ коп.} \\ 96 \end{array} \\ \hline 144 \\ 216 \\ \hline 2304 \text{ коп.} = 23 \text{ р. } 4 \text{ к.} \end{array}$$

Надо еще знать, сколько стоит работа. Из задачи видно, что за день работы надо заплатить штукатуру 8 р. 50 к., но сколько дней он проработает, в задаче не сказано.

2) Сколько дней проработает штукатур?

В день он успевает оштукатурить 24 *кв. м*, требуется же оштукатурить 96 *кв. м*. Штукатур проработает столько дней, сколько раз 24 *кв. м* содержится в 96 *кв. м*.

$$96 \textit{ кв. м} : 24 \textit{ кв. м} = 4 \text{ (дня)}.$$

3) Сколько будет стоить работа?

Штукатур получает за день работы 8 р. 50 к., проработает же он 4 дня. Надо 8 р. 50 к. умножить на 4:

$$8 \text{ р. } 50 \text{ к.} \cdot 4 = 34 \text{ руб.}$$

4) Сколько будет стоить штукатурка?

$$\begin{array}{r} 23 \text{ р. } 4 \text{ к.} \\ +\,34 \text{ р.}\phantom{ 4 \text{ к.}} \\ \hline 57 \text{ р. } 4 \text{ к.} \end{array}$$

Отв. 57 р. 4 к.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ.

Умножение и деление многозначных чисел.

Умножение на 100 и на 1000. Умножим 37 на 100. Каждая единица множимого при умножении на 100 переходит в сотню. Поэтому, умножив 37 на 100, получим 37 сотен, или 3700.

Чтобы умножить число на 100, достаточно приписать к нему справа два нуля.

Чтобы умножить число на 1000, достаточно приписать к нему справа три нуля и т. д.

Умножение на круглые сотни и тысячи. Умножим 375 на 500. Умножим 375 на 5, а полученное произведение на 100:

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r} 375 \\ 500 \end{array} \\ \hline 187\,500 \end{array}$$

Чтобы умножить число на круглые сотни, надо умножить его на цифру сотен и к произведению приписать два нуля.

Чтобы умножить число на круглые тысячи, надо умножить его на цифру тысяч и к произведению приписать три нуля.

Умножение на многозначное число. Умножим 2645 на 235; 2645 надо взять 200 раз, 30 раз и 5 раз и полученные произведения сложить. Умножение можно выполнить в любом порядке — сперва на 200, затем на 30 и на 5, или сперва на 5, затем на 30 и на 200; в обоих случаях произведения получатся равные.

Полная запись:	Сокращенная запись:
$\times$ 2645	$\times$ 2645
235	235
13225	13225
79350	7935
529000	5290
621575	621575

Деление на 100 и на 1000. Разделим 3870 на 100. Каждая сотня делимого при делении на 100 переходит в единицу. Число 3870 заключает 38 сотен. Поэтому, разделив 3870 на 100, получим 38.

Узнаем, сколько единиц мы разделили: $38 \cdot 100 = 3800$.

Узнаем, сколько единиц в остатке: $3870 - 3800 = 70$.

Следовательно, $\begin{array}{r|l} 3870 & 100 \\ \hline 70 & 38 \end{array}$

Чтобы разделить число на 100, надо откинуть в нем справа две цифры.

Чтобы разделить число на 1000, надо откинуть в нем справа три цифры.

Деление на круглые сотни при однозначном частном. Разделим 3200 на 400. Разделим 3200 на 100, получим 32. Разделим 32 на 4, получим 8.

$$\begin{array}{r|l} 3200 & 400 \\ \hline 3200 & 8 \\ \hline \text{" "} & \end{array}$$

Отсюда видно, как разделить 3200 на 400. Для этого достаточно 32 разделить на цифру сотен 4.

Деление многозначного числа на многозначное при однозначном частном. Разделим 3450 на 468. Чтобы легче задаться цифрой частного, разделим 3450 на 400. Для этого разделим 34 на 4, получим 8.

Испытаем 8. Для этого умножим 468 на 8. Не доводя умножения до конца, увидим, что 8 — много. Испытаем 7. Так как остаток 174 меньше делителя, цифра 7 верна.

```
3450|468
3276 7
 174
```

Деление многозначного числа на многозначное. 1. Разделим 21 546 на 378. Разделим 2154 десятка на 378. Зададимся цифрой частного; для этого разделим 2154 на 300, или 21 на 3. Получим 7. Испытаем цифру 7. Умножив 378 на 7, получим число, большее 2154. Испытаем 6. Для этого умножим 378 на 6. Получим число, большее 2154. Испытаем 5. Умножим 378 на 5, получим 1890. Остаток — 264 десятка. Цифра 5 верна, и т. д.

```
21546|378
1890  57
 2646
 2646
    „ „
```

Так как число 378 весьма близко к 400, то его можно было бы округлить не в 300, а в 400. Мы получили бы цифру 5 сразу, так как 21:4 = 5. Разделив 2646 на 378, получим 7. Частное — 57.

Особые случаи умножения и деления.

Нули в конце множимого и множителя. 1. Умножим 37 500 на 23:

```
  37500
×   23
  1125
  750
 862500
```

37 500 — то же, что 375 сотен. Умножив 375 сотен на 23, получим 8625 сотен, или 862 500.

2. Умножим 375 на 2300:

```
   375
×  2300
  1125
  750
 862500
```

Чтобы умножить 375 на 2300, надо умножить 375 на 23 и к произведению приписать два нуля.

3. Умножим 37 500 на 230:

```
×37500
   230
 -----
  1125
  750
 --------
 8625000
```

Чтобы умножить 37 500 на 230, надо сперва умножить 37 500 на 23; получим 862 500. К этому произведению припишем один нуль. Получим 8 625 000.

Когда множимое и множитель оканчиваются нулями, то их перемножают, откинув нули. Затем к полученному произведению приписывают столько нулей, сколько откинули.

Нули между крайними цифрами множителя. Умножим 487 на 203.

Полная запись:

```
×  487
   203
 -----
  1461
 97400
 -----
 98861
```

Сокращенная запись:

```
×  487
   203
 -----
  1461
 974
 -----
 98861
```

487 умножим на 3, получим 1461. Умножим 487 на 200. Для этого 487 надо умножить на 2 и к полученному произведению приписать два нуля. Этих нулей писать не будем; второе же произведение подпишем под первым, отступив влево на две цифры.

Нули на конце частного. 1. Разделим 177 600 на 48. При делении 1776 сотен на 48 остатка не получилось. В частном не получается ни десятков, ни единиц. На их месте пишем нули.

```
177600 | 48
144    |-----
---    | 3700
 336
 336
 ---
  " "
```

2. Разделим 17 780 на 48. При делении 1778 десятков на 48 в остатке получилось 2 десятка, или 20. В частном не получается единиц. На их месте пишем нуль.

```
17780 | 48
144   |-----
---   | 370
 338
 336
 ---
   20
```

Нули между крайними цифрами частного. Разделим 69 276 на 69. Разделим 69 тысяч на 69, получится 1 тысяча. При делении 2 сотен в частном сотен не получается.

$$\begin{array}{l|l} 69\,276 & 69 \\ \cline{2-2} \underline{69} & 1004 \\ \quad 276 & \\ \quad \underline{276} & \\ \quad\ \text{„ „} & \end{array}$$

На их месте пишем нуль. При делении 27 десятков в частном десятков не получается. На их месте также пишем нуль. Разделим 276 единиц на 69. Получим 4 единицы.

Порядок действий.

1. Когда в примере встречаются действия сложения и вычитания, то обыкновенно они выполняются в том порядке, в каком записаны. Например, $75 - 38 + 47 - 34$ вычисляем так:
$75 - 38 = 37$; $37 + 47 = 84$; $84 - 34 = 50$; $75 - 38 + 47 - 34 = 50$.

2. Ради удобства вычисления порядок действий сложения и вычитания может быть изменен. Например:

$$75 - 38 + 25 = 75 + 25 - 38 = 62$$

3. ***Когда в примере, кроме сложения или вычитания, встречаются еще действия умножения или деления, то сперва выполняется умножение или деление, а затем сложение или вычитание.*** Пример $75 \cdot 2 - 75:3$ решается так:

$$75 \cdot 2 = 150; \quad 75:3 = 25; \quad 150 - 25 = 125.$$

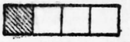
4. ***Если в примере имеются скобки, то прежде всего выполняются те действия, которые заключены в скобках.*** В примере $75 - (85 + 65):6$ действия выполняются в таком порядке:

$$85 + 65 = 150; \quad 150:6 = 25; \quad 75 - 25 = 50.$$

Обыкновенные дроби.

Образование и запись дроби. 1. Чтобы отрезать одну четверть полоски, надо полоску разделить на четыре равные части и взять одну часть (черт. 10).

Чтобы отрезать три четверти килограмма хлеба, надо его разделить на четыре равные части и взять три таких части (черт. 11).

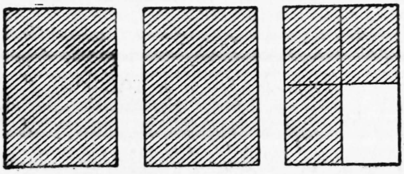


Черт. 10.

Черт. 11.

Чтобы взять два и три четверти листа бумаги, надо взять два листа и три четверти третьего листа (черт. 12).

2. Изобразим единицу в виде круга. Три четверти записывается — $\frac{3}{4}$ (черт. 13).

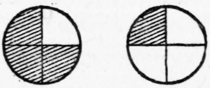


Черт. 12.

Одна четверть — $\frac{1}{4}$ (черт. 14).

Два и три четверти — $2\frac{3}{4}$ (черт. 15).

Под чертой записывают, на сколько равных частей разделена единица; над чертой — сколько взято таких частей.



$\frac{3}{4}$ $\frac{1}{4}$

Черт. 13. Черт. 14.

$2\frac{3}{4}$

Черт. 15.

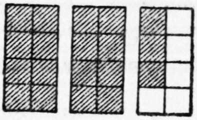
3. Такие числа, как $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{1}{8}$, называются ***дробями.***

Число, состоящее из целого числа и дроби, называется ***смешанным числом***; например: $2\frac{3}{4}$, $1\frac{7}{10}$.

Преобразование смешанного числа. 1. Узнаем, сколько восьмушек в $2\frac{3}{8}$ листа. В одном листе $\frac{8}{8}$ (черт. 16).

В двух листах $\frac{16}{8}$, да еще $\frac{3}{8}$, получится $\frac{19}{8}$.

$$2\frac{3}{8}=\frac{19}{8}.$$



Черт. 16.

2. Узнаем, сколько целых единиц в дроби $\frac{11}{3}$. В единице $\frac{3}{3}$; в 2 единицах — $\frac{6}{3}$; в 3 единицах — $\frac{9}{3}$. Поэтому:

$$\frac{11}{3}=3\frac{2}{3}.$$

Преобразование дробей. 1. Раздробим $\frac{1}{4}$ в восьмые доли.

В единице 8 восьмых, в единице 4 четверти (черт. 17).

В 4 четвертях заключается 8 восьмых. В 1 четверти — 2 восьмых. Поэтому:

$$\frac{1}{4}=\frac{2}{8}.$$

Черт. 17.

2. Раздробим $\frac{3}{4}$ в восьмые доли. В 4 четвертях заключается 8 восьмых. В 1 четверти — $\frac{2}{8}$. В 3 четвертях — $\frac{6}{8}$. Следовательно:

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}.$$

Так же можно раздробить $\frac{1}{5}$ в десятые, $\frac{2}{5}$ в десятые, $\frac{1}{3}$ в шестые, $\frac{2}{3}$ в шестые **и т. д.**

3. Обратно:

$$\frac{2}{8}=\frac{1}{4} \text{ и } \frac{6}{8}=\frac{3}{4}.$$

Так же можно превратить: $\frac{2}{6}$ и $\frac{4}{6}$ в трети, $\frac{2}{10}$ и $\frac{8}{10}$ в пятые и **т. д.**

Сложение дробей. 1. К $\frac{3}{8}$ листа бумаги прибавим еще $\frac{3}{8}$ листа. Чтобы получить $\frac{3}{8}$ листа, лист разделили на 8 равных частей и таких частей взяли 3. Складываем равные доли: $\frac{3}{8}$ и $\frac{3}{8}$.

$$\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}.$$

2. Сложим $\frac{1}{2}$ и $\frac{5}{8}$. Складывать можно только такие дроби, которые выражены в равных долях. Поэтому раздробим $\frac{1}{2}$ в восьмые доли, получим: $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$ (черт. 18).

$$\frac{1}{2}+\frac{5}{8}=\frac{4}{8}+\frac{5}{8}=\frac{9}{8}=1\frac{1}{8}.$$

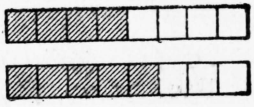
3. Сложим $1\frac{2}{3}+1\frac{5}{6}$. Раздробим $\frac{2}{3}$ в шестые доли.

В единице $\frac{3}{3}$, в единице $\frac{6}{6}$.

В $\frac{3}{3}$ единицы заключается $\frac{6}{6}$.

В $\frac{1}{3}$ » » $\frac{2}{6}$.

В $\frac{2}{3}$ » » $\frac{4}{6}$.



Черт. 18.

Следовательно: $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$.

$$1\frac{2}{3}+1\frac{5}{6}=1\frac{4}{6}+1\frac{5}{6}=2\frac{9}{6}=3\frac{1}{2}.$$

Вычитание дробей. 1. Вычтем $\frac{1}{3}$ из $\frac{5}{6}$. При вычитании обе дроби должны быть составлены из равных долей. Раздробим $\frac{1}{3}$ в шестые: $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$.

$$\frac{5}{6}-\frac{1}{3}=\frac{5}{6}-\frac{2}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}.$$

2. Вычтем $\frac{5}{6}$ из $2\frac{1}{3}$. Раздробим $\frac{1}{3}$ в шестые: $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$. Из $\frac{2}{6}$ невозможно вычесть $\frac{5}{6}$. От 2 единиц возьмем единицу и раздробим ее в шестые доли: $\frac{6}{6}$ да $\frac{2}{6}$ будет $\frac{8}{6}$. Поэтому:

$$2\frac{1}{3}-\frac{5}{6}=2\frac{2}{6}-\frac{5}{6}=1\frac{8}{6}-\frac{5}{6}=1\frac{3}{6}=1\frac{1}{2}$$

Вычисление части числа.

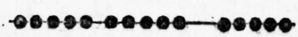
1. Найти $\frac{1}{3}$ числа 15.

Число 15 изображено шариками на проволоке (черт. 19).

Чтобы найти $\frac{1}{3}$ числа 15, надо разделить 15 на 3

$$15:3=5.$$

Черт. 19.



Черт. 20.

Подобным образом, чтобы найти $\frac{1}{4}$ числа, надо это число разделить на 4; чтобы найти $\frac{1}{5}$ числа, надо это число разделить на 5 и т. д.

2. Найти $\frac{2}{3}$ числа 15. Найдем $\frac{1}{3}$ числа 15. Для этого 15 разделим на 3 (черт. 20):

$$15:3=5.$$

$\frac{1}{3}$ числа 15 равна 5. Чтобы найти $\frac{2}{3}$ того же числа, надо 5 умножить на 2:

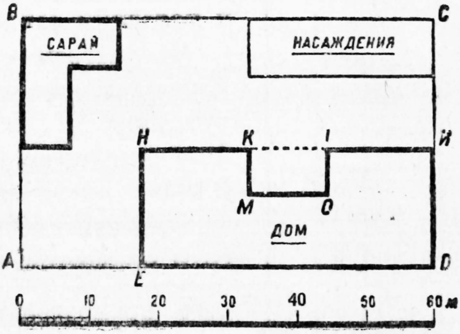
$$5\cdot 2=10.$$

Подобным образом, чтобы найти $\frac{3}{4}$ числа, надо это число разделить на 4 равные части и взять 3 такие части; чтобы найти

$\frac{4}{5}$ числа, надо это число разделить на 5 равных частей и взять 4 такие части. И т. д.

План и масштаб.

Понятие о масштабе. На чертеже 21 изображен план участка земли с постройками. Под планом начерчена линия, на которой отмечены деления. Каждое крупное деление обозначает расстояние в 10 *м*, мелкое деление — в 1 *м*. Эта линия с делениями называется ***масштабом.*** На нашем плане 1 *мм* принят за 1 *м*; поэтому говорят, что план сделан в масштабе один метр в одном миллиметре.



Черт. 21.

Измерение линий по плану. 1. Пользуясь масштабом, измеряют по плану настоящие расстояния, или, как говорят, натуральную величину расстояний, которые изображены на плане в уменьшенном виде. Для этого переносят измеряемые расстояния при помощи циркуля с плана на масштаб.

Если циркуля не имеется, то масштаб можно перевести на бумажную полосу и ею пользоваться при измерении на плане.

2. Измерим границу прямоугольного участка земли *ABCD* (черт. 21). Стороны его: 60 *м*, 35 *м*, 60 *м* и 35 *м*. Найдем их сумму:

$$60\ м \cdot 2 = 120\ м,$$

$$35\ м \cdot 2 = 70\ м,$$

$$120\ м + 70\ м = 190\ м.$$

Измерение площади по плану. 1. Чтобы измерить площадь прямоугольного участка земли *ABCD*, надо измерить с помощью масштаба действительную длину сторон *AB* и *AD* и полученные числа перемножить. Так как $AB = 35\ м$ и $AD = 60\ м$, то

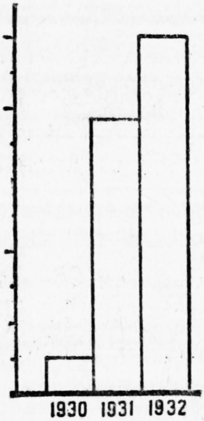
$$60\ кв.\ м \cdot 35 = 2100\ кв.\ м.$$

2. Чтобы найти площадь, которую занимает дом, надо измерить площадь прямоугольника *EHND*, затем площадь прямоугольника *KMOI* и вычесть из первой площади вторую.

Прямоугольные диаграммы.

Диаграммы служат для быстрого и наглядного сравнения величин.

1. Научимся читать диаграмму. Диаграмма (черт. 22) изображает рост производства тракторов в СССР в 1930, 1931 и 1932 гг.



Черт. 22.

Пусть 1 *см* по высоте прямоугольника изображает 10 000 тракторов. Слева на чертеже проведена линия, на которой отмечены сантиметры и половины сантиметра.

На диаграмме сразу видно, что высота прямоугольника, изображающего число тракторов, выпущенных в 1930 г., меньше 1 *см*; значит, их было выпущено меньше 10 000, примерно 5000. В 1932 г. число тракторов возросло раз в 10.

Взяв сантиметровую линейку и измерив высоты прямоугольников, найдем, что высота первого прямоугольника — $\frac{1}{2}$ *см*, второго — около 4 *см*, третьего — 5 *см*. Поэтому число тракторов, выпущенных в эти годы, было примерно 5000, 40 000, 50 000.

2. Изобразим в виде диаграммы число тракторов в СССР.

В	1928 г.	было	тракторов	35 000
„	1930 „	„	„	80 000
„	1932 „	„	„	175 000

Число тракторов в каждом году мы будем изображать прямоугольником определенной высоты. Найдем высоты этих прямоугольников.

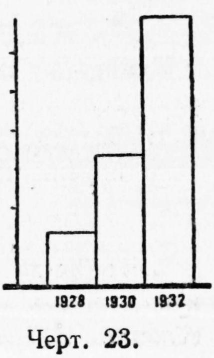
Пусть 1 *мм* высоты прямоугольника изображает 5000 тракторов. Высоту прямоугольника, изображающего число тракторов в 1928 г., найдем, разделив 35 000 на 5000:

$$35\,000 \text{ тр.} : 5000 \text{ тр.} = 7 \ (\textit{мм}).$$

Подобным же образом мы найдем высоты двух других прямоугольников:

$$80\,000 \text{ тр.} : 5000 \text{ тр.} = 16 \ (\textit{мм}).$$
$$175\,000 \text{ тр.} : 5000 \text{ тр.} = 35 \ (\textit{мм}).$$

После этого вычерчиваем прямоугольники, высоты которых 7 *мм*, 16 *мм*, 35 *мм*, основания же могут быть произвольные (черт. 23).



Черт. 23.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ.

Устные вычисления.

Округление при сложении. Сложим два числа 145 и 98, из которых одно удобно округлить.

К 145 прибавим 100 вместо 98. Получим 245. Так как мы прибавили 2 лишних единицы, то от 245 отнимем 2, получим 243. Итак:

$$145 + 98 = 243.$$

Сложим два числа 199 и 98. Оба числа удобно округлить. Вместо этих чисел сложим 200 и 100. Получим 300. Так как, складывая, мы взяли 3 лишних единицы, то от 300 отнимем 3. Получим 297. Итак:

$$199 + 98 = 297.$$

Округление при вычитании. От числа 235 отнимем 98. Так как число 98 удобно округлить, то отнимем вместо него 100. Получим 135. Так как мы отняли 2 лишних единицы, то прибавим к разности 2 и получим 137. Итак:

$$235 - 98 = 137.$$

Умножение на 25. Если какое-либо число взять 100 раз и произведение разделить на 4 равные части, то в каждой части число будет повторено 25 раз. Поэтому умножение на 25 мы можем заменить двумя действиями — умножением на 100 и делением полученного произведения на 4.

Например: $124 \cdot 25 = (124 \cdot 100) : 4 = 12\,400 : 4 = 3100$.

Чтобы умножить число на 25, достаточно умножить его на 100 и произведение разделить на 4.

Умножение на 125. Это умножение удобно заменять двумя действиями — умножением на 1000 и делением на 8.

Например: $96 \cdot 125 = (96 \cdot 1000) : 8 = 96\,000 : 8 = 12000$.

Чтобы умножить число на 125, достаточно умножить его на 1000 и произведение разделить на 8.

Деление на 25. Разложим 4500 листов бумаги в пакеты, по 25 листов в каждом пакете. Сколько получится пакетов?

Задача решается делением 4500 : 25.

Разложим 4500 листов в сотни:

$$4500 : 100 = 45.$$

Получится 45 сотен. Разложим каждую сотню в 4 одинаковых пакета: в каждом пакете будет по 25 листов. Сосчитаем, сколько получилось пакетов. Из каждой сотни получилось 4 пакета. Сотен 45, поэтому надо 4 умножить на 45, или 45 на 4.

$$45 \cdot 4 = 180.$$

Чтобы разделить 4500 на 25, мы разделили 4500 на 100 и частное умножили на 4. Получили 180.

$$4500 : 25 = (4500 : 100) \cdot 4 = 45 \cdot 4 = 180.$$

Чтобы разделить число на 25, достаточно его разделить на 100 и частное умножить на 4.

Деление на 125. Разделим 45 000 на 125. Так как 125 содержится в одной тысяче 8 раз, то разделим 45 000 на 1000 и полученное частное умножим на 8.

$$45\,000 : 125 = (45\,000 : 1000) \cdot 8 = 45 \cdot 8 = 360.$$

Чтобы разделить число на 125, достаточно разделить его на 1000 и частное умножить на 8.

Последовательное умножение. Умножим 35 на 12. Число 12 есть произведение 2 на 6. Поэтому, если 35 повторим 2 раза, а полученное произведение 6 раз, то 35 будет повторено 12 раз, что видно из таблицы:

$$\begin{array}{cccccc} 35 & 35 & 35 & 35 & 35 & 35 \\ 35 & 35 & 35 & 35 & 35 & 35 \\ \hline \end{array}$$

$$35 \cdot 12 = 35 \cdot 2 \cdot 6 = 70 \cdot 6 = 420.$$

Подобным же образом сделаем умножения:

$$72 \cdot 18 = 72 \cdot 2 \cdot 9 = 144 \cdot 9 = 1296.$$

$$25 \cdot 56 = 25 \cdot 4 \cdot 14 = 100 \cdot 14 = 1400.$$

Последовательное деление. Разделим 256 на 8. Число 8 есть произведение $2 \cdot 2 \cdot 2$. Поэтому, если 256 разделить пополам, полученное частное разделить пополам и еще раз пополам, то число 256 разделится на 8 равных частей:

$$256 : 8 = 256 : 2 : 2 : 2 = 32.$$

Подобным образом сделаем деления:

$$1000 : 4 = 1000 : 2 : 2 = 250.$$

$$444 : 12 = 444 : 4 : 3 = 111 : 3 = 37.$$

Нумерация многозначных чисел.

Классы числа. 1. *Тысячи считают от одной тысячи до 1000 тысяч так же, как простые единицы — от одной единицы до 1000 единиц* (стр. 3).

1000 простых единиц = 1 тысяче.
1000 тысяч = 1 миллиону.

Миллионы считают от одного до 1000 миллионов так же, как простые единицы.

1000 миллионов = 1 миллиарду.

2. Из простых единиц, тысяч, миллионов и миллиардов составляются целые числа. Например:

257 един.	345 тыс. 127 един.
345 тыс.	368 млн. 345 тыс. 127 един.
968 млн.	785 млрд. 368 млн. 345 тыс. 127 един.
785 млрд	

Из простых единиц составляются числа I класса. ***Первый класс заключает все числа от 1 до 999.***

257 — число I класса, оно содержит 257 единиц I класса.

Из тысяч составляются числа II класса. ***Второй класс заключает круглые тысячи от 1 тысячи до 999 тысяч.***

345 тысяч — число II класса, оно содержит 345 единиц II класса.

Третий класс заключает круглые миллионы от 1 миллиона до 999 миллионов.

Четвертый класс заключает круглые миллиарды от 1 миллиарда до 999 миллиардов.

Разряды числа. 1. Простая единица есть единица 1-го разряда.

10 простых един.	= 1 десятку;	десяток —	единица	2-го	разр.
10 десятков	= 1 сотне;	сотня —	„	3-го	„
10 сотен	= 1 тысяче;	тысяча —	„	4-го	„
10 тысяч	= 1 дес. тыс.;	десят. тысяч —	„	5-го	„ и т. д.

Одна единица высшего разряда заключает 10 единиц ближайшего к ней низшего разряда.

2. 257 единиц состоят из 7 единиц, 5 десятков и 2 сотен.

7 единиц есть число 1-го разряда: ***первый разряд заключает числа — от 1 до 9.***

5 десятков есть число 2-го разряда: ***второй разряд заключает круглые десятки от 1 десятка до 9 десятков.***

2 сотни есть число 3-го разряда: ***третий разряд заключает круглые сотни от 1 до 9 сотен.***

Число 257 состоит из 7 единиц 1-го разряда, 5 единиц 2-го разряда и 2 единиц 3-го разряда.

1-й, 2-й и 3-й разряды числа образуют I класс.

Подобным же образом можем сказать, что ***4-й разряд заключает круглые тысячи — от 1 тысячи до 9 тысяч.***

5-й разряд заключает десятки тысяч — от 1 десятка тысяч до 9 десятков тысяч.

6-й разряд заключает сотни тысяч — от 1 сотни тысяч до 9 сотен тысяч.

4-й, 5-й и 6-й разряды числа образуют II класс. И т. д.

3. Таблица показывает связь между разрядами и классами чисел.

Класс миллиардов (IV класс)			Класс миллионов (III класс)			Класс тысяч (II класс)			Класс единиц (I класс)		
Сотни млрд.	Дес. млрд.	Млрд.	Сотни млн.	Дес. млн.	Млн.	Сотни тыс.	Дес. тыс.	Тыс.	Сотни	Дес.	Един.
12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

В нижнем ряду записаны разряды, а в верхнем — классы чисел. Читать таблицу следует так: единицы составляют 1-й разряд числа; десятки — 2-й разряд; сотни — 3-й разряд. Первый класс, или класс единиц, состоит из 1-го, 2-го, 3-го разрядов. И т. д.

4. Число 785 млрд. 968 млн. 345 тыс. 127 един. состоит из четырех классов. В нем:

127	единиц I класса	968	единиц III класса
345	„ II „	785	„ IV „

То же число состоит из 12 разрядов. В нем:

7 единиц	1-го разряда	5 единиц	4-го разряда
2 единицы	2-го „	4 единицы	5-го „
1 единица	3-го „	3 единицы	6-го „ и т. д.

Письменная нумерация. ***Записывая число, разбивают его на классы и разряды: 1-й разряд числа записывают на 1-м месте, считая от правой руки к левой; 2-й разряд — на 2-м месте*** и т. д.

Для записи чисел пользуются десятью значками, или цифрами:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 0.

Одна и та же цифра может изображать число единиц любого разряда; место же цифры зависит от того, какие единицы она изображает. Так, цифра 5 может обозначать и пять единиц, и пять тысяч, и пять миллионов. Чтобы обозначить 5 единиц, цифру 5 ставят на 1-е место; чтобы обозначить 5 тысяч — на 4-е место и т. д.

Записывая число, сперва разбивают его мысленно на классы, а затем записывают каждый класс, начиная с высшего класса. Если какого-либо разряда в числе нет, на его месте пишут нуль.

Запишем для примера число 34 млн. 207 тыс. 225 един.:

34 207 225

Сложение и вычитание целых чисел.

Сложение. Сложим числа 3457, 483 и 1257.

$$
\begin{array}{r}
3457 \\
+\ 483 \\
1257 \\
\hline
5197
\end{array}
$$

Сложить несколько чисел — значит найти число, которое содержит столько единиц, сколько их во всех данных числах.

Изменение суммы. Сложим числа 348 и 122. Получим 470.

$$
\begin{array}{r}
+\ 348 \\
122 \\
\hline
470
\end{array}
$$

Увеличим одно из слагаемых на 30. Тогда и сумма увеличится на 30.

$$(348+30)+122=470+30=500.$$

Уменьшим одно из слагаемых на 20; сумма уменьшится на 20.

$$348+(122-20)=470-20=450.$$

Сумма увеличивается или уменьшается на столько, на сколько увеличивается или уменьшается слагаемое.

Вычитание. 1. Газетчик продал 145 номеров „Правды“ и 65 номеров „Известий“. Сколько номеров продал газетчик?

$$145+65=210.$$

2. Газетчик продал 210 номеров „Правды“ и „Известий“, из которых 145 номеров „Правды“. Сколько номеров „Известий“ продал газетчик?

$$210-145=65.$$

Если сложить 145 и 65, то получится 210; наоборот, если вычесть из суммы 210 слагаемое 145, получится другое слагаемое. Поэтому вычитание называют действием, обратным сложению.

Если от суммы двух слагаемых отнять одно из слагаемых, то получится другое слагаемое.

3. Вычтем из 210 число 145, получится 65. Прибавим к 145 число 65, получится 210.

$$210-145=65.$$

$$145+65=210.$$

Если к вычитаемому прибавить разность, то получится уменьшаемое.

4. Вычтем из 210 число 145, получится 65. Вычтем из 210 число 65, получится 145.

$$210 - 145 = 65$$

$$210 - 65 = 145.$$

Если от уменьшаемого отнять разность, то получится вычитаемое.

Изменение разности. Вычтем 145 из 210.

$$210 - 145 = 65.$$

1. Увеличим уменьшаемое 210 на 30. Разность увеличится на 30, так как увеличилось то число, от которого отнимали.

$$(210 + 30) - 145 = 65 + 30 = 95.$$

Уменьшим уменьшаемое 210 на 40. Разность уменьшится на 40, так как уменьшилось то число, от которого отнимали.

$$(210 - 40) - 145 = 65 - 40 = 25.$$

Разность увеличивается или уменьшается на столько, на сколько увеличивается или уменьшается уменьшаемое число.

2. Увеличим вычитаемое 145 на 20. Остаток 65 уменьшится на 20, так как больше отнято, а потому меньше останется.

$$210 - (145 + 20) = 65 - 20 = 45.$$

Уменьшим вычитаемое 145 на 30. Остаток 65 увеличится на 30, так как меньше отнято, а потому больше останется.

$$210 - (145 - 30) = 65 + 30 = 95.$$

Разность увеличивается на столько, на сколько уменьшается вычитаемое. Разность уменьшается на столько, на сколько увеличивается вычитаемое.

Нумерация десятичных дробей.

Определение. ***Десятичной называется дробь, у которой знаменатель 10, 100, 1000 и вообще единица с нулями.***

Так $\frac{17}{100}$, $\frac{1}{10}$ — ***десятичные дроби, а*** $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$ — ***обыкновенные дроби.***

Соотношение между десятичными долями. В 1 единице 10 десятых; в 1 единице 100 сотых. Поэтому 1 десятая = 10 сотым. Это соотношение удобно наблюдать на метре: 1 *дм* есть десятая часть метра; 1 *см* — сотая часть метра.

Так как 1 *дм* = 10 *см*, то 1 десятая метра равна 10 сотым метра. Подобным образом убедимся, что в 1 сотой — 10 тысячных. Итак:

1 единица = 10 десятым;
1 десятая = 10 сотым;
1 сотая = 10 тысячным;
1 десятая = 100 тысячным.

Состав десятичной дроби. Из десятых, сотых и тысячных составляются десятичные дроби.

Единицы	Десятые	Сотые	Тысячные
	3	7	
	3	7	5
3	2	4	

Пример 1. В таблице первое число составлено из 3 десятых и 7 сотых.

1 десятая = 10 сотым;
3 десятых = 30 сотым.

Следовательно, 3 десятых и 7 сотых = 37 сотым.

Пример 2. Второе число таблицы составлено из 3 десятых 7 сотых 5 тысячных.

1 десятая = 100 тысячным; 1 сотая = 10 тысячным;
3 десятых = 300 тысячным; 7 сотых = 70 тысячным.

Поэтому из 3 десятых 7 сотых и 5 тысячных составляется 375 тысячных.

Обратно, 375 тысячных разлагается так: 375 тысячных = 300 тысячным + 70 тысячным + 5 тысячным. Так как 300 тысячных = = 3 десятым, а 70 тысячных = 7 сотым, то 375 тысячных разлагаются на 3 десятых, 7 сотых и 5 тысячных.

Пример 3. Третье число таблицы, составленное из 3 единиц 2 десятых и 4 сотых, читается так: 3 целых и 24 сотых.

Письменная нумерация. 1. Вспомним основное правило нумерации целых чисел: из двух разрядов, стоящих рядом, единицы правого разряда в 10 раз меньше единиц левого. Например: 1 десяток в 10 раз меньше 1 сотни. Этим правилом будем руководствоваться и при записи десятичных дробей.

Для примера запишем дробь — 3 целых и 24 сотых. Разобьем ее на разряды: 3 целых 24 сотых = 3 целым 2 десятым 4 сотым.

Пишем 3 целых. Десятая в 10 раз меньше единицы; поэтому цифра десятых — 2 должна стоять справа от цифры единиц — 3. После цифры 3 ставим запятую, которая отделяет целую часть от дробной. Цифра сотых — 4 — ставится справа от цифры десятых. Запись числа будет: 3,24.

После запятой справа пишут:

на первом месте — десятые,
на втором месте — сотые,
на третьем месте — тысячные.

Число 37 сотых записывают 0,37;
„ 1 целая 25 тысячных „ 1,025.

2. Прочтем дробь 2,037. В ней 2 единицы 3 сотых 7 тысячных.

1 сотая = 10 тысячным;

3 сотых = 30 тысячным;

30 тысячных да 7 тысячных = 37 тысячным.

Поэтому читаем: 2 целых и 37 тысячных.

3. Итак, ***чтобы записать десятичную дробь, пишут целую ее часть, затем ставят запятую. Далее пишут дробную часть, как целое число. На местах недостающих долей ставят нули.***

Когда дробь выражена в десятых, то после запятой справа будет стоять одна цифра.

Когда дробь выражена в сотых, то справа от запятой будут стоять две цифры.

Когда дробь выражена в тысячных, то справа от запятой будут стоять три цифры.

Чтобы прочесть десятичную дробь, читают сперва целую ее часть, затем дробную часть, называя при этом те доли, которые изображает последняя цифра справа.

Преобразование десятичных дробей. 1. Раздробим 5 десятых в сотые: 0,5 = 0,50. Дроби эти равны. Разница между ними та, что первая дробь составлена из десятых, а вторая — из сотых долей единицы.

2. Обратно: 0,70 = 0,7. Эти дроби равны, но первая образована из сотых долей единицы, а вторая — из десятых.

Величина десятичной дроби не изменится, если приписать к ней справа нули или их откинуть.

3. Раздробим число 3,25 в сотые доли. Получим: 3,25 = = 325 сотым.

4. Раздробим 3,2 в тысячные. Припишем к дроби **3,2** справа два нуля — 3,200, откинем запятую и добавим слово тысячных: 3200 тысячных.

5. Исключим целую часть из дроби 347 десятых. В единице 10 десятых. Следовательно, в числе 347 десятых столько целых единиц, сколько раз 10 десятых содержатся в 347 десятых, т. е. 34 единицы; 347 десятых = 34,7.

6. Исключим из дроби 560 сотых целую часть. Для этого отделим справа запятой 2 цифры; получим 5,60 или 5,6.

Сравнение десятичных дробей по величине. Сравним дроби 0,32 и 0,298: которая из них больше? Выразим их в одинаковых долях. Для этого 0,32 раздробим в тысячные доли: 0,32 = 0,320. Так как 0,320 больше 0,298, то и 0,32 больше 0,298.

Преобразование именованных чисел метрической системы. **1.** Раздробим 3,2 *м* в сантиметры. 3,2 *м* = 3,20 *м*. Так как 20 сотых метра = 20 *см*, то 3,2 *м* = 3 *м* 20 *см*. Поэтому, 3,2 *м* = 320 *см*.

2. Превратим 4 *м* 2 *дм* 5 *см* в метры. Так как 4 *м* 2 *дм* 5 *см* = = 4 *м* 25 *см*, а 25 *см* = 25 сотым метра, то 4 *м* 2 *дм* 5 *см* = 4,25 *м*. Так же 5 р. 20 к. = 5,20 руб. = 5,2 руб.

Сложение и вычитание десятичных дробей.

Сложение десятичных дробей. 1. Сложим 0,3 и 0,7.

3 десятых да 7 десятых будет 10 десятых, или 1; $0{,}3 + 0{,}7 = 1$.

2. Сложим 0,7 и 0,5; 7 десятых да 5 десятых получится 12 десятых, или 1,2; $0{,}7 + 0{,}5 = 1{,}2$.

3. Сложим 4,758 и 0,82. Первое слагаемое состоит из 4 единиц 7 десятых 5 сотых и 8 тысячных. Второе — из 8 десятых и 2 сотых. Будем складывать: 2 сотых с 5 сотыми, 8 десятых с 7 десятыми. Для удобства сложения подпишем одно слагаемое под другим так, чтобы единицы стояли под единицами, десятые доли под десятыми, сотые под сотыми и т. д. Получится сумма 5,578.

$$\begin{array}{r} +\,4{,}758 \\ 0{,}82 \\ \hline 5{,}578 \end{array}$$

Чтобы сложить десятичные дроби, подписывают их одну под другой так, чтобы единицы стояли под единицами, десятые доли под десятыми и т. д. Затем числа складывают, начиная с самых мелких долей.

Вычитание десятичных дробей. 1. Вычтем 0,3 из 1. Единица равна 10 десятым. От 10 десятых отнимем 3 десятых, получим 7 десятых; $1 - 0{,}3 = 0{,}7$.

2. Вычтем 0,7 из 1,2; 1,2 равны 12 десятым. От 12 десятых отнимем 7 десятых, получим 5 десятых; $1{,}2 - 0{,}7 = 0{,}5$.

3. Вычтем 3,7 из 12,56. Подпишем 3,7 под 12,56 так, чтобы единицы стояли под единицами и десятые доли под десятыми. Вычтем десятые из десятых, единицы из единиц. Получится 8,86.

$$\begin{array}{r} -\,12{,}56 \\ 3{,}7 \\ \hline 8{,}86 \end{array}$$

Чтобы вычесть из одной десятичной дроби другую, подписывают их одну под другой так, чтобы единицы стояли под еди-

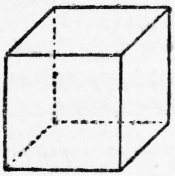
ницами, десятые под десятыми и т. д. Затем одно число вычитают из другого, начиная с самых мелких долей.

Вычтем еще 3,785 из 5,3. Так как 5,3 = 5,300, то:

$$\begin{array}{r} -\begin{array}{r}5{,}300\\3{,}785\\\hline 1{,}515\end{array} \quad \text{или короче:} \quad -\begin{array}{r}5{,}3\\3{,}785\\\hline 1{,}515\end{array}\end{array}$$

Куб и прямоугольный параллелепипед.

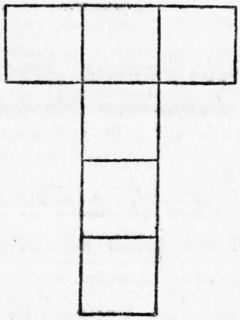
Куб. Куб ограничен шестью гранями (черт. 24). Нижняя грань куба, на которой он стоит, есть нижнее его основание. Верхняя грань — верхнее основание. Прочие грани — боковые. ***Каждая грань куба есть квадрат. Грани куба равны. Все шесть граней куба составляют его поверхность.***



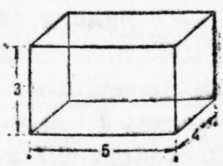
Черт. 24.

То место куба, в котором сходятся или пересекаются две его грани, называется ***ребром.*** Три грани сходятся в одной точке.

Развертка поверхности куба. Поставив куб, сделанный из картона, на стол, будем мысленно или на самом деле развертывать его поверхность так, чтобы она вся расположилась на столе. Отворотим сперва правую грань, разрезав куб по трем ребрам. То же сделаем с левой гранью. Разрезав оставшуюся часть поверхности куба вдоль одного из его ребер, расположим все его грани на столе. Получится плоская фигура, называемая ***разверткой поверхности куба*** (черт. 25).



Черт. 25.



Черт. 26.

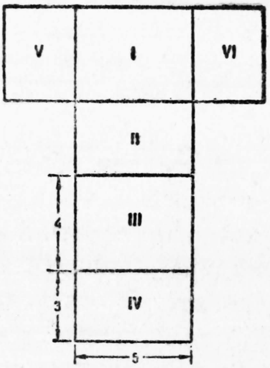
Прямоугольный параллелепипед. У прямоугольного параллелепипеда — шесть граней (черт. 26). Нижняя его грань служит нижним его основанием, верхняя грань — верхним основанием. Прочие грани — боковые. ***Гранями прямоугольного параллелепипеда служат прямоугольники. Две противоположные грани параллелепипеда могут быть квадраты. Противоположные грани параллелепипеда равны.***

Развертка поверхности прямоугольного параллелепипеда. 1. Поверхность прямоугольного параллелепипеда можно развернуть так же, как поверхность куба (черт. 27).

2. Вычислим полную поверхность параллелепипеда, у которого длина 5 *см*, ширина 4 *см* и высота 3 *см*.

15 *кв. см*·2 = 30 *кв. см*;
12 *кв. см*·2 = 24 *кв. см*;
20 *кв. см*·2 = 40 *кв. см*;

30 *кв. см* + 24 *кв. см* + 40 *кв. см* = 94 *кв. см*.



Черт. 27.

Объем прямоугольного параллелепипеда и куба. Понятие об объеме. 1. Нальем воды в стакан и в графин: объем воды в стакане меньше объема воды в графине.

2. Нальем в бутылку 3 стакана воды. Насыпем в банку 3 стакана песку. Объемы воды в бутылке и песка в банке равны.

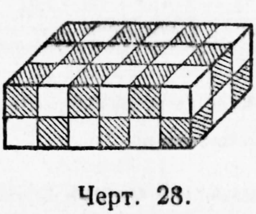
Единицы объема. 1. ***Объем куба, ребро которого равно 1 см, называется кубическим сантиметром.***

2. ***Объем куба, ребро которого равно 1 дм, называется кубическим дециметром.***

3. ***Объем куба, ребро которого равно 1 м, называется кубическим метром.***

4. ***Вместимость, или емкость, кубического сосуда, ребро которого внутри сосуда равно 1 дм, называется литром.***

Измерение объема. 1. Составим из кубиков, ребра которых равны каждое 1 *см*, прямоугольный параллелепипед, длина которого 6 *см*, ширина 3 *см* и высота 2 *см* (черт. 28). Для этого 6 кубиков соединим в брусок; длина, ширина и высота бруска будут 6 *см*, 1 *см* и 1 *см*. Таких брусков возьмем три и, сдвинув их вместе, составим слой: длина слоя 6 *см*, ширина 3 *см*, высота 1 *см*. Два таких слоя поместим один на другой; получим параллелепипед, у которого длина, ширина и высота 6 *см*, 3 *см* и 2 *см*. Сосчитаем, сколько кубических сантиметров в этом параллелепипеде. Длина его 6 *см*, ширина 3 *см* и высота 2 *см*. В одном бруске 6 *куб. см*, так как длина прямоугольного параллелепипеда 6 *см*. Таких брусков в одном слое три, так как ширина прямоугольного параллелепипеда 3 *см*. Чтобы узнать объем слоя, умножим 6 *куб. см* на 3:



Черт. 28.

6 *куб. см*·3 = 18 *куб. см*.

Таких слоев в прямоугольном параллелепипеде два, так как высота прямоугольного параллелепипеда 2 *см*. Поэтому, чтобы узнать объем прямоугольного параллелепипеда, умножим 18 *куб. см* на 2:

$$18 \text{ куб. см} \cdot 2 = 36 \text{ куб. см}.$$

Запишем короче:

$$6 \cdot 3 \cdot 2 = 36 \text{ (куб. см)}.$$

2. Найдем объем воздуха в комнате, длина, ширина и высота которой 5 *м*, 4 *м* и 3 *м*. Так как длина комнаты 5 *м*, то по длине ее можно поставить 5 *куб. м*, из которых составится брус. Так как ширина комнаты 4 *м*, то таких брусов в одном слое будет четыре. Так как высота комнаты 3 *м*, то таких слоев в ней поместится три. А потому, чтобы узнать объем воздуха в комнате, надо 5 *куб. м* умножить сначала на 4, а затем полученное число на 3. Запишем вычисления:

$$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \text{ (куб. м)}.$$

Чтобы найти объем прямоугольного параллелепипеда, надо измерить длину, ширину и высоту его одной и той же единицей длины и полученные числа перемножить. Короче:

Чтобы вычислить объем прямоугольного параллелепипеда, надо перемножить его длину, ширину и высоту.

Так как у куба длина, ширина и высота равны, то для вычисления его объема достаточно измерить только одно его ребро.

Соотношение между единицами объема. Найдем, сколько кубических сантиметров заключается в кубическом дециметре:

$$10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000 \text{ (куб. см)}.$$

Составим таблицу:

1 *дм* = 10 *см*; 1 *кв. дм* = 100 *кв. см*; 1 *куб. дм* = 1000 *куб. см*;
1 *м* = 10 *дм*; 1 *кв. м* = 100 *кв. дм*; 1 *куб. м* = 1000 *куб. дм*;
1 *м* = 100 *см*; 1 *кв. м* = 10 000 *кв. см*; 1 *куб. м* = 1 000 000 *куб. см*.

ГЛАВА ПЯТАЯ.

Умножение и деление целых чисел.

Умножение. На подводе 6 мешков муки, каждый мешок весом в 48 *кг*. Сколько муки на подводе?

Эту задачу можно решить сложением:

$$48 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48 = 288.$$

Так как все слагаемые равны, то это действие можно записать короче: 48 *кг* взять 6 раз, или 48 умножить на 6.

$$48 \text{ кг} \cdot 6 = 288 \text{ кг}.$$

Множимое 48 есть одно из равных слагаемых. Множитель 6—число слагаемых. Произведение 288 есть сумма равных слагаемых.

Умножить 48 на 6—значит взять 48 как слагаемое 6 раз.

Изменение произведения. 1. Умножим 48 на 6, получим 288:

$$48 \cdot 6 = 288.$$

Множимое 48 увеличим в 2 раза и посмотрим, как увеличится произведение:

$$96 \cdot 6 = 576.$$

576 больше, чем 288, в 2 раза. Множимое 48 увеличили в 2 раза, произведение 288 также увеличилось в 2 раза.

Если уменьшить 48 в несколько раз, то и произведение 288 уменьшится во столько же раз.

Произведение увеличивается или уменьшается во столько раз, во сколько раз увеличивается или уменьшается множимое.

2. Удвоим множитель 6 и посмотрим, как изменится произведение. Множитель показывает, что 48 взято как слагаемое 6 раз. Удваивая 6, мы удваиваем число слагаемых:

$$(48+48+48+48+48+48)+(48+48+48+48+48+48)=576.$$

Произведение 576 больше, чем 288, в 2 раза.

Если бы множитель уменьшили, например, в 3 раза, то и слагаемых стало бы в 3 раза меньше, и произведение 288 уменьшилось бы втрое.

Произведение увеличивается или уменьшается во столько раз, во сколько раз увеличивается или уменьшается один из сомножителей.

Деление. 1. Вспомним предыдущую задачу. На подводе 6 мешков муки, по 48 *кг* в каждом мешке. Сколько муки на подводе?

$$48 \text{ кг} \cdot 6 = 288 \text{ кг}.$$

2. На подводе 288 *кг* муки в 6 одинаковых мешках. Сколько муки в каждом мешке?

288 *кг* надо разделить на 6 равных частей, или короче: 288 разделить на 6.

$$288 \text{ кг} : 6 = 48 \text{ кг}.$$

3. На подводе 288 *кг* муки в мешках, по 48 *кг* в каждом Сколько на подводе мешков?

Надо узнать, сколько раз 48 *кг* содержатся в 288 *кг*, **или** короче: 288 разделить на 48.

$$288 \text{ кг} : 48 \text{ кг} = 6.$$

Если два данных числа перемножить и произведение разделить на одно из них, то получится другое данное число. Поэтому деление называют действием, обратным умножению.

Если произведение двух сомножителей разделить на один из сомножителей, то получится второй сомножитель.

4. Разделим 288 на 6, получим 48. Наоборот, если умножить частное 48 на делитель 6, то получится делимое 288.

Если делитель умножить на частное, то получится делимое.

5. Разделим 288 на 6, получим 48. Если делимое 288 разделить на частное 48, то получится делитель 6.

Если делимое разделить на частное, то получится делитель.

Изменение частного. Разделим 180 на 12.

$$180:12=15.$$

1. Увеличим делимое втрое и посмотрим, как изменится частное. Так как вместо 180 мы будем делить на 12 равных частей число втрое большее, чем 180, то в каждой части получится втрое больше единиц.

$$(180\cdot3):12=15\cdot3=45.$$

Если бы мы делимое уменьшили в 3 раза, то и частное уменьшилось бы в 3 раза.

Частное увеличивается или уменьшается во столько раз, во сколько раз увеличивается или уменьшается делимое.

2. Увеличим делитель 12 втрое и посмотрим, как изменится частное. 180 мы разделили на 12 равных частей и получили по 15 в каждой части. Если мы 12 утроим, то 180 будет разделено уже не на 12, а на 36 частей, и тогда в каждой части получится втрое меньше единиц.

Если бы делитель уменьшили в два раза, то частное увеличилось бы в два раза.

Частное увеличивается во столько раз, во сколько раз уменьшается делитель. Частное уменьшается во столько раз, во сколько раз увеличивается делитель.

Это правило относится только к такому делению, которое совершается без остатка.

3. Увеличим делимое 180 и делитель 12 вдвое и посмотрим, изменится ли частное. Будем изменять делимое и делитель последовательно. Увеличим делимое 180 вдвое: частное увеличится вдвое, т. е. получится 30 вместо 15. Увеличим делитель вдвое: частное уменьшится вдвое, т. е. получится 15 вместо 30.

Если делимое и делитель увеличить или уменьшить в одно и то же число раз, то частное не изменится.

Умножение и деление десятичных дробей.

Умножение десятичной дроби на 10 и на 100. 1. Умножив 0,1 на 10 получим 1. Умножив 0,01 на 10, получим 0,1. Умножив 0,001 на 10, получим 0,01.

2. Умножим 2,345 на 10. Множимое состоит из 2 единиц, 3 десятых 4 сотых и 5 тысячных. При умножении 2,345 на 10 получим: вместо 2 единиц — 2 десятка, вместо 3 десятых — 3 единицы, вместо 4 сотых — 4 десятых, вместо 5 тысячных — 5 сотых.

Получится: $2,345 \cdot 10 = 23,45$.

Чтобы умножить десятичную дробь на 10, достаточно передвинуть запятую вправо через одну цифру.

3. Умножив 0,1 на 100, получим 10. Умножив 0,01 на 100, получим 1. Умножив 0,001 на 100, получим 0,1.

4. Умножим 2,345 на 100. Получим вместо 2 единиц 2 сотни, вместо 3 десятых — 3 десятка, вместо 4 сотых — 4 единицы, вместо 5 тысячных — 5 десятых.

$$2,345 \cdot 100 = 234,5.$$

Чтобы умножить десятичную дробь на 100, достаточно передвинуть запятую вправо через две цифры.

5. Умножим 3,7 на 100. Чтобы воспользоваться правилом перенесения запятой, припишем к дроби справа нуль:

$$3,7 \cdot 100 = 3,70 \cdot 100 = 370.$$

Умножение десятичной дроби на целое число. 1. Умножим устно 0,8 на 7; получим 56 десятых, или 5,6.

2. Умножим устно 0,8 на 70; 0,8 умножим на 10, получится 8; 8 умножим на 7; получится 56; $0,8 \cdot 70 = 56$.

3. Умножим 1,15 на 12. Число 1,15 равно 115 сотым. Умножим 115 сотых на 12. Получим 1380 сотых, или 13,8.

$$\begin{array}{r} 1,15 \\ \times\ \ 12 \\ \hline 230 \\ 115 \\ \hline 13,80 \end{array} = 13,8.$$

Чтобы умножить десятичную дробь на целое число, надо перемножить эти числа, как целые, и в произведении справа отделить запятой столько цифр, сколько их во множимом.

Деление десятичной дроби на 10 и на 100. 1. Разделим 1 на 10, получим 0,1. Разделим 0,1 на 10, получим 0,01. Разделим 0,01 на 10, получим 0,001.

2. Разделим 24,53 на 10. При делении 24,53 на 10 получится: вместо 2 десятков — 2 единицы, вместо 4 единиц — 4 десятых, вместо 5 десятых — 5 сотых, вместо 3 сотых — 3 тысячных, значит:

$$24{,}53 : 10 = 2{,}453.$$

Чтобы разделить целое число на 10, надо отделить в нем запятой справа одну цифру. Чтобы разделить десятичную дробь на 10, достаточно перенести запятую влево через одну цифру.

3. Разделим 10 на 100, получим 0,1. Разделим 1 на 100, получим 0,01. Разделим 0,1 на 100, получим 0,001.

4. Разделим 24,5 на 100. Получим 0,245.

Чтобы разделить целое число на 100, надо отделить в нем запятой справа две цифры. Чтобы разделить десятичную дробь на 100, достаточно перенести запятую через две цифры влево.

5. Разделим 3,4 на 100. По правилу надо перенести запятую влево через две цифры. Но в данной дроби перед запятой только одна цифра; как же выполнить деление? При делении 3,4 на 100 3 единицы перейдут в сотые, а 4 десятых — в тысячные. Значит:

$$3{,}4 : 100 = 0{,}034.$$

Чтобы разделить 3,4 на 100, достаточно перед цифрой 3 написать два нуля и перенести запятую влево через две цифры.

Деление целого числа и десятичной дроби на целое число.

1. Разделим 3 на 5. Раздробим 3 единицы в десятые доли, получим 30 десятых. Разделив 30 десятых на 5, получим 6 десятых: $3 : 5 = 3{,}0 : 5 = 0{,}6$.

2. Разделим 0,5 на 2. 0,5 разделим на две равные части, получим в каждой части по 2 десятых и 1 десятую в остатке. 1 десятая равна 10 сотым. Делим 10 сотых на 2, получаем 5 сотых. Всего будет 0,25. Следовательно: $0{,}5 : 2 = 0{,}25$.

3. Разделим 7,2 на 16. Если 7 разделить на 16, то единиц не получится. Пишем в частном на месте единиц 0. Раздробим

$$\begin{array}{r|l} 7{,}2 & 16 \\ \cline{2-2} \underline{6\;4} & 0{,}45 \\ 80 & \\ \underline{80} & \end{array}$$

7 в десятые доли; получим 70 десятых, да 2 десятых — 72 десятых. 72 десятых делим на 16, получим 4 десятых; 4 десятых умножим на 16, получим 64 десятых. От 72 десятых отнимем 64 десятых, получим 8 десятых; 8 десятых равны 80 сотым; 80 сотых разделим на 16, получим 5 сотых. Частное — 0,45.

Процентные вычисления.

1. На городской улице 200 домов. Один процент числа их — деревянные дома. Сколько на этой улице деревянных домов?

1 процент есть 0,01 часть числа. Обозначается 1 процент — 1%. В задаче говорится: 1% числа домов — деревянные. Это значит: 0,01 часть домов — деревянные. Найдем 0,01 часть числа 200.

$$200 \text{ д} : 100 = 2 \text{ д}.$$

2 дома составляют 1% числа 200 домов.

2. На гектаре леса 620 деревьев. 15% числа деревьев составляют березы. Сколько берез на гектаре?

Найдем 1% числа деревьев. Для этого 620 разделим на 100:

$$620 : 100 = 6{,}2.$$

Найдем 15% числа деревьев.

1% числа деревьев равен 6,2 деревьев. Чтобы узнать 15% числа их, надо 6,2 умножить на 15; получится 93.

3. $10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$; поэтому 10% числа равны $\frac{1}{10}$ этого числа.

$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$; 20% числа равны $\frac{1}{5}$ этого числа.

$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$; 25% числа — то же, что $\frac{1}{4}$ этого числа.

$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$; 50% числа — это его половина.

$100\% = \frac{100}{100} = 1$; 100% числа то же, что целое число.

$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$; 75% числа равны $\frac{3}{4}$ этого числа.

4. На гектаре леса 620 деревьев. 20% этого числа деревьев — осины. Сколько осин на этом гектаре?

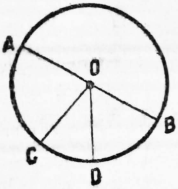
Так как 20% числа равны $\frac{1}{5}$ числа, то достаточно 620 разделить на 5. Получится 124.

Окружность.

Раздвинем острия циркуля на расстояние 3 *см*. Поставив одно острие неподвижно на бумагу, другим сделаем полный оборот. Это острие опишет кривую линию, которая называется ***окружностью***.

Точка, в которой при черчении окружности находилось неподвижное острие циркуля, называется ***центром*** окружности.

Все точки, лежащие на окружности, находятся на равном расстоянии от ее центра. Отрезок прямой линии, соединяющий центр окружности с какой-либо ее точкой, называется ***радиусом*** окружности. ***Все радиусы окружности равны.***

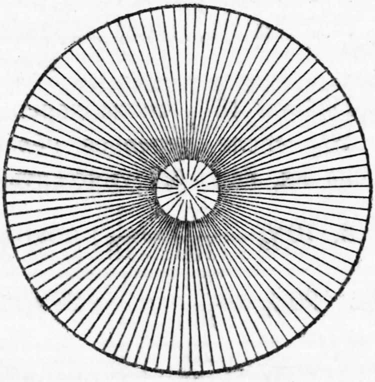


Черт. 29.

Проведем через центр окружности прямую. Отрезок ее, ограниченный окружностью, называется ***диаметром.*** Диаметр окружности состоит из двух радиусов. Диаметры окружности равны.

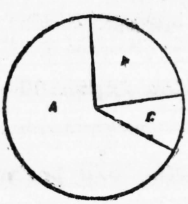
Часть плоскости, ограниченная окружностью, носит название ***круга.*** Если круг перегнуть по диаметру, то обе части его совпадут. ***Диаметр делит круг пополам.***

Круговая диаграмма. Круг разделен на 100 равных частей, или секторов (черт. 30). Каждый такой сектор составляет 0,01 часть круга, или 1% круга. Этот круг называют процентным кругом. При помощи процентного круга вычерчивают круговые диаграммы.


Черт. 30.

Изобразим с помощью круговой диаграммы долю участия колхозов, совхозов и единоличников в хлебозаготовках 1932 г. Из всего хлеба, заготовленного в этом году государством, колхозы дали 65%, совхозы 12%, единоличники — остальной хлеб.

Целый круг (черт. 30) изображает все количество хлеба, собранное государством, т. е. 100 сотых, или 100% хлеба.


Черт. 31.

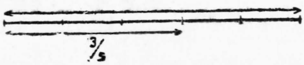
65%, или 65 сотых круга изображают ту часть хлеба, которую дали колхозы; 12%, или 12 сотых круга — ту часть, которую дали совхозы. Колхозы и совхозы вместе дали 77% хлеба; 23% хлеба получены от единоличников, так как 100% — 77% = 23%.

Части круга *a*, *b* и *c* (черт. 31) изображают долю участия в хлебозаготовках колхозов, единоличников и совхозов. Чтобы сделать такую диаграмму в тетради, надо начертить круг, равный процентному кругу, и при помощи циркуля перенести на этот круг 65% и 12%. Остальная часть круга будет изображать 23%.

ГЛАВА ШЕСТАЯ.

Обыкновенные дроби.

Образование дроби. Отрезок прямой (черт. 32) будем называть единицей. Найдем три пятых единицы. Для этого единицу разделим на 5 равных частей и возьмем три такие части. Получим дробь $\frac{3}{5}$.



Черт. 32.

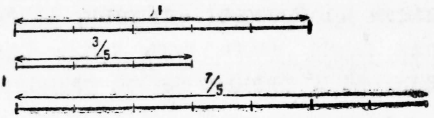
Чтобы получить дробь, надо разделить единицу на равные доли и взять одну или несколько долей.

В дроби $\frac{3}{5}$ число 5 называется ***знаменателем***, а 3 — ***числителем.*** Знаменатель показывает, на сколько частей разделена единица; числитель — сколько таких частей взято.

Сравнение дроби с единицей. 1. Если единицу разделим на 5 равных частей и возьмем 5 таких частей, то получим дробь $\frac{5}{5}$, которая равна 1.

Дробь, у которой равны числитель и знаменатель, равна 1.

2. Если единицу разделим на 5 равных частей и возьмем таких частей 3, то получим дробь $\frac{3}{5}$, меньшую единицы (черт. 33).



Черт. 33.

Взяв 7 пятых единицы, получим дробь, большую единицы. $\frac{3}{5}$ меньше 1; $\frac{5}{5}$ равно 1; $\frac{7}{5}$ больше 1.

Дробь, меньшая единицы, называется ***правильной.*** Дробь, равная единице и бóльшая единицы, называется ***неправильной.***

Смешанное число. Число, состоящее из целого числа и дроби называется ***смешанным числом.*** Например $2\frac{3}{4}$ смешанное число. Чтобы получить это число, надо взять 2 единицы и еще $\frac{3}{4}$ единицы.

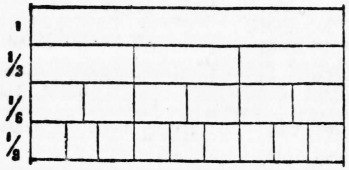
Преобразование смешанного числа. Приняв круг за единицу, возьмем два равных круга и $\frac{3}{4}$ третьего круга. Получим изображение смешанного числа $2\frac{3}{4}$. Раздробим каждую единицу в четверти, получим 8 четвертей, да 3 четверти — всего 11 четвертей. Следовательно, $2\frac{3}{4}=\frac{11}{4}$.

Чтобы преобразовать смешанное число в дробь, надо умножить знаменатель дроби на целое число и прибавить числитель.

Исключение целого числа из дроби. Дана дробь $\frac{14}{5}$, бо́льшая единицы. Сколько в ней целых единиц?

$\frac{5}{5}=1$. Для образования дроби $\frac{14}{5}$ надо взять $\frac{5}{5}$, еще $\frac{5}{5}$ и еще $\frac{4}{5}$. Поэтому $\frac{14}{5}=2\frac{4}{5}$.

Чтобы исключить целое число из неправильной дроби, надо числитель дроби разделить на знаменатель.



Черт. 34.

Когда числитель дроби делится на знаменатель без остатка, то дробь равна целому числу.

Преобразование дробей. 1. Начертим прямоугольник, состоящий из четырех одинаковых полосок (черт. 34). Первая полоска изображает целую единицу. Вторая полоска изображает единицу, разделенную на 3 равные части. Каждая такая часть есть треть единицы. Разделив каждую треть еще на 2 равные части, разделим единицу на 6 равных частей.

3 трети единицы заключают 6 шестых. Поэтому $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$, а $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$.

Таким же способом убедимся, что $\frac{1}{3}=\frac{3}{9}$, а $\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$.

2. Сопоставим дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{6}{9}$. Числитель и знаменатель второй дроби в 3 раза больше числителя и знаменателя первой дроби. Сами же дроби равны.

Подобным же образом найдем, что:

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4};\ \frac{1}{2}=\frac{3}{6};\ \frac{1}{2}=\frac{4}{8}.$$

$$\frac{1}{4}=\frac{2}{8};\ \frac{3}{4}=\frac{6}{8}.$$

$$\frac{1}{5}=\frac{2}{10};\ \frac{3}{5}=\frac{6}{10}.$$

Если умножить числитель и знаменатель дроби на одно и то же число, то получится равная ей дробь.

Обратно: ***если числитель и знаменатель дроби разделить на одно и то же число, то получится равная ей дробь.***

Сокращение дробей. Дана дробь $\frac{8}{10}$. Разделим числитель ее и знаменатель на 2; получится дробь $\frac{4}{5}$, равная данной дроби $\frac{8}{10}$. Следовательно, $\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$.

Преобразование дроби при помощи деления числителя и знаменателя ее на одно и то же число называется ***сокращением*** дроби.

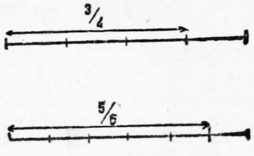
Сравнение дробей. 1. Сравним дроби $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{5}$, у которых знаменатели равны. Чтобы получить первую дробь, единицу разделили на 5 равных частей и взяли 2 таких части. Чтобы получить вторую дробь, единицу разделили тоже на 5 равных частей, но таких частей взяли 3 Следовательно, $\frac{3}{5}$ больше $\frac{2}{5}$.

2. Сравним дроби $\frac{3}{8}$ и $\frac{3}{5}$, у которых числители равны. Восьмая доля единицы меньше пятой. У первой дроби доли мельче, чем у второй. Число же долей у первой и второй дробей одно и то же. Поэтому $\frac{3}{8}$ меньше $\frac{3}{5}$.

3. Сравним дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$ (черт. 35). Для этого раздробим их в одинаковые доли.

$\frac{1}{4}$ можно раздробить в восьмые, двенадцатые доли и т. д.

$\frac{1}{6}$ можно раздробить в двенадцатые доли и т. д.



Черт. 35.

Следовательно, $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$ можно раздробить в двенадцатые доли. Умножив числитель и знаменатель первой дроби на 3, получим: $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$. Умножив числитель и знаменатель второй дроби на 2, получим: $\frac{5}{6}=\frac{10}{12}$. Так как $\frac{10}{12}$ больше $\frac{9}{12}$, то и $\frac{5}{6}$ больше $\frac{3}{4}$.

Сложение и вычитание обыкновенных дробей.

1. Сложим дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{5}{6}$. Раздробим обе дроби в одинаковые доли. Треть можно раздробить в шестые доли; умножив числителя и знаменателя первой дроби на 2, получим: $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$.

Поэтому:

$$\frac{2}{3}+\frac{5}{6}=\frac{4}{6}+\frac{5}{6}=\frac{9}{6}=1\frac{3}{6}=1\frac{1}{2}.$$

2. Сложим дроби $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{3}$. Раздробим их в одинаковые доли; $\frac{1}{2}$ можно раздробить в четверти, в шестые; $\frac{1}{3}$ — в шестые. Следовательно, $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$ можно раздробить в шестые доли:

$$\frac{1}{2}=\frac{3}{6} \text{ и } \frac{2}{3}=\frac{4}{6}.$$

Поэтому: $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{3}{6}+\frac{4}{6}=\frac{7}{6}=1\frac{1}{6}$.

Чтобы сложить две дроби, надо раздробить их в одинаковые доли, сложить числители и под суммой подписать общий знаменатель.

3. Сложим два смешанных числа $1\frac{3}{4}$ и $2\frac{5}{6}$. Обе дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$ можно раздробить в двенадцатые доли. Получим:

$$1\frac{3}{4}+2\frac{5}{6}=1\frac{9}{12}+2\frac{10}{12}=3\frac{19}{12}=4\frac{7}{12}.$$

4. Вычтем $\frac{1}{2}$ из $\frac{2}{3}$. Раздробив эти дроби в равные доли, получим:

$$\frac{1}{2}=\frac{3}{6} \text{ и } \frac{2}{3}=\frac{4}{6}.$$

Поэтому: $\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{4}{6}-\frac{3}{6}=\frac{1}{6}$.

Чтобы вычесть из дроби дробь, надо раздробить эти дроби в равные доли, из числителя первой дроби вычесть числитель второй дроби и под разностью подписать общий знаменатель.

Умножение и деление обыкновенных дробей.

Умножение дроби на целое число. 1. Урок продолжается $\frac{3}{4}$ часа. В четвертой группе было 5 уроков. Сколько времени ребята занимались?

Надо умножить $\frac{3}{4}$ часа на 5, или $\frac{3}{4}$ взять как слагаемое 5 раз:

$$\frac{3}{4} \text{ часа} \cdot 5=\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{15}{4}=3\frac{3}{4} \text{ часа}.$$

Чтобы умножить дробь на целое число, достаточно умножить числитель ее на целое число.

Запишем умножение дроби на целое число так:

$$\frac{3}{4}\cdot 5=\frac{3\cdot 5}{4}=\frac{15}{4}=3\,\frac{3}{4},$$

или еще короче:

$$\frac{3}{4}\cdot 5=\frac{15}{4}=3\,\frac{3}{4}.$$

2. На детский фартук идет $\frac{9}{10}$ *м* материи. Сколько метров материи пойдет на 6 таких фартуков?

$$\frac{9}{10}\,м\cdot 6=\frac{9\cdot 6}{10}=\frac{54}{10}=5\,\frac{4}{10}=5\,\frac{2}{5}\,м.$$

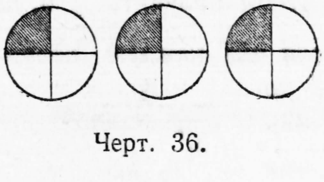
Выгоднее сделать сокращение до умножения 9 на 6. Разделим 6 и 10 на 2: в числителе получится 3 вместо 6, т. е. в 2 раза меньше; знаменатель 10 также уменьшится вдвое. Величина дроби не изменится. Записать это сокращение можно так:

$$\frac{9}{10}\cdot 6=\frac{9\cdot \overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{5}{\cancel{10}}}=\frac{27}{5}=5\,\frac{2}{5}.$$

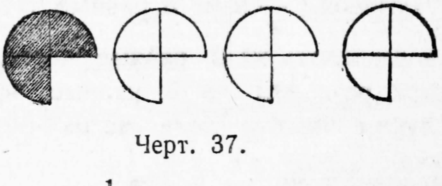
3. Умножим $2\,\frac{3}{4}$ на 6.

$$2\,\frac{3}{4}\cdot 6=12+\frac{3\cdot \overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{2}{\cancel{4}}}=12\,\frac{9}{2}=16\,\frac{1}{2}.$$

Деление целого числа на целое. **1.** Разделим 3 одинаковых круга на 4 равные части (черт. 36). Делим на 4 равные части



Черт. 36.



Черт. 37.

один круг, получим в каждой части $\frac{1}{4}$ круга; делим другой круг, получим $\frac{1}{4}$ круга; делим третий круг, получим еще $\frac{1}{4}$ круга. Всего в каждой части получилось $\frac{3}{4}$ круга (черт. 37). Следовательно, $3:4=\frac{3}{4}$.

Таким же способом можно разделить 3 листа бумаги на 8 равных частей, 2 яблока на 3 равные части и т. п.

При делении целого числа на целое получается дробь, числителем которой служит делимое, а знаменателем — делитель.

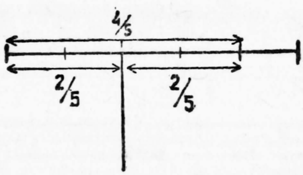
2. Ученик пробежал 42 *м* в 9 сек. Сколько метров пробегал он в секунду?

$$42\ м : 9 = 4\frac{6}{9}\ м = 4\frac{2}{3}\ м.$$

Разделив 42 на 9, получим 4 и в остатке 6. Разделим 6 на 9, получим $\frac{6}{9}$, или $\frac{2}{3}$. Всего $4\frac{2}{3}$ *м*.

Деление дроби на целое число. 1. $\frac{4}{5}$ *м* электрического провода надо разделить на 2 равных куска. Какой длины будет каждый кусок?

Разделим $\frac{4}{5}$ *м* проволоки на 2 равные части (черт. 38); получим в каждой части по $\frac{2}{5}$ *м*:



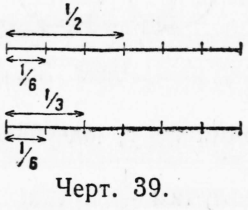
Черт. 38.

$$\frac{4}{5}\ м : 2 = \frac{2}{5}\ м.$$

Чтобы разделить дробь на целое число, достаточно разделить числитель дроби на целое число, если он делится.

2. $\frac{1}{2}$ *м* электрического провода надо разрезать на 3 равных куска. Какой длины получится каждый кусок?

Разделим $\frac{1}{2}$ *м* на 3 равные части. Чтобы получить $\frac{1}{2}$ *м*, надо 1 *м* разделить на 2 равные части. Если мы каждую половину метра разделим на 3 равные части, то получим шестые доли метра (черт. 39).



Черт. 39.

Следовательно: $\frac{1}{2}\ м : 3 = \frac{1}{6}\ м.$

Проверим: $\frac{1}{6}\ м \cdot 3 = \frac{1}{2}\ м.$

Если разделить $\frac{1}{3}$ на 2, получится $\frac{1}{6}$, так как $\frac{1}{6} \cdot 2 = \frac{1}{3}$ (черт. 39).

Если разделить $\frac{1}{4}$ на 2, получим $\frac{1}{8}$, так как $\frac{1}{8} \cdot 2 = \frac{1}{4}$.

3. Разделим $\frac{3}{4}$ на 2 равные части. Разделим $\frac{1}{4}$ на 2, получим $\frac{1}{8}$. При делении $\frac{3}{4}$ на 2 каждую четверть разделим на 2 и получим $\frac{3}{8}$. Проверим: $\frac{3}{8} \cdot 2 = \frac{3}{4}$.

Чтобы разделить дробь на целое число, достаточно знаменатель ее умножить на целое число.

4. Разделим $\frac{4}{5}$ на 6: $\frac{4}{5} : 6 = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{5 \cdot \underset{3}{\cancel{6}}} = \frac{2}{15}$.

5. Разделим $1\frac{2}{3}$ на 10: $1\frac{2}{3} : 10 = \frac{5}{3} : 10 = \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{3 \cdot \underset{2}{\cancel{10}}} = \frac{1}{6}$.

6. Разделим $13\frac{4}{5}$ на 6:

$$13\frac{4}{5} : 6 = 2 + 1\frac{4}{5} : 6 = 2 + \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{5 \cdot \underset{2}{\cancel{6}}} = 2\frac{3}{10}.$$

Вычисление числа по данной его части.

1. $\frac{1}{4}$ *кг* хлеба стоит $2\frac{1}{2}$ коп. Сколько стоит 1 *кг* хлеба?

В килограмме 4 четверти, поэтому надо $2\frac{1}{2}$ коп. умножить на 4:

$$2\frac{1}{2} \text{ коп.} \cdot 4 = 10 \text{ коп.}$$

2. Ученик пробежал 200 *м* в $\frac{5}{6}$ мин. Сколько метров может он пробежать в минуту?

Узнаем, сколько метров пробежал ученик в $\frac{1}{6}$ мин. В 5 шестых минуты ученик пробежал 200 *м*. В одну шестую минуты он пробежит в 5 раз меньше:

$$200 \text{ м} : 5 = 40 \text{ м}.$$

Узнаем, сколько метров может пробежать ученик в минуту. Так как в $\frac{1}{6}$ мин. он пробегает 40 *м*, а в минуте 6 шестых, то 40 *м* надо умножить на 6:

$$40 \text{ м} \cdot 6 = 240 \text{ м}.$$

3. $\frac{3}{5}$ неизвестного числа равны 12. Найти неизвестное число.

Запишем:

$$\frac{3}{5}x = 12.$$

Три пятых неизвестного числа равны 12, а одна пятая в 3 раза меньше. Поэтому 12 надо разделить на 3:

$$\frac{1}{5}x = 12:3 = 4.$$

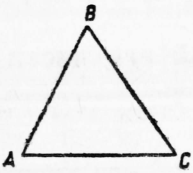
Найдем неизвестное число; $\frac{1}{5}$ неизвестного числа равна 4. В неизвестном числе пять пятых. Поэтому надо 4 умножить на 5:

$$x = 4 \cdot 5 = 20.$$

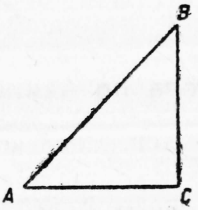
Чтобы найти неизвестное число, $\frac{3}{5}$ которого равняются 12, надо 12 разделить на 3 и полученное число умножить на 5.

Треугольник.

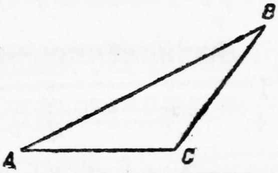
Образование треугольника. 1. Треугольник образуется тремя отрезками прямой так, как это показано на чертеже 40; точка A служит общим концом отрезков BA и CA; точка B — общий



Черт. 40.



Черт. 41.



Черт. 42.

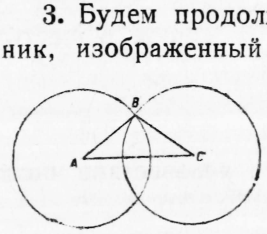
конец отрезков AB и CB; точка C — конец отрезка BC и AC.

Отрезки AB, BC и AC — ***стороны*** треугольника; эти ***три*** стороны образуют ***три*** угла треугольника A, B и C.

2. Будем вращать сторону BC вокруг конца ее C слева направо, удлиняя при этом сторону AB, до тех пор, пока угол C не станет прямым (черт. 41). У треугольника ABC на чертеже 41 угол C прямой, а два другие угла A и B острые. Такой треугольник называется ***прямоугольным.***

Стороны треугольника BC и AC, образующие прямой угол, называются ***катетами.***

3. Будем продолжать вращение стороны BC. Получим треугольник, изображенный на чертеже 42. У этого треугольника угол C — тупой, а два другие — острые. Такой треугольник называется ***тупоугольным.***



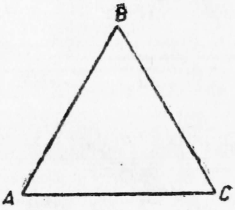
Черт. 43.

Равнобедренный и равносторонний треугольники. 1. Начертим треугольник, у которого две стороны равны. Для этого начертим отрезок AC (черт. 43). Приняв точку A

за центр, опишем вокруг нее окружность, радиус которой больше половины отрезка AC. Приняв точку C за центр, не изменяя радиуса, опишем вокруг нее другую окружность. Эти две окружности пересекаются в двух точках. Соединим какую-нибудь из этих точек, например точку B с A и C. Получим треугольник ABC, у которого две стороны AB и CB равны.

Треугольник, у которого две стороны равны, называется равнобедренным.

2. Таким же способом можно начертить треугольник, у которого три стороны AB, BC и AC равны (черт. 44).

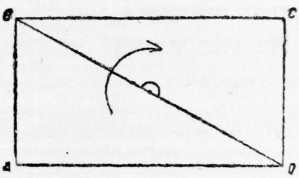


Черт. 44.

Треугольник, у которого три стороны равны, называется равносторонним.

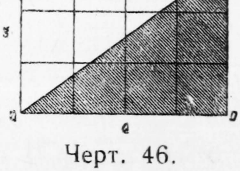
Прямоугольник и прямоугольный треугольник. 1. В прямоугольнике $ABCD$ соединим прямой линией противоположные вершины B и D или A и C. Прямая BD делит прямоугольник на два прямоугольных треугольника ABD и BCD.

2. Прямоугольные треугольники ABD и BCD равны. Эти треугольники можно совместить. Вырежем прямоугольник $ABCD$ из бумаги и разрежем его по диагонали BD на два прямоугольных треугольника. Оставив треугольник BCD лежать неподвижно, будем вращать треугольник ABD вокруг середины его стороны BD. Когда он повернется на полуоборот, то оба треугольника совпадут.



Черт. 45.

Площадь прямоугольного треугольника. 1. Начертим прямоугольник $ABCD$, длина которого 4 *см*, а ширина 3 *см* (черт. 46). Разделим его диагональю AC на два равных прямоугольных треугольника. Найдем площадь прямоугольного треугольника ACD. Для этого разделим прямоугольник на квадратные клетки, величиной каждая в квадратный сантиметр. Площадь прямоугольника равна 12 *кв. см*. Так как прямоугольный треугольник составляет половину прямоугольника, то узнаем его площадь, разделив 12 *кв. см* пополам; получим 6 *кв. см*.



Черт. 46.

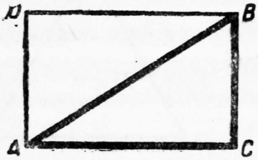
Таким образом, площадь треугольника мы можем измерять теми же квадратными единицами, которыми мы измеряли площадь прямоугольника: поверхность его покрыта квадратиками, площади которых равны каждая квадратному сантиметру. Одни из этих квадратиков целые, другие разрезанные, но все они вместе составляют 6 *кв. см.*

Итак, чтобы узнать площадь прямоугольного треугольника ACD, надо сперва узнать площадь прямоугольника $ABCD$:

$$3 \cdot 4 = 12 \text{ (кв. см)}.$$

Затем узнаем площадь треугольника:

$$12 : 2 = 6 \text{ (кв. см)}.$$



Черт. 47.

2. Вычислить площадь прямоугольного треугольника, катеты которого равны 8 *см* и 5 *см* (черт. 47).

Дополним этот треугольник до прямоугольника; получим прямоугольник $ADBC$. Найдем площадь прямоугольника. Для этого умножим его длину на ширину:

$$8 \cdot 5 = 40 \text{ (кв. см)}.$$

Найдем площадь треугольника. Так как он составляет половину прямоугольника, то надо 40 разделить на 2:

$$40 : 2 = 20 \text{ (кв. см)}.$$

Чтобы найти площадь прямоугольного треугольника, надо перемножить его катеты и произведение разделить пополам.

Вычисления можем записать в виде формулы:

$$8 \cdot 5 : 2 = 20 \text{ (кв. см)}.$$

Ответ. редактор *П. Ф. Василенко.* Тех. редактор *В. С. Морозов.*

Сдано в набор 25/IV 1933 г. Подписано к печати 9/V 1933 г. Формат $62 \times 94\,^1/_{16}$. Тираж 4 000 000 экз. (первый завод 2 000 000). Изд. листов $3^1/_2$. Бум. листов $1^3/_4$. 80 640 тип. зн. в 1 бум. листе. У-13. Учпедгиз № 4808. Заказ № 1712. Уполномоченный Главлита Б-27793.

1-я Образцовая типография Огиза РСФСР треста „Полиграфкнига", Москва, Валовая, 28.