Н. РЫБКИН

СБОРНИК ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ВЫЧИСЛЕНИЕ

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ПЛАНИМЕТРИЯ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
1930

ОГЛАВЛЕНИЕ.

Планиметрические задачи.

Прямая линия.

1. На прямой AB, длиною в 20 *м*, от конца A отложена часть $AC = 5{,}1$ *м* и от конца B часть $BD = 7{,}9$ *м*. Определить длину отрезка CD.

2. Решить задачу № 1, изменив числа так: $AB = 3$ *м*, $AC = 1{,}12$ *м* и $BD = 1{,}38$ *м*.

3. На неограниченной прямой линии даны точки A и B на расстоянии 50 *м* одна от другой, и известно, что на той же линии находятся еще точки C и D, причем $AC = BD = 10$ *м*. Чему может быть равно расстояние между точками C и D?

4. На неограниченной прямой взят отрезок AB; на нем отложена часть $AC = 9$ *м*; от точки C отложен по направлению к B отрезок CD, который на 21 *м* длиннее AB. Определить расстояние BD.

5. Прямая BA разделена на две неравные части. Расстояние между срединами этих частей равно 2,75 *м*. Найти длину AB.

6. На прямой AB взята часть AC, равная $\frac{14}{17}$ AB; на AC отложена часть CD, равная $2\frac{1}{2}$ CB; отрезок $AD = 26$ *м*. Определить длину AB.

7. Прямая AB равна 2,8 *м*. Найти расстояние между срединой этой прямой и точкой, которая делит ее в отношении $\frac{2}{3} : \frac{4}{15}$.

8. Прямая AB продолжена на длину BC так, что AC в m раз более AB. Найти отношение $AB : BC$.

9. Прямая AB разделена на три части в отношении $2:3:4$. Расстояние между срединами крайних частей равно 5,4 *м*. Определить длину AB.

10. Прямая AB делится точкой C в отношении $5:7$[1], а точкой D в отношении $5:11$; расстояние между C и D равно 10 *м*. Определить длину AB.

11. Узнать, лежат ли точки A, B и C на одной прямой, если расстояния между ними таковы:

1) $AB = 20$ *м*, $AC = 13$ *м*, $BC = 7$ *м*.

2) $AB = 4$ *м*, $AC = 7$ *м*, $BC = 3$ *м*.

3) $AB = 1{,}8$ *м*, $AC = 1{,}3$ *м*, $BC = 3$ *м*.

12. На плоскости даны n точек, причем никакие три из них не лежат на одной прямой. Сколько различных прямых можно получить, соединяя данные точки по две? ($n = 5$; 6; 20.)

13. Определить наибольшее[2] число точек пересечения n прямых линий.

---

[1] Порядок частей — A к B.

[2] Т. е. предполагая, что каждые две прямые пересекаются в *особой* точке.

Углы.

14. Внутри тупого угла восставлены из его вершины перпендикуляры к его сторонам; угол между этими перпендикулярами равен $\frac{4}{7}d$. Определить тупой угол.

15. Даны два прилежащих угла: острый и тупой. Прямая, проведенная через вершину перпендикулярно к их общей стороне, отклонена от другой стороны острого угла на $\frac{5}{7}d$, а от другой стороны тупого угла на $\frac{3}{7}d$. Найти сумму данных углов.

16. На прямой AB взята точка C, и из нее проведена прямая CD так, что угол ACD в 4 раза более угла BCD. Определить величину этих углов.

17. Определить два смежных угла, из которых один на $\frac{2}{9}d$ более другого.

18. Определить угол, если он равен $\frac{3}{7}$ своего смежного.

19. Из двух прилежащих углов ABC и DBC первый равен $\frac{6}{5}d$, а второй меньше его в $1\frac{1}{2}$ раза. Составляют ли стороны BA и BD одну прямую линию?

20. Отношение двух прилежащих углов равно $7:3$, а разность их равна $\frac{4}{5}d$. Будут ли эти углы смежными?

21. Углы ABC и CBD смежные; $\angle CBD = \frac{3}{8}d$. Определить угол между перпендикуляром, восставленным из точки B к прямой AD, и биссектрисой угла ABC.

22. Как велик угол между биссектрисами двух смежных углов?

23. Определить два прилежащих угла AOB и BOC, зная, что их сумма равна $\frac{12}{5}d$ и что продолжение стороны AO (за вершину) делит угол BOC пополам.

24. Из четырех прилежащих углов по одну сторону прямой линии каждый следующий более предыдущего на $\frac{1}{9}d$. Определить эти углы.

25. Из трех прилежащих углов по одну сторону прямой линии крайние относятся между собой как $3:5$, а средний равен разности крайних. Определить эти углы.

26. Вокруг одной точки расположены 20 равных углов. Определить, чему равен каждый из них.

27. Углы AOB, BOC, COD и DOA относятся как $4:5:6:3$. Как расположены стороны OA и OC?

28. Угол ABC равен $\frac{6}{11}d$; из вершины B проведена вне угла ABC прямая BD, равно отклоненная от BA и от BC. Определить величину этого отклонения.

29. Для данного угла вертикальный угол в 5 раз более смежного. Чему равен данный угол?

30. Вертикальный угол данного угла на $2d$ менее суммы углов, смежных с данным. Определить данный угол.

31. Прямые AB и CD пересекаются в точке O. Сумма углов AOD и COB равна $\frac{22}{9}d$. Определить угол AOC.

32. Данный угол и два смежных с ним составляют в сумме $2\frac{3}{8}d$. Определить данный угол.

33. Из четырех углов, расположенных вокруг одной точки, $\angle AOD = \angle BOC$, $\angle AOB = \frac{5}{17}d$ и $\angle DOC = \frac{9}{17}d$. Стороны AO и BO продолжены за вершину O по линиям OE и OF. Определить углы COE и DOF.

Треугольники и многоугольники. Перпендикуляры и наклонные.

34. Определить стороны 4-угольника, если они относятся между собой как $2:5:4:8$, а периметр 4-угольника равен 76 *м*.

35. Могут ли стороны 4-угольника относиться как $2:3:4:10$?

36. Четырехугольник разделен диагональю на два треугольника, периметры которых равны 25 *м* и 27 *м*; периметр 4-угольника равен 32 *м*. Найти длину проведенной диагонали.

37. В n-угольнике сколько можно провести диагоналей a) из одной вершины, b) из всех вершин? ($n = 10; 20; 25.$)

38. Сколько сторон в многоугольнике, если число их в m раз более числа диагоналей, проведенных из *одной* вершины? ($m = 2;\ 4;\ 5.$)

39. Сколько сторон имеет многоугольник, если число *всех* его диагоналей в m раз более числа сторон? ($m = \frac{1}{2}; 1; 2; \frac{5}{2}.$)

40. Периметр равнобедренного треугольника равен 1 *м*, а основание равно 0,4 метра. Определить длину боковой стороны.

41. На боковой стороне равнобедренного треугольника построен равносторонний треугольник; периметр этого второго треугольника равен 45 *м*, а периметр первого треугольника 40 *м*. Определить основание данного равнобедренного треугольника.

42. Может ли быть треугольник с такими сторонами: 1) 5 *м*, 10 *м*, 12 *м*; 2) 1 *м*, 2 *м*, 3,3 *м*; 3) 1,2 *м*, 1*м*, 2,2 *м*?

43. В треугольнике одна сторона $= 1{,}9$ *м*, а другая $= 0{,}7$ *м*. Определить третью сторону, зная, что она выражается в целых метрах.

44. В равнобедренном треугольнике одна сторона $= 25$ *м*, а другая $= 10$ *м*. Какая из них служит основанием?

45. Доказать, что в треугольнике сторона менее половины периметра.

46*. Доказать, что сумма расстояний от какой-нибудь точки внутри треугольника до его вершин 1) менее периметра и 2) более половины периметра.

47. В двух треугольниках соответственно равны высота и обе боковые стороны, но в одном треугольнике высота внутренняя, а в другом—внешняя. Основание первого треугольника равно 24 *м* и делится высотой в отношении $3:5$. Определить основание второго треугольника.

48. Внутри треугольника ABC проведена к стороне BC прямая AD так, что $\angle CAD = \angle ACD$. Периметры треугольников ABC и ABD равны 37 *м* и 24 *м*. Определить длину AC.

49. В равнобедренном треугольнике ABC проведена высота BD. Периметр треугольника ABC равен 50 *м*, а периметр треугольника ABD равен 40 *м*. Определить высоту BD.

50. В равнобедренном треугольнике ABC боковая сторона $AB = 14$ *см*; из ее средины D восставлен перпендикуляр DE до пересечения со стороной BC, и точка E соединена с A; периметр треугольника AEC равен 24 *см*. Определить длину AC.

51. Из одной точки проведены к данной прямой две равные наклонные; расстояние между их основаниями равно 16 *м*. Определить проекцию каждой наклонной на данную прямую.

52. В равнобедренном треугольнике ABC, у которого основание AC, проведены медианы AD и CE. Периметр треугольника AEC на 5 *см* более периметра треугольника ABD, а периметр треугольника ABC равен 35 *см*. Определить стороны треугольника ABC.

Параллельные линии. Сумма углов треугольника и многоугольника.

53. Две параллельные прямые пересечены третьей. Дано, что один из полученных восьми углов равен $\frac{4}{5}d$. Чему равен каждый из остальных?

54. Две параллельные прямые пересечены третьей; при этом один из внутренних углов равен $\frac{11}{8}d$. Под каким углом его биссектриса пересекает другую параллель?

55. Две параллельные прямые пересечены третьей. Сумма трех углов: данного внутреннего, его внутреннего одностороннего и накрест-лежащего равна $\frac{23}{7}d$. Определить угол, соответственный с данным внутренним.

56. Прямые AMB и CND пересечены прямой $EMNF$, $\angle CNF = \frac{3}{16}d$ и $\angle NMB = \frac{3}{4}d$. Параллельны ли данные прямые? — Как надо изменить величину угла NMB, чтобы они сделались параллельными?

57. Прямые $AMNB$ и $CRSD$ пересечены прямыми $EMRF$ и $GNSH$. Дано, что $\angle AME = \frac{29}{24}d$, $\angle ANS = \frac{11}{8}d$ и $\angle MRS = \frac{19}{24}d$. Определить $\angle DSH$.

58. В треугольнике один угол $= \frac{7}{6}d$, а другой $= \frac{3}{8}d$. Чему равен третий угол?

59. Определить углы треугольника, если они относятся как $1:2:3$.

60. Два угла треугольника относятся как $5:7$, а третий угол на $\frac{4}{19}d$ более первого. Определить третий угол.

61. В прямоугольном треугольнике один острый угол $= \frac{12}{17}d$. Чему равен другой острый угол?

62. 1) В прямоугольном треугольнике один острый угол $= \frac{1}{2}d$. Определить катеты, если их сумма равна 36 *см*.

2) В прямоугольном треугольнике острый угол $= \frac{1}{2}d$. Определить гипотенузу, если в сумме с соответствующей высотой она составляет 12 *см*.

63. В равнобедренном треугольнике определить вид угла при вершине, если даны основание и высота (или их отношение): 1) 1 *м* и 4 *дм*; 2) 6 : 5; 3) 1 *м* и 0,5 *м*.

64. В равнобедренном треугольнике угол при вершине равен $\frac{9}{7}d$. Определить угол при основании.

65. В равнобедренном треугольнике угол при основании равен $\frac{5}{9}d$. Определить угол при вершине.

66. В равнобедренном треугольнике угол между высотой и боковой стороной на $\frac{1}{7}d$ менее угла при основании. Определить углы этого треугольника.

67*. В прямоугольном треугольнике один из острых углов равен $\frac{2}{3}d$, а сумма гипотенузы с меньшим катетом равна 1,8 *м*. Определить гипотенузу.

68. В треугольнике ABC внешний угол при вершине B в три раза более угла A и на $\frac{4}{9}d$ более угла C. Определить углы треугольника.

69. В равнобедренном треугольнике угол при основании более угла при вершине на $\frac{1}{10}d$. Определить эти углы.

70. В равнобедренном треугольнике сумма внутренних углов вместе с одним из внешних равна $\frac{21}{8}d$. Определить углы этого треугольника.

71. Под каким углом пересекаются биссектрисы двух внутренних односторонних углов при параллельных прямых?

72. В треугольнике ABC угол B прямой. M — точка пересечения биссектрис углов A и C. Определить $\angle AMC$.

73. В треугольнике ABC пересекаются в точке M биссектрисы углов A и C. Определить угол ABC, если он равен половине угла AMC.

74. В треугольнике ABC угол B прямой; AD и CE — продолжения гипотенузы AC. Углы BAD и BCE разделены пополам; M — точка пересечения их биссектрис (продолженных за вершину). Определить угол AMC.

75. В равнобедренном треугольнике угол между основанием и *боковой* высотой равен $\frac{8}{15}d$. Определить углы этого треугольника.

76. В равнобедренном треугольнике ABC боковая высота AD образует с боковой стороной AB угол $BAD=\frac{1}{5}d$. Определить углы этого треугольника, 1) предполагая, что высота AD проходит внутри треугольника, и 2) предполагая, что AD вне треугольника.

77. ABC — равнобедренный треугольник с основанием AC; CD — биссектриса угла C; $\angle ADC=\frac{5}{3}d$. Определить $\angle B$.

78. Если в треугольнике медиана равна половине соответствующей стороны, то угол против этой стороны — прямой. Доказать это.

79. В треугольнике ABC сторона AC продолжена за точку C на длину $CE=CB$ и за точку A на длину $AD=AB$; точки E и D соединены с B. Определить углы треугольника DBE через соответствующие углы треугольника ABC.

80. В треугольнике ABC проведены высоты AD и CE; M — точка их пересечения. Определить $\angle AMC$, если $\angle BAC=\frac{1}{4}d$ и $\angle BCA=\frac{5}{6}d$.

81. В равнобедренном треугольнике ABC боковые высоты AD и CE образуют $\angle AMC=\frac{8}{15}d$. Определить углы треугольника ABC.

82. В треугольнике ABC из вершины C проведены биссектрисы внутреннего и внешнего углов; первая биссектриса образует со стороной AB угол, равный $\frac{6}{17}d$. Какой угол образует с продолжением стороны AB вторая биссектриса?

83. Из середины гипотенузы восставлен перпендикуляр до пересечения с катетом и полученная точка соединена с концом другого катета; при этом угол треугольника разделился в отношении $2:5$ (меньшая часть — при гипотенузе). Определить этот угол.

84. $ABCDE$ — выпуклая ломаная линия; $\angle ABC = \frac{4}{3}d$; $\angle BCD = \frac{3}{4}d$; $\angle CDE = \frac{23}{12}d$. Параллельны ли прямые BA и DE?

85. Определить сумму внутренних углов: 1) 7-угольника; 2) 10-угольника; 3) 25-угольника.

86. Как изменится сумма углов многоугольника, если число сторон увеличить на 5?

87. Сколько сторон имеет многоугольник, если сумма его углов равна: 1) $30d$; 2) $48d$; 3) $57d$?

88. Сколько сторон имеет многоугольник, если сумма его внутренних углов вместе с одним из внешних равна $23d$?

89. Определить число сторон многоугольника, если сумма его внутренних углов в m раз более суммы внешних углов (взятых по одному при каждой вершине).

90. Определить углы 4-угольника, если из них первые два относятся как $5:7$, третий равен их разности, а четвертый менее третьего на $\frac{4}{11}d$.

Параллелограмы и трапеции.

91. В параллелограме есть угол в $\frac{3}{7}d$. Определить остальные углы.

92. Определить углы параллелограма, если один из них более другого на $\frac{3}{11}d$.

93. В параллелограме $ABCD$ сторона AB равна 9 *см* и составляет $\frac{3}{10}$ всего периметра. Определить другие стороны этого параллелограма.

94. Две стороны параллелограма относятся как $3:4$, а периметр его равен 2,8 *м*. Определить стороны этого параллелограма.

95. В параллелограме $ABCD$ проведена биссектриса угла A, которая пересекает сторону BC в точке E. Определить отрезки BE и EC, если $AB = 9$ *см* и $AD = 15$ *см*.

96. В параллелограме $ABCD$ проведены диагонали AC и BD. Периметр треугольника ABC более периметра треугольника BCD на 4 *дм*, а сумма этих периметров более периметра параллелограма на 1 *м*. Определить диагонали параллелограма.

97. Если одна из сторон параллелограма равна 5 *м*, то могут ли его диагонали выражаться следующими числами: 1) 4 *м* и 6 *м*; 2) 4 *м* и 3 *м*; 3) 6 *м* и 7 *м*?

98. Параллелограм разделен диагоналями на четыре треугольника; разность между периметрами двух смежных треугольников равна 1 *м*, а периметр параллелограма равен 12 *м*. Определить стороны параллелограма.

99. В параллелограме $ABCD$ через точку пересечения диагоналей проведена прямая, которая отсекает на сторонах BC и AD отрезки $BE = 2$ *м* и $AF = 2{,}8$ *м*. Определить стороны BC и AD.

100. В параллелограме угол между высотами, проведенными из вершины острого угла, равен $\frac{16}{11} d$. Определить углы параллелограма.

101. В параллелограме $ABCD$ высота, проведенная из вершины B, делит основание AD пополам. Определить диагональ BD, зная, что периметр параллелограма содержит 3,8 *м* и превышает периметр треугольника ABD на 1 *м*.

102. В прямоугольнике диагональ образует со стороной угол, равный $\frac{2}{5} d$. Определить угол между диагоналями, обращенный к меньшей стороне.

103. В прямоугольнике определить угол между стороной и диагональю, если он на $\frac{1}{3} d$ менее угла между диагоналями, опирающегося на ту же сторону.

104. В прямоугольнике точка пересечения диагоналей отстоит от меньшей стороны на 4 *см* далее, чем от большей стороны. Периметр этого прямоугольника равен 56 *см*. Определить его стороны.

105. В прямоугольнике диагонали пересекаются под углом в $\frac{2}{3} d$. Сумма обеих диагоналей и обеих меньших сторон равна 3,6 *м*. Определить длину диагоналей.

106. $ABCD$ — данный прямоугольник; M — средина стороны BC. Дано, что линии MA и MD взаимно перпендикулярны и что периметр прямоугольника $ABCD$ равен 24 *м*. Определить его стороны.

107. Перпендикуляр, опущенный из вершины прямоугольника на его диагональ, делит ее в отношении $1:3$. Определить длину диагонали, если точка ее пересечения с другой диагональю удалена от большей стороны на 2 *м*.

108. Сторона ромба образует с его диагоналями углы, разность которых равна $\frac{3}{17} d$. Определить углы ромба.

109. Углы, образуемые стороной ромба с его диагоналями, относятся как 5 : 4. Определить углы ромба.

110. Определить углы ромба, если высота, проведенная из вершины тупого угла, делит противоположную сторону пополам.

111. В равнобедренный прямоугольный треугольник вписан квадрат так, что две его вершины находятся на гипотенузе, а другие две — на катетах. Определить сторону квадрата, если гипотенуза равна 3 *м*.

112. В равнобедренный прямоугольный треугольник вписан прямоугольник так, что его нижнее основание находится на гипотенузе, а концы верхнего основания — на катетах. Определить основание и высоту прямоугольника, если они относятся как 5 : 2, а гипотенуза треугольника равна 45 *см*.

113. В равнобедренный треугольник вписан прямоугольник, у которого диагонали параллельны боковым сторонам треугольника. Определить стороны прямоугольника, если в треугольнике основание равно 2,4 *м*, а высота 9 *дм*.

114. В квадрат вписан прямоугольник так, что на каждой стороне квадрата находится одна вершина прямоугольника. Определить стороны этого прямоугольника, зная, что одна из них вдвое более другой и что диагональ квадрата равна 12 *м*.

115. В трапеции $ABCD$ из вершины B проведена прямая, параллельная боковой стороне CD, до встречи, в точке E, с бо́льшим основанием AD. Периметр треугольника ABE равен 1 *м*, а длина ED равна 3 *дм*. Определить периметр трапеции.

116*. Боковая сторона трапеции разделена на 6 равных частей и из точек деления проведены к другой боковой стороне прямые, параллельные основанию. Определить длину этих параллелей, если основания трапеции равны 10 *см* и 28 *см*.

117. В трапеции $ABCD$ (AD — большее основание) дано, $AC \perp CD$; $AB = BC$; $\angle CAD = \frac{2}{7} d$. Определить углы этой трапеции.

118. В трапеции $ABCD$ (AD — большее основание) диагональ AC перпендикулярна к стороне CD и делит угол BAD пополам; $\angle CDA = \frac{2}{3} d$; периметр трапеции $= 2$ *м.* Определить AD.

119. Пусть AD означает нижнее основание трапеции $ABCD$. Могут ли углы A, B, C и D относиться между собой как $2:5:6:3$?

120. Основания трапеции относятся как $7:3$ и разнятся на 3,2 *м.* Найти длину средней линии [1]) этой трапеции.

121. Основания трапеции равны 2,4 *м* и 3 *м.* Внутри этой трапеции проведена между боковыми сторонами линия, параллельная основаниям, которая равна 2,8 *м.* Одинаково ли удалена эта линия от обоих оснований, и если нет, то к какому основанию она ближе?

122. В трапеции $ABCD$ из средины E боковой стороны AB проведена прямая, параллельная основаниям, до встречи, в точке F, с боковой стороной CD; из вершины B проведена прямая, параллельная стороне CD, до встречи, в точке G, с бо́льшим основанием AD. Определить длину оснований, если $EF = 12$ *см* и $AG = 1$ *см.*

123. В трапеции $ABCD$ из средины E боковой стороны AB проведена прямая, параллельная боковой стороне CD, до встречи, в точке G, с бо́льшим основанием AD. Определить основания трапеции, если $AG = 5$ *дм* и $GD = 2{,}5$ *м.*

124. В данной равнобедренной трапеции боковая сторона равна средней линии, а периметр содержит 24 *м.* Определить боковую сторону.

125. Определить углы равнобедренной трапеции, если в ней разность противоположных углов равна $\frac{8}{13} d$.

---

[1]) Т. е. прямой, соединяющей средины непараллельных сторон.

126. Определить углы равнобедренной трапеции, в которой верхнее основание равно боковой стороне, а диагональ перпендикулярна к боковой стороне.

127. $ABCD$ — равнобедренная трапеция, причем AD — большее основание. Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 *дм*, а средняя линия трапеции равна 12 *дм*. Определить основания.

128. 1) В данной равнобедренной трапеции диагональ делит острый угол пополам; периметр этой трапеции равен 4,5 *м*, а большее основание равно 1,5 *м*. Определить меньшее основание.

2) В данной равнобедренной трапеции диагональ делит тупой угол пополам; большее основание менее периметра на a *м*, а средняя линия равна b *м*. Определить меньшее основание.

129. В равнобедренной трапеции высота, проведенная из вершины тупого угла, делит большее основание на отрезки в 6 *см* и 30 *см*. Определить основания этой трапеции.

130. $ABCD$ — равнобедренная трапеция, причем AD — большее основание; CE — высота, проведенная на AD. Зная, что DE равно 1,25 *м* и что средняя линия трапеции равна 2,75 *м*, определить основания.

131. В равнобедренной трапеции большее основание равно 2,7 *м*, боковая сторона равна 1 *м*, угол между ними равен $\frac{2}{3}d$. Определить меньшее основание.

132. В равнобедренной трапеции острый угол равен $\frac{1}{2}d$; высота ее равна h *м*, а средняя линия равна m *м*. Определить основания трапеции.

133*. В прямоугольной трапеции $ABCD$ острый угол $ADC = \frac{1}{2}d$ и сторона $AD = a$. Из средины E стороны CD восставлен к ней перпендикуляр, который встречает продолжение стороны BA в точке F. Требуется определить длину BF.

134. Средняя линия трапеции равна 8 *дм* и делится диагональю на два отрезка, разность между которыми равна 2 *дм*. Определить основания трапеции.

135. Найти отношение между параллельными сторонами трапеции, в которой средняя линия делится двумя диагоналями на три равные части.

136. Стороны треугольника относятся как 3 : 4 : 6; соединив средины всех сторон, получим периметр в 5,2 *м*. Определить стороны данного треугольника.

137. В 4-угольнике диагонали равны 1 *м* и 8 *дм* и пересекаются под углом $\frac{5}{8}d$. Определить стороны и углы 4-угольника, который получим, соединяя средины сторон данного.

Окружность. Измерение углов с помощью дуг. Описанная и вписанная окружность. Относительное положение окружностей.

138. 1) Радиус окружности равен 10 *см*; данная точка удалена от центра на 15 *см*. Найти ее наименьшее и наибольшее расстояние от окружности.

2) Радиус окружности равен 10 *см*; данная точка удалена от центра на 3 *см*. Найти ее наименьшее и наибольшее расстояние от окружности.

139. Наименьшее расстояние данной точки от окружности равно a, наибольшее — равно b. Определить радиус.

140. Из одной точки окружности выходят две взаимно перпендикулярные хорды, которые удалены от центра на 6 *см* и на 10 *см*. Определить их длину.

141. Концы диаметра удалены от касательной на 1,6 *м* и на 0,6 *м*. Определить длину диаметра.

142. Следующие выражения углов заменить градусными: 1) $\frac{d}{5}$, 2) 0,25 d; 3) $\frac{1}{32}d$; 4) $\frac{5}{6}d$; 5) $\frac{17}{24}d$; 6) $\frac{32}{21}d$.

143. Выразить в градусах, минутах и секундах следующие части окружности: 1) $\frac{1}{72}$; 2) $\frac{1}{81}$; 3) 0,001; 4) $\frac{1}{14}$; 5) $\frac{5}{11}$.

144. Найти, какую часть окружности составляют дуги: 1) 15°; 2) 22°30′; 3) 108°; 4) 24′; 5) 18″; 6) 18°45′; 7) 2°0′30″; 8) 10′40″; 9) 36°12′17″.

145. Определить угол между стрелками на часах, когда часы показывают: 1) 5 час.; 2) 3 час. 25 мин.; 3) 4 час. 50 мин.

146. Найти дополнение до прямого угла к следующим острым: 1) 70°; 2) 34° 23′; 3) 22°42′38″.

147. Вычислить величину смежного угла для следующих данных: 1) $137°$; 2) $26° 37'$; 3) $54° 0' 17''$.

148. Вокруг точки лежат 48 равных углов. Определить величину одного угла.

149. Стороны тупого и острого углов соответственно параллельны; тупой угол более острого на $12° 18' 54''$. Определить острый угол.

150. В треугольнике два угла равны $110° 23' 52''$ и $24° 36' 41''$. Определить третий угол.

151. В прямоугольном треугольнике один острый угол $= 58° 20' 32''$. Определить другой острый угол.

152. В равнобедренном треугольнике угол при вершине равен $105° 0' 27''$. Определить угол при основании.

153. В равнобедренном треугольнике угол при основании равен $70° 43' 8''$. Определить угол при вершине.

154. Определить углы треугольника, если они относятся как $12:9:11$.

155. Определить углы 4-угольника, если они относятся как $4:7:6:10$.

156. Определить величину угла в равноугольном 16-угольнике, 50-угольнике и 28-угольнике.

157. В равнобедренном треугольнике угол при основании равен $45°$, а основание длиннее высоты на 26 *см*. Определить основание.

158. AB и AC — касательные к одной окружности; $\angle BAC = 60°$; ломаная линия BAC равна 1 *м*. Определить расстояние между точками касания B и C.

159. Хорда стягивает дугу в $90°$ и равна 16 *см*. Определить ее расстояние от центра.

160. В окружности, радиус которой равен 1,4 *м*, определить расстояние от центра до хорды, стягивающей дугу в $120°$.

161. Угол между двумя радиусами содержит $102° 0' 37''$. Определить угол между касательными, проведенными через концы этих радиусов.

162. Определить величину дуги, если конечный радиус ее составляет с хордой угол в $37°23'$.

163. Дуга равна $117°23'42''$. Определить угол между хордой и продолжением конечного радиуса дуги.

164. Дуга AB равна $73°27'43''$; из ее конца B проведена касательная до встречи, в точке C, с продолжением радиуса OA. Определить $\angle ACB$.

165. Точками A и B окружность разделена на части ACB и ADB. Проведены хорды CA и CB. Определить угол ACB в следующих случаях:

a) если дуга $ADB = 1)$ $70°23'$, 2) $117°28'$, 3) $315°40'24''$;

b) если дуга $ACB = 1)$ $51°20'$, 2) $104°26'$, 3) $214°$.

166. ABC — секущая; BD — хорда; $\smile BD = 43°$; $\smile BDC = 213°41'$. Определить $\angle ABD$.

167. Вычислить угол, вписанный в дугу, составляющую $\frac{17}{32}$ окружности.

168. Вычислить дугу, которая вмещает угол, равный $37°21'43''$.

169. Дуга содержит $84°52'18''$. Под каким углом из точек этой дуги видна ее хорда?

170. Хорда делит окружность в отношении $5:11$. Определить величину вписанных углов, опирающихся на эту хорду.

171. AB и AC — две хорды; $\smile AB = 110°23'$; $\smile AC = 38°$. Определить $\angle BAC$.

172. Хорда AB делит окружность на две дуги, из которых меньшая $= 130°$, а бо́льшая делится хордой AC в отношении $31:15$ (начиная от A). Определить $\angle BAC$.

173. Хорды AB и AC лежат по разные стороны центра и заключают $\angle BAC$, равный $72°30'$; $\smile AB : \smile AC = 19:24$. Определить эти дуги.

174. Окружность разделена в отношении $7:11:6$, и точки деления соединены между собой. Определить углы полученного треугольника.

175. Определить величину дуги, если перпендикуляр, восставленный из конца хорды, делит дополнительную (до окружности) дугу в отношении $5:2$.

176. Если в треугольнике медиана равна половине соответствующей стороны, то угол против этой стороны прямой. Доказать это с помощью вспомогательной окружности.

177. Между точками A и B проведены две дуги, обращенные выпуклостями в разные стороны: $\smile ACB = 117°23'$ и $\smile ADB = 42°37'$; средины их C и D соединены с A. Определить $\angle CAD$.

178. В сегмент AMB вписана трапеция $ACDB$, у которой сторона $AC = CD$ и $\angle CAB = 51°20'$. Определить величину дуги AMB.

179. AB — диаметр; C, D и E — точки на одной полуокружности $ACDEB$. На диаметре AB взяты: точка F так, что $\angle CFA = \angle DFB$, и точка G так, что $\angle DGA = \angle EGB$. Определить $\angle FDG$, если $\smile AC = 60°$ и $\smile BE = 20°$.

180. Через конец хорды, делящей окружность в отношении $3:5$, проведена касательная. Определить острый угол между хордой и касательной.

181. Через конец хорды проведена касательная. Тупой угол между ними более центрального, соответствующего той же хорде, на 54°. Определить величину дуги (меньшей).

182. AB и AC — равные хорды; MAN — касательная; $\smile BC = 213°42'$. Определить углы MAB и NAC.

183. C — точка на продолжении диаметра AB; CD — касательная; $\angle ADC = 114°25'38''$. Определить дугу BD.

184. В треугольнике ABC угол C прямой; AMC и BNC — две дуги внутри треугольника ABC, касающиеся гипотенузы AB. Определить дугу BNC, если дуга AMC равна $100°47'24''$.

185. Окружность разделена точками A, B, C и D так, что $\smile AB : \smile BC : \smile CD : \smile DA = 2:3:5:6$. Проведены хорды AC и BD, пересекающиеся в точке M. Определить $\angle AMB$.

186. Диаметр AB и хорда CD пересекаются в точке M; $\angle CMB = 73°$; $\smile BC = 110°$. Определить дугу BD.

187. Показать, что угол, опирающийся на диаметр, а вершину имеющий внутри круга, всегда тупой.

188. Хорды AB и CD пересекаются в точке M; $\angle AMC = 40°$; дуга AD более дуги CB на $20° 54'$. Определить дугу AD.

189. Из концов дуги AB, содержащей $m°$, проведены хорды AC и BD так, что угол DMC, образуемый их пересечением, равен углу DNC, вписанному в дугу DC. Определить эту дугу.

190. В 4-угольнике $ABCD$ углы B и D прямые; диагональ AC образует со стороной AB угол в $40°$, а со стороной AD угол в $30°$. Определить острый угол между диагоналями AC и BD.

191. Окружность разделена точками A, B, C и D так, что $\smile AB : \smile BC : \smile CD : \smile DA = 3:2:13:7$. Хорды AD и BC продолжены до пересечения в точке M. Определить $\angle AMB$.

192. Угол между секущими AMN и APQ равен $37° 15'$, а угол между хордами MQ и NP, обращенный отверстием к A, равен $112° 45'$. Определить дуги MP и NQ.

193. Показать, что угол, опирающийся на диаметр, а вершину имеющий вне круга, всегда острый.

194. Дана окружность с хордой и касательной, не проходящей через конец хорды. Найти на касательной точку, на которой хорда была бы видна под наибольшим углом.

195. Секущая ABC отсекает дугу BC, содержащую $112°$; касательная AD точкой касания D делит эту дугу в отношении $7:9$. Определить $\angle BAD$.

196. AB — касательная; ACD — секущая; $\angle BAD = 25°$; $\smile CB = \frac{3}{7} \smile CD$ (находящейся вне угла BAD). Определить положение секущей относительно центра и касательной.

Указание (для некоторых следующих задач). Определяя *описанный* угол, полезно помнить также следующее: *угол между двумя касательными служит дополнением до 180° к углу между радиусами, проведенными в точки касания.*

197. Из конца дуги в $200°30'42''$ проведены касательные до взаимного пересечения. Определить угол между ними.

198. Описанный угол содержит $73°25'37''$. Определить дуги, заключенные между его сторонами.

199. Хорда делит окружность в отношении $11:16$. Определить угол между касательными, проведенными из концов этой хорды.

200. Окружность разделена в отношении $5:9:10$, и через точки деления проведены касательные. Определить больший угол в полученном треугольнике.

201. Из концов дуги AB, меньшей $180°$, проведены касательные AC и BC, образующие угол ACB. Как изменится этот угол, если дугу AB уменьшить на $m°$?

202. AB и AC — две хорды, образующие угол BAC в $74°23'47''$; через точки B и C проведены касательные до пересечения в точке M. Определить $\angle BMC$.

203. Внутри данной окружности помещается (где-нибудь) другая окружность. ABC и ADE — хорды большей окружности, касательные, в точках B и D, к меньшей окружности; BMD — меньшая из дуг между точками касания; CNE — дуга между концами хорд. Определить дугу CNE, если дуга $BMD = 130°$.

204. Внутри данной окружности находится другая окружность. CAE и DBF — две хорды большей окружности (не пересекающиеся), касательные к меньшей окружности в точках A и B; AMB — меньшая из дуг между точками касания; CND и EPF — дуги между концами хорд. Определить дугу CND, если $\smile AMB = 154°$ и $\smile EPF = 70°$.

205. Определить величину описанного угла, если расстояние (кратчайшее) от его вершины до окружности равно радиусу.

206. Дуга $AB = 40°23'52''$. На продолжении радиуса OA отложена часть AC, равная хорде AB, и точка C соединена с B. Определить $\angle ACB$.

207. Дуга $ACDB = m^\circ$; дуга $CD = n^\circ$. Хорды AC и BD продолжены до пересечения в точке M. Доказать, что геометрическое место точек M (при разных положениях дуги CD) есть *дуга* AMB, и определить величину этой дуги.

208. Дуга $ACDB = m^\circ$; дуга $CD = n^\circ$. Хорды AD и BC пересекаются в точке N. Доказать, что геометрическое место точек N (при разных положениях дуги CD) есть *дуга* ANB, и определить величину этой дуги.

209. В треугольнике ABC угол C прямой. Из центра C радиусом CA описана дуга ADE, пересекающая гипотенузу в точке D, а катет CB в точке E. Определить дуги AD и DE, если $\angle B = 37^\circ\,24'$.

210*. AB — диаметр, BC — касательная. Секущая AC делится на окружности (в точке D) пополам. Определить $\angle DAB$.

211. M — средина высоты BD в равнобедренном треугольнике ABC; из центра M радиусом MD описана дуга между сторонами BA и BC. Определить величину этой дуги, если $\angle BAC = 62^\circ\,17'$.

212. AB — диаметр; CD — хорда, параллельная AB; соединяем точку C с точкой A и точку D с центром O. В трапеции $ACDO$ угол $CDO = 32^\circ$. Определить остальные углы этой трапеции и острый угол между ее диагоналями.

---

213. Пусть будет O — центр круга, описанного около треугольника ABC. Определить $\angle OAC$: 1) если $\angle B = 50^\circ$, 2) если $\angle B = 126^\circ$.

214. Определить углы прямоугольного треугольника ABC, если, соединяя вершину C прямого угла с центрами O и O_1 кругов описанного и вписанного, получим $\angle OCO_1 = m^\circ$.

215. Треугольник ABC — равнобедренный; радиус описанного круга OA образует с основанием AC угол $OAC = 20^\circ\,38'$. Определить $\angle BAC$.

216. В равнобедренном треугольнике боковая сторона делится точкой касания вписанного круга в отношении

7:5 (начиная от вершины). Найти отношение боковой стороны к основанию.

217. В прямоугольном равнобедренном треугольнике обозначим радиус вписанного круга через r, а *половину* периметра через p. Требуется определить гипотенузу.

218. В треугольник ABC вписан круг. Обозначая стороны, лежащие против углов A, B и C, соответственно через a, b и c, а *половину* периметра через p, определить отрезки сторон, образуемые точками касания вписанного круга.

219. В прямоугольнике диагональ образует со стороной угол в $12° 35'$. На какие четыре части делится вершинами этого прямоугольника описанная около него окружность?

220. В ромб вписана окружность. На какие четыре части она делится точками касания сторон, если острый угол ромба равен $37°$?

221. В равнобедренной трапеции угол при основании равен $50°$, а угол между диагоналями, обращенный к боковой стороне, равен $40°$. Определить положение (внутреннее или внешнее) центра описанной окружности.

222. Около круга описана трапеция, периметр которой равен 12 *м*. Определить среднюю линию этой трапеции.

223. Около круга описана равнобедренная трапеция с углом в $30°$. Средняя линия ее равна 1 *м*. Определить радиус круга.

224. Во вписанном 4-угольнике $ABCD$ диагональ AC перпендикулярна к диагонали BD и делит ее пополам. Определить углы этого 4-угольника, если $\angle BAD = 70°23'42''$.

225. Можно ли описать окружность около 4-угольника, которого углы по порядку относятся: 1) как $2:4:5:3$, 2) как $5:7:8:9$?

226. Центральный угол сектора равен $60°$, а радиус равен R. Определить радиус круга, вписанного в этот сектор.

227. В 4-угольнике $ABCD$ определить угол между диагоналями, опирающийся на сторону AB, если дано $\angle ABC = 116°$, $\angle ADC = 64°$, $\angle CAB = 35°$ и $CAD = 52°$.

228. Доказать, что в прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы.

229*. Треугольники ABC и ADC имеют общую сторону AC; стороны AD и BC пересекаются в точке M. Углы B и D равны между собой и содержат по 40°. Расстояние между вершинами B и D равно стороне AB; угол $AMC = 70°$. Определить углы треугольников ABC и ADC.

---

230. При внешнем касании двух окружностей расстояние между их центрами равно 1,2 *м*, а при внутреннем касании — равно 0,2 *м*. Определить радиусы окружностей.

231. Радиусы двух окружностей относятся как 5 : 3, и при внутреннем их касании расстояние между центрами равно 6 *см*. Узнать относительное положение тех же окружностей, если расстояние между их центрами будет равно: 1) 24 *см*; 2) 5 *см*; 3) 28 *см*; 4) 20 *см*.

232. Наименьшее расстояние между двумя концентрическими окружностями равно 2 *см*, а наибольшее 16 *см*. Определить радиусы этих окружностей.

233. Радиусы двух концентрических окружностей относятся как 7 : 4, а ширина кольца равна 12 *м*. Определить радиус меньшей окружности.

234. Одна окружность находится внутри другой; радиусы их равны 2,8 *м* и 1,2 *м*, а кратчайшее расстояние между ними равно 1 *м*. Определить расстояние между центрами.

235. Стороны треугольника равны 8 *м*, 16 *м* и 20 *м*. Из вершин этого треугольника, как из центров, описаны три окружности так, что каждая внешне касается двух других. Определить радиусы этих окружностей.

236. Два равных круга внутренне касаются третьего и касаются между собой. Соединив три центра, получим периметр в 1,8 *м*. Определить радиус большего круга.

237. Две равные окружности имеют внутреннее касание с третьей. Определить расстояние между центрами

внутренних окружностей, если их радиус равен r, радиус третьей окружности равен R, а ее дуга между точками касания равна 60°.

238. Две равные окружности пересекаются так, что их общая внешняя касательная равна их общей хорде. Определить величину внутренних дуг, заключенных между точками пересечения.

239. Две равные окружности внешне касаются; $ABCD$—их общая секущая, проведенная по одну сторону центров так, что $AB = BC = CD$. Определить дугу AB.

240. Две окружности внешне касаются между собой. Их общая внешняя касательная образует с общей внутренней касательной угол в 60°. Определить отношение радиусов.

241. Два круга внешне касаются между собой. Их общая внешняя касательная составляет с линией центров угол в 30°. Определить радиусы кругов, если расстояние между центрами равно 12 *м*.

242. В большей из двух концентрических окружностей проведена хорда, которая касается меньшей окружности. Определить радиус меньшей окружности, если отсеченная дуга содержит 90°, а хорда равна 1 *м*.

243. Две равные окружности пересекаются в точках A и B. Из точки C одной окружности проведены прямые через A и B до встречи, в точках D и E, со второй окружностью. Угол $ACB = 36^\circ\ 15'$. Определить величину дуги DE (не проходящей через A и B).

244. Две окружности пересекаются. Радиусы, проведенные в обе точки пересечения, образуют при одном центре угол в 40°, а при другом — в 100°. Под каким углом пересекаются окружности [1])?

---

[1]) *Углом пересечения двух окружностей* называется угол между касательными в точке пересечения.

Пропорциональность прямых линий. Свойство биссектрисы угла в треугольнике.

245. Стороны угла A пересечены двумя параллельными прямыми BC и DE (означая через B и D точки на одной стороне угла). Требуется:

1) определить AE, если $AB = 8$ *м*, $AD = 12$ *м* и $AC = 10$ *м*;

2) определить AB, если $AC = 12$ *м*, $AE = 16$ *м* и $AB + AD = 21$ *м*;

3) определить AD, если $AC : AE = \frac{3}{11} : 0{,}6$ и $BD = 12$ *дм*.

246. В трапеции $ABCD$ боковые стороны AB и CD продолжены до взаимного пересечения в точке M. Требуется:

1) определить CM, если $AB = 1$ *м*, $CD = 15$ *дм* и $BM = 8$ *дм*;

2) определить BM, если сторона $AB = 1{,}2$ *м* и $CD : CM = \frac{1}{6} : 0{,}25$;

3) определить CD, если $AB : BM = 17 : 9$ и $CD - CM = 1{,}6$ *м*.

247. В треугольнике ABC на стороне BA отложена часть BM и проведена прямая MN параллельно стороне AC. Требуется:

1) определить BM и BN, если $BA = 0{,}3$ *м*, $BC = 0{,}7$ *м* и $BM + BN = 1$ *м*;

2) определить AB, если $BM = \frac{3}{7} BN$ и $BC - AB = 2$ *м*;

3) определить BM, если $AM = \frac{15}{11} CN$ и $BN = 2{,}75$ *м*;

4) определить BM, если $BM = CN$, $AM = 8$ *м* и $BN = 18$ *м*.

248. BA и BD — отрезки одной стороны угла B; BC и BE — отрезки другой стороны его. Узнать, параллельны ли прямые AC и DE:

1) если $BA:AD=3:4$, $BC=1{,}2$ *м* и $BE=2{,}8$ *м*;

2) если $BD:AD=11:8{,}5$ и $BC=\frac{5}{17}CE$;

3) если $BA=\frac{7}{13}BD$, $BC=2{,}8$ *м* и $CE=2$ *м*.

249. В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB разделена на отрезки $AM=1$ *м* и $BM=1{,}2$ *м*, и из точки M проведена прямая, параллельная основаниям, до встречи, в точке N, с боковой стороной CD. Определить CD, если $CN=1{,}8$ *м*.

250. В треугольнике проекции боковых сторон на основание равны 15 *м* и 27 *м*, а большая боковая сторона равна 45 *м*. На какие части она делится (считая от вершины) перпендикуляром к основанию, восставленным из его средины? (Два случая в положении высоты.)

251. $ABCD$ — трапеция, где $BC \parallel AD$; E и F — точки на AB и CD, причем $BE=\frac{3}{7}AB$ и $CF=\frac{3}{7}CD$. Диагональ AC, равная 21 *м*, пересекается с линией EF в точке M. Определить AM и MC.

252*. ADB и ACE — стороны угла A. Прямые BC и DE пересекаются в точке F. Дано: $AB=a$, $BF:BC=m:n$ и $DF:FE=p:q$. Требуется определить AD.

253. BD — биссектриса угла B в треугольнике ABC. Требуется определить:

1) отрезки AD и DC, если $AB=10$ *м*, $BC=15$ *м* и $AC=20$ *м*;

2) сторону BC, если $AD:DC=8:5$ и $AB=16$ *м*;

3) сторону AC, если $AB:BC=2:7$ и $DC-AD=1$ *м*;

4) стороны AB и BC, если периметр $=40$ *см*, $AD=9$ *см* и $DC=6$ *см*;

5) сторону AB, если $BC=3\frac{1}{2}$ *см* и $AD=\frac{5}{12}AC$.

254. Доказать, что в треугольнике отрезки стороны, образуемые биссектрисой, всегда менее прилежащих сторон.

255. Угол треугольника, заключенный между сторонами 9 *см* и 6 *см*, разделен пополам. В отрезках третьей стороны получился отрезок, равный одной из данных сторон. Определить третью сторону.

256. BD — биссектриса угла B в треугольнике ABC. Требуется определить:

1) отрезок DC, если $AB:AD = \frac{2}{3}:0{,}5$ и $BC = 12$ *м*;

2) сторону AC, если $AB + BC = 6$ *м* и $AD = \frac{4}{15}AB$;

3) сторону AB, если $AB = DC$, $AD = 0{,}9$ *м* и $BC = 1{,}6$ *м*.

257. D — точка на стороне BC в треугольнике ABC. Узнать, делит ли прямая AD угол A пополам:

1) если $AB = 12$ *см*, $AC = 15$ *см*, $BD = 8$ *см* и $DC = 10$ *см*;

2) если $AB = 12$ *м*, $AC = 56$ *м* и $BD:DC = 14:3$;

3) если $AB = \frac{5}{11}AC$, $BD = 2$ *м* и $DC = 4{,}5$ *м*;

4) если $AB = 6$ *м*, $AC = 28$ *м* и $BD = \frac{3}{17}BC$.

258. В треугольник ABC вписан ромб $ADEF$ так, что вершины D, E и F лежат соответственно на сторонах AB, BC и AC. Определить отрезки BE и EC, если $AB = 14$ *см*, $BC = 12$ *см* и $AC = 10$ *см*.

259. Взяв построение из предыдущей задачи, определить, чему должно быть равно отношение $AB:AC$, чтобы иметь $AD = \frac{5}{11}AB$.

260. Стороны треугольника равны 51 *см*, 85 *см* и 104 *см*. Проведена окружность, которая касается обеих меньших сторон, а центр имеет на большей стороне. На какие части большая сторона делится центром?

261. В равнобедренном треугольнике высота = 20 *см*, а основание относится к боковой стороне как 4:3. Определить радиус вписанного круга.

262. В равнобедренном треугольнике центр вписанного круга делит высоту в отношении 12:5, а боковая сторона = 60 *см*. Определить основание.

263. В равнобедренном треугольнике радиус вписанного круга составляет $\frac{2}{7}$ высоты, а периметр этого треугольника равен 56 *см*. Определить его стороны.

264. Хорда $AB = 15$ *м*, хорда $AC = 12$ *м* и хорда $BC = 24$ *м*. Точка D — средина дуги BC. На какие части BE и EC делится хорда BC линией AED?

265. В треугольнике ABC даны стороны a, b и c; BD — биссектриса угла B; O — точка пересечения BD и биссектрисы угла C. Требуется определить отношение $OD:OB$.

266. В треугольнике ABC сторона $AB = 15$ *см* и $AC = 10$ *см*; AD — биссектриса угла A; $DE \parallel AB$. Определить AE, EC и DE.

267*. В равнобедренном треугольнике ABC сторона $BA = BC = a$; сторона $AC = b$; AN и CM — биссектрисы углов A и C. Определить длину MN.

Подобие треугольников и многоугольников.

268. Стороны треугольника равны 12 *см*, 16 *см* и 24 *см*; бóльшая сторона подобного ему треугольника равна 18 *см*. Определить две другие его стороны.

269. Стороны треугольника относятся как $4:5:6$; меньшая сторона подобного ему треугольника равна 0,8 *м*. Определить другие стороны второго треугольника.

270. Стороны треугольника относятся как $2:5:4$; периметр подобного ему треугольника равен 55 *м*. Определить стороны второго треугольника.

271. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ дано, что $\angle A = \angle A_1$ и $\angle B = \angle B_1$. Решить для этих треугольников следующие задачи:

1) Дано: $a=10$; $b=14$; $a_1=25$; $c_1=20$.[1] Определить c и b_1.

2) Дано: $a=35$; $a_1=21$; $c-c_1=8$. Определить c.

3) Дано: $a+c=69$; $a:b=3:4$; $b_1:c_1=6:7$. Определить a.

272. В треугольниках ABC и DEF угол $A=\angle E$ и угол $B=\angle D$. Сторона $AB=16$ *см*; $BC=20$ *см*; $DE=12$ *см*; $AC-EF=6$ *см*. Определить AC, EF и DF.

273. В двух равнобедренных треугольниках углы при вершине равны. Боковая сторона и основание одного треугольника равны 17 *см* и 10 *см*; основание другого равно 8 *см*. Определить его боковую сторону.

274. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ дано, что $\angle B = \angle B_1$ и что стороны угла B в 2,5 раза более сторон

[1] Предполагается, что стороны измерены одной и той же единицей.

угла B_1. Определить AC и A_1C_1, если их сумма равна 4,2 *м*.

275. В треугольниках ABC и DEF имеется: $\angle B = \angle D$, $AB = \frac{4}{3} DE$ и $DF = 0,75\ BC$. Определить AC и EF, если их разность $= 5$ *см*.

276. Узнать, подобны ли треугольники, если стороны их таковы:

1) 1 *м*, 1,5 *м* и 2 *м*; 10 *см*, 15 *см* и 20 *см*.

2) 1 *м*, 2 *м* и 15 *дм*; 12 *дм*, 8 *дм* и 16 *дм*.

3) 1 *м*, 2 *м* и 1,25 *м*; 10 *см*, 9 *см* и 16 *см*.

277. 1) В треугольнике ABC сторона $AB = 15$ *м* и $AC = 20$ *м*; на стороне AB отложена часть $AD = 10$ *м*, а на стороне AC часть $AE = 12$ *м*. Подобны ли треугольники ABC и ADE?

2) В предыдущей задаче, сохранив длину AB и AC, взять $AD = 12$ *м* и $AE = 9$ *м*. Будут ли тогда подобны треугольники ABC и ADE?

278. 1) В двух треугольниках бóльшие стороны равны 1,6 *м* и 2 *м*, а соответствующие им высоты равны 1,2 *м* и 1,8 *м*. Подобны ли треугольники?

2) В двух треугольниках бóльшие стороны равны 1 *м* и 2 *м*, а соответствующие им высоты равны 8 *дм* и 1,6 *м*. Подобны ли треугольники?

279. AB — диаметр одной окружности; AC — хорда. Описана другая окружность на диаметре DE, равном $\frac{13}{17} AB$, и в ней проведена хорда DF, равная $\frac{13}{17} AC$. Определить EF, если $BC = 3,4$ *м*.

280. 1) Стороны одного треугольника равны 0,8 *м*, 1,6 *м* и 2 *м*; периметр подобного ему треугольника равен 5,5 *м*. Определить стороны второго треугольника.

2) Периметр одного треугольника составляет $\frac{11}{13}$ периметра подобного ему треугольника. Разность двух сходственных сторон равна 1 *м*. Определить эти стороны.

281. Дан треугольник ABC и внутри его линия DE, параллельная AC. Определить длину DE: 1) если $AC = 20$ *см*

$AB = 17$ *см* и $BD = 11{,}9$ *см*; 2) если $AC = 18$ *дм*, $AB = 15$ *дм* и $AD = 1$ *м*.

282. Дан треугольник ABC и внутри его линия DE, параллельная AC. Требуется:

1) определить AD, если $AB = 16$ *см*, $AC = 2$ *дм* и $DE = 15$ *см*;

2) определить отношение $AD:BD$, если дано $AC:DE = \frac{5}{7}:\frac{4}{11}$.

283. В треугольнике основание равно 30 *см*, а высота 12 *см*. Какую длину имеет линия, проведенная между боковыми сторонами параллельно основанию на расстоянии 2 *см* от него.

284. 1) Основание и высота треугольника равны 2 *м* и 25 *дм*; параллель к основанию, проведенная между боковыми сторонами, равна 12 *дм*. На каком расстоянии она находится от основания?

2) Основание треугольника равно 32 *см*; параллель к основанию, проведенная на расстоянии 9 *см* от него, равна 20 *см*. Определить высоту треугольника.

285. В треугольнике ABC, которого стороны a, b и c даны, проведена параллельно AC прямая MN так, что $AM = BN$. Определить MN.

286. В треугольнике ABC проведена прямая BD так, что $\angle BDC = \angle ABC$; она образует на стороне AC отрезки $AD = 7$ *см* и $DC = 9$ *см*. Определить сторону BC и отношение $BD:BA$.

287. В треугольнике ABC проведена прямая BD так, что $\angle ABD = \angle BCA$. Определить отрезки AD и DC, если $AB = 2$ *м* и $AC = 4$ *м*.

288. В треугольнике ABC на стороне BC отложен отрезок CD, равный $\frac{2}{5}AC$, а на стороне AC отрезок CE, равный $\frac{2}{5}BC$, и точки D и E соединены. Требуется:

1) определить AB, если $AB - DE = 12$ *см*;

2) доказать, что в 4-угольнике $ABDE$ суммы противоположных углов равна $2d$.

289. Дан треугольник ABC. На продолжении стороны AB отложен отрезок $BD = \frac{4}{7} AB$ и на продолжении стороны CB — отрезок $BE = \frac{4}{7} CB$; точки D и E соединены Через вершину B проведена прямая, пересекающая AC в точке F, а DE — в точке G. Требуется определить BF и BG, если $FG = 44$ *см.*

290. $ABCD$ — данная трапеция, причем $BC \parallel AD$; O — точка пересечения диагоналей; $AO = 8$ *см*, $OC = 1$ *дм* и $BD = 27$ *см*. Определить OB и OD.

291. $ABCD$ — данная трапеция, причем $BC \parallel AD$; O — точка пересечения диагоналей; $BO : OD = 0{,}3 : \frac{2}{3}$; средняя линия трапеции равна 29 *см*. Определить оба основания и отношение $AO : OC$.

292. В трапеции $ABCD$ (где $BC \parallel AD$) с диагональю BD углы ABD и BCD равны. Дано: $BC = 10$ *см*, $CD = 15$ *см* и $BD = 20$ *см*. Определить AB и AD.

293. В трапеции $ABCD$ с диагональю AC углы ABC и ACD равны. Определить диагональ AC, если основания BC и AD соответственно равны 12 *см* и 27 *см*.

294. Основания трапеции относятся как $5:9$, а одна из боковых сторон равна 16 *см*. На сколько надо ее продолжить, чтобы она встретилась с продолжением другой боковой стороны?

295. В параллелограме $ABCD$ сторона $AB = 420$ *м*. На стороне BC взята точка E так, что $BE : EC = 5 : 7$, и проведена прямая DE, пересекающая продолжение AB в точке F. Требуется определить BF.

296. $ABCD$ — данный параллелограм; F — точка на продолжении стороны AB; E — точка пересечения DF и AC. Определить BF, если $AE : EC = m : n$ и $AB = a$.

297. $ABCD$ — данный параллелограм. Через точку пересечения его диагоналей проведена прямая, перпендикулярная к BC, которая пересекает BC в точке E, а продолжение AB — в точке F. Определить BE, если $AB = a$, $BC = b$ и $BF = c$.

298*. В треугольник вписан параллелограм, угол которого совпадает с углом треугольника. Стороны треугольника, заключающие этот угол, равны 20 *см* и 25 *см*, а параллельные им стороны параллелограма относятся как $6:5$. Определить стороны параллелограма.

299. В треугольнике ABC вписан ромб $ADEF$ так, что угол A у них общий, а вершина E находится на стороне BC. Определить сторону ромба, если $AB=c$ и $AC=b$.

300. Прямая, проведенная через вершину ромба, вне его, отсекает на продолжениях двух сторон отрезки p и q. Определить сторону ромба.

301. В треугольник с основанием a и высотой h вписан квадрат так, что две его вершины лежат на основании треугольника, а другие две на боковых сторонах. Определить сторону квадрата.

302*. В треугольник, основание которого равно 48 *см*, а высота 16 *см*, вписан прямоугольник с отношением сторон $5:9$, причем бо́льшая сторона лежит на основании треугольника. Определить стороны прямоугольника.

303. В треугольник, у которого основание равно 30 *см*, а высота 10 *см*, вписан прямоугольный равнобедренный треугольник так, что его гипотенуза параллельна основанию данного треугольника, а вершина прямого угла лежит на этом основании. Определить гипотенузу.

304. В треугольник вписан полукруг, у которого полуокружность касается основания, а диаметр (с концами на боковых сторонах треугольника) параллелен основанию. Определить радиус, если основание треугольника равно a, а высота h.

305. В треугольнике ABC угол C прямой; $AC=6$ *см*, $CB=12$ *см*. Из A проведена прямая AD под углом $ADC=$ $=90°-B$. На какие части она делит CB?

306. В треугольнике ABC даны две стороны: $BC=16$ *м* и $AC=12$ *м*, и сумма соответствующих высот $AD+BE=$ $=14$ *м*. Определить AD и BE.

307. Стороны параллелограма равны 2 *м* и 16 *дм*; расстояние между бо́льшими сторонами равно 8 *дм*. Определить расстояние между меньшими сторонами.

308. Периметр параллелограма равен 48 *см*, а его высоты относятся как 5 : 7. Определить соответствующие им стороны.

309. Определить длину хорды, если дан радиус r и расстояние a от другого конца хорды до касательной, проведенной через другой ее конец.

310. Две окружности внешне касаются. Прямая, проведенная через точку касания, образует в окружностях хорды, из которых одна равна $\frac{13}{5}$ другой. Определить радиусы, если расстояние между центрами равно 36 *см*.

311. ABC — данный треугольник; CD — биссектриса угла C; DE — внутренняя прямая, параллельная AC. Определить DE, если $BC = a$ и $AC = b$.

312. ABC — данный треугольник; BD — высота; AE — биссектриса угла A; EF — перпендикуляр на AC. Определить EF, если $BD = 30$ *см* и $AB : AC = 7 : 8$.

313. В параллелограм вписан ромб так, что его стороны параллельны диагоналям параллелограма. Определить сторону ромба, если диагонали параллелограма равны l и m.

314*. $ABCD$ — данная трапеция, причем $BC \parallel AD$; в точке E сторона AB разделена в отношении $m : n$ (от A к B), и проведена к стороне CD прямая EF, параллельная AD. Определить длину EF, полагая $AD = a$ и $BC = b$.

315. Четыре параллели, между которыми последовательные расстояния относятся как 2 : 3 : 4, пересечены двумя сходящимися прямыми. Из полученных четырех параллельных отрезков крайние равны 60 *см* и 96 *см*. Определить средние отрезки.

316*. В треугольнике ABC проведена параллельно стороне AC прямая MN так, что она есть средняя пропорциональная между отрезками стороны BC. Определить длину MN, если $BC = a$ и $AC = b$.

317. В треугольнике ABC проведена от BA к BC прямая DE, параллельная AC. Дано: $AB = 24$ *м*, $BC = 32$ *м* $AC = 28$ *м* и $AD + CE = 16$ *м*. Требуется определить DE.

318. AD и BE — высоты треугольника ABC, пересекающиеся в точке O. Дано: $AD + BE = 35$ *см*, $AO = 9$ *см* и $BO = 12$ *см*. Требуется определить OE и DO.

319. В равнобедренный треугольник, у которого боковая сторона равна 100 *см*, а основание 60 *см*, вписан круг. Определить расстояние между точками касания, находящимися на боковых сторонах.

320. Радиус сектора равен r, а хорда его дуги равна a. Определить радиус круга, вписанного в этот сектор.

321. Во вписанном 4-угольнике две противоположные стороны a и c продолжены до взаимного пересечения. Определить длину продолжений, если две другие стороны этого треугольника равны b и d, причем $b < d$.

---

322. Стороны одного 5-угольника равны 35 *см*, 14 *см*, 28 *см*, 21 *см* и 42 *см*; меньшая сторона подобного ему 5-угольника равна 12 *см*. Определить остальные стороны его.

323. Стороны одного 4-угольника относятся между собой как $1 : \frac{1}{2} : \frac{2}{3} : 2$; периметр подобного ему 4-угольника равен 75 *м*. Определить стороны второго 4-угольника.

324. Стороны одного 4-угольника равны 10 *см*, 15 *см*, 20 *см* и 25 *см*; в подобном ему 4-угольнике сумма наибольшей и наименьшей сторон равна 28 *см*. Определить стороны второго 4-угольника.

325. $ABCDE$ и $A_1B_1C_1D_1E_1$ — подобные 5-угольники, причем A и A_1, B и $B_1, \ldots$ — сходственные вершины. Проведены диагонали AC и AD, A_1C_1 и A_1D_1. Дано: $AB = 10$ *см*, $AC = 12$ *см*, $AD = 14$ *см* и $A_1B_1 = 15$ *см*. Требуется определить A_1C_1 и A_1D_1.

326. Наибольшие стороны двух подобных многоугольников равны 35 *м* и 14 *м*, а разность их периметров равна 60 *м*. Определить периметры.

327. В одном из двух подобных 4-угольников диагонали равны 16 *см* и 24 *см*. Определить диагонали другого, если разность между ними равна 5 *см*.

328. В 4-угольнике $ABCD$ диагональ AC продолжена на длину $CC_1 = \frac{3}{7} AC$ и проведены: $C_1B_1 \parallel CB$ до встречи с продолжением AB и $C_1D_1 \parallel CD$ до встречи с продолжением AD. Определить периметр $AB_1C_1D_1$, если периметр $ABCD$ равен 56 *см*.

329. Две окружности разделены на части в одинаковом отношении и, соединяя точки деления, получены вписанные многоугольники. Периметр первого многоугольника равен 30 *м*, а радиус первой окружности равен 5 *м*. Определить радиус второй окружности, если периметр второго многоугольника равен 24 *м*.

330. В параллелограме $ABCD$ сторона $AB = a$ и $BC = b$. Прямая EF отсекает параллелограм $ABEF$, подобный $ABCD$. Определить отрезок BE.

331. В параллелограме $ABCD$ сторона $AB = a$ и $BC = b$. Прямая EF, параллельная AB, делит данный параллелограм на два подобных между собой параллелограма. Определить отрезок BE.

Числовая зависимость между линейными элементами треугольников и некоторых четырехугольников.

1) Прямоугольный треугольник.

Обозначения: a и b[1]) — катеты; c — гипотенуза; p и q — проекции катетов a и b на гипотенузу; h — высота из вершины прямого угла.

332. Вычислить гипотенузу, если даны оба катета:

1) 12 *см* и 35 *см*; 2) 56 *см* и 33 *см*;

3) 4 *м* и 9 *дм*; 4) 60 *см* и 91 *см*; 5) 21 и $3\frac{1}{4}$ [1]);

6) $\frac{3}{2}$ и $\frac{7}{10}$; 7) 16,8 и 2,6; 8) 5 и 6.

333. Вычислить второй катет, если даны гипотенуза и первый катет:

1) 289 и 240 [1]); 2) 269 и 69; 3) 145 и 143;

4) 42,5 и 6,5; 5) 17 и $15\frac{2}{5}$; 6) 10 и 7.

334. Узнать, какими тремя *последовательными* целыми числами могут выражаться стороны прямоугольного треугольника.

В задачах 335—343 требуется по двум данным элементам (см. в *обозначениях* перед № 332) вычислить остальные четыре.

335. 1) $a = 15$; $b = 20$. 2) $a = 24$; $b = 7$. 3) $a = 4$; $b = 5$.

336. 1) $a = 100$; $c = 125$. 2) $b = 65$; $c = 169$. 3) $a = 600$; $c = 625$.

---

[1]) Предполагается, что линии измерены *одной и той же* единицей.

Указание. В № 333 и во многих других случаях выгодно, при вычислении, разность квадратов заменять произведением суммы на разность.

337. 1) $a=6$; $p=3{,}6$. 2) $b=7$; $q=1{,}96$.

338. 1) $c=29$; $p=15\frac{6}{29}$. 2) $c=3$; $q=2$.

339. 1) $p=\frac{3}{2}$; $q=\frac{8}{3}$. 2) $p=2$; $q=18$.

340. 1) $a=136$; $h=120$. 2) $b=9$; $h=8\frac{32}{41}$.

341. 1) $p=1{,}75$; $h=6$. 2) $q=1$; $h=2$.

342. 1) $a=45$; $q=48$. 2) $b=5$; $p=2$.

343. 1) $c=12\frac{1}{2}$; $h=6$. 2) $c=8$; $h=5$.

344. 1) Катеты относятся как $5:6$, а гипотенуза равна 122 *см*. Найти отрезки гипотенузы (образуемые высотой).

2) Катеты относятся как $3:2$, а высота делит гипотенузу на отрезки, из которых один на 2 *м* более другого. Определить гипотенузу.

345. Катеты относятся как $3:7$, а высота, проведенная на гипотенузу, равна 42 *см*. Определить отрезки гипотенузы.

346. $p:q=4:3$; $a^2-b^2=12$. Определить a и b.

347. $a:b=1:2{,}4$; $c=91$. Определить a и b.

348. $a:c=80:89$; $b=117$. Определить a и c.

349. $p:q=1:3$; $a=6$. Определить c.

350. $p:q=4:9$; $h=18$. Определить c.

351. 1) $c+a=49$; $b=35$. Определить c и a.

2) $c-b=2$; $a=5$. Определить c и b.

352. 1) $a+b=71$; $c=61$. Определить a и b.

2) $b-a=79$; $c=101$. Определить a и b.

353. $p-q=32$; $h=30$. Определить p и q.

354*. 1) Доказать, что $a\cdot b=c\cdot h$.

2) $a+b=70$; $h=24$. Определить c, a и b.

3) $a+b+c=30$; $h=4\frac{8}{13}$. Определить c, a и b.

355. Доказать равенство $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{h^2}$.

---

356. 1) Точка внутри прямого угла удалена от его сторон на a и b. Найти ее расстояние от вершины.

2) Стороны прямоугольника равны 60 *см* и 91 *см*. Чему равны его диагонали?

357. 1) Сторона квадрата равна a. Чему равна его диагональ?

2) Определить сторону квадрата, если она менее диагонали на 2 *см*.

358. 1) Стороны прямоугольника равны a и b. Определить радиус описанного круга.

2) В круг вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 8 : 15. Определить эти стороны, если радиус круга равен 34 *см*.

359. 1) Катеты прямоугольного треугольника равны 8 *дм* и 18 *см*. Определить радиус описанного круга.

2) Катеты прямоугольного треугольника равны 16 *см* и 12 *см*. Определить медиану гипотенузы.

3) Задачу № 343 решить с помощью медианы.

360. 1) В равнобедренном треугольнике боковая сторона = 17 *см*, а основание 16 *см*. Определить высоту.

2) Определить стороны равнобедренного треугольника, если его высота = 35 *см*, а основание относится к боковой стороне как 48 : 25.

3) В равнобедренном треугольнике основание = 4 *см*, а угол при нем равен 45°. Определить боковую сторону.

361. 1) В равностороннем треугольнике определить высоту по данной стороне a.

2) В равностороннем треугольнике высота менее стороны на m. Определить сторону.

3) В прямоугольном треугольнике один из углов равен 30°, а больший катет равен 6 *см*. Определить две другие стороны этого треугольника.

362. 1) Боковые стороны треугольника равны 25 *см* и 30 *см*, а высота 24 *см*. Определить основание.

2) В треугольнике больший угол при основании равен 45°, а высота делит основание на части в 20 *см* и 21 *см*. Определить бо́льшую боковую сторону.

3) Из одной точки проведены к данной прямой перпендикуляр и две наклонные. Определить длину перпендику-

ляра, если наклонные равны 41 *см* и 50 *см*, а их проекции на данную прямую относятся как 3 : 10.

363. 1) Диагонали ромба равны 24 *см* и 70 *см*. Определить сторону.

2) Определить диагонали ромба, если они относятся как 3 : 4, а периметр = 1 *м*.

364. 1) В равнобедренной трапеции основания равны 10 *см* и 24 *см*, а боковая сторона 25 *см*. Определить высоту трапеции.

2) В равнобедренной трапеции боковая сторона = 41 *см*, высота = 4 *дм* и средняя линия = 45 *см*. Определить основания.

365. Доказать, что в прямоугольной трапеции разность квадратов диагоналей равна разности квадратов оснований.

366. В прямоугольной трапеции меньшая диагональ равна наклонной боковой стороне. Определить бо́льшую диагональ, если наклонная боковая сторона $= a$, а меньшее основание $= b$.

367. 1) Радиус круга равен 89 *дм*; хорда = 16 *м*. Определить ее расстояние от центра.

2) O — центр; ACB — хорда; OCD — радиус, перпендикулярный к ней. $OC = 9$ *см* и $CD = 32$ *см*. Определить хорду.

3) Радиусы двух пересекающих окружностей равны 13 *см* и 15 *см*, а общая хорда равна 24 *см*. Определить расстояние между центрами.

368. В сегменте хорда $= a$, а высота $= h$. Определить радиус круга.

369. Радиус круга равен 25 *см*; две параллельные хорды равны 14 *см* и 40 *см*. Определить расстояние между ними.

370. Расстояния от одного конца диаметра до концов параллельной ему хорды равны 13 *см* и 84 *см*. Определить радиус круга.

371. 1) К окружности радиуса = 36 *см* проведена касательная из точки, удаленной от центра на 85 *см*. Определить длину касательной.

2) Из общей точки проведены к окружности две касательные. Радиус окружности равен 11 *см*, а сумма касательных равна 120 *см*. Определить расстояние от центра до исходной точки касательных.

3) К окружности радиуса $= 7$ *см* проведены две касательные из одной точки, удаленной от центра на 25 *см*. Определить расстояние между точками касания.

372. Два круга, радиусов R и r, внешне касаются. Из центра одного круга проведена касательная к другому кругу, а из полученной точки касания проведена касательная к первому кругу. Определить длину последней касательной.

373. 1) Два круга касаются извне. Определить длину их общей внешней касательной (между точками касания), если радиусы равны 16 *см* и 25 *см*.

2) Радиусы двух кругов равны 27 *см* и 13 *см*, а расстояние между центрами равно 50 *см*. Определить длину их общих касательных.

374. Касательная и секущая, проведенные из общей точки к одной окружности, взаимно перпендикулярны. Касательная равна 12 *м*, а внутренняя часть секущей равна 10 *м*. Определить радиус окружности.

375. AB и CD — параллельные прямые; AC — секущая; E и F — точки пересечения линий AB и CD с биссектрисами углов C и A. Дано: $AF = 96$ *см* и $CE = 110$ *см*. Требуется определить AC.

376. В тупоугольном равнобедренном треугольнике ABC основание $AC = 32$ *м*, а боковая сторона $= 20$ *м*. Из вершины B восставлен перпендикуляр к боковой стороне до пересечения с основанием. На какие части он делит основание?

377. В треугольнике ABC угол C прямой; CD — перпендикуляр к гипотенузе; DE и DF — перпендикуляры к катетам AC и BC. Дано: $DE = 4$ *см* и $DF = 8$ *см*. Определить AC и BC.

вен 2 *см*, а полуокружность, описанная на
етре, делит гипотенузу в отношении 4:5
ного катета). Определить гипотенузу.
$C=15$ *см*; катет $CB=8$ *см*. Из центра O
исана дуга, отсекающая от гипотенузы
ую и требуется определить.
ить катеты прямоугольного треугольника,
нная из вершины прямого угла радиусом,
у катету, делит гипотенузу на отрезки
м (начиная от меньшего катета).
метр; BC — касательная; D — точка пере-
AC с окружностью. Дано: $AD=32$ *см* и
буется определить радиус.
метр; BC и CDA — касательная и секущая.
ошение $CD:DA$, если BC равна радиусу.

угольном треугольнике биссектриса пря-
гипотенузу в отношении 7:9. В каком
тая части в том же порядке) делит ее

ить катеты, если биссектриса прямого угла
на части в 15 *см* и 20 *см*.
бедренном прямоугольном треугольнике
На какие части делит его биссектриса
о угла?
гольном треугольнике биссектриса острого
на отрезки m и n $(m>n)$. Определить
гипотенузу.
угольном треугольнике, которого катеты
2 *м*, приведены: высота из вершины пря-
ектрисы обоих углов, образуемых высотой
еделить отрезок гипотенузы, заключенный
исами.
гольном треугольнике ABC катет $BC=6$ *см*
$B=10$ *см*. Проведены биссектрисы угла

ABC и его смежного, пересекающие ка
должение в точках D и E. Определить

389. В равнобедренном треуголь
$AB=BC=10$ *м* и $AC=12$ *м*. Биссектр
пересекаются в точке D. Требуется опр

390. 1) В равнобедренном треуголь
$=30$ *см*, а боковая сторона $=39$ *см*. О
вписанного круга.

2) В равнобедренном треугольнике
круга делит высоту в отношении 17:
этого круга, если основание равно 60 *с*

---

391. Из точки B проведены к данной
куляр BC и наклонная BA. На AC взят
мая BD продолжена до пересечения, в
AE, перпендикулярной к AC. Опред
$BA=53$ *см*, $AD=8$ *см* и $DC=20$ *см*.

392. 1) В равнобедренном треуголь
$=30$ *см*, а высота $=20$ *см*. Определит

2) В равнобедренном треугольнике вы
между равными сторонами, равна 3 *см*,
та $=4$ *см*. Определить стороны этого тр

3) Диагонали ромба равны 14 *см* и 4
его высоту.

393. 1) Гипотенуза $AB=34$ *м*; катет
делить длину перпендикуляра, восста
дины гипотенузы до пересечения с кате

2) Радиус круга равен r. Определи
проведенной из конца данного диамет
перпендикулярного к нему радиуса.

394. В прямоугольном треугольнике
$=16$ *см* и катет $BC=12$ *см*. Из центр
описана окружность, и к ней проведена
раллельная гипотенузе (причем касатель
лежат по разные стороны гипотенузы). Ка

до пересечения с проведенной касательной. Определить длину продолжения.

395. Из одной точки проведены к кругу две касательные. Длина касательной равна 156 *см*, а расстояние между точками касания равно 120 *см*. Определить радиус круга.

396*. В прямоугольной трапеции основания равны 17 *см* и 25 *см*, а наклонная боковая сторона = 10 *см*. Из средины этой стороны восставлен перпендикуляр к ней до встречи с продолжением другой боковой стороны. Определить длину этого перпендикуляра.

---

397. AC и CB — катеты; CD — высота; $DE \parallel BC$. Определить отношение $AE:EC$, если $AC:CB = 4:5$.

398. AC и CB — катеты; CD — высота; $DE \perp AC$ и $DF \perp CB$. Определить DE и DF, если $AC = 75$ *см* и $BC = 100$ *см*.

399. В двух равнобедренных треугольниках боковые стороны имеют одинаковую длину, а сумма углов при вершине равна 180°. Определить основания, если они относятся как 9 : 40, а длина боковой стороны равна 41 *см*.

400. 1) В треугольнике основание = 60 *м*, высота = 12 *м* и медиана основания = 13 *м*. Определить боковые стороны.

2) В прямоугольном треугольнике найти отношение катетов, если высота и медиана, выходящие из вершины прямого угла, относятся как 40 : 41.

401. На сторонах квадрата $ABCD$ отложены, в одном направлении, отрезки AE, BF, CG и DH, равные четвертой части стороны, и проведены линии AG, BH, CE и DF, отчего получился — в их пересечении — новый квадрат. Определить его сторону, если сторона данного квадрата равна a.

402. Из вершин данного квадрата проведены внутри его прямые, отклоненные от его сторон на 30°, которые своим пересечением образуют новый квадрат. Определить сторону этого квадрата, если сторона данного равна a.

403. Стороны прямоугольника равны a и b ($a > b$). Определить сторону квадрата, образуемого биссектрисами углов прямоугольника.

404. Хорда $AB = 12$ *см*; хорда $CD = 35$ *см*; сумма дуг AB и CD равна $180°$. Определить радиус круга.

405*. Если две хорды пересекаются внутри круга под прямым углом, то сумма квадратов четырех отрезков их равна квадрату диаметра. Доказать это.

406. Определить радиус круга, описанного около равнобедренного треугольника, если его основание и боковая сторона соответственно равны: 1) 6 *см* и 5 *см*; 2) 24 *м* и 13 *м*.

407. Диагонали ромба суть 14 *м* и 48 *м*. Определить радиус вписанного в него круга.

408*. В прямоугольном треугольнике катеты равны 13 *см* и 84 *см*. Определить радиус вписанного круга.

409. Расстояние между центрами двух окружностей, лежащих одна вне другой, равно 65 *см*; длина их общей внешней касательной (между точками касания) равна 63 *см*; длина общей внутренней касательной равна 25 *см*. Определить радиусы окружностей.

410*. Длины двух параллельных хорд равны 40 *см* и 48 *см*, а расстояние между ними равно 22 *см*. Определить радиус круга.

411*. В равнобедренной трапеции основания равны 80 *м* и 60 *м*, а боковая сторона равна 26 *м*. Определить радиус круга, описанного около этой трапеции.

412. В равнобедренной трапеции, описанной около круга, основания равны 36 *см* и 1 *м*. Определить радиус круга.

413. Около круга, радиус которого равен 12 *см*, описана равнобедренная трапеция с боковой стороной в 25 *см*. Определить основания этой трапеции.

414. Около круга радиуса r описана равнобедренная трапеция, у которой параллельные стороны относятся как $m:n$. Определить все стороны этой трапеции.

415. AB и AC — касательные к одному кругу с центром O; M — точка пересечения линии AO с окружностью; DME — касательная, проведенная через M между AB и AC. Определить длину DE, если радиус круга равен 15 *см*, а расстояние $AO = 39$ *см*.

416. Катеты равны 15 *см* и 20 *см*. Определить расстояние от центра вписанного круга до высоты, проведенной на гипотенузу.

417. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины C прямого угла опущен перпендикуляр на гипотенузу, и на нем, как на диаметре, описана окружность, которая на катетах CA и CB дает внутренние отрезки m и n. Определить катеты. ($m = 12$; $n = 18$.)

418. В равнобедренном прямоугольном треугольнике ABC катет $BC = a$; на нем взята часть $CD = b$; на гипотенузе AB взята точка E, равноудаленная от точки D и от катета AC. Найти длину ED.

419. В два противоположных угла прямоугольника вписаны равные круги, которые также касаются и между собою. Определить радиус этих кругов, если стороны прямоугольника равны a и b.

420. В прямоугольном треугольнике катеты равны 75 *см* и 1 *м*. На отрезках гипотенузы, образуемых высотой, построены полукруги по одну сторону с данным треугольником. Определить отрезки катетов, заключенные внутри этих полукругов.

421*. Если два круга имеют внешнее касание, то их общая внешняя касательная есть средняя пропорциональная между их диаметрами. Доказать это.

422. В равнобедренном треугольнике радиус внутреннего вписанного круга относится к радиусу вневписанного круга при основании как 4 : 9, а основание = 60 *см*. Определить расстояние между центрами названных кругов.

423. В трапеции $ABCD$ меньшая диагональ BD перпендикулярна к основаниям AD и BC; сумма острых углов A и C равна 90°. Основание $AD = a$ и $BC = b$. Определить боковые стороны AB и CD.

2) Косоугольный треугольник.

424. В треугольнике определить вторую боковую сторону, если следующими числами соответственно выражаются

первая боковая сторона, основание и проекция второй боковой стороны на основание: 1) 6; 5; 3,8. 2) 2; 3; 2. 3) 12; 8; 11. 4) 2; 2; 3.

425. Определить вид треугольника (относительно углов), если даны три стороны, или отношение их: 1) 2; 3; 4. 2) 3; 4; 5. 3) 4; 5; 6. 4) 10:15:18. 5) 68; 119; 170.

426*. 1) Две стороны треугольника равны 3 *см* и 5 *см*. Каким *целым* числом сантиметров может выражаться третья сторона, если против нее должен быть острый угол?

2) Две стороны треугольника равны 3 *м* и 5 *м*. Каким *целым* числом метров может выражаться третья сторона, если против нее должен быть тупой угол?

3) Какими тремя *последовательными целыми* числами могут выражаться стороны тупоугольного треугольника?

427. В треугольнике ABC пусть будут: b — основание; a и c — боковые стороны; p и q — их проекции на основание; h — высота. Определить p, q и h, если даны три стороны:
1) $a=13$; $b=14$; $c=15$. 2) $a=37$; $b=30$; $c=13$.
3) $a=25$; $b=12$; $c=17$. 4) $a=2$; $b=4$; $c=3$.

428*. 1) Даны три стороны треугольника: $AB=8$ *см*, $BC=10$ *см* и $AC=12$ *см*. Сторона AC служит диаметром полуокружности, пересекающей стороны AB и BC[1]) в точках D и E. Определить длину внутренних отрезков AD и CE.

2) Стороны треугольника ABC суть: $AB=8$ *см*, $BC=6$ *см* и $AC=4$ *см*; на стороне AC, как на диаметре, описана полуокружность по одну сторону с треугольником. Требуется: 1) показать, что сторона BC останется вне полукруга, а сторона AC разделится на две части; 2) определить внешнюю часть стороны AB.

429. В треугольнике определить третью сторону, если две другие образуют угол в 60° и соответственно равны: 1) 5 *см* и 8 *см*; 2) 8 *см* и 15 *см*; 3) 63 *см* и 80 *см*.

---

[1]) Как узнать, *соответствует* ли такое предположение данным числам (т. е. не будет ли напр. AB или BC вне полукруга или не находится ли вершина B внутри полукруга)?

430. В треугольнике определить третью сторону, если две другие образуют угол в 120° и соответственно равны: 1) 3 *см* и 5 *см*; 2) 7 *см* и 8 *см*; 3) 11 *см* и 24 *см*.

431. В треугольнике определить третью сторону, если две другие образуют угол в 45° и соответственно равны: 1) 2 и 3; 2) $\sqrt{8}$ и 5; и 3) $\sqrt{18}$ и 7.

432. Боковые стороны треугольника равны 10 *см* и 17 *см*, а высота делит основание в отношении 2:5. Определить основание.

433. Определить стороны треугольника, зная, что они выражаются тремя последовательными целыми числами и что проекция большей стороны на среднюю равна 9 единицам.

434. Сторона треугольника равна 21 *см*, а две другие стороны образуют угол в 60° и относятся как 3:8. Определить эти стороны.

435. В треугольнике боковая сторона равна 16 *м* и образует с основанием угол в 60°; другая боковая сторона равна 14 *м*. Определить основание.

436. Основание треугольника равно 13 *см*; угол при вершине равен 60°; сумма боковых сторон равна 22 *см*. Определить боковые стороны и высоту.

437. В треугольнике основание равно 12 *см*; один из углов при нем равен 120°; сторона против этого угла равна 28 *см*. Определить третью сторону.

438. В равнобедренном прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB продолжена на длину BD, равную BC, и точка D соединена с C. Определить стороны треугольника ADC, если катет $BC = a$.

439. Определить хорду половинной дуги, если хорда целой други равна a, а радиус равен r. ($r = 25$; $a = 48$.)

440. Доказать, что во всяком треугольнике разность квадратов боковых сторон равна удвоенному произведению основания на отрезок от его средины до высоты.

441. 1) В прямоугольном треугольнике ABC катет $AC = 15$ *см* и катет $BC = 20$ *см*. На гипотенузе AB отложена

часть $AD = 4$ *см*, и точка D соединена с C. Определить длину CD.

2) Треугольник ABC — прямоугольный при C. На продолжении гипотенузы AB отложен отрезок BD, равный катету BC, и точка D соединена с C. Определить длину CD, если $BC = 7$ *см* и $AC = 24$ *см*.

442. Прямоугольный треугольник ABC и прямой угол ABD лежат по разные стороны гипотенузы AB. Отрезок BD сделан равным гипотенузе, и точка D соединена с C. Определить длину CD, если $BC = a$ и $AC = b$.

443. В треугольнике ABC дана точка D на стороне AB. Определить длину CD, если $a = 37$, $b = 15$, $c = 44$ и $AD = 14$.

444. В тупоугольном треугольнике бо́льшая сторона $= 16$ *см*, а высоты, проведенные из обоих ее концов, отстоят от вершины тупого угла на 2 *см* и на 3 *см*. Определить две меньшие стороны треугольника.

445. Стороны равнобедренного треугольника суть: $AB = BC = 50$ *см* и $AC = 60$ *см*. Проведены высоты AE и CD, и точки D и E соединены. Определить стороны треугольника DBE.

446*. В треугольнике ABC из конца C стороны AC восставлен перпендикуляр к ней до пересечения, в точке D, с продолжением стороны AB. Определить BD и CD, если $AB = 45$, $BC = 39$ и $AC = 42$.

447*. В треугольнике ABC даны стороны: $AB = 15$, $AC = 14$ и $BC = 13$. Биссектриса угла B продолжена за его вершину до пересечения, в точке E, с перпендикуляром к AC, восставленным из точки C. Определить длину CE.

448*. В треугольнике ABC даны стороны: $AB = 13$, $AC = 14$ и $BC = 15$. На стороне AC взята точка D так, что восставленный из нее перпендикуляр имеет внутри треугольника ABC длину, равную AD. Определить отрезок AD.

3) Параллелограм и трапеция.

449. 1) Стороны параллелограма равны 23 *см* и 11 *см*, а диагонали относятся как 2:3. Определить диагонали.

2) Диагонали параллелограма равны 17 *см* и 19 *см*, а стороны относятся как 2:3. Определить стороны.

450. 1) Диагонали параллелограма равны 12 *см* и 14 *см*, а разность сторон равна 4 *см*. Определить стороны.

2) Определить стороны и диагонали параллелограма, если бо́льшая сторона равна меньшей диагонали, разность сторон равна 3 *см* и разность диагоналей равна 2 *см*.

451. Определить высоту параллелограма, у которого основание равно 51 *см*, а диагонали 40 *см* и 74 *см*.

452. В равнобедренной трапеции определить длину диагоналей: 1) если основания равны 4 *м* и 6 *м*, а боковая сторона равна 5 *м*; 2) если одна сторона равна 5 *см*, а другие три равны каждая 4 *см*.

453. Определить высоту и диагонали трапеции, если основания a и c и боковые стороны b и d выражаются следующими числами:

1) $a=25$; $b=13$; $c=11$; $d=15$.

2) $a=28$; $b=25$; $c=16$; $d=17$.

3) $a=6$; $b=3$; $c=1$; $d=4$.

454. В треугольник вписан параллелограм так, что одна его сторона лежит на основании треугольника, а диагонали соответственно параллельны боковым сторонам треугольника. Определить стороны параллелограма, если в треугольнике основание равно 45 *см*, а боковые стороны 39 *см* и 48 *см*.

455. Доказать, что в равнобедренной трапеции квадрат диагонали равен квадрату боковой стороны, сложенному с произведением оснований.

456. Доказать, что во всякой трапеции сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов боковых сторон, сложенной с удвоенным произведением оснований.

457*. Доказать, что во всяком 4-угольнике сумма квадратов диагоналей вдвое более суммы квадратов прямых, соединяющих средины противоположных сторон.

4) Вписанный четырехугольник.

(Применения теоремы Птоломея.)

458. Точка окружности соединена с вершинами вписанного в нее равностороннего треугольника. Доказать, что средняя соединительная прямая равна сумме двух других.

459. Определить диагональ равнобедренной трапеции: 1) если основания равны 3 *см* и 5 *см*, а боковая сторона 7 *см*; 2) если три стороны содержат по 25 *см*, а четвертая 11 *см*.

460. В равнобедренной трапеции боковая сторона $=$ $= 45$ *см*, а диагонали взаимно делятся на отрезки в 27 *см* и 48 *см*. Определить основания этой трапеции.

461. К окружности, радиус которой равен 44 *см*, проведены две касательные из одной точки, удаленной от центра на 125 *см*. Определить расстояние между точками касания.

462. В 4-угольнике $ABCD$ углы ABC и ADC прямые; $AB = 84$ *см*, $AC = 85$ *см* и $AD = 75$ *см*. Определить диагональ BD.

463. В 4-угольнике $ABCD$ диагонали AC и BD соответственно перпендикулярны к сторонам CD и AB; $AB =$ $= 33$ *см*, $CD = 25$ *см* и $AD = 65$ *см*. Определить сторону BC.

464*. В круге, радиус которого равен 25 *см*, проведены из общей точки две хорды: $AB = 14$ *см* и $AC = 40$ *см*. Определить расстояние BC. (Два случая.)

465. Хорда AD делит пополам угол CAB между диаметром AB и хордой AC. Определить длину AD, если $AB = 8$ *см* и $AC = 1$ *см*.

466*. Даны две концентрические окружности, причем радиус большей из них равен 24 *см*. Из точки A, удаленной от центра O на 25 *см*, проведены по одну сторону центра две касательные: AB — к большей окружности и AC — к меньшей. Определить радиус меньшей окружности, если касательная AC делит угол OAB пополам.

467. В 4-угольнике $ABCD$ дано: $\angle ABC = 120°$, $\angle ADC = 60°$; $AB = AD = 3$ *см*, $AC = 7$ *см*. Определить диагональ BD.

468. В 4-угольнике $ABCD$ с диагоналями AC и BD дано: $\angle ABD = \angle ACD = 120°$; $AB = 16$ *см*, $CD = 21$ *см* и $AD = 49$ *см*. Определить сторону BC.

Пропорциональные линии в круге.

469. a) Из точки окружности опущен перпендикуляр на диаметр. Определить его длину при следующей длине отрезков диаметра: 1) 12 *см* и 3 *см*; 2) 16 *см* и 9 *см*; 3) 2 *м* и 5 *дм*.

b) Из точки диаметра восставлен перпендикуляр до пересечения с окружностью. Определить длину этого перпендикуляра, если диаметр равен 40 *см*, а проведенный перпендикуляр отстоит от одного из концов диаметра на 8 *см*.

470. Диаметр разделен на отрезки: $AC = 8$ *дм* и $CB = 5$ *м*, и из точки C восставлен перпендикуляр CD данной длины. Указать положение точки D относительно круга, когда $CD =$ 1) 15 *дм*, 2) 2 *м*, 3) 23 *дм*.

471. ACB — полуокружность; CD — перпендикуляр на диаметр AB. Требуется:

1) определить DB, если $AD = 25$ и $CD = 10$;
2) определить AB, если $AD : DB = 4 : 9$ и $CD = 30$;
3) определить AD, если $CD = 3AD$, а радиус $= r$;
4) определить AD, если $AB = 50$ и $CD = 15$.

472. 1) Перпендикуляр из точки окружности на радиус делит его в отношении $8 : 9$ (начиная от центра). Определить длину перпендикуляра, если радиус $= 34$ *см*.

2) Хорда BDC перпендикулярна к радиусу ODA. Определить BC, если $OA = 25$ *см* и $AD = 10$ *см*.

3) Ширина концентрического кольца равна 8 *дм*; хорда бо́льшей окружности, касательная к меньшей, равна 4 *м*. Определить радиусы окружностей.

473. С помощью сравнения линий доказать, что среднее арифметическое двух чисел (неравных) больше среднего геометрического между ними.

474. ADB — диаметр; AC — хорда; CD — перпендикуляр к диаметру. Определить хорду AC: 1) если $AB = 2$ *м* и $AD = 0{,}5$ *м*; 2) если $AD = 4$ *см* и $DB = 5$ *см*, 3) если $AB = 20$ *м* и $DB = 15$ *м*.

475. AB — диаметр; AC — хорда; AD — ее проекция на диаметр AB. Требуется:

1) определить AD, если $AB = 18$ *см* и $AC = 12$ *см*;

2) определить радиус, если $AC = 12$ *м* и $AD = 4$ *м*;

3) определить DB, если $AC = 24$ *см* и $DB = \frac{7}{9}AD$.

476. AB — диаметр; AC — хорда; AD — ее проекция на диаметр AB. Требуется:

1) определить AC, если $AB = 35$ *см* и $AC = 5AD$.

2) определить AC, если радиус $= r$ и $AC = DB$.

477. Две хорды пересекаются внутри круга. Отрезки одной хорды суть 24 *см* и 14 *см*; один из отрезков другой хорды равен 28 *см*. Определить второй ее отрезок.

478. Две конечные прямые AB и CD пересекаются в точке M так, что $MA = 7$ *см*, $MB = 21$ *см*, $MC = 3$ *см* и $MD = 16$ *см*. Лежат ли точки A, B, C и D на одной окружности?

479. Хорда AMB повернута около точки M так, что отрезок MA увеличился в $2\frac{1}{2}$ раза. Как изменился отрезок MB?

480. 1) Из двух пересекающихся хорд одна разделилась на части в 48 *см* и в 3 *см*, а другая — пополам. Определить длину второй хорды.

2) Из двух пересекающихся хорд одна разделилась на части в 12 *м* и 18 *м*, а другая — в отношении 3 : 8. Определить длину второй хорды.

481. Из двух пересекающихся хорд первая равна 32 *см*, а отрезки второй хорды равны 12 *см* и 16 *см*. Определить отрезки первой хорды.

482. Секущая ABC повернута около внешней точки A так, что отрезок AB уменьшился в три раза. Как изменилась длина секущей?

483. Пусть будут ADB и AEC две прямые, пересекающие окружность: первая — в точках D и B, вторая — в точках E и C. Требуется:

1) определить AE, если $AD = 5$ *см*, $DB = 15$ *см* и $AC = 25$ *см*;

2) определить BD, если $AB = 24$ *м*, $AC = 16$ *м* и $EC = 10$ *м*;

3) определить AB и AC, если их сумма $= 50$ *м*, а $AD : AE = 3 : 7$.

484. Радиус окружности равен 7 *см*. Из точки, удаленной от центра на 9 *см*, проведена секущая так, что она делится окружностью пополам. Определить длину этой секущей.

485. MAB и MCD — две секущие к одной окружности. Требуется:

1) определить CD, если $MB = 1$ *м*, $MD = 15$ *дм* и $CD = MA$;

2) определить MD, если $MA = 18$ *см*, $AB = 12$ *см* и $MC : CD = 5 : 7$;

3) определить AB, если $AB = MC$, $MA = 20$ и $CD = 11$.

486. Две хорды продолжены до взаимного пересечения. Определить длину полученных продолжений, если хорды равны a и b, а их продолжения относятся как $m : n$.

487. Из одной точки проведены к окружности секущая и касательная. Определить длину касательной, если внешний и внутренний отрезки секущей соответственно выражаются следующими числами: 1) 4 и 5; 2) 2,25 и 1,75; 3) 1 и 2.

488. Касательная равна 20 *см*, а наибольшая секущая, проведенная из той же точки, равна 50 *см*. Определить радиус круга.

489. Секущая более своего внешнего отреза в $2\frac{1}{4}$ раза. Во сколько раз она более касательной, проведенной из той же точки?

490. Общая хорда двух пересекающихся окружностей продолжена, и из точки, взятой на продолжении, проведены к ним касательные. Доказать, что они равны.

491. На одной стороне угла A отложены один за другим отрезки: $AB = 6$ *м* и $BC = 8$ *м*; на другой стороне отложен отрезок $AD = 10$ *м*. Через точки B, C и D проведена окружность. Узнать, касается ли этой окружности прямая AD, а если нет, то будет ли точка D — первая (считая от A) или вторая точка пересечения.

492. Пусть будут: AB — касательная и ACD — секущая к той же окружности. Требуется:

1) определить CD, если $AB = 2$ *см* и $AD = 4$ *см*;

2) определить AD, если $AC : CD = 4 : 5$ и $AB = 12$ *см*;

3) определить AB, если $AB = CD$ и $AC = a$.

493. 1) Касательная и секущая, выходящие из одной точки, соответственно равны 20 *см* и 40 *см*; при этом секущая удалена от центра на 8 *см*. Определить радиус круга.

2) Определить расстояние от центра до той точки, из которой выходят касательная и секущая, если они соответственно равны 4 *см* и 8 *см*, а секущая удалена от центра на 12 *см*.

494. 1) Из общей точки проведены к окружности касательная и секущая. Определить длину касательной, если она на 5 *см* более внешнего отрезка секущей и на столько же менее внутреннего отрезка.

2) Из одной точки проведены к окружности секущая и касательная. Секущая равна a, а ее внутренний отрезок более внешнего отрезка на длину касательной. Определить касательную.

495. Из общей точки проведены к одной окружности касательная и секущая. Касательная больше внутреннего и внешнего отрезков секущей соответственно на 2 *см* и 4 *см*. Определить длину секущей.

496. Из одной точки проведены к окружности касательная и секущая. Определить их длину, если касательная на 20 *см* менее внутреннего отрезка секущей и на 8 *см* более внешнего отрезка.

497. 1) Из одной точки проведены к окружности секущая и касательная. Сумма их равна 30 *см*, а внутренний

отрезок секущей на 2 *см* менее касательной. Определить секущую и касательную.

2) Из одной точки проведены к окружности секущая и касательная. Сумма их равна 15 *см*, а внешний отрезок секущей на 2 *см* менее касательной. Определить секущую и касательную.

498. Величина a разделена в среднем и крайнем отношении. Найти выражение для большей и меньшей части.

499. Если какая-нибудь величина разделена в среднем и крайнем отношении, то бо́льшая часть составляет *приблизительно* $\frac{5}{8}$ всей величины. Проверить это и определить степень точности такого приближения.

500. Определить бо́льшую часть при делении величины в среднем и крайнем отношении, если меньшая часть при этом равна b.

501. Если разделить линию в среднем и крайнем отношении и меньшую часть отложить на большей, то последняя разделится также в среднем и крайнем отношении, причем отложенный отрезок будет теперь большею частью. Доказать это.

502. Диаметр разделен в среднем и крайнем отношении перпендикуляром, опущенным из точки окружности. Найти длину перпендикуляра, если радиус круга равен r.

---

503. Даны две параллельные прямые на расстоянии 15 *м* одна от другой; между ними дана точка M на расстоянии 3 *м* от одной из них. Через точку M проведена окружность, касательная к обеим параллелям. Определить расстояние между проекциями центра и точки M на одну из данных параллелей.

504. В круг радиуса r вписан равнобедренный треугольник, у которого сумма высоты и основания равна диаметру круга. Определить высоту.

505. Определить радиус круга, описанного около равнобедренного треугольника: 1) если основание $=16$ *м*, а высота $=4$ *м*; 2) если боковая сторона $=12$ *м*, а вы-

сота $= 9$ *м*, 3) если боковая сторона $= 15$ *м*, а основание $= 18$ *м*.

506. В равнобедренном треугольнике основание $= 48$ *см*, а боковая сторона $= 30$ *см*. Определить радиусы кругов описанного и вписанного и расстояние между их центрами.

507. Радиус равен r; хорда данной дуги равна a. Определить хорду удвоенной дуги.

508. Радиус окружности равен 8 *см*; хорда AB равна 12 *см*. Через точку A проведена касательная, а из точки B — хорда BC, параллельная касательной. Определить расстояние между касательной и хордой BC.

509. Точка A удалена от прямой MN на расстояние a. Данным радиусом r описана окружность так, что она проходит через точку A и касается линии MN. Определить расстояние между полученной точкой касания и данной точкой A.

510. Радиус круга равен r. Определить расстояние от конца диаметра до такой точки окружности, которая одинаково удалена от этого конца и от касательной, проведённой через другой конец того же диаметра.

511. Радиус, перпендикулярный к данному диаметру, делит хорду, выходящую из конца этого диаметра, в отношении $8:1$. Определить длину хорды, если длина радиуса есть r.

512*. Пусть будет AB диаметр, CD — параллельная ему хорда и M — какая-нибудь точка на диаметре. Доказать, что $MC^2 + MD^2 = MA^2 + MB^2$.

513. Хорда AMB разделена точкой M на отрезки $AM = 18$ *см* и $MB = 50$ *см*. Найти длину *наименьшей* из хорд, проходящих через точку M.

514. Средина B полуокружности ABC соединена с концами диаметра AC. Хорда DE параллельна диаметру AC и делится хордами BA и BC на три равные части. Полагая $BA = a$, определить отрезок этой хорды от точки B до хорды DE.

515. OA и OB — два взаимно перпендикулярные радиуса, имеющие длину r; хорда CD пересекается с обоими радиусами и делится ими на три равные части. Определить отрезки радиусов OA и OB от центра до хорды CD.

516. Около равнобедренного треугольника описан круг, и через средины боковых сторон проведена хорда. Найти длину этой хорды, если основание треугольника равно 12 *м*, а боковая сторона равна 8 *м*.

517. В круге с центром O проведена хорда AB; на нее опущен перпендикуляр OC; после этого проведена хорда AE, пересекающая OC в точке D. Определить длину AE, если $AB = 24$ *см*, $OC = 9$ *см* и $OD = 4$ *см*.

518*. AB — диаметр; C — средина полуокружности; D — точка на диаметре, через которую проведена хорда CDE. Найти длину этой хорды, если $AD = 35$ *см* и $BD = 5$ *см*.

519*. Около данного квадрата описан круг, и в один из полученных сегментов вписан квадрат. Определить его сторону, если сторона данного квадрата равна a.

520. Две хорды данной длины: $AB = a$ и $CD = b$ пересекаются внутри круга так, что $AC : BD = m : n$. Определить отрезки хорд.

521. Определить длину секущих MAB и MCD, если $AB = a$, $CD = b$ и $BC : AD = m : n$.

522. Радиус круга равен r. Определить, на каком расстоянии от окружности находится внешняя точка, из которой центральная секущая равна сумме обеих касательных.

523. Даны две концентрические окружности. Из точки A большей окружности проведены: хорда AB, которая касается меньшей окружности, и хорда $ACDE$, которая пересекает меньшую окружность — в точках C и D — так, что $AC = CD$. Определить AE, если $AB = a$.

524. Хорда AB продолжена на длину $BC = \frac{4}{5} AB$, и из точки C проведена касательная CD. Найти отношение $DA : DB$.

525*. Секущая AB проведена через центр и равна 32 *см*, а касательная AC равна 24 *см*. Определить расстояние BC.

526*. На данной дуге, хорда которой $BA = a$, взята точка C так, что $AC : CB = m : n$ $(m > n)$, и из этой точки проведена касательная, встречающая продолжение хорды AB в точке D. Определить длину CD.

Правильные многоугольники.

Обозначение: r — радиус окружности; a_n — сторона правильного вписанного n-угольника; b_n — сторона правильного описанного n-угольника; k_n — апофема правильного вписанного n-угольника.

527. Определить величину угла в правильном n-угольнике ($n = 3$; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 25).

528. 1) Доказать, что хорда, перпендикулярная к радиусу в его средине, равна стороне правильного вписанного треугольника. 2) Показать, что $k_6 = \frac{1}{2} a_3$.

529. Определить сторону правильного треугольника, если разность между радиусами кругов описанного и вписанного равна m.

530*. По данному r определить: 1) a_8 и 2) a_{12}.

531. По данному r определить: 1) k_8; 2) k_{12}; 3) k_{10}.

532. По данному a определить r, если n равно: 1) 3; 2) 4; 3) 6; 4) 8; 5) 10; 6) 12.

533. По данному a определить: 1) k_3, 2) k_4; 3) k_6; 4) k_8; 5) k_{10}; 6) k_{12}.

534. По данному k определить r, если n равно: 1) 3; 2) 4; 3) 6; 4) 8; 5) 10; 6) 12.

535*. По данному r определить: 1) b_3; 2) b_4; 3) b_6; 4) b_8; 5) b_{10}; 6) b_{12}.

536. По данному a определить: 1) b_3; 2) b_4; 3) b_6; 4) o_8; 5) b_{10}; 6) b_{12}.

537. По данному r определить: 1) a_{16}; 2) a_{24}; 3) a_{20}.

538*. По данному r определить a_5.

539. Проверить (посредством вычисления) следующее построение для сторон правильных вписанных 10-угольника и 5-угольника:

В данном круге проводим диаметр AB и перпендикулярный к нему радиус OC; делим радиус OA, в точке E, пополам и из центра E радиусом EC описываем дугу до пересечения, в точке F, с радиусом OB. Тогда линия OF будет равна стороне правильного вписанного 10-угольника, а CF равна стороне 5-угольника.

540. a) Определить длину диагоналей правильного 8-угольника: 1) по данному радиусу r; 2) по данной стороне a.

b) Такая же задача для правильного 12-угольника.

541*. Определить длину диагоналей правильного 5-угольника по его стороне a.

542*. Определить длину диагоналей правильного 5-угольника по данному радиусу r.

543. В круг радиуса r вписан правильный n-угольник; и средины его сторон соединены последовательно. Определить сторону нового n-угольника, если $n =$ 1) 6; 2) 8; 3) 12.

544. 1) В правильном 8-угольнике соединены средины четырех сторон, взятых через одну так, что получился квадрат. Определить сторону этого квадрата, если сторона 8-угольника равна a.

2) В правильном 12-угольнике соединены средины шести сторон, взятых через одну, так, что получился правильный 6-угольник. Определить его сторону, если сторона 12-угольника равна a.

545. Из правильного n-угольника через срезывание углов получен правильный $2n$-угольник. Определить его сторону, если сторона n-угольника равна a и если $n =$ 1) 3; 2) 4.

546. 1) В круг вписан правильный треугольник; в этот треугольник вписан круг, а в него вписан квадрат. Определить сторону квадрата, если радиус первого круга равен r.

2) Около правильного треугольника описан круг; около этого круга описан квадрат, а около него описан круг. Определить радиус второго круга, если сторона треугольника равна a.

547. 1) Общая хорда двух пересекающихся окружностей равна a и служит для одной окружности стороной правильного вписанного треугольника, а для другой — стороной вписанного квадрата. Определить расстояние между центрами.

2) Центры двух пересекающихся окружностей лежат по одну сторону их общей хорды, которая отсекает от одной окружности дугу в 60°, а от другой — дугу в 30°. Определить расстояние между центрами, если длина хорды равна a.

548. ABC — вписанный правильный треугольник; AD — треть стороны AB; BE — треть стороны BC. Доказать, что линия DE равна радиусу.

549. Каждая сторона правильного треугольника разделена на три равные части, и соответственные точки деления (считая в одном направлении) соединены между собой, отчего получился новый треугольник. Определить радиус вписанного в него круга, если сторона данного треугольника равна a.

---

550. 1) Окружность радиуса r разделена на 6 равных частей, и точки деления соединены через одну. Определить сторону полученной 6-угольной звезды.

2) Окружность радиуса r разделена на 8 равных частей, и точки деления соединены через одну. Определить сторону полученной 8-угольной звезды.

551*. По данному радиусу r определить хорду дуги, содержащей: 1) 108°; 2) 135°; 3) 150°.

552. По данному радиусу r определить длину диагоналей правильного вписанного 10-угольника.

553*. Доказать, что в правильном 5-угольнике пересекающиеся диагонали взаимно делятся в среднем и крайнем отношении.

554*. Если в правильном 5-угольнике провести все диагонали, то они, пересекаясь между собой, образуют новый правильный 5-угольник. Определить его сторону, если сторона данного 5-угольника равна a.

555* Определить отношение между сторонами треугольника, если его углы относятся: 1) как $1:2:3$; 2) как $3:4:5$.

556. Средина полуокружности соединена с концами диаметра, и через средины соединительных прямых проведена хорда. Каждый из боковых отрезков ее равен c. Определить радиус круга.

557*. В сегмент с дугою 120° вписан прямоугольник, у которого основание в 4 раза более высоты. Определить высоту прямоугольника, если высота сегмента равна h.

558*. Около данного круга, радиус которого равен r, описано кольцо из равных кругов. Определить радиус этих кругов, если число их равно: 1) 3; 2) 4; 3) 6; 4) 10.

559. На двух половинах данной прямой построены, как на диаметрах, два круга, и из каждого конца этой прямой проведены касательные к кругу, построенному у другого конца. Доказать, что линия, соединяющая точки пересечения касательных, равна стороне квадрата, вписанного в один из названных кругов.

Площади прямолинейных фигур.

1) Площадь квадрата, прямоугольника и параллелограма.

560. Определить площадь квадрата, если его сторона равна: 1) 17 *дм*; 2) 25 *дм*; 3) 0,5 *м*.

561. Определить сторону квадрата, если его площадь равна: 1) 11664 *кв. м*; 2) 4,84 *кв. м*; 3) 20 *кв. м*.

562. 1) Определить площадь квадрата по его диагонали l.

2) Определить площадь квадрата, вписанного в круг радиуса r.

3) Во сколько раз площадь описанного квадрата более площади вписанного (в тот же круг)?

563. В квадрат со стороной a вписан другой квадрат, площадь которого составляет $\frac{5}{8}$ площади первого квадрата. Определить положение вершин второго квадрата на сторонах первого.

564. a) Определить площадь прямоугольника, если его стороны равны: 1) 2,7 *м* и 10 *м*; 2) 5 *м* и 28 *дм*.

b) Определить высоту прямоугольника, если его площадь $=$ 4,8 *кв. м*, а основание $=$ 12 *дм*.

565. 1) Определить стороны прямоугольника, если они относятся как 4 : 9, а площадь равна 144 *кв. м*.

2) Определить стороны прямоугольника, если его периметр $=$ 74 *дм*, а площадь $=$ 3 *кв. м*.

566. Стороны прямоугольника равны 72 *м* и 8 *м*. Определить сторону равновеликого ему квадрата.

567. Внутри данного прямоугольника помещается второй прямоугольник, стороны которого параллельны сторонам первого и отстоят от них на 3 *см*. Определить площадь, заключенную между периметрами, если внутренний периметр равен 36 *см*.

568. Подтвердить сравнением площадей следующие алгебраические формулы: 1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$; 2) $(a-b)^2=$ $=a^2-2ab+b^2$; 3) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

569. Диагональ прямоугольника равна 305 *см*, а площадь равна 37128 *кв. см*. Определить периметр этого прямоугольника.

570. Определить площадь параллелограма, если его основание и высота выражаются следующими числами: 1) 36 *см* и 8 *см*; 2) 24 *дм* и 75 *дм*.

571. Площадь параллелограма содержит 480 *кв. см*; его периметр равен 112 *см*; расстояние между бо́льшими сторонами равно 12 *см*. Определить расстояние между меньшими сторонами.

572. Определить площадь параллелограма по двум высотам h и h_1 и периметру $2p$.

573. Определить площадь параллелограма по двум сторонам и углу между ними: 1) a, b, 30°; 2) a, b, 45°; 3) a, b, 60°.

574. Определить площадь ромба, если его высота $=12$ *м*, а меньшая диагональ $=13$ *м*.

575. В параллелограме $ABCD$ сторона $AB=37$ *дм*, а перпендикуляр, опущенный из точки пересечения диагоналей на сторону AD, делит ее на отрезки: $AE=26$ *дм* и $ED=14$ *дм*. Определить площадь параллелограма.

576. В данном квадрате каждая вершина соединена со срединой стороны, лежащей между двумя следующими вершинами (считая вершины в одинаковом порядке). Соединительные прямые образуют своим пересечением внутренний квадрат. Доказать (вычислением), что его площадь составляет $\frac{1}{5}$ площади данного квадрата.

577. В прямоугольный треугольник вписан квадрат так, что одна из его сторон находится на гипотенузе. Определить площадь этого квадрата, если боковые отрезки гипотенузы суть m и n.

578. Из каждой вершины данного квадрата проведена в следующую вершину внутренняя дуга в 120°, и точки пересечения дуг соединены между собой, отчего получился внутренний квадрат. Найти отношение площадей квадратов.

579. Из точки гипотенузы опущены перпендикуляры на оба катета. Определить площадь прямоугольника, вырезанного этими перпендикулярами, если отрезки катетов при гипотенузе суть m и n.

580. В треугольник, у которого основание равно 30 *см*, а высота 10 *см*, вписан прямоугольник [1]) с площадью в 63 *кв. см*. Определить стороны этого прямоугольника.

581. В параллелограме $ABCD$ боковая сторона $AB = 1$ *м*; прямая, проведенная через точку пересечения диагоналей перпендикулярно к основанию, отсекает от стороны BC отрезок $BE = 24$ *см*, а от продолжения стороны AB отрезок $BF = 25$ *см*. Определить площадь параллелограма.

2) Площадь треугольника.

582. Определить площадь треугольника, если его основание и высота соответственно равны: 1) 32 *см* и 18 *см*; 2) 5 *дм* и 4 *м*; 3) $\sqrt{5}$ и $\sqrt{20}$.

583. 1) Определить площадь прямоугольного треугольника, в котором гипотенуза равна 313 *см*, а один из катетов 312 *см*.

2) Площадь прямоугольного треугольника содержит 720 *кв. см*, а катеты относятся как 9 : 40. Определить гипотенузу.

3) По данным катетам a и b определить высоту, проведенную на гипотенузу.

584. Если две стороны треугольника равны 3 *см* и 8 *см*, то может ли его площадь быть равна: 1) 10 *кв. см*; 2) 15 *кв. см*; 3) 12 *кв. см*?

---

[1]) Основание прямоугольника лежит на основании треугольника.

585. Определить площадь равнобедренного прямоугольного треугольника по его гипотенузе c.

586. Определить площадь равнобедренного треугольника, если его основание и боковая сторона соответственно равны: 1) 56 *см* и 1 *м*; 2) b и c; 3) 20 *см* и 11 *см*.

587. 1) Определить площадь равностороннего треугольника по его стороне a.

2) Определить сторону равностороннего треугольника по его площади Q.

3) Определить площадь равностороннего треугольника по его высоте h.

588. 1) Определить площадь правильного треугольника, вписанного в круг радиуса r.

2) Определить площадь правильного описанного треугольника, если радиус круга равен r.

589. Определить площадь прямоугольного треугольника, если его высота делит гипотенузу на отрезки в 32 *см* и 18 *см*.

590. Определить площадь треугольника, если его высота равна 36 *см*, а боковые стороны 85 *см* и 60 *см*.

591. Определить площадь треугольника по сторонам a и b и углу между ними: 1) 30°; 2) 45°; 3) 60°; 4) 120°.

592. Определить катеты прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 73 *см*, а площадь равна 1320 *кв. см*.

593. В равнобедренном треугольнике боковая сторона = 10 *см*, а площадь = 48 *кв. см*. Определить основание.

594. 1) Определить площадь ромба, диагонали которого равны 72 *см* и 40 *см*.

2) Определить высоту ромба, если его диагонали равны 16 *м* и 12 *м*.

595*. Определить сторону ромба, если его диагонали относятся как $m:n$, а площадь равна Q.

596. Определить площадь треугольника по трем данным сторонам:

1) 13; 14; 15. 2) 29; 25; 6. 3) 5; 6; 9.
4) 3; 5; 7. 5) 6; 5; 2,2. 6) 5; $8\frac{2}{3}$; $12\frac{1}{3}$.
7) 5; 4; $\sqrt{17}$. 8) 5; $\sqrt{58}$; $\sqrt{65}$. 9) $\sqrt{5}$; $\sqrt{10}$; $\sqrt{13}$.

597. 1) Определить меньшую высоту треугольника, стороны которого равны 25 *дм*, 29 *дм* и 36 *дм*.

2) Определить бо́льшую высоту треугольника со сторонами: 15; 112; 113.

598. Определить стороны треугольника: 1) если они относятся как 26:25:3, а площадь треугольника равна 9 *кв. м*, 2) если стороны относятся как 9:10:17, а площадь равна 144 *кв. см*.

599. Определить площадь 4-угольника по диагонали = 17 *см* и сторонам: 10 *см* и 21 *см*, лежащим по одну сторону диагонали, и 8 *см* и 15 *см* — по другую сторону диагонали.

600. Радиусы двух пересекающихся кругов суть 17 *см* и 39 *см*, а расстояние между центрами 44 *см*. Определить длину общей хорды.

---

601. Если какую-нибудь точку внутри параллелограма соединить со всеми его вершинами, то сумма двух противоположных треугольников равновелика сумме двух других. Доказать это.

602. Параллелограм $ABCD$ разделен прямой BE в отношении 2:3 (начиная от BA). Определить расстояние AE, если $AD = 10$ *см*.

603. Определить площадь параллелограма, если одна из его сторон равна 51 *см*, а диагонали 40 *см* и 74 *см*.

604. Определить площадь треугольника, если основание равно a, а углы при основании 30° и 45°.

605*. Определить площадь треугольника, если две стороны его соответственно равны 27 *см* и 29 *см*, а медиана третьей стороны равна 26 *см*.

606. Определить площадь прямоугольного треугольника, если его гипотенуза c делится высотой в среднем и крайнем отношении.

607. В треугольнике по данным двум сторонам и площади определить третью сторону: 1) $a=17$; $b=28$; $S=210$. 2) $a=7$; $b=11$; $S=\sqrt{1440}$. 3) $a=16$; $b=63$; $S=504$.

608. Равные прямоугольные треугольники ACB и ADB находятся по одну сторону общей гипотенузы AB; при этом $AD=BC=12$ *см* и $AC=BD=16$ *см*. Определить площадь общей части данных треугольников.

609. В треугольнике ABC даны три стороны: $AB=26$, $BC=30$ и $AC=28$. Определить часть площади этого треугольника, заключенную между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины B.

610. На сторонах равностороннего треугольника построены квадраты, и свободные вершины их соединены. Определить площадь полученного 6-угольника, если сторона данного треугольника равна a.

611. Данный квадрат срезан по углам так, что образовался правильный 8-угольник. Определить площадь этого 8-угольника, если сторона квадрата равна a.

612. Стороны треугольника суть 13 *см*, 14 *см* и 15 *см*. Определить радиус окружности, которая имеет центр на средней стороне и касается двух сторон.

613. Вершины данного треугольника соединены с центром вписанного круга. Проведенными прямыми площадь треугольника разделилась на три части: в 28 *кв. м*, 60 *кв. м* и 80 *кв. м*. Определить стороны данного треугольника.

614. В ромбе, диагонали которого суть 150 *см* и 200 *см*, проведены из вершины одного тупого угла две высоты, и концы их соединены. Определить площадь получившегося таким образом треугольника.

615. AB и CD — два параллельные отрезка; M — точка пересечения линий AD и BC (соединяющих концы отрезков накрест). Отрезок $AB=8$ *см*, отрезок $CD=12$ *см*, расстояние между ними равно 10 *см*. Определить площадь $ABMCD$.

616*. В 4-угольнике $ABCD$ дано: $AB = 26$ *см*, $BC = 30$ *см*, $CD = 17$ *см*, $AD = 25$ *см*, и диагональ $AC = 28$ *см*. Определить площадь 4-угольника и диагональ BD.

3) Площадь трапеции.

617. 1) Основания трапеции равны 36 *см* и 29 *см*, а площадь 256 *кв. см*. Определить высоту трапеции.

2) В трапеции высота равна 8 *см*, а площадь 2 *кв. дм*. Определить длину средней линии.

3) Площадь трапеции равна 144 *кв. см*; основания относятся как 4 : 5; высота равна 16 *см*. Определить основания.

618. 1) Площадь трапеции $ABCD$ разделена пополам прямой EF, проведенной параллельно боковой стороне AB. Определить отрезок AF, если $AD = 28$ *см* и $BC = 12$ *см*.

2) Площадь трапеции делится диагональю в отношении 3 : 7. В каком отношении она делится средней линией (начиная от меньшего основания)?

619. В равнобедренной трапеции основания равны 51 *см* и 69 *см*, а боковая сторона 41 *см*. Определить площадь.

620. Определить площадь равнобедренной трапеции, в которой основания равны 42 *см* и 54 *см*, а угол при большем основании равен 45°.

621. В прямоугольной трапеции острый угол при основании равен 30°, сумма оснований равна m, и сумма боковых сторон равна n. Определить площадь трапеции.

622. Определить площадь трапеции, у которой параллельные стороны суть 60 *см* и 20 *см*, а непараллельные 13 *см* и 37 *см*.

623. В равнобедренной трапеции большее основание = 44 *м*, боковая сторона = 17 *м* и диагональ = 39 *м*. Определить площадь этой трапеции.

624. 1) Определить площадь равнобедренной трапеции у которой основания суть 12 *см* и 20 *см*, а диагонал взаимно перпендикулярны.

2) Определить площадь равнобедренной трапеции, у которой диагонали взаимно перпендикулярны, а высота равна h.

625. Определить площадь равнобедренной трапеции, если ее диагональ равна c и образует с бо́льшим основанием угол в 45°.

626. Определить площадь равнобедренной трапеции, которой основания суть 10 *см* и 26 *см*, а диагонали перпендикулярны к боковым сторонам.

627*. Определить площадь трапеции, у которой основания равны 142 *см* и 89 *см*, а диагонали 120 *см* и 153 *см*.

628. В круге радиуса r по одну сторону центра проведены две параллельные хорды, стягивающие дуги в 60° и 120°, и концы их соединены. Определить площадь полученной трапеции.

629. В равнобедренной трапеции, описанной около круга, боковая сторона равна a, а острый угол при основании равен 30°. Определить площадь этой трапеции.

630*. 1) Основания трапеции равны 6 *см* и 22 *см*, а высота равна 8 *см*. На каком расстоянии от меньшего основания находится параллель к нему, делящая площадь трапеции пополам?

2) Основания трапеции равны 6 *см* и 11 *см*, а высота 5 *см*. На каком расстоянии от меньшего основания находится параллель к нему, делящая площадь трапеции в отношении 9:8 (начиная от меньшего основания)?

631. Внутри многоугольника (неправильного) помещается другой многоугольник (одноименный), стороны которого параллельны сторонам первого и отстоят от них на 5 *дм*. Определить площадь, заключенную между периметрами, если они равны 63 *дм* и 97 *дм*.

4) Площадь многоугольника.

632. 1) Определить площадь 4-угольника, если его диагонали взаимно перпендикулярны и равны k и l.

2) Определить площадь 4-угольника, если его диагонали равны k и l и образуют угол в 30°.

633. На сторонах прямоугольника построены, вне его, равносторонние треугольники, и свободные вершины их соединены. Определить площадь получившегося 4-угольника, если стороны данного прямоугольника равны a и b.

634. На отрезках AC и CE прямой линии AE построены — по одну сторону ее — равносторонние треугольники ABC и CDE, и вершины B и D соединены. Определить площадь 4-угольника $ABDE$, если $AC = a$ и $CE = b$.

635*. Пусть будет M средина стороны AD в 4-угольнике $ABCD$. Дано: $MB \perp AB$; $MC \perp CD$; $AD = 50$ *см*, $AB = 15$ *см* и $CD = 7$ *см*. Требуется определить площадь $ABCD$.

636. На окружности радиуса r взяты последовательные дуги: $AB = 30^\circ$, $BC = 60^\circ$, $CD = 90^\circ$ и $DE = 120^\circ$, и составлен 5-угольник $ABCDE$. Определить площадь этого 5-угольника.

637. 1) Периметр описанного многоугольника равен 60 *см*, а площадь содержит 240 *кв. см*. Определить радиус круга.

2) Около окружности радиуса $= 25$ *см* описан многоугольник, площадь которого равна 20 *кв. дм*. Определить его периметр.

638. Определить (по общей формуле) площадь правильного треугольника, описанного около окружности радиуса r.

639. Если из какой-нибудь точки внутри правильного многоугольника опустить перпендикуляры на все его стороны, то средняя арифметическая этих перпендикуляров равна апофеме. Доказать это.

640. 1) По данному радиусу r определить площадь правильного вписанного 6-угольника.

2) По данному радиусу r определить площадь правильного описанного 6-угольника.

3) Определить сторону правильного 6-угольника по его площади S.

641*. 1) По данному радиусу r определить площадь правильных вписанных 8-угольника и 12-угольника.

2) Площадь правильных 8-угольника и 12-угольника определить по данной стороне a.

642*. 1) Окружность радиуса r разделена на шесть равных частей, и точки деления соединены через одну. Определить площадь полученной 6-угольной звезды.

2) Окружность радиуса r разделена на восемь равных частей, и точки деления соединены через одну. Определить площадь полученной 8-угольной звезды.

643. 1) По данной площади Q правильного вписанного 12-угольника определить площадь правильного 6-угольника, вписанного в ту же окружность.

2) По данной площади Q правильного вписанного 8-угольника определить площадь квадрата, вписанного в ту же окружность.

644. По данному радиусу r определить площадь правильных описанных 8-угольника и 12-угольника.

645. Площадь правильного 10-угольника определить: 1) по радиусу r; 2) по стороне a.

646*. Площадь правильного 5-угольника определить: 1) по радиусу r; 2) по стороне a.

647*. По данному радиусу r определить площадь правильного вписанного 24-угольника.

5) Сравнение площадей треугольников и многоугольников.

648. Если диагональ какого-нибудь 4-угольника делит другую диагональ пополам, то она делит пополам и площадь 4-угольника. Доказать это.

649. На линии, соединяющей средины оснований трапеции, взята точка и соединена со всеми вершинами трапеции. Доказать, что треугольники, прилежащие к боковым сторонам трапеции, равновелики.

650. Если в трапеции средину одной боковой стороны соединить с концами другой боковой стороны, то площадь полученного треугольника составит половину площади трапеции. Доказать это.

651. Диагональ трапеции делит ее площадь в отношении 3:7. В каком отношении разделится площадь этой трапеции, если из конца верхнего основания провести линию, параллельную боковой стороне?

652*. На сторонах прямоугольного треугольника построены квадраты, и свободные вершины их соединены. Определить площадь получившегося 6-угольника, если катеты данного треугольника равны a и b.

653. Как относятся между собой площади P и Q двух треугольников, имеющих по равному углу, заключенному в первом треугольнике между сторонами в 12 *см* и 28 *см*, а во втором — между сторонами в 21 *см* и 24 *см*?

654. В треугольнике ABC сторона BA продолжена на длину $AD = 0{,}2\,BA$ и сторона BC — на длину $CE = \frac{2}{3}\,BC$; точки D и E соединены. Найти отношение площадей ABC и DBE.

655. Свойство биссектрисы в треугольнике вывести из сравнения площадей.

656. Во сколько раз увеличится площадь треугольника, если каждую сторону увеличить в 4 раза? в 5 раз?

657. Сторона треугольника равна 5 *см*. Чему равна сходственная сторона подобного ему треугольника, площадь которого вдвое более?

658. Какую часть площади (считая от вершины) отсекает средняя линия треугольника?

659. Высота треугольника равна h. На каком расстоянии от вершины находится параллель к основанию, делящая площадь треугольника пополам?

660. Боковая сторона треугольника разделена в отношении 2:3:4 (от вершины к основанию), и из точек деления проведены прямые, параллельные основанию. В каком отношении разделилась площадь треугольника?

661. Прямая, параллельная основанию треугольника, делит его боковую сторону в отношении 5:3 (начиная от вершины), а площадь — на части, разность которых равна 56 *кв. см.* Определить площадь всего треугольника.

662. Прямыми, параллельными основанию, площадь треугольника разделилась в отношении 9:55:161 (от вершины к основанию). В каком отношении разделились боковые стороны?

663. Какую часть одноименных описанных фигур составляют следующие вписанные: 1) правильный треугольник; 2) квадрат; 3) правильный 6-угольник? (Вопрос решить, не вычисляя самых площадей.)

664. Сумма площадей трех подобных многоугольников равна 232 *кв. м*, а периметры их относятся как 2:3:4. Определить площадь каждого многоугольника.

665. В параллелограме, стороны которого относятся как 2:3, проведена параллель к меньшей стороне, отсекающая параллелограм подобный данному. В каком отношении она делит площадь данного параллелограма?

666. Трапеция с основаниями a и b разделена прямой, параллельной основаниям, на две подобные между собой части. Найти отношение их площадей (от a к b).

---

667. В параллелограме соединены, идя в одном направлении, средина каждой стороны с концом следующей стороны, отчего получился внутренний параллелограм. Доказать, что его площадь составляет $\frac{1}{5}$ площади данного параллелограма.

668. Найти отношение между основаниями такой трапеции, которая равновелика своему дополнительному треугольнику.

669. Прямая, проведенная между боковыми сторонами треугольника, делит одну из них в отношении $3:7$ (считая от вершины), а площадь треугольника в отношении $3:22$ (считая так же). Параллельна ли эта прямая основанию, и в каком отношении она делит другую боковую сторону?

670. Каждая сторона треугольника разделена на три равные части, и соединены соответственные точки деления (считая в одном направлении), отчего получился внутренний треугольник. Доказать, что его площадь составляет $\frac{1}{3}$ площади данного треугольника.

671. Площадь прямоугольного треугольника разделена пополам прямой, перпендикулярной к гипотенузе. Найти расстояние между этой прямой и вершиной меньшего острого угла, если больший катет $= 20$ *см*.

672. В прямоугольном треугольнике катеты относятся как $3:4$, а высота делит площадь треугольника на части, разность которых равна 84 *кв. см*. Определить площадь всего треугольника.

673. Из точки, делящей сторону треугольника в отношении $m:n$, проведены прямые, параллельные двум другим сторонам. В каком отношении разделилась (на три части) площадь треугольника?

674. Из внешней точки A проведены к кругу касательная AB и секущая ACD. Определить площадь треугольника CBD, если $AC:AB = 2:3$ и площадь $ABC = 20$ *кв. см*.

675. AB и CD — две непересекающиеся хорды, причем $\smile AB = 120°$ и $\smile CD = 90°$; M — точка пересечения хорд AD и BC. Определить площади AMB и CMD, если их сумма содержит 100 *кв. см*.

676. AB — диаметр; BC и AC — хорды, причем $\smile BC = 60°$; D — точка пересечения продолженного диаметра и касательной CD. Найти отношение площадей DCB и DCA.

677. Боковая сторона треугольника разделена на n равных частей прямыми, проведенными внутри треугольника параллельно основанию. Из обоих концов каждой параллели опущены перпендикуляры на следующую нижнюю (а из концов смежной с основанием — на основание). Определить сумму площадей полученных прямоугольников, если площадь данного треугольника равна Q.

678. 1) Найти отношение между площадями двух правильных 6-угольников, из которых второй получен через соединение средин сторон первого.

2) Если все вершины правильного 6-угольника соединить через одну, то от пересечения соединительных прямых получится внутренний правильный 6-угольник. Доказать, что его площадь равна $\frac{1}{3}$ площади данного.

679. $ABCD$ — данный квадрат; E и F — средины сторон CD и AD; M — точка пересечения линий BE и CF. Доказать, что площадь BMC составляет $\frac{1}{5}$ площади квадрата.

680. Основание треугольника делится высотой на части в 18 *см* и 7 *см*. Перпендикулярно к основанию проведена прямая, делящая площадь данного треугольника пополам. Определить расстояние между этой прямой и вершиной меньшего угла при основании.

681. В прямоугольном треугольнике ABC катеты AB и BC относятся как 1 : 3; $BD \perp AC$, $DE \perp AB$ и $DF \perp BC$. Какую часть площади ABC составляет площадь $BEDF$?

682. Треугольник и вписанный в него ромб имеют общий угол. Стороны треугольника, заключающие этот угол, относятся как $m : n$. Найти отношение площади ромба к площади треугольника.

683. В треугольнике ABC сторона $BC = a$ и $AB = c$; BD — биссектриса; EF — параллель к DC, отсекающая от треугольника DBC часть $DEFC$, равновеликую треугольнику ABD. Определить отрезок BF.

684. Стороны треугольника разделены в отношении $m:n$ (идя в одном направлении), и точки деления соединены между собой. Определить отношение площади полученного внутреннего треугольника к площади данного.

685*. Линией, параллельной основанию треугольника, его высота разделена в среднем и крайнем отношении, причем больший отрезок находится при вершине. Доказать, что при этом площадь треугольника разделилась также в среднем и крайнем отношении, причем бо́льшая часть получилась при основании треугольника.

686*. Площадь трапеции разделена пополам линией, параллельной основаниям a и b. Найти длину этой линии.

687. 1) Трапеция разделена диагоналями на четыре треугольника. Доказать, что треугольники, прилежащие к боковым сторонам трапеции, равновелики.

2) AD и BC — основания трапеции $ABCD$; O — точка пересечения диагоналей AC и BD. Определить сумму площадей AOB и COD, если основания трапеции равны a и b, а ее высота равна h.

688*. 1) Трапеция разделена диагоналями на четыре треугольника. Доказать, что площадь треугольника, прилежащего к боковой стороне трапеции, есть средняя пропорциональная между площадями треугольников, прилежащих к основаниям трапеции.

2) $AD=a$ и $BC=b$ суть основания трапеции $ABCD$; O — точка пересечения диагоналей AB и BD. Найти отношение суммы площадей AOD и BOC к площади трапеции.

689*. Доказать, что площадь правильного вписанного $2n$-угольника есть средняя пропорциональная между площадями вписанного и описанного правильных n-угольников.

Определение в треугольнике: медиан, биссектрис и радиусов описанного и вписанного кругов.

690. Доказать, что в треугольнике сумма квадратов трех медиан относится к сумме квадратов трех сторон как 3 : 4.

691. 1) Основание треугольника равно 22 *см*, а боковые стороны 13 *см* и 19 *см*. Определить медиану основания.

2) Определить все медианы треугольника, в котором $a=2$, $b=3$ и $c=4$.

692. В треугольнике одна из сторон равна 26 *см*, а ее медиана равна 16 *см*. Определить две другие стороны этого треугольника, если они относятся как 3 : 5.

693. Медианы катетов суть m и n. Определить медиану гипотенузы.

694. 1) Определить длину линии, соединяющей средины оснований трапеции, если меньшее основание равно b, большее a, и сумма углов при большем основании равна 90°.

2) В трапеции основания суть 9 *см* и 23 *см*, а боковые стороны 7 *см* и 11 *см*. Определить длину линии, соединяющей средины оснований.

695*. В треугольнике ABC определить биссектрису угла A при следующей длине сторон: 1) $a=7$; $b=6$; $c=8$. 2) $a=18$; $b=15$; $c=12$. 3) $a=39$; $b=20$; $c=45$.

696*. По данным двум сторонам треугольника и биссектрисе угла между ними определить отрезки третьей стороны. $b=20$; $c=45$; $l_a=24$.

697. Если стороны треугольника относятся как $4:5:6$, то больший угол вдвое более меньшего. Проверить это (с помощью биссектрисы большего угла).

698*. В треугольнике ABC определить сторону a, если даны стороны b и c и известно, что $A = 2B$.

699. В сегменте даны: хорда $a = 80$ *м* и высота $h = 24$ *м*. Определить длину касательной, проведенной из конца дуги до встречи с продолженной высотой сегмента.

700. Из конца B диаметра AB проведена касательная BC, и из точки C проведена вторая касательная, встречающая продолжение BA в точке D. Определить длину CD, если радиус круга равен $r = 4$ *см*, а $BC = a = 12$ *см*.

701. 1) Доказать, что в прямоугольном треугольнике радиус вписанного круга равен половине разности между суммой катетов и гипотенузой.

2) Катеты равны 40 *см* и 42 *см*. Определить радиусы кругов описанного и вписанного.

702. Определить относительное положение центра описанного круга, если даны три стороны треугольника, или отношение их: 1) 5; 8; 10. 2) $8:7:5$. 3) 80; 315; 325.

703. Для треугольника определить R и r при следующей длине сторон: 1) 13; 14; 15. 2) 15; 13; 4. 3) 35; 29; 8. 4) 4; 5; 7.

704*. Определить радиус круга, описанного около равнобедренной трапеции, у которой основания a и b $(a > b)$, а боковая сторона c.

705*. В треугольнике ABC по двум сторонам a и b и радиусу R описанного круга определить третью сторону c. $(a = 17;\quad b = 10;\quad R = 10\frac{5}{8}.)$

706. Около треугольника со сторонами 10 *см*, 15 *см* и 20 *см* описан круг, а около этого круга описан треугольник со сторонами, параллельными сторонам первого треугольника. Определить стороны второго треугольника.

707*. Доказать, что в прямоугольном треугольнике вписанный круг делит гипотенузу на отрезки, произведение которых равно площади этого треугольника.

708*. Пусть будут α, β и γ отрезки сторон треугольника, образуемые точками касания вписанного круга. Доказать, что $S = \sqrt{\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot (\alpha + \beta + \gamma)}$.

709. Стороны треугольника относятся как 13 : 14 : 15. В каком отношении разделится площадь этого треугольника прямой, проведенной через центр вписанного круга параллельно средней стороне?

710*. В треугольнике ABC вырезана $\frac{1}{16}$ его площади в виде треугольника DEF, стороны которого параллельны сторонам треугольника ABC и одинаково отстоят от них. Найти это расстояние, если стороны треугольника ABC суть: 13 *см*, 37 *см* и 40 *см*.

711*. В треугольнике ABC дано: $a = 25$; $b = 30$; $\angle B = 2A$. Требуется определить c, R и r.

Длина окружности и дуги. Площадь круга и его частей.

В числовых задачах этого отдела (если нет особого указания) для приближенного вычисления взято $\pi = 3{,}14$ и $\frac{1}{\pi} = 0{,}32$ [1]).

712. Вычислить длину окружности, если радиус равен 1) 10 *см*; 2) 15 *м*; 3) 35 *см*.

713. Вычислить радиус, если длина окружности равна 1) 1 *м*; 2) 25 *см*; 3) 4,75 *см*.

714. По данному радиусу r определить длину дуги, содержащей: 1) 45°; 2) 24°30′; 3) 5°14′15″.

715. Определить радиус дуги, если ее длина равна l, а величина (градусное выражение): 1) 135°; 2) 10°40′; 3) 210°50″.

716. Определить число градусов дуги, если дан ее радиус r и длина l: 1) $r = 10$; $l = 45$. 2) $r = 15$; $l = 6$.

717. Определить в градусах и минутах дугу, длина которой равна радиусу. $\left(\frac{1}{\pi} = 0{,}31831.\right)$

718. По данной хорде a определить длину ее дуги, если она содержит: 1) 60°; 2) 90°; 3) 120°.

719. По данной длине дуги l определить ее хорду, если дуга содержит: 1) 60°; 2) 90°; 3) 120°.

720. Определить радиус окружности, если она длиннее своего диаметра на 107 *см*.

---

[1]) $\pi = 3{,}14159\ 26535\ 89793\ 23846\ldots$

$\frac{1}{\pi} = 0{,}31830\ 98861\ 83790\ 67153\ldots$

721. На сколько увеличится длина окружности, если радиус увеличить на m?

722. Из двух концентрических окружностей одна равна 167 *см*, а другая 117 *см*. Определить ширину кольца.

723. Определить длину окружности, если она более периметра правильного вписанного 6-угольника на 7 *см*.

724. Дуга сегмента содержит 120° и имеет длину l. Определить длину окружности, вписанной в этот сегмент.

725. Данная прямая разделена на несколько равных частей, и на них, как на диаметрах, построены полуокружности поочередно сверху и снизу. Доказать, что длина полученной волнообразной линии равна длине полуокружности, построенной на целой прямой.

726. Из концов дуги ACB, содержащей 120°, проведены касательные до взаимного пересечения в точке D, и в полученную фигуру $ACBD$ вписана окружность. Доказать, что она равновелика дуге ACB.

727. В квадрант (четверть круга) вписан полукруг, имеющий концы диаметра на боковых радиусах квадранта. Доказать, что дуга квадранта и вписанная полуокружность равновелики.

728. Между боковыми сторонами равнобедренного треугольника описаны две дуги, касательные к основанию, принимая за центр одной дуги вершину треугольника, а за центр другой — средину высоты. Доказать, что эти дуги имеют одинаковую длину.

729. Определить степень точности при замене $\frac{1}{2}C$ через $a_3 + a_4$ (для приближенного спрямления окружности).

730. Одно из приближенных спрямлений окружности состоит в том, что ее заменяют периметром прямоугольного треугольника, у которого один катет $= \frac{6}{5}$ диаметра, а другой катет $= \frac{3}{5}$ диаметра. Определить степень точности этого способа.

---

731. Определить площадь круга при следующей длине радиуса: 1) 10 *см*; 2) 4 *м*; 3) 2,5 *см*.

732. Определить радиус круга, если его площадь равна: 1) 2 *кв. см*; 2) 50 *кв. см*; 3) 17 *кв. м*.

733. 1) Определить площадь круга, если длина окружности равна 8 *см*.

2) Определить длину окружности, если площадь круга равна 18 *кв. см*.

734. Определить площадь круга, если площадь вписанного квадрата равна F.

735. Вычислить площадь круга, если она менее площади описанного квадрата на 4,3 *кв. м*.

736. Найти отношение между площадями вписанного и описанного кругов: 1) для правильного 3-угольника; 2) для квадрата; 3) для правильного 6-угольника.

737. Какую часть площади круга составляют площади вписанных квадрата и правильного 12-угольника?

738. Найти отношение между площадями двух полукругов, из которых второй помещается внутри первого так, что вторая полуокружность касается первого диаметра, а второй диаметр служит хордой, параллельной первому диаметру.

739. 1) Вычислить площадь кольца, если радиусы окружностей равны 8 *см* и 7 *см*.

2) В концентрическом кольце хорда большей окружности, касающаяся меньшей, равна a. Определить площадь кольца.

3) Определить площадь, которую опишет касательная, равная a, если точка касания сделает полный оборот по окружности.

740. Круг обложен шестью равными ему кругами, и полученное соединение семи равных кругов охвачено таким концентрическим кольцом, которое равновелико их сумме. Доказать, что ширина этого кольца равна радиусу кругов.

741. Определить площадь сектора, если радиус равен r, а дуга содержит: 1) $67°30'$; 2) $15°45'$; 3) $200°40''$.

742. Определить радиус сектора, если его площадь равна q, а центральный угол равен: 1) $72°$; 2) $36'$; 3) $40'50''$.

743. Радиус сектора равен r, а площадь равна q. Определить величину центрального угла (или дуги).

744. Определить в целых градусах угол сектора равновеликого вписанному квадрату ($\frac{1}{\pi}=0{,}318$).

745. Определить площадь сегмента, если радиус $=r$, а дуга содержит; 1) $120°$; 2) $90°$; 3) $60°$; 4) $45°$; 5) $30°$; 6) $36°$.

746. Определить площадь сегмента, если хорда $=a$, а дуга содержит: 1) $120°$; 2) $90°$; 3) $60°$; 4) $45°$; 5) $30°$; 6) $36°$.

747. Определить площадь сегмента, если радиус $=r$ а дуга содержит: 1) $135°$; 2) $150°$; 3) $162°$.

748. 1) Полуокружность радиуса r разделена на три равные части, и точки деления соединены с концом диаметра. Определить площадь средней части полукруга.

2) Концы дуги CD одинаково удалены от концов диаметра AB. Определить площадь, заключенную между дугой CD и хордами AC и AD, если площадь круга равна Q и дуга CD содержит $n°$.

749. 1) В круге радиуса r проведены по одну сторону центра две параллельные хорды, из которых одна стягивает дугу в $120°$, а другая — в $60°$. Определить часть площади круга, заключенную между хордами.

2) Такая же задача для дуг в $150°$ и $90°$.

750. Общая хорда двух пересекающихся окружностей равна a и стягивает в одном круге дугу в $60°$, а в другом — дугу в $90°$. Определить площадь общей части кругов.

751. Площадь данного круга равна Q. Определить площадь вписанного в него прямоугольника, стороны которого относятся как $m:n$.

752. В круг радиуса r вписан прямоугольник, площадь которого составляет половину площади круга. Определить стороны этого прямоугольника.

753. Около круга, площадь которого равна Q, описан ромб с углом в 30°. Определить площадь этого ромба.

754. Около правильного треугольника описана окружность, и в тот же треугольник вписана окружность. Определить площадь кольца, заключенного между этими окружностями, если площадь треугольника равна Q.

755. AMB — дуга, содержащая 120°; OA и OB — радиусы; AC и BC — касательные; DME — дуга, описанная из центра C между CA и CB и касающаяся дуги AMB. Найти отношение между площадями секторов $CDME$ и $OAMB$.

756. Из концов дуги ACB проведены касательные до пересечения в точке D. Определить площадь $DACB$, заключенную между двумя касательными и дугой, если радиус дуги равен r, а ее величина равна: 1) 90°; 2) 120°; 3) 60°.

757. Из центра равностороннего треугольника описана окружность, пересекающая его стороны так, что внешние дуги содержат по 90°. Означая сторону этого треугольника через a, определить площадь, ограниченную внутренними дугами и средними отрезками сторон.

758. Два равные полукруга наложены так, что диаметры их параллельны, а полуокружность одного проходит через центр другого. Определить площадь общей части полукругов по данному их радиусу r.

759. На каждой стороне квадрата, принятой за диаметр, описана полуокружность, лежащая внутри квадрата. Определить площадь полученной розетки, если сторона квадрата равна a.

760. На сторонах ромба описаны, как на диаметрах, полуокружности, обращенные внутрь. Определить площадь полученной розетки, если диагонали ромба равны a и b.

761. В равностороннем треугольнике проведены дуги между каждыми двумя вершинами через центр треугольника. Определить площадь полученной розетки, если сторона треугольника равна a.

762. На сторонах прямого угла BAC отложены равные отрезки AB и AC, имеющие длину a, и внутри угла проведены дуги $APMB$ и $AQMC$, содержащие по 120° (M — точка их пересечения). Требуется определить площадь, заключенную между дугами APM и AQM.

763. Между точками A и B проведены две дуги, обращенные выпуклостью в одну сторону: дуга $AMB = 240°$ и дуга $ANB = 120°$. Расстояние между срединами этих дуг равно a. Определить площадь луночки.

764*. Если радиус данного круга разделить в среднем и крайнем отношении и, взяв большую часть, описать ею концентрическую окружность, то площадь данного круга также разделится в среднем и крайнем отношении, причем большей частью будет кольцо. Доказать это.

765. Диаметр разделен на равные части, и из обоих его концов проведены полуокружности во все точки деления, причем из одного конца все полуокружности сверху, а из другого — все снизу. Доказать, что полученными изогнутыми линиями круг разделился на части равной величины, а периметр каждой части равен длине окружности.

766. В прямоугольном равнобедренном треугольнике ABC из вершины прямого угла B, как из центра, радиусом BA описана дуга BDC; приняв за центр вершину A, радиусом AC описана дуга CEF, где F — точка на продолжении катета AB. Доказать, что секторы $BADC$ и $ACEF$ равновелики.

767. В прямоугольном равнобедренном треугольнике ABC на гипотенузе BC, как на диаметре, описана полуокружность $BDAEC$, а из точки A, как из центра, радиусом AB описана дуга BFC. Доказать что сегмент BFC равновелик сумме сегментов BDA и CEA.

768. AB и CD — два взаимно перпендикулярных диаметра. Из точки D, как из центра, радиусом DA описана дуга AMB. Доказать, что луночка $AMBC$ равновелика треугольнику ABD.

769. Из точки C данной полуокружности опущен перпендикуляр CD на диаметр AB, и на отрезках AD и DB построены новые полуокружности по одну сторону с данной. Доказать, что площадь, заключенная между тремя полуокружностями, равна площади круга с диаметром CD.

Смешанный отдел.

770. В прямоугольном треугольнике через средину высоты (выходящей из вершины прямого угла) проведена прямая, параллельная большему катету. Определить ее длину, если катеты равны 75 *см* и 1 *м*.

771. Определить сторону ромба, если окружность, проведенная через вершины обоих тупых углов и одного из острых, делит бо́льшую диагональ на части в 5 *м* и в 14 *дм*.

772. Данного круга касаются два равных меньших — один изнутри, другой извне, причем дуга между точками касания содержит 60°. Определить расстояние между центрами меньших кругов, если их радиус равен r, а радиус бо́льшего круга равен R.

773. Основание треугольника равно 75 *см*, а боковые стороны 65 *см* и 70 *см*. Высота разделена в отношении 2:3, и через точку деления проведена прямая, параллельная основанию. Определить площадь получившейся при этом трапеции.

774. Определить площадь треугольника по данному радиусу R описанного круга и двум углам, содержащим 45° и 60°.

775. Определить катеты прямоугольного треугольника, если они относятся между собой как 20:21, а разность между радиусами кругов описанного и вписанного равна 17 *см*.

776. На диаметре AB данного круга взят отрезок CD и проведены полуокружности AC и AD по одну сторону AB и полуокружности BC и BD по другую сторону AB.

Доказать, что периметр листка $ACBD$ равен длине окружности, а его площадь относится к площади круга как $CD:AB$.

777. В круг радиуса r вписан прямоугольник $ABCD$. Определить площадь этого прямоугольника, если дуга AB содержит: 1) 30°; 2) 45°; 3) 60°.

778. Диаметр круга делится на три равные части двумя хордами, выходящими из средины полуокружности. Определить, какой части диаметра равна хорда, соединяющая концы двух первых хорд.

779. $ABMCD$ — дуга, содержащая 210°; $ABCD$ — вписанный в нее прямоугольник, площадь которого равна Q. Определить площадь сегмента $ABMCD$.

780. В параллелограме отношение сторон и отношение диагоналей есть 1:2. В каком отношении делится бо́льшая сторона высотой, проведенной из вершины тупого угла?

781. Основания трапеции равны 70 *см* и 42 *см*, а боковые стороны 26 *см* и 30 *см*. Определить площадь этой трапеции и площадь дополнительного треугольника, полученного от продолжения боковых сторон трапеции.

782. Определить радиус круга, вписанного в данный сектор, если радиус сектора равен R, а дуга содержит: 1) 60°; 2) 90°; 3) 120°.

783. В треугольнике ABC проведены высоты BD и CE, и точки D и E соединены. Найти отношение площади ADE к ABC: 1) если $\angle A = 45°$; если $\angle A = 30°$.

784. Две параллельные хорды равны 14 *см* и 40 *см*, а расстояние между ними 39 *см*. Определить площадь круга.

785. В равностороннем треугольнике со стороной a каждая вершина служит центром дуги, соединяющей две другие вершины. Определить площадь фигуры, ограниченной тремя дугами, и радиус круга, вписанного в эту фигуру.

786. Прямые, соединяющие средину одной из бо́льших сторон параллелограма с концами другой большей сто-

роны, взаимно перпендикулярны и равны 6 *см* и 8 *см*. Определить стороны и диагонали этого параллелограма.

787. 1) Гипотенуза равна c, а один из острых углов равен 75°. Определить катеты и высоту.

2) Такая же задача для угла в 67°30′.

788. Определить катеты, если гипотенуза равна 50 *см*, а радиус вписанного круга равен 6 *см*.

789. Пусть будут R и r радиусы двух окружностей, лежащих одна вне другой, и пусть a и b означают длину их общих касательных, внешней и внутренней. Требуется доказать, что $a^2 - b^2 = 2R \cdot 2r$.

790*. По данному радиусу r определить сторону правильного вписанного 15-угольника.

791. В треугольнике ABC даны стороны: $AB = 13$ *см*, $AC = 14$ *см* и $BC = 15$ *см*. Из средины D стороны AC восставлен перпендикуляр к ней до пересечения, в точке E, с продолженной биссектрисой угла B. Определить длину DE.

792. AB и BC — последовательные дуги, содержащие 30° и 90°. Требуется определить, по радиусу r, площадь треугольника ABC.

793. C — точка на диаметре AB данного круга; AMC и CNB — полуокружности, лежащие по разные стороны диаметра. Если точка C делит диаметр AB в среднем и крайнем отношении, то линия $AMCNB$ делит площадь данного круга также в среднем и крайнем отношении. Доказать это.

794*. Около круга, радиус которого равен 4 *см*, описана равнобедренная трапеция с боковой стороной, равной 15 *см*. Определить радиус круга, описанного около этой трапеции.

795. Проверить равенство: хорда $\smile 150° -$ хорда $\smile 30° =$ хорда $\smile 90°$.

796. AB — дуга окружности с центром O, AD — перпендикуляр на радиус OB; если отложить дугу AC, рав-

ную (по длине) этому перпендикуляру, то сектор BOC и сегмент ACB равновелики. Доказать это.

797*. Прямая, параллельная основаниям трапеции, делит ее площадь в отношении $m:n$ (начиная от большего основания). Определить длину этой прямой, если основания трапеции суть a и b $(a > b)$.

798. В равносторонний треугольник вписаны три равных круга так, что каждый касается двух сторон треугольника и двух других кругов. Определить радиус этих кругов, если сторона треугольника равна a.

799. Два равных круга радиуса r расположены так, что центр одного лежит на окружности другого. Из первой точки пересечения данных окружностей проведены два диаметра, и концы их соединены дугой, имеющей центр в названной точке; то же самое сделано и со второй точкой пересечения окружностей. Определить периметр и площадь полученного овала.

800*. В 4-угольнике $ABCD$ дано: $AB = 48$, $BC = 57$, $CD = 73$, $DA = 80$ и диагональ $AC = 63$. Определить площадь 4-угольника и диагональ BD.

801*. Диаметр $AB = 25$ *см*, хорда $AC = 7$ *см* и хорда $BD = 15$ *см* (точки C и D — по одну сторону диаметра); AC и BD продолжены до взаимного пересечения в точке M. Определить длину CM и DM.

802. В треугольнике ABC дано: $BC = a$, $\angle B = 75°$ и $\angle C = 60°$. Определить AB и AC.

803*. Доказать, что в описанной равнобедренной трапеции диаметр круга есть средняя пропорциональная между ее основаниями.

804. Две параллельные хорды лежат по одну сторону центра, и сумма их дуг $= 180°$. Определить часть площади круга, заключенную между хордами, если меньшая дуга содержит $n°$, а радиус круга равен r.

805. В равнобедренном прямоугольном треугольнике, с гипотенузой a, прямой угол разделен на три равные

части прямыми, проведенными к гипотенузе. Определить полученные отрезки гипотенузы.

806*. OA и OB — два взаимно перпендикулярных радиуса; M — средина OB; из конца C хорды AMC проведена касательная, встречающая продолжение радиуса OB в точке D. Определить длину OD, если радиус круга равен r.

807. Вершины данного правильного n-угольника служат центрами дуг равного радиуса, проведенных между смежными сторонами, а центр многоугольника служит центром окружности, которая касается тех дуг; при этом радиус окружности и радиус дуг взяты так, что круг равновелик сумме всех секторов. Определить радиус дуг, если радиус многоугольника равен R ($n = 4$; 10; 20).

808*. Если угол ромба равен 30°, то сторона есть средняя пропорциональная между диагоналями. Доказать это.

809. В треугольник вписан параллелограм. Узнать, как относятся их площади, если сторона треугольника относится к лежащей на ней стороне параллелограма как $m:n$.

810*. Основание треугольника равно 14 *см*, а боковые стороны 13 *см* и 15 *см*. В него вписан равнобедренный треугольник так, что его основание параллельно основанию данного треугольника, одна из боковых сторон лежит на боковой стороне данного треугольника, и высота равна 7 *см*. Определить расстояние между основаниями данного треугольника и вписанного равнобедренного.

811*. В прямоугольнике со сторонами a и b соединены средины смежных сторон, а через вершины этого прямоугольника проведены прямые, перпендикулярные к его диагоналям. Показать, что получившиеся два ромба подобны, и определить отношение их площадей.

812. AB, BC и CD — последовательные дуги в 60° каждая, взятые из окружности радиуса r. M — точка пересечения хорд AC и BD. Определить площадь каждой из четырех частей круга, лежащих вокруг точки M.

813*. В прямоугольник вписан параллелограм, стороны которого параллельны диагоналям прямоугольника и относятся между собою как $m:n$. Определить площадь параллелограма, если стороны прямоугольника равны a и b.

814*. Определить площадь трапеции по четырем ее сторонам a, b, c и d (a и b — основания, причем $a > b$).

815. Определить угол при вершине в равнобедренном треугольнике, у которого центры кругов вписанного и описанного симметричны относительно основания[1]).

816. В данный четырехугольник вписан ромб, у которого стороны параллельны диагоналям четырехугольника. Определить сторону ромба, если диагонали данного четырехугольника равны l и m.

817. Стороны параллелограма разделены в отношении $m:n$ (в одном направлении), и точки деления соединены по порядку. Найти отношение площади вновь полученного параллелограма к площади данного.

818. В треугольнике ABC высота BD равна 6 *см* и делит основание AC на части AD и DC, из которых DC равна 3 *см*. Определить AD, если угол ABD вдвое более угла CBD.

819. Определить площадь треугольника, если его высота равна 1 *см* и делит угол при вершине на части в 15° и 75°.

820. В треугольнике определить биссектрису угла, заключенного между сторонами a и b, если этот угол содержит: 1) 120°; 2) 90°; 3) 60°.

821*. В трапеции через точку пересечения диагоналей проведена между боковыми сторонами прямая, параллельная основаниям. Определить длину этой прямой, если основания равны a и b.

822. $ABCD$ — трапеция, причем $AD \parallel BC$; E и F — средины сторон AB и CD; G — точка пересечения линий EC

---

[1]) Т. е. линия, соединяющая их, перпендикулярна к основанию и делится им пополам.

и BF; H — точка пересечения линий AF и DE. Определить площадь 4-угольника $EGFH$, если основания трапеции равны a и b, а ее высота равна h.

823*. В треугольнике ABC дано: $a = 20$, $b = 15$ и $A - B = 90°$. Определить c.

824. Стороны параллелограма суть a и b $(a > b)$, а угол между ними равен 30°. Определить: 1) площадь этого параллелограма; 2) площадь прямоугольника, который образуется пересечением линий, делящих углы параллелограма пополам.

825*. В треугольниках ACB и ADB, лежащих по одну сторону общего основания AB, углы C и D равны каждый 120°, сторона AC менее BC и сторона BD менее AD. Определить расстояние CD, если $AB = 49$ *см* и периметры данных треугольников соответственно равны 104 *см* и 105 *см*.

826. Две стороны треугольника суть b и c, а площадь равна $\frac{bc\sqrt{3}}{4}$. Определить третью сторону.

827*. Определить площадь треугольника по трем его высотам h_a, h_b и h_c.

828*. Определить площадь треугольника по трем его медианам l, m и n.

829. Определить площадь треугольника, если одна из его сторон равна 42 *см*, а медианы, проведенные к двум другим сторонам, суть 30 *см* и 51 *см*.

830. В треугольнике ABC сторона $a = 375$, $b = 492$ и $c = 240$. Около этого треугольника описан круг, и средина M дуги AC (проходящей внутри угла ABC) соединена с вершиной B. Определить хорду BM.

831*. C — произвольная точка на диаметре AB; DE — хорда, проходящая через C и составляющая с AB угол в 45°. Доказать, что $CD^2 + CE^2$ есть величина постоянная (одинаковая для всех положений C).

832*. Определить площадь треугольника, если даны стороны a и b и биссектриса t угла между ними.

833*. Если в трапеции прямая, параллельная основаниям, есть средняя пропорциональная между ними, то части данной трапеции подобны между собою. Доказать это.

834. В параллелограме $ABCD$ через точку пересечения диагоналей проведен перпендикуляр к стороне BC, встречающий продолжение стороны AB в точке E. Дано: $AB = 20$, $BC = 30$ и $BE = 115$. Требуется определить диагонали BD и AC.

835*. Определить площадь вписанного четырехугольника по его сторонам a, b, c и d.

836*. A — точка на окружности радиуса r; AB — касательная, равная радиусу; BC — секущая, составляющая с AB угол в 15°. Определить длину BC.

837. Стороны треугольника ABC суть: $AB = 10$ *см*, $BC = 17$ *см* и $AC = 21$ *см*. Требуется найти на стороне AC такую точку D, чтобы линия BD была средняя пропорциональная между отрезками AD и DC. (Определить AD.)

838. В трапеции $ABCD$ большее основание $AD = a$, меньшее основание $BC = b$. Площадь этой трапеции разделена пополам прямой AM. Определить отношение $CM : MD$.

839*. Точка, взятая внутри угла в 60°, удалена от его сторон на расстояния a и b. Найти ее расстояние от вершины угла.

840. В трапеции точка пересечения диагоналей отстоит от оснований на g и k, а параллель к основаниям, проведенная через эту точку, равна f. Определить площадь трапеции.

841. В треугольнике со сторонами a, b и c проведена между a и b прямая, делящая треугольник на две части с одинаковой площадью и одинаковым периметром. Определить отрезки сторон a и b, прилежащие к вершине C. Примеры: 1) $a = 5$; $b = 12$; $c = 9$. 2) $a = 9$; $b = 8$; $c = 7$.

842*. OA и OB — два взаимно перпендикулярных радиуса; C — произвольная точка на дуге AB; DCE — прямая, параллельная хорде AB, причем D и E — точки на продолжениях радиусов OA и OB. Доказать, что $CD^2 + CE^2 = AB^2$.

843. Стороны треугольника суть: $a = 39$; $b = 17$; $c = 28$. Вычислить для этого треугольника: площадь, радиус описанного круга и радиусы вписанных кругов (внутреннего и трех внешних).

844. В треугольнике найти расстояние от центра вписанного круга до вершин при следующей длине сторон: 1) 3; 4; 5. 2) 26; 25; 17.

845[k]. Радиусы вневписанных в треугольник кругов суть: 66 *см*, 24 *см* и 8 *см*. Найти радиус описанного круга.

846. В равнобедренном треугольнике боковая сторона $= 9$ *м*, а основание $= 12$ *м*. Около него описан круг, и в тот же треугольник вписан круг. Определить хорду описанного круга, проведенную через боковые точки касания вписанного круга.

847. Высотой, проведенной из вершины прямого угла данный прямоугольный треугольник делится на части, периметры которых суть M и N. Определить периметр данного прямоугольного треугольника.

848. Окружность радиуса r разделена на шесть равных частей, и между последовательными точками деления проведены равные внутренние дуги такого радиуса, что на данной окружности они взаимно касаются. Требуется: 1) определить площадь внутренней части данного круга, заключенной между проведенными дугами; 2) описав концентрическую окружность, касательную к тем же дугам, определить отношение площади нового круга к площади данного.

849. В прямоугольном треугольнике ABC катет $AC = 15$ *см* и катет $BC = 8$ *см*. В этом треугольнике проведены: $CD \perp AB$; $DE \perp AC$; $EF \perp AB$; $FG \perp AC$ и т. д. К какому пределу стремится длина ломаной линии $BCDEFG\ldots$?

850*. Доказать: 1) Если стороны прямоугольного треугольника составляют арифметическую прогрессию, то они относятся как 3:4:5. 2) Если стороны прямоугольного треугольника составляют геометрическую прогрессию, то высота делит гипотенузу в среднем и крайнем отношении (причем бóльшая часть равна меньшему катету).

Ответы.

1. 7 *м*. 2. 0,5 *м*. 3. 1) 30 *м*; 2) 50 *м*; 3) 70 *м*. 4. 30 *м*. 5. 5,5 *м*. 6. 68 *м*. 7. 0,6 *м*. 8. $AB:BC = 1:(m-1)$. 9. 8,1 *м*. 10. 96 *м*. 11. 1) Да; 2) да; 3) нет. 12. $\frac{(n-1)n}{2}$; 10; 15; 190. 13. $\frac{(n-1)n}{2}$. 14. $\frac{10}{7}d$. 15. $\frac{12}{7}d$. 16. $\angle ACD = \frac{8}{5}d$; $\angle BCD = \frac{2}{5}d$. 17. $\frac{10}{9}d$ и $\frac{8}{9}d$. 18. $\frac{3}{5}d$. 19. Да. 20. Да. 21. $\frac{3}{16}d$. 22. d. 23. $\angle AOB = \frac{8}{5}d$; $\angle BOC = \frac{4}{5}d$. 24. $\frac{1}{3}d, \frac{4}{9}d, \frac{5}{9}d$ и $\frac{2}{3}d$. 25. $\frac{3}{5}d, \frac{2}{5}d$ и d. 26. $\frac{1}{5}d$. 27. Составляют прямую линию. 28. $\frac{19}{11}d$. 29. $\frac{5}{3}d$. 30. $\frac{2}{3}d$. 31. $\frac{7}{9}d$. 32. $\frac{13}{8}d$. 33. $\angle COE = \angle DOF = \frac{2}{17}d$. 34. 8 *м*, 20 *м*, 16 *м* и 32 *м*. 35. Нет. 36. 10 *м*. 37. a) $n-3$; b) $\frac{(n-3)n}{2}$; 35; 170; 275. 38 $\frac{3m}{m-1}$; 6; 4. 39. $2m+3$; 4; 5; 7; 8. 40. 0,3 *м*. 41. 10 *м*. 42. 1) Да; 2) нет; 3) нет. 43. 2 *м*. 44. 10 *м*. 46. 1) *Указание*. Применить свойство внутренней ломаной. 47. 6 *м*. 48. 13 *м*. 49. 15 *м*. 50. 10 *см*. 51. 8 *м*. 52. $AB = BC = 10$ *см*; $AC = 15$ *см*, 54. $\frac{11}{16}d$. 55. $\frac{9}{7}d$. 56. Нет. — Увеличить на $1\frac{1}{16}d$. 57. $\frac{5}{8}d$. 58. $\frac{11}{24}d$. 59. $\frac{1}{3}d, \frac{2}{3}d, d$. 60. $\frac{14}{19}d$. 61. $\frac{5}{17}d$. 62. 1) Каждый $= 18$ *см*. 2) 8 *см*. 63. 1) Тупой; 2) острый; 3) прямой. 64 $\frac{5}{14}d$. 65. $\frac{8}{9}d$. 66. При вершине $\frac{6}{7}d$, при основании $\frac{4}{7}d$. 67. 1,2 *м*. *Указание*. Прямоугольный треугольник с углами $\frac{2}{3}d$ и $\frac{1}{3}d$ есть половина равностороннего. 68. $A = \frac{4}{9}d$; $B = \frac{2}{3}d$; $C = \frac{8}{9}d$. 69. При вершине $\frac{3}{5}d$, при основании $\frac{7}{10}d$. 70. При вершине $\frac{11}{8}d$, при основании $\frac{5}{16}d$. 71. Под прямым углом. 72. $\frac{3}{2}d$. 73. $\frac{2}{3}d$. 74. $\frac{1}{2}d$. 75. При вершине $\frac{16}{15}d$,

при основании $\frac{7}{15}d$. 76. 1) $\frac{4}{5}d$ и $\frac{3}{5}d$, 2) $\frac{6}{5}d$ и $\frac{2}{5}d$. 77. $\frac{14}{9}d$. 79. $\angle D=\frac{A}{2}$; $\angle E=\frac{C}{2}$; $\angle DBE=d+\frac{B}{2}$. 80. $\frac{13}{12}d$. 81. При вершине $\frac{22}{15}d$, при основании $\frac{4}{15}d$. 82. $\frac{11}{17}d$. 83. $\frac{7}{9}d$. 84. Да. 85. $10d$; $16d$; $46d$. 86. Увеличится на $10d$. 87. 1) 17; 2) 26. 88. 13. 89. $2(m+1)$. 90. $\frac{15}{11}d$, $\frac{21}{11}d$; $\frac{6}{11}d$, $\frac{2}{11}d$. 91. $\frac{11}{7}d$, $\frac{3}{7}d$, $\frac{11}{7}d$. 92. $\frac{25}{22}d$ и $\frac{19}{22}d$. 93. $CD=9$ *см*, $BC=AD=6$ *см*. 94. 0,6 *м* и 0,8 *м*. 95. $BE=9$ *см*, $EC=6$ *см*. 96. 7 *дм* и 3 *дм*. 97. 1) Нет; 2) нет; 3) да. 98. $2\frac{1}{2}$ *м* и $3\frac{1}{2}$ *м*. 99. 4,8 *м*. 100. $\frac{6}{11}d$ и $\frac{16}{11}d$. 101. 0,9 *м*. 102. $\frac{4}{5}d$. 103. $\frac{5}{9}d$. 104. 10 *см* и 18 *см*. 105. 1,2 *м*. 106. 8 *м* и 4 *м*. 107. 8 *м*. 108. $\frac{14}{17}d$ и $\frac{20}{17}d$. 109. $\frac{8}{9}d$ и $\frac{10}{9}d$. 110. $\frac{2}{3}d$ и $\frac{4}{3}d$. 111. 1 *м*. 112. 25 *см* и 10 *см*. 113. 0,8 *м* и 0,6 *м*. 114. 4 *м* и 8 *м*. 115. 16 *дм*. 116. 13 *см*, 16 *см*, 19 *см*, 22 *см* и 25 *см*. *Указание*. Сначала доказать (вспомогательным построением), что параллельные линии полученного чертежа возрастают равномерно. 117. $A=\frac{4}{7}d$, $B=\frac{10}{7}d$, $C=\frac{9}{7}d$, $D=\frac{5}{7}d$. 118. 0,8 *м*. 119. Нет. 120. 4 *м*. 121. Ближе к большему основанию. 122. $AD=12{,}5$ *см* и $BD=11{,}5$ *см*. 123. $AD=3$ *м*, $BC=2$ *м*. 124. 6 *м*. 125. $\frac{9}{13}d$ и $\frac{17}{13}d$. 126. $\frac{2}{3}d$ и $\frac{4}{3}d$. 127. 15 *дм* и 9 *дм*. 128. 1) 1 *м*; 2) $4b-a$ *м*. 129. 36 *см* и 24 *см*. 130. 4 *м* и 1,5 *м*. 131. 1,7 *м*. 132. $m+h$ и $m-h$ *м*. 133. $BF=a$. *Указание*. Проведя $CG\perp AD$ и $EH \parallel AD$, найдем $BF=BH+HF=\frac{1}{2}GD+EH$, и т. д. *Упражнение*. Равенство BF и AD доказать по чертежу, продолжив FE до пересечения с продолжением BC. 134. 1 *м* и 6 *дм*. 135. 1:2. 136. 2,4 *м*, 3,2 *м* и 4,8 *м*. 137. 5 *дм* и 4 *дм*; $\frac{5}{8}d$ и $\frac{11}{8}d$. 138. 1) 5 *см* и 25 *см*; 2) 7 *см* и 13 *см*. 139. $\frac{b\pm a}{2}$ (два случая). 140. 20 *см* и 12 *см* 141. 2,2 *м*. 142. 1) 18°; 2) 22°30′; 3) 2°48′45″; 4) 75°; 5) 63°45′; 6) $137°8'34\frac{2}{7}''$. 143. 1) 5°; 2) 4°26′40″; 3) 21′36″; 4) $25°42'51\frac{3}{7}''$; 5) $163°38'10\frac{10}{11}''$. 144. 1) $\frac{1}{24}$; 2) $\frac{1}{18}$; 3) $\frac{3}{10}$; 4) $\frac{1}{900}$; 5) $\frac{1}{72000}$; 6) $\frac{5}{96}$; 7) $\frac{211}{43200}$; 8) $\frac{1}{2025}$;

9) $\frac{13\,337}{1296000}$. **145.** 1) 150°, 2) 47°30′; 3) 155°. **146.** 1) 20°, 2) 55°37′; 3) 67°17′22″. **147.** 1) 43°; 2) 153°23′; 3) 125°59′43″. **148.** 7°30′. **149.** 83°50′33″. **150.** 44°59′27″. **151.** 31°39′28″ **152.** 37°29′46,5″. **153.** 38°33′44″. **154.** 67°30′, 50°37′30″ и 61°52′30″. **155.** 53°20′, 93°20′, 80°, 133°20′. **156** 157°30′, 172°48′, 167°8′34$\frac{2}{7}$″. **157.** 52 *см.* **158.** 5 *дм.* **159.** 8 *см*; **160.** 0,7 *м.* **161.** 77°59′23″. **162.** 105°14′. **163.** 148°41′51″. **164.** 16°32′17″. **165.** a) 35°11′30″; 58°44′; 157°50′12″. b) 154°20′; 127°47′; 73°. **166.** 94°39′30″. **167.** 84°22′30″. **168.** 285°16′34″. **169.** 137°33′51″. **170.** 56°15′ и 123°45′. **171.** 105°48′30″ или 36°11′30″ (два случая). **172.** 37°30′. **173.** 95° и 120°. **174.** 52°30′, 82°30′ и 45°. **175.** 108°. **177.** 40°. **178.** 154°. **179.** 50°; **180.** 67°30′. **181.** 84°. **182.** 36°34′30″. **183.** 48°51′16″. **184.** 79°12′36″. **185.** 78°45″. **186.** 144°. **188.** 150°27′. **189.** $180° - \frac{m°}{2}$. **190.** 80°. **191.** 72°. **192.** 150° и 75°30′. **195.** 7°. **196.** Секущая и касательная по разные стороны центра. **197.** 20°30′42″. **198.** 106°34′23″ и 253°25′37″. **199** 33°20′. **200.** 105°. **201.** Увеличится на $m°$. **202.** 31°12′26″. **203.** 100°. **204.** 18°. **205.** 60°. **206.** 34°54′2″. **207.** $\smile AMB = m° + n°$. **208.** $\smile ANB = m° - n°$. **209.** $\smile AD = 74°48′$; $\smile DE = 15°12′$. **210.** 45°. *Указание.* Соединить B и D. **211.** 110°52′. **212.** $\angle A = 74°$, $\angle C = 106°$, $\angle AOD = 148°$; угол между диагоналями равен 48°. **213.** 1) 40°; 2) 36°. **214.** $45° + m°$ и $45° - m°$. **215.** 55°19′ или 34°41′ (два случая). **216.** 6 : 5. **217.** $p - r$. **218.** Отрезки при вершинах A, B и C соответственно равны $p - a$, $p - b$ и $p - c$. **219.** 25°10′, 154°50′, 25°10′ и 154°50′. **220.** 143°, 37°, 143° и 37°. **221.** Внешнее. **222.** 3 *м.* **223.** 25 *см.* **224.** $B = 90°$; $C = 109°36′18″$; $D = 90°$. **225.** 1) Да; 2) нет. **226.** $\frac{R}{3}$. **227.** 81°. **229.** $\angle BAC = 110°$; $\angle BCA = 30°$; $\angle DAC = 80°$; $\angle DCA = 60°$. *Указание.* Воспользоваться описанной окружностью. **230.** 0,7 *м* и 0,5 *м.* **231.** 1) Внешнее касание; 2) одна внутри другой; 3) одна вне другой; 4) пересекаются. **232.** 9 *см* и 7 *см.* **233.** 16 *м.* **234.** 0,6 *м.* **235.** 14 *м*, 6 *м* и 2 *м.* **236.** 0,9 *м.* **237.** $R - r$. **238.** 90°. **239.** 60°. **240.** 1 : 3. *Указа-*

ние. Соединяем центры, проводим радиусы к внешней касательной и из центра меньшего круга проводим линию, параллельную внешней касательной. Тогда из треугольника найдем $(R-r):(R+r)=1:2$. **241.** 9 *м* и 3 *м*. **242.** 5 *дм*. **243.** 145°. *Указание*. Провести хорду $BE \parallel AD$. **244.** 70°. **245.** 1) 15 *м*; 2) 9 *м*; 3) 22 *дм*. **246.** 1) 12 *дм*, 2) 1,8 *м*, 3) 3,4 *м*. **247.** 1) $BM=3$ *дм*, $BN=7$ *дм*; 2) 15 *дм*; 3) 3,75 *м*; 4) 12 *м*. **248.** 1) Да; 2) да; 3) нет. **249.** 3,3 *м*. **250.** 10 *м* и 35 *м* или 35 *м* и 10 *м*. **251.** $AM=12$ *м*, $MC=9$ *м*. **252.** $a \cdot \frac{n(p+q)}{q(m+n)}$. *Указание*. Провести $FC \parallel EA$. **253.** 1) $AD=8$ *м*, $DC=12$ *м*; 2) 10 *м*, 3) 18 *дм*; 4) $AB=15$ *см*, $BC=10$ *см*; 5) $2\frac{1}{2}$ *см*. **255.** 10 *см*. **256.** 1) 9 *м*; 2) 16 *дм*; 3) 1,2 *м*; **257.** 1) Да; 2) нет; 3) нет; 4) да. **258.** $BE=7$ *см*, $EC=5$ *см*. **259.** $AB:AC=6:5$. **260.** 39 *см* и 65 *см*. **261.** 8 *см*. **262.** 50 *см*. **263.** Основание $=16$ *см*, боковая сторона $=20$ *см*. **264.** $BE=10$ *м*, $EC=14$ *м*. **265.** $\frac{b}{a+c}$. **266.** $AE=6$ *см*, $EC=4$ *см*, $DE=6$ *см*. **267.** $\frac{ab}{a+b}$. *Указание*. Сначала доказать, что $MN \parallel AC$ и что $MN=MA=NC$. **268.** 9 *см* и 12 *см*. **269.** 1 *м* и 1,2 *м*. **270.** 10 *м*, 25 *м* и 20 *м*. **271.** 1) $c=8$, $b_1=35$; 2) $c=20$; 3) $a=27$. **272.** $DF=15$ *см*, $AC=24$ *см* и $EF=18$ *см*. **273.** 13,6 *см*. **274.** $AC=3$ *м*, $A_1C_1=1{,}2$ *м*. **275.** $AC=20$ *см*, $EF=15$ *см*. **276.** 1) Да; 2) да; 3) нет. (Как надо изменить меньшую сторону второго треугольника, чтобы получилось подобие?) **277.** 1) Нет; 2) да. **278.** 1) Нет, 2) да. **279.** 2,6 *м*. **280.** 1) 1 *м*, 2 *м* и 2,5 *м*; 2) 5,5 *м* и 6,5 *м*. **281.** 1) 14 *см*; 2) 6 *дм*. **282.** 1) $AD=4$ *см*. 2) 27 : 28. **283.** 25 *см*. **284.** 1) 1 *м*, 2) 24 *см*. **285.** $\frac{bc}{a+c}$. **286.** $BC=12$ *см*; $BD:BA=3:4$. **287.** $AD=1$ *м*;

$DC = 3$ *м*. 288. 1) $AB = 20$ *см*. 289. $BF = 28$ *см*, $BG = 16$ *см*. 290. $OB = 15$ *см*, $OD = 12$ *см*. 291. $BC = 18$ *см* и $AD = 40$ *см*; $AO : OC = 20 : 9$. 292. $AB = 30$ *см*; $AD = 40$ *см*. 293. 18 *см*. 294. 20 *см*. 295. 300 *м*. 296. $\frac{a(m-n)}{n}$. 297. $\frac{bc}{a+2b}$. 298. 12 *см* и 10 *см*. *Указание* (для вычисления). Обозначить искомые стороны через $6x$ и $5x$. (Так же рекомендуется поступать и далее, когда дано *отношение* неизвестных.) 299. $\frac{bc}{b+c}$. 300. $\sqrt{p \cdot q}$. 301. $\frac{ah}{a+h}$. 302. 10 *см* и 18 *см*. *Указание*. См. № 298. 303. 12 *см*. 304. $\frac{ah}{a+2h}$. 305. $CD = 3$ *см*, $BD = 9$ *см*. 306. $AD = 6$ *м*, $BE = 8$ *м*. 307. 1 *м*. 308. 14 *см* и 10 *см*. 309. $\sqrt{2ar}$. 310. 26 *см* и 10 *см*. 311. $\frac{ab}{a+b}$. 312. 16 *см*. 313. $\frac{lm}{l+m}$. 314. $\frac{an+bm}{m+n}$. *Указание*. Из B провести линию $\parallel CD$. 315. 68 *см* и 80 *см*. 316. $MN = \frac{a^2b}{a^2+b^2}$. *Указание*. Полагая $MN = x$, сначала находим $BN = \frac{ax}{b}$. 317. 20 *м*. 318. $OE = 6$ *см*. $OD = 8$ *см*. 319. 42 *см*. 320. $\frac{ar}{a+2r}$. 321. Продолжения сторон a и c соответственно равны $\frac{b(ba+dc)}{d^2-b^2}$ и $\frac{b(bc+da)}{d^2-b^2}$. 322. 30 *см*, 24 *см*, 18 *см*, 36 *см*. 323. 18 *м*, 9 *м*, 12 *м* и 36 *м*. 324. 8 *см*, 12 *см*, 16 *см*, 20 *см*. 325. $A_1C_1 = 18$ *см*, $A_1D_1 = 21$ *см*. 326. 100 *м* и 40 *м*. 327. 10 *см* и 15 *см*. 328. 80 *см*. 329. 4 *м*. 330. $BE = \frac{a^2}{b}$. 331. $BE = \frac{1}{2}b \pm \frac{1}{2}\sqrt{b^2 - 4a^2}$. 332. 1) 37 *см*; 2) 65 *см*; 3) 41 *дм*; 4) 109 *см*; 5) $21\frac{1}{4}$; 6) $\frac{25}{16}$; 7) 17; 8) $\sqrt{61} = 7{,}81\ldots$ 333. 1) 161; 2) 260; 3) 24; 4) 42; 5) $7\frac{1}{5}$; $\sqrt{51} = 7{,}14\ldots$ 334. 3; 4; 5.

	a	b	c	p	q	h
335. 1)	(15)	(20)	25	9	16	12
2)	(24)	(7)	25	$23\frac{1}{25}$	$1\frac{24}{25}$	$6\frac{18}{25}$
3)	(4)	(5)	$\sqrt{41}$	$\frac{16}{41}\sqrt{41}$	$\frac{25}{41}\sqrt{41}$	$\frac{20}{41}\sqrt{41}$
336. 1)	(100)	75	(125)	80	45	60
2)	156	(65)	(169)	144	25	60
3)	(600)	175	(625)	576	49	168
337. 1)	(6)	8	10	(3,6)	6,4	4,8
2)	24	(7)	25	23,04	(1,96)	6,72
338. 1)	21	20	(29)	$(15\frac{6}{29})$	$13\frac{23}{29}$	$14\frac{14}{29}$
2)	$\sqrt{3}$	$\sqrt{6}$	(3)	1	(2)	$\sqrt{2}$
339. 1)	$\frac{5}{2}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{25}{6}$	$(\frac{3}{2})$	$(\frac{8}{3})$	2
2)	$\sqrt{40}$	$\sqrt{360}$	20	(2)	(18)	6
340. 1)	(136)	255	289	64	225	(120)
2)	40	(9)	41	$39\frac{1}{41}$	$1\frac{40}{41}$	$(8\frac{32}{41})$
341. 1)	6,25	$21\frac{3}{7}$	$22\frac{9}{28}$	(1,75)	$20\frac{4}{7}$	(6)
2)	$\sqrt{20}$	$\sqrt{5}$	5	4	(1)	(2)
342. 1)	(45)	60	75	27	(48)	36
2)	$\sqrt{2\sqrt{26}+2}$	(5)	$\sqrt{26}+1$	(2)	$\sqrt{26}-1$	$\sqrt{2\sqrt{26}-2}$
343. 1)	10	$7\frac{1}{2}$	$(12\frac{1}{2})$	8	$4\frac{1}{2}$	(6)
2)	$7\frac{1}{2}$	10		$4\frac{1}{2}$	8	
	$p=4\pm3\sqrt{-1}$. Задача невозможная. (Доказать это без вычисления.)					

344. 1) 50 *см* и 72 *см*. 2) 52 *дм*. 345. 18 *см* и 98 *см*. 346. $a=\sqrt{48}$; $b=6$. 347. $a=35$; $b=84$. 348. $a=240$; $c=267$. 349. $c=12$. 350. $c=39$. 351. 1) $c=37$; $a=12$. 2) $c=7\frac{1}{4}$; $b=5\frac{1}{4}$. 352. 1) $a_1=11$, $b_1=60$; $a_2=60$, $b_2=11$. 2) $a=20$, $b=99$. 353. $p=50$; $q=18$. 354. 2) $c=50$; $a_1=30$; $a_2=40$; $b_1=40$, $b_2=30$. *Указание.* Возвести обе части первого уравнения в квадрат. 3) $c=13$; $a_1=5$, $a_2=12$; $b_1=12$, $b_2=5$. 356. 1) $\sqrt{a^2+b^2}$. 2) 109 *см*. 357. 1) $a\sqrt{2}$. 2) $2(\sqrt{2}+1)$ *см*. 358. 1) $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$. 2) 32 *см* и 60 *см*. 359. 1) 41 *см*. 2) 10 *см*. 360. 1) 15 *см*. 2) Основание $=240$ *см*, боковая сторона $=125$ *см*. 3) $2\sqrt{2}$ *см*. 361. 1) $\frac{a}{2}\sqrt{3}$. 2) $2m(2+\sqrt{3})$. 3) $2\sqrt{3}$ и $4\sqrt{3}$ *см*. 362. 1) 25 *см* или 11 *см*. 2) 29 *см*. 3) 40 *см*. 363. 1) 37 *см*. 2) 3 *дм* и 4 *дм*. 364. 1) 24 *см*. 2) 54 и 36 *см*. 366. $\sqrt{a^2+3b^2}$. 367. 1) 39 *дм*. 2) 80 *см*. 3) 14 *см* или 4 *см*. 368. $\frac{a^2+4h^2}{8h}$. 369. 9 *см* или 39 *см*. 370. $42\frac{1}{2}$ *см*. 371. 1) 77 *см*. 2) 61 *см*. 3) 13,44 *см*. 372. $\sqrt{2Rr}$. 373. 1) 40 *см*. 2) Внешняя $=48$ *см*; внутренняя $=30$ *см*. 374. 13 *м*. 375. 73 *см*. 376. 25 *м* и 7 *м*. 377. $AC=10$ *см*; $BC=20$ *см*. 378. 3 *см*. 379. 7,53... *см*. 380. 175 *см* и 600 *см*. 381. 20 *см*. 382. 1 : 4. 383. 49 : 81. 384. 21 *см* и 28 *см*. 385. $a(\sqrt{2}-1)$ и $a(2-\sqrt{2})$. 386. $n\sqrt{\frac{m+n}{m-n}}$ и $m\sqrt{\frac{m+n}{m-n}}$. 387. 1 *м*. 388. 15 *см*. 389. 5 *м*. 390. 1) 10 *см*. 2) $7\frac{1}{2}$ *см*. 391. 18 *см*. 392. 1) 24 *см*. 2) Основание $=\sqrt{28{,}8}$ *см*; боковая сторона $=\sqrt{16{,}2}$ *см*. 3) 13,44 *см*. 393. 1) 9,07... *м*. 2) $\frac{4r}{\sqrt{5}}$. 394. 15 *см*. 395. 65 *см*. 396. 35 *см*. *Указание.* Провести среднюю линию и высоту при наклонной боковой стороне 397. $AE:EC=16:25$. 398. $DE=36$ *см*, $DF=48$ *см*. 399. 18 *см* и 80 *см*. 400. 1) 37 *м* и $\sqrt{769}=27{,}7$ *м*. 2) 4 : 5. 401. $\frac{a}{5}$. 402. $\frac{a}{2}(\sqrt{3}-1)$.

403. $\frac{a-b}{2}\sqrt{2}$. 404. 18,5 *см*. 405. *Указание.* Означая данные хорды через AB и CD, проведем хорды AC и BD (или BC и AD) и обратим внимание на сумму соответствующих им дуг. 406. 1) $3\frac{1}{8}$ *см*; 2) 16,9 *м*. 407. 6,72 *м*. 408. 6 *см*. *Указание.* Отрезки гипотенузы, образуемые точкой касания, равны прилежащим к ним отрезкам катетов. 409. 38 *см* и 22 *см*. 410. 25 *см*. *Указание. 1-й способ.* Вспомогательное неизвестное — расстояние от центра до меньшей хорды. *2-й способ.* Соединив средины данных хорд и их концы, определяем расстояние от центра до полученной боковой хорды, поступая как в № 396. 411. 40,08... *м*. *Указание.* См. № 410. 412. 30 *см*. 413. 18 *см* и 32 *см*. 414. Основания: $\frac{2\,mr}{\sqrt{mn}}$ и $\frac{2\,nr}{\sqrt{mn}}$; боковая сторона $\frac{r(m+n)}{\sqrt{mn}}$. 415. 20 *см*. 416. 1 *см*. 417. $CA=\frac{m^2+n^2}{m}=39$; $CB=\frac{m^2+n^2}{n}=26$. 418. $a+b-\sqrt{2ab}$. 419. $r=\frac{1}{2}(a+b-\sqrt{2ab})$. Всегда ли возможна задача? 420. 27 *см* и 64 *см*. 421. *Указание. 1-й способ.* Пусть будет AB — общая внешняя касательная и C — точка касания кругов. Проведя общую внутреннюю касательную, пересекающую AB в точке D, и соединив D с обоими центрами и центры между собой, найдем, что CD есть средняя пропорциональная между радиусами, а $AB=2CD$. *2-й способ.* Сделав соответствующее вспомогательное построение, определяем AB^2 (через R и r) по теореме Пифагора. 422. 65 *см*. 423. $AB=\sqrt{a(a+b)}$; $CD=\sqrt{b(a+b)}$. 424. 1) 7; 2) $\sqrt{7}$; 3) 16; 4) $\sqrt{12}$. 425. 1) Тупоугольный; 2) прямоугольный; 3) остроугольный; 4) остроугольный; 5) тупоугольный. 426. 1) 3 или 4, или 5; 2) 6 или 7; 3) 2; 3; 4. *Указание* (к п. 3). Искомые три стороны обозначить через $x-1$, x и $x+1$. 427. $p=5$; $q=9$; $h=12$; 2) $p=35$; $q=5$; $h=12$; 3) $p=20$; $q=8$; $h=15$; 4) $p=1\frac{3}{8}$; $q=2\frac{5}{8}$; $h=\frac{3}{8}\sqrt{15}$. 428. 1) $AD=6\frac{3}{4}$ *см*; $CE=9$ *см*. *Указание.* Провести AE и CD;

2) $5\frac{1}{4}$ *см*. 429. 1) 7 *см*; 2) 13 *см*; 3) 73 *см*. 430. 1) 7 *см*; 2) 13 *см*; 3) 31 *см*. 431. 1) $\sqrt{13-6\sqrt{2}}$; 2) $\sqrt{13}$; 3) 5. 432. 21 *см*. 433. 13; 14; 15. 434. 9 *см* и 24 *см*. 435. 10 *м* или 6 *м*. 436. Боковые стороны 7 *см* и 15 *см*, высота $\frac{105\sqrt{6}}{26}$ *см*. 437. 20 *см*. 438. $AC=a$; $AD=a(\sqrt{2}+1)$; $CD=a\sqrt{2+\sqrt{2}}$. 439. $x^2=2r^2-r\sqrt{4r^2-a^2}$. ($x=30$.) 441. 1) 13 *см*; 2) 11,2 *см*. 442. $\sqrt{a^2+(a+b)^2}$. 443. 13. 444. 12 *см* и 8 *см*. 445. $BD=BE=14$ *см*; $DE=16{,}8$ *см*. 446. $CD=56$; $BD=25$. *Указание*. Провести $BE\perp AC$. 447. $CE=52$. *Указание*. Провести $BE\perp AC$ и воспользоваться подобием треугольников. 448. $AD=8$. *Указание*. Провести $BE\perp AC$ и сначала определить AE и BE. 449. 1) 20 *см* и 30 *см*. 2) 10 *см* и 15 *см*. 450. 1) 7 *см* и 11 *см*. 2) Стороны 4 *см* и 7 *см*; диагонали 7 *см* и 9 *см*. 451. 24 *см*. 452. 1) 7 *м*. 2) 6 *см*. 453. 1) 12; 20; $\sqrt{544}$. 2) 15; 17; 39. 3) 2,4; $\sqrt{23{,}4}$; $\sqrt{13{,}6}$. 454. 15 *см* и 25 *см*. 457. *Указание*. Средины сторон 4-угольника соединить еще последовательно. 459. 1) 8 *см*. 2) 30 *см*. 460. 45 *см* и 80 *см*. 461. 82,368 *см*. 462. 51 *см*. 463. 39 *см*. 464. Если хорды по разные стороны центра, то $BC=46{,}8$ *см*; если хорды по одну сторону центра, то $BC=30$ *см*. *Указание*. Провести диаметр AD и хорды DB и DC. 465. 6 *см*. 466. 15 *см*. *Указание*. Воспользоваться окружностью, которую *можно* описать около 4-угольника $ABCO$. 467. 5,57... *см*. 468. 21 *см*. 469. а) 6 *см*; 12 *см*; 1 *м*. b) 16 *см*. 470. 1) Внутри круга, 2) на окружности, 3) вне круга. 471. 1) 4; 2) 65; 3) $\frac{r}{5}$; 4) 5 или 45. 472. 1) 30 *см*. 2) 40 *см*. 3) 21 *дм* и 29 *дм*. 474. 1) 1 метр; 2) 6 *см*; 3) 10 *м*. 475. 1) 8 *см*. 2) 18 *м*. 3) 14 *см*. 476. 1) 7 *см*. 2) $r(\sqrt{5}-1)$. 477. 12 *см*. 478. Нет. 479. Уменьшился в $2\frac{1}{2}$ раза. 480. 1) 24 *см*. 2) 33 *м*. 481. 24 *см* и 8 *см*. 482. Увеличилась в 3 раза. 483. 1) 4 *см*. 2) 20 *м*. 3) $AB=35$ *м* и $AC=15$ *м*. 484. 8 *см*. 485. 1) 9 *дм*;

2) 36 *см*. 3) 25. 486. mx и nx, где $x = \frac{am - an}{n^2 - m^2}$. 487. 1) 6; 2) 3; 3) $\sqrt{3}$. 488. 21 *см*. 489. В $1\frac{1}{2}$ раза. 491. Вторая точка пересечения. 492. 1) 3 *см*. 2) 18 *см*. 3) $\frac{a}{2}(\sqrt{5}+1)$. 493. 1) 17 *см*. 2) 13 *см*. 494. 1) 10 *см*. 2) $\frac{a}{2}$. 495. 18 *см*. 496. 12 *см* и 36 *см*. 497. 1) 18 *см* и 12 *см*. 2) 9 *см* и 6 *см* или $12\frac{1}{2}$ *см* и $2\frac{1}{2}$ *см*. 498. Бо́льшая часть $= \frac{a}{2}(\sqrt{5}-1)$; меньшая часть $= \frac{a}{2}(3-\sqrt{5})$. 499. Если вся величина $= a$, то бо́льшая часть $= \frac{\sqrt{5}-1}{2}a = 0{,}618\ldots a$; а это отличается от $0{,}625\,a$, или $\frac{5}{8}a$, менее чем на $0{,}007\,a$. 500. $\frac{b}{2}(\sqrt{5}+1)$. 502. $2r\sqrt{\sqrt{5}-2}$. 503. 6 *м*. 504. $\frac{2}{5}r$. 505. 1) 10 *м*, 2) 8 *м*, 3) 9,375 *м*. 506. 25 *см*; 8 *см*; 15 *см*. 507. $\frac{a}{r}\sqrt{4r^2-a^2}$. (Удобно воспользоваться также теоремой Птоломея.) 508. 9 *см*. 509. $\sqrt{2ar}$. 510. $r(\sqrt{5}-1)$. 511. $\frac{b}{2}r$. 512. *Указание*. Сначала выразить MC^2 из треугольника MCA и MD^2 из треугольника MDB. 513. 60 *см*. 514. $\frac{d}{5}$. 515. $\frac{r}{\sqrt{5}}$. 516. 10 *м*. 517. 29,08... *см*. 518. 32 *см*. *Указание*. Точку C соединить с центром. 519. $\frac{a}{5}$. *Указание*. Боковую сторону второго квадрата продолжить (через данный квадрат) до пересечения с окружностью. 520. $MA = \frac{m(ma-nb)}{m^2-n^2}$; $MB = \frac{n(mb-na)}{m^2-n^2}$; $MC = \frac{m(mb-na)}{m^2-n^2}$; $MD = \frac{n(ma-nb)}{m^2-n^2}$. 521. $MB = \frac{m(ma-nb)}{m^2-n^2}$; $MD = \frac{m(ma-nb)}{m^2-n^2}$. 522. $\frac{2}{3}r$. 523. $AE = \frac{3}{4}a\sqrt{2}$. 524. $DA : DB = 3:2$. 525. 11,2 *см*. *Указание*. Пусть будет AD внешний отрезок секущей. Сначала находим, что $BC : DC = 4:3$, после чего пользуемся треугольником BCD. 526. $\frac{amn}{m^2-n^2}$. *Указание*. Можно

положить $DA = mx$ и $DC = nx$. (Почему?) 527. $180° - \frac{360°}{n}$; $60°$; $90°$; $108°$; $120°$; $135°$; $144°$; $150°$; $165°36'$. 529. $2m\sqrt{3}$; 530. 1) $r\sqrt{2-\sqrt{2}}$; 2) $r\sqrt{2-\sqrt{3}}$ или $\frac{r}{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$. *Указание.* Второе выражение для a_{12} можно получить или из первого [1]), или самостоятельно — с помощью теоремы Птоломея (от средины C полуокружности ACB отложим $\smile CD = 30°$ и, проведя хорду CD, соединим ее концы с концами диаметра AB). 531. 1) $\frac{r}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$; 2) $\frac{r}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}} = \frac{r}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$; 3) $\frac{r}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$. 532. 1) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$; 2) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$; 3) a; 4) $\frac{a}{2}\sqrt{4+2\sqrt{2}}$; 5) $\frac{a}{2}(\sqrt{5}+1)$; 6) $a\sqrt{2+\sqrt{3}} = \frac{a}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$; 533. 1) $\frac{a\sqrt{3}}{6}$; 2) $\frac{a}{2}$; 3) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{a}{2}\sqrt{3+2\sqrt{2}} = \frac{a}{2}(\sqrt{2}+1)$; 5) $\frac{a}{2}\sqrt{5+2\sqrt{5}}$; 6) $\frac{a}{2}\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \frac{a}{2}(2+\sqrt{3})$. 534. 1) $2k$; 2) $k\sqrt{2}$; 3) $\frac{2k\sqrt{3}}{3}$; 4) $k\sqrt{4-2\sqrt{2}}$; 5) $k\sqrt{2-\sqrt{0,8}}$; 6) $2k\sqrt{2-\sqrt{3}} = k(\sqrt{6}-\sqrt{2})$. 535. 1) $2r\sqrt{3}$; 2) $2r$; 3) $\frac{2r\sqrt{3}}{3}$; 4) $2r(\sqrt{2}-1)$; 5) $2r\sqrt{1-\sqrt{0,8}}$; 6) $2r(2-\sqrt{3})$. *Упражнение.* Выражения, приведенные выше, получаются по формуле $b_n : a_n = r : k_n$; но b_8 легко получить еще следующим путем: возьмем равнобедренный прямоугольный треугольник ABC, в котором $AB = BC = r$ и проведем биссектрису AD; тогда $BD = \frac{1}{2}b_8$; но BD получим, если разделим BC в отношении $AB : AC$ или $1 : \sqrt{2}$, и т. д. Тем же способом можно получить и b_{12} (взяв прямоугольный треугольник с углом в 30°). 536. 1) $2a$

[1]) По формуле $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-c}{2}}$, где $c = \sqrt{a^2 - b}$.

2) $a\sqrt{2}$; 3) $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$; 4) $a\sqrt{4-2\sqrt{2}}$. 5) $a\sqrt{2-\sqrt{0{,}8}}$; 6) $2a\sqrt{2-\sqrt{3}}=a(\sqrt{6}-\sqrt{2})$. Чем объясняется сходство этих ответов с полученными в № 534? 537. 1) $r\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$; 2) $r\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$; 3) $\frac{r}{2}\sqrt{8-2\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$. 538. $\frac{r}{2}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$. *Указание.* Пусть будет хорда $AB=a_5$. Проведя радиусы OA и OB, и в треугольнике OBA проведя $BC\perp OA$, получим $a_5^2=2r^2-2r\cdot OC$, но $OC=\frac{1}{2}a_{10}$ (проведя хорду $BD\parallel AO$ и радиус $OE\perp OA$, увидим, что $\smile BE=18°$ и $OC=\frac{1}{2}BD$). *Упражнение.* Применить указанный прием к определению a_8 и a_{12}. 540a. 1) $r\sqrt{2}$, $r\sqrt{2+\sqrt{2}}$; $2r$; 2) $a\sqrt{2+\sqrt{2}}$, $a(\sqrt{2}+1)$, $a\sqrt{4+2\sqrt{2}}$. 540b. 1) $r, r\sqrt{2}, r\sqrt{3}$, $r\sqrt{2+\sqrt{3}}$, $2r$; 2) $a\sqrt{2+\sqrt{3}}$, $a(\sqrt{3}+1)$, $a\sqrt{3(2+\sqrt{3})}$, $a(2+\sqrt{3})$, $2a\sqrt{2+\sqrt{3}}$. 541. $\frac{a}{2}(\sqrt{5}+1)$. *Указание.* Обратить внимание на угол между диагоналями, выходящими из одной вершины. 542. $\frac{r}{2}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$. *Указание.* Конец диагонали соединить с концом диаметра, проведенного из той же вершины. 543. 1) $\frac{r\sqrt{3}}{2}$; 2) $\frac{r\sqrt{2}}{2}$; 3) $\frac{r}{2}$. 544. 1) $\frac{a}{2}(2+\sqrt{2})$; 2) $\frac{a}{2}(2+\sqrt{3})$. 545. 1) $\frac{a}{3}$; 2) $a(\sqrt{2}-1)$; 3) $a(2\sqrt{3}-3)$. 546. 1) $\frac{r\sqrt{2}}{2}$; 2) $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. 547. 1) $\frac{a}{6}(3\pm\sqrt{3})$; 2) a. 549. $\frac{a}{6}$. 550. Называя *стороной* звезды боковой отрезок хорды, соединяющей точки деления окружности, получим: 1) $\frac{r\sqrt{3}}{3}$; 2) $r(\sqrt{2}-1)$. 551 1) $\frac{r}{2}(\sqrt{5}+1)$; 2) $r\sqrt{2+\sqrt{2}}$; 3) $r\sqrt{2+\sqrt{3}}$. *Указание.* Способ такой же, как в № 538. 552. $\frac{r}{2}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$; $\frac{r}{2}(\sqrt{5}+1)$; $\frac{r}{2}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$; $2r$.

553. *Указание.* Воспользоваться описанной окружностью (для сравнения углов). 554. $\frac{a}{2}(3-\sqrt{5})$. *Указание.* Пусть будут F и G точки пересечения диагонали AC с диагоналями BD и BE. С помощью треугольника ABF с биссектрисой BG убедимся, что искомая сторона FG равна *меньшей* части стороны a, разделенной в среднем и крайнем отношении. 555. 1) $1:\sqrt{3}:2$; 2) $\sqrt{2}:\sqrt{3}:\sqrt{2+\sqrt{3}}$. *Указание.* Стороны треугольника выразить как хорды описанного круга. 556. $c(\sqrt{3}+1)$. 557. $\frac{3}{5}h$. *Указание.* Дополнить дугу сегмента до окружности и провести диаметр, перпендикулярный к хорде сегмента. 558. 1) $r(3+2\sqrt{3})$; 2) $r(\sqrt{2}+1)$; 3) r; 4) $\frac{r}{\sqrt{5}}$. *Указание.* Центры наружных кругов соединить последовательно. 560. 1) 2,89 *кв. м*; 2) 6,25 *кв. м*; 3) 0,25 *кв. м*. 561. 1) 108 *м*; 2) 2,2 *м*; 3) $\sqrt{20}=4{,}47\ldots$ *м*. 562. 1) $\frac{l^2}{2}$; 2) $2r^2$; 3) в 2 раза. 563. Если A_1 — вершина вписанного квадрата, находящаяся на стороне AB данного, то $AA_1=\frac{1}{4}a$ или $\frac{3}{4}a$. 564. a) 27 *кв. м*; 14 *кв. м*; b) 4 *м*. 565. 1) 8 *м* и 18 *м*; 2) 12 *дм* и 25 *дм*. 566. 24 *м*. 567. 144 *кв. см*. 569. 818 *см*. 570. 1) 288 *кв. см*; 2) 18 *кв. см*. 571. 30 *см*. 572. $\frac{phh_1}{h+h_1}$. 573. 1) $\frac{ab}{2}$; 2) $\frac{ab\sqrt{2}}{2}$; 3) $\frac{ab\sqrt{3}}{2}$. 574. 202,8 *кв. м*. 575. 14 *кв. м*. 577. mn. 578. 1 : 3. 579. mn. 580. Основание и высота: 9 *см* и 7 *см* или 21 *см* и 3 *см*. 581. 4032 *кв. см*. 582. 1) 288 *кв. см*; 2) 1 *кв. м*; 3) 5 кв. единиц. 583. 1) 39 *кв. дм*. 2) 82 *см*. 3) $\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$. 584. 1) Да; 2) нет; 3) да. 585. $\frac{c^2}{4}$. 586. 1) 2688 *кв. см*; 2) $\frac{b}{4}\sqrt{4c^2-b^2}$; 3) $10\sqrt{21}=45{,}82\ldots$ *кв. см*. 587. 1) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; 2) $\frac{2}{3}\sqrt{3Q\sqrt{3}}$; 3) $\frac{1}{3}h^2\sqrt{3}$. 588. $\frac{3r^2\sqrt{3}}{4}$; 2) $3r^2\sqrt{3}$. 589. 6 *кв. дм*. 590. 2250 *кв. см* или 522 *кв. см*. 591. 1) $\frac{ab}{4}$; 2) $\frac{ab\sqrt{2}}{4}$; 3) $\frac{ab\sqrt{3}}{4}$;

4) $\frac{ab\sqrt{3}}{4}$. 592. 48 *см* и 55 *см*. 593. 12 *см* или 16 *см*. 594. 1) 1440 *кв. см*. 2) 9,6 *м*. 595. $\sqrt{Q\cdot\frac{m^2+n^2}{2mn}}$. *Указание*. Обозначить *половины* диагоналей через mx и nx. 596. 1) 84; 2) 60; 3) $10\sqrt{2}$; 4) $\frac{15}{4}\sqrt{3}=$ $=6,49...$; 5) 5,28; 6) $17\frac{1}{3}$; 7) 8; 8) $18\frac{1}{2}$; 9) $3\frac{1}{2}$. 597. 1) 2 *м*; 2) 112. 598. 1) 130 *дм*, 125 *дм* и 15 *дм*; 2) 18 *см*, 20 *см* и 34 *см*. 599. 144 *кв. см*. 600. 30 *см*. 602. 8 *см*. 603. 1224 *кв. см*. 604. $\frac{a^2}{4}(\sqrt{3}-1)$. 605. 270 *кв. см*. *Указание*. Продолжим данную медиану BD на длину $DE=BD$ и возьмем треугольник BCE (или BAE). 606. $\frac{c^2}{2}\sqrt{\sqrt{5}-2}$. 607. 1) 25 или 39. 2) 14 или 12. 3) 65. 608. 75 *кв. см*. 609. 36 кв. ед. 610. $a^2(3+\sqrt{3})$. 611. $2a^2(\sqrt{2}-1)$. 612. 6 *см*. 613. 14 *м*, 30 *м*, 40 *м*. 614. 6912 *кв. см*. 615. 52 *кв. см*. 616. 546 *кв. см*; $\sqrt{1621}=40,2...$ *см*. *Указание*. Для определения BD проводим $BE\perp AC$, $DF\perp AC$ и $DG\parallel AC$ до пересечения с продолжением BE. 617. 1) 8 *см*; 2) 25 *см*; 3) 8 *см* и 10 *см*. 618. 1) 10 *см*; 2) 2:3. 619. 24 *кв. дм*. 620. 288 *кв. см*. 621. $\frac{mn}{6}$. 622. 480 *кв. см*. 623. 540 *кв. м*. 624. 1) 256 *кв. см*; 2) h^2. 625. $\frac{c^2}{2}$. 626. 216 *кв. см*. 627. 8316 *кв. см*. *Указание*. Пусть $ABCD$—данная трапеция, причем $BC\parallel AD$. Проводим $CE\parallel BD$, где E—точка на продолжении AD, и трапецию заменяем треугольником ACE. 628. $\frac{r^2}{2}$. 629. $\frac{a^2}{2}$. 630. 1) $\sqrt{65}-3=5,06...$ *см*; 2) 3 *см*. *Указание*. Если $ABCD$ данная трапеция и EF рассматриваемая параллель, то приводим $BM\parallel CD$ и принимаем EF за второе неизвестное (при составлении уравнений). 631. 4 *кв. м*. 632. 1) $\frac{kl}{2}$; 2) $\frac{kl}{4}$. 633. $\frac{1}{2}(a+b\sqrt{3})(b+a\sqrt{3})$. 634. $\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2+ab+b^2)$. 635. 426 *кв. см*. *Указание*. Провести $BE\perp AD$ и $CF\perp AD$. 636. $\frac{3r^2}{4}(\sqrt{3}+1)$. 637. 1) 8 *см*; 2) 16 *дм*. 638. $3r^2\sqrt{3}$. 640. 1) $\frac{3r^2\sqrt{3}}{2}$; 2) $2r^2\sqrt{3}$; 3) $\frac{1}{3}\sqrt{2S\sqrt{3}}$. 641. 1) $2r^2\sqrt{2}$;

$3r^2$. *Указание.* Центр соединяем с концами стороны и в полученном треугольнике за основание принимаем радиус. 2) $2a^2(\sqrt{2}+1)$; $3a^2(2+\sqrt{3})$. 642. 1) $r^2\sqrt{3}$; 2) $4r^2(2-\sqrt{2})$. См. указание к № 641. 643. 1) $\frac{Q\sqrt{3}}{2}$; 2) $\frac{Q\sqrt{2}}{2}$. 644. $8r^2(\sqrt{2}-1)$; $12r^2(2-\sqrt{3})$. 645. 1) $\frac{5r^2}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$; 2) $\frac{5a^2}{2}\sqrt{5+2\sqrt{5}}$. 646. 1) $\frac{5r^2}{8}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$. *Указание.* Пусть будет AB сторона 5-угольника и O центр. Сначала определяем площадь ABO; для этого за основание примем OA и проведем $BC \perp OA$; тогда $OC=\frac{1}{2}a_{10}$. 2) $\frac{a^2}{4}\sqrt{25+10\sqrt{5}}$. 647. $3r^2(\sqrt{6}-\sqrt{2})$. См. указание к № 641. 651. $3:2$. 652. $2(a^2+ab+b^2)$. *Указание.* Внешние треугольники (между квадратами) равновелики внутреннему. 653. $P:Q=2:3$. 654. $ABC:DBE=1:2$. 656. В 16 раз; в 25 раз. Показать это на чертеже. 657. $5\sqrt{2}=7{,}07...$ *см.* 658. $\frac{1}{4}$. 659. $\frac{h}{\sqrt{2}}=0{,}7h$. 660. $4:21:56$. 661. 256 *кв. см.* 662. $3:5:7$. 663. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{3}{4}$. 664. 32; 72; 128 (*кв. м*). 665. $4:5$. 666. $a:b$. 668. $1:\sqrt{2}$. 669. Нет; $2:3$. 671. $\sqrt{200}=14{,}14...$ *см.* 672. 300 *кв. м.* 673. $m^2:2mn:n^2$. 674. 25 *кв. см.* 675. 60 *кв. см* и 40 *кв. см.* 676. $1:3$. 677. $\frac{n-1}{n}Q$. *Указание.* $x=Q-q\cdot n$, где q означает площадь треугольника, отсекаемого верхней параллелью. 678. $4:3$. Показать на чертеже. 680. 15 *см.* 681. 0,18. 682. $\frac{2mn}{(m+n)^2}$. 683. $\sqrt{a(a-c)}$. 684. $\frac{m^2-mn+n^2}{(m+n)^2}$. 685. *Указание.* Пусть будет Q и q площади данного треугольника и отсеченного параллелью. Тогда $q:Q=\left[\frac{h}{2}(\sqrt{5}-1)\right]^2:h^2$, откуда $q=\frac{Q}{2}(3-\sqrt{5})$; а это есть выражение меньшей части при делении в среднем и крайнем отношении (см. № 498). 686. $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$. *Указание.* Пусть будет EF делящая параллель. Продолжив боковые стороны AB и CD до пересечения в точке M, получим: $MAD - MEF = MEF - MBC$, а отсюда находим: $x^2 = \frac{a^2 + b^2}{2}$. 687. 2) $\frac{abh}{a+b}$. 688. 2) $\frac{a^2+b^2}{(a+b)^2}$. *Указание.* Можно положить: площ. $AOD = a^2 \cdot x$ и площ. $BOC = b^2 \cdot x$; тогда по (1) площ. $AOB = ab \cdot x$. 689. *Указание.* Пусть будет AB сторона правильного вписанного n-угольника. Проведя апофему OC, продолжим ее до пересечения, в точке D, с окружностью и, в точке E, с касательной, проведенной из A; соединим A с D и с центром O. Тогда вопрос сведется на сравнение площадей треугольников OAC, OAD и OAE, имеющих общую высоту; но $OD\,(=AO)$ есть средняя пропорциональная между OE и OC. 691. 1) 12 *см*. 2) $m_a = \sqrt{11,5}$; $m_b = \sqrt{7,75}$; $m_c = \sqrt{2,5}$. 692. 15 *см* и 25 *см*. 693. $\sqrt{\frac{m^2+n^2}{5}}$. 694. 1) $\frac{a-b}{2}$. 2) 6 *см*. 695. 1) $l_a = 6$; 2) $l_a = 10$; 3) $l_a = 24$. *Указание.* Удобно пользоваться (здесь и далее) следующей теоремой: *квадрат биссектрисы равен разности между произведением сторон, заключающих разделенный угол, и произведением отрезков третьей стороны* ($l_a^2 = b \cdot c - b_1 \cdot c_1$). 696. $b_1 = 12$; $c_1 = 27$. См. указание к №695. 698. $a = \sqrt{b(b+c)}$. *Указание.* Провести биссектрису угла A. 699. $\frac{a}{2} \cdot \frac{a^2+4h^2}{a^2-4h^2} = 85$ *м*. 700. $a\frac{a^2+r^2}{a^2-r^2} = 15$ *см*. 701. 2) 29 *см* и 12 *см*. 702. 1) Вне треугольника; 2) внутри треугольника; 3) на стороне треугольника. 703. 1) $R = 8,125$; $r = 4$. 2) $R = 8,125$; $r = 1,5$. 3) $R = 24\frac{1}{6}$; $r = 2\frac{1}{3}$. 4) $R = \frac{35}{\sqrt{96}} = 3,5...$; $r = \frac{\sqrt{6}}{2} = 1,2...$ 704. $\frac{c \cdot \sqrt{c^2+ab}}{\sqrt{4c^2-(a-b)^2}}$. *Указание.* Определяем диагональ (по теореме Птоломея) и пользуемся треугольником (произведение двух его сторон делим на удвоенную высоту, проведенную к третьей стороне). 705. $c \cdot 2R = a \cdot \sqrt{4R^2-b^2} \pm b \cdot \sqrt{4R^2-a^2}$; $c_1 = 21$, $c_2 = 9$.

Указание. Применить теорему Птоломея, проведя диаметр CD и хорды DA и DB (при этом можно предположить a и b или по разные стороны центра, или по одну). **706.** 32 *см*, 48 *см* и 64 *см*. **707.** *Указание.* Если m и n отрезки гипотенузы, то $(m+n)^2=(m+r)^2+(n+r)^2$. **708.** *Указание.* Воспользоваться выражением площади треугольника (S) по трем сторонам. **709.** 4:5. **710.** 4 *см.* *Указание.* Центры кругов: вписанного в треугольник ABC и вписанного в треугольник DEF, совпадают. **711.** $c=11$; $R=15{,}625$; $r=4$. *Указание.* Воспользоваться биссектрисой угла B. **712.** 1) 62,8 *см*; 2) 94,2 *см*; 3) 219,8 *см.* **713.** 1) 16 *см*; 2) 4 *см*; 3) 0,76 *см.* **714.** 1) $\frac{\pi r}{4}$; 2) $\frac{49\pi r}{360}$; 3) $\frac{419\pi r}{14400}$. **715.** 1) $\frac{4l}{3\pi}$; 2) $\frac{135l}{8\pi}$; 3) $\frac{2160l}{15121\pi}$. **716.** 1) $\frac{810}{\pi}$; 2) $\frac{72}{\pi}$. **717.** 57°17′. **718.** 1) $\frac{\pi a}{3}$; 2) $\frac{\pi a\sqrt{2}}{4}$; 3) $\frac{2\pi a\sqrt{3}}{9}$. **719.** 1) $\frac{3l}{\pi}$; 2) $\frac{2l\sqrt{2}}{\pi}$; 3) $\frac{3l\sqrt{3}}{2\pi}$. **720.** 25 *см.* **721.** $2\pi m$. **722.** 8 *см.* **723.** 157 *см.* **724.** $\frac{3}{4}l$. **729.** $\frac{1}{2}C=3{,}141\ldots r$; $a_3+a_4=3{,}146\ldots r$. **730.** Полученный периметр $=3{,}141640\ldots$ диаметра, а окружность $=3{,}141592\ldots$ диаметра. **731.** 1) 314 *кв. см*; 2) 50,24 *кв. м*; 3) 19,625 *кв. см.* **732.** 1) 0,8 *см*; 2) 4 *м*; 3) $\sqrt{0{,}32\cdot 17}=2{,}3\ldots$ *см.* **733.** 1) 5,12 *кв. см.* 2) 15,072 *см.* **734.** $\frac{\pi F}{2}$. **735.** 15,7 *кв. м.* **736.** 1) 1:4; 2) 1:2; 2) 3:4. **737.** $\frac{2}{\pi}$ и $\frac{3}{\pi}$ (приблизительно: $\frac{7}{11}$ и $\frac{21}{22}$). **738.** 1:2. **739.** 1) 47,1 *кв. см.* 2) $\frac{\pi a^2}{4}$. 3) πa^2. **741.** 1) $\frac{3}{16}\pi r^2$; 2) $\frac{7}{160}\pi r^2$; 3) $\frac{18001}{32400}\pi r^2$. **742.** 1) $\sqrt{\frac{5q}{\pi}}$; 2) $\sqrt{\frac{600q}{\pi}}$; 3) $\sqrt{\frac{25920q}{49\pi}}$. **743.** $360°\cdot\frac{q}{\pi r^2}$. **744.** 229°. **745.** 1) $\frac{r^2}{12}(4\pi-3\sqrt{3})$; 2) $\frac{r^2}{2}(\pi-2)$; 3) $\frac{r^2}{12}(2\pi-3\sqrt{3})$; 4) $\frac{r^2}{8}(\pi-2\sqrt{2})$; 5) $\frac{r^2}{12}(\pi-3)$; 6) $\frac{r^2}{40}(4\pi-5\sqrt{10-2\sqrt{5}})$. **746.** 1) $\frac{a^2}{36}(4\pi-3\sqrt{3})$; 2) $\frac{a^2}{8}(\pi-2)$;

3) $\frac{a^2}{12}(2\pi - 3\sqrt{3})$; 4) $\frac{a^2}{16}(2+\sqrt{2})(\pi - 2\sqrt{2})$; 5) $\frac{a^2}{12}(2+\sqrt{3})$ $(\pi - 3)$; 6) $\frac{a^2}{80}(3+\sqrt{5})(4\pi - 5\sqrt{10-2\sqrt{5}})$. 747. 1) $\frac{r^2}{8}$ $(3\pi - 2\sqrt{2})$; 2) $\frac{r^2}{12}(5\pi - 3)$; 3) $\frac{r^2}{40}(18\pi - 5\sqrt{5}+5)$. 748. 1) $\frac{\pi r^2}{6}$; 2) $\frac{Q\cdot n}{360}$. 749. 1) $\frac{\pi r^2}{6}$; 2) $\frac{r^2}{12}(2\pi+3)$. 750. $\frac{a^2}{24}(7\pi -$ $- 6 - 6\sqrt{3})$ или $\frac{a^2}{24}(13\pi + 6 - 6\sqrt{3})$. 751. $\frac{4Q\cdot mn}{\pi(m^2+n^2)}$. 752. $\frac{r}{2}$ $(\sqrt{4+\pi}+\sqrt{4-\pi})$ и $\frac{r}{2}(\sqrt{4+\pi}-\sqrt{4-\pi})$. 753. $\frac{8Q}{\pi}$. 754. $\frac{\pi Q}{\sqrt{3}}$. 755. 1 : 2. 756. 1) $\frac{r^2}{4}(4-\pi)$; 2) $\frac{r^2}{3}(3\sqrt{3}-\pi)$; 3) $\frac{r^2}{6}(2\sqrt{3}-\pi)$. 757. $\frac{a^2}{24}(\pi+6)$. 758. $\frac{r^2}{6}(4\pi - 3\sqrt{3})$. 759. $\frac{a^2}{2}(\pi - 2)$. 760. $\frac{\pi}{8}(a^2+b^2)-\frac{ab}{2}$. 761. $\frac{a^2}{6}(2\pi - 3\sqrt{3})$. 762. $\frac{a^2}{18}(\pi - 3)$. 763. $\frac{a^2}{6}(2\pi + 3\sqrt{3})$. 764. *Указание.* Определить площадь внутреннего круга, применив ответы из № 498. 770. 68 *см*. 771. 4 *м*. 772. $\sqrt{R^2+3r^2}$. 773. 1764 *кв. см*. 774. $\frac{R^2}{4}(3+\sqrt{3})$. 775. 40 *м* и 42 *см*. 777. 1) r^2; 2) $r^2\sqrt{2}$; 3) $r^2\sqrt{3}$. 778. $\frac{3}{8}$ диаметра. 779. $\frac{Q}{12}(7\pi+3)$. 780. 3 : 5. 781. 1344 *кв. см* и 756 *кв. см*. 782. 1) $\frac{R}{3}$; 2) $R(\sqrt{2}-1)$; 3) $R(2\sqrt{3}-3)$. 783. 1) 1 : 2; 2) 3 : 4. 784. 625π *кв. см* 785. $\frac{a^2}{2}(\pi - \sqrt{3})$; $\frac{a}{3}(3-\sqrt{3})$. 786. Стороны: 5 *см* и 10 *см*; диагонали: $\sqrt{97}$ *см* и $\sqrt{153}$ *см*. 787. 1) $\frac{c}{2}\sqrt{2\pm\sqrt{3}} =$ $= \frac{c}{4}(\sqrt{6}\pm\sqrt{2})$; $\frac{c}{4}$; 2) $\frac{c}{2}\sqrt{2\pm\sqrt{2}}$; $\frac{c\sqrt{2}}{4}$. 788. 48 *см* и 14 *см*. 790. $a_{15} = \frac{r}{4}\left(\sqrt{10+2\sqrt{5}}+\sqrt{3}-\sqrt{15}\right)$. *Указание.* Заметив, что $\frac{360^\circ}{15} = 24^\circ = 60^\circ - 36^\circ$, берем последовательные дуги $AB = 24^\circ$ и $BC = 36^\circ$, проводим диаметр

CD и хорды: AB, BC, AC, AD и BD и применяем теорему Птоломея. **791.** 4 *см.* **792.** $\frac{r^2}{4}(3-\sqrt{3})$. **794.** $15\frac{15}{16}$ *см.* *Указание.* Определив сначала диагональ трапеции, применяем потом формулу $R = bc : 2h_a$. **797.** $\sqrt{\frac{na^2+mb^2}{m+n}}$. *Указание.* Продолжить боковые стороны трапеции до взаимного пересечения и воспользоваться отношением площадей подобных треугольников. **798.** $\frac{a}{4}(\sqrt{3}-1)$. **799.** $\frac{8\pi r}{3}$; $2\pi r^2 - \frac{r^2\sqrt{3}}{2}$. **800.** $S = 2016\sqrt{3}$; $BD = 112$; ($\angle BAC = 60°$; $\angle CAD = 60°$). *Указание.* См. № 616. **801.** $CM = 18$ *см*; $DM = 15$ *см.* *Указание.* Сначала определить отношение $MC:MD$, проведя AD и BC. **802.** $AB = \frac{a}{2}\sqrt{6}$; $AC = \frac{a}{2}(\sqrt{3}+1)$. **803.** *Указание.* Концы боковой стороны и точку ее касания соединить с центром. **804.** $\pi r^2 \cdot \frac{90-n}{180}$. **805.** Средний $= a(2-\sqrt{3})$; боковой $= \frac{a}{2}(\sqrt{3}-1)$. **806.** $\frac{5}{4}r$. *Указание.* $MD = CD$. **807.** $x = R \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{n-2}}$; в примере $x = \frac{R}{2}$; $\frac{R}{3}$; $\frac{R}{4}$. **808.** *Указание. 1-й способ.* Пусть $ABCD$ — ромб и $\angle BAD = 30°$. Строим $\angle ABE = 15°$, где E — точка на диагонали AC; тогда $BE = BD$ и треугольник $ABE \backsim ABC$. *2-й способ.* Проверяем равенство $AB^2 = BD \cdot AC$, выражая BD и AC через AB (по формулам для правильных многоугольников). **809.** $2n(m-n):m^2$, где m^2 соответствует треугольнику. **810.** 5 *см.* *Указание.* Провести высоту данного треугольника. **811.** $\frac{a^2b^2}{(a^2+b^2)^2}$. *Указание.* Площади ромбов можно сравнить по квадратам их высот. **812.** Площ. AMB = площ. $CMD = \frac{r^2}{12}(2\pi-\sqrt{3})$; площ. $BMC = \frac{r^2}{6}(\pi-\sqrt{3})$; площ. $AMD = \frac{r^2}{6}(3\pi+2\sqrt{3})$.

813. $ab\cdot\frac{2mn}{(m+n)^2}$. *Указание.* Сначала замечаем, что стороны прямоугольника делятся вершинами параллелограма в отношении $m:n$.

814. $\frac{a+b}{4(a-b)}\sqrt{(a-b+c+d)\,(a-b-c+d)\,(a-b+c-d)\,(c+d-a+b)}$. *Указание.* Из конца верхнего основания проводим параллель к боковой стороне и определяем площадь получившегося треугольника по трем известным сторонам.

815. 180°. 816. $\frac{lm}{l+m}$. 817. $\frac{m^2+n^2}{(m+n)^2}$. 818. 8 *см*. 819. 2 *кв. см*.

820. 1) $\frac{ab}{a+b}$; 2) $\frac{ab\sqrt{2}}{a+b}$; 3) $\frac{ab\sqrt{3}}{a+b}$. *Указание.* Параллельно искомой биссектрисе CD проводим линию BE, где E — точка на продолжении AC. 821. $\frac{2ab}{a+b}$. *Указание.* Точка пересечения диагоналей делит искомую прямую пополам.

822. $\frac{(a+b)^3\cdot h}{2(a+3b)\,(b+3a)}$. 823. $c=7$. *Указание.* Отложить $\angle BAD=\angle ABC$. 824. 1) $\frac{ab}{2}$; 2) $\frac{(a-b)^2}{4}$. 825. 21 *см*. *Указание.* Определить боковые стороны данных треугольников и применить теорему Птоломея.

826. $\sqrt{b^2+c^2+bc}$ или $\sqrt{b^2+c^2-bc}$.

827. $S=1:\sqrt{\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}\right)\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}-\frac{1}{h_c}\right)\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_c}-\frac{1}{h_b}\right)\left(\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}-\frac{1}{h_a}\right)}$.

Указание. Применить равенства: $a=\frac{2S}{h_a}, b=\frac{2S}{h_b}, c=\frac{2S}{h_c}$.

828. $S=\frac{4}{3}\sqrt{q(q-l)(q-m)(q-n)}$, где $q=\frac{l+m+n}{2}$. *Указание.* Пусть будет ABC данный треугольник и $AD=l$, $BE=m$ и $CF=n$. Продолжим с обоих концов сторону AC и проведем $BG\parallel DA$ и $BH\parallel FC$; тогда $AG=AC$ и $CH=AC$ и следовательно площадь $ABC=\frac{1}{3}$ площади GBH. Для определения площади GBH имеем: $BG=2l$, $BH=2n$, и BE, равная m, служит медианой; повернув треугольник EBG около E вниз до совпадения EG с EH, обратим

треугольник GBH в треугольник со сторонами $2l$, $2m$ и $2n$. 829. 1008 *кв. см.* 830. $BM=500$. 831. $CD^2+CE^2=2r^2$. *Указание.* Проведя хорду $DF \perp AB$, соединить F с C и с E и рассмотреть дуги. 832. $\frac{t(a+b)}{4ab}\sqrt{4a^2b^2-t^2(a+b)^2}$. *Указание.* Пусть $CB=a$, $CA=b$ и $CD=t$. Проведем $AE \parallel CD$, где E — точка на продолжении BC; тогда $CE=b$, $AE=\frac{t(a+b)}{a}$ и $\frac{\text{пл. } ABC}{\text{пл. } ACE}=\frac{a}{b}$. 833. *Указание.* Чтобы сравнить отношение соответственных сторон, *вычисляем* эти отношения по основаниям a и b. 834. $BD=34$; $AC=38$. 835. $\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$, где $p=\frac{a+b+c+d}{2}$. *Указание.* Две противоположные стороны продолжаем до взаимного пересечения и пользуемся подобием треугольников. (См. № 321; получаемые, при вычислении площади треугольника, сложные дроби сокращаются на $d+b$ или $d-b$.) 836. $BC=\frac{r}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$. *Указание.* Из центра O проводим $OE \perp BC$ и определяем отдельно BE и CE. 837. $AD=4$ *см* или $12\frac{1}{2}$ *см.* [Условие возможности задачи: $(b+2q)^2 \geqq 8c^2$, где q означает проекцию c на b.] 838. $\frac{CM}{MD}=\frac{a-b}{a+b}$. 839. $2\sqrt{\frac{1}{3}(a^2+ab+b^2)}$. *Указание.* Пусть будут: C — вершина угла, M — данная точка, MA и MB — ее расстояния от сторон угла. Около 4-угольника $AMBC$ опишем окружность и обратим внимание на хорду AB и треугольник AMB. 840. $\frac{f(g+k)^3}{4gk}$. 841. $x_1=y_2=\frac{1}{2}(p+\sqrt{p^2-2ab})$; $y_1=x_2=\frac{1}{2}(p-\sqrt{p^2-2ab})$. В примерах: 1) $x=3$; $y=10$. 2) $x=y=6$. 842. *Указание. 1-й способ.* Сначала выразить CD^2 и CE^2 из треугольников COD и COE. *2-й способ.* Треугольники COD и COE перевернуть так, чтобы OD и OE сошлись. 843. 1) $S=210$; $R=22{,}1$; $r=5$; $r_a=70$; $r_b=8{,}4$; $r_c=15$. 844. 1) $\sqrt{2}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{10}$.

2) 10; $\sqrt{117}$; $\sqrt{325}$. 845. 23,125 *см*. *Указание*. Применить формулы: $\frac{1}{r}=\frac{1}{\rho_1}+\frac{1}{\rho_2}+\frac{1}{\rho_3}$ и $S=\sqrt{r\cdot\rho_1\cdot\rho_2\cdot\rho_3}$. 846. $\sqrt{88}=9,38...$ *м*. 847. $\sqrt{M^2+N^2}$. 848. 1) $\frac{2r^3}{3}(3\sqrt{3}-\pi)$; 2) 1 : 3. 849. 68 *см*. 850. *Указание*. 1) Доказать вычислением. 2) Доказать сравнением пропорций.