

СБОРНИКЪ АЛГЕБРАИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ.

ДЛЯ КЛАССОВЪ 5-го, 6-го 7-го и 8-го ГИМНАЗИЙ

и

соотвѣтствующихъ классовъ другихъ учебныхъ заведеній,

СОСТАВИЛИ

Н. А. Шапошниковъ и Н. К. Вальцовъ.

Девятое изданіе,

перепечатанное лишь съ типографскими улучшеніями.



Цѣна 70 коп.

МОСКВА.

Университетская типографія, на Страстномъ бульварѣ.

1903.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

Стран

ОТДѢЛЕНІЕ VII. Возведеніе въ степень. Извлеченіе корня.

	1. Возведеніе одночленовъ въ степень. <i>Задачи 1—80</i>	1—4
	2. Возведеніе многочленовъ въ степень. <i>Задачи 81—110</i>	4—5
	3. Извлеченіе корня изъ одночленовъ. <i>Задачи 111—150</i>	6—8
	4. Извлеченіе корня изъ многочленовъ. <i>Задачи 151—180</i>	8—10
	5. Извлеченіе квадратнаго корня изъ чиселъ. <i>Задачи 181—230</i> ..	11—13
	6. Приближенное извлеченіе квадратныхъ корней. <i>Задачи 231—260</i> .	12—14
	7. Извлеченіе кубическаго корня изъ чиселъ. <i>Задачи 261—290</i> ..	14—15
	8. Приближенное извлеченіе кубическихъ корней. <i>Задачи 291—300</i> .	15—16

ОТДѢЛЕНІЕ VIII. Ирраціональныя выраженія.

	1. Выводъ изъ-подъ радикала и введеніе подъ радикалъ. <i>Задачи 1—50</i>	17—18
	2. Сокращеніе показателей и приведеніе къ общему показателю. <i>Задачи 51—70</i>	19—20
	3. Приведеніе корней къ нормальному виду. <i>Задачи 71—80</i>	20—21
	4. Подобіе корней. <i>Задачи 81—100</i>	21—22
	5. Сложеніе и вычитаніе корней. <i>Задачи 101—120</i>	22—24
	6. Умноженіе и дѣленіе корней. <i>Задачи 121—200</i>	24—25
	7. Возведеніе корней въ степень и извлеченіе изъ нихъ корня. <i>Задачи 201—240</i>	29—30
	8. Уничтоженіе ирраціональности въ знаменателѣ. <i>Задачи 241—260</i>	31—31
	9. Извлеченіе корня изъ ирраціональныхъ двучленовъ и многочленовъ. <i>Задачи 261—280</i>	32—33
	10. Смѣшанныя преобразованія. <i>Задачи 281—320</i>	33—34
	11. Степени и корни съ дробными показателями. <i>Задачи 321—360</i> .	36—38
	12. Мнимыя количества. <i>Задачи 361—420</i>	39—42

ОТДѢЛЕНІЕ IX. Уравненія второй степени.

	1. Рѣшеніе числовыхъ ур-ій второй степени. <i>Задачи 1—60</i>	43—45
	2. Рѣшеніе буквенныхъ ур-ій второй степени. <i>Задачи 61—100</i> ...	49—51
	3. Простѣйшія примѣненія теоріи квадратнаго уравненія. <i>Задачи 101—170</i>	51—55
	4. Составленіе квадратныхъ уравненій. <i>Задачи 171—200</i>	55—61
	5. Возведеніе уравненій въ степень и извлеченіе изъ нихъ корня. <i>Задачи 201—240</i>	61—65
	6. Рѣшеніе ирраціональныхъ уравненій. <i>Задачи 241—270</i>	63—65

ОТДѢЛЕНІЕ X. Уравненія высшихъ степеней.

- § 1. Уравненія съ однимъ неизвѣстнымъ. *Задачи 1—40* 66—74
§ 2. Уравненія съ нѣсколькими неизвѣстными. *Задачи 41—130* ... 74—87

ОТДѢЛЕНІЕ XI. Неопредѣленный анализъ. Изслѣдованіе уравненій.

- § 1. Неравенства. *Задачи 1—70* 88—93
§ 2. Изслѣдованіе уравненій первой степени съ однимъ неизвѣстнымъ.
Задачи 71—120 93—101
§ 3. Изслѣдованіе уравненій первой степени съ двумя неизвѣстными.
Задачи 121—130 101—104
§ 4. Изслѣдованіе уравненій второй степени. *Задачи 131—140* .. 104—106
§ 5. Рѣшеніе неопредѣленныхъ уравненій первой степени. *Задачи*
141—220 106—115

ОТДѢЛЕНІЕ XII. Прогрессіи.

- § 1. Разностныя прогрессіи. *Задачи 1—50* 116—122
§ 2. Кратныя прогрессіи. *Задачи 51—100* 122—123
§ 3. Простѣйшіе ряды, приводящіеся къ прогрессіямъ. *Задачи*
101—110 129—130

ОТДѢЛЕНІЕ XIII. Логарифмы и ихъ примѣненіе.

- § 1. Общія свойства логарифмовъ. *Задачи 1—100* 131—138
§ 2. Десятичные логарифмы. *Задачи 101—200* 138—143
§ 3. Счисленіе сложныхъ процентовъ. *Задачи 201—230* 143—153

ОТДѢЛЕНІЕ XIV. Дополнительные статьи.

- § 1. Общій наибольшій дѣлитель и общее наименьшее кратное. *За-*
дачи 1—20 154—155
§ 2. Соединенія. *Задачи 21—50* 155—158
§ 3. Биномъ Ньютона. *Задачи 51—70* 159—160
§ 4. Непрерывныя дроби. *Задачи 71—130* 160—162
§ 5. Отысканіе наименьшихъ и наибольшихъ значеній. *Задачи*
131—140 162—163
§ 6. Способъ неопредѣленныхъ множителей. *Задачи 141—150* 163—165
§ 7. Общія свойства системы счисленія. *Задачи 151—160* 165—166

ОБЩІЙ ОТДѢЛЪ.

- Задачи 1—60* 167—176
Отвѣты 177—191

ОТДѢЛЕНИЕ VII.

ВОЗВЕДЕНІЕ ВЪ СТЕПЕНЬ. ИЗВЛЧЕНІЕ КОРНЯ.

§ 1. Возведеніе одночленовъ въ степень.

Въ формулѣ $a^n = b$ количество a называется *основаніемъ* степени n —*показателемъ* степени, а b или равное ему a^n — n -ой *степенью* отъ a . Составленію b по даннымъ a и n называется *возведеніемъ въ степень*.

Если показатель n есть цѣлое положительное количество, то самая степень условно называется цѣлой положительной. *Возвести въ цѣлую положительную степень* значитъ повторить основаніе множителемъ столько разъ, сколько есть единицъ въ показателѣ.

Такимъ образомъ $a^3 = a.a.a$, вообще $a^n = a.a\dots a$ (n разъ).

Правило знаковъ. Четная степень всякаго количества, положительнаго или отрицательнаго, всегда положительна; такъ $(\pm a)^{2n} = +a^{2n}$. Нечетная степень всякаго количества, положительнаго или отрицательнаго, имѣетъ тотъ же знакъ, какъ основаніе; такъ $(+a)^{2n+1} = +a^{2n+1}$, $(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$.

Теорема 1. Степень произведенія равна произведенію степеней каждаго изъ множителей; такъ $(ab)^n = a^n b^n$.

Теорема 2. Степень дроби равна степени числителя, раздѣленной на степень знаменателя; такъ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Теорема 3. Степень отъ степени получается черезъ перемноженіе показателей; такъ $(a^m)^n = a^{mn}$.

Общее правило. Чтобы возвести одночленъ въ степень, нужно поставить знакъ по правилу знаковъ, возвести въ требуемую степень каждаго множителя и дѣлителя и расположить результаты множителемъ или дѣлителемъ соответственно тому, какъ располагались множители и дѣлители даннаго одночлена.

При этомъ явно выраженныя числа возводятся непосредственно, а къ буквеннымъ выраженіямъ примѣняется третья теорема.

Напр., имѣемъ $\left(\frac{2a^2b^m}{3a^nd^3}\right)^3 = \frac{8a^6b^{3m}}{27a^{3n}d^9}$.

Если показатель есть цѣлое отрицательное количество, то самая степень условно называется цѣлой отрицательной. *Всякая степень съ отрицательнымъ показателемъ равняется единицѣ, раздѣленной на соответствующую положительную степень того же основанія.* Такимъ образомъ $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$, вообще $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Къ отрицательнымъ степенямъ примѣняются безъ измѣненія правило знаковъ, всѣ три теоремы и общее правило возведенія въ степень одночленовъ. Такъ $(\pm a)^{-2n} = \pm a^{-2n}$, $(\pm a)^{-2n-1} = \pm a^{-2n-1}$.

$(ab)^{-n} = a^{-n}b^{-n}$, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{a^{-n}}{b^{-n}}$, $(a^{-m})^n = a^{-mn}$, $(a^m)^{-n} = a^{-mn}$, $(a^{-m})^{-n} = a^{mn}$

- | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $(\pm 2)^4$ | 1. $(\pm 4)^2$ | 2. $(\pm 5)^3$ | 2. $(\pm 3)^5$ |
| 3. $(\pm 10)^3$ | 3. $(\pm 10)^4$ | 4. $(\pm 100)^4$ | 4. $(\pm 100)^3$ |
| 5. 2^{-3} | 5. 3^{-2} | 6. 5^{-1} | 6. 4^{-3} |
| 7. $(-3)^{-2}$ | 7. $(-2)^{-3}$ | 8. $(-1)^{-5}$ | 8. $(-5)^{-1}$ |
| 9. $(-4)^{-3}$ | 9. $(-3)^{-4}$ | 10. $(-6)^{-1}$ | 10. $(-1)^{-6}$ |
| 11. $(-1)^{2n}$ | 11. $(-1)^{2n+1}$ | 12. $(-1)^{3n}$ | 12. $(-1)^{3n+2}$ |
| 13. $(2.3)^3$ | 13. $(4.5)^2$ | 14. $(5.7.3)^2$ | 14. $(10.4.3)^3$ |
| 15. $(ab)^4$ | 15. $(ac)^3$ | 16. $(-ab)^3$ | 16. $(-cd)^6$ |
| 17. $(xyz)^7$ | 17. $(xzt)^{10}$ | 18. $(abc)^m$ | 18. $(bdf)^n$ |
| 19. $\left(\frac{a}{b}\right)^3$ | 19. $\left(\frac{b}{a}\right)^4$ | 20. $\left(\frac{n}{m}\right)^a$ | 20. $\left(\frac{m}{n}\right)^b$ |
| 21. $\left(-\frac{5}{7}\right)^2$ | 21. $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$ | 22. $\left(-1\frac{2}{3}\right)^3$ | 22. $\left(-1\frac{1}{4}\right)^4$ |
| 23. $(-0,2)^5$ | 23. $(-0,5)^2$ | 24. $(-0,01)^4$ | 24. $(-0,001)^3$ |
| 25. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$ | 25. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$ | 26. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5}$ | 26. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-r}$ |
| 27. $(0,3)^{-3}$ | 27. $(0,2)^{-6}$ | 28. $(0,02)^{-4}$ | 28. $(0,05)^{-3}$ |
| 29. $\left(\frac{1}{a}\right)^{-3}$ | 29. $\left(\frac{1}{a}\right)^{-4}$ | 30. $\left(\frac{c}{d}\right)^{-6}$ | 30. $\left(\frac{d}{c}\right)^{-5}$ |
| 31. $(a^3)^2$ | 31. $(a^2)^3$ | 32. $(a^5)^4$ | 32. $(a^4)^5$ |
| 33. $(-a^3)^3$ | 33. $(-a^3)^2$ | 34. $(-a^3)^6$ | 34. $(-a^6)^3$ |
| 35. $(-a)^{2n}$ | 35. $(-a)^{2n-1}$ | 36. $(-a^3)^{2n-1}$ | 36. $(-a^5)^{2n}$ |
| 37. $(-a^3)^{-3}$ | 37. $(-a^3)^{-2}$ | 38. $(-a^7)^{-4}$ | 38. $(-a^4)^{-7}$ |
| 39. $(-a^m)^{-6}$ | 39. $(-a^n)^{-3}$ | 40. $(-a^3)^{-2n+1}$ | 40. $(-a^4)^{-2n+3}$ |
| 41. $(a^{-3})^4$ | 41. $(a^{-4})^3$ | 42. $(a^{-5})^{-2}$ | 42. $(a^{-2})^{-3}$ |