Н А ШАПОШНИКОВ и Н К ВАЛЬЦОВ

СБОРНИК АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ДЛЯ 6-го, 7-го и 8-го КЛАССОВ
СЕМИЛЕТНЕЙ
и СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Утверждён
Министерством просвещения РСФСР

ИЗДАНИЕ СЕМНАДЦАТОЕ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР
МОСКВА 1949 ЛЕНИНГРАД

ОГЛАВЛЕНИЕ.

Редактор И С Михеев. Корректор Б. М. Пихтер. Техн редактор М. Е. Зендель.

Подписано к печати с матриц 16/X 1948 г. А-09326. Печ. л 9,5. Уч.-изд. л. 9,78. В 1 п л 45000 тип. знаков

Отпечатано в типографии Н-12 с матриц 2-й тип. «Печатный Двор» им. А. М. Горького треста «Полиграфкнига» ОГИЗа при Совете Министров СССР Ленинград, Гатчинская ул., д. 26.

ГЛАВА I.

ОСНОВНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ.

§ 1. Алгебраические выражения.

Для того чтобы обозначить сумму, разность, произведение и частное двух чисел, обозначенных буквами, достаточно соединить эти буквы знаком соответствующего действия. Этим путём получаются выражения:

$$a+b,\ a-b,\ a\cdot b,\ \frac{a}{b}.$$

Для того чтобы обозначить результат совокупности действий, выполненных в определённом порядке над несколькими числами, достаточно последовательно обозначить результаты этих действий в том порядке, в котором эти действия были выполнены. Например, каждое из обозначений

$$a-b+c,\ \frac{a+b}{c},\ \frac{a}{c}+b$$

выражает результат двух действий, выполненных над числами a, b, c.

Совокупность чисел и букв (обозначающих числа), соединённых между собою посредством знаков, указывающих, какие действия и в каком порядке надо произвести над этими числами, называется *алгебраическим выражением.*

В алгебре употребляются те же знаки действий, что и в арифметике. Но знак умножения (точка или крестик) обычно опускается, так что если между числом и буквой или между двумя буквами не поставлен знак, то подразумевается знак умножения.

Если алгебраическое выражение задано в словесной форме, то, употребляя буквы и знаки действий, можно представить его в алгебраической форме.

1. Написать сумму чисел a и b.
2. Написать разность чисел m и n.
3. Написать произведение чисел a и b.
4. Написать частное от деления числа m на число n.
5. Написать сумму чисел a и 2.

6. Написать частное от деления числа a на 2.

7. Написать сумму чисел a, b и c.

8. Написать произведение чисел a, b и c.

9. Написать сумму числа a с произведением чисел b и c.

9. Написать разность между произведением чисел m и n и числом p.

10. Написать сумму числа a с частным от деления числа b на число c.

10. Написать разность между частным от деления числа m на число n и числом p.

11. Написать частное от деления произведения чисел a и b на число c.

11. Написать частное от деления числа p на разность чисел m и n.

12. Написать частное от деления произведения чисел a и b на произведение чисел c и d.

12. Написать частное от деления 1 на произведение чисел a, b и c.

13. Написать сумму чисел a и $\frac{1}{2}$.

14. Написать произведение чисел $\frac{3}{4}$ и a.

14. Написать произведение чисел $\frac{5}{8}$, m, n и p.

15. Написать полусумму чисел a и b.

15. Написать полуразность чисел m и n.

16. Написать половину произведения чисел a и b.

17. Написать сумму числа a и частного от деления числа b на 2.

17. Написать разность между частным от деления 2 на m и числом n.

18. Написать число, большее числа a на число b.

18. Написать число, меньшее числа m на число n.

19. Написать число, меньшее числа a в m раз.

19. Написать число, большее числа b в n раз.

20. Сумма двух чисел s; одно из них a. Выразить другое число.

20. Разность двух чисел d; вычитаемое b. Выразить уменьшаемое.

21. Разность двух чисел b; уменьшаемое a. Выразить вычитаемое.

21. Произведение двух чисел p; одно из них a. Выразить другое.

22. Частное двух чисел q; делитель b. Выразить делимое.

22. Частное двух чисел q; делимое a. Выразить делитель.

23. Написать общую формулу всякого чётного числа.

24. Написать общую формулу всякого нечётного числа.

25. Написать общую формулу числа, кратного 3.

26. Написать общую формулу числа, дающего при делении на 3 в остатке 1.

27. Выразить, сколько единиц содержит число, состоящее из a десятков.

28. Выразить, сколько единиц содержит число, состоящее из b сотен.

29. Выразить, сколько единиц содержит число, состоящее из a десятков и b единиц.

30. Выразить, сколько единиц содержит число, состоящее из a сотен и b единиц.

31. Выразить, сколько единиц содержит число, состоящее из a сотен, b десятков и c единиц.

32. Выразить, сколько единиц содержит число, написанное теми же цифрами, как и в предыдущей задаче, но расположенными в обратном порядке.

33. Написать число, состоящее из a сотен и b десятков.

33. Написать число с a тысячами и b десятками.

34. Сколько минут в a часах и b минутах?

34. Сколько минут в m часах, l минутах и p секундах?

35. Сколько миллиметров в a метрах, b сантиметрах и c миллиметрах?

36. Сколько метров в a сантиметрах?

37. Сколько килограммов в a тоннах, b центнерах и c килограммах?

38. Сколько тонн в m килограммах?

39. Сколько килограммов в n граммах?

39. Сколько граммов в p килограммах и q граммах?

40. Вычислить p процентов числа a.

40. Вычислить q процентов числа 240.

§ 2. Алгебраические формулы.

Алгебраическая запись, выражающая посредством букв и математических знаков какое-нибудь соотношение (какую-нибудь зависимость, связь) между числами или результатами действий над числами, называется *формулой*. Если это соотношение выражено посредством знака равенства, то формула называется *равенством*; если же соотношение выражено посредством знака неравенства, то формула называется *неравенством*. Например, формула $s = bh$ выражает зависимость между основанием b, высотой h и площадью s прямоугольника, а формула $s = vt$

выражает зависимость между скоростью v равномерного движения, промежутком времени t, в течение которого происходило движение, и пройденным за этот промежуток времени путём s. Формула $a+b=b+a$ выражает ту мысль, что сумма двух слагаемых не зависит от порядка, в котором выполняется сложение. Формула $abc=cba$ выражает то же свойство произведения трёх сомножителей. Формула $a+b<ab$ выражает связь между суммой и произведением любых двух чисел, каждое из которых превосходит число 2.

Записать формулами следующие зависимости между числами:

41. Сумма чисел a и b равна s.

41. Разность между числами a и b равна d.

42. Произведение чисел a и b равно p.

42. Частное от деления числа a на число b равно q.

43. Число a, увеличенное на число b, равно произведению чисел p и q.

43. Число a, уменьшенное на число b, равно частному от деления c на d

44. Число a, увеличенное в n раз, равно числу b.

44. Число a, уменьшенное в n раз, равно числу c.

45. Число a больше числа b на число c.

45. Число a меньше числа b на число c.

46. Число c больше числа d в m раз.

46. Число c меньше числа d в n раз.

47. Число a больше числа b в 10 раз.

47. Число a меньше числа b в 100 раз.

48. Число a больше произведения чисел b и c на число d.

48. Число a меньше произведения чисел b и c на число d.

49. Сумма чисел a и b более их разности.

49. Разность чисел c и d менее их суммы.

50. Частное от деления a на b менее полусуммы этих чисел.

50. Произведение чисел a и b более их полусуммы.

51. Сумма частных от деления a на b и b на a более 2.

51. Число 2 менее разности частных от деления a на b и b на a.

52. Если к числу, содержащему a десятков и b единиц, прибавить число m, то получится число, обозначенное теми же цифрами, но расположенными в обратном порядке.

52. Если из числа, содержащего a десятков и b единиц, вычесть число n, то получится число, вдвое меньшее начального.

53. По плану завод должен выпускать в день a автомобилей. Фактически завод выпускает b автомобилей в день, перевыполняя дневную норму на m автомобилей. Выразить зависимость между a, b и m.

53. Колхоз засеял m гектаров вместо n гектаров, предположенных по плану, перевыполнив плановое задание на p гектаров. Выразить зависимость между m, n и p.

54. Автомобиль в t часов проехал a километров, делая в час по d километров. Выразить зависимость между числами t, a и d.

54. Куплено a килограммов товара по m рублей за килограмм, и за всё заплачено s рублей. Выразить зависимость между числами a, m и s.

55. Тарифная ставка рабочего a рублей в месяц. Приработок составляет p процентов ставки. Фактический заработок m рублей. Выразить зависимость между a, m и p.

55. В классе a учащихся. Из них отличников b человек, что составляет p процентов общего числа учащихся класса. Выразить зависимость между a, b и p.

§ 3. Коэфициент.

Если алгебраическое выражение представляет собою произведение буквенных и числовых множителей, то изменяя порядок сомножителей, можно все числовые множители поместить впереди буквенных множителей и, перемножив их, заменить всю группу числовых множителей их произведением. Например, произведение $3a^2b^3 \cdot \frac{5}{8}c$ можно представить сперва в виде $3 \cdot \frac{5}{8}a^2b^3c$, а затем в виде $\frac{15}{8}a^2b^3c$.

Числовой множитель, стоящий перед буквенным множителем или перед произведением буквенных множителей, называется коэфициентом.

Если коэфициент есть целое число, то он указывает, сколько раз повторяется слагаемым буквенное выражение, перед которым он стоит. Например:

$$3a^2b = (a^2b) \cdot 3 = a^2b + a^2b + a^2b.$$

Если коэфициент есть дробное число, то он указывает, какая дробь берётся от буквенного выражения, перед которым он стоит. Например:

$$\frac{5}{4}ab^3 = (ab^3) \cdot \frac{5}{4} = \frac{ab^3}{4} \cdot 5 = \frac{ab^3}{4} + \frac{ab^3}{4} + \frac{ab^3}{4} + \frac{ab^3}{4} + \frac{ab^3}{4}.$$

Коэфициент 1 обычно опускается; например, вместо $1 \cdot a^3b^2$ пишут a^3b^2.

Написать сокращённо при помощи коэфициентов следующие выражения:

56. $a+a$.
57. $ab+ab+ab$.
58. $a+a+b+b+b$.
59. $a+a+bc+bc+bc$.
60. $\frac{a}{5}+\frac{a}{5}+\frac{a}{5}+\frac{a}{5}$.
61. $\frac{m+m+m}{n+n}$.
62. $x+x+x+xy+xy$.
63. $\frac{ab}{4}+\frac{ab}{4}+\frac{ab}{4}+\frac{ab}{4}+\frac{ab}{4}$.
64. $\frac{a}{2}+\frac{a}{2}+\frac{b}{3}+\frac{b}{3}+\frac{b}{3}$.
65. $\frac{m}{2}+\frac{m}{2}+\frac{n}{3}+\frac{n}{3}+\frac{n}{3}+\frac{n}{3}$.

56. $b+b+b$.
57. $abc+abc$.
58. $a+a+a+b+b$.
59. $ac+ac+ac+b+b$.
60. $\frac{b}{4}+\frac{b}{4}+\frac{b}{4}$.
61. $\frac{n+n}{m+m+m}$.
62. $x+x+xy+xy+xy$.
63. $\frac{x}{3}+\frac{x}{3}+\frac{x}{3}$.
64. $\frac{x}{3}+\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{y}{2}$.
65. $\frac{ab}{4}+\frac{ab}{4}+\frac{ab}{4}+\frac{ab}{4}$.

Написать без коэфициентов следующие выражения:

66. $4ab$. 66. $3abc$. 67. $3b+2c$. 67. $2b+3c$.

68. $\frac{2ab}{3x}$. 68. $\frac{4m}{3aq}$. 69. $3mn+2pq$. 69. $2mn+3pq$.

70. $\frac{4ab}{3}$. 70. $\frac{3xyz}{4}$.

§ 4. Степень.

Если некоторое число повторяется сомножителем несколько раз, то для сокращённого обозначения такого произведения пишут это число один раз, а над ним справа пишут другое число, указывающее, из скольких равных сомножителей составлено произведение; например, вместо $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ пишут 3^4; вместо $a \cdot a \cdot a$ пишут a^3.

Произведение нескольких равных сомножителей называется *степенью*; число, повторяющееся сомножителем, называется *основанием степени*, а число, показывающее, сколько раз основание повторяется сомножителем, называется *показателем степени*. Так, в выражении 3^4 число 3 есть *основание*, число 4 есть *показатель степени*, а произведение 3^4, равное 81, есть *степень*.

Число 5^2 есть 5 во второй степени, или вторая степень числа 5. Число 7^3 есть 7 в третьей степени, или третья степень числа 7. Вообще выражение a^m читается так: a в степени m или m-ая степень числа a. Вторая степень называется часто *квадратом*, а третья — *кубом*; например, a^2 читают: a в квадрате, или a квадрат, b^3 читают: b в кубе или b куб.

Во многих случаях оказывается удобным заменять букву a выражением a^1, называемым *первой степенью* числа a.

Умножение равных множителей рассматривается как новое математическое действие и называется *возвышением*, или *возведением в степень*.

Упростить следующие выражения введением показателей степеней:

71. aaa. 71. $bbbb$.
72. $aabbb$. 72. $aaabb$.
73. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$. 73. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$.
74. $3kkll$. 74. $2kkkll$.
75. $4 \cdot 4 \cdot 4aaa$. 75. $5 \cdot 5llll$.
76. $aab + abb$. 76. $abb - aab$.
77. $aabbb - aaabb$. 77. $aaabb + abbb$.
78. $pppq - ppqq + pqqq$. 78. $ppqq + pppq + ppqqq$.
79. $3 \cdot 3aaaabb - 2 \cdot 2 \cdot 2aaabbb$.
79. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2aabbbb + 3 \cdot 3 \cdot 3aaabbb$.
80. $aaa \ldots a$ (m раз). 80. $mmm \ldots m$ (a раз).

Написать следующие выражения без показателей степеней:

81. 2^3. 81. 3^2. **82.** 5^2. 82. 2^5.
83. m^3. 83. a^4. **84.** m^2n^3. 84. m^3n^2.
85. $a^3b^3c^2$. 85. $a^3b^2c^3$. **86.** $3^2a^4b^2$. 86. $2^3a^2b^5$.
87. $a^2 + b^2$. 87. $a^2 - b^2$. **88.** $a^3 - b^3$. 88. $a^3 + b^3$.
89. $3a^4 + 2b^5$. 89. $2a^5 - b^4$. **90.** a^n. 90. m^a.

Найти числовые значения степеней:

91. 2^3. 91. 3^2. **92.** 4^3. 92. 3^3. **93.** 5^2. 93. 2^5.
94. 10^2. 94. 10^3. **95.** 20^3. 95. 30^2. **96.** 400^2. 96. 500^2. **97.** 1^5.
98. 1^3. **99.** $\left(\frac{1}{2}\right)^2$. 99. $\left(\frac{1}{3}\right)^2$. **100.** $\left(\frac{1}{3}\right)^3$. 100. $\left(\frac{1}{2}\right)^3$.
101. $\left(\frac{2}{3}\right)^3$. 101. $\left(\frac{3}{2}\right)^2$. **102.** $\left(\frac{4}{3}\right)^3$. 102. $\left(\frac{3}{4}\right)^3$.

103. $\left(2\frac{1}{2}\right)^2$. 103. $\left(3\frac{1}{3}\right)^2$. **104.** $\left(3\frac{2}{3}\right)^2$. 104. $\left(2\frac{3}{4}\right)^2$.

105. $0{,}2^2$. 105. $0{,}1^3$. **106.** $0{,}4^3$. 106. $0{,}3^4$.

107. $1{,}2^2$. 107. $1{,}1^2$. **108.** $2{,}5^2$. 108. $3{,}5^2$.

109. $0{,}001^2$. 109. $0{,}01^3$. **110.** $0{,}025^3$. 110. $0{,}035^2$.

Ввести коэфициенты и показатели в выражения:

111. $aaa + aaa$. 111. $mmmm - nn$.

112. $a^2b + a^2b$. 112. $mn^2 + mn^2 + mn^2$.

113. $p + p - ppp$. 113. $k + k + k - kk$.

114. $abb + abb - aab - aab$. **115.** $\frac{xxy + xxy + xxy}{zz + zz}$.

Написать без коэфициентов выражения:

116. $a^2 + 2b^3$. 116. $3b^2 - a^3$. **117.** $2a^2 + 3b^3$. 117. $3a^3 - 2b^2$

118. $4b^3 + 3a^4$. 118. $3b^4 - 4a^3$. **119.** $\frac{2a^2b^4}{3x^4y^3}$. 119. $\frac{3xy^2}{2a^3b^2}$.

Написать без показателей выражения:

120. $3a^2 - 2b^3$. 120. $2a^3 - 3b^2$.

121. $2a^3b^2 - 5a^5b^3$. 121. $4a^2b^3 + 2a^3b^5$.

122. $3a^2bc + 2ab^2c - 3c$. 122. $2a^2bc - 3ab^2c + 2c$.

123. $\frac{4}{5}a^2bc - \frac{2}{3}ab^2c + 2abc^3$. 123. $\frac{4}{3}a^2bc + \frac{3}{2}a^2b^2c^2 - 2a^3$.

124. $\frac{a^2b^3}{m^4n^2}$. 124. $\frac{x^5y^3}{ab^2}$. **125.** $\frac{2a^2b + 3b^3 + c^2}{a^4}$.

Написать без коэфициентов и без показателей выражения:

126. $3a^2$. 126. $2a^3$. **127.** $5a^4$. 127. $4a^5$.

128. $2b^3c$. 128. $3bc^2$. **129.** $3b^2c^3$. 129. $2b^3c^2$.

130. $2a^3 + b^2$. 130. $a^2 + 3b^3$.

§ 5. Корень.

Число a, n-ая степень которого равна числу b, называется *корнем n-ой степени из числа b*. Иначе говоря, число a есть корень n-ой степени из числа b в том случае, если $a^n = b$. Например, 2 есть корень третьей степени из числа 8, так как $2^3 = 8$.

Из этого определения следует, что найти корень данной степени из данного числа — значит по данной степени некоторого числа и данному показателю этой степени найти число, которое было возвышено в степень.

Действие, с помощью которого по данной степени некоторого числа и данному показателю этой степени находится основание данной степени, называется *извлечением корня данной степени* из данного числа; при этом данная степень называется *подкоренным числом*, а данный показатель степени — *показателем корня*.

Извлечение корня обозначается знаком $\sqrt{}$; под горизонтальной чертой этого знака пишут подкоренное число, а в отверстии его — показатель корня.

В примере $\sqrt[3]{64}=4$ число 64 есть подкоренное число, число 3 есть показатель корня, а число 4 есть корень третьей степени из числа 64.

Корень с показателем 2 называется иначе *квадратным* корнем; корень с показателем 3 называется иначе *кубическим* корнем. Показатель 2 в обозначении квадратного корня опускается.

Разложить следующие числа на 2 равных множителя:

131. 4. 131. 9. **132.** 25. 132. 36. **133.** 49. 133. 16.
134. 64. 134. 81. **135.** $\frac{1}{9}$. 135. $\frac{4}{25}$.

Разложить следующие числа на 3 равных множителя:

136. 8. 136. 27. **137.** 125. 137. 216. **138.** 343. 138. 64.
139. 1000. 139. 1 000 000. **140.** $\frac{1}{125}$. 140. $\frac{8}{343}$.

Разложить следующие числа на 4 равных множителя:

141. 16. 141. 81. **142.** 10 000. 142. 1296.
143. 625. 143. 256. **144.** $\frac{1}{16}$. **145.** $\frac{256}{625}$.

Найти указанные корни:

146. $\sqrt{9}$. 146. $\sqrt{16}$. **147.** $\sqrt[3]{27}$. 147. $\sqrt[3]{64}$.
148. $\sqrt[3]{343}$. 148. $\sqrt[3]{216}$. **149.** $\sqrt{400}$. 149. $\sqrt{900}$.
150. $\sqrt{\frac{1}{4}}$. 150. $\sqrt{\frac{1}{9}}$. **151.** $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$. 151. $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$.

152. $\sqrt{\frac{64}{81}}$. 152. $\sqrt{\frac{81}{25}}$. 153. $\sqrt[3]{\frac{125}{8}}$. 153. $\sqrt[3]{\frac{343}{64}}$.

154. $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$. 154. $\sqrt[4]{\frac{81}{256}}$. 155. $\sqrt[5]{\frac{32}{243}}$. 155. $\sqrt[5]{\frac{243}{32}}$.

156. $\sqrt{0,09}$. 156. $\sqrt{0,04}$. 157. $\sqrt[3]{0,008}$. 157. $\sqrt[3]{0,027}$

158. $\sqrt[3]{0,125}$. 159. $\sqrt{0,01}$. 160. $\sqrt[3]{0,000001}$. 160. $\sqrt{0,000001}$

§ 6. Порядок действий. Скобки.

Сложение и вычитание называются действиями первой ступени, умножение и деление — действиями второй ступени, возвышение в степень и извлечение корня — действиями третьей ступени.

При обозначении с помощью алгебраического выражения результата какой-либо совокупности действий, выполненных в определённом порядке над несколькими числами, соблюдают следующие правила:

Правило 1. Если над результатом действия какой-либо ступени выполняется действие *предыдущей* ступени, то результат первого действия не заключается в скобки. Например:

$$a^5b^2,\ a^3+b^4,\ \frac{a}{\sqrt{b}},\ a-\sqrt[3]{b},$$

$$ab+cd,\ ab-\frac{c}{d}.$$

Правило 2. Если над результатом действия какой-либо ступени выполняется действие *следующей* ступени, то результат первого действия заключается в скобки. Например:

$$(a+b)\,c,\ (a-b)^2,\ (ab)^3,\ \left(\frac{a}{b}\right)^5.$$

Но в случае, если согласно этому правилу в скобках должны быть заключены числитель или знаменатель дроби или выражение, находящееся под знаком корня, то скобки опускаются: в этом случае роль скобок играет черта. Например:

$$\frac{a+b}{c-d},\ \sqrt{abc}.$$

Правило 3. Если над результатом действия какой-либо ступени выполняется действие *той же* ступени, то результат первого действия заключается в скобки. Например:

$$a-(b+c),\ a:(b\cdot c),\ (a^3)^2.$$

Но если результат первого действия служит во втором действии первым слагаемым, уменьшаемым, множимым или делимым, то скобки обычно опускаются, так как отсутствие скобок не может повести к недоразумениям. Например:

$$a+b+c,\ abc,\ a-b+c,\ a:b:c.$$

При чтении алгебраического выражения словами или при задании его в словесной форме названия действий произносятся в порядке, обратном тому порядку, в котором они должны быть выполнены.

Например, выражение a^2+b^2 читается так: сумма квадратов чисел a и b.

Прочесть словами следующие выражения:

161. $a+bc$. **161.** $a-bc$.

162. $(a+b)c$. **162.** $(a-b)c$.

163. $a-(b+c)$. **163.** $a-(b-c)$.

164. $(a-b)+c$. **164.** $(a-b)-c$.

165. $(a-b)+(c-d)$. **166.** $3(a+b)-2ab$.

167. $5ab+3(c-d)$. **168.** $(a+b)(c-d)$.

169. $(a+b)^2$. **170.** a^2-b^2. **171.** $2a^3$. **172.** $(2a)^3$.

173. $\left(\frac{3}{4}a\right)^2$. **174.** $\frac{3}{4}a^2$. **175.** $3(x+y)^2$.

176. $(3x+y)^2$. **177.** $3x+y^2$. **178.** $[3(x+y)]^2$.

179. $\sqrt{a^3-b^3}$. **180.** $\sqrt{(a-b)^3}$. **181.** $\sqrt[3]{a^4+b^4}$.

182. $\sqrt[3]{(a+b)^4}$. **183.** $\sqrt[3]{(ab)^4}$. **184.** $\sqrt[3]{2(x+y)}$. **185.** $\sqrt[4]{3xy}$.

Указать порядок действий в нижеследующих выражениях:

186. $(a-b)c+dm$. **187.** $a-bc+dm$.

188. $[(a-b)c+d]m$. **189.** $[a-b(c+d)]m$.

190. p^3+2m+n^3. **191.** $p^3+(2m+n)^3$.

192. $(p+2m+n)^3$. **193.** $[(m^2+n^2):(p-q)]:r-s$.

194. $m^2+n^2:[(p-q):r]-s$. **195.** $m^2+n^2:[(p-q)(r-s)]$.

Записать с помощью букв следующие алгебраические выражения:

196. Произведение одного числа на сумму двух других чисел.

196. Произведение одного числа на разность двух других чисел.

197. Квадрат суммы двух чисел.
197. Квадрат разности двух чисел.
198. Куб разности двух чисел.
198. Куб суммы двух чисел.
199. Разность квадратов двух чисел.
199. Сумма квадратов двух чисел.
200. Сумма кубов двух чисел.
200. Разность кубов двух чисел.
201. Произведение кубов двух чисел.
201. Куб произведения двух чисел.
202. Разность n-ых степеней двух чисел.
202. n-ая степень разности двух чисел.
203. Произведение n-ых степеней двух чисел.
203. n-ая степень частного двух чисел.
204. Произведение n-ых степеней четырёх чисел.
204. n-ая степень суммы четырёх чисел.
205. Произведение суммы двух чисел на их разность.
205. Частное от деления разности двух чисел на их сумму.
206. Удвоенный квадрат суммы двух чисел.
206. Утроенный куб разности двух чисел.
207. Квадрат утроенной суммы двух чисел.
207. Куб удвоенной разности двух чисел.
208. Утроенный квадрат произведения двух чисел.
208. Квадрат утроенного произведения двух чисел.
209. Куб удвоенной суммы двух чисел.
209. Квадрат утроенной разности двух чисел.
210. Удвоенная n-ая степень разности двух чисел.
210. Утроенная n-ая степень суммы двух чисел.
211. Удвоенная разность кубов двух чисел.
211. Утроенная сумма квадратов двух чисел.
212. Квадрат суммы удвоенного числа a и числа b.
212. Куб разности между утроенным числом a и числом b.
213. Сумма квадратов сумм $a+b$ и $c+d$.
213. Разность кубов разностей $m-n$ и $p-q$.
214. Квадрат полусуммы двух чисел.
214. Квадрат полуразности двух чисел.
215. Квадрат учетверённой суммы двух чисел.
215. Куб учетверённой разности двух чисел.
216. Произведение суммы четвёртых степеней двух чисел на разность четвёртых степеней тех же чисел.
216. Частное от деления разности кубов двух чисел на сумму кубов тех же чисел.

217. Кубический корень из суммы кубов двух чисел.

217. Квадратный корень из разности квадратов двух чисел.

218. Квадратный корень из утроенной суммы двух чисел.

218. Кубический корень из удвоенной разности двух чисел.

219. Кубический корень из квадрата суммы двух чисел.

219. Квадратный корень из куба разности двух чисел.

220. Корень четвёртой степени из частного от деления некоторого числа на сумму двух других чисел.

220. Корень кубический из произведения некоторого числа на разность двух других чисел.

221. Корень пятой степени из утроенного частного от деления суммы квадратов двух чисел на квадрат разности тех же чисел.

221. Корень пятой степени из половины произведения разности квадратов двух чисел на квадрат суммы тех же чисел.

222. Корень n-ой степени из суммы чётных степеней двух чисел.

222. Корень n-ой степени из разности нечётных степеней двух чисел.

223. Корень чётной степени из произведения суммы чётных степеней двух чисел на разность нечётных степеней тех же чисел.

224. Корень нечётной степени из частного от деления разности нечётных степеней двух чисел на сумму чётных степеней тех же чисел

225. Кубический корень из квадрата числа, имеющего a сотен, b десятков и c единиц.

226. Квадратный корень из куба числа, имеющего a сотен и b единиц.

227. Выразить число, у которого цифра единиц есть a, цифра десятков на 2 больше, а цифра сотен на 3 меньше цифры единиц.

228. Выразить число, у которого цифра сотен есть a, цифра десятков на 2 меньше, а цифра единиц на 3 больше цифры сотен.

229. Выразить произведение трёх последовательных целых чисел, начиная с целого числа a.

230. Выразить произведение трёх последовательных целых чисел, предшествующих целому числу a.

231. Выразить произведение трёх последовательных возрастающих чётных чисел, начиная с числа $2n$.

232. Выразить произведение трёх последовательных убывающих чётных чисел, начиная с числа $2n$.

§ 7. Подстановки.

233. В выражении $2x^2y^3$ подставить $a+b$ вместо x и ab вместо y.

234. В выражении $3x^3y^2$ подставить $a-b$ вместо x и $\frac{a}{b}$ вместо y.

235. В выражении $3xy^2+4x^2y$ подставить abc вместо y и $a-b$ вместо x.

236. В выражении $4x^2y-3xy^2$ подставить $\frac{ab}{c}$ вместо x и $a-b$ вместо y.

237. В выражении $\frac{x^2+y^2}{3x^3-4y^3}$ подставить $a-b+c$ вместо x и $2a+3$ вместо y.

238. В выражении $\frac{x^2-y^2}{4x^3-3y^3}$ подставить $a+b-c$ вместо y и $2b-3$ вместо x.

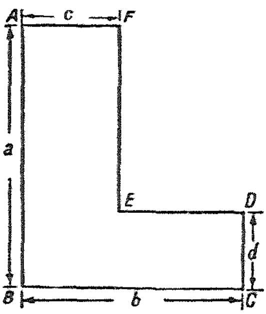
§ 8. Общие формулы решения арифметических задач.

Решить следующие арифметические задачи:

239. В двух школах m учащихся. Во второй школе на n учащихся меньше, чем в первой. Сколько учащихся в первой школе?

240. На фабрике работают s человек, из них подсобных рабочих p процентов. Сколько на фабрике подсобных рабочих?

241. Смешано a килограммов чаю ценой по b рублей за 1 *кг* и c килограммов чаю ценой по d рублей за 1 *кг*, и вся смесь продана с наценкой в p процентов. За сколько продали килограмм смеси?



Черт. 1.

242. Число m разделить на две части так, чтобы одна часть была вдвое больше другой.

243. Число n разделить на две части так, чтобы одна часть была втрое меньше другой.

244. Составить выражение для площади фигуры (черт. 1), разбив её на два прямоугольника.

245. Составить выражение для площади той же фигуры, рассматривая её как разность площадей двух прямоугольников.

246. Нескольким рабочим вместе заплачено a рублей; из них b рабочих получили по c рублей каждый. Сколько получили остальные рабочие?

247. Ванна наполняется одним краном в a минут, другим — в b минут. Во сколько времени наполнится ванна при совместном действии двух этих кранов?

248. Один из трёх рабочих в отдельности может вымостить участок дороги в a дней, второй в b дней и третий в c дней. Во сколько времени вымостят этот участок все трое рабочих, работая вместе?

249. Разбить число m на 4 части прямо пропорционально числам $a:b:c:d$.

250. Из двух пунктов, находящихся на расстоянии d километров друг от друга, выходят одновременно друг другу навстречу два поезда со скоростями в a и b километров в час. Через сколько часов они встретятся?

251. Из двух пунктов выходят одновременно друг другу навстречу два поезда со скоростью в a и b километров в час и встречаются через t часов. Каково расстояние между пунктами?

252. Бассейн объёмом в p куб. метров наполняется насосом водой в a часов. В какое время наполнится водой тем же насосом другой бассейн объёмом в q куб. метров?

253. Экипажу корабля отпущена провизия на a дней. Тотчас же по отбытии обнаружилось, что экипажу придётся пробыть в море на b дней больше этого срока. Какую часть намеченной порции придётся получать каждому участнику экипажа?

§ 9. Вычисление алгебраических выражений.

Если мы вместо букв, входящих в алгебраическое выражение, подставим числовые значения этих букв и выполним все указанные действия, то полученное в результате этих действий число называется *числовым значением* алгебраического выражения при данных значениях букв.

При нахождении числового значения алгебраического выражения действия выполняются в следующем порядке:

1) если выражение не содержит скобок, то сперва производят действия третьей ступени (возвышение в степень и извлечение корня), затем — действия второй ступени (умножение и деление) и, наконец, действия первой ступени (сложение и вычитание); при этом действия одной и той же ступени производятся в том порядке, в котором они записаны; такой порядок действий называется *нормальным;*

2) если же выражение содержит скобки, то это обозначает, что требуется отступить от нормального порядка действий; в этом случае сперва выполняют все действия над числами, которые заключены в скобки, а затем все остальные действия, причём как первая, так и вторая группы действий выполняются в нормальном порядке;

3) черта в обозначениях дроби и корня заменяет скобки.

Найти числовые значения алгебраических выражений при заданных числовых значениях букв:

254. a^3+2a^2-5a+6 при $a=2$.

254. a^3-2a^2+5a-6 при $a=3$.

255. $b^3+3b^2+3b+10$ при $b=\frac{1}{2}$.

255. $b^3+3b^2-4b+10$ при $b=\frac{1}{3}$.

256. $a^4+7a^3-7a^2-15a-72$ при $a=3$.

256. $a^4+7a^3-15a+70$ при $a=2$.

257. $\frac{x^3-x^2y+3xy-27}{2}$ при $x=3$, $y=1$.

257. $\frac{x^3+x^2y^2+xy^2-15}{3}$ при $x=1$, $y=4$.

258. $\frac{1-m+m^2}{1+m-m^2}+\frac{6m^3-4}{1+m-m^2}$ при $m=1$.

258. $\frac{1+m-m^2}{1-m+m^2}+\frac{6m^3+4}{1-m+m^2}$ при $m=1$.

259. $a(a+b-c)+a$ при $a=2$, $b=3$, $c=5$.

259. $m(m-n-p)+m$ при $m=7$, $n=2$, $p=5$.

260. $\frac{x^2+y^2-xy}{x^2+xy-y^2}$ при $x=2$, $y=3$.

260. $\frac{x^2-y^2+xy}{x^2+y^2-xy}$ при $x=3$, $y=2$.

261. $(a-b+c)a-a$ при $a=5$, $b=2$, $c=3$.

261. $(m-n+p)p-p$ при $m=8$, $n=2$, $p=3$.

262. $\frac{1+a^2}{(1+ab)^2+(a+b)^2}$ при $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{3}$.

262. $\frac{1-a^2}{(1-ab)^2-(a-b)^2}$ при $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{3}$.

263. $x-x(y-z)$ при $x=10$, $y=8$, $z=7$.

263. $a-a(b-c)$ при $a=5$, $b=4$, $c=3$.

264. $\frac{a(a+b-c)+a-4}{a}+1$ при $a=2$, $b=3$, $c=4$.

264. $\frac{m(m-n-p)+m+28}{m}+5$ при $m=7$, $n=2$, $p=3$.

265. $[b(a^2-b^2)-ab-16]a:2$ при $a=5$, $b=4$.

265. $[x(x^2-y^2)+xy-21]z:2$ при $x=3$, $y=2$, $z=1$.

266. $\{[(a-4)a-3]a+5\}a-75$ при $a=5$.

266. $\{[(a+4)a+3]a+5\}a-70$ при $a=2$.

ГЛАВА Ia.

ДЕЙСТВИЯ НАД ОТНОСИТЕЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ.

§ 1. Понятие об относительном числе.

1. Записать с помощью относительных чисел следующие показания термометра: 4° тепла, 17° тепла, 9° мороза, 16° мороза, 30° тепла.

2. Отметить на числовой оси точки, соответствующие числам $+10$; $+4$; -7; $-10{,}2$; $+5{,}4$; $-12{,}6$. Масштаб: 1 единица в 0,5 *см*.

3. Принимая на числовой оси масштаб: единица в 0,5 *см*, записать относительные числа, соответствующие следующим точкам: 1) точке B, расположенной справа от начала на расстоянии 3,5 *см*; 2) точке K, лежащей слева от начала на расстоянии 4,5 *см*; 3) точке O — началу оси.

4. В профсоюзе в начале года было p членов, а к концу года оказалось q членов. На сколько человек увеличилось число членов профсоюза? Объяснить значение ответа при $p=5000$, $q=5200$ и при $p=5000$, $q=4980$.

5. В городе в течение года прибыло a новых жителей и выбыло b человек. На сколько увеличилось народонаселение города в год? Объяснить значение ответа при $a=2000$, $b=3000$ и при $a=2500$, $b=2000$.

§ 2. Сложение и вычитание относительных чисел.

Для того чтобы сложить два относительных числа с *одинаковыми* знаками, надо сложить абсолютные величины этих чисел и перед найденной суммой поставить общий знак обоих слагаемых.

Например:

$$(+7)+(+3)=+(7+3)=+10;$$
$$(-5)+(-2)=-(5+2)=-7.$$

Для того чтобы сложить два относительных числа с *разными* знаками, надо из большей абсолютной величины вычесть меньшую абсолютную величину и перед найденной разностью поставить знак того числа, которое имеет бо́льшую абсолютную величину. Например:

$$(+8)+(-5)=+(8-5)=+3;$$
$$(-11)+(+8)=-(11-8)=-3.$$

Произвести сложение:

6. $(+3)+(+8)$.
7. $(+5)+(-2)$.
8. $\left(+5\frac{1}{4}\right)+\left(-9\frac{1}{2}\right)$.
9. $(+5)+(-5)$.
10. $(-7{,}5)+(+10{,}2)$.
11. $(-7{,}4)+(+3)$.
12. $(-7)+(-3)$.
13. $(+0{,}6)+(+0{,}8)$.
15. $(+3{,}5)+(+8{,}6)$.
17. $(+13{,}4)+(-5{,}8)$.
19. $(-10)+(+3{,}7)$.
21. $\left(-2\frac{3}{4}\right)+\left(-7\frac{5}{6}\right)$.
23. $\left(+8\frac{5}{12}\right)+\left(-3\frac{1}{8}\right)$.
25. $\left(-10\frac{5}{9}\right)+\left(-8\frac{7}{12}\right)$.

6. $(+1)+(+7)$.
7. $\left(+7\frac{1}{2}\right)+\left(-3\frac{1}{4}\right)$.
8. $\left(+5\frac{3}{4}\right)+\left(-11\frac{1}{8}\right)$.
9. $(+7)+(-7)$.
10. $(-5{,}4)+(+10{,}6)$.
11. $(-8)+(+2{,}5)$.
12. $(-7)+(+7)$.
14. $(+5{,}6)+(-1{,}4)$.
16. $(-9{,}1)+(-2{,}4)$.
18. $(-2{,}3)+(-13{,}9)$.
20. $\left(+2\frac{1}{5}\right)+\left(-3\frac{1}{3}\right)$.
22. $\left(-6\frac{3}{10}\right)+\left(+5\frac{4}{5}\right)$.
24. $\left(-6\frac{3}{10}\right)+\left(-5\frac{4}{5}\right)$.

Для того чтобы сложить несколько чисел, надо сложить первые два из них, к полученной сумме прибавить третье число, к новой сумме прибавить четвёртое число и т. д. Например:

$$(-9)+(+13)+(-10)=(+4)+(-10)=-6.$$

Основное свойство суммы состоит в том, что сумма не изменяется при всяких перестановках слагаемых и при замене какой угодно группы слагаемых их суммой. На основании этого свойства для нахождения суммы нескольких слагаемых поступают так: сперва находят отдельно сумму всех положительных и сумму всех отрицательных слагаемых, а затем складывают полученные суммы.

Вычислить:

26. $(-2)+(-4)+(+3)+(-5)$.

27. $(-3)+(+4)+(+3)+(-2)+(-2)$.

28. $(-14)+(-2)+(-9)+(-3)$.

29. $(-13)+(+10)+(-1)+(+3)$.

30. $(+38)+(-51)+(-43)+(+80)+(-19)$.

31. $(+0{,}8)+(-1{,}3)+(-2{,}7)+(+5{,}6)+(-6{,}2)+$
$+(-3{,}8)$.

32. $\left(-\frac{3}{16}\right)+\left(+\frac{9}{16}\right)+\left(-\frac{5}{16}\right)+\left(-\frac{13}{16}\right)+\left(+\frac{15}{16}\right)$.

33. $(-1)+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{16}\right)+\left(-\frac{1}{8}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)+$
$+(-3)+\left(+\frac{3}{4}\right)$.

34. $(-0{,}41)+(+0{,}79)+(-0{,}64)+(-0{,}18)+$
$+(-0{,}32)+(-0{,}24)$.

35. $\left(-2\frac{1}{2}\right)+\left(+5\frac{3}{4}\right)+\left(-3\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-6\frac{1}{2}\right)$.

36. $[9+(-2)-5]+(-6)$; $-6+\{3+[5+(-2)]\}+$
$+(+11)$.

37. $[12+(-5)-8]+(-9)$; $-9+\{7+[8+(-5)]\}+$
$+(+16)$.

38. $\left\{1\frac{1}{2}+\left[-\frac{3}{4}+\left(+\frac{5}{6}\right)\right]\right\}+\left[-2+\left(-\frac{7}{12}\right)\right]$.

39. $\left[-\frac{7}{10}+\left(+\frac{2}{5}\right)\right]+\left\{-2+\left[-\frac{3}{4}+\left(+\frac{9}{10}\right)\right]\right\}$.

40. $\left\{1\frac{1}{5}+\left[+\frac{3}{2}+\left(-\frac{7}{10}\right)\right]\right\}+\left[-3+\left(+\frac{9}{10}\right)\right]$.

41. $\left[+\frac{8}{15}+\left(-\frac{3}{5}\right)\right]+\left\{-5+\left[-\frac{7}{9}+\left(+\frac{11}{15}\right)\right]\right\}$.

42. $-6+\left\{\left[-1\frac{1}{2}+\left(+1\frac{2}{3}\right)\right]+\left[+1\frac{2}{5}+\left(+2\frac{1}{2}\right)\right]\right\}$.

43. $-\frac{5}{7}+\left\{\frac{2}{3}+\left[-3+\left(+1\frac{1}{2}\right)\right]+\left(-1\frac{5}{14}\right)\right\}$.

44. $-9+\left\{\left[+\frac{2}{7}+\left(-1\frac{1}{2}\right)\right]+\left[-1\frac{2}{3}+\left(+2\frac{3}{7}\right)\right]\right\}$.

45. $-1\frac{2}{3}+\left\{-1\frac{2}{5}+\left[+2+\left(-1\frac{1}{2}\right)\right]+\left(-1\frac{7}{10}\right)\right\}$.

46. $\{2,15+[-1,315+(-7,2)]\}+[(-1,78)+(+9,235)]$.

47. $\{-1,75+[+3,4+(-6,283)]\}+[(+2,53)+(-0,472)]$.

Для того чтобы вычесть из одного относительного числа другое, достаточно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому. Например:

$$(-7)-(+4)=(-7)+(-4)=-11;$$
$$\left(-\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{5}{2}\right)=\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{5}{2}\right)=+\frac{11}{6}.$$

Вычислить:

48. $(+8)-(+3)$.

49. $(+8,5)-(-3,4)$.

50. $(+8)-(+9,4)$.

51. $(-8)-(-8)$.

52. $(-2)-(+7)$.

53. $(-2,5)-(-7)$.

54. $\left(-7\frac{1}{3}\right)-\left(+\frac{1}{8}\right)$.

54. $\left(-8\frac{1}{4}\right)-\left(-1\frac{1}{2}\right)$.

55. $(-7)-(-7)$.

55. $(-9)-(-9)$.

56. $(-2,6)-(+3,4)$.

56. $(-3,7)-(+6,5)$.

57. $(+3,7)-(-18,3)$.

57. $(-3,2)-(-1,8)$.

58. $\left(-5\frac{3}{4}\right)-\left(-8\frac{1}{2}\right)$.

58. $(-1,5)-(-2,37)$.

59. $\left(-1\frac{2}{5}\right)-(+5)$.

59. $\left(-1\frac{7}{8}\right)-\left(-3\frac{1}{2}\right)$.

60. $\left(-\frac{2}{5}\right)-\left(+\frac{3}{4}\right)$.

60. $\left(-\frac{7}{8}\right)-\left(+\frac{2}{3}\right)$.

61. $\left(+3\frac{3}{7}\right)-\left(+2\frac{3}{4}\right)$.

61. $\left(-6\frac{1}{2}\right)-\left(-3\frac{2}{5}\right)$.

62. 1) Из $+3\frac{2}{5}$ вычесть $+6\frac{4}{5}$; 2) из $-10,4$ вычесть $-10,37$; 3) из $-7,1$ вычесть $+10,78$; 4) из $+3\frac{1}{7}$ вычесть $-7\frac{5}{6}$.

63. $-\frac{7}{12}-\left(+\frac{5}{12}\right)$; $-\frac{7}{12}-\left(-\frac{5}{12}\right)$; $-\frac{4}{15}-\left(+\frac{7}{15}\right)$; $+\frac{4}{15}-\left(-\frac{7}{15}\right)$.

64. $1\frac{1}{2}-\left(+\frac{4}{5}\right)$; $-\frac{1}{3}-\left(-\frac{3}{4}\right)$.

Для нахождения алгебраической суммы нескольких чисел достаточно заменить каждое вычитание прибавлением противоположного числа, а затем найти сумму всех слагаемых по правилу, указанному на стр. 20.

Например:

$$(+4)-(+2)+(-1)-(-12)-(+5)=$$
$$=(+4)+(-2)+(-1)+(+12)+(-5)=$$
$$=(+16)+(-8)=+8.$$

Произвести сложение и вычитание:

65. $(+5)-(-8)+(-2)+(+1)-(-3)$.

65. $(+3)-(-7)+(-1)+(+2)-(-4)$.

66. $(-1)+(-6)-(-2)+(-5)-(-7)$.

66. $(-2)+(-5)-(-3)+(-6)-(-9)$.

67. $(-2)-(-4)-(+1)+(+3)-(-3)+(-6)$.

67. $(-3)-(-5)-(+2)+(+2)-(-5)+(-7)$.

68. $(+6)+(-1)+(-4)-(-1)-(-8)$.

68. $(+5)+(-2)+(-4)-(-3)-(-7)$.

69. $(-3{,}4)-(-2{,}4)+(-6)-(-7)$.

69. $(-9)-\left(-4\frac{1}{2}\right)+\left(-7\frac{1}{4}\right)-(-12)$.

70. $+9-(+6)+(-2)$.

70. $+7-(+8)+(-5)$.

71. $(+6)-(-3)+2-(-4)$.

71. $(+7)-(-4)+5-(-6)$.

72. $(-1)+(+4)-3+8-(+6)$.

72. $(-2)+(+5)-4+7-(+3)$.

73. $1+(-3)-(-2)-2+(-6)$.
73. $2+(-4)-(-7)-5+(-3)$.
74. $(-3)-3+(-3)+4-5+(-1)$.
74. $(-4)-4+(-4)+5-6+(-2)$.

§ 3. Умножение и деление относительных чисел.

Для того чтобы перемножить два относительных числа *с одинаковыми* знаками, надо перемножить их абсолютные величины и перед найденным произведением поставить знак $+$. Например:

$$\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)=+\frac{8}{15}.$$

Для того чтобы перемножить два относительных числа *с разными* знаками, надо перемножить их абсолютные величины и перед найденным произведением поставить знак $-$. Например:

$$\left(+\frac{3}{5}\right)\cdot\left(-\frac{4}{7}\right)=-\frac{12}{35}.$$

Для того чтобы перемножить несколько сомножителей, достаточно перемножить их абсолютные величины и перед произведением поставить знак $+$ в случае, если число отрицательных сомножителей чётное, и знак $-$ в случае, если число отрицательных сомножителей нечётное.

Произвести умножение:

75. $(+2)\cdot(+3)$; $(-3)\cdot(+4)$; $(+2)\cdot\left(+\frac{3}{5}\right)$; $(-3)\cdot\left(+\frac{4}{5}\right)$.

76. $(+5)\cdot(-2)$; $(-4)\cdot(-3)$; $(+5)\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)$; $(-4)\cdot\left(-\frac{3}{7}\right)$.

77. $(+6)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)$; $(-8)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)$; $\left(-\frac{10}{3}\right)\cdot(+12)$; $\left(-\frac{5}{7}\right)\cdot(-14)$.

78. $\left(+\frac{2}{5}\right)\cdot\left(+\frac{5}{2}\right)$; $\left(-\frac{7}{3}\right)\cdot\left(+\frac{3}{7}\right)$; $\left(+\frac{5}{2}\right)\cdot\left(-\frac{6}{5}\right)$; $\left(-\frac{7}{3}\right)\cdot\left(-\frac{6}{7}\right)$.

79. $\left(+\frac{3}{4}\right)\cdot\left(+\frac{2}{9}\right)$; $\left(-\frac{6}{7}\right)\cdot\left(+\frac{14}{9}\right)$;
$\left(+\frac{3}{2}\right)\cdot\left(-\frac{2}{9}\right)$; $\left(-\frac{3}{7}\right)\cdot\left(-\frac{14}{9}\right)$.

80. $(+0{,}6)\cdot(-0{,}2)$; $(-1{,}2)\cdot(-0{,}5)$; $(+0{,}3)\cdot(+1{,}2)$; $(-1{,}3)\cdot(-0{,}2)$.

81. $(+4)\cdot(-1)\cdot(-2)$; $(-5)\cdot(+2)\cdot(-1)$.

82. $(+0{,}5)\cdot(-1{,}5)\cdot(-4)\cdot(-0{,}1)$.

83. $\left(-\frac{1}{6}\right)\cdot(+0{,}2)\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)\cdot\left(-\frac{7}{12}\right)\cdot(-1)$.

Для того чтобы разделить одно число (делимое) на другое (делитель), надо разделить абсолютную величину делимого на абсолютную величину делителя и перед найденным частным поставить знак $+$ в случае, если оба данных числа имеют *одинаковые* знаки, и знак — в случае, если они имеют *разные* знаки. Например:

$$(+8):(+2)=+4;\qquad (-8):(-2)=+4;$$
$$(+12):(-4)=-3;\qquad (-12):(+4)=-3.$$

Произвести деление:

84. $(+6):(+3)$; $(+6):(-3)$.

84. $(+10):(+2)$; $(+10):(-2)$.

85. $(-8):(+2)$; $(-8):(-2)$.

85. $(-12):(+4)$; $(-12):(-4)$.

86. $(+5):(+3)$; $(-5):(+3)$.

86. $(+6):(+7)$; $(-6):(+7)$.

87. $(+8):(-6)$; $(-8):(-6)$.

87. $(+9):(-12)$; $(-9):(-12)$.

88. $(+0{,}2):(-0{,}1)$; $(-0{,}3):(+0{,}06)$.

88. $(+0{,}6):(-0{,}1)$; $(-0{,}5):(+0{,}01)$.

89. $(-0{,}04):(-0{,}2)$; $(+1{,}2):(+0{,}003)$.

89. $(-0{,}08):(-0{,}4)$; $(+1{,}5):(+0{,}005)$.

90. $0{,}6 : (-0{,}1)$; $(-0{,}6) : 0{,}01$; $(-0{,}6) : (-0{,}01)$.

90. $(-0{,}7) : 0{,}05$; $0{,}7 : (-0{,}05)$; $(-0{,}7) : (-0{,}05)$.

91. $\left(+\frac{5}{6}\right) : \left(+\frac{3}{4}\right)$; $\left(-\frac{3}{4}\right) : \left(+\frac{2}{9}\right)$.

92. $\left(+\frac{3}{8}\right) : \left(-\frac{4}{9}\right)$; $\left(-\frac{10}{3}\right) : \left(-\frac{5}{6}\right)$.

93. $\left(+2\frac{1}{2}\right) : \left(-2\frac{1}{4}\right)$; $\left(-3\frac{1}{3}\right) : \left(+2\frac{1}{2}\right)$.

94. $\left(-1\frac{3}{10}\right) : \left(-2\frac{2}{5}\right)$; $\left(+3\frac{3}{4}\right) : \left(+4\frac{5}{8}\right)$.

ГЛАВА II.

ДЕЙСТВИЯ НАД ОДНОЧЛЕНАМИ И МНОГОЧЛЕНАМИ.

§ 1. Приведение подобных членов многочлена.

Два одночлена называются *подобными*, если они совсем не отличаются один от другого или же отличаются только коэфициентами. Если в многочлене имеются подобные члены, то сумму этих подобных членов можно заменить одним членом, который подобен каждому из данных членов и коэфициентом которого служит сумма коэфициентов заменяемых подобных членов.

Такая замена суммы подобных членов одним членом называется *приведением* их. Например, в многочлене

$$7a^2b - 3abc - 4a^2b + 2a^2b - 5abc$$

имеются две группы подобных членов: во-первых, $7a^2b$, $-4a^2b$ и $+2a^2b$ и, во-вторых, $-3abc$ и $-5abc$. Складывая коэфициенты $+7$, -4 и $+2$, получаем число $+5$; следовательно, сумма членов первой группы может быть заменена членом $5a^2b$. Складывая коэфициенты -3 и -5, находим число -8, откуда следует, что сумма членов второй группы может быть заменена членом $-8abc$. Поэтому данный многочлен после приведения его членов обращается в двучлен $5a^2b - 8abc$.

Сделать приведение подобных членов:

1. $7ab + 8ab$.

1. $5ab + 7ab$.

2. $5a^2b + 2a^2b$.

2. $6a^2b + 8a^2b$.

3. $ab - 2ab$.
3. $9ab - 4ab$.
4. $4a^2b - 2a^2b$.
4. $10a^2b - 8a^2b$.
5. $-7a^3 - 4a^3$.
5. $-9a^3 - 5a^3$.
6. $2ab^2 - 9ab^2$.
6. $3ab^2 - 8ab^2$.
7. $6a^2bc + 3a^2bc + a^2bc$.
7. $3a^2bc + a^2bc + 8a^2bc$.
8. $3(a+b)^2 + 7(a+b)^2 + (a+b)^2$.
8. $4(a-b)^2 + 2(a-b)^2 + (a-b)^2$.
9. $-5m^3 - m^3 - 8m^3$.
9. $-9n^3 - 4n^3 - n^3$.
10. $3a^nbd^3 + a^nbd^3 + 9a^nbd^3$.
10. $8a^mbd^2 - 4a^mbd^2 + a^mbd^2$.
11. $-2a^3b^m - 3a^3b^m - a^3b^m$.
12. $-4a^2b^n - 8a^2b^n - a^2b^n$.
13. $5(a-b)^3 + 3(a-b)^3 + (a-b)^3$.
14. $2(a+b)^3 + 7(a+b)^3 + (a+b)^3$.
15. $3a^3 - 3a^3 + 5a^3$.
16. $4a^2 - 4a^2 + 7a^2$.
17. $18a^2b + 10a^2b - 10a^2b$.
18. $13ab^2 + 8ab^2 - 8ab^2$.
19. $13ab^4 - 5ab^4 - 13ab^4$.
20. $11a^3b - 7a^3b - 11a^3b$.
21. $9a^2b^3 - 4a^2b^3 - 5a^2b^3$.
22. $11a^4 - 7a^4 - 4a^4$.
23. $5a^4 + 5a^4 + 9a^3$.
24. $17a^3bc^2 - 11a^3bc^2 + 3a^2b^2c^2$.
25. $23a^nb^m + 11a^nb^m - 4a^nb^m$.
26. $4a^2b - 5a^2b + 7a^2b - a^2b$.
27. $25a^3b^3 + 10a^3b^3 - 8a^3b^3 - 9a^3b^3 + 2a^3b^3$.
28. $10m^a - 8m^a + 13m^a - 20m^a - m^a$
29. $5a^3cx - 7a^3cx - 13a^3cx - a^3cx + 3a^3cx$.
30. $10a(x+y)^5 - 11a(x+y)^5 - 7a(x+y)^5 - a(x+y)^5 + 7a(x+y)^5$.
31. $\frac{5}{3}ax + \frac{1}{2}ax - \frac{2}{3}ax - \frac{3}{2}ax$.
32. $\frac{2}{5}by - \frac{5}{2}by + by + 1{,}1by$.
33. $7a^2b - 11\frac{2}{3}a^2b + 3\frac{1}{2}a^2b - 2\frac{5}{6}a^2b$.

34. $-0{,}27ab^2+0{,}23ab^2-\frac{2}{5}ab^2+\frac{1}{2}ab^2.$

35. $-1{,}25a^3+\frac{3}{4}a^3+2{,}5a^3-\frac{2}{3}a^3.$

36. $5ax-6bx+8ax-10ax-15bx+6ax+20bx-ax.$

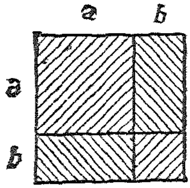
37. $2a^2b-3ab^2+7a^2b-10ab^2-15a^2b+18ab^2-ab^2.$

38. $5a^3-7a^2b+7ab^2+a^2b-2a^3-8ab^2+a^3-12ab^2+3a^2b.$

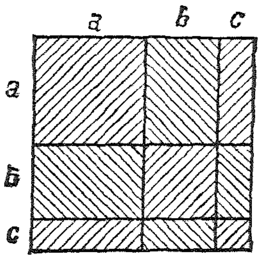
39. $\frac{5}{3}a^2bc-\frac{3}{4}abc^2-\frac{3}{2}a^2bc-\frac{1}{2}abc^2+abc^2-2a^2bc.$

40. $\frac{2}{3}ab^3+3b^2-a^5bc^2+4a^2+3a^5bc^2+3ab^3+\frac{1}{2}a^2-7a^4c.$

41. $3a^5-ab^2-\frac{2}{3}a^7b-3c^2+\frac{1}{2}a^5+2a^7b+\frac{1}{3}c^2-4a^5+$
$+2ab^2-4c^2-3a^4-\frac{10}{3}a^7b+3a^4.$



Черт. 2.



Черт. 3.

42. Квадрат разбит на части, как указано на чертеже 2. Найти площадь каждой части и затем площадь всего квадрата.

43. Квадрат разбит на части, как указано на чертеже 3. Найти площадь каждой части, а затем площадь всего квадрата.

§ 2. Сложение и вычитание одночленов и многочленов.

Для того чтобы к одночлену или многочлену прибавить одночлен, достаточно к первому слагаемому приписать прибавляемый одночлен с его знаком (т. е. со знаком его коэфициента).

Для того чтобы к одночлену или многочлену прибавить многочлен, достаточно к первому слагаемому прибавить последовательно все члены прибавляемого многочлена с их знаками (т. е. со знаками их коэфициентов).

Для того чтобы из одночлена или многочлена вычесть одночлен, достаточно к уменьшаемому прибавить вычитаемый одночлен с противоположным знаком (т. е. со знаком, противоположным знаку его коэфициента).

Для того чтобы из одночлена или многочлена вычесть многочлен, достаточно к уменьшаемому прибавить последовательно все члены вычитаемого многочлена с противоположными знаками (т. е. со знаками, противоположными знакам их коэфициентов).

Полученное в результате сложения или вычитания алгебраическое выражение обычно упрощают путём приведения подобных членов.

№ 44 — 53 перенесены в главу Ia под № 6 — 12; 26 — 27.

Произвести сложение:

54. $(+a)+(+b)$. **55.** $(+a)+(-b)$.

56. $(-a)+(+b)$. **57.** $(-a)+(-b)$.

58. $(+a)+(-a)$. **59.** $(-a)+(+a)$.

60. $(+a)+(-b)+(-c)$.

61. $(+a)+(-b)+(+c)+(-d)$.

62. $(-a)+(-b)+(+c)+(-d)+(-c)$.

63. $(-a)+(+b)+(+a)+(+c)+(-b)+(-c)$.

Произвести вычитание:

64. $(+8)-(+3)$. **65.** $(+8{,}5)-(-3{,}4)$.

66. $(+8)-(+9{,}4)$. **67.** $(-8)-(-8)$.

68. $(-2)-(+7)$. **69.** $(-2{,}5)-(-7)$.

70. $\left(-7\frac{1}{3}\right)-\left(+\frac{1}{8}\right)$. 70. $\left(-8\frac{1}{4}\right)-\left(-1\frac{1}{2}\right)$.

71. $(-7)-(+7)$. 71. $(+8)-(-8)$.

72. $(+a)-(+b)$. 72. $(+m)-(+n)$.

73. $(+a)-(-b)$. 73. $(+m)-(-n)$.

74. $(-a)-(+b)$. 74. $(-m)-(+n)$.

75. $(-a)-(-b)$. 75. $(-m)-(-n)$.

76. $(-a)-(-a)$. 76. $(-m)-(-m)$.

77. $(+a)-(-a)$. 77. $(+m)-(-m)$.

78. $(-a)-(+a)$. 78. $(-m)-(+m)$.

Произвести сложение и вычитание:

79. $(+5)-(-8)+(-2)+(+1)-(-3)$.

79. $(+3)-(-7)+(-1)+(+2)-(-4)$.

80. $(-1)+(-6)-(-2)+(-5)-(-7)$.

80. $(-2)+(-5)-(-3)+(-6)-(-9)$.

81. $(-2)-(-4)-(+1)+(+3)-(-3)+(-6)$.

81. $(-3)-(-5)-(+2)+(+2)-(-5)+(-7)$.

82. $(+6)+(-1)+(-4)-(-1)-(-8)$.

82. $(+5)+(-2)+(-4)-(-3)-(-7)$.

83. $(-3{,}4)-(-2{,}4)+(-6)-(-7)$.

83. $(-9)-\left(-4\frac{1}{2}\right)+\left(-7\frac{1}{4}\right)-(-12)$.

84. $(+a)-(+b)-(-c)$. 84. $(+m)-(+n)-(-p)$.

85. $(-a)+(-b)-(-c)-(+d)$.

85. $(-m)+(-n)-(-p)-(+q)$.

86. $(-a)+(+b)-(-c)-(+d)-(-e)$.

86. $(-m)+(+n)-(-p)-(-q)-(-r)$.

87. $(+a)+(-b)-(-c)-(-b)-(+a)$.

87. $(+m)+(-n)-(-p)-(-n)-(+m)$.

88. $(-a)-(-b)-(+c)-(-c)+(-b)-(-a)$.

88. $(-m)-(-n)-(+p)+(-n)-(-m)-(-p)$.

89. $+9-(+6)+(-2)$. 89. $+7-(+8)+(-5)$.

90. $(+6)-(-3)+2-(-4)$.

90. $(+7)-(-4)+5-(-6)$.

91. $(-1)+(+4)-3+8-(+6)$.

91. $(-2)+(+5)-4+7-(+3)$.

92. $1+(-3)-(-2)-2+(-6)$.

92. $2+(-4)-(-7)-5+(-3)$.

93. $(-3)-3+(-3)+4-5+(-1)$.

93. $(-4)-4+(-4)+5-6+(-2)$.

94. $(+a)-b-(-c)$. 94. $(+m)-n-(-p)$.

95. $(-a)+3-(+b)-4$. 95. $(-m)+5-(+n)-7$.

96. $5-(-a)+b-8-(-c)$. 96. $7-(-m)+n-10-(-n)$.

97. $a-b-(-7)+(+b)$. 97. $m-n-(-8)+(+n)$.

98. $-a-(-b)+3-(+b)+a-(+3)$.

98. $-m-(-n)+5-(+n)+m-(+5)$.

Произвести сложение одночленов:

99. $\frac{13}{2}a^2+\left(-\frac{9}{5}a^2\right)$. 100. $-7a^2b+(+8a^2b)$.

101. $-7ab+(+6ab)+(-2ab)$.

102. $2ab^3+(-7ab^3)+(+3ab^3)+(-ab^3)$.

103. $2ab^4+(-3ab^4)+(-5a^2b^3)+(-3ab^4)+(+3a^2b^3)$.

Произвести вычитание одночленов:

104. $15a^3b^2-(+8a^3b^2)$. 105. $\frac{3}{4}a-\left(-\frac{5}{6}a\right)$.

106. $-\frac{8}{3}a^2-\left(-\frac{7}{6}a^2\right)$. 107. $-0{,}2x^a-(+0{,}05x^a)$.

108. $6{,}3a^3b^2c-\left(+\frac{11}{2}a^3b^2c\right)$.

Произвести сложение многочленов:

109. $-a^2b+(-a^2b+b^3)$. 110. $\frac{5}{6}a+\frac{3}{4}b+\left(-\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}b\right)$.

111. $(3a^4-4a^3b+7a^2b^2+ab^3)+$
$+(-2a^4-6ab^3+a^3b+b^4)+(3a^3b-6a^2b^2+5ab^3)$.

112. $(x^4+3ax^3-bx^2+3cx-d)+(4x^4-6ax^3+5bx^2-$
$-3cx+2d)+(-5x^4-6ax^3-5bx^2-3cx-2d)$.

113. $\left(\frac{2}{3}a^2-\frac{5}{4}ab+\frac{5}{12}b^2\right)+$
$+\left(-\frac{3}{2}a^2-\frac{2}{5}ab+\frac{3}{4}b^2-\frac{2}{5}a^2b^2\right)$.

114. $\left(14\frac{5}{6}a^3-7\frac{2}{3}a^2b+6\frac{4}{5}ab^2+11\frac{1}{3}b^3\right)+$
$+\left(-7\frac{1}{2}a^3+14\frac{5}{7}a^2b-3\frac{5}{9}ab^2-17\frac{1}{5}b^3\right)$.

115. $[2(a-b)+3(a-b)^2-5(a-b)^3+c]+$
$+[-4(a-b)^3-2(a-b)^2+(a-b)+c]$.

116. $[3x^4(x^2+2)^n-3x^2(x^2+2)^{2n}+5x(x^2+2)^{3n}]+$
$+[-x^2(x^2+2)^{2n}+5x(x^2+2)^{3n}-2x^4(x^2+2)^n]$.

117. $4{,}8a^3b^2c-0{,}05a^4b^3c^2+2{,}8a^5b^4c^3+$
$+(-0{,}4a^3b^2c+0{,}005a^4b^3c^2-1{,}4a^5b^4c^3)$.

118. $0{,}8a^2-3{,}47ab-17{,}25ac+3{,}75bc+$
$$+\left(-\frac{3}{4}a^2+0{,}47ab+12\frac{5}{8}bc\right).$$

Произвести вычитание многочленов:

119. $2m-(m+n^2)$.

120. $8n^2-(3n^2-5m^2)$.

121. $\frac{17}{8}m^5+\frac{5}{9}n-\left(\frac{17}{8}m^5-\frac{2}{3}n\right)$.

122. $(a^2+2ab+b^2)-(a^2-2ab+b^2)$.

123. $(4x^2+2xy+3y^2)-(-x^2+xy+2y^2)$.

124. $(5a-3b+6c-7d)-(3a-8b+3c-2d)$.

125. $(3a^4+7a^2b^2-a^3b-6ab^3+4b^4)-$
$-(a^4-4a^3b+6a^2b^2-7ab^3+b^4)$.

126. $\left(\frac{5}{2}x^2+3ax-\frac{7}{3}a^2\right)-\left(2x^2-\frac{1}{2}a^2-ax\right)$.

§ 3. Раскрытие скобок и заключение в скобки.

Если часть многочлена заключена в скобки и перед скобками стоит знак $+$, то можно скобки вместе со знаком перед ними опустить и все члены, стоящие в скобках, переписать с их знаками. Например:

$$a+(b-c)=a+b-c.$$

Если часть многочлена заключена в скобки и перед скобками стоит знак $-$, то можно скобки вместе со знаком перед ними опустить и все члены, стоящие в скобках, переписать с обратными знаками. Например:

$$a-(b-c)=a-b+c.$$

Обратно, если весь многочлен или часть его требуется заключить в скобки, то в случае, если перед скобками ставится знак $+$, у всех членов, заключаемых в скобки, сохраняются их знаки, а в случае, если перед скобками ставится знак $-$, у всех членов, заключаемых в скобки, знаки меняются на обратные.

Первое из указанных преобразований называется *раскрытием скобок*, а второе — *заключением в скобки*.

Раскрыть скобки:

127. $a+[b-(c-d)]$. 127. $a-[b+(c-d)]$.

128. $a-[(b-c)-d]$. 128. $a-[(b-c)+d]$.

129. $a-\{b-[c-(d+k)]\}$. 129. $a-\{b+[c-(d-k)]\}$.

130. $a+\{b-[c+(d-k)]\}$. 130. $a+\{b-[(c-d)-k]\}$.

131. $2m-\{3m-[4m-(5m+6m)]\}$.

132. $8m-\{5m+[7m-(10m-2m)]\}$.

133. $a-\{5b+[3c-3a-(a+b)]+2a-(b+3c)\}$.

134. $a+\{4b-[a-(3c-3b)+2c+(a-2b-c)]\}$.

135. $x-\{2y+[3z-3x-(x+z)]\}-[2x-(y+3z)]$.

136. $(3x^2+4y^2)+\{(x^2+2xy-y^2)+$
$+[2x^2+2xy-(-4xy+3y^2)]\}$.

137. $7a^m-\{2a^m+[a^n-3a^m+(5a^m-2a^n)-4a^m]-2a^n\}$.

138. $6a^m+\{4a^m-[8b^n-(2a^m+4b^n)-22b^n]\}-$
$-\{7b^n+[9a^m-(3b^n+4a^m)+8b^n]+6a^m\}$.

139. $(2a-3b+c)-\{2d-[4b+3d-(3a+2c)]-$
$-a-(c-d)\}$.

140. $a^m-[-b^{n-1}+3c^{n+2}-1-(2a^m+4b^{n-1}-c^{n+2})]-$
$-[-3d^{m-1}+3a^m-(-5b^{n-1}+4c^{n+2}-2d^{m-1})+1]$.

141. $-(a-1)^n-\left\{\frac{15}{32}ax-0{,}099+\left[-(a-1)^n-\right.\right.$
$\left.\left.-\left(\frac{3}{4}ax-0{,}9\right)\right]\right\}$.

142. Не изменяя величины многочлена $x-y+z-u$, представить его в различных видах, поставив скобки: 1) перед x и после u, 2) перед z и после u, 3) перед x и после z, 4) перед y и после u.

142. Не изменяя величины многочлена $-x+y-z+u$, представить его в различных видах, поставив скобки: 1) перед x и после u, 2) перед z и после u, 3) перед x и после z, 4) перед y и после u.

143. Не изменяя величины многочлена $m^2-3n^2+4p^2-5q^2-r^2$, поставить скобки: 1) перед $3n^2$ и после $4p^2$, 2) перед $5q^2$ и после r^2, 3) заключить весь многочлен в скобки и перед ними поставить знак $-$.

143. Не изменяя величины многочлена $-a^2+2b^2-3c^2+4d^2+r^2$, поставить скобки: 1) перед $2b^2$ и после $3c^2$, 2) перед $3c^2$ и после r^2, 3) заключить весь многочлен в скобки и перед ними поставить знак $-$.

144. Не изменяя величины многочлена $a^3-a^2b+ab^2-b^3$, заключить его в скобки, поставив перед скобками знак $-$.

144. Не изменяя величины многочлена $-m^2+mn-n^2$, заключить его в скобки, поставив перед скобками знак $-$.

145. В выражении $a^3+a^2b-ab^2-b^3$ заключить средние члены в скобки со знаком $+$ перед ними и крайние тоже в скобки со знаком $-$ перед ними.

145. В выражении $a^3+a^2b-ab^2-b^3$ заключить крайни члены в скобки со знаком $+$ перед ними и средние тож в скобки со знаком $-$ перед ними.

146. Многочлен $a^2-4b^2+3ab-c^4$ представить в виде суммы двух слагаемых, из которых одно: $-4b^2+3ab$.

146. Многочлен $a^2-4b^2+3ab-c^4$ представить в виде суммы двух слагаемых, из которых одно: $-4b^2-c^4$.

147. Многочлен $a^4+2a^3-3a^2-4a$ разложить на два слагаемых, из которых одно: a^4-3a^2.

147. Многочлен $a^4+2a^3-3a^2-4a$ разложить на два слагаемых, из которых одно: $2a^3-4a$.

148. Трёхчлен $a+b-1$ разложить на два слагаемых, из которых одно должно быть равно a.

148. Трёхчлен $a-b+1$ представить в виде разности с уменьшаемым a.

149. Не изменяя значения выражения $a+(b-c+d)-(e+f-g)-(h-i)+(-l-m)$, заменить в нём перед скобками знаки сложения на знаки вычитания и обратно.

150. Раскрыть скобки в выражении $-(1-2n+3n^2+4n^3)$.

150. Раскрыть скобки в выражении $-(-1+a-a^2+a^3)$.

151. От сложения каких двух одночленов получится в сумме двучлен $-a-b$?

151. От вычитания каких двух одночленов получится в разности двучлен $-a-b$?

152. Не изменяя величины многочлена $a^4-4a^3-3a^2+2a-5$, поставить скобки перед $4a^3$ и после $3a^2$, перед $2a$ и после 5, затем всё выражение заключить в скобки, перед которыми поставить знак $-$.

§ 4. Умножение одночленов.

Произведение степеней одного и того же основания равно степени того же основания с показателем, равным сумме показателей степеней сомножителей.

Для того чтобы перемножить два одночлена, достаточно перемножить их коэфициенты и к найденному произведению приписать сперва каждую букву, входящую как во множимое, так и во множитель, с показателем, равным сумме её показателей во множимом и во множителе, а затем — каждую букву, входящую только во множимое или только во множитель, с её показателем.

№ 153—161 перенесены в главу Ia под № 75—83.

162. $(+a)\cdot(-b)$. 162. $(-a)\cdot(+b)$.
163. $(-c)\cdot(-d)$. 163. $(+c)\cdot(+d)$.
164. $(-m)\cdot(+n)$. 164. $(+m)\cdot(-n)$.
165. $(-a)\cdot(+b)\cdot(-c)$. 165. $(+a)\cdot(-b)\cdot(+c)$.
166. $(+m)\cdot(-n)\cdot(-p)$. 166. $(-m)\cdot(+n)\cdot(-p)$.
167. $(+x)\cdot(+y)\cdot(-z)\cdot(-t)$. 167. $(-x)\cdot(-y)\cdot(+z)\cdot(+t)$.
168. $(+x)\cdot(-y)\cdot(-z)\cdot(-t)$. 168. $(-x)\cdot(-y)\cdot(+z)\cdot(-t)$.
169. $a^3\cdot a^2$. 169. $a^2\cdot a^3$. **170.** $b^7\cdot b$. 170. $b\cdot b^6$.
171. $c^n\cdot c^2$. 171. $c^m\cdot c^3$. **172.** $d^m\cdot d^m$. 172. $d^n\cdot d^n$.
173. $x^a\cdot y^{2a}$. 173. $x^{2a}\cdot y^a$. **174.** $x\cdot x^2\cdot x^3$. 174. $x^2\cdot x\cdot x^4$.
175. $y^a\cdot y^3\cdot y^7$. 175. $y^2\cdot y^a\cdot y^5$.
176. $z^m\cdot z^n\cdot z^p$. 176. $z^m\cdot z^p\cdot z^n$.
177. $u^m\cdot u^m\cdot u^n$. 177. $u^m\cdot u^n\cdot u^n$.
178. $a^{2n-1}\cdot a^{2n+1}$. 178. $a^{3n+1}\cdot a^{3n-1}$.
179. $b^{m-4}\cdot b^{m+3}$. 179. $b^{m+4}\cdot b^{m-3}$.
180. $b^{4n-2}\cdot b^2$. 180. $b^{5a-1}\cdot b$.
181. $c^{2n-1}\cdot d^{n+1}$. 181. $c^{n-1}\cdot d^{2n+2}$.
182. $3a^2\cdot 5a^5$. 182. $4b^3\cdot 2b^2$.
183. $7a^2b\cdot 3a^3b^2$. 183. $5ab^3\cdot a^2b^5$.
184. $10a^5bc\cdot 2ab^4d^3$. 184. $7ab^3c\cdot 3b^2c^5d^4$.
185. $\frac{2}{3}a^2b^3c\cdot 2\frac{1}{3}a^3bcd^3$. 185. $\frac{3}{4}a^3bc^2\cdot 2\frac{1}{2}abcd^4$.

186. $-\frac{1}{2}a^5b^4c^3\cdot\left(-\frac{3}{4}ab^2c^nd\right)$. 186. $\frac{3}{4}a^7b^4c^2\cdot\frac{3}{2}a^2bc^nd^3$.

187. $5a^mb^{n-2}\cdot\left(-\frac{2}{7}a^nb^{m+2}c^n\right)$. 187. $-7a^{n-3}b^mc\times$

$\times\left(-\frac{5}{8}a^{m+3}b^n\right)$.

188. $-4{,}2a^{4n}x^{2m}\cdot5a^3xy^n$. 188. $0{,}4a^{3n}x^m\cdot(-5a^3xy^m)$.

189. $-\frac{1}{3}c^xd^{y-1}k^3\cdot\left(-2\frac{1}{4}cd^{2-y}\right)$.

189. $-\frac{1}{3}b^{n-4}x^p\cdot3b^{n+1}x^{3-p}d^2$

190. $-0{,}3y^{2m+n-1}\cdot(-0{,}2y^{n-3m})$.

190. $-0{,}1z^{m+n}\cdot0{,}5z^{m-2n+2}$.

191. $\frac{7}{12}x^{n+2m-3}\cdot\left(-\frac{3}{4}x^{1-n}y\right)$.

191. $\frac{4}{15}x^{m+2}y^{m-3}\cdot\left(-\frac{5}{6}x^{2-2m}y\right)$

192. $-3(a-b)^2\cdot\frac{1}{6}(a-b)^3$.

192. $4(a+b)^4\cdot\left[-\frac{1}{8}(a+b)\right]$

193. $5(m+2n)^7\cdot\left[-1\frac{1}{5}(m+2n)\right]$.

193. $-1\frac{3}{4}(m-2n)^6\cdot7(m-2n)$.

194. $-\frac{2}{3}x(y+z)^p\cdot\frac{3}{2}x^2(y+z)^{p-1}$.

195. $a^2(a^3-b^3)\cdot(a^3-b^3)^6\cdot a(a^3-b^3)$.

196. $x^5(m-n)^{m-1}\cdot x(m-n)^{5-2m}\cdot(m-n)^2$.

197. $a^5\cdot a^5$. **198.** $3a\cdot3a$.

199. $2a^3b^2c\cdot2a^3b^2c$. **200.** $a^2\cdot a^2\cdot a^2$.

201. $b^5\cdot b^5\cdot b^5\cdot b^5$. **202.** $5a^2b\cdot5a^2b\cdot5a^2b$.

203. $(7a^3cx^2)^2$. **204.** $(5ac^2x^3)^3$.

205. $\left(-\frac{3}{4}x^4y^5\right)^2$. **206.** $\left(-2\frac{1}{2}xy^3\right)^3$.

207. $\left(-\frac{3}{5}a^2x^m\right)^2$. **208.** $\left(-\frac{3}{4}b^3y^p\right)^4$.

209. $[3a^2b+(-6a^2b)-(-2a^2b)]\cdot2ab^4c^3$.

210. $[-7{,}4m^{12}n^4+(-7{,}6m^{12}n^4)]\cdot0{,}4m^2n^3\cdot(-2an^3)$.

211. $\left[3c^3x^4-\left(5\frac{1}{8}c^3x^4-9\frac{5}{24}c^3x^4\right)\right]\cdot\left(2ac^2x^2-\frac{4}{3}ac^2x^2\right)$.

§ 5. Умножение многочлена на одночлен.

Для того чтобы умножить многочлен на одночлен или одночлен на многочлен, достаточно каждый член многочлена умножить на одночлен и все найденные произведения сложить.

212. $(a+b-c)\cdot 3$. 212. $(a-b+c)\cdot 2$.
213. $(2a-4b+c)\cdot 3$. 213. $(3a+b-4c)\cdot 2$.
214. $(-5x+3y-8z)\cdot(-2)$. 214. $(-6x-9y+2z)\cdot(-3)$.
215. $(x-y+z)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)$. 215. $(x+y-z)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)$.
216. $2(a+b-c)$. 216. $3(a-b+c)$.
217. $-5(-a-b+c+d)$. 217. $-4(-a+b-c+d)$.
218. $(m+n-p)\cdot\left(-\frac{6}{7}\right)$. 218. $(m-n+p)\cdot\left(-\frac{5}{6}\right)$.
219. $(7a-3b+2c)\cdot 2d$.
219. $(5a+8b-3c)\cdot 3d$.
220. $(3a^2b-2ab^2+b^3)\cdot 2a^2b^2$.
220. $(5a^3b+7a^2b^2-ab^3)\cdot 3a^3b^2$.
221. $(-5b^2+2bc^3-4cd)\cdot\frac{1}{2}b^2c^3$.
222. $(-2a^2b^2+5ab^3-7b^4)\cdot(-4ab)$.
223. $-2a^3x^3\cdot(-4a^2x+5a^3x^3-3ax^2)$.
224. $1\frac{1}{2}mn^2\cdot\left(\frac{5}{3}m^2-\frac{2}{3}m^2n+\frac{3}{4}mn^2\right)$.
225. $(7a^n-3a^{n-1}b+2a^{n-2}b^m)\cdot(-0{,}4a^{n+2}b^3)$.
226. $\left(-\frac{4}{3}k^{m-2}f^{2n-3}-2{,}4k^mf^n-0{,}2f^{5-2n}\right)\cdot(-5k^{4-m}f^{2n})$.
227. $-\frac{2}{3}b^pc^q\cdot(3b^5-4c^3+9b^3c^2-27)$.
228. $\left(8a^{1-2m}+b^{3-n}-\frac{1}{2}a^{2-3m}b^{5-2n}+2b^4\right)\cdot 6a^{3m-1}b^{2n-3}$.
229. $(-9x^py^q-4x^{p-1}y^{q-2}+3x^{p-2}y^{q-4}-y^{q-6})\times$
$\times(-0{,}5x^{p+2}y^{p+q})$.
230. $[x^2(x^2+2)^n-2x(x^2+2)^{n+2}+4(x^2+2)^{n+3}]\times$
$\times[-3x^3(x^2+2)^{n-3}]$
231. $\left[\frac{2}{3}(a+b)^p(a-b)^{q-2}-\frac{5}{6}(a+b)^{p-1}(a-b)^{q-1}-\right.$
$\left.-\frac{4}{9}(a+b)^{p-2}(a-b)^q\right]\cdot 0{,}6(a+b)^{p+2}(a-b)^{q+2}$.

§ 6. Умножение многочленов.

Для того чтобы умножить многочлен на многочлен, достаточно умножить каждый член множимого на каждый член множителя и найденные произведения сложить. Если в составленном таким образом многочленном произведении встречаются подобные члены, то делают приведение этих членов.

232. $(a+b)(c+d)$. 232. $(a-b)(c+d)$.

233. $(3a-4b)(2c+5d)$. 233. $(2a+3b)(2c-5d)$.

234. $(3a+2b)(a-b)$. 234. $(3a-2b)(a+b)$.

235. $(4b-5c)(3b+4c)$. 235. $(4b+9c)(b-5c)$.

236. $(2a^2+3b^2)(3a^2-2b^2)$. 236. $(4a^2-5b^2)(5a^2-4b^2)$.

237. $(6a^3b-5b^2)(2ab^3+3a^2)$.

237. $(7ab^2+3b^3)(2ab^3-4a^2)$.

238. $(8a^m-3ab^{2n})(2a+a^{2m}b^{n-4})$.

238. $(6a^p+2a^3b^q)(a-3a^{3p}b^{q+4})$.

239. $(5c^{m-2}d^n+4cd^{3-n})(2c^{4-m}-cd^{n+4})$.

239. $(3c^{m+2}d^2-4cd^{n-3})(5c^{3m}+cd^{4-n})$.

240. $(x-y+z)(a+b)$. 240. $(x+y-z)(a-b)$.

241. $(a^2+3ab-2b^2)(2a^2-3b)$.

241. $(3a^2-5ab+2b^2)(a^2-7ab)$.

242. $(3x^2-4x+7)(5x^2-x-4)$.

242. $(x^2+7x-5)(x^2-2x+7)$.

243. $(5a^3-2a^2x+ax^2)(2a^2-ax+x^2)$.

243. $(3a^3-2a^2b+ab^2)(2a^2-ab-5b^2)$.

244. $(a^2-2bx+x^2)(a^2+2bx-x^2)$.

244. $(a^2+4bx-x^2)(a^2-4bx+x^2)$.

245. $(8x^3+4x^2y+2xy^2-y^3)(2x-3y)$.

245. $(6y^3-3xy^2+5x^2y-x^3)(2x+3y)$.

246. $(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4)(a+b)$.

246. $(a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4)(a-b)$.

247. $(a^6+3a^4b^2+9a^2b^4+27b^6)(a^2-3b^2)$.

247. $(8a^6-4a^4b^2+2a^2b^4-b^6)(2a^2+b^2)$.

248. $(x^3-6ax^2+12a^2x-8a^3)(x^2-4ax+4a^2)$.

248. $(x^3-9bx^2+27b^2x-27b^3)(x^2+6bx+9b^2)$.

249. $(a^2-2a+1)(a^4+2a^3+3a^2+2a+1)$.

249. $(a^2+2a+1)(a^4-2a^3+3a^2-2a+1)$.

250. $(x^4-7x^3y+6x^2y^2+8xy^3-2y^4)(x^2-3xy+2y^2)$.

250. $(x^4-4x^3y+6x^2y^2-4xy^3+y^4)(x^2+2xy+y^2)$.

251. $(2a^5-b^3+1)\cdot\left(a^5-\frac{1}{2}b^3-\frac{1}{2}\right)$.

252. $\left(\frac{x^3}{4}-\frac{x^2}{3}+\frac{x}{2}\right)\cdot\left(\frac{x^3}{4}+\frac{x^2}{3}-\frac{x}{2}\right)$.

253. $\left(1+\frac{x}{2}+\frac{x^2}{3}+\frac{x^3}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{x}{2}+\frac{x^2}{3}-\frac{x^3}{4}\right)$.

254. $(0{,}02a+2a^3-0{,}4a^5)\cdot(-0{,}1a^2+0{,}03a^4-0{,}5a^6)$.

255. $(a^{2m}-a^mb^n+b^{2n})(a^m+b^n)$.

256. $(a^{m+1}+a^m+a^{m-1})(a^{m+1}-a^m)$.

257. $(5a^2+3ab-2b^2)^2$. 257. $(4m^2-2mn-n^2)^2$.

258. $\left(a+b-\frac{1}{2}\right)^2$. 258. $\left(a-b+\frac{1}{2}\right)^2$.

259. $[(x+y)^{n+2}+3(x+y)^{n+1}-5(x+y)^n]\times$
$\times[6(x+y)^{n+1}+4(x+y)^n-2(x+y)^{n-1}]$.

260. $[x^4(x^2+2)^{n-3}+2x^2(x^2+2)^{2n-1}+4(x^2+2)^{3n+1}]\times$
$\times[x^7(x^2+2)^{n-5}-4x^3(x^2+2)^{3n-1}+8x(x^2+2)^{4n+1}]$.

261. $[(2a+b)x^3+(a^2-ab)x^2-a^3x]\times$
$\times[(2a+b)x^2-(a^2-ab)x-a^3]$.

262. На сколько увеличится площадь прямоугольника со сторонами a и b, если каждую из них увеличить на 1? Одну увеличить на l, другую — на k?

263. На сколько уменьшится площадь прямоугольника со сторонами a и b, если каждую из них уменьшить на 1? Одну уменьшить на l, другую — на k?

№ 264—271 перенесены в главу Ia под № 84—87 и 91—94.

§ 7. Деление одночленов.

Для того чтобы разделить одночлен на одночлен, достаточно разделить коэфициент делимого на коэфициент делителя и к найденному частному приписать сперва каждую букву, входящую как в делимое, так и в делитель, с показателем, равным разности её показателей в делимом и в делителе, а затем — каждую букву, входящую только в делимое, с её показателем. Если при этом какая-либо буква входит в делимое и делитель с одним и тем же показателем, то её вовсе не пишут в частном. Если же показатель какой-либо буквы в делимом меньше показателя той же буквы в делителе или если в делитель входит буква, не содержащаяся в делимом, то частное не может быть представлено в виде целого одночлена

272. $-2a:2$.

273. $5a:(-5)$.

274. $7b:(-7)$.

275. $-9a:(-9)$.

276. $4a:a$.

277. $-8a:a$.

278. $5d:(-d)$.

279. $-10c:(-c)$.

280. $6mn:3n$.

281. $-3mn:2n$.

282. $8abc:(-2b)$.

283. $-9abc:(-3b)$.

284. $-5xyz:5xz$.

285. $7xyz:(-7xz)$.

286. $-14cd:(-7cd)$.

287. $-12a^2:4a$.

288. $-a^5:a^2$.

289. $b^7:b^4$.

290. $x^{12}:(-x^7)$.

291. $-x^{10}:x^9$.

292. $m^{15}:m$.

293. $n^{13}:n^{12}$.

294. $m^5:m^5$.

295. $m^8:m^{10}$.

296. $x^m:x^n$.

297. $-x^{2m}:x^m$.

298. $x^m:x^m$.

272. $3a:(-3)$.

273. $-8a:8$.

274. $-7b:(-7)$.

275. $10a:10$.

276. $4b:(-b)$.

277. $-8a:(-a)$.

278. $-5d:d$.

279. $10c:c$.

280. $4mn:(-2n)$.

281. $-6mn:(-4n)$.

282. $-9abc:3b$.

283. $8abc:2b$.

284. $-7xyz:(-7xz)$.

285. $-5xyz:(-5xz)$.

286. $12cd:(-4cd)$.

287. $-14a^3:7a$.

288. $a^5:a^3$.

289. $b^7:b^3$.

290. $-y^{12}:y^5$.

291. $y^{10}:(-y)$.

292. $m^{15}:m^7$.

293. $n^{12}:n^7$.

294. $n^7:n^7$.

295. $n^5:n^7$.

296. $y^a:y^b$.

297. $y^{3a}:(-y^{2a})$.

298. $y^{2a}:y^{2a}$.

299. $x^{5m} : x^{6m}$. 299 $y^a : y^{2a}$.

300. $-a^n : a^{4n}$. 300. $a^{3m} : (-a^{5m})$.

301. $-a^{2n} : (-a^{3n})$. 301. $-a^m : a^{7m}$.

302. $a^{n+2} : a^n$. 302. $a^n : a^{n-2}$.

303. $b^m : b^{m-5}$. 303. $b^{m+5} : b^m$.

304. $x^k : x^{k+2}$. 304. $x^{k-3} : x^k$.

305. $y^{l-3} : y^l$. 305. $y^l : y^{l+2}$.

306. $x^{k+3} : x^{k-2}$. 306. $x^{k-2} : x^{k-3}$.

307. $y^{k+l} : y^{k-2l}$. 307. $y^{k+2l} : y^{k-l}$.

308. $16a^3b^2 : 8a^2b$. 308. $16a^2b^3 : 3ab^2$.

309. $35a^5b^3c : 7a^4b$ 310. $24x^8y^3z : 3x^5yz$. 311. $48x^my^4zu : 6x^nz$

312. $42a^mb^3d : \frac{2}{3}a^2b$. 313. $2a^mb^n : 9a^3b$. 314. $6a^8b^mc^n : (-4ab^5)$

315. $-12a^mb^3c^p : (9ac^q)$. 316. $-22ab^md^3 : 2\frac{3}{4}ab^2d$.

317. $0{,}6b^7c^{m+1} : (-3b^6c^{m-1})$. 318. $-3a^{m+n}b^{m-n}c : (-1{,}5a^mb^n)$

319. $6m^2(n+2p)^5q : [-3m(n+2p)]$.

320. $\frac{1}{2}a^5(b-c)^3(b+c)^5 : \frac{3}{4}a(b-c)^2$.

321.

$$-10(a-1)^{m+n}(a+b)^{n+2}c^p : \left[-3\frac{3}{4}(a-1)^{m-n}(a+b)^{n+1}c^q\right].$$

§ 8. Деление многочлена на одночлен.

Для того чтобы разделить многочлен на одночлен, доста[т]очно разделить каждый член многочлена на одночлен и полу[ч]енные частные сложить.

322. $(6a+8b-2c) : 2$. 322. $(6a-8b+2c) : (-2)$.

323. $(-am-bm+cm) : (-m)$. 323. $(an+bn-cn) : n$.

324. $(ax+ay-az) : a$ 324. $(-bx+by-bz) : (-b)$.

325. $(15a^2-9a^5+18a^9) : 3a^2$.

325. $(3a^3-6a^7-15a^{10}) : 3a^3$.

326. $-(6x^2y-4x^2z-6xyz) : 2x$.

326. $-(8x^4y^2-12x^2z-16xyz) : 4x$.

327. $(3a^3b^2 - 15a^2b^4 - 12ab^6c):(-3ab^2)$.

328. $(a^3x^3y - 3a^2x^2y + 3ab^2xy^2):axy$.

329. $(-35x^3y + 15x^2y - x^2y^2):(-5x^2y)$.

330. $(42a^4b^3 - 9a^3b^4 + 16a^2b^5):6a^2b^3$.

331. $(-4a^2b + 6ab^2 - 12a^3b^5):\left(-\frac{3}{4}ab\right)$.

332. $(6a^8b^4 - 9a^{10}b^6 + 2a^2b^2):3a^2b$.

333. $\left(4m^5n^2 + \frac{2}{9}m^4n^5 - \frac{6}{7}m^3n^6\right):\left(-\frac{2}{3}m^3n\right)$.

334. $\left(0{,}5x^8y^7 - 0{,}32x^7y^8 - \frac{1}{3}x^6y^9 + \frac{4}{5}x^5y^8\right):\left(-\frac{2}{3}x^5y^7\right)$.

335. $(2m^2n^3 - 3n^2p^3 + 3p^2q^3 - 5q^2r^3):(-3m^2n^2p^2q^2)$.

336. $(46c^{3m-1} - 23c^{3m} + 20c^{3m+1} - 0{,}2c^{3m+2}):23c^{3m-1}$.

337. $\left(0{,}7a^px^{3q} + \frac{1}{3}a^{p-2}x^{q+3} - \frac{3}{11}a^{p-3}bx^{q+5} -\right.$

$\left.- \frac{5}{6}a^{p-4}x^{2q}\right):\left(-\frac{3}{4}a^{p-5}x^{q-7}\right)$.

338. $[2x^2(a+b)^4 - 2xy(a+b)^3 + (a+b)^2x]:4x(a+b)^2$.

339. $[10x^3(a-b) - 7x^2(a-b)^3 + 5x(a-b)^4]:[-5x(a-b)^2]$

340. $[-7a(x-y^2)^3 + 8a^2(x-y^2)^6 -$

$- 9a^3b(x-y^2)^5]:[-12a(x-y^2)^3]$.

341. $[4(a-b)^m - 3(a-b)^n + 2(a-b)^p]:6(a-b)^n$.

Частное от деления одночлена на многочлен может быть представлено только в виде дроби.

§ 9. Деление многочлена на многочлен.

Для того чтобы разделить многочлен на многочлен, поступают следующим образом: 1) располагают делимое и делитель по нисходящим степеням одной и той же буквы; 2) делят высший член делимого на высший член делителя, получают первый член частного; 3) найденный член частного умножают на делитель и произведение вычитают из делимого; 4) делят высший член найденного первого остатка на высший член делителя и получают второй член частного; 5) найденный второй член частного умножают на делитель и произведение вычитают из первого остатка; 6) так же поступают со вторым остатком и т.

Если получается остаток, высший член которого не делится нацело на высший член делителя, то деление без остатка невозможно.

342. $(x^2+2ax-8a^2):(x-2a)$.

343. $(6x^2+ax-a^2):(2x+a)$.

344. $(a^4+a^3b-a^2b^2-ab^3):(a^2-b^2)$.

345. $(a^5-a^3b^2+a^2b^3-b^5):(a^3+b^3)$.

346. $(3+8x+x^2-2x^3):(1+2x-x^2)$.

347. $(3-6x^2+4x^4-x^6):(3-3x^2+x^4)$.

348. $(6a^2b+9a^3-6ab^2-4b^3):(3a+2b)$.

349. $(2a^3+6ab^2-15b^3-5a^2b):(2a-5b)$.

350. $(-6+13x-2x^3-3x^2):(2-x^2-3x)$.

351. $(15-3x^3+5x^2-9x):(5-3x)$.

352. $(8p^3-27q^3):(4p^2+6pq+9q^2)$.

353. $(27p^9+64q^6):(9p^6-12p^3q^2+16q^4)$.

354. $(6a^{2n-2}+a^{2n+4}-a^{2n}):(a^4+2a^2)$.

355. $(a^{m+n}+a^{m+n-3}):(a^{n-1}+a^n)$.

356. $(a^4+a^3b+19ab^3-15b^4-8a^2b^2):(a^2+3ab-5b^2)$.

357. $(m^4+\frac{3}{16}m-\frac{3}{8}m^2-\frac{1}{32}):(m^2+\frac{1}{8}-\frac{1}{2}m)$.

358. $(1-2m^4-m^2-m^5-m^3):(1-m^2-m)$.

359. $(x^6-y^6):(x^2+xy+y^2)$.

360. $(a^8+a^6+a^4+a^2+1):(a^4-a^3+a^2-a+1)$.

361. $(x^8-32x^4+256):(x^2-4x+4)$.

362. $(2x^3+5x^2+13x+2):(x^2+2x+3)$.

363. $(1-5x+11x^2-3x^3):(1-3x+2x^2)$.

364. $(3x^4-8x^3-10x^2+10x-2):(3x^2-2x+1)$.

365. $(a^5-2a^4b-4a^3b^2+b^5):(a^3+3ab^2+b^3)$.

366. $(6+7a^2+31a^6-10a^{10}):(2+3a^2-a^4+6a^6)$.

367. $[a(a-4b)+3(b^2-bc+ac)]:(a-3b+3c)$.

368. $[(a^2-4)(a^2+4a+3)]:(a^2+a-6)$.

369. $(3a^4-8a^3+7a^2-2a):[(3a^2-2a)-(a^2-2a+1)]$.

§ 10. Сокращённое умножение.

Формулы сокращённого умножения:

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \qquad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$$

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3.$$

$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3.$$

Произвести умножение по формулам:

370. $(x+y)^2$. 370. $(x-y)^2$.

371. $(2x-a)^2$. 371. $(x+2a)^2$.

372. $(3x+5y)^2$. 372. $(3x-5y)^2$.

373. $(7c-4d)^2$. 373. $(7c+4d)^2$.

374. $(1+2x^2)^2$. 374. $(2x^2-1)^2$.

375. $(a^2-b^2)^2$. 375. $(a^2+b^2)^2$.

376. $(a^3+b^3)^2$. 376. $(a^3-b^3)^2$.

377. $(5a^2-2b^2)^2$. 377. $(5a^2+2b^2)^2$.

378. $(2x^2+5x)^2$. 378. $(5x-2x^2)^2$.

379. $(4a-3a^2)^2$. 379. $(4a+3a^2)^2$.

380. $(9m^3+5p^2n)^2$. 380. $(9m^3-5p^2n)^2$.

381. $(1+a)(1-a)$. 381. $(a+1)(a-1)$.

382. $(y+3)(y-3)$. 382. $(3+y)(3-y)$.

383. $(3ab-1)(3ab+1)$. 383. $(1-3ab)(1+3ab)$.

384. $(3x-2y)(3x+2y)$. 384. $(2y-3x)(2y+3x)$.

385. $(5x^2-2y^3)(5x^2+2y^3)$. 385. $(2y^3-5x^2)(2y^3+5x^2)$.

386. $(3ab^2+5a^2b)(3ab^2-5a^2b)$.

386. $(3a^2b+5ab^2)(3a^2b-5ab^2)$.

387. $(5-bx^3)(bx^3+5)$. 387. $(6+bx^4)(bx^4-6)$.

388. $(a^4x+ax^4)(ax^4-a^4x)$. 388. $(a^3x-ax^3)(ax^3+a^3x)$.

389. $(7n^4-6m)(6m+7n^4)$. 389. $(7n^4+6m)(6m-7n^4)$.

390. $\left(2a^2-\frac{1}{4}b^3\right)^2$. 390. $\left(2a^2+\frac{1}{4}b^3\right)^2$.

391. $\left(3x^3+\frac{1}{6}y^2\right)^2$. 391. $\left(3x^3-\frac{1}{6}y^2\right)^2$.

392. $\left(\frac{2}{3}xy-\frac{3}{4}x^2\right)^2$. 392. $\left(\frac{2}{3}xy+\frac{3}{4}x^2\right)^2$.

393. $(5y^5+0{,}1)^2$. 393. $(0{,}1-5y^5)^2$.

394. $(1{,}2-5y^6)^2$. 394. $(5y^6+1{,}2)^2$.

395. $\left(a^p+\frac{3}{2}ax^4\right)^2$. 395. $\left(a^p-\frac{3}{2}ax^4\right)^2$.

396. $\left(a^{n+1}-\frac{1}{2}a^{n-1}c^5\right)^2$. 396. $\left(\frac{1}{2}a^{n-1}c^5+a^{n+1}\right)^2$.

397. $\left(\frac{1}{3}x^{2m-1}y^3+\frac{3}{4}x^{m+1}y\right)^2$. 397. $\left(\frac{3}{4}x^{m+2}y-\frac{1}{3}x^{2m-1}y^3\right)^2$

398. $\left(\frac{3}{5}np^3x^{2z-2}-\frac{5}{6}c^4n^rx^{3-z}\right)^2$.

398. $\left(\frac{5}{6}c^4n^rx^{3-z}+\frac{3}{5}np^3x^{2z-2}\right)^2$.

399. $(2a+0{,}3)(2a-0{,}3)$. 399. $(0{,}3-2a)(0{,}3+2a)$.

400. $\left(2\frac{1}{2}-7ax^3\right)\left(2\frac{1}{2}+7ax^3\right)$.

400. $\left(7ax^3-2\frac{1}{2}\right)\left(2\frac{1}{2}+7ax^3\right)$.

401. $\left(2\frac{1}{2}a^{n-3}-\frac{5}{12}\right)\left(2\frac{1}{2}a^{n-3}+\frac{5}{12}\right)$.

402. $(y+2z)^3$. 402. $(2z+y)^3$.

403. $(2u+v)^3$. 403. $(u+2v)^3$.

404. $(5+a)^3$. 404. $(a-5)^3$.

405. $(b-3a)^3$. 405. $(3a-b)^3$.

406. $(7d^2-2)^3$. 406. $(2-7d^2)^3$.

407. $(10-x^2)^3$. 407. $(x^2-10)^3$.

408. $(x^2+y^3)^3$. 408. $(y^3-x^2)^3$.

409. $(9m^3-5n^2)^3$. 409. $(5n^2-9m^3)^3$.

410. $(m^2n+pn^2)^3$. 410. $(m^2n-pn^2)^3$.

411. $(8z^4+9)^3$. 411. $(9-8z^2)^3$.

412. $(3-10x^5)^3$. 412. $(10x^5+3)^3$.

413. $(4xy^2+3xyz)^3$. 413. $(3xyz-4xy^2)^3$.

414. $\left(\frac{2}{3}m^2-\frac{3}{4}pn^2\right)^3$.

415. $\left(2a+\frac{1}{2}b^2c\right)^3$.

414. $\left(\frac{3}{4}pn^2+\frac{2}{3}m^2\right)^3$.

415. $\left(\frac{1}{2}b^2c-2a\right)^3$.

416. Как изменится площадь квадрата со стороной a, если одну сторону его увеличить на 1, а другую уменьшить на 1? Если каждую сторону его увеличить на 1?

417. $(a+b+c)^2$.

418. $(a+b+c)^3$.

419. $\left(a+b+\frac{1}{2}\right)^2$.

420. $(3m+2n-p)^2$.

421. $\left(\frac{1}{2}x^2-4y-\frac{2}{3}y^2\right)^2$.

422. $\left(\frac{3}{4}a^3-8ab+\frac{1}{3}b^2\right)^2$.

423. $(2a-b+1)^3$.

417. $(a+b-c)^2$.

418. $(a-b+c)^3$.

419 $\left(a-b-\frac{1}{2}\right)^2$.

420. $(3m-2n+p)^2$.

421. $\left(\frac{1}{2}x^2-4y+\frac{2}{3}y^2\right)^2$.

422. $\left(\frac{3}{4}a^3-8ab-\frac{1}{3}b^2\right)^2$.

423. $(2a+b-1)^3$.

424. Как изменится площадь квадрата со стороной a, если увеличить каждую сторону его на b? Если уменьшить каждую сторону на c?

В следующих задачах произвести умножение сокращённым путём, соединяя множители наивыгоднейшим образом:

425. $(a-x)(a+x)(a^2+x^2)$. **426.** $(3+x)(3-x)(9-x^2)$.

427. $(x+y-z)(x+y+z)$. **428.** $(a-b+c)(a-b-c)$.

429. $(2x-y+3z)(2x+y-3z)$.

430. $(x^2+y^2-xy)(x^2+y^2+xy)$.

431. $(a^3b^3+a^6+b^6)(a^3b^3-a^6-b^6)$.

432. $(a-2b-3c)(a+2b-3c)$.

433. $(a+2b+3c+d)(a-2b+3c-d)$.

434. $(2+a^2+3a^3+a^2)(2+a^2-3a^3-a^2)$.

435. $(1-x+2x^2-3x^3)(1+x-2x^2-3x^3)$.

436. $(a-b)(b-a)$. 437. $(a-3)(a+2)(a-2)$.

438. $(x+a)(x-a)^2$. 439. $(x+a)^3(x-a)$.

440. $(m+2)(m-2)(m-2)(m+2)$.

441. $(m+3)^2(m-3)^2$. 442. $(a+b)^2(a-b)^3$.

443. $(x^2y-xy^2)(x^4y^2+x^2y^4)(x^2y+xy^2)$.

444. $(xy+2x^2)(x^2y^2-4x^4)(xy-2x^2)$.

445. $(m^2-mn+n^2)(m^2+mn+n^2)(m^4-m^2n^2+n^4)$.

446. $(m^2+mn-2n^2)(m^2-mn-2n^2)(m^4+5m^2n^2+4n^4)$.

447. $(a^2-a+1)(a^2+a+1)(a^4+a^2+1)$.

448. $(a^2+2a-1)(a^2-2a-1)(a^4-6a^2+1)$.

449. $(x+y+z)(x+y-z)(x+z-y)(x-y-z)$.

450. $21^2=(20+1)^2$. 450. 31^2.

451. $49^2=(50-1)^2$. 451. 28^2.

452. 87^2. 452. 93^2. 453. 102^2. 453. 98^2.

454. 58^2. 454. 62^2. 455. 25^2. 455. 35^2.

456. 55^2. 456. 45^2. 457. 105^2 457. 103^2.

458. $47\cdot 33=(40+7)(40-7)$.

458. $42\cdot 58=(50-8)(50+8)$.

459. $24\cdot 16$. 459. $44\cdot 36$. 460. $84\cdot 76$. 460. $94\cdot 86$

461. $97\cdot 103$. 461. $104\cdot 96$. 462. $88\cdot 112$. 462. $111\cdot 89$

463. 999^2. 463. 1001^2. 464. 1003^2. 464. 997^2.

465. $25^2-15^2=(25+15)(25-15)$.

465. $35^2-25^2=(35+25)(35-25)$.

466 $12^3=(10+2)^3$. 466. 21^3 467. 29^3. 467. 38^3.

468. 41^3. 468. 14^3. 469. 98^3. 469. 99^3.

§ 11. Сокращённое деление.

При делении: 1) разности одинаковых (нечётных или чётных) степеней на разность оснований; 2) разности одинаковых чётных степеней на сумму оснований; 3) суммы одинаковых нечётных степеней на сумму оснований, — частные находятся сокращённым путём — по формулам.

Непосредственным делением могут быть выведены формулы:

$$(a^3-b^3):(a-b)=a^2+ab+b^2 \tag{1}$$

$$(a^3+b^3):(a+b)=a^2-ab+b^2 \tag{2}$$

$$(a^4-b^4):(a-b)=a^3+a^2b+ab^2+b^3 \tag{3}$$

$$(a^4-b^4):(a+b)=a^3-a^2b+ab^2-b^3 \tag{4}$$

$$(a^5-b^5):(a-b)=a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4 \tag{5}$$

$$(a^5+b^5):(a+b)=a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4 \tag{6}$$

Формула (1) указывает, что при делении разности кубов двух чисел на разность первых степеней этих чисел частное представляет собой трёхчлен вида a^2+ab+b^2, получающийся из трёхчлена $a^2+2ab+b^2$, т. е. из квадрата суммы $a+b$, заменой коэфициента 2 коэфициентом 1, и называемый поэтому *неполным квадратом суммы двух чисел.*

Точно так же формула (2) указывает, что при делении суммы кубов двух чисел на сумму первых степеней этих чисел частное представляет собой трёхчлен вида a^2-ab+b^2; этот трёхчлен называется *неполным квадратом разности двух чисел.*

Из формул (1) и (2) следуют формулы:

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3,$$

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3,$$

которые читаются так: произведение разности двух чисел на неполный квадрат суммы тех же чисел равно разности кубов этих чисел; произведение суммы двух чисел на неполный квадрат разности тех же чисел равно сумме кубов этих чисел.

Произвести деление по формулам:

470. $(a^3+b^3):(a+b)$.

471. $(a^4-b^4):(a^2-b^2)$.

472. $(a^6-b^6):(a^2-b^2)$.

473. $(x^3+1):(x+1)$.

474. $(x^4-1):(x^2+1)$.

475. $(x^6-1):(x^2-1)$.

470. $(a^3-b^3):(a-b)$.

471. $(a^4-b^4):(a^2+b^2)$.

472. $(a^6+b^6):(a^2+b^2)$.

473. $(x^3-1):(x-1)$.

474. $(x^4-1):(x^2-1)$.

475. $(x^6+1):(x^2+1)$.

476. $(n^4-4):(n^2+2)$. 476. $(n^4-4):(n^2-2)$.
477. $(n^6+8):(n^2+2)$. 477. $(n^6-8):(n^2-2)$.
478. $(n^4-9):(n^2-3)$. 478. $(n^4-9):(n^2+3)$.
479. $(n^6-27):(n^2-3)$. 479. $(n^6+27):(n^2+3)$.
480. $(x^3-y^3):(x^2+xy+y^2)$. 480. $(x^3+y^3):(x^2-xy+y^2)$.
481. $(a^4-b^4):(a-b)$. 481. $(a^4-b^4):(a+b)$.
482. $(a^5+b^5):(a+b)$. 482. $(a^5-b^5):(a-b)$.
483. $(32x^5-y^5):(2x-y)$. 483. $(32x^5+y^5):(2x+y)$.
484. $(x^5+32y^5):(x+2y)$. 484. $(x^5-32y^5):(x-2y)$.
485. $(16-x^4):(2+x)$. 485. $(16-x^4):(2-x)$.
486. $(81-x^4):(3-x)$. 486. $(81-x^4):(9+x^2)$.
487. $(16-9x^4):(4-3x^2)$. 487. $(16-9x^4):(4+3x^2)$.
488. $(81-4x^4):(9+2x^2)$. 488. $(81-4x^4):(9-2x^2)$.
489. $(a^6-b^6):(a-b)$. 489. $(a^6-b^6):(a^3-b^3)$.
490. $(a^6b^6-c^6):(ab+c)$. 490. $(a^6b^6-c^6):(a^2b^2-c^2)$.
491. $(1+a^5y^5):(1+ay)$. 491. $(1-a^5y^5):(1-ay)$.
492. $(a^6+b^3):(a^2+b)$ 492. $(a^6-b^3):(a^2-b)$.
493. $(y^4-z^{12}):(y-z^3)$. 493. $(y^4-z^{12}):(y^2+z^6)$.
494. $(x^8-y^{12}z^4):(x^2-y^3z)$. 494. $(x^8-y^{12}z^4):(x^4+y^6z^2)$.
495. $(a^3b^6-8c^6d^3):(ab^2-2c^2d)$.
495. $(a^3b^6+8c^6d^3):(ab^2+2c^2d)$.
496. $(81a^8-16c^{12}):(3a^2-2c^3)$.
496. $(81a^8-16c^{12}):(9a^4+4c^6)$.
497. $[(a+b)^2-c^2]:[(a+b)-c]$.
497. $[(a+b)^2-c^2]:(a+b+c)$.
498. $[x^2-(a-b)^2]:(x+a-b)$.
499. $[(a-b)^2-(c-d)^2]:(a-b-c+d)$.
500. $[(m+n)^3+p^3]:(m+n+p)$.
501. $[x^3-(b-c)^3]:(x-b+c)$.
502. $[(m-n)^4-p^4]:(m-n+p)$.
503. $[a^4-(x-y)^4]:(a+x-y)$.

504. $[x^4-(b+c)^4]:(x-b-c)$

505. $\left(\frac{1}{4}a^4-\frac{1}{9}b^4\right):\left(\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{3}b^2\right).$

506. $\left(\frac{1}{27}x^3+\frac{1}{8}y^6\right):\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y^2\right).$

507. $\left(\frac{27}{8}n^6-\frac{1}{27}p^3\right):\left(\frac{3}{2}n^2-\frac{1}{3}p\right).$

508. $\left(1+\frac{8}{27}z^6\right):\left(1+\frac{2}{3}z^2\right).$

509. $\left(\frac{27}{125}-\frac{1}{8}z^6\right):\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{2}z^2\right).$

510. $\left(\frac{16}{81}x^4-\frac{81}{16}y^4\right):\left(\frac{2}{3}x+\frac{3}{2}y\right).$

511. $[(a+b)^3+(a-b)^3]:2a.$

512. $[(x^3+xy)^4-(x^3-xy)^4]:2xy.$

513. $[(a^2-bc)^3+8b^3c^3]:(a^2+bc).$

514. $[(a-b)^3-(c+d)^3]:(a-b-c-d).$

ГЛАВА III.
РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ.

Для разложения на множители существуют следующие основные приёмы: 1) вынесение общего множителя за *скобки*, 2) группировка, 3) применение формул сокращенного умножения и деления.

§ 1. Вынесение за скобки.

Многочлен вида $am+bm$ можно рассматривать как результат умножения многочлена $a+b$ на общий множитель m; поэтому можно написать:

$$am+bm=m(a+b).$$

Это преобразование носит название *вынесения общего множителя за скобки.*

Например:

$$12a^2b^3c-6a^2b^4-24a^2b^2c^2=6a^2b^2(2bc-b^2-4c^2).$$

Здесь за скобки вынесен общий множитель $6a^2b^2$, а в скобках написано частное от деления данного многочлена на вынесенный за скобки одночлен.

Разложить данные многочлены на множители:

1. $5a - 5b$. 2. $ab + bc$. 3. $6a - 9b$ 4. $3ax + 6ay$

5. $2x - 2$. 6. $6 + 3x$. 7. $a^2 + ab$. 8. $a^5 - a^3$.

9. $a^2b^2 + b^4$. 10. $a^3b^4 - a^6$. 11. $a^2x^5 + ax^6$. 12. $a^2x^6 + x^4y^2$

13. $4ab - 2bc$. 14. $9a^4 - a^3b$. 15. $10a^4x^2 + 35a^2x^4$

16. $12a^6x^4 - 4a^3x^2$. 17. $6a^{n+1} + 12a^n$ 18. $3a^{n-2} - 6a^n$.

19. $a^{m+n} - a^n$. 20. $b^{3n} + b^{2n}$. 21. $b^{3n-1} - b^{2n-1}$.

22. $a^{2n}b^n + a^{5n}b^{2n}$. 22. $a^nb^{3n} - a^{2n}b^n$.

23. $ax - bx + cx$. 23 $-ax + bx - cx$.

24. $-2a + ax - ay$. 24. $2a - ax + 3ay$.

25. $3ab - 6a^2b^2 + 9a^3b^3$. 25. $-2a^3b^3 + 4a^2b^2 - 6ab$.

26. $-8a^3b + 12a^2b^2 - 20a^4b^3$. 26 $9a^5b^2 - 6a^3b^3 + 15a^2b^5$.

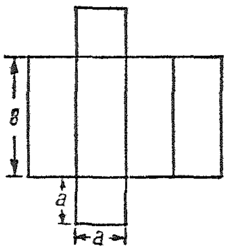
27. $8a^4c^3 - 6a^2c^2 + 16a^3c^4$. 27 $-16a^4c^3 - 12a^2c^4 - 20a^3c^2$

28. $-15a^5c^7 + 5a^3c^6 - 10a^9c^5$. 28 $24a^5c^6 - 16a^9c^7 - 40a^{10}c^5$

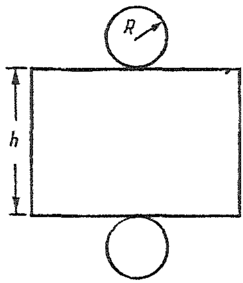
29. $54a^8b^5 - 42a^5c^3 - 24a^4b^7$. 29 $35a^5b^4 - 40a^3c^4 + 15a^2b^3$

30. На чертеже 4 дана развертка полной поверхности призмь с квадратным основанием. Вычислить площадь этой развёртки и разложить полученное выражение на множители.

30. На чертеже 5 дана развертка полной поверхности цилиндра. Составить выражение для её площади и разложить его на множители



Черт 4.



Черт. 5.

§ 2. Вынесение за скобки многочленного множителя.

В многочлене $a(m + n) + b(m + n)$ двучлен $m + n$ служит общим множителем его членов. Вынося этот общий множитель за скобки, получаем:

$$a(m + n) + b(m + n) = (m + n)(a + b).$$

Разложить на множители.

31. $a^2(a+x)+x^2(a+x)$. 32. $2p(p-q)+3q(p-q)$.

33. $a(x+1)-2x(x+1)$. 34. $2(p-1)^2-4q(p-1)$.

35. $mn(m^2+n^2)-n^2(m^2+n^2)$.

36. $4m^2(n^2-2)+2mn(n^2-2)$.

37. $a(x+y)+x+y$. 38. $2b(x-1)+x-1$.

39. $2a(y+1)-y-1$. 40. $b(x-y)-x+y$.

41. $4x(a^n+x^n)-a^n-x^n$. 42. $3a(a^n-y^n)-y^n+a^n$.

43. $m(q-p)-(p-q)$. 44. $6a(2p-q)+3b(q-2p)$

45. $p(1-a+a^2)-1+a-a^2$.

46. $q(b^3+b^2-b)+b^3+b^2-b$.

47. $2(p-q)^2-5q(q-p)$. 48. $3p(p-q)-5(q-p)^2$.

49. $a(b-1)+c(1-b)-b+1$.

50. $a(2-x^2)+b(x^2-2)-2+x^2$.

51. $(4a-5b)(3m-2p)+(4b-a)(3m-2p)$.

51. $(4a+5b)(3p-2m)-(4b+a)(3p-2m)$.

52. $(5a-2b)(2m+3p)-(2a-7b)(2m+3p)$.

52. $(2a-5b)(2p+3m)+(4a-7b)(2p+3m)$.

53. $(7a-3x)(5c-2d)-(6a-2x)(5c-2d)$.

54. $(4a-3x)(5c+2d)-(6a-4x)(5c+2d)$.

К разложению на множители способом вынесения за скобки можно отнести также преобразования, состоящие в вынесении за скобки одного из членов многочлена, не являющегося общим множителем всех членов этого многочлена. Например, выражение $a+b$ может быть представлено в виде

$$a+b=a\left(1+\frac{b}{a}\right).$$

В следующих многочленах вынести первый член за скобки:

55. $m+n$. 55. $m-n$. 56. $a+b+c$. 56. $a+b-c$.

57. $x^2+y^2-z^2$. 57. $x^2-y^2+z^2$.

58. $am+ab+mn$. 58. $am-ab-mn$.

§ 3. Способ группировки.

В многочлене $am+bm+an+bn$ нет множителя, которы входил бы в состав *каждого* члена. Но первые два члена обра зуют группу членов, имеющих общий множитель m, а вторы два члена образуют группу членов, имеющих общий множи тель n. Если мы из первых двух членов вынесем за скобк множитель m, а из вторых двух членов — множитель n, то дан ный многочлен преобразуется в двучлен:

$$m(a+b)+n(a+b),$$

члены которого имеют общий множитель $(a+b)$; в силу этог данный многочлен может быть окончательно представлен в вид

$$(a+b)(m+n),$$

т. е. разложен на множители.

Этот способ разложения многочлена на множители назы вается *способом группировки.* Он применяется в том случае когда члены многочлена могут быть соединены в такие группы в каждой из которых все члены имеют *один и тот же* общи множитель. Если после вынесения общего множителя все членов каждой группы за скобки оказывается, что все много членные множители, заключённые в скобки, одинаковы, то вынося этот общий многочленный множитель за скобки, пред ставляют данный многочлен в виде произведения двух множи телей.

Общий множитель двух членов каждой группы может быт вынесен за скобки со знаком $+$ или со знаком $-$. При выбор знака стремятся к тому, чтобы многочленные множители заключённые в скобки, оказались одинаковыми.

59. $ac+ad+bc+bd.$

60. $ac-ad-bc+bd.$

61. $x^3-x^2z+2xz^2-2z^3.$

62. $x^3+x^2z-2xz^2-2z^3.$

63. $a^3+2a^2+2a+4.$

64. $a^3+2a^2-2a-4.$

65. $a^2b^3-abc^2d+ab^2cd-c^3d^2.$

65. $a^2b^3+abc^2d+ab^2cd+c^3d^2.$

66. $a^3b+a^2cd-abcd-c^2d^2.$

67. $56a^2-40ab+63ac-45bc.$

59. $ac-ad+bc-bd.$

60. $ac+ad-bc-bd.$

61. $x^3+x^2z+2xz^2+2z^3$

62 $x^3-x^2z-2xz^2+2z^3$

63. $a^3-2a^2+2a-4.$

64. $a^3-2a^2-2a+4.$

68. $8a^2c - 6a^2x - 8cx^3 + 6x^4$.

69. $32ac^2 + 15cx^2 - 48ax^2 - 10c^3$.

70. $4a^2bc - 6ab^2c + 8a^2bd - 12ab^2d$.

71. $6a^3b^2 - 12a^3b^3 - 15a^2b^3 + 30a^2b^4$.

72. $2a^3b^2 + 3abc^2d - 2a^2bcd - 3c^3d^2$.

73. $5a^2b^3 - 2ab^2cd - 5abc^2d + 2c^3d^2$.

74. $16a^4b^3c^2 - 12a^3b^4 + 8a^2b^3c^2 - 6ab^4$.

75. $6a^4bc - 18a^5b^3c - 15a^2b^2 + 45a^3b^4$.

76. $ax^2 + bx^2 + bx + ax + a + b$.

77. $ax^2 - bx^2 + bx - ax + a - b$.

78. $ax^2 - bx^2 + ax - cx^2 - bx - cx$.

79. $ax^2 - bx^2 - ax + cx^2 + bx - cx$.

80. $(ax + by)^2 + (ay - bx)^2 + c^2x^2 + c^2y^2$.

81. $(ay + bx)^3 + (ax + by)^3 - (a^3 + b^3)(x^3 + y^3)$.

82. $x^3 + ax^2 + abx + bx^2 + bcx + acx + cx^2 + abc$.

83. $x^3 - cx^2 + acx - ax^2 - bcx + bx^2 - abx + abc$.

§ 4. Применение формул сокращённого умножения.

Каждая из формул сокращённого умножения (стр. 44) есть вместе с тем формула разложения *многочлена на множители*. В самом деле, если многочлен имеет вид:

1) $a^2 \pm 2ab + b^2$; 2) $a^2 - b^2$; 3) $a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$,

то он может быть представлен в виде произведения:

1) $(a \pm b)^2$; 2) $(a + b)(a - b)$; 3) $(a \pm b)^3$;

1) $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$;

2) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$;

3) $a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3$.

Разложить на множители по формулам сокращённого умножения:

84. $4 - x^2$. 84. $x^2 - 4$. **85.** $x^2 - 9$. 85. $9 - y^2$.

86. $25 - a^2$. 86. $a^2 - 25$. **87.** $b^2 - 36$. 87. $36 - b^2$.

88. $a^2b^2 - 100$.
89. $1 - 4c^2$.
90. $9x^2 - 1$.
91. $m^2 - 16n^2$.
92. $49x^2 - y^2$.
93. $4m^2 - 9n^2$.
94. $a^2 + 6a + 9$.
95. $m^2 - 10m + 25$.
96. $p^2 + 4pq + 4q^2$.
97. $x^2 - 8xy + 16y^2$.
98. $z^2 + 14z + 49$.
99. $25a^2 - 36b^2$.
100. $16c^2 - 81a^2$.
101. $a^4 - 2a^2x + x^2$.
102. $b^2 + 2bc^3 + c^6$.
103. $m^8 - 6m^4y^3 + 9y^6$.
104. $4p^{12} - 20p^6z^5 + 25z^{10}$.
105. $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.
106. $n^3 - 6n^2p + 12np^2 - 8p^3$.
106. $n^3 + 6n^2p + 12np^2 + 8p^3$.
107. $27p^3 + 27p^2y + 9py^2 + y^3$.
107. $27p^3 - 27p^2y + 9py^2 - y^3$.
108. $8x^3 - 60x^2z + 150xz^2 - 125z^3$.
108. $8x^3 + 60x^2z + 150xz^2 + 125z^3$.

88. $100 - a^2b^2$.
89. $4c^2 - 1$.
90. $1 - 9x^2$.
91. $16n^2 - m^2$.
92. $y^2 - 49x^2$.
93. $9n^2 - 4m^2$.
94. $a^2 - 6a + 9$.
95. $m^2 + 10m + 25$.
96. $p^2 - 4pq + 4q^2$.
97. $x^2 + 8xy + 16y^2$.
98. $z^2 - 14z + 49$.
99. $36a^2 - 25b^2$.
100. $81c^2 - 16d^2$.
101. $a^2 + 2ax^2 + x^4$.
102. $b^6 - 2b^3c + c^2$.
103. $m^6 + 6m^3y^4 + 9y^8$.
104. $4p^{10} - 20p^5z^6 + 25z^{12}$.
105. $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

§ 5. Применение формул сокращённого деления.

Формулы сокращённого деления дают возможность разложить на множители некоторые многочлены. Например:

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

или

$$a^5 \pm b^5 = (a \pm b)(a^4 \mp a^3b + a^2b^2 \mp ab^3 + b^4).$$

Разложить на множители по формулам сокращённого деления:

109. a^3-b^3.	109. a^3+b^3.
110. m^3+1.	110. m^3-1.
111. n^3-8.	111. n^3+8.
112. $27+c^3$.	112. c^3-27.
113. x^5-y^5.	113. x^5+y^5.
114. $27x^3-8y^3$.	114. $8x^3+27y^3$.
115. x^7+y^7.	115. $32a^5-b^5$.
116. $125a^3x^6+216b^6y^3$.	116. $216a^6x^3-125b^3y^6$.
117. $243m^5y^5-32n^{10}z^{10}$.	117. $32n^5y^5+243m^{10}z^{10}$.
118. $32p^5z^{10}+243q^{10}$.	118. $243p^{10}z^5-32q^5u^{10}$.

§ 6. Применение всех изложенных способов разложения многочленов на множители.

119. $10a^4b^2-40a^2b^4$.	119. $90a^3b^2-10ab^4$.
120. $75a^6b-12a^2b^5$.	120. $12a^6b-75a^2b^5$.
121. $2ab^2-4ab+2a$.	121. $3ab^2+6ab+3a$.
122. $a^3b^4+4a^3b^2+4a^3b^3$.	122. $ab^7-4ab^5+4ab^3$.

123. $-8a^3x-18ax^3+24a^2x^2$.

123. $-27a^3x-12ax^3+36a^2x^2$.

124. $-16a^3x^8+72a^4x^7-81a^5x^6$.

124. $-9a^6x^5+48a^7x^4-64a^8x^3$.

125. $(2a-3b)^2-4b^2$.	125. $9a^2-(2a+3b)^2$.
126. $16c^2-(3c+5d)^2$.	126. $(5c-3d)^2-25d^2$.
127. $9(5m-4p)^2-64m^2$.	127. $100m^2-9(3m-2p)^2$.
128. $(n+3q)^2-4(q-n)^2$.	128. $16(n+q)^2-(3q-n)^2$

129. $5a^{11}x^5-20a^8x^4y+20a^5x^3y^2$.

130. $3a^6x^{10}+30a^4x^5y^2+75a^2y^4$.

131. $a^{2m+3}-2a^{m+6}b^n+a^9b^{2n}$.

132. $36a^{n+2}+16a^{n-2}b^2+48a^nb$.

133. $x^2+2xy+y^2-z^2$.
134. $9-y^2-6yz-9z^2$.
135. $25z^2-4x^2+12xy-9y^2$.
136. $4y^2-20yz+25z^2-36$.
137. $a^3+a^2b-ab^2-b^3$.
138. $ac^2-ab^2+b^2c-c^3$.
139. $(a-b)(a^2-c^2)-(a-c)(a^2-b^2)$.
140. $a^2b^4c^2-a^2b^2c^4+a^4b^2c^2-a^4c^4$.
141. $a^4-b^2(2a-b)^2$.
142. $a^4-16c^2(c-a)^2$.
143. $(a-2b)^2+2b(a-2b)+b^2$.
144. $(2a-b)^2-2b(b-2a)+b^2$.
145. $(m^2+1)^2-4m^2$.
146. $36m^2-(m^2+9)^2$.
147. $(m^2+4m)^2-4$.
148. $9-(m^2+6m)^2$.
149. $(p+q)^3-3(p+q)^2(p-q)+3(p+q)(p-q)^2-(p-q)^3$.
150. $(p-2q)^3+3(p-2q)^2(p+q)+3(p-2q)(p+q)^2+$ $+(p+q)^3$.
151. a^5-9ab^4.
152. $4n^6-m^4n^2$.
153. a^3b-b^4.
154. $2m^4+2mn^3$.
155. $3a^4-12$.
156. $16-2a^6$.
157. $24a^4+3ab^3$.
158. $81a^4b-36b^5$.

159. Составить выражение площади кольца, если радиус внешнего круга R, а внутреннего r, и разложить его на множители.

159. Найти площадь квадратной рамы, если сторона внутреннего квадрата равна a, а внешнего b, и полученное выражение разложить на множители.

160. Выразить вес чугунной трубы через длину её l, внешний диаметр a и внутренний b (удельный вес чугуна $d=7{,}2$) и полученное выражение разложить на множители.

161. a^3-a.
162. $6(a^2-b^2)-4(a-b)$.
163. x^4-y^4.
164. $2m^4p-m^2p^2-m^6$.
165. $-x^3-x+2x^2$.
166. $a^2b^5-1000a^5b^2$.
167. $24x^5-3x^2$.
168. $a^2-ab-b-1$.
169. $4(x-2)^2+9+12(x-2)$.
170. $a^2-b^2+x^2-y^2+2(ax-by)$.
171. $m^2+2mn+n^2-mp-np$.
172. $mp-np-m^2+2mn-n^2$.
173. $x^6z^2-2x^4y^2z^2+x^2y^4z^2$.

174. $x^2y^4z^2 - x^4y^2z^2 - x^2y^2z^4 + x^4z^4$. 175. $u^2 + 3u^3 - u^4 - 3u$

176. $u^4 + u^3 + u + 1$.

177. $x^2 + 2xy + y^2 - z^2 + 2zu - u^2$.

178. $(x^2 + xy - y^2)^2 - (x^2 - xy + y^2)^2$.

179. $2a^2b - 18b^7 + 12b^4 - 2b$.

180. $(a^3 + 1)^2 - (b^3 - 1)^2$. 181. $m^3 + 8 + 6m^2 + 12m$.

182. $m^3 - 8 + 6m^2 - 12m$. 183. $a^5 - a^4 + a^2 - 1$.

184. $a^5 + a^3 - a^2 - 1$.

185. $x^3 - 27a^3 - 9ax^2 + 27a^2x$.

186. $(a + x)^3 - (a - x)^3$. 187. $x^4 + 2ax^3 - a^4 - 2a^3x$.

188. $(a + x)^4 - (a - x)^4$ 189. $(a^6 + b^2)^2 - 4a^6b^2$.

190. $4a^6b^4 - (a^6 + b^4)^2$. 191. $x^4 + x^2y^2 + y^4$.

192. $3x^4y^4 - x^8 - y^8$. 193. $x^8 + x^4 + 1$.

194. $3x^6 - x^{12} - 1$. 195. $x^6 - y^6$.

196. $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$. 197. $(c^2 - a^2 - b^2)^2 - 4a^2b^2$

198. $a^2b^2 + c^2d^2 - a^2c^2 - b^2d^2 - 4abcd$.

199. $a^2c^2 + b^2d^2 - b^2c^2 - a^2d^2 + 4abcd$.

200. $a^8 + a^4b^4 + b^8$.

201. $(a + x)^{m+1}(b + x)^{n-1} - (a + x)^m(b + x)^n$.

202. $x^3 + x^2 + 2xy + y^2 + y^3$.

203. $a^3 + a^2 - 2ab + a - b + b^2 - b^3$.

204. $(x - 1)(x - 2)(x - 3) + (x - 1)(x - 2) - (x - 1)$.

205. $a^{n+6} + a^nb^{12} - 2a^{n+3}b^6$.

206. $a^2(a - 2) + 4a(2 - a) + 4(a - 2)$.

207. $(x - y^2)^2 + 2xz^3 - 2y^2z^3 + z^6$.

208. $a^2x^5(a^3 - x) - a^5x^2(x^3 - a)$.

209. $2a^2 - a^2b + (b - 2)(ab - a)^2$.

210. $a^{5n} + 2a^{4n} + 2a^{3n} + 2a^{2n} + a^n$.

211. $4(ad + bc)^2 - (a^2 - b^2 - c^2 + d^2)^2$.

212. $(c^2 - b^2 + d^2 - a^2)^2 - 4(ab - cd)^2$.

213. $bc(b - c) + ac(c - a) + ab(a - b)$.

214. $bc(b+c)+ac(c-a)-ab(a+b)$.

215. $a^6-a^5-a^2+a$.

216. $a^{12}+a^{10}-a^7+2a^6-a^5-2a^{11}$.

217. $x(x^3-a^3)+ax(x^2-a^2)+a^3(x-a)$.

218. $(a-x)y^3-(a-y)x^3+(x-y)a^3$

§ 7. Общий наибольший делитель.

Общим наибольшим делителем нескольких целых одночленов называется тот из всех их общих делителей, который делится на *каждый* из остальных общих делителей этих одночленов.

Для того чтобы найти общий наибольший делитель нескольких целых одночленов (с целыми коэфициентами), достаточно найти общий наибольший делитель всех коэфициентов и затем последовательно приписать к нему каждый из общих буквенных множителей с наименьшим показателем, с которым этот множитель входит в данные одночлены.

Для того чтобы найти общий наибольший делитель нескольких целых многочленов (с целыми коэфициентами), необходимо предварительно разложить эти многочлены на множители.

Найти общий наибольший делитель следующих выражений:

219. ab и ac. 220. $21x^2y^4z^8$ и $32x^5y^3z^4$.

221. $9a^2b^7c^3$, $12a^3bc^4$ и $21a^2c^5$.

222. $32a^mb^{2n}$, $8a^{2m}b^n$ и $26a^{2m}b^{2n}$.

223. $6a^{2n}b^{2m-1}$, $12a^{n+1}b^{m+2}$ и $9a^5b^m$.

224. $4(m+n)^2$ и $6(m+n)$. 225. $ab+bp$ и bc.

226. n^2-np и abn^3. 227. $10ab-5a$ и $34bc-17c$.

228. $24a^2+36ab-48ac$ и $30a^3+45a^2b-60a^2c$.

229. $4(a+1)^2$ и $6(a^2-1)$. 230. $9(x^2-y^2)^2$ и $6(x^4-y^4)$.

§ 8. Общее наименьшее кратное.

Общим наименьшим кратным нескольких целых одночленов называется то из всех общих кратных этих одночленов, на которое делится к а ж д о е общее кратное их.

Для того чтобы найти общее наименьшее кратное нескольких целых одночленов (с целыми коэфициентами), достаточно найти общее наименьшее кратное всех коэфициентов и затем последовательно приписать к нему каждый из буквенных множителей, входящих, по крайней мере, в один из данных одночленов, с наибольшим из всех показателей, с которым этот множитель входит в какой-либо из одночленов.

Для того чтобы найти общее наименьшее кратное нескольких целых многочленов (с целыми коэфициентами), необходимо предварительно разложить эти многочлены на множители.

Найти общее наименьшее кратное следующих выражений:

231. ab и bc. 231. ab и ac.

232. $25a^3b^4c^5$ и $20a^5b^2c^6$. 232. $48a^5b^4c^3$ и $72a^3b^5c^7$.

233. $a(a+b)$ и $b(a+b)$. 233. $a(a-b)$ и $c(a-b)$.

234. $(a+b)(c+d)$ и $(a+b)(c-d)$.

234. $(a-b)(c+d)$ и $(a-b)(c-d)$.

235. a^2-x^2 и $(a-x)^2$.

235. a^2-x^2 и $(a+x)^2$.

236. x^2-4y^2 и $x^2-4xy+4y^2$.

237. a^3-b^3 и a^2-b^2.

238. $a^3+a^2b+ab^2+b^3$ и a^3+b^3.

239. x^2-4 и x^3+2x^2+4x+8.

240. ab, ac и cd.

241. $4a^2b^2x$, $6ab^3x^2$ и $18a^2bx^3$.

242. $20a^2x^n$, $15a^3x^{n-1}$ и $10ax^{n+1}$.

243. $42a^mx^{2n}$, $35a^{m-1}x^{n+1}$ и $14a^{m-2}x^{n-3}$.

244. $x+y$, $(x-y)^2$ и x^2-y^2.

245. x^2-y^2, $(x+y)^2$ и x^3+y^3.

246. a^4, $2a-1$ и $4a^2-1$.

247. $8ab+16b^2$, $a^2b+4ab^2+4b^3$ и a^3.

248. $x-1$, x^2-x+1 и x^3+1.

249. a^3-a^2+a-1, a^3+a^2+a+1 и a^4-1.

250. a^3-1, a^3+1 и a^4+a^2+1.

251. x^2-4, x^3+8 и x^2+2x+4.

252. x^3-27, x^3+27 и x^4+9x^2+81.

ГЛАВА IV.

ДРОБИ.

Все преобразования дробей и действия над дробями в ал- бре выполняются по тем же правилам, что и в арифметике

§ 1. Сокращение дробей.

Для того чтобы сократить дробь, достаточно числитель и зменатель её разложить на множители и затем разделить слитель и знаменатель либо сразу на их общий наибольший литель, либо последовательно на каждый общий делитель.

Сократить следующие дроби:

1. $\frac{6}{2a}$. 1. $\frac{10}{5a}$. 2. $\frac{ab^2}{abc}$. 2. $\frac{a^2b}{abc}$.

3. $\frac{9ax}{15a^2}$. 3. $\frac{8a^2}{12ax}$. 4. $\frac{15ax^2}{35bx^3}$. 4. $\frac{9ax^3}{6b^2x^2}$.

5. $\frac{12a^4b^2x}{18a^2b^2y}$. 5. $\frac{18a^2b^4y}{24a^3b^2x}$. 6. $\frac{20a^3b^4c^3}{48a^4b^7c^6}$. 6 $\frac{36a^4b^8c^5}{30a^7b^4c^3}$.

7. $\frac{a^nb^{m-n}}{a^{m+n}b^n}$. 7. $\frac{a^mb^{m+n}}{a^{n-m}b^m}$. 8. $\frac{30a^{2n-1}b^{2n+2}}{25a^{n+2}b^{3n+2}}$. 8. $\frac{70a^{3n+1}b^{3n-1}}{21a^{2n}b^{2n+1}}$.

9. $\frac{a^2-2ab}{ab-2b^2}$. 9. $\frac{2ab+b^2}{ab+2a^2}$. 10. $\frac{2x^2+4xy}{3xy+6y^2}$. 10. $\frac{10x^2-2xy}{15xy-3y^2}$.

11. $\frac{42a^3-30a^2b}{35ab^2-25b^3}$. 11. $\frac{14a^5+7a^4b}{10ab^3+5b^4}$.

12. $\frac{12x^4+27x^3y}{16x^3y+36x^2y^2}$. 12. $\frac{39x^2y^3-36xy^4}{65x^3y-60x^2y^2}$.

13. $\frac{20a^3b+12a^2b-24a^2c}{25ab^2+15b^2-30bc}$. 13. $\frac{27a^5c^2+6a^4bc^2-9a^4c^2}{72a^2b^2c+16ab^5c-24ab^2c}$.

14. $\frac{3x^4c+5x^3yc-2x^3c^2}{2xy^2c^2-3x^4y^2c-5xy^3c}$. 15. $\frac{a-b}{a^2-b^2}$.

16. $\frac{2a+1}{4a^2-1}$. 17. $\frac{x^2-y^2}{xz-yz}$. 18. $\frac{x^3-3x^2}{x^2-9}$.

19. $\frac{4a^2-2ab}{12a^2-3b^2}$. 20. $\frac{7a^3b+7ab^3}{a^4-b^4}$. 21. $\frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$.

22. $\frac{(a+1)^3}{a^3-a}$. 23. $\frac{x^3+y^3}{2(x+y)^2}$. 24. $\frac{y^4-x^4}{xy^2+x^3}$.

25. $\frac{x^6-y^6}{x^3-y^3}$. 26. $\frac{2x+4}{3x^3+24}$. 27. $\frac{16a^3-36ab^2}{6ab-9b^2}$.

28. $\dfrac{243a^6b^3 - 675a^4b^5}{9a^2b^2 - 15ab^3}$.

29. $\dfrac{x^3 + x^2y}{x^2 + 2xy + y^2}$.

30. $\dfrac{12x^2 - 8xy}{9x^2 - 12xy + 4y^2}$.

31. $\dfrac{a^2 + 2ab + b^2}{a^4 - b^4}$.

32. $\dfrac{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}{a^2x + abx}$.

33. $\dfrac{x - xy + z - zy}{1 - 3y + 3y^2 - y^3}$.

34. $\dfrac{20a^5x^2 + 16a^3bx^2}{75a^4b + 120a^2b^2 + 48b^3}$.

35. $\dfrac{ac + bx + ax + bc}{ay + 2bx + 2ax + by}$.

36. $\dfrac{3a^3 + ab^2 - 6a^2b - 2b^3}{9a^5 - ab^4 - 18a^4b + 2b^5}$.

37. $\dfrac{3ac^2 + 3bc^2 - 3ab^2 - 3b^3}{6ac^2 + 6bc^2 - 6ab^2 - 6b^3}$.

38. $\dfrac{a^5 - ba^4 - ab^4 + b^5}{a^4 - ba^3 - a^2b^2 + ab^3}$.

39. $\dfrac{ab(x^2 + y^2) + xy(a^2 + b^2)}{ab(x^2 - y^2) + xy(a^2 - b^2)}$.

40. $\dfrac{x^2 - (a - b)x - ab}{x^3 + bx^2 + ax + ab}$.

41. $\dfrac{(x + a)^2 - (b + c)^2}{(x + b)^2 - (a + c)^2}$.

42. $\dfrac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9}$.

43. $\dfrac{x^2 + 10x + 25}{x^2 - 25}$.

44. $\dfrac{a^2 + 2a + 2}{(a + 1)^4 - 1}$.

45. $\dfrac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^5 - 2x^3 + x}$.

46. $\dfrac{a^2x - a(nx - x)}{an^2 - a^3 - 2a^2 - a}$.

47. $\dfrac{x^3y^2 - x^5y^2}{(1 - xy)^2 - (x - y)^2}$.

48. $\dfrac{x^4 + (2b^2 - a^2)x^2 + b^4}{x^4 + 2ax^3 + a^2x^2 - b^4}$.

49. $\dfrac{x^2 + (a + b + c)x + (a + b)c}{a^2 + 2ab + b^2 - x^2}$.

50. $\dfrac{a^3c - 2a^2c^2 + ac^3 - ab^2c}{(a^2 + c^2 - b^2)^2 - 4a^2c^2}$.

§ 2. Приведение дробей к общему знаменателю

Общим знаменателем двух или нескольких дробей служи общее наименьшее кратное знаменателей этих дробей. Состави общий знаменатель, делят его в отдельности на каждый и знаменателей и находят для каждой дроби дополнительны множитель. На этот дополнительный множитель умножаю числитель и знаменатель соответствующей дроби.

Привести к общему знаменателю следующие дроби:

51. $\dfrac{a}{b}$, $\dfrac{c}{d}$.

52. $\dfrac{b}{a^2}$, $\dfrac{c}{2ab}$,

53. $\dfrac{2a^2}{b^3}$, $\dfrac{3b^2}{a^2}$, $\dfrac{5ab}{c^3}$.

54. $\dfrac{3c^2}{4b^3d^2}$, $\dfrac{2a}{6b^2d^3}$, $\dfrac{5x}{b^5d}$.

55. a, $\dfrac{b^2}{a}$.

56. $\dfrac{b}{a}$, a^2, $\dfrac{c}{2a^2b^2}$.

57. $\dfrac{3a}{4b^4c^2}$, $\dfrac{b}{6a^4c^3}$, $\dfrac{c}{2a^2b^2}$, $\dfrac{1}{8abc}$.

58. $\frac{a}{a+b}$, $\frac{b}{a-b}$, $\frac{ab}{a^2-b^2}$. 59. $\frac{a}{a-b}$, $\frac{b^2}{a^2+ab}$, $\frac{a^3}{a^2b-b^3}$.

60. $\frac{3a}{x^3-ax^2}$, $\frac{2x}{x+2a}$, $\frac{5a}{x^3+ax^2-2a^2x}$.

61. $\frac{ab}{a^2-4}$, $\frac{a^2}{ab+2b}$, $\frac{b^2}{2a^2-a^3}$

62. $\frac{A}{a^2+5a+6}$, $\frac{B}{a^3+4a^2+3a}$, $\frac{C}{(a+1)^2+(a+1)}$, $\frac{D}{a^2+3a}$.

63. $\frac{A}{(a-b)(a-c)}$, $\frac{B}{(b-a)(b-c)}$, $\frac{C}{(c-a)c-b)}$.

64. $\frac{A}{(a+b)(a+d)}$, $\frac{B}{a^2+ac+cd+ad}$, $\frac{C}{a^2+bc+ab+ac}$.

65. $\frac{A}{(a-b)(b-c)(c-a)}$, $\frac{B}{(c-b)(ad-bd-a^2+ab)}$,

$\frac{C}{(a-d)(a-c)(b-a)(c-b)}$.

§ 3. Сложение и вычитание дробей.

Для того чтобы сложить или вычесть две дроби *с одинаковыми* знаменателями, достаточно составить дробь, у которой числитель равен соответственно сумме или разности числителей данных дробей, а знаменатель тот же, что и у данных дробей.

Для того чтобы сложить или вычесть дроби с различными знаменателями, надо сперва привести их к общему знаменателю.

66. $\frac{a}{3}+\frac{b}{3}$. 66. $\frac{a}{4}-\frac{b}{4}$. 67. $\frac{x}{m}-\frac{y}{m}$. 67. $\frac{x}{n}+\frac{y}{n}$.

68. $\frac{3x}{m}-\frac{2x}{m}+\frac{x}{m}$. 68. $\frac{x}{n}+\frac{2x}{n}-\frac{5x}{n}$.

69. $\frac{1}{a}+\frac{1}{2a}$. 69. $\frac{1}{a}+\frac{1}{3a}$. 70. $\frac{x}{15a}+\frac{y}{3}$. 70. $\frac{x}{4}-\frac{y}{12b}$.

71. $\frac{m}{p^3q^2}-\frac{1}{p^2q^3}$. 71 $\frac{1}{p^5q^4}-\frac{n}{p^4q^5}$.

72. $\frac{3b}{5a^2}-\frac{a}{6b^2}-\frac{8c}{15ab}$. 72. $\frac{4a}{9b^3}-\frac{5b}{6a^3}+\frac{c}{10a^2b^2}$.

73. $\frac{a^{n-1}}{c^2x^{n-3}}-\frac{b^4z^n}{c^4x^{n-2}}-\frac{1}{acx^n}$. 73. $\frac{b^{n-1}}{c^3x^{n+1}}-\frac{a^3z^n}{b^2x^{n+1}}-\frac{1}{bcx^n}$.

74. $\frac{9a^n}{12b^6c^4}-\frac{5b^{n-2}}{15ab^5}+\frac{2c^{n-1}}{24ac^2}$. 74. $\frac{7b^n}{18ac^2}-\frac{3a^{n-2}}{5b^4c^6}-\frac{4c^{n-3}}{9a^4b^2}$.

75. $\frac{a^{n-1}}{4bc^{m-n}}+\frac{b^n}{3a^mc}-\frac{c^{m+1}}{2ab^{m+n}}$. 75. $\frac{b^{n+1}}{2ac^{m-n}}-\frac{a^{n-1}}{9b^{m+n}}-\frac{c^n}{3a^nb}$.

76. $\frac{a+b}{b}+\frac{a-b}{b}$; $\frac{x+y}{x}-\frac{x-y}{x}$.

76. $\frac{c+d}{3c}-\frac{c-d}{4c}$; $\frac{z+a}{6z}+\frac{z-a}{4z}$.

77.
$\frac{20a^2b+c^2}{10a^3b^2}+2ab^2-\frac{3}{2ab}$. **78.** $\frac{6-a^2}{6a}+\frac{a}{2}+\frac{2}{a}-\left(\frac{a}{3}+\frac{3}{a}\right)$.

79. $\frac{5a+3c}{9c}-\frac{a^2-bc}{2ac}-\frac{2a}{b}+\frac{4a-b}{2b}-\frac{3b-a}{6b}$.

80. $\frac{6c+5b}{6bc}+\frac{3a+5b}{15ab}-\frac{a-7c}{12ac}-\frac{4c-5b}{20bc}+\frac{3}{4a}$.

При сложении или вычитании дробей с многочленными знаменателями вычисления ведут в таком порядке: сначала подготовляют дроби для приведения к общему знаменателю, для чего разлагают знаменатели дробей на множители; найдя общий знаменатель, пишут его под общей чертой деления, а над нею пишут произведения числителей дробей на соответствующие дополнительные множители, соединяя эти произведения теми знаками сложения и вычитания, которыми были соединены данные дроби; после этого в полученном общем числителе раскрывают скобки и, если возможно, делают приведение подобных членов; наконец, испытывают, не допускает ли полученная дробь сокращения, и если допускает, то сокращают её на общий наибольший делитель её членов.

Например:

$$\frac{3}{a+1}+\frac{1}{1-a}-\frac{2a}{1-a^2}=\frac{3}{1+a}+\frac{1}{1-a}-\frac{2a}{(1+a)(1-a)}=$$
$$=\frac{3(1-a)+(1+a)-2a}{(1+a)(1-a)}=\frac{4-4a}{(1+a)(1-a)}=$$
$$=\frac{4(1-a)}{(1+a)(1-a)}=\frac{4}{1+a}.$$

Иногда при приведении дробей к общему знаменателю т буется изменить знак у одного из данных знаменателей. перемену всегда можно сделать, но вместе с этим нужно пе менить знаки у числителя или же, оставляя числитель пр ним, поставить перед самой дробью знак противоположный тому, с которым она была дана Например, имеем:

$$\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}+\frac{b}{b-a}-\frac{b}{b+a}=\frac{a^2+b^2}{(a+b)(a-b)}-\frac{b}{a-b}-\frac{b}{a+b}=$$

$$=\frac{a^2+b^2-b(a+b)-b(a-b)}{(a+b)(a-b)}=\frac{a^2-2ab+b^2}{(a+b)(a-b)}=$$

$$=\frac{(a-b)(a-b)}{(a+b)(a-b)}=\frac{a-b}{a+b}.$$

81. $\frac{b}{a-b}+\frac{a}{a+b}$. 81. $\frac{a}{a-b}-\frac{a}{a+b}$.

82. $\frac{x}{1-a^2}-\frac{x}{a^2+1}$. 82. $\frac{x}{a^3+1}+\frac{x}{a^3-1}$.

83. $\frac{a-b}{2(a+b)}+\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$. 83. $\frac{2a^2+b^2}{a^2-b^2}-\frac{a+b}{2(a-b)}$.

84. $\frac{2a+3x}{2a-3x}-\frac{2a-3x}{3x-2a}$. 84. $\frac{4a+x}{4a-x}+\frac{4a-x}{x-4a}$.

85. $\frac{a^3}{2(a+1)^3}-\frac{a^2}{(a+1)^2}+\frac{a}{2(a+1)}$.

86. $\frac{a}{a-b}+\frac{3a}{a+b}-\frac{2ab}{a^2-b^2}$.

87. $\frac{2}{2a+3}+\frac{3}{3-2a}+\frac{2a+15}{4a^2-9}$. 88. $\frac{2}{4a-3}+\frac{3}{4a+3}-\frac{16a-6}{16a^2-9}$.

89. $\frac{2}{a}+\frac{3}{b-2a}-\frac{2a-3b}{4a^2-b^2}$. 90. $\frac{a(16-a)}{a^2-4}+\frac{3+2a}{2-a}-\frac{2-3a}{a+2}$.

91. $\frac{1}{x-2}+\frac{3}{x+2}+\frac{2x}{(x+2)^2}$.

92. $\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x+2}+\frac{1}{x+3}$. 93. $\frac{5}{2a+2}-\frac{1}{10a-10}-\frac{24}{10a+15}$.

94. $\frac{a+b}{a-b}+\frac{a-b}{a+b}-\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$.

95. $\frac{1}{a^2-b^2}+\frac{1}{(a+b)^2}-\frac{1}{(a-b)^2}$.

96. $\frac{2}{a+4}-\frac{a-3}{a^2-4a+16}-\frac{a^2-9a}{a^3+64}$.

97. $\frac{1}{2a-3b}-\frac{2a+3b}{4a^2+6ab+9b^2}-\frac{6ab}{8a^3-27b^3}$.

98. $\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}+\frac{x-y}{x^2-xy+y^2}+\frac{2}{x^4+x^2y^2+y^4}$.

99. $\frac{2}{(x-a)(b-a)}-\frac{2}{(b-x)(a-b)}+\frac{3}{(x-a)(x-b)}$.

100. $\frac{a+2x}{3a-3x}-\frac{3c-a}{2a-2c}+\frac{a^2-cx}{a^2-ac+cx-ax}$.

101. $\frac{1}{a^2-7a+12}+\frac{2a-1}{a^2-4a+3}-\frac{2a-5}{(a^2-5a+4)(a-3)}$.

102. $\frac{a+1}{a^2-a-12}+\frac{a+4}{a^2+4a+3}-\frac{2(a-3)}{a^2-3a-4}$.

103. $\frac{(a+b)^2-c^2}{a^2-b^2+2bc-c^2}+\frac{a-b-c}{a+b-c}-\frac{a+b+c}{a-b+c}$.

104. $\frac{x^2-(y-z)^2}{(x+z)^2-y^2}+\frac{y^2-(x-z)^2}{(x+y)^2-z^2}+\frac{z^2-(x-y)^2}{(y+z)^2-x^2}$.

105. $\frac{1}{(m-n)(m-p)}+\frac{1}{(n-m)(n-p)}+\frac{1}{(p-m)(p-n)}$.

106. $\frac{a^2}{a^2-ab-ac+bc}+\frac{b^2}{b^2-ab+ac-bc}+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$.

107. $\frac{m+n}{(n-p)(p-m)}+\frac{n+p}{mp-m^2+mn-np}+\frac{p+m}{nm+np-n^2-mp}$.

108. $\frac{1}{a(a-b)(a-c)}+\frac{1}{b(b-a)(b-c)}+\frac{1}{c(c-a)(c-b)}$.

109. $\frac{a}{a^2-1}+\frac{a^2+a-1}{a^3-a^2+a-1}+\frac{a^2-a-1}{a^3+a^2+a+1}-\frac{2a^3}{a^4-1}$.

110. $\frac{a-b}{a+b}+\frac{b-c}{b+c}+\frac{c-a}{c+a}+\frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(a+b)(b+c)(c+a)}$.

111. $a^2+ab+b^2+\frac{b^3}{a-b}$.

112. $\frac{a-2n}{a^3+n^3}-\frac{a-n}{a^2n-an^2+n^3}-\frac{1}{an+n^2}$.

113. $\frac{1}{n-x}-\frac{3nx}{n^3-x^3}-\frac{x-n}{n^2+nx+x^2}$.

114. $\frac{a}{b+x}-\frac{bx}{b^2+x^2}+\frac{x^2}{b^2-x^2}-\frac{2bx^3}{b^4-x^4}$.

115. $\frac{x^{3n}}{x^n-1}-\frac{x^{2n}}{x^n+1}-\frac{1}{x^n-1}+\frac{1}{x^n+1}$.

116. $\frac{1}{(a-2)(a-3)}+\frac{2}{(a-1)(3-a)}+\frac{1}{(a-1)(a-2)}$.

117. $\frac{x^2-yz}{(x-y)(x-z)}+\frac{v^2+xz}{(y+z)(y-x)}+\frac{z^2+xy}{(z-x)(z+y)}$.

118. $\frac{a+b}{(b-c)(c-a)}+\frac{b+c}{(c-a)(a-b)}+\frac{c+a}{(a-b)(b-c)}$.

119. $\frac{yz}{bc}+\frac{(y-b)(z-b)}{b(b-c)}+\frac{(y-c)(z-c)}{c(c-b)}$.

120. $\frac{(a+b)(a^2+b^2-c^2)}{ab}+\frac{(b+c)(b^2+c^2-a^2)}{bc}+$

$$+\frac{(a+c)(a^2+c^2-b^2)}{ac}.$$

§ 4. Умножение дробей.

Для того чтобы перемножить две дроби, достаточно составить дробь, у которой числитель есть произведение числителей данных дробей, а знаменатель есть произведение знаменателей данных дробей. В произведении, если возможно, следует выполнить сокращение. Впрочем, сокращение, как и в арифметике, лучше производить до выполнения умножения. Например:

$$\frac{5a^2b}{3cd^3}\cdot\frac{9c^2d^3}{10ab^2}=\frac{5a^2b\cdot 9c^2d^3}{3cd^3\cdot 10ab^2}=\frac{3ac}{2b};$$

$$\frac{x}{1-a^2}\cdot\frac{a^3+1}{ax^2}=\frac{x(a+1)(a^2-a+1)}{(1-a)(1+a)ax^2}=\frac{a^2-a+1}{ax(1-a)}.$$

121. $\frac{a}{b}\cdot c.$ 121. $c\cdot\frac{b}{a}.$ 122. $\frac{1}{x}\cdot x$ 123. $\frac{4a^2}{b^2}\cdot 3b^2c^3.$

124. $2a^2b^3\cdot\left(-\frac{5c^2d}{a^2b^3}\right).$ 125. $4m^2x^3\cdot\left(-\frac{3a^2m^3}{8x^5}\right).$

126. $5(a+b)^6(a-b)^n\cdot\frac{2b}{10(a+b)^3(a-b)^{n-2}}.$

127. $-2b^nc^3(x-1)^n\cdot\frac{3c}{b^p(x-1)^{n-2}}.$

128. $\frac{2a}{3b}\cdot\frac{6bc}{5a^2}.$ 129. $\frac{5a^2b}{3cd}\cdot\frac{4b^2c}{15a^2}\cdot\frac{9c^2d}{16b^3}.$

130. $\frac{4a^{2n-1}b^2}{c^{p-n}a^3}\cdot\frac{3c^{n+p}d^m}{2a^2b^4}.$ 131. $\frac{a^{2n+2}}{a^{m-n}}\cdot\frac{b^{m+n}}{a^{m+3}}\cdot\frac{a^{n-3}}{b^{m+n}}.$

132. $\frac{3bx^2}{8(x+y)^4c^3}\cdot[-6(x+y)^2c^4x^3].$

133. $-\frac{12a^{n-2}(a+x)^2c^3}{a^3}\cdot\frac{5c^2}{3a^{n-4}(a+x)^3}.$

134. $\frac{4a^2b(n-2)^3}{9c^nd^3}\cdot\left[-\frac{3b^2d^3}{10a^m(n-2)^2}\right].$

135. $\frac{5}{2c^r}\cdot\left(-\frac{3c^nx^{p-1}}{10y^n}\right)\cdot\left(-\frac{2x^{p+2}}{7y^2}\right).$

136. $\frac{a+1}{b}\cdot\frac{4b^2}{a^2-1}.$ 136. $\frac{1-a}{3b^2}\cdot\frac{b^3}{1-a^2}.$

137. $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}\cdot\frac{3x}{x-y}.$ 137. $\frac{x+y}{4y^2}\cdot\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}.$

138. $-\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\cdot\left(-\frac{3a^2}{4a-4b}\right).$ 138. $-\frac{b^2-a^2}{a^2}\cdot\left(-\frac{b^2+a^2}{5a+5b}\right).$

139. $\frac{ab+ac}{bd-cd}\cdot\frac{ab-ac}{bd+cd}.$ 139. $\frac{ab-ad}{bc+cd}\cdot\frac{ab+ad}{bc-cd}.$

140. $-\frac{(x-y)^2}{(x+y)y^3}\cdot\frac{y}{(x+y)}$. 140. $\frac{(a+b)^2}{(a-b)b}\cdot\left[-\frac{b^3}{(a-b)^3}\right]$.

141. $\frac{x^3+y^3}{x-y}\cdot\frac{x+y}{x^3-y^3}$. 141. $\frac{a^3-b^3}{a+b}\cdot\frac{a-b}{a^3+b^3}$.

142. $\frac{a^2+ab}{a^2-b^2}\cdot\frac{a^3-b^3}{ab(a+b)}$. 142. $\frac{x^2-xy}{y(x+y)}\cdot\frac{x^3+y^3}{x^2-y^2}$.

143. $\frac{b^4-a^4}{a^2+2ab+b^2}\cdot\frac{a+b}{b^2-ab}$. 143. $\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2}\cdot\frac{x-y}{x^2+yx}$.

144. $\frac{b(a-c)}{a^2+2ac+c^2}\cdot\frac{a(c+a)}{a^2-2ac+c^2}$. 144. $\frac{a(b+c)}{b^2-2bc+c^2}\cdot\frac{b(c-b)}{b^2+2bc+c^2}$.

145. $\frac{2a(p^2-q^2)^2}{bp}\cdot\frac{p^3}{(p-q)(p+q)^2}$. 145. $\frac{3x(x^2-y^2)^2}{ay}\cdot\frac{a^3}{(x+y)(x-y)^2}$.

146. $\frac{x^2+xy+y^2}{x^3+3xy(x+y)+y^3}\cdot\frac{x^2-y^2}{x^3-y^3}$. 147. $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-ab+b^2}\cdot\frac{a^3+b^3}{a-b}$.

148. $\frac{x^2+(a+b)x+ab}{x^2-(a-c)x-ac}\cdot\frac{x^2-c^2}{x^2-a^2}$. 149. $\frac{1-a^2}{(1+ax)^2-(a+x)^2}\cdot\frac{x+x^2}{1-x}$.

150. $(a+b)\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$. 151. $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\cdot\left(\frac{c}{a}-\frac{c}{b}\right)$.

152. $\left(a+\frac{a^2}{c}\right)\cdot\left(a+\frac{bc}{a}\right)$. 153. $\left(\frac{a+x}{2x}\right)^2\cdot\left[-\left(\frac{a-x}{2x}\right)^2\right]$.

154. $\frac{ab}{a+b}\cdot\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)$. 155. $\left(1-\frac{a-b}{a+b}\right)\cdot\left(2+\frac{2b}{a-b}\right)$.

156. $\left(\frac{a+x}{a}-\frac{x-y}{x}\right)\cdot\frac{a^2}{x^2+ay}$. 157. $\frac{x^2+xy}{x^2+y^2}\cdot\left(\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y}\right)$.

158. $\left(\frac{x^2}{a^2}-\frac{x}{a}+1\right)\cdot\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{x}{a}+1\right)$.

159. $\left(\frac{x+y}{x}-\frac{2x}{x-y}\right)\cdot\frac{y-x}{x^2+y^2}$.

160. $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{a^2}{x^2}-\frac{a}{x}-\frac{x}{a}+1\right)\cdot\left(\frac{x}{a}-\frac{a}{x}\right)$.

161. $\frac{3x^2+3xy}{4xy+6ay}\cdot\left(\frac{x}{ax+ay}+\frac{3}{2x+2y}\right)$.

162. $\left(1+a-\frac{a^2+3}{a+1}\right)\cdot(1-a^2)$.

163. $\left(\frac{a^2+1}{2a-1}-\frac{a}{2}\right)\cdot\left(\frac{3-a}{a+2}-1\right)$.

164. $\frac{1-a^2}{1+b}\cdot\frac{1-b^2}{a+a^2}\cdot\left(1+\frac{a}{1-a}\right)$.

165. $\frac{a^2-x^2}{a+b}\cdot\frac{a^2-b^2}{ax+x^2}\cdot\left(a+\frac{ax}{a-x}\right).$

166. $\frac{3}{5x}-\frac{3}{x+y}\cdot\left(\frac{x+y}{5x}-x-y\right).$

167. $\left(\frac{2x}{x-y}+\frac{x-y}{y}\right)\cdot\left(1-\frac{y-1}{x}-\frac{y}{x^2}\right).$

168. $\left(\frac{x}{yz}-\frac{y}{xz}-\frac{z}{xy}-\frac{2}{x}\right)\cdot\left(1-\frac{2z}{x+y+z}\right).$

169. $\left(\frac{4xy}{z^2-x^2-y^2+2xy}-1\right)\cdot\left(1-\frac{2x}{x+y+z}\right).$

170. $\left(x+\frac{1}{x}\right)\cdot\left(y+\frac{1}{y}\right)+\left(x-\frac{1}{x}\right)\cdot\left(y-\frac{1}{y}\right).$

171. $\left(a+\frac{1}{a}+1\right)\cdot\left(a+\frac{1}{a}-1\right)\cdot\left(a-\frac{1}{a}\right).$

172. $\frac{c^4-d^4}{a+b}\cdot\frac{a^2+b^2+2ab}{c^2+d^2}\cdot\left(1-\frac{d}{c+d}\right).$

173. $\frac{n^2+nx+x}{n^3+x^3}\cdot\frac{n^2-nx+x^2}{n^3-x^3}.$

174. $\frac{2a^{n+2}n^3}{a^3+1}\cdot\frac{a^n-a^{n-2}}{4n^4}.$

175. $\left(\frac{a+x}{a}-\frac{x-y}{x}\right)\cdot\frac{a^2x}{x^4-a^2y^2}.$

§ 5. Деление дробей.

Для того чтобы разделить целое или дробное выражение на дробь, достаточно делимое умножить на дробь, обратную делителю. Например:

$$\frac{a}{b}:c=\frac{a}{b}\cdot\frac{1}{c};\qquad m:\frac{a}{b}=m\cdot\frac{b}{a};\qquad \frac{a^3b^5}{m^2n^2}:\frac{a^2b}{mn}=\frac{a^3b^5}{m^2n^2}\cdot\frac{mn}{a^2b}=\frac{ab^4}{mn}.$$

176. $\frac{1}{b}:a.$

177. $m:\frac{1}{n}.$

178. $\frac{ab}{cd}:abc.$

179. $\frac{9m^3n^2}{8pq}:8n^2.$

180. $10a^2b^3:\frac{50a^3b^4}{7c^2}.$

181. $9x^4y^5z^6:\frac{27x^6y^9z^7}{4m^3n^2}.$

176. $c:\frac{1}{d}.$

177. $\frac{1}{p}:q.$

178. $abc:\frac{ab}{cd}.$

179. $8n^2:\frac{9m^3n^2}{8pq}.$

180. $\frac{50a^3b^4}{7c^2}:10a^2b^3.$

181 $27x^6y^9z^7:\frac{9x^4y^5z^6}{4m^3n^2}.$

182. $\frac{a}{b} : \frac{1}{b}$.   183. $\frac{x}{y} : \frac{x}{z}$.   184. $\frac{1}{c} : \frac{6ab}{c}$.

185. $\frac{ab}{xy} : \frac{5}{xy}$.   186. $\frac{24xy}{7ab} : \frac{16x}{9ab}$.   187. $\frac{42mp}{65nq} : \frac{15a^2}{26b^2}$.

188. $\frac{a^{3n+2}}{b^{m-1}} : \frac{a^{2n+2}}{b^{1+m}}$.   189. $\frac{a^3b^2}{x^2y^n} : \frac{b^{m+2}y^{m-n}}{a^{n-1}x^{n+1}}$.

190. $\frac{a^{m+n}b^{n+p}}{x^{n+p}y^{p+n}} : \frac{a^{n-p}b^{p-m}}{x^{n-1}y^{m-n}}$.   191. $\frac{a+b}{a-b} : \frac{b+a}{b-a}$.

192. $\frac{3p-3q}{5p+5q} : \frac{9q-9p}{10q+10p}$.   193. $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} : \frac{3x^2+3y^2}{x+y}$.

194. $\frac{8ab-8b^2}{a(a+b)} : \frac{2b^2}{a(a^2-b^2)}$.   195. $\frac{y^2-4x^2}{y^2+4xy} : \frac{y^2-2xy}{xy+4x^2}$.

196. $\frac{8p^2}{p^3-q^3} : \frac{2p^2}{p^2+pq+q^2}$.   197. $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-ab+b^2} : \frac{a-b}{a^3+b^3}$.

198. $\frac{a^2+b^2}{1+x+x^2} : \frac{a^4-b^4}{1+x^2+x^4}$.   199. $\frac{x^2+(a+b)x+ab}{x^2-(a-c)x-ac} : \frac{x^2-a^2}{x^2-c^2}$.

200. $\frac{x^2+y^2+2xy-z^2}{z^2-x^2-y^2+2xy} : \frac{x+y+z}{y+z-x}$.   201. $\frac{a^2+2a-3}{a^2+4a+4} : \frac{a^2-9}{a^2+3a+2}$.

202. $\frac{a^2-2a-15}{a^2-8a+16} : \frac{a^2-8a+15}{a^2-a-12}$.   203. $\frac{x^3+1}{x^2-1} : \frac{(x^2-1)^2+x^2}{x^2-2x+1}$.

204. $\frac{x^4-3x^2+1}{x^3-27} : \frac{x^2+x-1}{x^2+3x+9}$.   205. $\frac{25p^4+10p^2+4}{25p^2-10p+4} : \frac{125p^6-8}{125p^3+8}$.

206. $\frac{6p^2q^3}{m+n} : \left\{\frac{3(m-n)q}{7(r+s)} : \left[\frac{4(r-s)}{21p^2q^2} : \frac{r^2-s^2}{4(m^2-n^2)}\right]\right\}$.

207. $\left(a-\frac{a^2}{c}\right) : \left[-\left(b-\frac{bc}{a}\right)\right]$.   208. $\left(\frac{m}{a}-\frac{a}{m}\right) : (a+m)^2$.

209. $\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{a^2}\right) : \left(\frac{1}{x}-\frac{1}{a}\right)$.   210. $\frac{2n}{n-x} : (0{,}2n+0{,}2x)$.

211. $\frac{\frac{a}{m}+\frac{b}{m}}{\frac{c}{m}}$. 211. $\frac{\frac{b}{n}-\frac{c}{n}}{\frac{a}{n}}$. 212. $\frac{\frac{m}{x}-\frac{n}{y}}{\frac{m}{x}+\frac{n}{x}}$. 212. $\frac{\frac{n}{z}+\frac{m}{z}}{\frac{m}{x}-\frac{n}{z}}$.

213. $\frac{\frac{a}{x^2}-\frac{b}{xy}}{\frac{c}{xy^2}}$. 213. $\frac{\frac{a}{xy}-\frac{c}{y^2}}{\frac{b}{x^2y}}$.   214. $\frac{\frac{p}{yz}-\frac{q}{x^2}}{\frac{p}{xz}-\frac{q}{y^2}}$. 214. $\frac{\frac{p}{y^2}+\frac{q}{xz}}{\frac{p}{x}-\frac{q}{xy}}$.

215. $\left(m+\frac{mn}{m-n}\right) : \left(m-\frac{mn}{m+n}\right)$.

216. $\left(\frac{x^2}{2a^2}-4+\frac{8a^2}{x^2}\right):\left(\frac{x}{2a}-\frac{2a}{x}\right)$.

217. $\left(\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}\right):\left(\frac{x-y}{x+y}+\frac{x+y}{x-y}\right)$.

218. $\left(x+\frac{y-x}{1+xy}\right):\left(1+\frac{y-x}{1-xy}\cdot x\right)$.

219. $\left(\frac{m+n}{m-n}+\frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}\right):\left(\frac{m-n}{m+n}-\frac{m^2-n^2}{m^2+n^2}\right)$.

220. $\left(\frac{8m^2-3n^2}{4mn}-\frac{m-4n}{5n}\right):\left(\frac{2m+n}{3m}-\frac{5n^2-3m^2}{10m^2}\right)$.

220а. $\frac{1}{1-\frac{1}{x}}$. 220б. $\frac{a-\frac{1}{a}}{a-1}$. 220в. $\frac{x^2+xy+y^2}{\frac{x}{y^2}-\frac{y}{x^2}}$.

221. $\frac{1+\frac{1}{a-1}}{1-\frac{1}{a+1}}$. 222. $\frac{a-\frac{b^2}{a+b}}{b-\frac{a^2}{a+b}}$. 223. $\frac{p+2-\frac{1}{p+2}}{p+2+\frac{p}{p+2}}$.

224. $\frac{q-p-\frac{16p^2}{q-p}}{q-p+\frac{4p^2}{q-6p}}$.

225. $\left[\left(\frac{a^2+b^2}{b}-a\right):\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)\right]\cdot\frac{a^2-b^2}{a^3+b^3}$.

226. $\left[\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{2}{a+b}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\right]:\frac{(a+b)^2}{ab}$.

227. $\frac{x+\frac{1}{y}}{x+\frac{z}{yz+1}}-\frac{1}{y(xyz+x+z)}$.

228. $\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b+c}}\cdot\left(1+\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)$.

229. $\frac{3abc}{bc+ac-ab}-\frac{\frac{a-1}{a}+\frac{b-1}{b}+\frac{c-1}{c}}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}}$.

230. $\frac{\left[\frac{(a+b)^2}{4ab}-1\right]\left[\frac{(a-b)^2}{4ab}+1\right]}{(a+b)^3-3a^2b-3ab^2}\cdot\frac{[(a+b)^2-ab][(a-b)^2+ab]}{(a-b)^3+3ab(a-b)}$.

§ 6. Задачи на все действия с дробями.

231. $\left[\frac{p-q}{pq}\cdot\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\right)\right]:\left[\frac{p^2+q^2}{pq}\cdot\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{q}\right)\right].$

232. $\left(p-2+\frac{1}{p}\right):\left(p^2-p-1+\frac{1}{p}\right).$

233. $\dfrac{a(a-b)-b(a+b)}{\dfrac{a}{a+b}-\dfrac{b}{a-b}}.$

234. $\left(\frac{p^2+q^2}{pq}-\frac{p^2}{pq+q^2}-\frac{q^2}{p^2+pq}\right):\frac{3}{pq}.$

235. $\left[\frac{k^2+kl}{2l}:(k^2-l^2)\right]\cdot\left[\frac{(k+l)^2}{4kl}-1\right].$

236. $\dfrac{a^2+b^2}{(a+b)^2}+\dfrac{\dfrac{2}{ab}}{\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)^2}.$

237. $\dfrac{(b+c)^2+2(b^2-c^2)+(b-c)^2}{(b^4-2b^2c^2+c^4)\cdot\left[\dfrac{1}{(b-c)^2}+\dfrac{2}{b^2-c^2}+\dfrac{1}{(b+c)^2}\right]}.$

238. $\left[\left(\frac{k^2+l^2}{2l}-k\right):\left(\frac{1}{l}-\frac{1}{k}\right)\right]:\frac{k^3-kl^2}{4}.$

239. $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right):(x+y)+xy\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right).$

240. $p^2q^2\left[\frac{1}{(p+q)^2}\left(\frac{1}{p^2}+\frac{1}{q^2}\right)+\frac{2}{(p+q)^3}\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\right)\right].$

241. $\dfrac{(a+b)^2-(ab+1)^2}{a^2-1}.$

242. $\left(1+a-\frac{a^2+3}{a+1}\right)\cdot\left[\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{2}a\right)^2\right].$

243. $\left[\frac{a^2+ax}{2x}:(a^2-x^2)\right]\cdot\left[\frac{(a+x)^2}{4ax}-1\right].$

244. $\left(\frac{n-1}{n+1}-\frac{n+1}{n-1}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{n}{4}-\frac{1}{4n}\right)$

245. $\dfrac{a^2-1}{n^2+n}\cdot\left(1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{n}}\right)\cdot\dfrac{1+n-n^3-n^4}{1-a^2}.$

246. $\left(\dfrac{x}{x-2}-\dfrac{x}{x+2}\right):\dfrac{2x}{\dfrac{1}{2}x^4-x^3+4x-8}.$

247. $\left[a+n^2-3n-\frac{n^2(3n+a)}{2a}\right]:\left(\frac{1}{2}a^2+4{,}5n^2-3an\right).$

248.

$$\left[\frac{x-1}{3x+(x-1)^2}-\frac{1-3x+x^2}{x^3-1}-\frac{1}{x-1}\right]:\frac{1-2x+x^2-2x^3}{1+2x+2x^2+x^3}.$$

249. $\left(\frac{a}{n}-\frac{n-x}{a}+\frac{ax}{n^2-nx}\right):\left(\frac{a}{n-x}+\frac{n-x}{a}+2\right).$

250. $\left(\frac{a^2-ax}{a^2x+x^3}-\frac{2a^2}{x^3-ax^2+a^2x-a^3}\right)\cdot\left(1-\frac{x-1}{a}-\frac{x}{a^2}\right).$

§ 7. Отрицательные и нулевые показатели.

Выражение a^{-m}, в котором a есть число, отличное от нуля, а $-m$ есть отрицательное число (отрицательная степень), обозначает дробь, у которой числитель есть 1, а знаменателем служит степень a^m того же числа a с положительным показателем m:

$$a^{-m}=\frac{1}{a^m}.$$

Выражение a^0 (нулевая степень), в котором a есть любое число, отличное от нуля, равно 1:

$$a^0=1.$$

Вычислить следующие выражения:

251. 2^0; 3^2; 2^{-3}; $\left(\frac{1}{2}\right)^2$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$; $\left(\frac{2}{5}\right)^0$; $\left(\frac{2}{5}\right)^3$; $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$; $1{,}2^2$; $2{,}5^{-2}$.

252. $(-5)^2$, $(-3)^{-3}$; $(-4)^0$; $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$; $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-4}$; $1{,}2^3$; $1{,}2^{-2}$; $\left(-1\frac{1}{4}\right)^{-3}$; -4^0; $(-0{,}4)^{-3}$; $(-0{,}3)^{-2}$; $(-0{,}1)^{-1}$.

253. $\left[3-2\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^0\right]^{-3}.$

254. $\frac{3\cdot 5^{-1}-2^0}{3^{-2}}.$

255. $\left[\frac{2}{3}-\left(\frac{4}{7}\right)^{-1}\right]^0.$

256. $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}-\frac{4}{5}\right]^{-1}.$

257. $\left[2-\left(\frac{4}{3}\right)^2\right]^{-2}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}.$

258. $\frac{3^{-1}-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{2-\left(\frac{3}{4}\right)^2}\cdot\left(5^0-\frac{2}{7}\right).$

259. $[(1-3^{-2})^{-2}-2]^{-1}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^0.$

260. $\left\{\left[1+\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^{-1}-\left(\frac{5}{7}\right)^0\right\}^{-2}\cdot\left(\frac{2}{13}\right)^3.$

При решении примеров на отрицательные показатели необходимо обратить внимание на следующее:

1. Если, опираясь на определение отрицательной степени, упростим выражение $\frac{a^2b^{-3}c^{-1}d^4}{mn^{-2}p^2q^{-3}}$, то получим следующий результат: $\frac{a^2d^4n^2q^3}{mp^2b^3c}$. Отсюда правило: если в одночленном выражении имеются в числителе и знаменателе множители с положительными и отрицательными показателями, то в окончательном результате множители с положительными показателями остаются на своих местах, а множители с отрицательными показателями переходят из числителя в знаменатель и обратно, причём каждый отрицательный показатель меняется на противоположный ему положительный.

2. Если упростим выражение $\left(\frac{a}{b}\right)^{-3}$, то получим $\left(\frac{b}{a}\right)^3$, т. е отрицательная степень какого-либо числа равна положительной степени обратного числа.

Упростить выражения:

261. $a^{-3}b^0$. 261. $\frac{a^0}{b^{-2}}$. **262.** $\frac{b^0}{a^{-m}}$. 262. $a^{-n}\cdot b^0$.

263. $x^{-a}\cdot\frac{1}{a^0}$. 263. $a^0\cdot\frac{1}{x^{-a}}$. **264.** $(x+y)^0$. 264. x^0+y^0

265. $\frac{a^{-8}}{a^{-3}}$. 265. $\frac{a^{-2}}{a^{-5}}$. **266.** $\frac{a^{-x}}{a^{-y}}$. 266. $\frac{x^{-a}}{x^{-b}}$.

267. $\frac{a^{n-4}}{a^{-5}}$. **268.** $\frac{(1-m)^{-4}}{m^{-2}}$. **269.** $\frac{-2a^{-4}b^0}{3c^0x^{-2}}$.

270. $\frac{5a^{-3}\cdot-3^0}{3a^{-5}\cdot5^{-1}}$. **271.** $\frac{(a^0+b^0)^{-2}x^{-5}}{4^{-1}x^{-3}}$. **272.** $(1-a^{-2})^{-1}$.

273. $\frac{2^0(x^0+y^0+z^0)^{-2}}{6^{-1}a^{-3}}$. **274.** $\frac{a^{-1}+b^{-1}+c^{-1}}{ab+ac+bc}$. **275.** $\frac{a+b}{a^{-1}+b^{-1}}$.

276. $\frac{a^{-3}+a^{-2}b^{-2}}{a^{-1}b^{-1}}$. **277.** $\frac{a^{-1}-b^{-1}}{a^{-1}b^{-2}}$. **278.** $\frac{a^{-4}-b^{-4}}{a^{-2}+b^{-2}}$.

279. $\left(1-\frac{a^{-n}-b^{-n}}{a^{-n}+b^{-n}}\right)^{-2}$. **280.** $\left[\frac{a^{-n}+b^{-n}}{a^{-n}-b^{-n}}\cdot\left(\frac{1}{b^{-n}}-\frac{1}{a^{-n}}\right)\right]^{-1}$.

Представить следующие дроби в виде целых выражений, вводя отрицательные показатели степеней:

281. $\frac{1}{a}$. **282.** $\frac{1}{9}$. **283.** $\frac{1}{2^3}$. **284.** $\frac{1}{m^a}$. **285.** $\frac{a^m}{b^n}$.

286. $5a\cdot\frac{1}{b^3}$. **287.** $\frac{m}{x^6}$. **288.** $\frac{a^5}{2b^2}$. **289.** $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$.

290. $\dfrac{1}{2^3}-\dfrac{1}{x^2}$. **291.** $\dfrac{x^m}{x^5}+\dfrac{y^3}{y^n}$. **292.** $\dfrac{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{q^2}}{\dfrac{1}{p}-\dfrac{1}{y}}$.

293. $\dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{y^3}\right)^m}$. **294.** $\dfrac{\left(\dfrac{1}{m^3}+\dfrac{1}{n^4}\right)^3}{\left(\dfrac{1}{x^5}-\dfrac{1}{y^2}\right)^2}$. **295.** $\dfrac{1}{\dfrac{x+y}{x-y}}$.

В каждом из следующих выражений произвести последовательно четыре преобразования: 1) уничтожить все степени с отрицательными показателями, 2) привести знаменатель к единице, 3) привести числитель к единице и 4) уничтожить все степени с положительными показателями:

296. $\dfrac{a^2b^{-3}}{x^{-4}}$. 296. $\dfrac{a^3x^{-2}}{b^{-4}}$. **297.** $\dfrac{4a^4b^{-2}}{9c^2d^{-4}}$. 297. $\dfrac{8a^{-4}b^2}{27c^{\ 3}d^3}$.

298. $\dfrac{a^m}{b^{-n}x^p}$. 298. $\dfrac{b^{-m}}{a^nx^{-p}}$. **299.** $\dfrac{2}{3a^{-q}b^p}$. 299. $\dfrac{3}{2^2a^2b^{\ p}}$.

300. $\dfrac{8a^{\ 3}d^4(c-d)^4}{5^{-1}c^2(c+d)^{-4}}$.

Упростить выражения:

301. $a^{-2}\cdot a^7$. 301. $a^2\cdot a^{-5}$.

302. $a^{-10}\cdot a^{-7}$. 302. $a^{-12}\cdot a^{-2}$.

303. $a^{-m}\cdot a^{2m}$. 303. $a^{-3m}\cdot a^{2m}$.

304. $a^{-m+1}\cdot a^3$. 304. $a^{-m-1}\cdot a^4$.

305. $a^{-7}:a^4$. 305. $a^8:a^{-3}$.

306. $a^{-5}:a^{-2}$. 306. $a^{-4}:a^{-9}$.

307. $a^{-m}:a^{-2m}$. 307. $a^{-3m}:a^{-2m}$.

308. $a^{-8n}:a^{8n}$. 308 $a^n:a^{-3n}$.

309. $2^{-5}:2^{-3}$. 309 $2^3:2^{-5}$.

310. $2^{-3}:2^{-2}$. 310. $2^{-2}:2^{-3}$.

311. $3^{-1}:3^{-4}$. 311. $3^2\cdot 3^{-3}$.

312. $5^{-1}\cdot 5^{-3}$. 312. $5^{-2}:5$.

313. $a^{-3}\cdot a^5\cdot a^{-7}$. 313. $a^3\cdot a^{-4}\cdot a^{-1}$.

314. $a^{-2}\cdot a^{-3}\cdot a$. 314. $a\cdot a^{-3}\cdot a^2$.

315. $a^{-m} \cdot a^{-n} \cdot a^{2m}$. 315. $a^{-2m} \cdot a^{-2n} \cdot a^{3n}$.

316. $a^{-3m} \cdot a^{2m} \cdot a^{-m}$. 316. $a^{5m} \cdot a^{2m} \cdot a^{-9m}$.

317. $8a^{-4}b \cdot 3a^{-2}b^{-2}c^{-1}$. 317. $-2a^{-3}b^{-3} : 4a^{5}b^{-2}c$.

318. $\frac{2}{3}a^{-5}b^{4}c^{-2} : \frac{2}{15}a^{-2}c^{2}d^{-3}$. 318. $6a^{3}b^{-3}c^{-5} \cdot 3^{-1}a^{-5}b^{4}c^{2}$.

319. $2^{-2}a^{-m}b^{p}c^{-q} \cdot 2^{-4}a^{-m}b^{-p}c^{q}$.

320. $-6a^{-m}b^{2}c^{p} \cdot (-3a^{-n}b^{-4}c^{-p-1}d^{-n})$.

321. $(m^{-5} - m^{3} + m^{-1}) \cdot m^{4}$.

322. $(m^{-8} + m^{7} - m^{-3}) : (-m^{-7})$.

323. $(p^{-4} - p^{-3}q + p^{-2}q^{2} - p^{-1}q^{3} + q^{4}) \cdot p^{4}q^{-4}$.

324. $(p^{-10} + p^{-8}q^{4} + p^{-6}q^{6} + p^{-4}q^{8}) : (-p^{-6}q^{8})$.

325. $(a^{-3} + b^{-5}) \cdot (a^{-3} - b^{-5})$.

326. $(a^{-2m} - b^{-2m}) : (a^{-m} + b^{-m})$.

327. $(a^{-m} + b^{-m}) \cdot (a^{-n} - b^{-n})$.

328. $(a^{-3m} - b^{-3m}) : (a^{-m} - b^{-m})$

329. $(x^{-2} + x^{-1} + x^{0}) \cdot (x^{-1} - x)$.

330. $(x^{-2} - a^{-1}x^{-1} + a^{-2}) \cdot (x^{-1} + a^{-1})$.

331. $(x^{-4} + a^{2}x^{-2} + a^{4}) \cdot (x^{2} - a^{-2})$.

332. $(6x^{2} + 11 + 4x^{-2}) : (2x + x^{-1})$.

333. $(2x + 3 + 3x^{-1} + x^{-2}) : (x + 1 + x^{-1})$.

334. $\left(\frac{2}{3}x^{2} - \frac{4}{3} - \frac{3}{2}x^{-2} + x^{-4}\right) : (4x - 2x^{-1})$.

335. $(-a)^{-4} : (-a)^{-3}$. **336.** $(a^{-1} + b^{-1})^{-2}$.

337. $\left[a^{-6} - \left(\frac{1}{b^{-1}}\right)^{-2}\right] : \left[a^{-3} + \left(\frac{1}{b^{-1}}\right)^{-1}\right]$.

338. $\left\{[-3(a^{-1})^{3}]^{2} - (-2a^{-2})^{3} - \left[\frac{1}{2}(-a)^{3}\right]^{-2}\right\}^{-2}$.

339. $\left[\frac{1}{2}(ax^{-2} - a^{-1}x^{2})\right]^{-2}$. **340.** $(a - a^{-1}b^{2}) : (1 - a^{-1}b)$

341. $[(a-1)^{-2} - 1] : [(a-1)^{-1} - 1]$.

342. $[(x^{-1} + 2^{-1})^{-3} + 8] : [(x^{-1} + 2^{-1})^{-1} + 2]$.

343. $(a^{2} + n^{2}) : (n^{-1} - a^{-1}) - (a^{2} - n^{2}) : (a^{-1} + n^{-1})$.

ГЛАВА V.
ВОЗВЫШЕНИЕ В СТЕПЕНЬ.

При возвышении в степень имеет место следующее правило знаков: любая степень положительного числа есть положительное число; чётная степень отрицательного числа есть положительное число, а нечётная степень отрицательного числа есть отрицательное число.

Для того чтобы возвысить в степень произведение нескольких сомножителей, достаточно возвысить в эту степень каждый сомножитель отдельно и найденные степени перемножить, т. е.

$$(abc)^m = a^m b^m c^m.$$

Для того чтобы возвысить в степень дробь, достаточно возвысить в эту степень числитель и знаменатель отдельно и степень числителя разделить на степень знаменателя, т. е.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}.$$

Для того чтобы степень какого-либо числа возвысить в новую степень, достаточно основание данной степени возвысить в степень, показатель которой равен произведению показателя данной степени на показатель новой степени, т. е.

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

Все эти правила относятся также к отрицательным и нулевым показателям.

Указанные правила дают возможность возвышать в степень одночлен.

Возвести в степень:

1. $(-4)^{-3}$.
2. $(-1)^{2n}$.
3. $(-1)^{3n}$.
4. $(abc)^m$.
5. $(0{,}02)^{-4}$.
6. $\left(\frac{1}{a}\right)^{-3}$.
7. $(-a^2)^3$.
8. $(-a)^{2n}$.
9. $(-a^5)^{2n}$.

1. $(-3)^{-4}$.
2. $(-1)^{2n+1}$.
3. $(-1)^{3n+2}$.
4. $(bdf)^n$.
5. $(0{,}05)^{-3}$.
6. $\left(\frac{1}{a}\right)^{-4}$.
7. $(-a^3)^2$.
8. $(-a)^{2n-1}$.
9. $(-a^5)^{3n}$.

10. $(-a^2)^{-3}$.

11. $(-a^7)^{-4}$.

12. $(-a^m)^{-6}$.

13. $(-a^3)^{-2n+1}$.

14. $(a^{-m})^{-n}$.

15. $(-a^{-5})^{-2}$.

16. $[(-b)^5]^m$.

18. $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^4\right]^{-1}$.

20. $[(-b)^{-3}]^{-2}$.

22. $(-0{,}01a^{n-2}b^m)^6$.

24. $\left(-\frac{a^{6p+1}}{b^{4n}c^{n+2}}\right)^{6n-1}$.

26. $\left(-\frac{2}{3}a^2b^{-1}c^3d^{-2}\right)^{-2}$.

28. $(-0{,}04a^{m-1}b^{3-n}c^{-5})^{-2}$.

30. $\left[\left(\frac{a^{-m}b^n}{c^{m-n}}\right)^{-m}\right]^{-n}$.

32. $\left\{-\left[-\left(-\frac{1}{2}a^nb^{-2}\right)^2\right]^2\right\}^2$.

34. $\left[\frac{6a^2(x^{-3})^2}{\frac{2}{3}x^{-1}(0{,}3^{-1}x^3)^2}\right]^2$.

10. $(-a^3)^{-4}$.

11. $(-a^4)^{-7}$.

12 $(-a^n)^{-5}$.

13 $(-a^4)^{-2n+2}$.

14. $(a^{-m})^n$.

15. $(a^{-2})^{-5}$

17. $[(-\frac{1}{2}b)^5]^{2n}$.

19. $\left[\left(-\frac{a}{b}\right)^3\right]^{-2}$.

21. $(-0{,}2a^pb)^5$.

23. $\left(-\frac{a^mb^{n+p}}{c^p}\right)^{2p}$.

25. $(2a^3b^{-2}c^{-1})^2$.

27. $(-0{,}5a^{-3}b^{-n}c^{n-1})^{-1}$.

29. $\left[\left(\frac{a^2b^2}{c^3d^{-2}f}\right)^{-1}\right]^{-m}$.

31. $[(ax^{-1})^{-2}]^{-3}$.

33. $\left(-\frac{0{,}6ax}{3by^2}\right)^{-2}$.

ГЛАВА VI.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАВЕНСТВ. УРАВНЕНИЯ ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ.

§ 1. Пропорции.

Основное свойство членов арифметической пропорции: *сумма крайних членов арифметической пропорции равна сумме средних.*

Основное свойство членов геометрической пропорции: *произведение крайних членов геометрической пропорции равно произведению средних.*

Если один из членов арифметической или геометрической пропорции неизвестен, то его можно найти по следующим правилам: в арифметической пропорции неизвестный крайний член равен сумме средних членов без известного крайнего члена; неизвестный средний равен сумме крайних без известного среднего; в геометрической пропорции неизвестный крайний равен произведению средних, делённому на известный крайний; неизвестный средний равен произведению крайних, делённому на известный средний.

Из геометрической пропорции $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ вытекают следующие пропорции, называемые *производными* пропорциями:

$$\frac{a \pm b}{b}=\frac{c \pm d}{d}; \qquad \frac{a \pm b}{a}=\frac{c \pm d}{c}; \qquad \frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}.$$

Пропорция, у которой крайние или средние члены равны между собою, т. е. пропорция вида $a-b=b-c$ и $\frac{m}{p}=\frac{p}{n}$, называется *непрерывной пропорцией.*

Повторяющийся член непрерывной арифметической пропорции называется *средним арифметическим* (или просто *средним*) числом по отношению к крайним членам; повторяющийся член непрерывной геометрической пропорции называется *средним пропорциональным* (или *средним геометрическим*) числом по отношению к крайним членам. *Среднее арифметическое* двух чисел равно их полусумме, а *среднее геометрическое* двух чисел равно корню квадратному из их произведения, т. е.

$$b=\frac{a+c}{2} \text{ и } p=\sqrt{mn}.$$

Найти x из следующих пропорций:

1. $x-a=c-d.$
2. $(a+b)^2-(a^2-b^2)=(a-b)^2-x.$
3. $\frac{a^2}{a-b}-x=(a+b)-\frac{2ab}{a-b}.$
4. $\frac{a}{a+b}-\frac{b}{a-b}=\frac{a^2}{a^2-b^2}-x.$
5. $\frac{a^2+b^2}{a-b}-x=\frac{2a^2b}{a^2-b^2}-(a+b).$
6. $\frac{4}{5}a^3b:\frac{2}{3}a^2b=\frac{6}{5}a^4b^3 . x.$

7. $\frac{2ab}{a+b}:\frac{(a-b)^2}{a}=x:(a^2-b^2)$.

8. $\left(b-\frac{ab}{a+b}\right):x=a^2b^2:\left(a+\frac{ab}{a-b}\right)$.

9. $x:(a^3-b^3)=(a+b):a^2b^2\left[\frac{(a+b)^2}{ab}-1\right]$.

10. $\left[\frac{(a+b)^3}{3ab}-a-b\right]:[(a-b)^2+ab]=\left[\frac{(a-b)^2}{4ab}+1\right]:x$.

Представить следующие равенства в виде пропорций:

11. $x^2=ab$.

12. $(a-b)b=(c+d)d$.

13. $9n^2=5m$.

14. $(a+b)^2=mp$.

15. $(a+b)^2c^2=(a^2+d^2)d^2$

Найти x из следующих пропорций, применяя производные пропорции:

16. $\frac{a}{b}=\frac{c-x}{x}$.

17. $\frac{a}{b}=\frac{x}{c+x}$.

18. $\frac{a}{b}=\frac{c+x}{c-x}$.

19. $\frac{a}{x+b}=\frac{c}{x-b}$.

20. $\frac{x+a}{x}=\frac{x+b}{x-b}$.

21. $\frac{a-x}{x}=\frac{x}{b-x}$.

22. $\frac{a}{b}=\frac{x+1}{x-1}$.

23. $\frac{a}{b}=\frac{n-x}{x}$.

24. $\frac{a}{b}=\frac{n+x}{n-x}$.

25. $\frac{a+x}{b+x}=\frac{x+n}{x-n}$.

В следующих пропорциях определить при помощи производных пропорций значения x и y, принимая во внимание данные равенства:

26. $\frac{x}{y}=\frac{7}{8}$ при $x+y=30$.

27. $\frac{x}{y}=\frac{4\frac{1}{2}}{3\frac{3}{4}}$ при $x-y=2\frac{1}{2}$.

28. $\frac{x}{y}=\frac{a+b}{a-b}$ при $x+y=2a$.

29. $\frac{x}{y}=\frac{a-b}{a+b}$ при $x-y=2b$.

30. $\frac{x}{y}=\frac{a^2+b^2}{2ab}$ при $x-y=a-b$.

31. $\frac{x}{y}=\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$ при $x+y=a^2+b^2$.

32. $\frac{x}{y}=\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$ при $x-y=2ab$.

33. Найти среднее арифметическое чисел 20 и 10.

34. Написать непрерывную арифметическую пропорцию, два члена которой были бы 11 и 5.

35. Составить непрерывную геометрическую пропорцию, два члена которой были бы 4 и 25.

§ 2. Уравнение с одним неизвестным.

Алгебраические равенства разделяются на *тождества* и *уравнения*.

Тождеством называется равенство, обе части которого имеют равные значения при *любых* числовых значениях входящих в это равенство букв.

Например, равенства $a-(b-c)=a-b+c$, $(a+b)(a-b)=$ $=a^2-b^2$, $(a+b-c)m=am+bm-cm$ суть тождества.

Уравнением называется равенство, обе части которого имеют равные значения только при *определённых* значениях некоторых входящих в это равенство букв, называемых *неизвестными*.

Значения неизвестных, при которых обе части уравнения имеют равные значения, называются *корнями* уравнения. *Решить* уравнение — значит найти его корни.

Решение уравнения состоит в том, что данное уравнение последовательно заменяют новыми уравнениями, каждое из которых *эквивалентно* (равносильно) предыдущему, т. е. имеет *те же* корни, что и предыдущее.

При решении уравнения первой степени с одним неизвестным соблюдают следующий порядок:

1) освобождают уравнение от знаменателей;

2) раскрывают скобки;

3) переносят члены, содержащие неизвестное, в одну часть уравнения, а члены, не содержащие неизвестного, — в другую часть;

4) в каждой части выполняют приведение подобных членов;

5) делят обе части уравнения на коэфициент при неизвестном.

Решить следующие уравнения:

36. $4+x=10$. 36. $x+6=10$.

37. $x-8=2$. 37. $x-5=7$.

38. $18-x=6$. 38. $25-x=9$.

39. $13-x=15$. 39. $20-x=24$.

40. $3x=12$. 40. $5x=45$.

41. $x:4=8$. 41. $x:3=6$.

42. $18:x=6$. 42. $24:x=4$.

43. $5x+3=28$. 43. $7x+5=26$.

44. $9x-5=31$. 44. $7x-8=41$.

45. $28+3x=7x$. 45. $18+5x=8x$.

46. $42-5x=2x$. 46. $16-2x=2x$.

47. $3y+18=5y$. 47. $7y-33=4y$.

48. $19z-14=12z$. 48. $17z+33=20z$.

49. $5y+18=3y+38$. 49. $2y+45=6y+17$.

50. $7z-5=3z+3$. 50. $14z+23=19z-2$.

51. $16x+10-21x=35-10x-5$.

51. $5x+13-2x=100-20x-18$.

52. $7x-9-8x=23-15x-18$.

52. $2x-10-7x+9=8+8x+4$.

53. $7u-9-3u+5=11u-6-4u$.

53. $16u-12+2u-6u=28+3u-25$.

54. $27u+36-18u-39+6u-24=0$.

54. $7u-9-18u+7=10u+9-7u-7$.

55. $3(x+5)=36$. 55. $2(x-1)=6$.

56. $7(y-3)=14$. 56. $13(12-y)=26$.

57. $5(35-x)=15$. 57. $9(9-x)=18$.

58. $8(2y+5)=72$. 58. $4(15-2y)=20$.

59. $8(7x-61)=16$. 59. $15(15-4x)=45$.

60. $2(10-7z)=28$. 60. $3(11-5z)=42$.

61. $3(x-5)+8=17$. 61. $3(x-3)+5=23$.

62. $5(z-2)-9=11.$ 62. $7(z+3)-2z=41.$

63. $6(u+5)-8u=u.$ 63. $3(7-u)-5=5u.$

64. $5u-(2u-7)=11.$ 64. $8u-(2+5u)=9.$

65. $8(10-x)=5(x+3).$ 65. $8(9-2x)=5(3x+2).$

66. $5(x+1)+6(x+2)=9(x+3).$

66. $6(x+1)+3(8-x)=11(x+2).$

67. $7(3y+6)+5(y-3)-2(y-7)=5.$

67. $4(5y+2)-7(1-2y)+5(8-y)=128.$

68. $8(3y-1)-9(5y-11)+2(7-2y)=30.$

68. $10(8-3y)+11(y-4)-3(4-3y)=4.$

69. $7(6z-1)+3(2z+1)-5(12z-7)=23.$

69. $3(2z+1)-4(1-3z)-5(6z-7)=16.$

70. $5(8z-1)-7(4z+1)+8(7-4z)=19.$

70. $10(3z-2)-3(5z+2)+5(11-4z)=25.$

71. $\frac{x}{3}=2.$ 71. $\frac{1}{9}x=3.$ **72.** $\frac{2}{3}x=12.$ 72. $\frac{3}{2}x=12.$

73. $2\frac{1}{2}x=30.$ 73. $3\frac{3}{4}x=45.$

74. $3\frac{3}{5}x=18.$ 74. $5\frac{3}{5}x=28.$

75. $3x-\frac{1}{3}x=16$ 75. $3x+\frac{1}{3}x=20.$

76. $8y-\frac{5}{6}y=3y+25.$ 76. $7y-\frac{1}{3}y=8y-4.$

77. $9y+6=10\left(9-\frac{1}{2}y\right).$ 77. $9\left(17-\frac{4}{5}y\right)=5(y-6).$

78. $\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x=10.$ 78. $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=14.$

79. $\frac{x}{3}+\frac{x}{5}=8.$ 79. $\frac{3}{4}x+\frac{5}{6}x=38.$

80. $\frac{7}{8}x-\frac{5}{12}x=11.$ **81.** $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}-\frac{x}{4}=7.$

82. $2x+\frac{3}{4}x-\frac{5}{7}x=57.$ **83.** $5x-0{,}3x=4{,}5x+2.$

84. $0{,}1x-0{,}1=0{,}15x-5{,}1.$

85. $5(5x-1)-2{,}7x+0{,}2x=6{,}5-0{,}5x.$

86. $0{,}36x-3{,}4=0{,}3(0{,}4x-1{,}2).$

87. $1{,}2x-5{,}375=0{,}125x-0{,}765x-5{,}425+1{,}85x.$

88. $5{,}7x+7{,}2-0{,}855x=34{,}1885+3{,}45x-18{,}2.$

89. $x-1=\frac{2x+1}{3}.$

90. $3-2x=\frac{1-3x}{5}.$

91. $\frac{2x+1}{2}=\frac{7x+5}{8}.$

92. $\frac{5-x}{8}=\frac{18-5x}{12}.$

93. $x+\frac{12-x}{4}=\frac{26-x}{2}.$

94. $2-\frac{3x-7}{4}=-\frac{x+17}{5}.$

95. $\frac{3x-2}{3}-\frac{9-2x}{3}=\frac{x+2}{2}.$

96. $\frac{x-3}{4}+\frac{x-4}{3}=\frac{x-5}{2}+\frac{x-1}{8}.$

97. $\frac{8-x}{6}-\frac{5-4x}{3}=\frac{x+6}{2}.$

98. $\frac{3x-1}{5}-\frac{13-x}{2}=\frac{7x}{3}-\frac{11(x+3)}{6}.$

99. $\frac{9x+7}{2}-\left(x-\frac{x-2}{7}\right)=36.$

100. $\frac{7+9x}{4}-\left(1-\frac{2-x}{9}\right)=7x.$

101. $\frac{3x+4}{7}-\frac{9x+44}{5}+\frac{3(3x+10)}{4}=\frac{5x+12}{3}.$

102. $\frac{x+10}{3}+\frac{16x-3}{20}-\frac{7x-6}{4}=\frac{x-3}{2}+\frac{3(x-3)}{10}.$

103. $\frac{3x+2}{18}-\frac{5x-8}{24}=\frac{3(2x+1)}{36}-\frac{x-1}{6}-\frac{2}{9}.$

104. $\frac{26x-51}{52}-\frac{2(1-3x)}{13}=x-\frac{20x-(10-3x)}{156}.$

105. $\frac{5(3x-2)}{4}+\frac{3x}{2}-23\frac{5}{6}=\frac{x-\frac{4x-9}{3}}{6}+x-1.$

106. $0{,}15x+1{,}575-0{,}875x=0{,}0625x.$

107. $(x+1)^2=[6-(1-x)]\,x-2.$

108. $1{,}2x-\frac{0{,}18x-0{,}05}{0{,}5}=0{,}4x+8{,}9.$

109. $\left\{\frac{4}{11}\cdot\left[\frac{3}{2}\left(\frac{1}{3}(x-1)+5\right)+3\right]-2\right\}-x=0.$

Если уравнение имеет дробные члены, *знаменатели которых содержат неизвестное*, то корни этого уравнения должны быть подвергнуты *испытанию* (проверке). Именно, все те корни, которые обращают один, по крайней мере, из знаменателей какого-либо из дробных членов данного уравнения в нуль, должны быть отброшены как посторонние.

110. $\frac{24}{x}-\frac{17-x}{x-1}=1.$ **111.** $\frac{x+2}{3}:\frac{3(x+1)}{5}=2.3.$

112. $\frac{x}{x-1}=\frac{4x}{x+5}-3.$ **113.** $\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x-2}-\frac{3}{x-3}=0.$

114. $\frac{8}{x-5}-\frac{9}{x-6}+\frac{1}{x-8}=0.$

115. $\frac{5(5-3x)}{6x+3\frac{1}{2}}=2.$

116. $\frac{1}{5-\frac{1}{x}}=\frac{2}{7}.$ **117.** $\frac{x+3}{0,1}=\frac{5x+0,4}{0,4}-5.$

118. $\frac{0,01-x}{0,02}-\frac{5}{2}=\frac{2-3x}{0,01}.$ **119.** $\frac{13}{12x-18}=\frac{3}{12x-8}.$

120. $\frac{5,134}{4x^2-9}=\frac{1,7}{2x-3}.$ **121.** $\frac{1}{1+x}+\frac{3}{1-x}=\frac{24}{1-x^2}.$

122. $\frac{2x-1}{4x+2}=\frac{9}{22}+\frac{4x-2}{2x+1}.$ **123.** $\frac{1}{2}+\frac{2}{x+2}=\frac{13}{8}-\frac{5x}{4x+8}.$

124. $\frac{1}{x^2+2x+1}+\frac{4}{x+2x^2+x^3}=\frac{5}{2x+2x^2}.$

125. $\frac{7}{x^2-1}+\frac{8}{x^2-2x+1}=\frac{37-9x}{x^3-x^2-x+1}.$

126. $(x-1)(x-2)=(x-3)(x-4).$

127. $(x+1)^2=[111-(1-x)]\,x-80.$

128. $\frac{4x+1}{x^2+4x+4}+\frac{2x+1}{x+2}=2.$ **129.** $\frac{9x-8}{45}=\frac{x^2-1}{5x+1}-\frac{1}{9}.$

130. $\frac{5x-8}{6x-15}-\frac{2x-5}{10x-4}=\frac{19x^2-29}{(2x-5)(15x-6)}.$

131. $\frac{x-3}{x-5}+\frac{x-5}{x-7}=2.$

132. $\frac{x^3+x^2+x+1}{x+1}-\frac{x^3-x^2+x-1}{x-1}=\frac{1,5x-2}{x^2-1}.$

133. $-4x-\{5x-[6x-(7x-(8x-9))]\}=-10.$

134. $\frac{2x^2+2x+1}{(x+1)(x+2)}+\frac{2x^2+2x+3}{(x+1)(x+3)}=\frac{2x^2+2}{(x+2)(x+3)}+2.$

135. $\frac{1}{9}\left\{\frac{1}{7}\left[\frac{1}{5}\left(\frac{1}{3}(x+2)+4\right)+6\right]+8\right\}=1.$

Если коэфициенты при неизвестном или свободные члены суть не числа, а буквенные выражения, то уравнение называется *буквенным*. Буквенное уравнение решается по тем же правилам, что и численное уравнение. В результате решения буквенного уравнения получаются, вообще говоря, выражения, содержащие те буквы, которые входят в состав коэфициентов и свободных членов данного уравнения. Эти выражения, называемые корнями уравнения, обладают тем свойством, что при подстановке их в уравнение вместо неизвестного уравнение обращается в тождество.

Например, уравнение $ax+bx=c$ имеет корень $\frac{c}{a+b}$; при подстановке этого корня в уравнение получается тождество:

$$\frac{ac}{a+b}+\frac{bc}{a+b}=c.$$

136. $x+a=b.$	136. $x-a=b.$
137. $a-x=b.$	137. $b-x=a.$
138. $mx=n.$	138. $nx=m.$
139. $\frac{x}{n}=m.$	139. $\frac{x}{m}=n.$
140. $ax+bx=c.$	140. $ax-bx=c.$
141. $\frac{x}{a}+b=c.$	141. $\frac{x}{a}-b=c.$
142. $m(x+n)=p.$	142. $n(x-m)=p.$
143. $mx-p=nx.$	143. $nx=p-mx.$
144. $\frac{ay}{b}=c.$	144. $\frac{by}{a}=c.$
145. $z+\frac{z}{b}=c.$	145. $\frac{z}{c}-z=b.$
146. $y-\frac{ny}{m}=q.$	146. $\frac{my}{n}+y=q.$
147. $\frac{nz}{p}+\frac{nz}{pq}=r.$	148. $ax+b=cx+d.$
149. $mx-p=nx+q.$	150. $\frac{py}{q}-\frac{qy}{p}=a.$

151. $\frac{p+z}{p}+q=\frac{q+z}{q}+m.$ 151. $\frac{z-p}{p}-q=\frac{z-q}{q}-m.$

152. $abc-a^2x=ax+a^2b.$ 152. $bx-b^2c=abx-ab^2.$

153. $(b+1)x+ab=b(a+x)+a.$

154. $(p-y)(q+y)=p^2-y^2$

155. $(p+z)(p-z)=2p(p+z)-z^2.$

156. $\frac{a+bx}{a+b}=\frac{c+dx}{c+d}.$ 157. $\frac{a-bx}{a+2b}=\frac{c-dx}{c+2d}.$

158. $2ac-(b+c)x=(c-b)x+2bx$

159. $(a+c)^2x-c^3=(a^2-c^2)c+c^2x.$

160. $\frac{x}{a}+\frac{x}{b}+\frac{x}{c}=\frac{d}{ab}.$ 161. $\frac{ax}{c}+\frac{cx}{a}+2x=a^3+c^3.$

162. $y(y+m)+y(y+n)-2(y+m)(y+n)=0.$

163. $(3m-y)(m-n)+2my=4n(m+y).$

164. $p^2-4pz+z^2+(z+2q)^2-2(z-2n)^2=0$

165. $(z+3p)(z-3q)+3(z-3p)(z+3q)=4(z-3p)(z-3q)$

166. $\frac{x}{b^2}+\frac{x}{a^2}+\frac{x}{ab}=a^3-b^3$

167. $\frac{x}{ab^4}+\frac{3x}{a^2b^3}+\frac{3x}{a^3b^2}+\frac{x}{a^4b}=\frac{1}{b^4}-\frac{1}{a^4}.$

168. $\frac{5cx}{c-d}-3c=8x.$ 169. $\frac{x}{c}+\frac{x}{d-c}=\frac{c}{c+d}.$

170. $\frac{x}{c-d}-\frac{5c}{c+d}=\frac{2dx}{c^2-d^2}.$ 171. $\frac{c-x}{d-c}-\frac{x+c}{c+d}=\frac{2cx}{c^2-d^2}$

172. $\frac{2x+k}{l}+\frac{x-l}{k}=\frac{3kx-(k-l)^2}{kl}.$

173. $\frac{kx}{l}+\frac{l-x}{2k}+\frac{k(l-x)}{3}=k.$

174. $\frac{3n(x-m)}{5m}+\frac{x-n^3}{15n}=-\frac{(4m+px)n}{6m}.$

175. $\frac{n-2x}{3m}-\frac{5m^2}{2n^2}=\frac{x}{m}-2+\frac{m(x-m)}{n^2}.$

176. $a-\frac{x+ac}{b}+\frac{x+bc}{a}=\frac{ab-x}{c}-a.$

177. $\frac{6a+5b}{6a}-\frac{4bx}{3a^2}=1-\frac{bx}{a^2+ab}.$

178. $2b^2 - \frac{(3c^2 - 5b^2)\,ax}{bc^3} = \frac{2ax}{c} - 3b + \frac{5abx}{c^3}$.

179. $\frac{c+3x}{4c^2+6cd} - \frac{2x-c}{6cd-9d^2} = \frac{2c+x}{4c^2-9d^2}$.

180. $\frac{x+l}{k+l} + \frac{x-l}{k-l} = \frac{1}{k+l} - \frac{x-l}{k^2-l^2} + \frac{2x}{k}$.

181. $\frac{x}{k}(3kl+1) = \frac{3kl}{k+1} + \frac{(2k+1)\,x}{k^3+2k^2+k} + \frac{k^2}{(k+1)^2}$.

182. $\frac{m^2+n^2}{m+n}\cdot\left[2(m+n) - \frac{n^2x}{m+n}\right] = \left[2m + n\left(\frac{m}{n}-1\right)^2\right]\left(n - \frac{nx}{m-n}\right)$.

183. $\frac{mn}{m+n}\left[3p + \frac{mn}{(m+n)^2}\right] + \frac{(2m+n)\,n^2x}{m\,(m+n)^2} = 3px + \frac{nx}{m}$.

184. $\left(\frac{p}{1-p^2} + \frac{1}{1-p+p^2-p^3}\right)(1-x) = 4 - \frac{1-x}{1+p} - \frac{1-x}{1+p^2} - \frac{1-x}{1+p+p^2+p^3}$.

185. $(x+2pq)\left(\frac{1}{p+q-r} - \frac{1}{p+q+r}\right) = (2pq-x)\left(\frac{1}{q+r-p} + \frac{1}{p-q+r}\right)$.

186. $\frac{x}{a^2} - 1 = \frac{2x}{a^2n} - \frac{a^2+x}{a^2n^2}$.

187. $\frac{\frac{ad}{cx} - \frac{bc}{dx}}{cd} = \frac{d}{c^2} - \frac{b}{ad}$.

188. $(a+x-b)(a-b-x) = (a^2-x)(b^2+x) - a^2b^2$

189. $(a-n)(a-nx) - (a+n)(n+ax) = n\left[(2a-3n)\,x - n\right] - 2a^2x$.

190. $\frac{a(x-a)}{a+2b} + \frac{b(x-b)}{2a+b} = a+b$.

191. $\frac{3x}{a^2+4n(a+n)} - \frac{2(a-n)\,x - a^2 + 4n^2}{a^3+4a^2n+4an^2} = \frac{1}{a}$.

192. [1]). $\frac{x+1}{x-1} = \frac{a+b+1}{a+b-1}$.

193. $\frac{x-1}{x+a-b} = \frac{1-x}{x-a+b} + 2$.

194. $\frac{x}{ab} + \frac{x}{ac} + \frac{x}{bc} - 1 = abc - (a+b+c)\,x$.

195. $[(a^2-b^2)\,x - 1]^2 + (2abx-1)^2 = [(a^2+b^2)\,x+1]^2$.

196. $\frac{x+a}{a-b} + \frac{x-a}{a+b} = \frac{x+b}{a+b} + \frac{2(x-b)}{a-b}$.

---

[1]) Указание. При решении примеров 192 и 197 можно воспользоваться производными пропорциями.

197. $\dfrac{a^3-b^3}{a^3+b^3}=\dfrac{a(x-b^2)+b(a^2-x)}{a(x-b^2)-b(a^2-x)}$.

198. $\dfrac{x}{a}+\dfrac{x}{b-a}=\dfrac{a}{b+a}$. 199 $\dfrac{a+b}{x-c}=\dfrac{a}{x-a}+\dfrac{b}{x-b}$.

200 $(a+x)(b+x)=(c+x)(d+x)$.

201. $\dfrac{3abc}{a+b}+\dfrac{a^2b^2}{(a+b)^3}+\dfrac{(2a+b)b^2x}{a(a+b)^2}=3cx+\dfrac{bx}{a}$.

202. $\dfrac{a^2-x}{x-2a}-\dfrac{2a+x}{a^2-x}=\dfrac{a^4}{a^2x+2ax-2a^3-x^2}$.

203. $\dfrac{a^2+x}{b^2-x}-\dfrac{a^2-x}{b^2+x}=\dfrac{4abx+2a^2-2b^2}{b^4-x^2}$.

204. $\dfrac{x^2}{an^3-an^2-an+nx-x+a}=\dfrac{x-an^2+a^2}{n-1}+$
$$+\dfrac{a(n^2-1)x}{a(n^2-1)+x}.$$

205. $\dfrac{a^2+ax+x^2}{a^3+a^2x+ax^2+x^3}-\dfrac{a^3-a^2x+ax^2}{a^4+2a^2x^2+x^4}=\dfrac{1}{a+x}$.

206. $\dfrac{2(x-a)}{a^2-c^2-2ax+x^2}+\dfrac{c-x}{a^2-ac+cx-2ax+x^2}=\dfrac{1}{x-a}$.

207. $\dfrac{x+b}{a+b}+\dfrac{x-b}{a-b}=\dfrac{b+x}{a^2+2ab+b^2}-\dfrac{x-b}{a^2-b^2}+\dfrac{2x}{a}$.

208. $\dfrac{x}{a}(3ab+1)=\dfrac{3ab}{a+1}+\dfrac{(2a+1)x}{a^3+2a^2+a}+\dfrac{a^2}{1+a[a(a+3)+3]}$.

209. $c\left[b\left(2a+\dfrac{x}{c}\right)+cd\left(\dfrac{a}{b}-1\right)-2b^2\right]=x\left[\dfrac{b^2}{a}-\dfrac{3a}{b}(b-a)\right]$.

210. $\{(a+1)[(a-1)x-2]\}^2=$
$$=[(a^2+1)x+2(a+1)]^2-[2ax-2(a+1)]^2.$$

§ 3. Система уравнений.

Рассмотрим одно уравнение первой степени с двумя неизвестными.

Каждая система значений неизвестных, удовлетворяющая данному уравнению, называется *решением* этого уравнения.

Одно уравнение с двумя неизвестными x и y имеет бесчисленное множество решений, каждое из которых состоит из двух чисел; при этом значение одного из неизвестных выбирается произвольно, а значение другого определяется из уравнения и зависит от значения первого. Например, уравнение $2x+3y=11$ имеет бесчисленное множество решений, одно из которых есть $x=4$, $y=1$.

Если даны два уравнения с двумя неизвестными x и y и требуется разыскать все *общие* решения этих уравнений, которые одновременно удовлетворяют *каждому* из данных уравнений, то совокупность данных уравнений называется *системой* двух уравнений с двумя неизвестными.

В теории доказывается, что система двух уравнений первой степени с двумя неизвестными: 1) либо имеет *единственное* общее решение, 2) либо не имеет *ни одного* общего решения, 3) либо имеет *бесчисленное множество* общих решений.

Третий случай имеет место при том условии, если одно из данных уравнений получено из другого путём умножения на какое-нибудь отличное от нуля число и, следовательно, эквивалентно (равносильно) этому другому уравнению, так что все без исключения решения одного уравнения суть вместе с тем решения другого уравнения. Например, уравнения $3x - 5y = 2$ и $12x - 20y = 8$ имеют *бесчисленное множество общих решений,* так как второе уравнение получено из первого путём умножения на 4.

Второй случай имеет место при условии, если левая и правая части одного из уравнений получены путем умножения левой и правой частей другого уравнения соответственно на *неравные* между собой числа m и n. Например, уравнения $3x - 5y = 2$ и $9x - 15y = 4$ не имеют *ни одного общего решения.*

Две системы двух уравнений с двумя неизвестными, имеющие *одни и те же* решения, называются *эквивалентными (равносильными).* Решение системы двух уравнений с двумя неизвестными состоит в том, что данную систему заменяют другой, эквивалентной данной, в которой одно уравнение содержит два неизвестных, а другое — одно неизвестное; последнее получается из уравнений данной системы путём *исключения* из них одного из неизвестных.

Для исключения из двух уравнений первой степени данной системы одного из неизвестных существуют следующие способы:

1. *Способ алгебраического сложения.* Этот способ состоит в том, что все члены каждого из уравнений умножают на соответственно подобранные множители так, чтобы коэфициенты при одном и том же неизвестном в обоих уравнениях оказались *противоположными* числами, а затем уравнения почленно складывают, в результате чего получают уравнение, содержащее одно только неизвестное. Очевидно, что если уравниваемые коэфициенты имеют одинаковые (разные) знаки, то уравнивающие множители должны быть взяты с разными (одинаковыми) знаками.

2. *Способ подстановки.* Этот способ состоит в том, что из одного уравнения данной системы определяют какое-либо

из неизвестных в зависимости от другого и найденное для этого неизвестного выражение *подставляют* в другое уравнение системы, в результате чего получают уравнение с одним только неизвестным.

До того как приступить к исключению неизвестного, каждое из уравнений приводят к *нормальному* виду $ax+by=c$ (где a, b и c — целые числа, не имеющие общих множителей), для чего выполняют все те преобразования, которые применяются к уравнению с одним неизвестным.

Примеры решения системы уравнений с двумя неизвестными:

Пример 1.

$$4x-3y=7; \qquad 5x+2y=26.$$

Исключаем неизвестное y; для этого члены первого уравнения умножаем на 2, второго на 3, после чего уравнения почленно скадываем; получаем уравнение $23x=92$, откуда находим, что $x=4$. Подставляя значение неизвестного x в первое уравнение, находим, что $y=3$.

Пример 2.

$$5x+6y=16; \qquad 7x+10y=24.$$

Исключаем неизвестное y. Замечая, что коэфициенты при неизвестном y имеют одинаковые знаки, умножаем все члены первого уравнения на 5, а все члены второго уравнения на —3, после чего уравнения почленно складываем; получаем уравнение $4x=8$, из которого находим, что $x=2$. Путем подстановки находим, что $y=1$.

Пример 3.

$$3x+4y=19; \qquad 2x-5y=5.$$

Определяем из первого уравнения неизвестное x в зависимости от неизвестного y:

$$x=\frac{19-4y}{3}.$$

Подставляем найденное для неизвестного x выражение во второе уравнение:

$$\frac{2(19-4y)}{3}-5y=5.$$

Мы получили одно уравнение с одним неизвестным y. Решая его, находим, что $y=1$.

Подставляя найденное для y значение 1 в выражение для x, получаем:

$$x=\frac{19-4\cdot 1}{3}=5.$$

Решить следующие системы уравнений:

211. $\begin{cases} x+y=50 \\ x-y=20 \end{cases}$

212. $\begin{cases} x+y=40 \\ y-x=8 \end{cases}$

213. $\begin{cases} x+5y=47 \\ x+y=15 \end{cases}$

214. $\begin{cases} x-3y=4 \\ x-y=8 \end{cases}$

215. $\begin{cases} 3x+8y=19 \\ 3x-y=1 \end{cases}$

216. $\begin{cases} 3x+4y=85 \\ 5x+4y=107 \end{cases}$

217. $\begin{cases} x+5y=35 \\ 3x+2y=27 \end{cases}$

218. $\begin{cases} 5x+7y=101 \\ 7x-y=55 \end{cases}$

219. $\begin{cases} 3x+8y=59 \\ 6x+5y=107 \end{cases}$

220. $\begin{cases} 15x-8y=29 \\ 3x+2y=13 \end{cases}$

221. $\begin{cases} 14x-9y=24 \\ 7x-2y=17 \end{cases}$

222. $\begin{cases} 5y+4x=13 \\ 3y+5x=13 \end{cases}$

223. $\begin{cases} 3x-5y=13 \\ 2x+7y=81 \end{cases}$

224. $\begin{cases} 2x-7y=8 \\ 4y-9x=19 \end{cases}$

225. $\begin{cases} 3y-4x=1 \\ 3x+4y=18 \end{cases}$

226. $\begin{cases} 6x-4y=5 \\ 8x-3y=2 \end{cases}$

227. $\begin{cases} 12x+15y=8 \\ 16x+9y=7 \end{cases}$

228. $\begin{cases} 5x+14y=24 \\ 19x-21y=17 \end{cases}$

229. $\begin{cases} 8x-33y=19 \\ 12x+55y=19 \end{cases}$

230 $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=7 \\ \frac{2x}{3}-\frac{y}{4}=1 \end{cases}$

231. $\begin{cases} \frac{7x}{6}+\frac{5y}{3}=34 \\ \frac{7x}{8}+\frac{y}{8}=12 \end{cases}$

232 $\begin{cases} \frac{x+y}{3}+x=15 \\ y-\frac{y-x}{5}=6 \end{cases}$

233. $\begin{cases} \frac{x}{2}-\frac{y}{3}=1 \\ \frac{2x-1}{2}-\frac{3y-1}{3}=\frac{5}{6} \end{cases}$

234. $\begin{cases} \frac{x+y}{2}-\frac{x-y}{3}=8 \\ \frac{x+y}{3}+\frac{x-y}{4}=11 \end{cases}$

235. $\begin{cases} \dfrac{3x-1}{5}+3y-4=15 \\ \dfrac{3y-5}{6}+2x-8=\dfrac{23}{3} \end{cases}$

236. $\begin{cases} \dfrac{3x-5y}{2}+3=\dfrac{2x+y}{5} \\ 8-\dfrac{x-2y}{5}=\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3} \end{cases}$

237. $\begin{cases} \dfrac{7+x}{5}-\dfrac{2x-y}{4}=3y-5 \\ \dfrac{5y-7}{6}+\dfrac{4x-3}{2}=20-5x \end{cases}$

238 $\begin{cases} x+2-\dfrac{5x+3y}{7}=y-\dfrac{9y+11}{14} \\ y+2-\dfrac{4y-3x}{2}=x-\dfrac{2y-5}{5} \end{cases}$

239. $\begin{cases} \dfrac{x-1}{y-1}=\dfrac{1}{5} \\ \dfrac{x+4}{y+4}=\dfrac{2}{5} \end{cases}$

240 $\begin{cases} \dfrac{5}{x+4}=\dfrac{2}{y-1} \\ \dfrac{3}{x+2}=\dfrac{4}{y+1} \end{cases}$

241. $\begin{cases} 0{,}25x+0{,}04y=2 \\ 4x+25y=641 \end{cases}$

242. $\begin{cases} x-y=\dfrac{1}{12} \\ 18x-5y=4\dfrac{3}{4} \end{cases}$

243. $\begin{cases} x+4\,[2y-(x-5)]=36 \\ 7\left[\dfrac{1}{3}(2x+y)-\dfrac{1}{5}y\right]-4x=10 \end{cases}$

244. $\begin{cases} \dfrac{5}{x-1}:\dfrac{4}{y-1}=25:24 \\ \dfrac{2}{x+1}:\dfrac{3}{y+1}=7:12 \end{cases}$

245. $\begin{cases} \dfrac{1}{2}y-3x=2 \\ y=14x \end{cases}$

246. $\begin{cases} \dfrac{9x-y}{8}=1 \\ 7\,(x-1)=\dfrac{1}{9}\,(1-y) \end{cases}$

247. $\begin{cases} 0{,}2x-\dfrac{3{,}2-4y}{5}=x+0{,}16 \\ \dfrac{1{,}2y}{0{,}3}-\dfrac{2{,}5x+1}{y+0{,}6}=4y-\dfrac{5}{3} \end{cases}$

248. $\begin{cases} x=2+\dfrac{xy+13}{y+6} \\ y=2+\dfrac{xy-13}{x+4} \end{cases}$

249 $\begin{cases} 5+4\,(0{,}1x+1)=1{,}1y \\ 5+4\left(\dfrac{1}{x}-1\right)=\dfrac{11+0{,}3y-x}{x} \end{cases}$

250. $\begin{cases} (x+2)(y-3)=(x-1)(y-2)-29 \\ \dfrac{x-\frac{1}{3}y}{2}=\dfrac{136}{3}+\dfrac{x}{6} \end{cases}$

251. $\begin{cases} x+y=a \\ x-y=2b \end{cases}$

252. $\begin{cases} 2x-3y=5b-a \\ 3x-2y=a+5b \end{cases}$

253. $\begin{cases} ax+by=1 \\ a^2x+b^2y=a \end{cases}$

254. $\begin{cases} ax+by=c \\ bx-ay=d \end{cases}$

255. $\begin{cases} \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{c}=b+d \\ \dfrac{x}{b}+\dfrac{y}{d}=a+c \end{cases}$

256. $\begin{cases} \dfrac{x}{a}-\dfrac{y}{b}=1 \\ \dfrac{x}{5a}+\dfrac{y}{8b}=\dfrac{3}{2} \end{cases}$

257. $\begin{cases} ax-by=a^2+b^2 \\ bx+ay=a^2+b^2 \end{cases}$

258. $\begin{cases} \dfrac{x-a}{b}+\dfrac{y-b}{a}=1 \\ \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1 \end{cases}$

259. $\begin{cases} x+y=1 \\ bcx+acy=ab \end{cases}$

260. $\begin{cases} \dfrac{bx+1}{a+y}=1 \\ \dfrac{x+y}{x-y}=\dfrac{a+b}{a-b} \end{cases}$

261. $\begin{cases} \dfrac{dy}{bx}=\dfrac{a}{c} \\ bx+dy=a+c \end{cases}$

262. $\begin{cases} bx-dy=a-c \\ \dfrac{x-1}{y-1}=\dfrac{d(a-b)}{b(c-d)} \end{cases}$

263. $\begin{cases} (x+a)(y-b)+2c=(x-a)(y+b) \\ (x+b)(y-a)=(x+a)(y-b) \end{cases}$

264. $\begin{cases} (2a+b)x-(2a-b)y=8ab \\ (2a-b)x+(2a+b)y=8a^2-2b^2 \end{cases}$

265. $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=\dfrac{c+d-\frac{cd}{c+d}}{c-d-\frac{cd}{c-d}} \\ x+y=2c^3 \end{cases}$

266. $\begin{cases} \dfrac{x-a}{y}=m \\ \dfrac{y-b}{x}=n \end{cases}$

267. $\begin{cases} kx=my \\ \dfrac{x}{k}+\dfrac{y}{m}=1 \end{cases}$

268. $\begin{cases} \dfrac{1}{p}(1-y)=\dfrac{1}{q}x \\ y=\dfrac{p}{p+q}(x+y)-\dfrac{p-q}{q} \end{cases}$

269. $\begin{cases} \dfrac{k-l}{kl}-\dfrac{2l}{hk}-\dfrac{x-y}{h}=0 \\ \dfrac{l}{ky}(x+2)=1 \end{cases}$ **270.** $\begin{cases} ax+by=0 \\ (a-b)x+(a+b)y=2a \end{cases}$

271. $\begin{cases} \dfrac{x-a}{y-a}=\dfrac{a-b}{a+b} \\ \dfrac{x}{y}=\dfrac{a^3-b^3}{a^3+b^3} \end{cases}$

272. $\begin{cases} \dfrac{4}{x+ab}-\dfrac{1}{x-ab}=\dfrac{(a+b)^2-2(ab-y)}{x^2-a^2b^2} \\ 3(y+ab)-2x=(a-b)^2 \end{cases}$

273. $\begin{cases} 1+\dfrac{x}{a-x-2}=\dfrac{ay-2y}{(a-x)(a+x)-4(a-1)} \\ \dfrac{x-5}{a-y}=0,5 \end{cases}$

274. $\begin{cases} \dfrac{p(n+q)}{1-y}=\dfrac{q(n+p)}{1+x} \\ \dfrac{x}{nq}-\dfrac{y}{np}=\dfrac{2}{pq} \end{cases}$

275. $\begin{cases} \left(\dfrac{1}{d}+\dfrac{1}{n}\right)x-\left(\dfrac{1}{d}-\dfrac{1}{n}\right)y=4 \\ \dfrac{x}{n+d}+\dfrac{y}{n-d}=2 \end{cases}$

Если после освобождения системы уравнений от знаменателей и раскрытия скобок в одном или в обоих уравнениях появляются члены *второго* измерения по отношению к неизвестным x и y (т. е. члены, содержащие x^2, y^2 или xy), то данная система уже не представляет собою системы двух уравнений *первой* степени. Однако иногда можно свести решение такого рода системы к решению системы уравнений первой степени с помощью надлежащего выбора *вспомогательных неизвестных*. Например, для решения системы

$$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=c, \quad \frac{m}{x}+\frac{n}{y}=p$$

достаточно обозначить дробь $\frac{1}{x}$ через u, а дробь $\frac{1}{y}$ — через v; тогда данная система сведется к системе

$$au+bv=c, \quad mu+nv=p,$$

решаемой обычным путём. Найдя значения вспомогательных неизвестных u и v, определим значения неизвестных x и y из уравнений $x=\frac{1}{u}$, $y=\frac{1}{v}$.

Точно так же система

$$\frac{a}{x+y}+\frac{b}{x-y}=c, \quad \frac{m}{x+y}+\frac{n}{x-y}=p$$

решается с помощью введения вспомогательных неизвестных:

$$\frac{1}{x+y}=u, \ \frac{1}{x-y}=v.$$

276. $\begin{cases} x+\frac{3}{y}=\frac{7}{2} \\ 3x-\frac{2}{y}=\frac{26}{3} \end{cases}$

277. $\begin{cases} \frac{8}{x}+3y=19 \\ \frac{12}{x}-y=1 \end{cases}$

278. $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{11}{30} \\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{30} \end{cases}$

279. $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{2}{y}=10 \\ \frac{4}{x}+\frac{3}{y}=20 \end{cases}$

280. $\begin{cases} \frac{3}{x}+\frac{8}{y}=3 \\ \frac{15}{x}-\frac{4}{y}=4 \end{cases}$

281. $\begin{cases} \frac{1}{x}=\frac{17}{6}-\frac{1}{y} \\ \frac{1}{y}=\frac{1}{x}+\frac{1}{6} \end{cases}$

282. $\begin{cases} 3xy=8x+3y \\ 4xy=15y-4x \end{cases}$

283. $\begin{cases} \frac{18}{x-y}+\frac{20}{x+y}=5 \\ \frac{24}{x-y}-\frac{30}{x+y}=1 \end{cases}$

284. $\begin{cases} \frac{18}{3x-2y}+\frac{11}{2x-3y}=13 \\ \frac{27}{3x-2y}-\frac{2}{2x-3y}=1 \end{cases}$

285. $\begin{cases} \frac{1}{1-x+y}-\frac{1}{x+y-1}=\frac{2}{3} \\ \frac{1}{1-x+y}-\frac{1}{1-x-y}=\frac{4}{3} \end{cases}$

286. $\begin{cases} \frac{a}{x}+\frac{b}{y}=c \\ \frac{b}{x}+\frac{a}{y}=c \end{cases}$

287. $\begin{cases} \frac{3a}{x}-\frac{2c}{y}=1 \\ \frac{a}{x}-\frac{c}{3y}=\frac{2}{3} \end{cases}$

288. $\begin{cases} x+y=axy \\ x-y=xy \end{cases}$

289. $\begin{cases} c(bx+ay)=axy \\ c(ax-by)=bxy \end{cases}$

290. $\begin{cases} \frac{2n}{x+ny}-\frac{1}{x-ny}=1 \\ \frac{10n}{x+ny}+\frac{3}{x-ny}=1 \end{cases}$

Система трёх уравнений:

291. $\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=7 \\ x+z=6 \end{cases}$ 292. $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x+3z=16 \\ 5y-z=10 \end{cases}$ 293. $\begin{cases} x+y+z=36 \\ 2x-3z=-17 \\ 6y-5z=7 \end{cases}$

294. $\begin{cases} x+y-z=17 \\ x+z-y=13 \\ y+z-x=7 \end{cases}$ 295. $\begin{cases} x+y+z=6 \\ x+2y+3z=10 \\ 2x+3y-4z=8 \end{cases}$

296. $\begin{cases} x+2y+z=4 \\ 3x-5y+3z=1 \\ 2x+7y-z=8 \end{cases}$ 297. $\begin{cases} x-2y+3z=6 \\ 2x+3y-4z=20 \\ 3x-2y-5z=6 \end{cases}$

298. $\begin{cases} 2x-4y+9z=28 \\ 7x+3y-6z=-1 \\ 7x+9y-9z=5 \end{cases}$ 299. $\begin{cases} 12x-9y+5z=22 \\ 8x+6y+7z=23 \\ 4x-12y-3z=3 \end{cases}$

300. $\begin{cases} 7x+2y+3z=15 \\ 5x-3y+2z=15 \\ 10x-11y+5z=36 \end{cases}$ 301. $\begin{cases} x+6=\frac{7}{3}y \\ y+1=\frac{7}{2}z \\ z+8=\frac{5}{4}x \end{cases}$

302. $\begin{cases} \frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y=12 \\ \frac{1}{5}z-\frac{1}{6}y=4 \\ \frac{1}{12}x+\frac{1}{7}z=6 \end{cases}$ 303. $\begin{cases} x+y+z=36 \\ \frac{x}{z}=\frac{3}{5} \\ \frac{y}{z}=\frac{4}{5} \end{cases}$

304. $\begin{cases} 2x+3y-z=156 \\ \frac{x}{y}=\frac{2}{5} \\ \frac{x}{z}=\frac{2}{7} \end{cases}$ 305. $\begin{cases} 0{,}1x+0{,}2y+0{,}3z=14 \\ 0{,}4x+0{,}5y+0{,}6z=32 \\ 0{,}7x-0{,}8y+0{,}9z=18 \end{cases}$

306. $\begin{cases} 0{,}25x+0{,}125y=3{,}25 \\ 0{,}9z-0{,}3y=7{,}5 \\ 1{,}4x+1{,}2z=25{,}8 \end{cases}$ 307. $\begin{cases} 1{,}5x-2{,}5y+2z=2{,}5 \\ 3{,}5x+y-1{,}5z=1 \\ 2x+1{,}5y-0{,}5z=3{,}5 \end{cases}$

308. $\begin{cases} 0{,}25x - 0{,}375y = 2{,}25 \\ 2y + 0{,}25z = -3 \\ 0{,}1x - 0{,}6y = 1{,}8 \end{cases}$

309. $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y + \frac{1}{4}z = 23 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}y + \frac{1}{2}z = 25 \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y + \frac{1}{2}z = 28 \end{cases}$

310. $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 62 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 47 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{5} + \frac{z}{6} = 38 \end{cases}$

311. $\begin{cases} \frac{5}{x+y} = 6 \\ \frac{1}{x-y} = 6 \\ \frac{2}{y-z} = 15 \end{cases}$

312. $\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 1 \\ y + \frac{1}{3}z = 1 \\ z + \frac{1}{4}x = 1 \end{cases}$

313. $\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{z}{4} = 8 \\ \frac{z}{4} + \frac{y}{2} = 8 \\ \frac{y}{2} + \frac{x}{11} = 8 \end{cases}$

314. $\begin{cases} \frac{5x}{6} + \frac{y}{3} - \frac{3z}{2} = -1 \\ \frac{5}{12}y - 0{,}5z = -1 \\ 5(y+1) - 4x = -1 \end{cases}$

315. $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{3} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{32}{15} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{17}{15} \end{cases}$

316. $\begin{cases} 10x + 3z = 11{,}5 \\ \frac{y}{5} - \frac{x}{4} = 0{,}2 \\ \frac{z}{3} - \frac{y}{2} = \frac{1}{12} \end{cases}$

317. $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} - \frac{5}{z} = -\frac{1}{24} \\ \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = \frac{1}{20} \\ \frac{2}{3x} - \frac{1}{z} = \frac{13}{45} \end{cases}$

318. $\begin{cases} xz = x + z \\ 5xy = 6(x+y) \\ 5yz = 6(y+z) \end{cases}$

319. $\begin{cases} 2xz = 3(x-z) \\ 5xy = 6(x-y) \\ 17yz = 6(y+z) \end{cases}$

320. $\begin{cases} 2x + \frac{3}{y} - \frac{4}{z} = 4 \\ \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = \frac{17}{12} \\ x + \frac{4}{y} = \frac{10}{3} \end{cases}$

321. $\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = \frac{1}{20} \\ \frac{xz}{2x-3z} = 15 \\ \frac{yz}{4y-5z} = 12 \end{cases}$

322. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}-\dfrac{4}{y}+\dfrac{3}{z}=-3{,}5 \\ \dfrac{x+y}{xy}=2 \\ 0{,}2z-0{,}9y=yz \end{cases}$

323. $\begin{cases} \dfrac{15}{x+y}-\dfrac{4}{x-2z}=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{6}{x+y}+\dfrac{5}{y+3z}=2 \\ \dfrac{10}{y+3z}-\dfrac{7}{x-2z}=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$

324. $\begin{cases} \dfrac{12}{2x+3y}-\dfrac{7{,}5}{3x+4z}=1 \\ \dfrac{30}{3x+4z}+\dfrac{37}{5y+9z}=3 \\ \dfrac{222}{5y+9z}-\dfrac{8}{2x+3y}=5 \end{cases}$

325. $\begin{cases} \dfrac{3}{x+y+z}+\dfrac{6}{2x-y}+\dfrac{1}{y-3z}=1 \\ \dfrac{6}{x+y+z}+\dfrac{4}{2x-y}-\dfrac{1}{y-3z}=3 \\ \dfrac{15}{x+y+z}-\dfrac{2}{2x-y}-\dfrac{3}{y-3z}=5 \end{cases}$

326. $\begin{cases} x+y=a \\ x-z=b \\ y-z=c \end{cases}$

327. $\begin{cases} x+y+z=a \\ x-y+z=b \\ x+y-z=c \end{cases}$

328. $\begin{cases} ax+by-cz=b^2 \\ bx-cy+az=a^2 \\ cx+ay-bz=c^2 \end{cases}$

329. $\begin{cases} ax+by=2c \\ cz+ax=2b \\ by+cz=2a \end{cases}$

330. $\begin{cases} a^2x+b^2y+c^2z=3abc \\ abx-bcy=b^2c-ac^2 \\ bcy-acz=ac^2-a^2b \end{cases}$

331. $\begin{cases} ay+bx=c \\ cx+az=b \\ bz+cy=a \end{cases}$

332. $\begin{cases} (a-b)\,x+(b-c)\,y+(c-a)\,z=0 \\ cx-ay=b\,(c-a) \\ bz-cx=a\,(b-c) \end{cases}$

333. $\begin{cases} x+ay+a^2z=-a^3 \\ x+by+b^2z=-b^3 \\ x+cy+c^2z=-c^3 \end{cases}$

334. $\begin{cases} \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}-\dfrac{z}{c}=c \\ \dfrac{x}{a}-\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=b \\ \dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}-\dfrac{x}{a}=a \end{cases}$ 335. $\begin{cases} \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1 \\ \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{c}+\dfrac{z}{b}=1 \\ \dfrac{x}{b}+\dfrac{y}{a}+\dfrac{z}{c}=1 \end{cases}$

336. $\begin{cases} \dfrac{x+y}{a+b}=\dfrac{y+z}{a} \\ \dfrac{y-x}{y+x}=\dfrac{a-b}{a+b} \\ x+y+z=a+b \end{cases}$

337. $\begin{cases} ax+by+cz=a \\ a^2x+b^2y+c^2z=a^2-bc(b-c) \\ a^3x+b^3y+c^3z=a^3-bc(b^2-c^2) \end{cases}$

338. $\begin{cases} \dfrac{1}{x+y}=k \\ \dfrac{1}{x+z}=l \\ \dfrac{1}{y+z}=m \end{cases}$ 339. $\begin{cases} ax+by=a^2+b(a+c) \\ ay-cz=0 \\ z-x=-b \end{cases}$

340. $\begin{cases} \dfrac{x-2(z-1)}{(a+b)^2}=\dfrac{1}{ab} \\ x-y+z=5 \\ \dfrac{a}{b}-\dfrac{1}{2}(x+y)+\dfrac{b}{a}=0 \end{cases}$ 341. $\begin{cases} \dfrac{a-3b}{x-3b}=\dfrac{b}{y} \\ \dfrac{x-z+b}{a-z+3y}=0{,}5 \\ \dfrac{a-y}{ab-b^2}-\dfrac{z}{ab-a^2}=\dfrac{a+b}{ab} \end{cases}$

342. $\begin{cases} b^2c^2x+a^2c^2y+a^2b^2z=3abc \\ bcx+acy+abz=a+b+c \\ c^2(b-a)y-b^3z=-bc \end{cases}$

343. $\begin{cases} x+y+z=0 \\ ax+by+cz=0 \\ \dfrac{bcx+acy+abz}{(a-b)(a-c)(b-c)}=1 \end{cases}$

344. $\begin{cases} \dfrac{x+(a-b)^2}{yz-2b(y+z)+4b^2}=\dfrac{a}{z-2b}-\dfrac{b}{y-2b} \\ \dfrac{1+y}{2ax}-\dfrac{1+z}{2bx}=-\dfrac{1}{ab} \\ z=b+\dfrac{x}{a-b} \end{cases}$

345. $\begin{cases} \dfrac{(a-b)x+(a+b)y}{z}=2 \\ \dfrac{ax-by+z}{a^2}=2 \\ \dfrac{bx-ay+z}{ab}=2 \end{cases}$

346. $\begin{cases} \dfrac{x}{bc}-\dfrac{z}{ab}=\dfrac{b-y}{ac} \\ \dfrac{bx-cy}{a^2}=1-\dfrac{z}{a} \\ x=c-\dfrac{ay-bz}{c} \end{cases}$

347. $\begin{cases} 3x-2y=z-a \\ 2a-3x-y=\dfrac{1}{2} \\ 3(y-a)=\dfrac{1}{2}z-2 \end{cases}$

348. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=a \\ \dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=b \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{z}=c \end{cases}$

349. $\begin{cases} \dfrac{a+b}{xy}+\dfrac{b+c}{yz}=\dfrac{a+c}{xz} \\ \dfrac{x}{a}-\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=\dfrac{1}{abc} \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{y}{xz} \end{cases}$

350. $\begin{cases} \dfrac{b+c}{x}=\dfrac{a}{y}+\dfrac{a}{z} \\ z-y=(b-c)yz \\ xyz=\dfrac{xy+xz+yz}{a+b+c} \end{cases}$

Система четырёх и более уравнений:

351. $\begin{cases} x+2y=9 \\ 3y+4z=20 \\ 7z+u=17 \\ 2u+5x=11 \end{cases}$

352. $\begin{cases} 4x-3y+2u=9 \\ 2x+3z=16 \\ 4u-2y=14 \\ 3x+4u=26 \end{cases}$

353. $\begin{cases} x+3y=10 \\ y+3z=15 \\ z+3u=10 \\ u+3x=5 \end{cases}$

354. $\begin{cases} x+y+z=6 \\ y+z+u=9 \\ z+u+x=8 \\ u+x+y=7 \end{cases}$

355. $\begin{cases} x+y+z+u=6 \\ x+y+z-u=2 \\ x+y-z+u=2 \\ x-y+z+u=4 \end{cases}$

356. $\begin{cases} 2x-y+z+2u=8 \\ 4x-2y+z-4u=-3 \\ 5x-4y+3z-u=8 \\ x+y+z+u=7 \end{cases}$

357. $\begin{cases} x-2y+3z-u=5 \\ y-2z+3u-x=0 \\ z-2u+3x-y=0 \\ u-2x+3y-z=5 \end{cases}$

358. $\begin{cases} x+y-z=11 \\ \dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{4}=11 \\ \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}-\dfrac{u}{2}=1 \\ \dfrac{y}{2}-\dfrac{z}{8}+\dfrac{u}{7}=6 \end{cases}$

359. $$\begin{cases} x+y=\frac{5}{6} \\ y+z=\frac{7}{12} \\ z-u=\frac{1}{20} \\ u+x=\frac{7}{10} \end{cases}$$

360. $$\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{3}{z}=9 \\ \frac{2}{x}+\frac{3}{y}-\frac{6}{u}=1 \\ \frac{3}{x}+\frac{4}{u}-\frac{6}{z}=3 \\ \frac{2}{y}+\frac{3}{z}+\frac{4}{u}=12 \end{cases}$$

361. $$\begin{cases} x+2y=8 \\ y+3z=15 \\ z+4u=24 \\ u+5t=10 \\ x+y+z+u+t=15 \end{cases}$$

362. $$\begin{cases} 2u-3t=3 \\ t+2z=7 \\ 3z+y=12 \\ 2y-x=8 \\ 5u-3x=18 \end{cases}$$

363. $$\begin{cases} 2x-3y+z=5 \\ 2u-3x+y=5 \\ 5y-2z+3t=6 \\ 4z-5t+u=6 \\ 2t-3u-4x=-17 \end{cases}$$

364. $$\begin{cases} x+4y+4u=2 \\ 10y+11t=-11 \\ 6x+7t=-2 \\ 10u-z=-10 \\ x+2z-t=2 \end{cases}$$

365. $$\begin{cases} x-y+\frac{1}{2}z=1 \\ 2y+4z+5u=2 \\ 3z+u-\frac{2}{3}t=3 \\ 6z+2t-\frac{1}{2}v=4 \\ 4y-2u+2t=5 \\ 3x+z+u=6 \end{cases}$$

366. $$\begin{cases} x-y+z=5a \\ y+z+u=-2a \\ z-u+x=4a \\ u+x+z=2a \end{cases}$$

367. $$\begin{cases} 3x-5y=21-5a \\ 3y+2z=3a-1 \\ 3z-4u=32-4c \\ 3u+7x=3c-1 \end{cases}$$

368. $$\begin{cases} \frac{x+y}{a}=1 \\ x-\frac{2}{5}u+1=\frac{3}{2}a \\ z-1=\frac{4a-9a}{2} \\ y+4=5z+9a \end{cases}$$

369. $\begin{cases} \dfrac{x+by}{z+bu}=\dfrac{1}{a} \\ \dfrac{a^2bz+u}{a^2bx+y}=a \\ \dfrac{ax-2b}{a-b}=\dfrac{2}{3}y \\ ax+y-z+\dfrac{u}{a}=6 \end{cases}$

370. $\begin{cases} x+y+z-u=a \\ 3x-ay-z+au=a^2 \\ 6x+3a^2y-2z-a^2u=a^3 \\ 12x-3a^3y-4z+2a^3u=a^4 \end{cases}$

§ 4. Составление уравнений.

Составить по условиям задачи уравнение с одним или несколькими неизвестными — значит при помощи уравнений выразить зависимость между известными и неизвестными величинами, входящими в условие задачи.

Приведём несколько примеров на составление уравнений.

Задача 1. Число книг на одной полке вдвое меньше, чем на другой. Если взять с первой полки 6 книг, а на вторую поставить 8 книг, то число книг на первой окажется в 7 раз меньше, чем на второй. Узнать, сколько книг на каждой полке.

Обозначим неизвестное число книг первой полки через x. Затем выразим все величины, встречающиеся в условии задачи, в зависимости от x.

Число книг первой полки есть x. Число книг второй полки есть $2x$. С первой полки берут 6 книг; поэтому на ней остаётся $x-6$ книг. На вторую полку прибавляют 8 книг; следовательно, на ней получится $2x+8$ книг. После этого отношение между числами книг второй и первой полок окажется равным $\frac{2x+8}{x-6}$. По условию задачи это отношение равно 7. На этом основании составляем уравнение $\frac{2x+8}{x-6}=7$. Решив его, найдём, что $x=10$.

Если бы мы обозначили через x неизвестное число книг второй полки, то, как легко убедиться, получилось бы уравнение:

$$(x+8):\left(\frac{x}{2}-6\right)=7,$$

решив которое, получим ответ: $x=20$.

Задача 2. Длина окружности переднего колеса экипажа на $\frac{1}{2}$ *м* меньше длины окружности заднего; переднее колесо на протяжении 30 *м* сделало столько же оборотов, сколько заднее на протяжении 36 *м*. Определить длину окружности каждого колеса.

Допустим, что длина окружности переднего колеса равна метрам. Тогда длина окружности заднего колеса будет равı $\left(x+\frac{1}{2}\right)$ метрам. Переднее колесо на протяжении 30 сделало $\frac{30}{x}$ оборотов, а заднее на протяжении 36 *м* сделал $\frac{36}{x+\frac{1}{2}}$ оборотов.

Согласно условию задачи имеет место уравнение:

$$\frac{30}{x}=\frac{36}{x+\frac{1}{2}},$$

откуда находим, что $x=2\frac{1}{2}$.

Но можно составить уравнение и иначе. Именно, обозначи через x число оборотов, которое сделало каждое колес Тогда длина окружности первого колеса выразится частны $\frac{30}{x}$, а второго — частным $\frac{36}{x}$. Согласно условию задачи ра ность длин этих окружностей есть $\frac{1}{2}$, т. е.: $\frac{36}{x}-\frac{30}{x}=\frac{1}{2}$.

Зная же число оборотов колеса, найдем и длину окру ности каждого колеса.

Для решения этой задачи можно также составить систем двух уравнений с двумя неизвестными по схеме:

1-е колесо	x метров	$\frac{30}{x}$ оборотов	$y-x=\frac{1}{2}$
2-е колесо	y метров	$\frac{36}{y}$ оборотов	$\frac{30}{x}=\frac{36}{y}$

Задача 3. Через две трубы, действующие вместе, водоё может наполниться в $9\frac{3}{8}$ часа. Обе трубы были открыты одн временно и действовали в течение 5 часов, но затем втора труба испортилась, и её пришлось закрыть, а первая труб через 7 часов после этого наполнила весь водоём. Во скольк часов каждая труба отдельно могла бы наполнить этот водоём

Допустим, что одна первая труба без участия второй запол няет водоём в x часов, а одна вторая — в y часов. Тогда в ча одною первою трубою заполняется $\frac{1}{x}$ водоёма, второю $\frac{1}{y}$ во доёма, а обеими трубами вместе $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$ всего водоёма. Та как, по условию, обеими трубами вместе водоём заполняется в $9\frac{3}{8}$ часа, то отсюда следует, что в час обеими трубами заполняется $\frac{1}{9\frac{3}{8}}$ водоёма. На этом основании составляем первое уравнение (с двумя неизвестными): $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{9\frac{3}{8}}$.

Обе трубы действовали одновременно только 5 часов; за это время они заполнили $\left(\frac{5}{x}+\frac{5}{y}\right)$ водоёма; но затем продолжала работать в течение 7 часов одна первая труба, которая добавила ещё $\frac{7}{x}$ водоёма. Отсюда второе уравнение (с двумя неизвестными):

$$\frac{5}{x}+\frac{5}{y}+\frac{7}{x}=1.$$

Решая систему двух уравнений:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{9\frac{3}{8}}; \qquad \frac{5}{x}+\frac{5}{y}+\frac{7}{x}=1,$$

получаем: $x=15$, $y=25$.

Из приведённых примеров видно, что составление уравнения выполняется в следующем порядке:

1) решают вопрос о том, какую именно из неизвестных величин принять за основное неизвестное; 2) обозначив это неизвестное через x (или какой-либо другой буквой), выражают все другие неизвестные величины, встречающиеся в условии задачи, через основное неизвестное x; 3) опираясь на зависимость между известными и неизвестными величинами, составляют уравнение.

Задачи на составление уравнений[1]).

371. Два лица имеют вместе 38 руб., причём у первого шестью рублями больше, чем у второго. Сколько денег у каждого?

372. В двух кошельках находится 81 рубль. В первом денег вдвое меньше, чем во втором. Сколько денег в каждом?

373. В трёх корзинах находится 47 яблок, причём в первой и во второй — поровну, а в третьей — на 2 яблока больше, чем в каждой из остальных. Сколько яблок в каждой корзине?

[1]) Задачи 371—477 проще всего сводить к уравнению с одним неизвестным; в последующих задачах надо пользоваться двумя или несколькими неизвестными, хотя иногда можно все-таки пользоваться одним неизвестным.

374. На трех полках лежит всего 66 книг, причем на нижней втрое больше, а на средней вдвое больше, чем на верхней. Сколько книг на каждой полке?

375. Часы, цепочка и брелок стоят вместе 72 руб. Брелок дороже цепочки в два раза, а часы дороже брелка в три раза. Что стоят часы, цепочка и брелок в отдельности?

376. Разделить число 21 на две части так, чтобы кратное отношение первой части ко второй равнялось дроби $\frac{3}{4}$.

377. Разделить число 88 на такие две части, чтобы частные от деления первой части на 5, а второй на 6 были равны.

378. Сумма двух чисел 85, а разность их 15. Найти эти числа.

379. Разность двух чисел 8, а кратное отношение их равно дроби $\frac{3}{2}$. Найти эти числа.

380. Разделить число 46 на две части так, чтобы разность частных от деления первой части на 3 и второй на 7 равнялась 2.

381. Разделить число 75 на две части так, чтобы бо̀льшая часть превышала втрое разность между обеими частями.

382. Сумма двух чисел 64. При делении бо̀льшего числа на меньшее получается в частном 3 и в остатке 4. Найти эти числа.

383. Разность двух чисел 35. При делении бо̀льшего числа на меньшее получается в частном 4 и в остатке 2. Найти эти числа.

384. Одно из неизвестных двух чисел больше другого на 5. Если разделить меньшее число на 4, а бо̀льшее на 3, то первое частное будет на 4 меньше второго. Найти оба числа.

385. Одно из двух неизвестных чисел меньше другого на 6. Если разделить бо̀льшее число пополам, то полученное частное будет тремя единицами меньше другого числа. Найти оба числа.

386. В одном резервуаре вдвое больше воды, чем в другом; если же перелить из первого во второй 16 *гл*, то в обоих окажется воды поровну. Сколько воды в каждом?

387. В одном ящике 12 *кг*, а в другом 36 *кг* гвоздей. Сколько гвоздей нужно переложить из второго ящика в первый, чтобы гвоздей (по весу) в них стало поровну?

388. Из двух сортов товара ценою 15 руб. и 21 руб. за килограмм требуется составить 32 *кг* смеси ценою в 16 руб. 50 коп. за килограмм. Сколько взять товара каждого сорта?

389. В учебном заведении в двух классах в начале учебного года было 45 учащихся. В середине учебного года перевели из первого класса во второй двоих учащихся, после чего число учащихся первого класса составило 80% числа учащихся второго класса. Сколько учащихся было в каждом классе в начале учебного года?

390. Метр материи подешевел на 60 коп., вследствие чего 19 *м* материи по новой цене стоят на 4 руб. дешевле, чем 18 *м* этой же материи по старой цене. Определить цену материи до снижения.

391. Из двух металлов с удельным весом 7,2 и 8,4 составлено 19 *кг* сплава с удельным весом 7,6. Сколько взято каждого металла?

392. Некто имеет в правом кармане в четыре раза более рублей, чем в левом; если же он переложит из правого кармана в левый 6 руб., то в правом окажется денег только в 3 раза более, чем в левом. Сколько денег в каждом кармане?

393. При расчёте двух рабочих первый из них получил за работу на 12 руб. больше второго, и ему же после этого второй рабочий уплатил 2 руб. долгу. Оказалось, что первый понёс домой денег втрое больше, чем второй. Сколько заработал каждый?

394. Отцу 40 лет, а сыну 12 лет. Сколько лет назад отец был впятеро старше сына?

395. Отец на 39 лет старше сына, а через 7 лет будет старше сына в четыре раза. Сколько лет тому и другому?

396. В одном резервуаре 48 вёдер, а в другом 22 ведра воды. Из первого отлили воды вдвое больше, чем из второго, и тогда в первом осталось втрое больше воды, чем во втором. Сколько вёдер вылито из каждого?

397. За 30 *м* ткани двух сортов заплочено всего 512 руб. Метр первого сорта стоит 18 руб., а метр второго 16 руб. Сколько куплено метров того и другого сорта?

398. Из кооператива было продано 38 *кг* товара двух сортов ценою по 18 руб. за 1 *кг* первого сорта и по 9 руб. 60 коп. за 1 *кг* второго сорта и выручено при этом за весь первый сорт на 132 руб. больше, чем за второй. Сколько продано товара того и другого сорта?

399. Два велосипедиста выехали одновременно из двух городов, находящихся на расстоянии 300 *км*, и едут навстречу один другому. Первый проезжает в час 12 *км*, второй 13 *км*. Когда они встретятся?

400. С двух станций железной дороги, находящихся на расстоянии $76\frac{1}{2}$ *км*, выходят одновременно два товарных поезда и идут по одному направлению со скоростями $31\frac{1}{2}$ *км* и

$18\frac{3}{4}$ *км* в час, причём первый идёт за вторым. Когда первы поезд догонит второй?

401. Со станции в 12 часов дня выходит товарный поезд делающий по 32 *км* в час. Через 45 минут с той же станци выходит пассажирский поезд, делающий по 42 *км* в час. В ко тором часу пассажирский поезд догонит товарный?

402. При продаже товара на 299 руб. наценка составил 15%. Что стоит товар без наценки?

403. Если продать товар за 429 руб., то убыток состави $2\frac{1}{2}$%. Что стоит товар?

404. Бассейн наполняется одной трубой в 3 часа, другой — в 5 часов. Во сколько времени наполнится он, если открыт одновременно обе трубы?

405. Бассейн наполняется водой через одну трубу в 4 часа, а че рез другую вся вода может вытечь в 6 часов. Во сколько времен наполнится бассейн при одновременном действии обеих труб?

406. Двое рабочих вместе кончают работу в 3 часа 36 мин. первый может её выполнить в 6 часов. Во сколько времен сделает ту же работу второй?

407. В бассейн проведены три трубы; через первые дв вода вливается, через третью вытекает. Через первую труб бассейн может наполниться в 3 часа, через вторую — в 2 часа а через третью вся вода может вытечь из бассейна в 6 часов. Во сколько времени бассейн наполнится, если открыть все три трубы?

408. Из трёх труб, проведённых в бассейн, первая напол няет его в 5 часов, вторая наполняет в 15 часов, а через треть весь бассейн вытекает в 3 часа. Во сколько времени полный бассейн вытечет при одновременном действии всех труб?

409. Поезд идёт из A в B со скоростью 30 *км* в час, возвра щается из B в A со скоростью 28 *км* в час. Весь проезд туда и обратно он сделает в $14\frac{1}{2}$ часов. Сколько километров от A до B?

410. Из A в B вышел товарный поезд, проходящий в час 20 *км*. Через 8 часов выходит поезд из B в A, проходящий 30 *км* в час. Расстояние AB равно 350 *км*. На каком расстоя нии от A поезда встретятся?

411. Сумма трёх чисел равна 70. Второе число при делении на первое даёт в частном 2 и в остатке 1, третье при делении на второе даёт в частном 3 и в остатке 3. Найти эти числа.

412. Найти число, которое при делении на 5 даёт в остат ке 2, а при делении на 8 даёт в остатке 5, зная притом, что первое частное на три единицы больше второго.

413. Заплачено за 75 *кг* яблок на 18 руб. более, чем за 5 *кг* масла; 50 *кг* яблок стоят на 36 руб. дешевле, чем 6 *кг* масла. Что стоит килограмм масла и килограмм яблок?

414. Заплачено за 25 *м* сукна и 21 *м* бархата 741 руб. Известно, что 10 *м* бархата стоят на 54 руб. дороже 13 *м* сукна. Что стоит метр того и другого?

415. Сумма цифр некоторого двузначного числа равна 12. Если от искомого числа отнять 18, то получится число, обозначенное теми же цифрами, но написанными в обратном порядке Найти это число.

416. В некотором двузначном числе число десятков вдвое более числа единиц. Если цифры этого числа переставим, то получим число, меньшее искомого на 36. Найти это число.

417. Кусок проволоки должен быть разрезан на две части так, чтобы эти части относились между собой, как 5 к 3, и чтобы первая часть была на 5 *м* длиннее $\frac{5}{9}$ всей проволоки. Как велика каждая часть?

418. Товар продан с убытком за 420 руб.; если бы его продали за 570 руб., то полученная прибыль была бы в 5 раз более понесенного убытка. Что стоит товар?

419. Из резервуара вылита сначала половина всей бывшей в нём воды и $\frac{1}{2}$ *гл*, потом половина остатка и $\frac{1}{2}$ *гл*; наконец, ещё половина остатка и $\frac{1}{2}$ *гл*; после этого в резервуаре осталось 6 *гл*. Сколько было воды вначале?

420. Магазин получил некоторое количество сахара. Если в каждый пакет класть по 2,5 *кг* сахара, то останется 95 *кг*; если же в каждый пакет класть по 3 *кг*, то для израсходования всех пакетов нехватит 286 *кг* сахара. Сколько было пакетов и сколько сахара получил магазин?

421. Если бы себестоимость литой детали возросла на 10%, то она составила бы 1 руб. 98 коп. На сколько процентов против нормы нужно снизить себестоимость, чтобы довести стоимость детали до 1 руб. 44 коп.?

422. Верхнее основание трапеции равно 5 *см*, высота 8 *см*, а площадь 68 *см*^{2}. Определить нижнее основание.

423. Найти дробь, у которой знаменатель на 4 больше числителя и которая обращается в $\frac{2}{3}$ от прибавления к числителю и знаменателю её по 5.

424. На какое одно и то же число надо увеличить числа 2, 5, 22 и 37, чтобы полученные числа составляли геометрическую пропорцию?

425. Разность лет брата и сестры есть 7, а отношение их лет $\frac{7}{5}$. Сколько лет брату и сестре?

426. Некоторое количество бочек кваса ценой по 30 руб за бочку распродано следующим образом: $\frac{1}{2}$ продана по 35 руб. $\frac{1}{3}$ по 29 руб. и остаток по 32 руб. за бочку, от чего получено 1815 руб. прибыли. Сколько было бочек кваса?

427. Если задуманное число умножить на 3, справа приписать 2, полученное число разделить на 19 и к частному прибавить 7, то получится число, втрое бо́льшее задуманного. Какое это число?

428. Сумма трёх чисел 100. Если разделить первое число на второе, то в частном получится 4 и в остатке 3; если же второе число разделить на третье, то в частном получится 2 и в остатке 4. Найти эти числа.

429. Если на каждую из скамеек в саду посадить по 5 детей, то четверо останутся без места; а если на каждую посадить по 6 детей, то на последней будет два пустых места. Сколько детей и сколько скамеек?

430. Каждый из сомножителей двух произведений $44 \cdot 11$ и $16 \cdot 32$ увеличен на одно и то же число, после чего получены два равных произведения. Определить это число.

431. Знаменатель дроби вчетверо более числителя; если к элементам этой дроби прибавить по 10, то она обращается в $\frac{1}{2}$. Найти дробь.

432. Окружность переднего колеса экипажа $1\frac{1}{2}$ *м*, заднего — 2 *м*. На каком расстоянии переднее колесо сделает на 50 оборотов более заднего?

433. К числителю дроби $\frac{4}{25}$ прибавлено по 9 и к знаменателю по 2 одинаковое число раз, после чего дробь обратилась в единицу. Сколько раз прибавлялись эти числа?

434. Если к искомому числу прибавить 365, сумму умножить на 5 и в полученном произведении зачеркнуть 0 на месте единиц, то получится 244. Что это за число?

435. Двое должны разделить между собою 38 руб. 40 коп. так, чтобы первый получил половину того, что следует второму, и ещё 1 руб. 80 коп. Сколько должен получить каждый?

436. От шнура отрезана $\frac{1}{2}$ всего шнура и $\frac{1}{2}$ *см*, потом отрезана $\frac{1}{2}$ остатка и ещё $\frac{1}{2}$ *см*, наконец, $\frac{1}{2}$ второго остатка и ещё $\frac{1}{2}$ *см*, после чего от всего шнура осталось 12 *см*. Сколько сантиметров было в целом шнуре?

437. Несколько рабочих получили 120 руб.; если бы их было четырьмя меньше, то каждый из них получил бы втрое больше. Сколько было рабочих?

438. В колхозе было суходольного луга на 40 *га* больше, чем заливного, а собрано сена с суходольного луга на 30 *т* меньше, чем с заливного. Сколько было в колхозе гектаров заливного и суходольного луга, если 1 *га* заливного луга даёт в среднем $2\frac{1}{2}$ *т* сена, а 1 *га* суходольного $1\frac{1}{5}$ *т*?

439. Партийная организация села в 1931 г. состояла из 11 человек. В 1932 г. парторганизация выросла до 29 человек, увеличив число членов на 2, а число кандидатов — в 3 раза. Сколько членов и кандидатов в отдельности стало в 1932 г.?

440. По плану колхоз должен был во время весеннего сева засевать 25 *га* в день. Колхозники смогли увеличить дневной засев до 30 *га* и закончили весь сев за 3 дня до срока. Как велика была площадь посева?

441. Ледяная глыба плавает в морской воде, причём объём её надводной части равен 2000 $м^3$. Как приблизительно велики объём всей глыбы и её вес, если удельный вес морской воды равен 1,03, а удельный вес льда 0,9?

442. Определить вес деревянной доски, если удельный вес её равен 0,52 и если доска должна быть на 5 *кг* легче, чем вес воды в ее объёме?

443. В 1931 г. в отделении совхоза было 50 постоянных и временных рабочих. В 1932 г. число постоянных рабочих увеличилось в два раза, а временных в три раза. Всего же рабочих стало 130 человек. Сколько тех и других рабочих было в 1932 г. в отдельности?

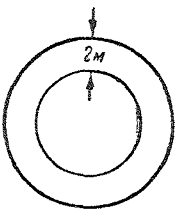
444. Участок земли имеет вид квадрата; если длину его стороны уменьшить на 20 *м*, то площадь его уменьшается на 3600 $м^2$. Найти площадь участка.

445. Площадь кольца равна 75,36 $м^2$, ширина кольца l равна 2 *м*. Найти радиусы внутренней и внешней окружностей (черт. 6, стр. 112). Площадь круга $S = \pi r^2$, принять $\pi = 3{,}14$.

446. В начальной школе первый класс занимался сначала в первую смену со вторым классом, затем с третьим и, нако-

нец, с четвёртым. В зависимости от этого число учащихся в первой смене составляло соответственно 105 человек, 100 и 90. Всего учащихся в школе насчитывалось 185 человек. Сколько учеников было в каждом классе?

447. В нынешнем году число мальчиков в школе увеличилось на $\frac{1}{3}$ числа девочек, бывших в прошлом году в школе, и составило 200 человек; а число девочек увеличилось на $\frac{1}{4}$ числа мальчиков, состоявших в прошлом году в школе, и составило 160 человек. На сколько процентов (приблизительно) прибавилось учащихся в школе против прошлого года?

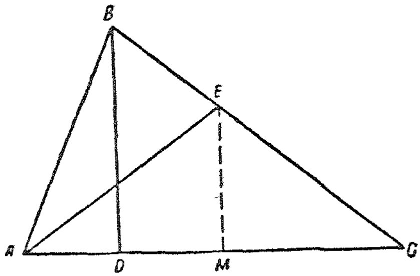


Черт. 6.

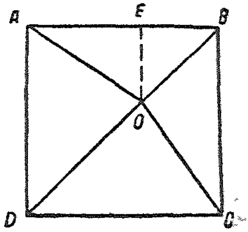
448. Земельный участок имеет вид треугольника ABC (черт. 7) с основанием $AC = 80$ *м* и высотою $BD = 60$ *м*. Прямая AE делит площадь участка так, что часть AEC на 600 *м*^{2} больше части ABE. Найти расстояние EM от точки E до основания AC.

449. Дан квадрат со стороною в 40 *мм* (черт. 8). На его диагонали BD найти такую точку O, чтобы площадь треугольника DOC была больше площади треугольника AOB на 1,6 *см*^{2}.

Указание. Взять за x расстояние OE от точки O до стороны AB.



Черт. 7.



Черт. 8.

450. При проведении землеустройства яровой клин колхоза, имеющий вид прямоугольника с периметром в 5,4 *км*, должен увеличиться по длине на $\frac{1}{10}$ своей длины, а по ширине на $\frac{1}{40}$ своей ширины. При этом периметр нового участка должен быть равен 5,76 *км*. Определить длину и ширину нового участка.

451. Для прохождения расстояния в 1 *км* лыжной команде требуется на 9 минут времени меньше, чем пехоте. Найти скорость движения лыжной команды и пехоты, если скорость лыжников в $2\frac{1}{2}$ раза больше скорости пехоты.

452. Через 30 минут после начала отхода пехоты противника была послана для её преследования конница из пункта, отстоящего на 2 *км* от того места, с которого начала отход пехота противника. Через сколько времени конница настигнет пехоту, если скорость пехоты 4 *км* в час, а конницы 12 *км* в час?

453. За год работы завод израсходовал 232 855 *квт-ч* электроэнергии на сумму 25 061 руб. 40 коп. Сначала энергия получалась заводом с маленькой электростанции по цене 15 коп. за 1 *квт-ч*. Потом завод был включён в сеть районной электростанции, отпускавшей электроэнергию по 8 коп. за киловатт-час. Сколько энергии получил завод за год от каждой электростанции и какую сумму должен он заплатить каждой из них?

454. Рычаг первого рода имеет плечи длиною в 20 *см* и 50 *см*. Как распределить на его концах груз в 56 *кг*, чтобы рычаг остался в равновесии?

455. На концах стержня длиною в 30 *см* подвешены грузы — на одном в 1 *кг*, на другом 0,5 *кг*. В какой точке следует подпереть стержень, чтобы он находился в равновесии?

456. Самолёт при попутном ветре делает 180 *км* в час, а при встречном — 150 *км* в час. Определить скорость ветра и техническую (собственную) скорость самолёта. Скорость ветра и самолёта предполагается постоянной.

457. Пароход почтовой линии при движении вверх по Волге от Астрахани до Горького имеет среднюю скорость 14 *км* в час, а при движении вниз по течению 18 *км* в час. Найти скорость течения Волги и собственную скорость парохода.

458. Рычаг уравновешен двумя грузами в 30 *кг* и 80 *кг*. Если к меньшему грузу прибавить 10 *кг*, то больший груз придётся удалить от точки опоры на 5 *дм*. Найти длину обоих плеч рычага.

459. Рычаг уравновешен двумя грузами в 20 *кг* и 16 *кг*. Если от меньшего груза отнять 5 *кг*, то точка опоры — при неизменной общей длине рычага — сдвинется для сохранения равновесия на 60 *см*. Найти длину обоих плеч рычага.

460. Колхозом в 9 дней было обмолочено двухконной молотилкой 172 копны вязанной ржи и яровых культур. Молотилка обмолачивает за рабочий день 18 копён ржи или 20 копён яровых культур. Сколько дней было затрачено на обмолот ржи и яровых культур отдельно?

461. 8 косцов и 3 сенокосилки за рабочий день скосили 14,5 *га* луга, а 6 косцов и 4 сенокосилки скосили при той же производительности 17 *га*. Найти производительность косца и сенокосилки.

462. По одну сторону точки опоры рычага первого рода подвешены два груза — в 70 *г* и 40 *г*. Точка привеса первого отстоит от точки опоры на 3 *см* далее, чем точка привеса второго. На каких расстояниях находятся точки привеса грузов от точки опоры, если оба груза уравновешиваются грузом в 120 *г*, подвешенным по другую сторону точки опоры на расстоянии 10 *см* от неё?

463. Латунь состоит из меди и цинка. Сколько содержится меди и сколько цинка в сплаве в 124 *кг*, если удельный вес меди 8,9, удельный вес цинка 7 и удельный вес латуни 8,25?

464. В воду температуры 100° влита ртуть температуры 20°; температура смеси 96,8°. Найти массу воды и массу ртути, если общая масса 18 *кг*, а удельная теплоёмкость ртути 0,033.

465. Уборочные площади совхозов и колхозов возросли в 1931 г. по сравнению с 1929 г. — по совхозам в 5 раз, по колхозам в $15\frac{1}{2}$ раз. Вся же уборочная площадь обобществлённого сектора в 1931 г. составляла 72 млн. *га* и превышала такую же площадь 1929 г. в 12 раз. Сколько гектаров убрано совхозами и колхозами отдельно в 1929 и 1931 гг.?

466. На опытной станции участок пшеницы и участок овса, засорённые травами, дали вместе 1472 *кг* зерна. После очистки этих участков от сорняков урожайность пшеницы повышается на 80%, а урожайность овса — на 24%; и с этих же участков получается 2058 *кг* зерна. Определить урожайность пшеницы и овса до очистки участков и после.

467. В двух сосудах имеются две различные жидкости. Если взять первой жидкости 10,8 *г*, а второй 4,8 *г*, то удельный вес смеси будет 1,56. Если же взять жидкостей поровну, то удельный вес будет 1,44. Определить удельный вес каждой жидкости.

468. Камень, удельный вес которого 3, связан вместе с куском пробки, удельный вес которой 0,24. Сколько весит камень и какого веса должна быть пробка, чтобы всё вместе весило 115 *кг* и было равно весу воды в том же объёме, т. е. чтобы в воде не погружалось и не всплывало?

469. Рычаг первого рода длиною в 42 *см* находится в равновесии под действием сил в 6 *кг* и 15 *кг*. Определить длину плеч.

470. К рычагу первого рода привешены 2 груза. Длины плеч 20 *см* и 50 *см*. Давление на точку опоры равно 31,5 *кг*. Сколько весит каждый груз?

471. На рычаг первого рода, находящийся в равновесии, действуют силы в 6 *кг* и 10 *кг*. Расстояние между точками приложения сил равно 10 *см*. Найти длину плеч рычага.

472. Во время империалистической войны Россия потеряла убитыми в 2,25 раза больше, а ранеными в $2\frac{7}{8}$ раза больше, чем Англия. Общие же потери Англии составляли 3 млн. человек, а России в $2\frac{2}{3}$ раза более. Определить отдельные потери ранеными и убитыми Англии и России.

473. Для выполнения земляных работ вместо затребованных 250 человек направили только 200; вследствие этого работа продолжалась на 25 дней дольше предположенного срока. Сколько человеко-дней требуется для выполнения работы?

474. Требуется получить 25-процентный (по весу) раствор некоторого вещества. Сколько граммов вещества нужно взять на 100 *см*^{3} воды?

475. До окончания постройки плотины оставалось 6 месяцев. Рабочие, применяя рационализаторские методы работы, закончили постройку на 1 месяц раньше. На сколько процентов рабочие повысили производительность труда?

476. Пешеход должен пройти некоторое расстояние с тем, чтобы прибыть на место не позже назначенного времени. Пройдя в час 3 *км*, он рассчитал, что опоздает на 20 минут, если будет продолжать путь с тою же скоростью, с какой шел до сих пор, а поэтому ускоряет ход на $\frac{1}{2}$ *км* в час и прибывает на место за 40 минут до срока. Какое расстояние должен был пройти пешеход?

477. Два числа составляют в сумме 47. Если первое из них разделить на второе, то в частном получится 2, а в остатке 5. Найти эти числа.

478. В двух кассах магазина находится 140 руб. Если из первой переложить во вторую 15 руб., то в обеих кассах окажется поровну. Сколько денег в каждой?

479. В две бочки налита вода; если перелить из первой во вторую 6 *гл*, то в обеих будет поровну; если же перелить 4 *гл* из второй в первую, то в первой окажется вдвое более, чем во второй. Сколько воды в каждой бочке?

480. За 2 *м* ткани одного сорта и 3 *м* другого заплачено 81 рубль; если же купить 4 *м* первого сорта и 5 *м* второго, то придётся заплатить 147 руб. Что стоит метр ткани того и другого сорта?

481. *Определить дробь, которая обращается в* $\frac{1}{2}$, *когда к числителю и знаменателю её прибавим по 3, и в* $\frac{1}{3}$, когда из знаменателя её вычтем единицу.

482. Найти два числа по следующим условиям: если к первому из них прибавить 3, то сумма будет втрое больше второго числа, а если ко второму прибавить 2, то вторая сумма будет вдвое меньше первого числа.

483. Найти число, которое при делении на 3 и на 5 даёт в остатках 2 и 4, притом частные этих делений таковы, что если к первому прибавить единицу, то сумма будет вдвое больше второго.

484. Сумма цифр двузначного числа равна 9. Если цифры этого числа переставить, то полученное число составит $\frac{4}{7}$ первоначального. Найти число.

485. Некоторое двузначное число в 21 раз больше разности между числом его десятков и единиц. Если переставить его цифры и от вновь полученного числа отнять 12, то разность будет в три раза больше суммы цифр первоначального числа. Найти двузначное число.

486. За 1 *кг* конфет и 3 куска мыла заплачено 15 руб. 60 коп. Если бы цена конфет возросла на 25%, а мыла на 10%, то на такую же покупку надо было бы истратить 18 руб. 96 коп. Что стоит килограмм конфет и кусок мыла?

487. В два чана налита вода. Чтобы в обоих было поровну, нужно перелить из первого во второй столько, сколько во втором было, потом из второго в первый столько, сколько в первом осталось, и, наконец, из первого во второй столько, сколько во втором осталось. Тогда в каждом чане окажется по 64 *л*. Сколько воды было в каждом чане сначала?

488. Если на странице некоторой книги отбросить от каждой строки по 3 буквы и потом отнять две целые строки, то число всех букв уменьшится на 145; если же прибавить к каждой строке по 4 буквы и приписать 3 такие целые строки, то число всех букв увеличится на 224. Сколько строк в странице и букв в строке?

489. Турист вышел из одного места в другое. Если бы он проходил в час одним километром меньше, то на весь путь ему понадобилось бы шестью часами больше, чем теперь; а если бы он проходил в час двумя километрами больше, то совершил бы путь в $\frac{2}{3}$ того времени, которое он употребляет теперь. *Найти время и скорость движения.*

490. Две трубы наполняют бак в 16 часов. Если бы в течение четырёх часов вода текла из обеих труб, а потом первую закрыли, то одна вторая окончила бы наполнение бака в 36 часов. Во сколько времени каждая труба отдельно наполняет бак?

491. Пароход прошёл в 11 часов без остановки 168 *км* по течению реки и 48 *км* против течения; в другой раз он прошёл в 11 часов 144 *км* по течению и 60 *км* против течения. Сколько километров проходит он в стоячей воде и какова скорость течения?

492. Пароход прошёл в 13 часов без остановки 140 *км* по течению реки и 24 *км* против течения; в другой раз он прошёл в 11 часов 120 *км* по течению и 20 *км* против течения. Сколько километров он проходит в стоячей воде и какова скорость течения?

493. На молотьбе хлеба работало некоторое количество рабочих. Если бы их было тремя меньше, то они проработали бы двумя днями дольше, а если бы их было четырьмя больше, то работа их была бы окончена двумя днями раньше. Сколько было рабочих и сколько дней они работали?

494. На выполнении работы было занято некоторое количество рабочих. Если бы их было пятью больше, то работа была бы окончена четырьмя днями раньше, а если бы их было десятью меньше, то они проработали бы двадцатью днями дольше. Сколько было рабочих и сколько дней они работали?

495. Разыгрывают книги. Если установленное число лотерейных билетов продавать по 20 коп., то сумма, вырученная за все билеты, будет меньше стоимости книг на 8 руб. 50 коп.; если же билеты продавать по 25 коп., то всего будет выручено на 6 руб. 50 коп. больше стоимости книг. Сколько всего лотерейных билетов установлено для распространения и во сколько ценились книги?

496. На заводе заказано определённое количество плугов и установлен определённый срок для выполнения заказа. Если завод будет выпускать 240 плугов в день, то к сроку будет готово на 400 плугов меньше, чем заказано. Если же завод будет выпускать ежедневно 280 плугов, то к сроку будет заготовлено на 200 плугов больше, чем заказано. Сколько плугов заказано и какой срок был установлен для выполнения заказа?

497. За 2 *м* одного сорта и 5 *м* другого сорта товара заплачено 8 руб. 40 коп. Если цена первого сорта возрастёт на $12{,}5\%$, а цена второго сорта на 15%, то на эту покупку придётся потратить 9 руб. 50 коп. Сколько стоит метр каждого сорта?

498. Имеется вино двух сортов. Если смешать эти сорта в отношении 4 : 5, то гектолитр смеси будет стоить 500 руб., если же смешать в отношении 3 : 2, то 486 руб. Найти цену гектолитра каждого сорта.

499. Предположено перевезти лошадьми товар со станции на склад в определённое число дней. Если лошадей будет на 2 меньше, то для перевозки потребуется на 2 дня больше; если лошадей будет на 4 больше, то времени потребуется на 2 дня меньше. Во сколько дней был перевезён товар и сколькими лошадьми?

500. Были поставлены рабочие вырыть канаву. Если бы рабочих было двумя меньше, то работа была бы окончена днём позже; если бы рабочих было тремя больше, то работа была бы сделана днём раньше. Сколько было рабочих и в какой срок они исполнили работу?

501. Если искомое двузначное число разделить на число, изображённое теми же цифрами, но в обратном порядке, то в частном получится 1 и в остатке 9; если же искомое число разделить на сумму его цифр, то частное будет 5 и остаток 11. Найти число.

502. Какое число, будучи разделено на 7 и на 5, даёт в остатке соответственно 1 и 4, причем сумма частных составляет $\frac{1}{3}$ искомого?

503. Из двух мест, расстояние между которыми 650 *км*, отправляются друг другу навстречу два поезда. Если оба поезда тронутся с мест одновременно, то они встретятся через 10 часов, если же второй поезд отправится 4 часами и 20 минутами раньше первого, то встреча произойдет через 8 часов после отправления первого поезда. Сколько километров проходит каждый поезд в час?

504. Найти два числа, произведение которых относится к их разности, как 5 : 2, а сумма к разности, как 3 : 2.

505. Разделить число 226 на три части так, чтобы вторая часть была на 7 больше первой и на 22 больше третьей.

506. Три ящика с чаем весят вместе 250 *кг*. Первый со вторым на 10 *кг* легче третьего, а второй с третьим на 110 *кг* тяжелее первого. Сколько весу в каждом ящике?

507. Найти величины трёх денежных сумм, зная, что первая сумма вместе с половиной второй, вторая вместе с третью третьей и третья вместе с четвертью первой составляют по 100 руб.

508. Разделить число 49 на три такие части, которые сделались бы равными, если бы к первой прибавить треть, ко второй четверть и к третьей одну пятую суммы двух других.

509. Три лица имеют вместе 190 руб. Число рублей первого сложенное с полусуммой денег второго и третьего, составляет 120 руб., а число рублей второго, сложенное с пятой частью разности денег третьего и первого, составляет 70 руб. Сколько денег у каждого?

510. В трёх корзинах лежат яблоки. В первой двумя больше, чем во второй, во второй втрое, а в третьей в $\frac{4}{3}$ раза меньше, чем в двух остальных. Сколько яблок в каждой корзине?

511. Три города расположены не на одной прямой линии. Расстояние от первого до третьего через второй вчетверо длиннее прямого пути между ними, расстояние от первого до второго через третий на 5 *км* длиннее прямого пути, расстояние от второго до третьего через первый равно 85 *км*. Определить расстояние между городами.

512. Найти число, которое при делении на 4, 7 и 11 даёт остатки 2, 1 и 6, причём сумма частных на 2 меньше половины неизвестного числа.

513. Число десятков трёхзначного числа есть среднее арифметическое между числами сотен и единиц; частное от деления искомого числа на сумму его цифр равно 48; если от него отнять 198, то получится число, обозначенное теми же цифрами, но написанными в обратном порядке. Найти это число.

514. В три сосуда налита вода. Если $\frac{1}{3}$ воды первого сосуда перелить во второй, затем $\frac{1}{4}$ воды, оказавшейся во втором, перелить в третий, и, наконец, $\frac{1}{10}$ воды третьего перелить в первый, то в каждом сосуде окажется по 9 *л*. Сколько воды было в каждом?

515. Три лица внесли в сберкассу различные вклады по одним и тем же процентам. Первый получил в год дохода 12 руб., второй 20 руб., третий 36 руб. Сумма денег первого и третьего составляет 600 руб. Как велик вклад каждого?

516. В первом и втором классах школы было 60 учащихся. В конце учебного года перешли из первого во второй 25 человек, из второго в третий 20 и из третьего в четвёртый 35. После этого оказалось во втором классе втрое больше учащихся, чем в первом, и на 5 больше, чем в третьем. Сколько было учащихся в каждом классе?

517. Имеются три сплава. В одном на 2 *г* цинка приходится 3 *г* меди и 1 *г* никеля, в другом те же металлы смешаны в отношении $2:4:3$ и в третьем — в отношении $1:2:1$. Требуется получить новый сплав, в котором было бы 10 *г* цинка, 18 *г* меди и 10 *г* никеля. Сколько надо взять от каждого сплава?

518. Найти три числа, составляющие непрерывную арифметическую пропорцию, сумма которых 570, причём если большее число разделить на меньшее, то в частном получится 11, а в остатке число, на единицу большее десятой части среднего числа.

519. Сумма трёх дробей равна 1. Вторая дробь есть среднее арифметическое количество между первой и третьей; первая дробь в три раза более третьей. Определить эти дроби.

520. Найти число, которое при делении на 2, 3 и 4 даёт в остатках соответственно 1, 2 и 3, причём сумма всех частных равна самому искомому числу.

521. Разделить 120 на такие четыре части, чтобы они составляли арифметическую пропорцию, в которой последующий член первого отношения равнялся бы третьей части суммы остальных, а последующий член второго отношения составлял бы четвёртую часть суммы трёх остальных.

522. Разделить 272 на такие четыре части, чтобы вторая была средним арифметическим количеством между первой и третьей частями, а третья — средним арифметическим между второй и четвёртой частями, и, кроме того, вторая часть должна относиться к третьей, как $9:8$.

523. На 4 полках находятся 192 книги. С первой полки перекладывают на вторую $\frac{1}{2}$ того, что было на второй, потом со второй полки перекладывают на третью $\frac{1}{3}$ того количества, которое было первоначально на первой; затем с третьей полки перекладывают на четвёртую столько, сколько было бы на четвёртой; наконец, с четвёртой полки перекладывают на первую столько же, сколько там осталось. После этого на всех полках оказалось книг поровну. Сколько книг первоначально было на каждой полке?

524. Сумма двух чисел S, кратное отношение одного к другому q. Найти оба числа.

525. Разделить число a на три части так, чтобы первая часть была больше второй на число m и меньше третьей в n раз.

526. Одно число в a раз меньше другого. Если прибавить к первому числу m, а ко второму n, то первая сумма будет в b раз меньше второй. Найти эти числа.

527. Числитель дроби меньше знаменателя ее на число a. Если же от обоих членов дроби отнять по b, то получится дробь, равная дроби $\frac{m}{n}$. Найти члены дроби.

528. Разделить a на такие три части, чтобы первая была в p раз больше второй и в q раз меньше третьей.

529. Знаменатель дроби больше числителя её в a раз. Если прибавить к числителю число b и вычесть из знаменателя число c, то получится дробь, равная дроби $\frac{k}{l}$. Найти члены дроби.

530. Разделить число m на две части так, чтобы разность частных от деления первой части на a, второй на b равнялась r.

531. Разность двух чисел d. При делении уменьшаемого на вычитаемое получаются частное q и остаток, равный половине разности. Найти эти числа.

532. За несколько метров сукна заплачено a рублей; если бы купили сукна более на c метров, то нужно было бы заплатить b рублей. Сколько метров куплено?

533. 1) Какое число от умножения на a увеличится на число m? 2) Какое число от деления на a уменьшится на число m?

534. При продаже товара за m рублей кооператив получил p процентов убытка. Что стоит товар самому кооперативу?

535. Два автомобиля выезжают одновременно из двух городов A и B и едут по одному направлению от города A к городу B и далее. Первый проезжает в час a километров, второй b километров. Расстояние AB равно d километрам. Когда и на каком расстоянии от A первый автомобиль догонит второй?

536. Переднее колесо экипажа имеет окружность в a метров, окружность заднего b метров. Какое расстояние должен проехать экипаж, чтобы переднее колесо сделало на n оборотов больше заднего?

537. В бак проведены две трубы, которые наполняют его при отдельном действии — первая в a часов, вторая в b часов. Во сколько времени наполнится бак при одновременном действии обеих труб?

538. Окружность заднего колеса экипажа в a раз больше окружности переднего колеса. Экипаж проехал m метров, и при этом переднее колесо сделало k оборотами больше заднего. Определить окружность обоих колёс и число оборотов.

539. Народонаселение города увеличивается ежегодно на $p\%$ сравнительно с народонаселением предыдущего года. В настоящее время в городе m жителей. Сколько было жителей 3 года назад?

540. Двое рабочих, работая одновременно, кончают работу в a часов. Один первый сделает ту же работу в h раз скорее, чем один второй. Во сколько времени каждый из рабочих кончит работу?

541. Лодочник, гребя по течению реки, проплывает n метров в t часов; гребя же против течения, он употребляет на u часов более, чтобы проплыть то же расстояние. Определить часовую скорость течения.

542. Тело A движется со скоростью v метров в секунду. С какой скоростью двигалось другое тело B, вышедшее из того же места t секундами раньше, если оно было настигнуто телом A через u секунд после начала движения этого тела?

543. Из двух сортов товара ценою в a рублей и в b рублей за килограмм составлено d килограммов смеси. При продаже этой смеси по m рублей за килограмм получено s рублей убытка. Сколько килограммов того и другого сорта пошло на составление смеси?

544. В бассейн, вмещающий m вёдер, проведены две трубы. Первая вливает в бассейн a вёдер в час. Вторая выливает весь бассейн в b часов. Во сколько часов наполнится бассейн при одновременном действии обеих труб?

545. Разделить число a на три части так, чтобы первая относилась ко второй, как $m:n$, а вторая к третьей, как $p:q$.

546. Из двух мест A и B на реке, отстоящих одно от другого на n километров, плывут навстречу друг другу две лодки, управляемые гребцами с одинаковой силой. Первая, плывущая по течению, проходит всё расстояние AB в t часов; вторая, плывущая против течения, употребляет на то же расстояние больше времени на u часов. Определить часовую скорость течения.

547. Кооператив, продавая килограмм товара за a рублей, делает наценку p процентов. Сколько процентов составит наценка, если килограмм этого товара продавать за b рублей?

548. Какое одно и то же число надо прибавить к числам a, b, c и d, чтобы новые числа были пропорциональны между собою?

549. Определить вклады в сберкассу трёх лиц, зная, что первый со вторым имеют вместе m рублей, второй с третьим n рублей и что вклад первого в p раз меньше вклада третьего.

550. Два тела движутся навстречу одно другому из двух мест, находящихся на расстоянии d метров. Первое движется со скоростью v метров в секунду. С какой скоростью должно двигаться второе тело, если оно вышло на h секунд позднее первого и должно идти до встречи n секунд?

551. Два велосипедиста выезжают из городов A и B, нахоящихся на расстоянии d километров, и едут навстречу друг другу, проезжая в час — первый u километров и второй v километров; выезд первого из A состоялся на h часов раньше выезда второго из B. Определить, когда и где встретятся велосипедисты.

552. Разделить число a на такие три части, что если к первой приложить m, вторую сначала уменьшить на m, а затем умножить на n и третью разделить на n, то полученные результаты окажутся равными.

553. В резервуар проведены три трубы: A, B и C. Через A и C вода вливается, через B вытекает. При совместном действии труб A и B резервуар наполняется в m часов, при действии A и C — в n часов, при действии B и C — в p часов. Во сколько времени наполнится резервуар при одновременном действии всех труб?

554. Если одно из двух неизвестных чисел увеличим на a, то получится сумма, в m раз бо́льшая второго числа; если же второе число увеличим на b, то новая сумма будет в n раз больше первого числа. Найти эти числа.

555. Два тела находятся на расстоянии d метров. Если они будут двигаться навстречу одно другому, то столкнутся через m секунд; если одно из них будет догонять другое, то столкновение произойдет через n секунд. Какова скорость каждого тела?

556. Два числа относятся между собой, как $m:n$; если же к первому из них придать a и ко второму b, то они будут относиться, как $p:q$. Найти эти числа.

557. Два котла весят P тонн; p процентов веса одного котла составляют q процентов веса другого. Найти вес каждого котла.

558. Два работника получили r рублей; первый работал a дней, второй b дней. Первый получил в c дней столько, сколько второй в d дней. Какова подённая плата каждого?

559. Имеется латунь двух сортов. Взяв a граммов первого сорта и b граммов второго, получаем сплав ценою m рублей за грамм; если же взять b граммов первого и a граммов второго, то получится сплав ценою n рублей за грамм. Что стоит грамм того и другого сорта?

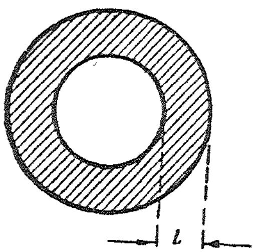
560. Два двухколёсных экипажа, находящихся на расстоянии d метров, катятся навстречу друг другу. Отношение между длинами окружностей их колёс равно $m:n$, а отношение между числами оборотов равно $p:q$. Сколько метров пройдёт до встречи каждый экипаж?

561. Имеются два сплава меди и цинка. В одном эти металлы смешаны в отношении $m:n$, в другом — в отношении $p:q$. Требуется отделить от сплавов по части так, чтобы сумма весов отделённых частей была a килограммов и чтобы при сплавлении этих частей медь и цинк смешались в отношении $r:s$. По скольку килограммов должны содержать отделённые части?

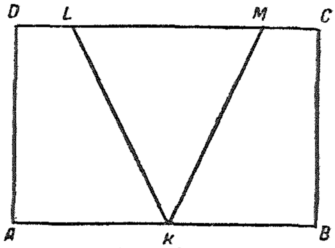
562. Площадь кольца (черт. 9) равна Q, ширина кольца l. Найти радиусы окружностей (внутренней и внешней). (См. задачу 445).

563. Сторона AB прямоугольника $ABCD$ равна b. Разделить площадь прямоугольника на три равные части двумя прямыми, выходящими из середины K стороны AB (черт. 10).

Указание. Найти DL, LM и MC.



Черт. 9.



Черт. 10.

ГЛАВА VII.

КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ.

§ 1. Извлечение квадратного корня из чисел.

Извлечь квадратный корень из данного числа — значит *найти такое число, квадрат которого равен данному числу.* Квадратный корень из положительного числа имеет два значения: например: $\sqrt{16} = \pm 4$, так как $(+4)^2 = 16$ и $(-4)^2 = 16$. Из отрицательного числа нельзя извлечь квадратный корень; например: $\sqrt{-16}$ не может быть выражен никаким положительным и никаким отрицательным числом.

Квадратный корень может быть извлечён *точно* только из тех чисел, которые представляют собою полный квадрат какого-нибудь рационального числа; например:

$$\sqrt{49} = 7; \quad \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}.$$

Квадратный корень из целого числа, не представляющего собой полного квадрата, не может быть выражен точно ни целым, ни дробным числом; таковы, например, корни $\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$ и т. д.

Извлечение квадратного корня из целых чисел выполняют по следующему правилу. Разбиваем цифры числа, с правой стороны к левой, на грани по две цифры в каждой грани, причём в последней грани слева может оказаться одна цифра. Извлекаем корень из наибольшего квадрата, заключающегося в числе, обозначенном первой гранью слева; получится первая цифра корня. Квадрат числа, обозначенного найденной цифрой, вычитаем из первой грани; к остатку сносим вторую грань; составится первый остаток. В обозначении остатка отделяем одну цифру справа. Число, обозначенное остальными цифрами, делим на удвоенное число, обозначенное найденными цифрами корня; получится вторая цифра корня или число, большее искомого. Для проверки найденной цифры частного приписываем её к обозначению делителя и умножаем составившееся число на ту же испытуемую цифру частного. Если произведение не больше первого остатка, то цифра корня найдена верно. Полученное произведение вычитаем из первого остатка и сносим следующую грань; составится второй остаток. Поступая с ним так же, как с первым, получим третью цифру корня и т. д.

Извлечь квадратный корень из чисел:

1. 576.	1. 784.	**2.** 361.	2. 841.
3. 1849.	3. 4225.	**4.** 608 400.	4. 211 600.
5. 1369.	5. 8464.	**6.** 28 090 000.	6. 72 250 000.
7. 4624.	7. 5329.	**8.** 9 409 000 000.	8. 3 136 000 000.
9. $6561 \cdot 10^4$.	9. $2401 \cdot 10^2$.	**10.** $9604 \cdot 10^6$.	10 $5476 \cdot 10^4$.
11. 54 756.	11. 17 424.	**12.** 56 169.	12. 71 824.
13. 831 744.	13. 613 089.	**14.** 259 081.	14. 501 264.
15. 767 376.	15. 632 025.	**16.** 463 761.	16 700 569.
17. 18 225.	17. 33 856.	**18.** 725 904.	18. 488 601.
19. 22 562 500.	19. 35 164 900.	**20.** 942 490 000.	20. 424 360 000.
21. 4 562 496.	21. 3 356 224.	**22.** 9 960 336.	22. 18 619 225.
23. 1 014 049.	23. 1 018 081.	**24.** 4 048 144.	24. 9 162 729.
25. 49 126 081.	25. 81 108 036.	**26.** 56 325 025.	26. 40 998 409.
27. 72 692 676.	27. 57 078 025.	**28.** 89 908 324.	28. 97 970 404.
29. 19 749 136.	29. 30 858 025.	**30.** 37 319 881.	30. 51 955 264.

Для того чтобы извлечь корень из обыкновенной дроби, достаточно извлечь этот корень отдельно из числителя и из знаменателя и затем первый результат разделить на второй. До извлечения корня следует дробь сократить, если это возможно.

Для того чтобы извлечь квадратный корень из десятичной дроби, *содержащей чётное число десятичных знаков, достаточно*, отбросив запятую, выполнить извлечение корня из получившегося целого числа и в результате отделить запятой (справа налево) число цифр, вдвое меньшее, чем число десятичных знаков в данной дроби.

Если же число десятичных знаков нечётное, то нужно приписать к этому числу справа нуль и затем извлекать корень, как из дроби с чётным числом десятичных знаков.

Извлечь корень из дробных чисел:

31. $\frac{49}{81}$. 31. $\frac{25}{64}$. **32.** $2\frac{7}{9}$. 32. $5\frac{1}{16}$.

33. $\frac{256}{2809}$. 33. $\frac{1369}{2025}$. **34.** $\frac{441}{17424}$. 34. $\frac{576}{45369}$.

35. $552\frac{1}{4}$. 35. $3211\frac{1}{9}$. **36.** $10955\frac{1}{9}$. 36. $750\frac{19}{25}$.

37. $\frac{343}{700}$. 37. $\frac{729}{900}$. **38.** $\frac{867}{14283}$. 38. $\frac{1805}{31205}$.

39. 0,3364. 39. 0,4489. **40.** 0,003969. 40. 0,002401.

41. 0,264196. 41. 0,665856. **42.** 0,00008649. 42. 0,00005476.

43. 2,3716. 43. 7,8961. **44.** 15,0544. 44. 83,1744.

45. 0,0000258064. 45. 0,0000165649.

46. 40,998409. 46. 10,361961.

§ 2. Нахождение приближённых квадратных корней.

Приближённым квадратным корнем из целого числа с точностью до 1 (с недостатком) называется наибольшее целое число, квадрат которого не превосходит данного числа. Если к этому корню прибавим 1, то найдем приближённый квадратный корень с точностью до 1 с избытком.

Для того чтобы найти приближённый квадратный корень из целого числа с точностью до 1, достаточно выполнить извлечение корня по правилу, указанному в § 1. Последний остаток указывает, на сколько квадрат найденного корня меньше числа, из которого извлекался корень.

Для того чтобы найти приближенный квадратный корень с точностью до $\frac{1}{n}$, достаточно умножить подкоренное число на квадрат знаменателя n дроби, указывающей степень точности корня, из произведения извлечь корень с точностью до 1 и полученный результат разделить на число n.

Для того чтобы из целого числа найти приближенный квадратный корень с точностью до 0,1, достаточно к остатку, полученному после извлечения корня с точностью до 1, приписать справа два нуля и, продолжая извлечение корня согласно правилу, найти сверх полученных цифр корня ещё одну; эта цифра выразит число десятых долей корня; её надо отделить запятой.

Для того чтобы найти приближённый квадратный корень из целого числа с точностью до 0,01, достаточно, поступая подобно предыдущему, найти два десятичных знака корня и т. д.

При нахождении приближённого квадратного корня из дроби следует предварительно сделать знаменатель полным квадратом, для чего числитель и знаменатель достаточно умножить на число, произведение которого на данный знаменатель даёт полный квадрат.

Извлечь корни из следующих чисел с точностью до 1:

47. 969. **48.** 7269. **49.** 53780. **50.** 8130000 0

Извлечь корни из следующих чисел с нижеуказанной степенью точности:

51. $7\left(\text{до } \frac{1}{5}\right)$. **52.** $46\left(\text{до } \frac{1}{4}\right)$. **53.** $568\left(\text{до } \frac{1}{20}\right)$.

54. $213\left(\text{до } \frac{1}{15}\right)$. **55.** $5\left(\text{до } \frac{1}{200}\right)$. **56.** $19\left(\text{до } \frac{1}{300}\right)$.

Извлечь корни из следующих чисел с одним, двумя и тремя десятичными знаками и определить степень точности:

57. 3. **58.** $\frac{5}{9}$. **59.** $\frac{5}{8}$. **60.** $\frac{7}{24}$.

61. $3\frac{1}{5}$. **62.** $11\frac{4}{7}$. **63.** $7\frac{1}{12}$. **64.** $11\frac{5}{49}$.

65. 74,12. **66.** 9,2647. **67.** 0,4. **68.** 6,72.

69. 43,356. **70.** 0,008. **71.** 2,05347. **72.** 12,5.

73. 64,25. **74.** 0,625. **75.** 0,23567897. **76.** 6,0005781.

ГЛАВА VIII.

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ЧИСЛОВЫМИ КОЭФИЦИЕНТАМИ.

§ 1. Решение числовых уравнений второй степени.

Уравнение вида:

$$ax^2+bx+c=0 \text{ (где } a\neq 0)$$

называется уравнением второй степени, или *квадратным*. Числа a, b и c называются *коэфициентами уравнения*; коэфициент c, представляющий собой член, не содержащий неизвестного x, называется *свободным членом*.

Если коэфициенты уравнения выражены дробными числами, то их можно заменить целыми числами. Коэфициент a всегда можно сделать положительным числом.

Если коэфициент c или коэфициент b равен нулю, то получается так называемое *неполное* квадратное уравнение.

Для решения неполного квадратного уравнения $ax^2+bx=0$ достаточно вынести в первой части его за скобки x. Получится уравнение $x(ax+b)=0$, которое имеет два корня: $x_1=0$ и $x_2=-\frac{b}{a}$.

Пример. Уравнение $x^2-5x=0$ имеет корни: $x_1=0$, $x_2=5$.

При решении неполного квадратного уравнения вида $ax^2+c=0$ различают два случая:

1. Если при положительном значении коэфициента a коэфициент c есть отрицательное число, то уравнение имеет корни $x_1=\sqrt{\frac{c}{a}}$ и $x_2=-\sqrt{\frac{c}{a}}$.

Пример. Уравнение $4x^2-7=0$ имеет корни: $x_1=\frac{\sqrt{7}}{2}$, $x_2=-\frac{\sqrt{7}}{2}$.

2. Если при том же условии c есть положительное число, то уравнение корней (действительных) не имеет.

Пример. Уравнение $4x^2+7=0$ имеет корни: ${}_1x=\frac{\sqrt{-7}}{2}$ и $x_2=-\frac{\sqrt{-7}}{2}$, т. е. оно действительных корней не имеет

Решить следующие неполные квадратные уравнения:

1. $x^2 - 7x = 0$. 1. $x^2 + 3x = 0$.
2. $4x^2 = -9x$. 2. $2x^2 = 13x$.
3. $7x^2 - 8x = 5x^2 - 13x$. 3. $4x^2 + 15x = 9x^2 - 6x$.
4. $5x^2 + 4x = 11x^2 - 8x$ 4. $3x^2 + 14x = 18x - 7x^2$
5. $(2x+5)^2 - (x-3)^2 = 16$. 5. $(3x+4)^2 + (x-1)^2 = 17$
6. $(2x+7)(7-2x) - x(x+2) = 49$.
6. $(5x-1)(1+5x) - 10(x-2) = 19$.
7. $\frac{x+5}{2x+1} = \frac{x+15}{3-x}$. 7. $\frac{3x+4}{x-6} = \frac{x-2}{4x+3}$.
8. $\frac{x+3}{x+2} + \frac{x-3}{x-2} = \frac{2x-3}{x-1}$. 8. $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{2x+6}{x-3}$.
9. $x^2 - 25 = 0$. 9. $x^2 - 49 = 0$.
10. $9x^2 = 16$. 10. $4x^2 = 81$.
11. $\frac{5x^2}{6} = \frac{6}{125}$. 11. $\frac{3x^2}{8} = \frac{2}{75}$.
12. $x^2 + 13 = 4$. 12. $x^2 + 36 = 11$.
13. $\frac{x}{6} + \frac{6}{x} = \frac{x}{4} + \frac{4}{x}$.
14. $\frac{2x}{x-2} + \frac{x-2}{x} = 2$.
15. $\frac{x+4}{x-4} + \frac{x-4}{x+4} = 3\frac{1}{3}$.
16. $\frac{2-5x}{10x-5} = \frac{5x}{3-5x}$.

Полное квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ решается по следующим формулам:

1. Если коэфициент b есть число *нечётное*, то решение выполняется по общей формуле:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

2. Если коэфициент b есть число *чётное*, равное $2b'$, то решение находится по формуле:

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a} \left(\text{где } b' = \frac{b}{2}\right).$$

Решить следующие полные квадратные уравнения:

17. $x^2-6x+8=0$. 17. $x^2-10x+21=0$.

18. $x^2+12x+20=0$ 18. $x^2+6x+5=0$.

19. $x^2-4x-12=0$. 19. $x^2-8x-20=0$.

20. $x^2+2x-35=0$. 20. $x^2+6x-27=0$.

21. $x^2-7x+12=0$. 21. $x^2+9x+14=0$.

22. $x^2+x-6=0$. 22. $x^2-3x-28=0$.

23. $x^2-7x-18=0$. 23. $x^2-x-42=0$.

24. $x^2+3x-130=0$. 24. $x^2+7x-18=0$.

25. $x^2-2x+10=0$. 25. $x^2-4x+5=0$.

26. $x^2-6x+34=0$. 26. $x^2-10x+29=0$.

27. $(x-1)(x-2)=6$. 27. $(x-2)(12-x)=9$.

28. $(x-2)^2=2(3x-10)$. 28. $(x+1)^2=3(x+7)$.

29. $4x^2-4x=3$. 29. $4x^2-4x=15$.

30. $9x^2-5=12x$. 30. $9x^2-20=24x$.

31. $2x^2-7x+3=0$. 31. $5x^2-8x+3=0$.

32. $4x^2+x-3=0$. 32. $3x^2-2x-8=0$.

33. $(2x-3)^2=8x$. 33. $(2x+5)^2=2(2x+9)$.

34. $(3x+2)^2=3(x+2)$. 34. $(3x-1)^2=12(3-x)$.

35. $x^2-x+1=0$. 35. $x^2+x+1=0$.

36. $x^2+3x+9=0$. 36. $x^2-3x+9=0$.

37. $x^2-22x+25=2x^2-20x+1$.

38. $2-8x+3x^2=-4+2x^2-3x$.

39. $(3x-2)^2=8(x+1)^2-100$.

40. $(3-x)(4-x)=2x^2-20x+48$.

41. $\frac{x^2}{2}-\frac{x}{3}+7\frac{3}{8}=8$. 42. $\frac{x+1}{x-2}=\frac{3x-7}{x-1}$.

43. $\frac{x-7}{2(x+3)}=\frac{x-6}{x+24}$. 44. $\frac{x}{4}+\frac{2}{x}+\frac{(x+1)^2}{x}=\frac{(x+2)(x+1)}{x}$.

45. $\frac{x+1}{3}+\frac{3(x-1)}{4}=(x-3)^2+1$. 46. $\frac{3(3x-1)}{12x+1}=\frac{2(3x+1)}{15x+8}$.

47. $\frac{(x-12)^2}{6}-\frac{x}{9}+\frac{x(x-9)}{18}=\frac{(x-14)^2}{2}+5.$

48. $\frac{(x-20)(x-10)}{10}-\frac{(34-x)(40-x)}{2}+\frac{(30-x)(5-x)}{3}=0.$

49. $\frac{6}{x^2-1}-\frac{2}{x-1}=2-\frac{x+4}{x+1}.$

50. $\frac{2x+1}{x+3}-\frac{x-1}{x^2-9}=\frac{x+3}{3-x}-\frac{4+x}{3+x}.$

51. $\frac{x}{2x-1}+\frac{25}{4x^2-1}=\frac{1}{27}-\frac{13}{1-2x}.$

52. $\frac{x+1}{x-1}+\frac{x+2}{x-2}-\frac{2x+13}{x+1}=0.$

§ 2. Свойства корней квадратного уравнения и разложение трёхчлена второй степени на множители.

Сумма корней полного квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ равна $-\frac{b}{a}$, т. е. частному от деления коэфицента при неизвестном в первой степени на коэфициент при высшем члене, взятому с противоположным знаком. Произведение корней квадратного уравнения равно $\frac{c}{a}$, т. е. частному от деления свободного члена на коэфициент при высшем члене. Для приведённого уравнения $x^2+px+q=0$, получаемого из уравнения в общем виде путём деления всех коэфициентов на коэфициент a при высшем члене, сумма корней равна числу $-p$, а произведение корней равно числу q. Если обозначим корни квадратного уравнения через x_1 и x_2, то указанные свойства его корней запишутся так:

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a} \text{ и } x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a},$$

или:

$$x_1+x_2=-p \text{ и } x_1\cdot x_2=q.$$

Эти равенства выражают зависимость, существующую между корнями квадратного уравнения и его коэфициентами.

Пользуясь этой зависимостью, можно представить трёхчлен ax^2+bx+c в виде произведения $a(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1 и x_2 суть корни уравнения $ax^2+bx+c=0$.

Разложить на множители слудующие трёхчлены второй степени:

53. $x^2+8x+15$.	**54.** $x^2+12x+35$.	**55.** x^2-5x+6.
53. $x^2+7x+10$.	54. $x^2+10x+21$	55. $x^2-9x+14$
56. $x^2-13x+22$.	**57.** x^2+5x+4.	**58.** $x^2+11x+30$
56. $x^2-16x+39$.	57 x^2+7x+6.	58. $x^2+11x+24$
59. x^2-3x+2	**60.** $x^2-13x+30$.	**61.** $x^2+3x-10$.
59. x^2-6x+5.	60. $x^2-13x+40$.	61. $x^2-3x-10$.
62. $x^2-7x-30$.	**63.** $x^2+5x-24$.	**64.** $x^2-10x-24$
62. $x^2+7x-30$.	63. $x^2-5x-24$.	64. $x^2+10x-24$
65. x^2+2x-3.	**66.** $x^2-9x-10$.	**67.** x^2+x-42.
65. x^2+4x-5.	66. x^2-6x-7.	67. x^2+x-56.
68. $x^2-5x-36$.	**69.** $6a^2+13a+6$.	**70.** $10b^2-29b+10$.
68. $x^2-21x-100$.	69. $10a^2+29a+10$	70. $6b^2-13b+6$.
71. $6m^2+7m-5$.	**72.** $10p^2-13p-3$.	

§ 3. Составление квадратного уравнения с одним неизвестным.

Всё, что было сказано ранее о составлении уравнений первой степени, относится и к составлению квадратного уравнения.

73. Сумма квадратов трёх последовательных чисел равна 365. Найти эти числа.

73. Сумма квадратов трёх последовательных чётных чисел равна 116. Найти эти числа.

74. Продано несколько килограммов товара за 120 руб.; цена килограмма в рублях на 2 меньше числа килограммов. Сколько килограммов продано?

74. Продано несколько килограммов товара за 270 руб.; цена килограмма в рублях на 3 больше числа килограммов. Сколько килограммов продано?

75. Найти двузначное число, зная, что цифра единиц искомого числа на 2 больше цифры его десятков и что произведение числа на сумму его цифр есть 144.

75. Найти двузначное число, зная, что цифра десятков искомого числа на 2 больше цифры его единиц и что произведение числа на сумму его цифр есть 640.

76. Несколько человек должны были заплатить поровну всего 72 руб. Если бы их было тремя меньше, то каждому пришлось бы заплатить четырьмя рублями больше. Сколько их было?

76. Несколько человек должны были заплатить 60 руб. Если бы их было тремя больше, то каждому пришлось бы заплатить рублём меньше. Сколько их было?

77. Бассейн наполняется двумя трубами в 6 часов. Одна первая труба наполняет его на 5 часов скорее, чем одна вторая. Во сколько времени каждая труба, действуя отдельно может наполнить бассейн?

77. Бассейн наполняется двумя трубами в 3 часа 36 минут. Одна первая труба наполняет его на 3 часа скорее, чем одна вторая. Во сколько времени каждая труба, действуя отдельно, может наполнить бассейн?

78. При продаже часов за 39 руб. наценка составила столько процентов, сколько рублей стоили часы. Что они стоили?

78. При продаже часов за 24 руб. получено столько процентов убытка, сколько рублей стоили часы. Что они стоили?

79. Два туриста одновременно выходят из одного города в другой. Первый проходит в час на 0,5 *км* больше второго и поспевает прийти часом раньше. Расстояние между городами 28 *км*. Сколько километров проходит каждый из них в час?

79. Два лица выезжают одновременно из городов A и B навстречу друг другу. Первый проезжает в час двумя километрами больше второго и приезжает в B часом раньше того, как второй в A. Расстояние AB равно 60 *км*. Сколько километров проезжает каждый из них в час?

80. Долг в 820 руб. уплачен банку в два годичных срока, причём в конце каждого года платили по 441 руб. По скольку процентов был сделан заём?

80. Долг в 2100 руб. уплачен в два годичных срока, причём в конце каждого года платили по 1210 руб. По скольку процентов был сделан заём?

81. Бригада колхоза должна была обмолотить 960 копён ржи и овса. При молотьбе бригада смогла обмолачивать каждый день на 40 копён больше, чем предполагалось планом, а потому закончила молотьбу за 4 дня до срока. Сколько копён намечалось планом обмолачивать в день и во сколько дней думали окончить молотьбу?

82. Колхоз сдал ржи на 10 *ц* больше, чем овса. За рожь было получено 280 руб., а за овёс 180 руб. Центнер ржи стоит на 1 рубль больше, чем центнер овса. Сколько центнеров ржи и овса было сдано вместе?

82. После того как в колхозе лошади пахали пар в течение 8 дней, в колхоз прибыл трактор и вместе с лошадьми допахал остаток пара в 3 дня. Если бы лошади и трактор работали всё время вместе, то они закончили бы пахоту в 9 дней. Сколько надо тракторов, чтобы поднять пар колхоза в число дней, равное числу тракторов?

83. Огород совхоза величиною в 36 *га*, имеющий форму прямоугольника, разделён линией, параллельной ширине огорода, на 2 участка в отношении 2 : 1. Меньший участок имеет по длине огорода на 100 *м* меньше, чем ширина огорода. Определить длину и ширину огорода.

83. Из листа железа прямоугольной формы сделана коробка (без крышки), имеющая объём в 750 $см^3$. Для этого по углам листа вырезаны квадраты со стороною в 5 *см* и получившиеся края загнуты. Найти размеры листа железа, если одна из его сторон на 5 *см* больше другой.

84. Расстояние от Горького до Астрахани и обратно, равное в один конец 2250 *км*, пароход скорой линии проходит в 280 часов. Скорость течения Волги в среднем 2,5 *км* в час. Определить собственную среднюю скорость парохода

84. Себестоимость единицы продукции, равная вначале 25 руб., после двух последовательных снижений на одно и то же число процентов снизилась до 20 руб. 25 коп. На сколько процентов снижалась себестоимость каждый раз?

85. Колхоз заготовил для зимнего прокормления крупного рогатого скота 210 *т* силосованного корма. Но при вступлении в колхоз новых хозяйств число голов скота увеличилось на 10. Вследствие этого, чтобы хватило запасённого корма, пришлось норму корма на голову скота уменьшить на 0,5 *т*. Сколько тонн силосованного корма предполагалось расходовать на голову скота первоначально?

86. Одна часть облигации займа в 500 руб. приносит ежегодно 12 руб., а другая 31,5 руб. дохода По скольку процентов даёт каждая часть, если со второй получается одним процентом больше, чем с первой?

87. Окружность заднего колеса экипажа в 2 раза больше окружности переднего; если бы окружность заднего колеса уменьшить на 2 *дм*, а переднего увеличить на 4 *дм*, то на расстоянии 120 *м* заднее колесо сделало бы на 20 оборотов меньше переднего. Найти окружности обоих колёс.

87. Окружность переднего колеса экипажа в 3 раза меньше окружности заднего; если бы окружность переднего колеса увеличить на 3 *дм*, а заднего на 2 *дм*, то на расстоянии 140 *м*

переднее колесо сделало бы на 60 оборотов больше заднего. Найти окружности обоих колёс.

88. A отправился в путь из города M к городу N и проходил по 12 *км* в день. После того как он прошел 65 *км* навстречу ему из города N отправился B. Проходя каждый день $\frac{1}{30}$ всего расстояния между городами M и N, B по прошествии стольких дней, сколько он делал в день километров встретил A. Определить расстояние между городами M и N

89. Конный вестовой, выезжающий из места A, должен поспеть в место B через 5 часов. В то же время другой вестовой выезжает из места C и, чтобы поспеть в B в одно время с первым, должен проезжать каждый километр на $1\frac{1}{4}$ минуты скорее, чем первый. Расстояние от C до B на 20 *км* больше расстояния от A до B. Определить последнее.

90. Два поезда отправляются из двух городов A и B расстояние между которыми 600 *км*, и идут навстречу один другому. Они могут встретиться на половине пути, если поезд из B выйдет на $1\frac{1}{2}$ часа раньше другого. Если бы оба поезда вышли одновременно, то через 6 часов расстояние между ними составляло бы десятую часть первоначального расстояния. Сколько часов каждый поезд употребляет на прохождение от A до B?

91. Два лица идут навстречу один другому из двух мест A и B. При встрече оказывается, что первый прошёл на 6 *км* больше второго. Продолжая движение, первый приходит в B через 4 часа, а второй в A через 9 часов после встречи. Как велико расстояние от A до B?

92. На расстоянии 36 *м* переднее колесо экипажа делает на 6 оборотов больше заднего. Если бы окружность каждого колеса увеличилась на 1 *м*, то на том же расстоянии переднее колесо делало бы только на 3 оборота больше заднего. Определить длину окружности каждого колеса.

93. За выгрузку товара уплачено 40 руб. Так как рабочих явилось на 3 человека больше намеченного числа, то каждый из них получил на 3 руб. меньше предположенного. Сколько человек явилось на выгрузку?

94. Каждый из участников шахматного турнира играет по две партии с каждым из остальных, и всего таким образом сыграно 462 партии. Сколько было участников?

95. На 156 руб. куплено несколько килограммов товара. Если бы 1 *кг* стоил рублём дешевле, то на те же деньги можно было бы купить товара на 1 *кг* больше. Сколько стоит 1 *кг* товара?

96. Поезд был задержан на 16 минут и нагнал опоздание на перегоне в 80 *км*, увеличив на 10 *км* в час первоначальную скорость. Найти первоначальную скорость поезда.

97. Два самолёта вылетели одновременно с одного аэродрома в одно и то же место назначения, находящееся на расстоянии 1600 *км* от аэродрома Первый самолёт, летевший со скоростью на 40 *км* в час быстрее второго, прибыл на 2 часа раньше. Определить скорости самолётов.

97. Расстояние между станциями равно 96 *км*. Скорый поезд проходит это расстояние на 40 минут быстрее почтового, средняя скорость которого на 12 *км* в час меньше средней скорости скорого поезда. Найти скорости обоих поездов

98. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить некоторую работу в 12 часов; первый, работая отдельно, мог бы выполнить ту же работу на 10 часов скорее второго. Во сколько часов мог бы выполнить эту работу каждый из них работая отдельно?

99. В машинописное бюро поступила для переписки рукопись в 480 страниц. Так как 16 машинисток было занято другой работой, то каждая из остальных переписала на 8 страниц больше, чем предполагалось. Сколько всего машинисток?

100. Два грузовика должны были перевезти некоторый груз за 6 часов. Второй грузовик задержался, и к моменту его прибытия первый успел перевезти $\frac{3}{5}$ всего товара, а остальной груз перевёз другой грузовик. Весь груз был перевезён таким образом за 12 часов. Сколько времени нужно было бы каждому грузовику в отдельности для перевозки всего груза?

101. Две силы, приложенные к одной и той же точке, образуют между собой прямой угол. Отношение их равно 2 : 5, а их равнодействующая равна 37,7 *кг*. Найти эти силы.

101. Если одну сторону квадрата уменьшить на 2 *м*, а другую на 5 *м*, то площадь полученного прямоугольника сделается равной 40 *м*^{2}. Найти сторону квадрата.

102. При продаже товара за 31 руб. 25 коп. наценка составила столько процентов, сколько рублей стоил товар при покупке. Какова себестоимость товара?

103. Бассейн наполняется двумя трубами в 3 часа 45 *мин*. Первая труба может наполнить его четырьмя часами скорее, чем вторая. Во сколько времени каждая труба в отдельности может наполнить бассейн?

103. Рукопись в 60 листов отдана двум переписчикам. Если первый начнёт работу через $2\frac{1}{2}$ часа после второго, то каждый из них перепишет по половине рукописи; если же они начнут писать одновременно, то через 5 часов останется непереписанных 33 листа. Во сколько времени может переписать рукопись каждый отдельно?

104. Зеркало в 84 *см* длины и 60 *см* ширины имеет раму, ширина которой везде одинакова, а площадь равна площади зеркала. Найти ширину рамы.

104. Периметр основания прямоугольного здания равен 70 *м*. Здание окружено решёткой, отстоящей везде от здания на равном расстоянии. Площадь земли, ограниченная решёткой, на 74 $м^2$ более площади, занимаемой зданием Найти расстояние решётки от здания.

105. По сторонам прямого угла, начиная от его вершины, одновременно движутся два тела: одно со скоростью 24 *м* в минуту, другое со скоростью 10 *м* в минуту. Через сколько минут расстояние между телами по прямой линии будет 806 *м*?

106. На какое число надо разделить 136, чтобы в частном получить на 3 меньше делителя, а в остатке на 7 меньше делителя?

107. Даны три числа: 100, 60 и 30. Какое число нужно отнять от первого и прибавить к третьему, чтобы второе число оказалось средним пропорциональным между вновь полученными числами?

107. В одном бумажнике 232 руб. 60 коп., в другом 70 руб и в третьем 37 руб. Сколько нужно переложить из третьего в первый, чтобы в первом оказалось во столько раз больше, чем во втором, во сколько во втором больше, чем в третьем?

108. На плоскости дано несколько точек, между которыми нет трёх, лежащих на одной прямой. Если соединить все эти точки попарно прямыми линиями, то получится 253 прямых. Сколько дано точек?

109. В прямоугольном треугольнике гипотенуза больше одного катета на 9 *см* и больше другого на 18 *см*. Определить стороны этого прямоугольного треугольника.

109. Стороны прямоугольного треугольника выражаются тремя последовательными чётными числами. Найти эти стороны.

110. Лодочник плыл по течению реки из города A в город B, а потом назад против течения из B в A и на всю поездку употребил 3 часа 45 мин. Город A отстоит от города B на 6 *км*, а скорость течения реки равняется 3 *км* в час. С какой скоростью плыл бы лодочник в стоячей воде, если бы работал с прежней силой?

ОТВЕТЫ.

Глава I.

52. $10a + b + m = 10b + a$. **55.** $m = a + \frac{ap}{100}$.

234. $\frac{3a^3(a-b)^3}{b^3}$. **238.** $\frac{(2b-3)^2-(a+b-c)^2}{4(2b-3)^2-3(a+b-c)^2}$.

239. $\frac{m+n}{2}$. **254.** 12. **255.** $12\frac{3}{8}$. **256.** 90. **257.** 0.

258. 3. **259.** 2. **260.** 7. **261.** 25. **262.** $\frac{45}{71}$

263. 0. **264.** 1 **265.** 0. **266.** 0.

Глава Iа.

26. -8. **27.** 0. **28.** -28. **29.** -1. **30.** 5. **31.** $-7{,}6$
32. $\frac{3}{16}$. **33.** $-3\frac{9}{16}$ **34.** -1. **35.** $-6\frac{1}{2}$. **36.** -4; 11
37. -10; 17. **38.** -1. **39.** $-2\frac{3}{20}$. **40.** $-0{,}1$. **41.** $-5\frac{1}{9}$.
42. $-1\frac{14}{15}$. **43.** $-2\frac{19}{21}$. **44.** $-9\frac{19}{42}$. **45.** $-4\frac{4}{15}$. **46.** 1,09
47. $-2{,}575$. **55.** 0. **56.** -6. **57.** 22. **58.** $2\frac{3}{4}$; **59.** $-6\frac{2}{5}$.
60. $-1\frac{3}{20}$. **61.** $\frac{19}{28}$. **65.** 15. **66.** -3. **67.** 1. **68.** 10.
69. 0. **77.** -4; 6, -40; 10. **78.** 1; -1, -3, 2.
79. $\frac{1}{6}$; $-1\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$. **80.** $-0{,}12$, 0,6; 0,36; 0,26. **81.** 8; 10.
82. $-0{,}3$. **83.** $\frac{7}{810}$. **88.** -2; -5. **89.** 0,2, 400. **90.** -6; -60; 60.
91. $1\frac{1}{9}$; $-3\frac{3}{8}$. **92.** $-\frac{27}{32}$; 4. **93.** $-1\frac{1}{9}$; $-1\frac{1}{3}$. **94.** $\frac{13}{24}$; $\frac{30}{37}$

Глава II.

31. 0. **32.** 0. **33.** $-4a^2b$. **34.** $0{,}06ab^2$. **35.** $1\frac{1}{3}a^3$
39. $-1\frac{5}{6}a^2bc - \frac{1}{4}abc^2$. **113.** $-\frac{5}{6}a^2 - 1\frac{13}{20}ab + 1\frac{1}{6}b^2 - \frac{2}{5}a^2b^2$.
114. $7\frac{1}{3}a^3 + 7\frac{1}{21}a^2b + 3\frac{11}{45}ab^2 - 5\frac{13}{15}b^3$.
127. $a + b - c + d$. **128.** $a - b + c + d$ **129.** $a - b + c - d - k$.
130. $a + b - c - d + k$. **131.** $-8m$. **132.** $4m$.
133. $3a - 3b$. **134.** $3b + 2c - a$. **135.** $3x - y + z$. **136.** $6x^2 + 8xy$
137. $7a^m + 3a^n$. **138.** $a^m + 6b^n$. **139.** b **140.** d^{m-1}.
141. $\frac{9}{32}ax - 0{,}801$. **187.** $-1\frac{3}{7}a^{m+n}b^{m+n}c^n$. **188.** $-21a^{4n+3}x^{2m+1}y^n$.

189. $\frac{3}{4}c^{x+1}ak^3$. 190. $0{,}06y^{3n-m-1}$. 191. $-\frac{7}{18}x^{3m-2}y$.
192. $-\frac{1}{2}(a-b)^5$. 193. $-6(m+2n)^6$. 194. $-x^3(y+z)^{2p-1}$.
195. $a^3(a^2-b^2)^6$. 196. $x^2(m-n)^{k-m}$. 255. $a^{3m}+b^{2n}$.
256. $a^{2m+2}-a^{2m-1}$. 257. $25a^4+30a^3b-11a^2b^2-12ab^3+4b^4$.
258. $a^2+2ab+b^2-a-b+\frac{1}{4}$.
259. $6(x+y)^{2n+6}+22(x+y)^{2n+4}-20(x+y)^{2n+2}-26(x+y)^{2n}+$
$+10(x+y)^{2n-2}$.
260. $x^{11}(x^2+2)^{3n-8}+2x^9(x^2+2)^{2n-6}+32x(x^2+2)^{n+2}$.
261. $(4a^2+4ab+b^2)x^5-(5a^4+a^4b^2)x^3+a^6x$.
262. $a+b+1$; $lb+ak+kl$. 263. $a+b-1$, $lb+ak-lk$. 367. $a-b$.
368. a^2+3a+2.
417. $a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$.
418. $a^3+b^3+c^3+3a^2b+3a^2c+3ab^2+3b^2c+3ac^2+3bc^2+6abc$.
419. $a^2+b^2+2ab+a+b+\frac{1}{4}$.
420. $9m^2+4n^2+p^2+12mn-6mp-4np$.
421. $\frac{1}{4}x^4+16y^2+\frac{4}{9}y^4-4x^2y-\frac{2}{3}x^2y^2+5\frac{1}{3}y^3$.
422. $\frac{9}{16}a^6+64a^2b^2+\frac{1}{9}b^4-12a^4b+\frac{1}{2}a^3b^2-5\frac{1}{3}ab^3$.
423. $8a^3-b^3+1-12a^2b+12a^2+6ab^2+3b^2+6a-3b-12ab$.
425. a^4-x^4. 426. $81-18x^2+x^4$.
427. $x^2+2xy+y^2-z^2$. 428. $a^2-2ab+b^2-c^2$.
429. $4x^2-y^2+6yz-9z^2$. 430. $x^4+x^2y^2+y^4$.
431. $-a^{12}-a^6b^6-b^{12}$. 432. $a^2-6ac+9c^2-4b^2$.
433. $a^2+6ac+9c^2-4b^2-4bd-d^2$. 434. $4+4a^2+a^4-9a^6-6a^3d^2-d^4$
435. $1-x^2-2x^3-4x^4+9x^6$. 438. $x^3-ax^2-a^2x+a^3$.
439. $x^4+2ax^3-2a^3x-a^4$ 442. $a^5-a^4b-2a^3b^2+2a^2b^3+ab^4-b^5$
443. $x^8y^4-x^4y^8$. 444. $x^4y^4-8x^6y^2+16x^8$.
445. $m^8+m^4n^4+n^8$. 446. $m^8-17m^4n^4+16n^8$.
447. $a^8+2a^6+3a^4+2a^2+1$. 448. $a^8-12a^6+38a^4-12a^2+1$.
449. $x^4+y^4+z^4-2x^2y^2-2x^2z^2-2y^2z^2$.

Глава III.

17. $6a^n(a+2)$. 18. $3a^{n-2}(1-2a^2)$. 19. $a^n(a^m-1)$.
20. $b^{2n}(b^n+1)$. 21. $b^{2n-1}(b^n-1)$. 22. $a^{2n}b^n(1+a^{3n}b^n)$.
24. $-a(2-x+y)$ 26. $-4a^2b(2a-3b+5a^2b^2)$.
28. $-5a^3c^5(3a^2c^2-c+2a^6)$. 34. $2(p-1)(p-1-2q)$.
37. $(x+y)(a+1)$. 39. $(y+1)(2a-1)$. 40. $(x-y)(b-1)$.
41. $(a^n+x^n)(4x-1)$. 42. $(a^n-y^n)(3a+1)$. 43. $(q-p)(m+1)$
44. $3(2p-q)(2a-b)$. 45. $(1-a+a^2)(p-1)$.
47. $(p-q)(2p+3q)$. 48. $(p-q)(5q-2p)$. 49. $(b-1)(a-c-1)$
50. $(2-x^2)(a-b-1)$. 51. $(3m-2p)(3a-b)$.
56. $a\left(1+\frac{b}{a}+\frac{c}{a}\right)$. 57. $x^2\left(1+\frac{y^2}{x^2}-\frac{z^2}{x^2}\right)$. 58. $am\left(1+\frac{b}{m}+\frac{n}{a}\right)$
59. $(a+b)(c+d)$. 60. $(a-b)(c-d)$. 64. $(a+2)(a^2-2)$.

69. $(ab + cd)(a^2 - cd)$.
70. $2ab(2a - 3b)(c + 2d)$.
71. $3a^2b^2(1 - 2b)(2a - 5b)$.
76. $(a + b)(x^2 + x + 1)$.
77. $(a - b)(x^2 - x + 1)$.
78. $x(x + 1)(a - b - c)$.
79. $x(a - b + c)(x - 1)$.
80. $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2)$.
81. $3abxy(x + y)(a + b)$.
82. $(x + a)(x + b)(x + c)$.
83. $(x - a)(x + b)(x - c)$.
89. $(3x + 1)(3x - 1)$.
96. $(p + 2q)^2$.
97. $(x - 4y)^2$.
100. $(4c + 9a)(4c - 9a)$.
101. $(a^3 - x)^2$.
102. $(b + c^2)^2$.
103. $(m^2 - 3y^4)^2$
104. $(2a^3 - 5z^3)^2$.
107. $(3p + y)^2$
108. $(2x - 5z)^2$.
109. $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$.
110. $(m + 1)(m^2 - m + 1)$.
113. $(x - y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$.
115. $(x + y)(x^6 - x^5y + x^4y^2 - x^3y^3 + x^2y^4 - xy^5 + y^6)$
116. $(5ax^2 + 6b^3y)(25a^2x^4 - 30ab^3x^2y + 36b^6y^2)$.
117. $(3my - 2n^3z^3)(81m^4y^4 + 54m^3n^3y^3z^3 + 36m^2n^6y^2z^6 + 24mn^9yz^9 + 16n^{12}z^{12})$.
118. $(2pz^2 + 3q^3)(16p^4z^8 - 24p^3q^3z^6 + 36p^2q^6z^4 - 54pq^9z^2 + 81q^{12})$
119. $16a^2b^2(a + 2b)(a - 2b)$.
120. $3a^2b(5a^2 + 2b^2)(5a^2 - 2b^2)$.
121. $2a(b - 1)^2$.
122. $a^2b^2(b + 3)^2$.
123. $-2ax(2a - 3x)^2$.
124. $-a^2x^2(4x - 9a)^2$.
125. $(2a - b)(2a - 5b)$.
126. $(7c + 5d)(c - 5d)$.
127. $(23m - 12p)(7m - 12p)$.
128. $(5q - n)(q + 3n)$.
129. $5a^2x^2(a^2x - 2y)^2$
130. $9a^2(a^2x^4 + 5y^3)^2$.
131. $a^x(a^{m-x} - b^n)^2$.
132. $4a^{n-2}(3a^3 + 2b)^2$.
133. $(x + y + z)(x + y - z)$.
134. $(3 + y + 3z)(3 - y - 3z)$.
135. $(5z + 2x - 3y)(5z - 2x + 3y)$.
136. $(2y - 5z + 6)(2y - 5z - 6)$.
137. $(a + b)^2(a - b)$.
138. $(c + b)(c - b)(a - c)$.
139. $(a - b)(a - c)(c - b)$.
140. $a^2c^2(b + c)(b - c)(a^2 + b^2)$.
141. $(a - b)^2(a^2 + 2ab - b^2)$.
142. $(a - 2c)^2(a^2 + 4ac - 4c^2)$.
143. $(a - b)^2$.
144. $4a^2$.
145. $(m + 1)^2(m - 1)^2$.
146. $-(m + 3)^2(m - 3)^2$.
147. $(m^2 + 4m + 2)(m^2 + 4m - 2)$.
148. $(3 + 6m + m^2)(3 - 6m - m^2)$.
149. $8q^3$.
150. $(2p - q)^3$.
151. $a(a^2 + 3b^2)(a^2 - 3b^2)$.
152. $n^2(2n^2 + m^2)(2n^2 - m^2)$.
153. $b(a - b)(a^2 + ab + b^2)$.
154. $2m(m + n)(m^2 - mn + n^2)$.
155. $3(a^2 + 2)(a^2 - 2)$.
156. $2(2 - a^2)(4 + 2a^2 + a^4)$.
159. $\pi(R + r)(R - r)$.
160. $\frac{1}{4}\pi ld(a + b)(a - b)$.
161. $a(a + 1)(a - 1)$.
162. $2(a - b)(3a + 3b - 2)$.
163. $(x + y)(x - y)(x^2 + y^2)$.
164. $-m^2(m^2 - p)^2$.
165. $-x(x - 1)^2$.
168. $(a + 1)(a - b - 1)$.
169. $(2x - 1)^2$.
170. $(a + b + x + y)(a - b + x - y)$.
171. $(m + n)(m + n - p)$.
172. $(m - n)(p - m + n)$.
173. $x^2z^2(x + y)^2(x - y)^2$.
174. $x^2z^2(y + x)(y - x)(y + z)(y - z)$.
175. $u(1 + u)(1 - u)(u - 3)$.
176. $(u + 1)^2(u^2 - u + 1)$.
177. $(x + y + z - u)(x + y - z + u)$.
178. $4x^2y(x - y)$.
179. $2b(a + 3b^3 - 1)(a - 3b^3 + 1)$.
180. $(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^3 - b^3 + 2)$.
181. $(m + 2)^3$.
182. $(m - 2)(m^2 + 8m + 4)$.
183. $(a + 1)^2(a - 1)(a^2 - a + 1)$.
184. $(a - 1)(a^2 + 1)(a^2 + a + 1)$.
185. $(x - 3a)^3$.
186. $2x(3a^2 + x^2)$.
187. $(x + a)^3(x - a)$.
188. $8ax(a^2 + x^2)$.
189. $(a^3 + b)^2(a^3 - b)^2$.
190. $-(a^3 + b^2)^2(a^3 - b^2)^2$.
191. $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$.
192. $(x^2y^2 + x^4 - y^4)(x^2y^2 - x^4 + y^4)$.
193. $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x^4 - x^2 + 1)$.
194. $(x^3 + x^6 - 1)(x^3 - x^6 + 1)$.

195. $(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$.
196. $(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)$.
197. $(a+b+c)(a-b+c)(b-a+c)(c-a-b)$.
198. $(ab-cd+ac+bd)(ab-cd-ac-bd)$.
199. $(ac+bd+bc-ad)(ac+bd-bc+ad)$.
200. $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)$.
201. $(a-b)(a+x)^m(b+x)^{n-1}$. 202. $(x+y)(x^2-xy+y^2+x+y)$.
203. $(a-b)(a^2+ab+b^2+a-b+1)$. 204. $(x-1)^2(x-3)$.
205. $a^n(a-b^2)^2(a^2+ab^2+b^4)^2$. 206. $(a-3)^2$.
207. $(x-y^3+z^2)^2$. 208. $a^3x^3(a+x)(a-x)(a^2+x^2)$.
209. $a^2b(b-3)^2$. 210. $a^n(a^n+1)^2(a^{2n}+1)$.
211. $(b+c+d-a)(a+c+d-b)(a+b+d-c)(a+b+c-d)$.
212. $(a+b+c+d)(c+a-b-d)(c-a+b-d)(c-a-b+d)$.
213. $(a-b)(a-c)(b-c)$. 214. $(a+b)(b+c)(c-a)$.
215. $a(a+1)(a-1)^2(a^2+1)$. 216. $a^n(a-1)^2(a^4+a^3+a^2+a+1)$.
217. $(x+a)(x-a)(x^2+ax+a^2)$. 218. $(a-x)(a-y)(x-y)(a+x+y)$.
222. $2a^mb^n$. 223. $3a^2b^m$. 228. $3a(2a+3b-4c)$.
229. $2(a+1)$. 230. $3(x^2-y^2)$. 236. $(x+2y)(x-2y)^2$.
238. $(a+b)(a^2+b^2)(a^2-ab+b^2)$. 239. x^2-16. 240. $abcd$.
243. $210a^mx^{2n}$. 245. $(x+y)^2(x-y)(x^2-xy+y^2)$ или $(x^3-y^3)(x^2+y^2)$
246. $a^4(4a^2-1)$. 247. $9a^2b(a+2b)^2$.
248. $(x+1)(x-1)(x^2-x+1)$ или $(x-1)(x^3+1)$.
249. $(a+1)(a-1)(a^2+1)$ или a^4-1. 250. $(a^4+1)(a^4-1)$ или a^8-1
251. $(x^3-8)(x^3+8)$, или $(x^2-4)(x^4+4x^2+16)$. 252. x^6-729

Глава IV.

7. $\dfrac{1}{a^mb^{2n-m}}$. 8. $\dfrac{6a^{n-2}}{5b^n}$. 13. $\dfrac{4a^3}{5b}$. 14. $-\dfrac{x^3}{y^3}$.

15. $\dfrac{1}{a+b}$. 20. $\dfrac{7ab}{a^2-b^2}$. 23. $\dfrac{x^2-xy+y^2}{2(x+y)}$. 24. $\dfrac{y^2-x^2}{x}$

25. $\dfrac{x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4}{x^2+xy+y^2}$ 26. $\dfrac{2}{3(x^2-2x+4)}$. 32. $\dfrac{(a+b)^2}{ax}$

33. $\dfrac{x+z}{(1-y)^2}$. 34. $\dfrac{4a^3x^3}{3b(5a^2+4b)}$. 35. $\dfrac{x+c}{y+2x}$.

36. $\dfrac{1}{3a^2-b^2}$. 37. $\dfrac{1}{2}$. 38. $\dfrac{a^2+b^2}{a}$.

39. $\dfrac{ax+by}{ax-by}$. 40. $\dfrac{x-a}{x^2+a}$. 41. $\dfrac{x+a-b-c}{x+b-a-c}$.

42. $\dfrac{x-3}{x+3}$. 43. $\dfrac{x+5}{x-5}$. 44. $\dfrac{1}{a(a+2)}$.

45. $\dfrac{1}{x(x+1)}$. 46. $\dfrac{-x}{a+n+1}$. 47. $\dfrac{x^3y^3}{1-y^3}$.

48. $\dfrac{x^2-ax+b^2}{x^2+ax-b^2}$. 49. $\dfrac{x+c}{a+b-x}$. 50. $\dfrac{ac}{(a+b+c)(a-b+c)}$.

58. $\dfrac{a(a-b)}{a^2-b^2}$, $\dfrac{b(a+b)}{a^2-b^2}$; $\dfrac{ab}{a^2-b^2}$. 60. $\dfrac{3a(x+2a)}{x^2(x+2a)(x-a)}$,

$\dfrac{2x^3(x-a)}{x^2(x+2a)(x-a)}$, $\dfrac{5ax}{x^2(x+2a)(x-a)}$.

62. $\frac{Aa(a+1)}{a(a+1)(a+2)(a+3)}$; $\frac{B(a+2)}{a(a+1)(a+2)(a+3)}$; $\frac{Ca(a+3)}{a(a+1)(a+2)(a+3)}$; $\frac{D(a+1)(a+2)}{a(a+1)(a+2)(a+3)}$.

64. $\frac{A(a+c)}{(a+b)(a+c)(a+d)}$; $\frac{B(a+b)}{(a+b)(a+c)(a+d)}$; $\frac{C(a+d)}{(a+b)(a+c)(a+d)}$.

65. $\frac{A(d-a)}{(a-b)(a-c)(b-c)(a-d)}$, $\frac{B(a-c)}{(a-b)(a-c)(b-c)(a-d)}$; $\frac{C}{(a-b)(a-c)(b-c)(a-d)}$;

73. $\frac{a^n c^3 x^2 - ab^2 x^2 b^n - c^3}{ac^3 x^n}$.

74. $\frac{9a^{n+1} - 4b^{n-1}c^4 + b^n c^{n+1}}{12ab^n c^2}$.

75. $\frac{3a^{m+n-1}b^{m+n-1} + 4b^{m+3}c^{m-n-1} - 6a^{m-1}c^{2m-n+1}}{12a^m b^{m+n} c^{m-n}}$.

77. $\frac{5a^2b + c^2 + 20a^2b^2}{10a^2b^2}$. 78. 0. 79. $\frac{a^2b - 12abc + 9b^2c + 3a^2c}{18abc}$.

80. $\frac{9ac + 9ab + 5bc}{3abc}$.

81. $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$. 82. $\frac{2a^2x}{1-a^4}$. 83. $\frac{3a^2-2ab+3b^2}{2(a^2+b^2)}$.

84. $\frac{4a}{2a-3x}$. 85. $\frac{a}{2(a+1)^3}$. 86. $\frac{4a}{a+b}$.

87. 0. 88. $\frac{1}{4a-3}$. 89. $\frac{2b^2}{a(b^2-4a^2)}$.

90. $\frac{1}{a+2}$. 91. $\frac{6x^2-8}{(x-2)(x+2)^2}$. 92. $\frac{2}{(x+1)(x+2)(x+3)}$.

93. $\frac{2a-3}{(2a+3)(a^2-1)}$. 94. $\frac{a^4+6a^2b^2+b^4}{a^4-b^4}$. 95. $\frac{a^2-4ab-b^2}{(a^2-b^2)^2}$.

96. $\frac{44}{a^3+64}$. 97. $\frac{18b^2}{8a^3-27b^3}$. 98. $\frac{2(x^3+1)}{x^4+x^2y^2+y^4}$.

99. $\frac{1}{(x-a)(x-b)}$. 100. $\frac{11a+x}{6(a-x)}$. 101. $\frac{2}{a-3}$.

02. $\frac{2a+3}{(a+1)(a+3)(a-4)}$ 103. $\frac{a-b-c}{a+b-c}$ 104. 1.

05. 0. 106. 1. 107. 0.

08. $\frac{1}{abc}$. 109. $\frac{a}{a^2-1}$. 110. 0.

11. $\frac{a^3}{a-b}$. 112. $-\frac{2}{n(a+n)}$. 113. $\frac{2(n-x)}{n^2+nx+x^2}$.

14. $\frac{a-x}{b+x}$. 115. $x^{2n}+2$. 116. 0.

17. 0. 118. 0. 119. 1.

20. $2(a+b+c)$. 126. $b(a+b)^3(a-b)^2$.

27. $-6b^{n-p}c^4(x-1)^2$. 130. $\frac{6a^{2n-6}c^{2n}dm}{h^2}$. 131. $a^{4n-2m-4}$.

32. $-\frac{9bnx^2}{4(x+y)^2}$. 133. $-\frac{30p^2}{a(a+x)^2}$. 134. $-\frac{2b^2(n-2)}{15a^{m-2}c^n}$.

35. $\frac{5a^{n-p}x^{2p+1}}{14y^{m+2}}$. 136. $\frac{4b}{n-1}$. 137. $\frac{3x(x+y)}{x^2+y^2}$.

38. $\frac{3a^2(a+b)}{4(a^2+b^2)}$. 139. $\frac{b^2}{a^2}$. 140. $-\left(\frac{x-y}{xy+y^2}\right)^2$.

41. $\frac{(x+y)(x^2+y^2)}{(x-y)(x^2-y^2)}$. 142. $\frac{a^2+ab+b^2}{b(a+b)}$. 143. $\frac{a^2+b^2}{a}$.

44. $\frac{ab}{a^2-b^2}$. 145. $\frac{2ap^2(p-q)}{b}$. 146. $\frac{1}{(x+y)^2}$.

47. a^2-b^2. 148. $\frac{(x+b)(x-c)}{(x-a)^2}$. 149. $\frac{x}{(x-1)^2}$.

50. $\frac{(a+b)^2}{ab}$. 151. $\frac{c(b^2-a^2)}{a^2b^2}$. 152. $\frac{(a+c)(a^2+bc)}{c}$.

53. $-\frac{(a^2-x^2)^2}{18x^4}$. 154. $a-b$. 155. $\frac{4ab}{a^2-b^2}$.

56. $\frac{a}{x}$. 157. $\frac{x}{x-y}$. 158. $\frac{x^4+a^2x^2+a^4}{a^4}$.

59. $\frac{1}{x}$. 160. $\frac{(x-a)(x^2+a^2)}{a^2x^2}$. 161. $\frac{3x}{4ay}$.

62. $-2(a-1)^2$. 163. $-\frac{1}{2}$. 164. $\frac{1-b}{a}$.

65. $\frac{a^2(a-b)}{x}$. 166. 3. 167. $\frac{(x+1)(x^2+y^2)}{x^2y}$.

68. $\frac{(x+y-z)(x-y-z)}{xyz}$. 169. $\frac{x+y-z}{x-y+z}$. 170. $\frac{2(x^2y^2+1)}{xy}$.

71. $\frac{a^6-1}{a^3}$. 172. $c(a+b)(c-d)$. 173. $\frac{1}{n^2-x^2}$.

74. $\frac{a^{2n}(a-1)}{2n(a^2-a+1)}$. 175. $\frac{a}{x^2-ay}$. 188. $a^{n-1}b^2$.

89. $\frac{a^{n+2}x^{n-1}}{b^{m-1}y^m}$. 190. $\frac{a^{m+p}b^{m+n}}{x^{n+1}y^{p+n}\ {}^{m+2}}$.

1. -1. 192. $-\frac{2}{3}$. 193. $\frac{1}{3(x-y)}$. 194. $\frac{3(a-b)^2}{b}$.

5. $\frac{x(2x+y)}{y^4}$. 196. $\frac{3p}{p-q}$. 197. a^2-b^2.

8. $\frac{1-x+x^2}{a^4-b^4}$. 199. $\frac{(x+b)(x-c)}{(x-a)^2}$. 200. $\frac{x+y-z}{x-y+z}$.

1. $\frac{a^2-1}{a^2-a-6}$. 202. $\frac{(a+3)^2}{(a-3)(a-4)}$. 203. $\frac{(x-1)(x^2+1)}{x+1}$.

4. $\frac{x^2-x-1}{x-3}$. 205. $\frac{5p+2}{5p^2-2}$. 206. $10\frac{2}{3}$. 207. $\frac{a^2}{bc}$

8. $\frac{m-a}{am(m+a)}$. 209. $\frac{a+x}{ax}$. 210. $\frac{10n}{n^2-x^2}$.

1. $\frac{a+b}{c}$. 212. $\frac{my-nx}{(m+n)y}$. 213. $\frac{y(ay-bx)}{cx}$

214. $\frac{y(px^2-qyz)}{x(py^2-qxz)}$. **215.** $\frac{m+n}{m-n}$. **216.** $\frac{x^2-2a^2}{ax}$.

217. $\frac{2xy}{x^2+y^2}$. **218.** $\frac{y(x^2+1)(xy-1)}{(x^2-1)(xy+1)}$. **219.** $-\frac{m^4+m^2n^2+n^4}{mn(m-n)^2}$.

220. $\frac{12m}{5n}$. **221.** $\frac{a+1}{a-1}$. **222.** $\frac{a^2+ab-b^2}{b^2+ab-a^2}$.

223. $\frac{p+3}{p+4}$. **224.** $\frac{q^2-3pq-18p^2}{q^2-3pq+2p^2}$. **225.** a. **226.** $\frac{1}{ab}$.

227. 1. **228.** $\frac{(a+b+c)^2}{2bc}$. **229.** $\frac{bc+ac+ab}{bc+ac-ab}$. **230.** $\frac{a^2-b^2}{16a^2b^2}$.

231. $-\frac{p+q}{p^2+q^2}$. **232.** $\frac{1}{p+1}$. **233.** a^2-b^2. **234.** $\frac{pq}{3}$.

235. $\frac{k-l}{8l^2}$. **236.** 1. **237.** 1. **238.** $\frac{2}{k+l}$.

239. $\frac{1-x^2y+xy^2}{xy}$. **240.** 1. **241.** $1-b^2$.

242. $-\frac{(a-1)^2}{2}$. **243.** $\frac{a-x}{8x^2}$. **244.** $\frac{n-1}{n+1}$.

245. $-\frac{n^2+n+1}{n}$. **246.** x^2-2x+4. **247.** $\frac{2a+n^2}{a(a-3n)}$.

248. $\frac{1+x}{(1-x)(1-2x)}$. **249.** $\frac{a-n+x}{a+n-x}$. **250.** $\frac{a+1}{ax}$.

251. 1; 9; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{4}$; 9; 1; $\frac{8}{125}$; $15\frac{5}{8}$; 1,44, 0,16.

252. 25; $-\frac{1}{27}$; 1; $\frac{16}{81}$; $\frac{16}{81}$; 1,728; $\frac{25}{36}$; $-\frac{64}{125}$, -1; $-15\frac{5}{8}$; $11\frac{1}{9}$; -10

253. 1. **254.** $-3\frac{3}{5}$. **255.** 1. **256.** $\frac{45}{209}$.

257. $33\frac{3}{4}$. **258.** $-\frac{20}{21}$. **259.** $-1\frac{17}{47}$. **260.** $\frac{1}{26}$.

261. $\frac{1}{a^8}$. **262.** a^m. **263.** $\frac{1}{x^a}$. **266.** a^{y-x}.

268. $\frac{m^2}{(1-m)^4}$. **269.** $-\frac{2x^2}{3a^4}$. **270.** $-\frac{25a^2}{3}$. **271.** $\frac{1}{x^2}$.

272. $\frac{a^2}{a^2-1}$. **273.** $\frac{2a^3}{3}$. **274.** $\frac{1}{abc}$. **275.** ab.

276. $\frac{a+b^2}{a^2b}$. **277.** $b(b-a)$. **278.** $\frac{(b+a)(b-a)}{a^2b^2}$. **279.** $\frac{(a^n+b^n)^2}{4a^{2n}}$

280. $\frac{1}{a^n+b^n}$. **281.** a^{-1}. **282.** 3^{-2}. **283.** 2^{-3}

284. m^{-a}. **285.** a^mb^{-n}. **286.** $5ab^{-3}$. **287.** mx^{-6}.

288. $2^{-1}a^5b^{-2}$. **289.** $x^{-1}+y^{-1}$. **290.** $2^{-3}-x^{-2}$.

291. $x^{m-5}+y^{3-n}$. **292.** $py(x^{-2}-q^{-2})(y-p)^{-1}$.

293. $(x^{-2}-y^{-3})^{-m}$. **294.** $(m^{-3}+n^{-4})^3(x^{-5}-y^{-2})^{-2}$.

295. $(x+y)^{-1}(x-y)$. **301.** a^5.

302. $\frac{1}{a^{17}}$. **303.** a^m. **304.** a^{4-m}. **305.** $\frac{1}{a^{11}}$.

306. $\frac{1}{a^3}$. 307. a^m. 308. $\frac{1}{a^{10n}}$. 309. $\frac{1}{4}$.

310. $\frac{1}{2}$. 311. 27. 312. $\frac{1}{625}$. 313. $\frac{1}{a^5}$.

314. $\frac{1}{a^4}$. 315. a^{m-n}. 316. $\frac{1}{a^{2m}}$. 317. $\frac{24}{a^6bc}$.

318. $\frac{5b^4d^3}{a^3c^4}$. 319. $\frac{1}{64a^{2m}}$. 320. $\frac{2b^6c^{2p+1}d^n}{a^{m-n}}$. 321. $\frac{1-m^8+m^4}{m}$

322. $\frac{m^5-m^{15}-1}{m}$. 323. $\frac{1-pq+p^2q^2-p^3q^3+p^4q^4}{q^4}$.

324. $-\frac{1+p^2q^4+p^4q^6+p^6q^8}{p^4q^8}$. 325. $\frac{b^{10}-a^6}{a^6b^{10}}$. 326. $\frac{b^m-a^m}{a^mb^m}$.

327. $\frac{(b^m+a^m)(b^n-a^n)}{a^{m+n}b^{m+n}}$. 328. $\frac{a^{2m}+a^mb^m+b^{2m}}{a^{2m}b^{2m}}$.

329. $\frac{(1-x^3)(1+x)}{x^3}$. 330. $\frac{a^3+x^3}{a^3x^3}$. 331. $\frac{a^6x^6-1}{a^2x^4}$. 332. $\frac{3x^2+4}{x}$.

333. $\frac{2x+1}{x}$. 334. $\frac{2x^4-3x^2-6}{12x^3}$. 335. $-\frac{1}{a}$. 336. $\frac{a^2b^2}{(a+b)^2}$.

337. $\frac{b-a^3}{a^3b}$. 338. $\frac{a^{12}}{169}$. 339. $\frac{4a^2x^4}{(a^2-x^4)^2}$. 340. $a+b$.

341. $\frac{a}{a-1}$. 342. $\frac{4(x^2+2x+4)}{(x+2)^2}$. 343. $\frac{2a^2n^2}{a-n}$.

Глава V.

7. $-a^6$. 8. a^{2n}. 9. a^{10n}. 10. $-\frac{1}{a^6}$. 11. $\frac{1}{a^{28}}$.

12. $\frac{1}{a^{6m}}$. 13. $-\frac{1}{a^{6n-3}}$. 14. a^{mn}. 15. a^{10}. 16. $(-b^5)^m$. 17. b^{10n}.

18. 16. 19. $\frac{b^6}{a^6}$. 20. b^6. 21. $-0{,}2^5a^{5p}b^5$. 22. $0{,}01^6a^{6n-12}b^{6m}$.

23. $\frac{a^{2mp}b^{2p(n+p)}}{c^2p^2}$. 24. $-\frac{a^{(6p+1)(6n-1)}}{b^{2n(6n-1)}c^{(n+2)(6n-1)}}$. 25. $\frac{4a^6}{b^4c^2}$.

26. $\frac{9b^2d^4}{4a^4c^6}$. 27. $-\frac{2a^3b^n}{c^{n-1}}$. 28. $\frac{625b^{2n-6}c^{10}}{a^{2m-2}}$.

29. $\left(\frac{a^2b^2d^2}{c^3f}\right)^m$. 30. $\left(\frac{b^n}{a^mc^{m-n}}\right)^{mn}$. 31. $\frac{a^{6n}}{x^{6n}}$.

32. $\frac{a^{8n}}{256b^{16}}$. 33. $\frac{25b^2y^4}{a^2x^2}$. 34. $\frac{81^2a^4}{10\,000x^{22}}$.

Глава VI.

9. $\frac{a^2-b^2}{ab}$. 10. $\frac{3(a+b)}{4}$. 43. 5. 44. 4. 45. 7.

46. 6. 47. 9 48. 2. 49. 10. 50. 2.

51. 4. 52. 1. 53. $\frac{2}{3}$. 54. $1\frac{4}{5}$. 55. 7. 56. 5.
57. 32. 58. 2. 59. 9. 60. $-\frac{4}{7}$. 61. 8. 62. 6.
63. 10. 64. $1\frac{1}{3}$. 65. 5. 66. 5. 67. $-1\frac{1}{2}$. 68. 3.
69. $\frac{2}{3}$. 70. $1\frac{1}{4}$. 71. 6. 72. 18. 73. 12. 74. 5.
75. 6. 76. 6. 77. 6. 78. 12. 79. 15. 80. 24.
81. 12. 82. 28. 83. 10. 84. 100. 85. $\frac{1}{2}$. 86. $12\frac{2}{3}$.
87. 5. 88. 6,3. 89. 4. 90. 2. 91. 1. 92. 3.
93. 8. 94. 13. 95. 4. 96. 13. 97. 5. 98. 2.
99. 9. 100. $\frac{1}{5}$. 101. -6. 102. 5. 103. 10. 104. 11.
105. 6. 106. 2. 107. 1. 108. 20. 109. 2. 110. 3.
111. 4. 112. $\frac{5}{7}$. 113. $1\frac{1}{2}$. 114. 9. 115. $\frac{2}{3}$. 116. $\frac{2}{3}$.
117. 13,6. 118. 0,808. 119. $\frac{5}{12}$. 120. 0,01. 121. 10. 122. $\frac{2}{7}$.
123. 2. 124. 1. 125. $1\frac{1}{2}$. 126. 2,5. 127. $\frac{3}{4}$. 128. 5.
129. 7. 130. $\frac{3}{8}$. 131. 6. 132. $1\frac{1}{3}$. 133. $\frac{1}{2}$. 134. $-\frac{1}{2}$
135. 1. 140. $\frac{c}{a+b}$. 141. $a(c-b)$. 142. $\frac{p-mn}{m}$. 143. $\frac{p}{m-n}$. 145. $\frac{bc}{b+1}$.
146. $\frac{mq}{m-n}$. 147. $\frac{pqr}{n(q+1)}$. 148. $\frac{d-b}{a-c}$. 149. $\frac{p+q}{m-n}$. 150. $\frac{apq}{p^2-q^2}$.
151. $\frac{pq(q-m)}{p-q}$. 152. $\frac{b(c-a)}{a+1}$. 153. a. 154. p.
155. $-\frac{p}{2}$. 156. 1. 157. -2. 158. $\frac{ac}{b+c}$. 159. $\frac{ac}{a+2c}$.
160. $\frac{cd}{ab+ac+bc}$. 161. $\frac{ac(a^2-ac+c^2)}{a+c}$. 162. $-\frac{2mn}{m+n}$.
163. $\frac{m(7n-3m)}{m-3n}$. 164. $\frac{p^2+4q^2-8n^2}{4(p-q-2n)}$. 165. $\frac{12pq}{p+3q}$.
166. $a^2b^2(a-b)$. 167. $\frac{(a-b)(a^2+b^2)}{(a+b)^2}$.
168. $\frac{3c(c-d)}{8d-3c}$. 169. $\frac{c^2(d-c)}{d(d+c)}$. 170. $5c$. 171. $\frac{c^2}{d-c}$. 172. $2k$.
173. l. 174. 0. 175. $\frac{2n^3+12mn^2-9m^3}{2(3m^2+5n^2)}$.
176. $ab-ac-bc$. 177. $\frac{5a(a+b)}{2(a+4b)}$. 178. $\frac{b^2c}{a}$.
179. $\frac{c(4c^2-9d^2)}{8c^3+27d^3}$. 180. k. 181. $\frac{k}{k+1}$.
182. $\frac{(m-n)(m+n)^2}{n^2(m-n)-(m+n)^2}$. 183. $\frac{mn}{m+n}$. 184. p^4.

185. $p^2+q^2-r^2$. 186. $\frac{a^2(n+1)}{n-1}$. 187. $\frac{a}{d}$.
188. $\frac{a-b}{a+b}$. 189. $\frac{a}{2n-a}$. 190. $2(a+b)$. 191. $4n$.
192. $a+b$. 193. $(a-b)^2$. 194. $\frac{abc}{a+b+c}$.
195. $\frac{1}{4a(a+b)}$. 196. $3b$. 197. a^2+b^2. 198. $\frac{a^2(b-a)}{b(b+a)}$.
199. $\frac{ab(a+b-2c)}{a^2+b^2-ac-bc}$. 200. $\frac{ab-cd}{c+d-a-b}$.
201. $\frac{ab}{a+b}$. 202. 2. 203. $\frac{a+b}{a-b}$. 204. $a(n+1)$.
205. a. 206. $\frac{a(a-c)}{a-2c}$. 207. a. 208. $\frac{a}{a+1}$.
209. $\frac{ac(2b^2+cd)}{3a^2-b^2}$. 210. $\frac{1}{2a}$. 211. 35; 15.
212. 16, 24. 213. 7; 8. 214. 10; 2. 215. 1; 2. 216. 11; 13.
217. 5, 6. 218. 9; 8. 219. 17, 1. 220. 3; 2. 221. 3; 2.
222. 2; 1. 223. 16, 7. 224. -3; -2. 225. 2; 3
226. $-\frac{1}{2}$; -2. 227. $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$. 228. 2; 1. 229. 2; $-\frac{1}{11}$.
230. 6, 12. 231. 12, 12. 232. 10, 5. 233. 4, 3. 234. 18; 6.
235. 7, 5. 236. 12; 6. 237. 3, 2. 238. 4; 5. 239. 4; 16.
240. 1; 3. 241. 4; 25. 242. $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$. 243. 8; 5. 244. 7; 6.
245. $\frac{1}{2}$; 7. 246. 1; 1. 247. 2, 3. 248. 4,5; 1. 249. 5; 10.
250. 159, 46. 251. $\frac{a+2b}{2}$; $\frac{a-2b}{2}$. 252. $a+b$; $a-b$.
253. $\frac{1}{a}$, 0. 254. $\frac{ac+bd}{a^2+b^2}$; $\frac{bc-ad}{a^2+b^2}$. 255. ab; cd. 256. $5a$; 4
257. $a+b$, $a-b$. 258. $\frac{a^2}{a-b}$; $\frac{b^2}{b-a}$. 259. $\frac{a(c-b)}{c(a-b)}$; $\frac{b(a-c)}{c(a-b)}$.
260. $\frac{a}{b}$; 1. 261. $\frac{c}{b}$; $\frac{a}{d}$. 262. $\frac{a}{b}$; $\frac{c}{d}$. 263. $\frac{c}{a+b}$; $-\frac{c}{a+b}$.
264. $2a+b$, $2a-b$. 265. c^3-d^3; c^3+d^3. 266. $\frac{a+mb}{1-mn}$; $\frac{na+b}{1-mn}$.
267. $\frac{km^2}{m^2+k^2}$; $\frac{k^2m}{m^2+k^2}$. 268. $\frac{p}{2q}$; $\frac{2q^2-p^2}{2q^2}$.
269. $\frac{h}{l}$; $\frac{2l+h}{k}$. 270. $-\frac{2bc}{a^2+b^2}$, $\frac{2ac}{a^2+b^2}$.
271. $\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}$; $\frac{a^2-ab+b^2}{a-b}$. 272. a^2+ab+b^2; a^2-ab+b^2.
273. 4; $a+2$. 274. $\frac{n}{p}$, $-\frac{n}{q}$. 275. $n+d$; $n-d$. 276. 3, 6.
277. 2; 5. 278. 5, 6. 279. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$. 280. 3, 4.

281. $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{3}$. **282.** 3, 4. **283.** 8, 2. **284.** 5; 3. **285.** 2; 2.

286. $\frac{a+b}{c}$; $\frac{a+b}{c}$. **287.** a; c.

288. $\frac{2}{a-1}$; $\frac{2}{a+1}$. **289.** $\frac{c(a^2+b^2)}{a^2-b^2}$; $\frac{c(a^2+b^2)}{2ab}$.

290. $2n-1$; $\frac{2n+1}{n}$. **291.** 2; 3; 4. **292.** 1, 3; 5.

293. 11; 12, 13. **294.** 15; 12; 10. **295.** 3; 2, 1. **296.** 1; 1, 1.
297. 8, 4, 2. **298.** 2; 3; 4. **299.** 3, 1, -1. **300.** 2; -1, 1.
301. 8; 6; 2. **302.** 12; 18, 35. **303.** 9; 12; 15. **304.** 26; 65, 91.
305. 10; 20; 30. **306.** 9, 8; 11. **307.** 1; 2, 3. **308.** 6, -2, 4.

309. 12; 24; 36. **310.** 24; 60; 120 **311.** $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$.

312. 0,64; 0,72; 0,84. **313.** $27\frac{1}{2}$; 11; 10. **314.** 9; 6; 7.

315. $\frac{3}{4}$; 3; $1\frac{1}{4}$. **316.** 0,4; 1,5; 2,5. **317.** $1\frac{1}{5}$; $-2\frac{2}{3}$; $3\frac{3}{4}$.

318. 2; 3; 2. **319.** $1\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$. **320.** 2; 3, 4.

321. 5; 4; 3. **322.** $\frac{2}{3}$; 2; -1. **323.** 4; 2; 1. **324.** 1, 2, 3.

325. 3; 2; 1. **326.** $\frac{a+b-c}{2}$; $\frac{a-b+c}{2}$; $\frac{a-b-c}{2}$.

327. $\frac{b+c}{2}$; $\frac{a-b}{2}$; $\frac{a-c}{2}$. **328.** c; b, a.

329. $\frac{b+c-a}{a}$; $\frac{a-b+c}{b}$; $\frac{a+b-c}{c}$. **330.** $\frac{bc}{a}$; $\frac{ac}{b}$; $\frac{ab}{c}$.

331. $\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$; $\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$, $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$.

332. $a+b$; $b+c$; $a+c$. **333.** $-abc$; $ab+ac+bc$; $-(a+b+c)$.

334. $\frac{a(b+c)}{2}$; $\frac{b(a+c)}{2}$; $\frac{c(a+b)}{2}$.

335. $\frac{abc}{ab+ac+bc}$; $\frac{abc}{ab+ac+bc}$; $\frac{abc}{ab+ac+bc}$. **336.** b; a, 0.

337. 1; $-c$; b. **338.** $\frac{lm+km-kl}{2klm}$, $\frac{lm+kl-km}{2klm}$, $\frac{km+kl-lm}{2klm}$.

339. $a+b$; c; a. **340.** $\frac{(a+b)^2}{ab}$; $\frac{(a-b)^2}{ab}$; 1. **341.** a, b; $a-b$.

342. $\frac{a}{bc}$; $\frac{b}{ac}$; $\frac{c}{ab}$. **343.** $b-c$, $c-a$, $a-b$.

344. $a-b$, $a+1$; $b+1$. **345.** $a+b$, $a-b$; a^2-b^2.

346. c; b; a. **347.** $\frac{a}{3}$; $\frac{2a-1}{2}$; 1.

348. $\frac{2}{a-b+c}$; $\frac{2}{a+b-c}$, $\frac{2}{b+c-a}$.

349. $\frac{1}{(a-b)(a-c)}$; $\frac{1}{(a-b)(b-c)}$; $\frac{1}{(a-c)(b-c)}$.

350. $\frac{1}{a}$; $\frac{1}{b}$; $\frac{1}{c}$.
351. 1; 4; 2; 3.
352. 2; 3, 4; 5.
353. 1; 3; 4; 2.
354. 1; 2; 3; 4
355. 1; 1; 2; 2.
356. 1; 1; 3; 2.
357. 1; 3; 4; 2.
358. 15; 12; 16; 14.
359. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$.
360. $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$.
361. 2; 3; 4, 5, 1.
362. 4; 6, 2; 6, 3.
363. 2; 1, 4; 5; 3.
364. 2, 1,1, —1; —1,1; —2.
365. 2; $1\frac{1}{2}$; 1; —1; —$1\frac{1}{2}$; —2.
366. $2a$; $-2a$; a; $-a$.
367. 2; $a-3$; 4; $c-5$.
368 $2a-1$; $1-a$; $1-2a$; $\frac{5a}{4}$.
369. 2; 3, $2a$; $3a$.
370. $\frac{a}{2}$; a; $\frac{3a}{2}$; $2a$.
371. 22 руб; 16 руб.
372. 27 руб.; 54 руб.
373. 15 ябл.; 15 ябл.; 17 яб
374. 11 кн.; 22 кн.; 33 кн.
375. 48 руб; 8 руб.; 16 ру
376. 9, 12.
377. 40; 48.
378. 50, 35.
379. 24; 16.
380. 18; 28.
381. 45; 30.
382. 49; 15.
383. 46, 11.
384. 28; 33.
385. 12; 18.
386. 32 *гл*, 64 *гл*
387. 12 *кг*.
388. 24 *кг* по 15 руб и 8 *кг* по 21 руб.
389. 22 уч.; 23 уч.
390. 7 руб. 40 коп.
391. 12 *кг*, 7 *кг*.
392. 96 руб.; 24 руб.
393. 22 руб; 10 руб.
394. 5 лет.
395. 45 лет; 6 лет.
396. 36 вед, 18 вед.
397. 16 *м*; 14 *м*.
398. 18 *кг*, 20 *кг*.
399. Через 12 час.
400. Через 6 час.
401. 3 часа 9 мин.
402. 260 руб.
403. 440 руб.
404. В $1\frac{7}{8}$ часа.
405. В 12 час.
406. В 9 час.
407. В $1\frac{1}{2}$ часа.
408. В 15 час.
409. 210 *км*.
410. 236 *км* от *А*.
411. 7; 15, 48.
412. 37.
413. 18 руб.; 1,44 руб.
414. 12 руб, 21 руб.
415. 75.
416. 84.
417. 45 *м*, 27 *м*.
418. 445 руб.
419. 55 *гл*.
420. 762 пак.; 2 *т*.
421. На 20%.
422. 12 *см*.
423. $\frac{3}{7}$.
424. На 3.
425. $24\frac{1}{2}$ года; $17\frac{1}{2}$ лет.
426. 726 боч.
427. 5.
428. 75; 18; 7.
429. Детей 34; 6 ск.
430. 4.
431. $\frac{5}{20}$.
432. 300 *м*.
433. 3 раза.
434. 123.
435. 14 руб.; 24 руб. 40 коп.
436. 103 *см*.
437. 6 чел.
438. 60 *га* и 100 *га*.
439. 5 чл.; 24 канд.
440. 450 *га*.
441. 15 800 $м^3$ (прибл.).
442. $\approx$5,42 *кг*
443. 40 чел.; 90 чел.
444. 10 000 $м^2 = 1$ *га*
445. 5 *м* и 7 *м*
446. 55 уч.; 50 уч.; 45 уч. и 35 уч.
447. $\approx$29%
448. 37,5 *м*.
449. 16 *мм*.
450. 1,65 *км* и 1,23 *км*
451. 10 *км/час* и 4 *км/час*.
452. Через 30 мин
453. 91 900 *квт-ч* и 140 955 *квт-ч*.
454. 40 *кг* и 16 *кг*.
456. 15 *км/час* и 165 *км/час*.
458. 40 *дм* и 15 *дм*.
459. 372 *см*, 297,6 *см*.
460. 4 дня и 5 дней.

461. $\frac{1}{2}$ *га*; $3\frac{1}{2}$ *га*. 462. 9 *см* и 12 *см*. 463 88 *кг* и 36 *кг* (прибл.)
464. 8 *кг* и 10 *кг* (прибл.). 465. 2 млн. *га* и 4 млн. *га*; 10 млн. *га* и 62 млн. *га*.
466. 416 *кг* и 1056 *кг* (прибл.). 467. 1,8 и 1,2.
468. 95 *кг* и 20 *кг*. 469. 30 *см* и 12 *см*.
470. 9 *кг* и 22,5 *кг*. 471. 6,25 *см*, 3,75 *см*.
472. Англ. 2 млн. чел.; 1 млн. чел.
473. 25 000 чел.-дней. 474. $33\frac{1}{3}$ *г*. 475. На 20%.
476. 24 *км*. 477. 33 и 14. 478. 85 руб.; 55 руб.
479. 36 *гл*: 24 *гл*. 480. 18 руб., 15 руб. 481. $\frac{2}{7}$.
482. 18; 7. 483. 29. 484. 63.
485. 84. 486. 12 руб.; 1,2 руб. 487. 88 *л*; 40 *л*.
488. 29 стр.; 32 буквы. 489. 18 час; 4 *км/час*.
490. В 24 часа; в 48 час. 491. 18 *км/час*; 6 *км/час*.
493. 24 чел.; 14 дней. 495. 300 бил., 68 руб. 50 коп.
497. 3 руб. 20 коп., 40 коп. 498. 450 руб.; 540 руб.
499. В 6 дней; 8 лош. 501. 76.
503. 35 *км*; 30 *км*. 504. 10; 2. 505. 78, 85, 63.
506. 70 *кг*; 50 *кг*; 130 *кг*. 507. 64 руб., 72 руб; 84 руб.
508. 13; 17; 19. 509. 50 руб.; 65 руб.; 75 руб.
510. 9 ябл.; 7 ябл.; 12 ябл. 511. 60 *км*, 40 *км*; 25 *км*.
512. 50. 513. 432. 514. 12 *л*, 8 *л*; 7 *л*.
515. 150 руб.; 250 руб., 450 руб.[1]). 516. 35 уч., 25 уч.; 40 уч.
517. 12 *г*; 18 *г*; 8 *г*. 518. 350, 190, 30.
519. $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{6}$. 520. 23. 521. 36; 30; 30, 24.
522. 80; 72; 64; 56. 523. 45 кн.; 42 кн.; 69 кн; 36 кн.
524. $\frac{Sq}{q+1}$; $\frac{S}{q+1}$. 525. $\frac{a+m}{n+2}$; $\frac{a-m-mn}{n+2}$, $\frac{n(a+m)}{n+2}$.
526. $\frac{bm-n}{a-b}$; $\frac{a(bm-n)}{a-b}$. 527. $\frac{(a-b)m+bn}{n-m}$; $\frac{b(n-m)+an}{n-m}$.
528. $\frac{ap}{p+1+pq}$; $\frac{a}{p+1+pq}$; $\frac{apq}{p+1+pq}$.
529. $\frac{bl+ck}{ak-l}$; $\frac{a(bl+ck)}{ak-l}$. 530. $\frac{a(br+m)}{a+b}$; $\frac{b(m-ar)}{a+b}$.
531. $\frac{(2q-1)d}{2(q-1)}$; $\frac{d}{2(q-1)}$. 532. $\frac{ac}{b-a}$ *м*. 533. $\frac{m}{a-1}$; $\frac{am}{a-1}$.
534. $\frac{100m}{100-p}$ руб. 535. $\frac{d}{a-b}$, $\frac{ad}{a-b}$. 536. $\frac{abn}{b-a}$ *м*.
537. В $\frac{ab}{a+b}$ час. 538. $\frac{(a-1)m}{ak}$ *м*; $\frac{(a-1)m}{k}$ *м*; $\frac{ak}{a-1}$ об.; $\frac{k}{a-1}$ об.
539. $\frac{1\,000\,000\,m}{(100+p)^3}$ человек. 540. В $\frac{a(h+1)}{h}$ час.; в $a(h+1)$ час.
541. $\frac{nu}{2t(t+u)}$ *м/час*. 542. $\frac{uv}{t+u}$ *м/сек*. 543. $\frac{(m-b)d+s}{a-b}$ *кг*; $\frac{d(a-m)-s}{a-b}$ *кг*. 544. В $\frac{bm}{ab-m}$ час.

[1] В настоящее время сберкасса платит 3%.

545. $\frac{amp}{mp+np+nq}$; $\frac{anp}{mp+np+nq}$; $\frac{anq}{mp+np+nq}$.

546. $\frac{nu}{2t(t+u)}$ *км/час.* **547.** $\frac{(100+p)\,b-100a}{a}$ %.

548. $\frac{bc-ad}{a+d-b-c}$. **549.** $\frac{n-m}{p-1}$ руб.; $\frac{mp-n}{p-1}$ руб.; $\frac{p(n-m)}{p-1}$ р.

550. $\frac{d-v(h+n)}{n}$ *м/сек.*

551. Через $\frac{d-hu}{u+v}$ час. после выезда второго на расст. $\frac{u(hv+d)}{u+v}$ *км* от

552. $\frac{an-m(n^2+n+1)}{n^2+n+1}$; $\frac{a+m(n^2+n+1)}{n^2+n+1}$; $\frac{an^2}{n^2+n+1}$.

553. $\frac{2mnp}{np+mp+mn}$. **554.** $\frac{a+mb}{mn-1}$; $\frac{na+b}{mn-1}$.

555. $\frac{d(n+m)}{2mn}$ *м/сек*; $\frac{d(n-m)}{2mn}$ *м/сек.*

556. $\frac{m(bp-aq)}{mq-np}$; $\frac{n(bp-aq)}{mq-np}$. **557.** $\frac{q}{p+q}Pm$; $\frac{p}{p+q}Pm$.

558. $\frac{dr}{ad+bc}$ руб.; $\frac{cr}{ad+bc}$ руб. **559.** $\frac{am-bn}{a-b}$ руб., $\frac{an-bm}{a-b}$ ру

560. $\frac{mp}{mp+nq}d$ *м*, $\frac{nq}{mp+nq}d$ *м.*

561. $\frac{(m+n)(ps-qr)}{(r+s)(np-mq)}a$ *кг*; $\frac{(p+q)(nr-ms)}{(r+s)(np-mq)}a$ *кг.*

562. $\frac{Q+\pi l^2}{2\pi l}$; $\frac{Q-\pi l^2}{2\pi l}$. **563.** $\frac{b}{6}$; $\frac{2b}{3}$; $\frac{b}{6}$.

Глава VII.

1. 24.	**2.** 19.	**3.** 43.	**4.** 780.	**5.** 37.
6. 5 300.	**7.** 68.	**8.** 97 000.	**9.** 8 100.	**10.** 98 000.
11. 234.	**12.** 237.	**13.** 912.	**14.** 509.	**15.** 876.
16. 681.	**17.** 135.	**18.** 852.	**19.** 4 750.	**20.** 30 700.
21. 2 136.	**22.** 3 156.	**23.** 1 007.	**24.** 2 012.	**25.** 7 009.
26. 7 505.	**27.** 8 526.	**28.** 9 482.	**29.** 4 444.	**30.** 6 109.
31. $\frac{7}{9}$.	**32.** $1\frac{2}{3}$.	**33.** $\frac{16}{53}$.	**34.** $\frac{21}{132}$.	**35.** $23\frac{1}{2}$.
36. $104\frac{2}{3}$.	**37.** 0,7.	**38.** $\frac{17}{69}$.	**39.** 0,58.	**40.** 0,063.
41. 0,514.	**42.** 0,0093.	**43.** 1,54.	**44.** 3,88.	**45.** 0,0050
46. 6,403.	**47.** 31.	**48.** 85.	**49.** 232.	**50.** 9 017.
51. $\frac{13}{5}$.	**52.** $\frac{27}{4}$.	**53.** $\frac{476}{20}$.	**54.** $\frac{218}{15}$.	**55.** $\frac{447}{200}$.
56. $\frac{1307}{300}$.	**57.** 1,732.	**58.** 0,745.	**59.** 0,791.	**60.** 0,540.
61. 1,789.	**62.** 3,402.	**63.** 2,661.	**64.** 3,332.	**65.** 8,609.
66. 3,044.	**67.** 0,632.	**68.** 2,592.	**69.** 6,585.	**70.** 0,089.
71. 1,433.	**72.** 3,536.	**73.** 8,016.	**74.** 0,791.	**75.** 0,485.
76. 2,445.				

Глава VIII.

1. 0 и 7. 2. 0 и $-2\frac{1}{4}$. 3. 0 и $-2\frac{1}{2}$. 4. 0 и 2.
5. 0 и $-8\frac{2}{3}$. 6. 0 и $-\frac{2}{5}$. 7. 0 и -11. 8. 0 и 4. 9. ± 5
10. $\pm 1\frac{1}{3}$. 11. $\pm\frac{6}{25}$. 12. $\pm 3\sqrt{-1}$. 13. $\pm 2\sqrt{6}$.
14. $\pm 2\sqrt{-1}$. 15. ± 8. 16. $\pm\frac{\sqrt{6}}{5}$. 17. 4 и 2.
18. -2 и -10. 19. 6 и -2. 20. 5 и -7. 21. 4 и 3.
22. 2 и -3. 23. 9 и -2. 24. -13 и 10. 25. $1\pm 3\sqrt{-1}$.
26. $3\pm 5\sqrt{-1}$. 27. 4 и -1. 28. 6 и 4. 29. $1\frac{1}{2}$ и $-\frac{1}{2}$.
30. $1\frac{2}{3}$ и $-\frac{1}{3}$. 31. 3 и $\frac{1}{2}$. 32. $\frac{3}{4}$ и -1. 33. $4\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{2}$.
34. $\frac{-3\pm\sqrt{17}}{6}$. 35. $\frac{1\pm\sqrt{-3}}{2}$. 36. $\frac{-3\pm 3\sqrt{-3}}{2}$. 37. 4 и -6.
38. 3 и 2. 39. 24 и 4. 40. 9 и 4. 41. $1\frac{1}{2}$ и $-\frac{5}{6}$.
42. 5 и $1\frac{1}{2}$. 43. 12 и 11. 44. 2 и 2. 45. 5 и $2\frac{1}{12}$.
46. $\frac{2}{3}$ и $-\frac{13}{21}$. 47. 18 и 15,8. 48. 30 и 305. 49. 2.
50. 1 и $-1\frac{1}{4}$. 51. 13. 52. 5 и $1\frac{1}{5}$. 53. $(x+5)(x+3)$.
54. $(x+7)(x+5)$. 55. $(x-3)(x-2)$. 56. $(x-11)(x-2)$.
57. $(x+4)(x+1)$. 58. $(x+6)(x+5)$. 59. $(x-2)(x-1)$.
60. $(x-10)(x-3)$. 61. $(x+5)(x-2)$. 62. $(x-10)(x+3)$.
63. $(x+8)(x-3)$. 64. $(x-12)(x+2)$. 65. $(x+3)(x-1)$.
66. $(x-10)(x+1)$. 67. $(x+7)(x-6)$. 68. $(x-9)(x+4)$.
69. $(2a+3)(3a+2)$. 70. $(2b-5)(5b-2)$. 71. $(3m+5)(2m-1)$.
72. $(2p-3)(5p+1)$. 73. 10, 11 и 12; -10, -11 и -12.
74. 12 *кг*. 75. 24. 76. 9 чел. 77. В 10 час.; в 15 час.
78. 30 руб. 79. 4 *км* и $3\frac{1}{2}$ *км*. 80. По 5%.
81. 80 копеек; в 12 дней. 82. 130 *ц* или 70 *ц*. 83. 900 *м* и 400 *м*.
84. 16,5 *км/час* (прибл.) 85. $3\frac{1}{2}$ *т*. 86. По 8% и по 9%.
87. 16 *дм* и 32 *дм* или 11 *дм* и 22 *дм*. 88. 390 *км* или 150 *км*.
89. 60 *км*. 90. 12 час. и 15 час. 91. 30 *км*.
92. 2 *м* и 3 *м*. 93. 8 чел. 94. 22 чел.
95. 13 руб. 96. 50 *км/час*. 97. 200 *км/час* и 160 *км/час*.
98. В 20 час. и в 30 час. 99. 40 чел.
100. 12 час. и 12 час. или 10 час. и 15 час. 101. 14 *кг* и 35 *кг* (прибл.).
102. 25 руб. 103. В 6 час. и в 10 час. 104. 14,5 *см* (прибл.).
105. Через 31 минуту. 106. На 13. 107. 60 или 10. 108. 23.
109. 27 *см*, 36 *см* и 45 *см*. 110. 5 *км/час*.