

М. Г. ГОДЫЦКИИ, М. П. ДОРОФЕЕНКО

СБОРНИК
САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ
И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ
ПО АЛГЕБРЕ И ГЕОМЕТРИИ

ДЛЯ 8 КЛАССА

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАРОДНАЯ АСВЕТА»
МИНСК 1965

Сборник содержит самостоятельные и контрольные работы по курсу алгебры и геометрии для VIII класса, составленные в соответствии со школьной программой. Каждая работа состоит из четырех вариантов, к большинству задач и примеров даны ответы. В сборнике помещены работы по повторению материала, изученного в VI и VII классах.

Пособие предназначено для учителей математики.

*Михаил Григорьевич Годыцкий,
Михаил Петрович Дорофеевко*

**Сборник самостоятельных и контрольных работ
по алгебре и геометрии для 8 класса**

Издательство «Народная асвета»
Государственного комитета
Совета Министров БССР по печати,
Минск, Ленинский проспект, 83а.

• • •

Редактор *Л. Э. Горянина*
Технический редактор *В. Н. Жук*
Корректор *В. Е. Архипенко*

АТ 03679. Сдано в набор 28/XII 1964 г. Подписано к печати 11/III 1965 г.
Формат 84 × 108¹/₃₂. Физ. печ. л. 5,25. Усл. печ. л. 8,82. Уч.-изд. л. 5,84.
Тираж 38 100 экз. Заказ 668. Цена 26

Типография издательства «Звезда», Минск, Ленинский проспект, 79.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В последние годы в школах проведена значительная работа по отысканию наиболее рациональных путей организации учебно-воспитательного процесса, по повышению уровня математического образования. Большое внимание уделяется развитию инициативы и самостоятельности учащихся, особенно при изучении нового материала. На уроках значительное место отводится разного рода самостоятельным работам, направленным на углубление и закрепление знаний, приобретение навыков в решении задач и примеров и т. д. Среди этих самостоятельных работ особое значение приобретают те, которые активизируют мышление детей, систематизируют знания по темам и разделам курса математики.

С целью оказания помощи учителям математики в подборе текстов для самостоятельных и контрольных работ в настоящем сборнике дается значительное количество задач, упражнений и вопросов, которые можно использовать в учебное время. Тексты работ составлены таким образом, что каждую из них можно делить на части и предлагать учащимся для выполнения в течение 10—15 минут. Варианты работ не одинаковы по степени сложности, и учитель должен их распределять в классе по своему усмотрению.

В самостоятельных работах, отмеченных звездочкой, помещены задачи повышенной трудности, а также задачи, несколько выходящие за рамки школьной программы.

При составлении сборника авторы использовали следующие пособия: К. С. Бугушевский и К. П. Сикорский, Сборник задач по математике для повторения; Н. Рыбкин,

Сборник задач по геометрии, ч. I; С. В. Назарьев, И. И. Никитин, И. Р. Игнатенков, И. В. Безызвестнов, Сборник задач по геометрии; С. Е. Ляпин и И. В. Баранова, Сборник задач по элементарной математике (арифметика, алгебра) и др.

Авторы будут признательны читателям за все замечания и предложения по данному сборнику и просят направлять их по адресу; Минск, Ленинский проспект, 83а, издательство «Народная асвета», редакция физики и математики.

Авторы.

АЛГЕБРА

І. ПОВТОРЕНИЕ ПО КУРСУ АЛГЕБРЫ VI и VII КЛАССОВ.

Самостоятельная работа № 1.

Формулы сокращенного умножения. Пропорции.

Вариант I.

1. Выполнить действия по формулам:

$$(2a^3 + 0,3c^5)(2a^3 - 0,3c^5);$$

$$\left(c^p + \frac{3}{2}c^q\right)^2;$$

$$\left(3bk^5 + \frac{2}{3}b^4k^2\right)^3.$$

2. Найти x из пропорции: $1,5x : 0,75 = 2,55 : 0,125$.

Вариант II.

1. Выполнить действия по формулам:

$$(0,4b^5 - 5x^4)(0,4b^5 + 5x^4);$$

$$\left(k^n - \frac{5}{2}k^2c^3\right)^2;$$

$$\left(\frac{3}{4}a^5x - 1\frac{1}{3}a^n x^{n-1}\right)^3.$$

2. Найти x из пропорции: $3,1 \cdot 9,3 = x : \frac{7}{9}$.

Вариант III.

1. Выполнить действия по формулам:

$$(2,5x^6 - 1,3b^7)(2,5x^6 - 1,3b^7);$$

$$\left(x^{n+2} + \frac{7}{2}x^{2n-2}c^6\right)^2;$$

$$\left(2a^{n+1} - \frac{1}{2}a^{n-2}x^6\right)^3.$$

2. Найти x из пропорции: $1,25 : 0,4 = 1,35 : 0,3x$.

Вариант IV.

1. Выполнить действия по формулам:

$$(3,5b^3 + 7k^5)(3,5b^3 - 7k^5);$$

$$\left(c^{k-2}b^3 - \frac{1}{2}c^{k+2}b\right)^2;$$

$$\left(3b^7 + \frac{2}{3}b^5c^3\right)^3.$$

2. Найти x из пропорции. $0,3 : \frac{2}{5}x = 1 : 0,01$.

Самостоятельная работа № 2.

Деление одночленов. Деление многочлена на одночлен.
Деление многочленов по формулам. Сокращение
алгебраических дробей.

Вариант I.

1. Выполнить деление:

$$18a^kb^5\lambda^m : (-2a^2b^n);$$

$$(4x^3c - 2x^2c^3k + 4x^4c^2) : (-0,2\lambda^2c);$$

$$(x^4 - 16) : (x + 2);$$

$$(8\lambda^3 - c^3) : (4\lambda^2 + 2cx + c^2).$$

2. Сократить дроби.

$$\frac{6a^4b^2\lambda}{9a^2b^3y}; \quad \frac{v^2 - 4xy + 4y^2}{x^2 - 4y^2}.$$

Вариант II.

1. Выполнить деление:

$$\left(-11b^k c^7 p^3\right) : \left(-2\frac{3}{4} b^3 c^3\right);$$

$$-(4a^4 b^2 - 6a^2 b^3 c - 8a^3 b) : 0,4a^2 b;$$

$$(81 - x^4) : (3 - x); \quad (27a^6 - x^9) : (3a^2 - x^3).$$

2. Сократить дроби:

$$\frac{18a^6 b^4 k}{24a^3 b^2 c}; \quad \frac{8a^3 + 1}{4a^3 - 4a + 1}.$$

Вариант III.

1. Выполнить деление:

$$0,8b^7 c^{m+1} k : (-2b^4 c^{m-1});$$

$$(3b^2 x^3 - 15b^3 x^2 - 12\lambda b^4 c) : (-0,3b^2 x);$$

$$(9x^4 - 16) : (3x^2 - 4); \quad (8a^9 + x^{15}) : (2a^3 + x^5).$$

2. Сократить дроби:

$$\frac{25a^4 b^7 c^8}{20a^5 b^4 c^8}; \quad \frac{16x^2 - 9}{64x^3 - 27}.$$

Вариант IV.

1. Выполнить деление:

$$(-6a^{k+m} \cdot c^{n-m} b) : 1,5a^m c^{2-n};$$

$$(-25b^5 c + 1,5b^3 c^2 - b^2 c^3) : (-0,5b^2 c);$$

$$(81 - 4\lambda^4) : (9 - 2\lambda^2); \quad (a^3 b^6 + 8c^8 k^3) : (ab^2 + 2c^2 k).$$

2. Сократить дроби:

$$\frac{18a^4 b^8 c^5}{24a^7 b^4 c^3}; \quad \frac{9x^3 + 6ax^4 + 4a^2}{27x^{12} - 8a^3}.$$

Самостоятельная работа № 3.

Разложение на множители.

Вариант I.

1. Разложить на множители:

$$6a^{2m+1} - 18a^{m+1};$$

$$[6a^{m+1}(a^m - 3)]$$

$$10ay - 5by + 2ax - bx; \quad [(2a - b)(5y + x)]$$

$$81a^2 - 16(2a - 3b)^2. \quad [(17a - 12b)(a + 12b)]$$

2. Вычислить: 5 т 50 кг 25 г : 25 г.

Вариант II.

1. Разложить на множители:

$$9a^{3m+1} + 27a^{2m+1}; \quad [9a^{2m+1}(a^m + 3)]$$

$$6by - 15bx - 4ay + 10ax; \quad [(2y - 5x)(3b - 2a)]$$

$$(a + 3b)^2 - 9(b - c)^2. \quad [(a + 6b - 3c)(a + 3c)]$$

2. Вычислить: 72 т 18 кг : 9 кг.

Вариант III.

1. Разложить на множители:

$$9k^{4m+7} - 3bk^{2m-2}; \quad [9k^{2m-2}(k^{2m+9} - 4)]$$

$$4x^2 - 4xc - 3x + 3c; \quad [(x - c)(4x - 3)]$$

$$(4a + 3b)^2 - 16(a - b)^2. \quad [(8a - b)7b]$$

2. Вычислить: (40 т + 20 кг + 50 г) : 25.

Вариант IV.

1. Разложить на множители:

$$17c^{3m+1} + 51c^{2m-1}; \quad [17c^{2m-1}(c^{m+2} + 3)]$$

$$6a^2 - 6ax - 7a + 7x; \quad [(a - x)(6a - 7)]$$

$$9(2a - x)^2 - 4(3a - x)^2. \quad [-x(12a - 5x)]$$

2. Вычислить: (25 км + 120 м - 50 дм) : 25.

Самостоятельная работа № 4.

Сокращение дробей. Сложение и вычитание дробей.

Вариант I.

1. Сократить дробь:

$$\frac{42a^3 - 30a^2b}{35ab^2 - 25b^3};$$

$$\left(\frac{6a^2}{5b^2}\right)$$

$$\frac{4a^2 - 2ab}{12a^2 - 3b^2}.$$

$$\left[\frac{2a}{3(2a+b)}\right]$$

2. Выполнить действия:

$$\frac{a-b}{2(a+b)} + \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2};$$

$$\left[\frac{3a^2 - 2ab + 3b^2}{2(a^2 - b^2)}\right]$$

$$\frac{7}{2a+3} + \frac{3}{3-2a} + \frac{2a+15}{4a^2-9}.$$

$$\left(\frac{5}{2a+3}\right)$$

Вариант II.

1. Сократить дробь:

$$\frac{14b^5 + 7b^4c}{10bc^3 + 5c^4};$$

$$\left(\frac{7b^4}{5c^3}\right)$$

$$\frac{7a^3b + 7ab^3}{a^4 - b^4}.$$

$$\left(\frac{7ab}{a^2 - b^2}\right)$$

2. Выполнить действия:

$$\frac{2a^2 + b^2}{a^2 - b^2} - \frac{a+b}{2(a-b)};$$

$$\left[\frac{3a^2 - 2ab + b^2}{2(a^2 - b^2)}\right]$$

$$\frac{2}{4a-3} + \frac{3}{4a+3} + \frac{16a-6}{9-16a^2}.$$

$$\left(\frac{1}{4a-3}\right)$$

Вариант III.

1. Сократить дроби:

$$\frac{12x^4 + 27\lambda^3c}{16x^3c + 36\lambda^2c^2};$$

$$\left(\frac{3x}{4c}\right)$$

$$\frac{(a+1)^3}{a^3-a}.$$

$$\left[\frac{(a+1)^2}{a(a-1)}\right]$$

2. Выполнить действия:

$$\frac{2a+3x}{2a-3x} - \frac{2a-3x}{3x-2a};$$

$$\left(\frac{4a}{2a-3x}\right)$$

$$\frac{2}{a} + \frac{3}{b-2a} - \frac{2a-3b}{4a^2-b^2}.$$

$$\left[\frac{2b^2}{a(b^2-4a^2)}\right]$$

Вариант IV.

1. Сократить дроби:

$$\frac{39a^2b^3 - 36ab^4}{65a^3b - 60a^2b^2};$$

$$\left(\frac{3b^2}{5a}\right)$$

$$\frac{x^3 + y^3}{2(x+y)^2}.$$

$$\left[\frac{x^2 - xy + y^2}{2(x+y)}\right]$$

2. Выполнить действия:

$$\frac{4a+x}{4a-x} + \frac{4a-x}{x-4a};$$

$$\left(\frac{2x}{4a-x}\right)$$

$$\frac{a(16-a)}{a^2-4} + \frac{3+2a}{2-a} - \frac{2-3a}{a+2}.$$

$$\left(\frac{1}{a+2}\right)$$

Самостоятельная работа № 5.

Все действия с дробями. Решение уравнений.

Вариант I.

1. Выполнить указанные действия:

$$\left(\frac{2a}{2a+c} - \frac{4a^2}{4a^2+4ac+c^2} \right) : \left(\frac{2a}{4a^2-c^2} + \frac{1}{c-2a} \right).$$
$$\left[\frac{2a(c-2a)}{c+2a} \right]$$

2. Решить уравнение (с точностью до 0,1):

$$\frac{15x+17}{5} - \left(10x - \frac{5x+1}{2} \right) = \frac{20x+16}{5}.$$

($\approx 0,1$)

Вариант II.

1. Выполнить указанные действия:

$$\left(\frac{2x}{n+2x} - \frac{4x^2}{n^2+4nx+4x^2} \right) : \left(\frac{2x}{n^2-4x^2} + \frac{1}{2x-n} \right).$$
$$\left[\frac{2x(2x-n)}{n+2x} \right]$$

2. Решить уравнение (с точностью до 0,1):

$$\frac{8x+13}{3} = \frac{19-12x}{2} - \left(16x - \frac{7-4x}{6} \right).$$

($\approx 0,3$)

Вариант III.

1. Выполнить указанные действия:

$$\left[\frac{a^2-x^2}{a+b} \cdot \frac{a^2-b^2}{ax+x^2} \cdot \left(-x + \frac{ax}{a-x} \right) \right] : \frac{a^3-ab^2}{5x^3}.$$
$$\left[\frac{5x^4}{a(a+b)} \right]$$

2. Решить уравнение (с точностью до 0,1):

$$\frac{2x+3}{5} + \left(7x - \frac{3-x}{2} \right) = \frac{7x+11}{3} + 4.$$

($\approx 1,6$)

Вариант IV.

1. Выполнить указанные действия:

$$\left[\frac{a^2 + ab}{2b} : (a^2 - b^2) \right] \cdot \left[\frac{(a+b)^2}{4ab} - 1 \right].$$
$$\left(\frac{a-b}{8b^2} \right)$$

2. Решить уравнение (с точностью до 0,1):

$$\frac{6x+5}{2} - \left(2x + \frac{2x+1}{2} \right) = \frac{7x+3}{6},$$
$$(\approx 1,3)$$

Контрольная работа № 1.

Все действия с дробями. Решение уравнений.

Вариант I.

1. Вычислить боковую поверхность цилиндра, радиус основания которого $R = 4,25$ см и высота $H = 10$ см.
(266,9 см²)

2. Доказать, что выражение

$$\left(\frac{1}{2-4a} + \frac{a+1}{8a^2-1} : \frac{2a+1}{4a^2+2a+1} \right) \cdot \frac{4a-2}{2a+1} - \frac{1}{(2a+1)^2}$$

после преобразования не содержит a .

3. Решить уравнение: $x + \frac{12-x}{4} = \frac{26-x}{2}$.
(8)

4. Найти x из пропорции: $1,75 : x = 0,25 : 30,6$.
(214,2)

Вариант II.

1. Найти объем цилиндра, радиус основания которого $R = 3,5$ дм, а высота $H = 8,4$ дм.
(323,106 дм³)

2. Доказать, что выражение

$$\frac{b}{(1-2b)^2} - \frac{4b^2+2b}{2b-1} \left(\frac{b-1}{8b^3+1} : \frac{1-2b}{1-2b+4b^2} + \frac{1}{4b+2} \right)$$

после преобразования не содержит b .

3. Решить уравнение: $2 - \frac{3x-7}{4} = -\frac{x+17}{5}$. (13)

4. Найти x из пропорции: $4,04 : x = 2,7 : 1,35$. (2,02)

Вариант III.

1. Вычислить полную поверхность цилиндра, радиус основания которого $R = 1,5$ м, а высота $H = 2,4$ м. (36,738 м²)

2. Доказать, что выражение $\frac{a^2 + b^2}{(a + b)^2} + \frac{\frac{2}{ab}}{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^2}$

после преобразования не содержит a и b .

3. Решить уравнение: $\frac{9x+7}{2} - \left(x - \frac{x-2}{7}\right) = 36$. (9)

4. Найти x из пропорции: $12,5 : 2,5 = x : 5,3$. (26,5)

Вариант IV.

1. Найти объем прямой треугольной призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник с катетами $a = 4,5$ дм и $b = 6$ дм, а высота призмы $H = 7,24$ дм. (97,74 дм³)

2. Доказать, что выражение

$$p^2q^2 \left[\frac{1}{(p+q)^2} \cdot \left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} \right) + \frac{2}{(p+q)^3} \cdot \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right) \right]$$

после преобразования не содержит p и q .

3. Решить уравнение: $\frac{7+9x}{4} - \left(1 - \frac{2-x}{9}\right) = 7x$. (1/5)

4. Найти x из пропорции: $3,6 : 0,72 = 10,5 : x$. (2,1)

Самостоятельная работа № 6.

Все действия с алгебраическими дробями.
Решение уравнений и задач при их помощи.

Вариант I.

1. Выполнить действия:

$$\left(\frac{3}{9-a^2} + \frac{2a-1}{a-3} - \frac{a^2-4}{a^2+6a+9} \cdot \frac{a+3}{a-2} \right) \cdot \frac{a-3}{a^2} \cdot \left[\frac{a+6}{a(a+3)} \right]$$

2. Для рытья котлована поставлены два экскаватора. Первый экскаватор, вынимая в час на 4 м^3 земли больше второго, работал 8 час., а второй — 10 час., причем оба вынули за это время 1688 м^3 . Сколько земли вынимал каждый экскаватор в час?

(96 м^3 ; 92 м^3)

3. Решить уравнение:

$$x - \frac{nx}{m} = p. \quad \left(\frac{mp}{m-n} \right)$$

Вариант II.

1. Выполнить действия:

$$\left[\frac{a^2+ax}{2x} : (a^2-x^2) \right] \cdot \left[\frac{(a+x)^2}{4ax} - 1 \right] : \frac{a-x}{8x^2}. \quad (1)$$

2. Бригада трактористов должна была ежедневно вспахать 180 га . Перевыполняя план, бригада ежедневно вспахивала по 210 га и закончила работу за день до срока. Сколько гектаров вспахала бригада трактористов и за сколько дней?

(1260 га ; за 6 дней)

3. Решить уравнение:

$$\frac{kx}{m} + x = a. \quad \left(\frac{am}{k+m} \right)$$

Вариант III.

1. Выполнить действия:

$$\frac{x^3 - a^3}{x^2 + 2ax + a^2} : \left(\frac{x - a}{ax + a^2} - \frac{a + x}{x^2 - ax} - \frac{3x + a}{a^2 - x^2} \right) \cdot \frac{5a}{x - a} \cdot \left(\frac{5a^2x}{x + a} \right)$$

2. Заказ на машины завод должен был выполнить по плану за 20 дней. Но уже за два дня до срока завод не только выполнил план, но и выпустил на 40 машин больше, так как выпускал ежедневно по 4 машины сверх плана. Сколько машин выпустил завод?

(360)

3. Решить уравнение:

$$\frac{kx}{p} + \frac{kx}{pc} = b.$$

$$\left[\frac{bcp}{k(c+1)} \right]$$

Вариант IV.

1. Выполнить действия:

$$\frac{5+n}{4-n} - \frac{n^2+4n}{n^2+12} \cdot \left(\frac{n+3}{n-4} + \frac{7n}{16-n^2} \right) \cdot \frac{2n+5}{n^2}.$$

$$\left[\frac{n^2+7n+5}{n(4-n)} \right]$$

2. Весенний сев совхоз наметил закончить за 16 дней. Но, увеличив норму сева на 50 га в день, совхоз закончил сев за 12 дней. Сколько гектаров засеивал ежедневно совхоз и сколько гектаров всего было засеяно?

(200 га; 2400 га)

3. Решить уравнение:

$$\frac{ax}{b} - \frac{bx}{a} = c.$$

$$\left(\frac{abc}{a^2 - b^2} \right)$$

Самостоятельная работа № 7.

Решение уравнений и систем линейных уравнений.

Вариант I.

1. Решить уравнения:

$$\frac{24}{x} - \frac{17-x}{x-1} = 1; \quad (3)$$

$$\frac{a+bx}{a+b} = \frac{c+dx}{c+d}. \quad (1)$$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x-1}{y-1} = \frac{1}{5}, \\ \frac{x+4}{y+4} = \frac{2}{5}. \end{cases} \quad (4; 16)$$

Вариант II.

1. Решить уравнения:

$$\frac{x}{x-1} = \frac{4x}{x+5} - 3; \quad \left(\frac{5}{7}\right)$$

$$\frac{ax}{c} + \frac{cx}{a} + 2x = a^3 + c^3.$$

$$\left[\frac{ac(a^2 - ac + c^2)}{a+c} \right]$$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x = 2 + \frac{xy+13}{y+6}, \\ y = 2 + \frac{xy-13}{x+4}. \end{cases} \quad (4,5; 1)$$

Вариант III.

1. Решить уравнения:

$$\frac{5(5-3x)}{6x+3,5} = 2; \quad \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\frac{a-bx}{a+2b} = \frac{c-dx}{c+2d}. \quad (-2)$$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{5}{x+4} = \frac{2}{y-1}, \\ \frac{3}{x+2} = \frac{4}{y+1}. \end{cases} \quad (1; 3)$$

Вариант IV.

1. Решить уравнения:

$$\frac{1}{5-\frac{1}{x}} = \frac{2}{7}; \quad \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\frac{x}{c} + \frac{x}{d-c} = \frac{c}{c+d}. \quad \left[\frac{c^2(d-c)}{d(d+c)}\right]$$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{9x-y}{8} = 1, \\ 7(x-1) = \frac{1}{9}(1-y). \end{cases} \quad (1; 1)$$

Самостоятельная работа № 8.

Вычисления с дробями. Решение задач при помощи составления уравнений и системы линейных уравнений.

Вариант I.

1. Упростить и найти числовое значение алгебраического выражения

$$\frac{a^2c-b^2c}{5(a^3+b^3)} : \left(\frac{a^2+b^2}{a^3+b^3} + \frac{a-b}{a^2-ab+b^2} - \frac{2}{a+b} \right), \text{ если}$$

$$a = 7,5; b = 2,5; c = 1,5. \quad \left[\frac{c(a+b)}{10b} = 0,6 \right]$$

2. Для прокладки канализации на протяжении 1446 м следует положить 268 труб двух размеров: одни по 6 м длиной, а другие на 25% короче. Сколько следует взять тех и других труб в отдельности?

(160; 108)

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{c} = b + d; \\ \frac{x}{b} + \frac{y}{d} = a + c. \end{cases}$$

(ab ; cd)

Вариант II.

1. Упростить и найти числовое значение алгебраического выражения

$$\frac{3a^2b + 3ab + 3b}{4a^2 + 4a + 8} \cdot \left(\frac{a+1}{a^2-1} - \frac{1}{a^2+a+1} + \frac{2}{a-1} \right), \text{ если}$$

$$a = 3,5; \quad b = 3 \frac{1}{3}.$$

$$\left[\frac{3b}{2(a-1)} = 2 \right]$$

2. Периметр прямоугольника 48 дм. Разность смежных сторон 4 дм. Найти площадь прямоугольника.

(140 дм²)

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1, \\ \frac{x}{5a} + \frac{y}{8b} = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

($5a$; $4b$)

Вариант III.

1. Упростить и найти числовое значение алгебраического выражения

$$\frac{27a^2 - 45ax + 75x^2}{10a^2 - 15ax + 25x^2} \cdot \left(\frac{10a^2 - 25x^2}{27a^3 + 125x^3} - \frac{3a - 5x}{9a^2 - 15ax + 25x^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{3a + 5x} \right), \text{ если } a = \frac{2}{3}, \quad x = \frac{3}{5}.$$

$$\left(\frac{3}{3a + 5x} = 0,6 \right)$$

2. Сумма цифр двузначного числа равна 9; если цифры этого числа переставить, то вновь полученное число будет меньше прежнего на 45. Найти это число.

(72)

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x-a}{b} + \frac{y-b}{a} = 1, \\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1. \end{cases}$$

$$\left(\frac{a^2}{a-b}; \frac{b^2}{b-a} \right)$$

Вариант IV.

1. Упростить и найти числовое значение алгебраического выражения

$$\left(\frac{a}{b+x} - \frac{bx}{b^2+x^2} + \frac{x^2}{b^2-x^2} - \frac{2bx^3}{b^4-x^4} \right) : \frac{a^2-ax}{b^2-x^2},$$

если $b = 10,5$; $x = 4,25$; $a = 2,5$.

$$\left(\frac{b-x}{a} = 2,5 \right)$$

2. Пароход прошел за 11 час. без остановки 147 км по течению реки и 82,5 км против течения. Во второй раз он прошел за 10 час. 98 км по течению и 99 км против течения. Найти собственную скорость парохода и скорость течения реки.

(24,5 км в час; 4 км в час)

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{bx+1}{a+y} = 1, \\ \frac{x+y}{x-y} = \frac{a+b}{a-b}. \end{cases}$$

$$\left(\frac{a}{b}; 1 \right)$$

II. ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ СЧЕТНОЙ ЛИНЕЙКИ.

Самостоятельная работа № 9.

Выполнить умножение данных чисел при помощи
счетной линейки и проверить результаты по данным
ответам.

Вариант I.

№	Пример	Ответ	№	Пример	Ответ
1	$3,7 \cdot 7,5$	27,8	6	$4,3 \cdot 6,5$	28
2	$12,5 \cdot 1,34$	16,7	7	$72,5 \cdot 0,214$	15,5
3	$8,52 \cdot 0,435$	3,71	8	$135 \cdot 0,024$	3,25
4	$1,35 \cdot 42,4 \cdot 5,5$	315	9	$3,05 \cdot 6,98 \cdot 4,3$	91,5
5	$2,7 \cdot 21,6 \cdot 0,215$	12,58	10	$2,42 \cdot 6,55 \cdot 7,2$	114

Вариант II.

№	Пример	Ответ	№	Пример	Ответ
1	$19,5 \cdot 0,44$	8,57	6	$0,476 \cdot 45$	21,4
2	$4,38 \cdot 22,5$	98,6	7	$1,22 \cdot 3,75$	4,58
3	$7,01 \cdot 6,17$	43,4	8	$5,42 \cdot 4,3$	23,3
4	$6,21 \cdot 5,7 \cdot 0,45$	16	9	$1,27 \cdot 3,35 \cdot 2,4$	10,22
5	$6,81 \cdot 0,35 \cdot 11,4$	27,3	10	$27,1 \cdot 12,5 \cdot 0,24$	81

Вариант III.

№	Пример	Ответ	№	Пример	Ответ
1	$2,5 \cdot 7,4$	18,5	6	$2,3 \cdot 1,9$	4,37
2	$132 \cdot 0,435$	57,4	7	$1,18 \cdot 43,2$	51
3	$135 \cdot 0,476$	64,4	8	$5,85 \cdot 4,56$	26,7
4	$1,14 \cdot 6,17 \cdot 3,4$	23,9	9	$7,83 \cdot 6,92 \cdot 0,24$	13,2
5	$3,43 \cdot 1,84 \cdot 2,5$	15,8	10	$5,46 \cdot 9,18 \cdot 0,46$	23,1

Вариант IV.

№	Пример	Ответ	№	Пример	Ответ
1	$4,8 \cdot 13,5$	64,2	6	$8,35 \cdot 8,81$	73,6
2	$8,24 \cdot 4,31$	35,5	7	$2,57 \cdot 1,25$	3,21
3	$8,57 \cdot 79,5$	682	8	$2,27 \cdot 23,8$	54,1
4	$7,35 \cdot 1,24 \cdot 4,3$	39,2	9	$2,83 \cdot 25,6 \cdot 0,15$	10,85
5	$8,82 \cdot 7,2 \cdot 0,345$	22,2	10	$37,3 \cdot 2,15 \cdot 0,42$	33,8

Самостоятельная работа № 10.

Выполнить указанные вычисления при помощи счетной линейки и проверить результаты по данным ответам.

Вариант I.

№	Пример	Ответ	№	Пример	Ответ
1	$16,7 : 1,34$	12,5	6	$5,57 : 23,7$	0,235
2	$15,5 : 0,214$	72,5	7	$31,5 : 4,3$	7,33
3	$4,58 : 1,22$	3,75	8	$16,4 : 3,25$	5,05
4	$\frac{6,12 \cdot 3,18}{2,54}$	7,66	9	$\frac{32,4 \cdot 0,256}{4,15}$	2
5	$\frac{315 \cdot 1,52}{72,3}$	6,62	10	$\frac{0,125 \cdot 8,32}{0,28}$	3,75

Вариант II.

№	Пример	Ответ	№	Пример	Ответ
1	125 : 23,4	5,35	6	0,785 : 0,25	3,14
2	11,7 : 3,23	3,63	7	14,4 : 1,22	11,8
3	75,2 : 14,8	5,08	8	24,5 : 2,12	11,55
4	$\frac{7,23 \cdot 4,58}{3,23}$	10,3	9	$\frac{17,6 \cdot 12,5}{4,12}$	53,4
5	$\frac{11,4 \cdot 5,25}{0,125}$	4,8	10	$\frac{121 \cdot 5,24}{11,2}$	56,5

Вариант III.

№	Пример	Ответ	№	Пример	Ответ
1	517 : 23,3	22,2	6	23,6 : 11,5	2,05
2	21,5 : 7,35	2,93	7	0,75 : 0,015	50
3	4,52 : 1,15	3,93	8	56,4 : 12,5	4,51
4	$\frac{237 \cdot 0,45}{12,8}$	8,35	9	$\frac{3,74 \cdot 48,2}{12,3}$	14,12
5	$\frac{28,4 \cdot 0,125}{0,28}$	12,68	10	$\frac{1,78 \cdot 54,4}{26,6}$	3,64

Вариант IV.

№	Пример	Ответ	№	Пример	Ответ
1	526 : 424	1,245	6	28,4 : 7,22	3,96
2	82,7 : 9,27	8,92	7	1,57 : 2,35	0,668
3	215 : 225	0,956	8	3,44 : 1,72	2
4	$\frac{17,9 \cdot 11,8}{6,15}$	34,4	9	$\frac{44,2 \cdot 0,112}{2,34}$	2,12
5	$\frac{3,87 \cdot 0,345}{0,56}$	2,38	10	$\frac{27,8 \cdot 14,2}{7,52}$	52,4

Самостоятельная работа № 11.

Найти при помощи счетной линейки квадраты следующих чисел и сравнить ответы с квадратами этих чисел, найденными по таблицам.

Вариант I.

a	7,1	2,43	3,15	12,2	6,35	5,23
a^2 по линейке						
a^2 по таблице	50,41	5,905	9,923	148,8	40,32	27,35

Вариант II.

a	4,71	14,2	8,15	9,16	5,17	0,14
a^2 по линейке						
a^2 по таблице	22,18	201,6	66,42	83,91	26,73	0,0196

Вариант III.

a	3,27	18,2	11,7	6,23	10,5	8,14
a^2 по линейке						
a^2 по таблице	10,69	331,2	136,9	38,81	110,3	66,26

Вариант IV.

a	15,7	1,14	6,24	8,12	3,85	8,42
a^2 по линейке						
a^2 по таблице	246,5	1,3	38,94	65,93	14,82	70,90

III. ПРОСТЕЙШИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ С КВАДРАТНЫМИ КОРНЯМИ.

Самостоятельная работа № 12.

Возведение в квадрат;
извлечение квадратного корня.

Вариант I.

1. Вычислить при помощи таблицы квадратов:
 $72,5^2$; $13,7^2$; $23,5^2$; $0,117^2$.
2. Вычислить, используя формулы сокращенного умножения:
 49^2 ; 103^2 ; $20,3^2$.
3. Извлечь квадратный корень:
 $\sqrt{324}$; $\sqrt{\frac{9}{16}}$; $\sqrt{0,36}$.

Вариант II.

1. Вычислить при помощи таблицы квадратов:
 $56,3^2$; $11,6^2$; 112^2 ; $0,235^2$.
2. Вычислить, используя формулы сокращенного умножения:
 81^2 ; 105^2 ; $30,1^2$.
3. Извлечь квадратный корень:
 $\sqrt{576}$; $\sqrt{\frac{25}{36}}$; $\sqrt{0,0144}$.

Вариант III.

1. Вычислить при помощи таблицы квадратов:
 $24,7^2$; $17,2^2$; 251^2 ; $2,23^2$.
2. Вычислить, используя формулы сокращенного умножения:
 61^2 ; 301^2 ; $20,5^2$.
- 3) Извлечь квадратный корень:
 $\sqrt{676}$; $\sqrt{\frac{49}{121}}$; $\sqrt{0,0225}$.

Вариант IV.

1. Вычислить при помощи таблицы квадратов:
 $65,4^2$; $12,4^2$; 217^2 ; $1,37^2$.
2. Вычислить, используя формулы сокращенного умножения:
 69^2 ; 502^2 ; $10,2^2$.
3. Извлечь квадратный корень:
 $\sqrt{529}$; $\sqrt{\frac{64}{81}}$; $\sqrt{0,0256}$.

Самостоятельная работа № 13.

Извлечение квадратного корня.

Вариант I.

1. Площадь квадрата 289 см^2 . Найти его сторону.
2. Решить уравнение: $x^2 - 196 = 0$.
3. При каких значениях a выражение $\sqrt{a-3}$ не имеет смысла?
4. Извлечь квадратный корень из числа $\sqrt{54756}$.
(234)

Вариант II.

1. Сумма квадратов катетов равна 144 кв. ед. Найти гипотенузу.
2. Решить уравнение: $x^2 = 441$.
3. При каких значениях x выражение $\sqrt{x-5}$ не имеет смысла?
4. Извлечь квадратный корень из числа $\sqrt{33856}$.
(184)

Вариант III.

1. Площадь равнобедренного прямоугольного треугольника 32 см^2 . Найти катеты.
2. Решить уравнение: $x^2 = \frac{28}{49}$.
3. При каких значениях c выражение $\sqrt{c+2}$ не имеет смысла?
4. Извлечь квадратный корень из числа $\sqrt{56169}$.
(237)

Вариант IV.

1. Площадь круга равна 196 см^2 . Найти радиус круга.
2. Решить уравнение: $x^2 - 1,44 = 0$.
3. При каких значениях k выражение $\sqrt{k+3}$ не имеет смысла?
4. Извлечь квадратный корень из числа $\sqrt{831\,744}$.
(912)

Контрольная работа № 2.

**Вычисления при помощи линейки и таблиц.
Извлечение квадратного корня.**

Вариант I.

1. Вычислить при помощи линейки:
 $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$, если $R = 6,5 \text{ дм}$, $H = 12,3 \text{ дм}$.
($\approx 544 \text{ дм}^3$)
2. Вычислить при помощи таблиц:
 $x = \sqrt{36,7^2 + 7,351^2 + 10,75^2}$.
($\approx 38,94$)
3. Извлечь квадратный корень из числа, представляющего точный квадрат: $\sqrt{767\,376}$.
(876)
4. Показать, что $\frac{3x}{2x-2} - \frac{x-1}{x+1}$ больше $\frac{1-7x}{2-2x^2}$ на $0,5$.

Вариант II.

1. Вычислить при помощи линейки:
 $V = \pi R^2 H$, если $R = 7,15 \text{ см}$, $H = 16,4 \text{ см}$.
($\approx 2630 \text{ см}^3$)
2. Вычислить при помощи таблиц:
 $x = \sqrt{32,14^2 + 7,239^2 + 8,62^2}$.
($\approx 34,05$)
3. Извлечь квадратный корень из числа, представляющего точный квадрат: $\sqrt{463\,761}$.
(681)
4. Показать, что $\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-3}{x+2}$ меньше $\frac{x^2+9x-6}{x^2-4}$ на 1 .

Вариант III.

1. Вычислить при помощи линейки:

$$S = \frac{l^2}{6\pi}, \text{ если } l = 19,86 \text{ см.} \quad (\approx 21 \text{ см}^2)$$

2. Вычислить при помощи таблиц:

$$x = \sqrt{17,15^2 + 8,14^2 + 12,23^2}. \quad (\approx 22,58)$$

3. Извлечь квадратный корень из числа, представляющего точный квадрат: $\sqrt{259\,081}$. (509)

4. Показать, что $\frac{39-2a}{9-4a^2}$ больше $\frac{7}{2a+3} + \frac{4a}{3-2a}$ на 2.

Вариант IV.

1. Вычислить при помощи линейки:

$$V = \pi(R^2 - r^2)H, \text{ если } R = 13,6 \text{ см, } r = 12,4 \text{ см, } H = 4,4 \text{ дм.} \quad (\approx 4,313 \text{ дм}^3)$$

2. Вычислить при помощи таблиц:

$$x = \sqrt{15,6^2 + 23,5^2 + 9,11^2}. \quad (\approx 29,64)$$

3. Извлечь квадратный корень из числа, представляющего точный квадрат: $\sqrt{501\,264}$. (708)

4. Показать, что $\left(\frac{7+2a}{a-2} + \frac{1-3a}{a+2}\right)$ меньше $\frac{2a(9+a)}{a^2-4}$ на 3.

Самостоятельная работа № 14.

Извлечение квадратного корня из произведения, дроби и степени при помощи таблиц.

Вариант I.

1. Извлечь корень из произведения:

$$\sqrt{49 \cdot 0,16 \cdot 144}; \quad \sqrt{121 \cdot 2,25}.$$

2. Извлечь корень из дроби:

$$\sqrt{\frac{169}{841}}; \sqrt{\frac{196}{324}}.$$

3. Извлечь корень из степени:

$$\sqrt{15^4}; \sqrt{2,3^6}; \sqrt{3,5^2}.$$

Вариант II.

1. Извлечь корень из произведения:

$$\sqrt{289 \cdot 0,64 \cdot 36}; \sqrt{196 \cdot 12,25}.$$

2. Извлечь корень из дроби:

$$\sqrt{\frac{225}{529}}; \sqrt{\frac{441}{676}}.$$

3. Извлечь корень из степени:

$$\sqrt{17^4}; \sqrt{75^2}; \sqrt{9,25^2}.$$

Вариант III.

1. Извлечь корень из произведения:

$$\sqrt{30,25 \cdot 9,61 \cdot 256}; \sqrt{12,96 \cdot 50,41}.$$

2. Извлечь корень из дроби:

$$\sqrt{\frac{7,29}{11,56}}; \sqrt{\frac{3364}{3721}}.$$

3. Извлечь корень из степени:

$$\sqrt{73^6}; \sqrt{a^{10}}; \sqrt{7^8}.$$

Вариант IV.

1. Извлечь корень из произведения:

$$\sqrt{0,4225 \cdot 7,84 \cdot 1024}; \sqrt{10,89 \cdot 13,69}.$$

2. Извлечь корень из дроби:

$$\sqrt{\frac{81}{1156}}; \sqrt{\frac{3,61}{5,76}}.$$

3. Извлечь корень из степени:

$$\sqrt{9,5^4}; \sqrt{a^6 b^8}; \sqrt{3,25^{10}}.$$

Самостоятельная работа № 15.

Простейшие преобразования квадратных корней.

Вариант I.

1. Вынести множители из-под знака квадратного корня:

$$0,5 \sqrt{48}; \quad \frac{1}{3} \sqrt{162}; \quad \frac{5}{2} \sqrt{128}.$$

2. Выполнить действия:

$$\sqrt{2} + 3\sqrt{32} + \frac{1}{2}\sqrt{128} - 6\sqrt{18}.$$

$$(-\sqrt{2})$$

Вариант II.

1. Вынести множители из-под знака квадратного корня:

$$\frac{2}{3} \sqrt{63}; \quad 2,5 \sqrt{28}; \quad 0,25 \sqrt{500}.$$

2. Выполнить действия:

$$\sqrt{75} - \frac{2}{7}\sqrt{147} + 0,75\sqrt{48} - 0,2\sqrt{300}.$$

$$(4\sqrt{3})$$

Вариант III.

1. Вынести множители из-под знака квадратного корня:

$$\frac{5}{6} \sqrt{72}; \quad \frac{3}{5} \sqrt{125}; \quad 0,35 \sqrt{200}.$$

2. Выполнить действия:

$$\frac{5}{7} \sqrt{245} - 0,5 \sqrt{5} + \frac{3}{5} \sqrt{125} + 2,5 \sqrt{180}.$$

$$(22,5\sqrt{5})$$

Вариант IV.

1. Вынести множители из-под знака квадратного корня:

$$1 \frac{2}{3} \sqrt{18}; \quad 0,15 \sqrt{300}; \quad 0,75 \sqrt{80}.$$

2. Выполнить действия:

$$\sqrt{275} - 10\sqrt{11} - \frac{2}{3}\sqrt{99} + \frac{5}{6}\sqrt{396}.$$

$$(-2\sqrt{11})$$

Самостоятельная работа № 16.

Умножение и деление квадратных корней.

Вариант I.

1. Вычислить:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{21^2 - 15^2}}{\frac{1}{6}\sqrt{6}}}. \quad (6)$$

2. Вычислить с точностью до 0,01:

$$\left(2\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{8}} + 3\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \cdot 3\sqrt{\frac{2}{5}}. \quad (\approx 4,97)$$

3. Выполнить указанные действия:

$$\left(1\frac{1}{2}\sqrt{24} + 1,5\sqrt{\frac{1}{6}} - \frac{1}{5}\sqrt{150}\right) : \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{8}}. \quad (18\sqrt{3})$$

Вариант II.

1. Вычислить:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{34^2 - 30^2}}{17^2 - 15^2}}. \quad (0,5)$$

2. Вычислить с точностью до 0,01:

$$\left(3\sqrt{\frac{5}{6}} + 5\sqrt{30} - 2\sqrt{\frac{15}{2}}\right) \cdot 2\sqrt{\frac{3}{2}}. \quad (\approx 60,37)$$

3. Выполнить указанные действия:

$$\left(\frac{1}{4}\sqrt{32} - \sqrt{\frac{1}{18}} + \sqrt{18}\right) : \frac{1}{6}\sqrt{\frac{2}{3}}. \quad (23\sqrt{3})$$

Вариант III.

1. Вычислить:

$$\sqrt{\frac{67^2 - 58^2}{\sqrt{53^2 - 28^2}}}. \quad (5)$$

2. Вычислить с точностью до 0,01:

$$\left(4\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{12} + \sqrt{6}\right) \cdot 8\sqrt{\frac{3}{8}} \quad (\approx 11,08)$$

3. Выполнить указанные действия:

$$(6\sqrt{2} - 1,5\sqrt{6} + 15\sqrt{8}) : 3\sqrt{\frac{1}{2}} \quad (24 - \sqrt{3})$$

Вариант IV.

1. Вычислить:

$$\sqrt{\frac{54^2 - 42^2}{90^2 - 54^2}} \quad (4)$$

2. Вычислить с точностью до 0,01:

$$\left(6\sqrt{8} - 8\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{4\frac{1}{2}}\right) \cdot \frac{1}{2}\sqrt{6} \quad (\approx 16,44)$$

3. Выполнить указанные действия:

$$\left(\frac{2}{5}\sqrt{75} + \frac{1}{5}\sqrt{300} - \frac{1}{2}\sqrt{108}\right) : \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{5}} \quad (2\sqrt{15})$$

Контрольная работа № 3.

Действия с корнями.

Вариант I.

1. Выполнить действия:

$$\frac{3ax^3}{5b^{n-2}} \sqrt{\frac{625ab^{2n}}{9x^6}} \quad (5ab^2\sqrt{a})$$

2. Вычислить:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{113^2 - 112^2}}{19^2 - 11^2}} \quad \left(\frac{1}{4}\right)$$

3. Вычислить с точностью до 0,01:

$$\sqrt{12,25} - \sqrt{20} + 24 \sqrt{\frac{1}{18}} + 5 \sqrt{2,45} - \\ - \sqrt{24 \frac{1}{2}} + \sqrt{0,0256}.$$

($\approx 7,72$)

4. Выполнить действия:

$$(\sqrt{3 + \sqrt{5}} + \sqrt{3 - \sqrt{5}})^2.$$

(10)

Вариант II.

1. Выполнить действия:

$$\frac{15b^3x^{m+4}}{4a^6} \sqrt{\frac{256a^{15}}{25x^{2m-2}b^8}}.$$

($12ax^5\sqrt{a}$)

2. Вычислить:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{170^2 - 154^2}}{83^2 - 79^2}}.$$

($\frac{1}{3}$)

3. Вычислить с точностью до 0,01:

$$0,3 \sqrt{1000} - \sqrt{0,16} + 2 \sqrt{6 \frac{3}{4}} - \frac{3}{2} \sqrt{40} - \\ - 15 \sqrt{\frac{1}{75}} + 5 \sqrt{0,0196}.$$

($\approx 3,76$)

4. Выполнить действия:

$$(\sqrt{7 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{7 - 2\sqrt{6}})^2.$$

(24)

Вариант III.

1. Выполнить действия:

$$\frac{7mn^2}{2a^{k-3}} \sqrt{\frac{16ma^{2k}}{49n^4}}.$$

($2a^3m\sqrt{m}$)

2. Вычислить:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{25^2 - 24^2}}{21,5^2 - 14,5^2}} \quad \left(\frac{1}{6}\right)$$

3. Вычислить с точностью до 0,01:

$$\sqrt{20,25} + 0,5 \sqrt{12} + 27 \sqrt{\frac{1}{27}} - \sqrt{0,0144} - \\ - 3 \sqrt{3,75} + 0,15 \sqrt{7,15}. \quad (\approx 5,87)$$

4. Выполнить действия:

$$\left(\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}\right)^2. \quad (8)$$

Вариант IV.

1. Выполнить действия:

$$\frac{8ax^3}{3m^{n-2}} \sqrt{\frac{81am^{2n}}{64x^6}}. \quad (3am^2\sqrt{a})$$

2. Вычислить:

$$\sqrt{\frac{23^2 - 22^2}{13^2 - 12^2}}. \quad (3)$$

3. Вычислить с точностью до 0,01:

$$\sqrt{42,25} - 0,75 \sqrt{45} + 0,5 \sqrt{2,17} - \sqrt{2\frac{7}{9}} + \\ + \sqrt{5,25} + \sqrt{\frac{5}{8}}. \quad (\approx 3,62)$$

4. Выполнить действия:

$$\left(\sqrt{13 + 5\sqrt{4,2}} + \sqrt{13 - 5\sqrt{4,2}}\right)^2. \quad (42)$$

IV. КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ.

Самостоятельная работа № 17.

Решение неполных квадратных уравнений.
Действия с корнями.

Вариант I.

1. Решить уравнения:

$$\frac{5x^2}{6} = \frac{6}{125};$$

$$\left(\pm \frac{6}{25}\right)$$

$$x^2 - 12x = 0;$$

$$(0; 12)$$

$$9x^2 - 10x = 7x^2 - 15x.$$

$$(0; -2,5)$$

2. Выполнить действия:

$$\left(3\sqrt{6a} - \frac{1}{2}a\sqrt{2a}\right)^2.$$

$$\left(54a - 6a^2\sqrt{3} + \frac{1}{2}a^3\right)$$

Вариант II.

1. Решить уравнения:

$$\frac{3x^2}{8} = \frac{2}{75};$$

$$\left(\pm \frac{4}{15}\right)$$

$$4x^2 + 9x = 0;$$

$$(0; -2,25)$$

$$7x^2 + 18x = 12x^2 - 9x.$$

$$(0; 5,4)$$

2. Выполнить действия:

$$\left(\frac{5}{2}c\sqrt{12c} - b\sqrt{1,5c}\right)^2.$$

$$[5c(15c^2 - 3bc\sqrt{2} + 0,3b^2)]$$

Вариант III.

1. Решить уравнения:

$$\frac{x}{6} + \frac{6}{x} = \frac{x}{4} + \frac{4}{x};$$

$$(\pm 2\sqrt{6})$$

$$2x^2 = 14x;$$

$$(0; 7)$$

$$7x^2 + 6x = 13x^2 - 10x.$$

$$(0; 2\frac{2}{3})$$

2. Выполнить действия:

$$\left(\frac{3}{2}\sqrt{5x} - \frac{1}{3}\sqrt{15x^3}\right)^2.$$

$$\left(11,25x - 5x^2\sqrt{3} + 1\frac{2}{3}x^3\right)$$

Вариант IV.

1. Решить уравнения:

$$\frac{x^2}{4} = \frac{4}{9};$$

$$\left(\pm \frac{4}{3}\right)$$

$$7x^2 + 5 = 21x + 5;$$

$$(0; 3)$$

$$3x^2 + 14x = 18x - 7x^2.$$

$$(0; 0,4)$$

2. Выполнить действия:

$$\left(3,5\sqrt{3a} + \frac{1}{7}\sqrt{6a}\right)^2.$$

$$\left[3a\left(12\frac{57}{196} + \sqrt{2}\right)\right]$$

Самостоятельная работа № 18.

Решение квадратных уравнений.

Действия с корнями.

Вариант I.

1. Решить уравнения:

$$\frac{x^2}{5} + x = 0;$$

$$(0; -5)$$

$$a(x^2 + x) = 0; \quad (0; -1)$$

$$x^2 + 12x + 20 = 0. \quad (-2; -10)$$

2. Выполнить действия:

$$\left(\sqrt{\frac{5}{7}} + \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \left(\sqrt{\frac{5}{7}} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right). \quad \left(\frac{1}{21}\right)$$

Вариант II.

1. Решить уравнения:

$$x^2 - \frac{3x}{2} = 0; \quad \left(0; \frac{3}{2}\right)$$

$$ax^2 - bx = cx^2; \quad \left(0; \frac{b}{a-c}\right)$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0. \quad (6; -2)$$

2. Выполнить действия:

$$\left(2\sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{\frac{3}{8}}\right) \left(2\sqrt{\frac{3}{5}} - \sqrt{\frac{3}{8}}\right). \quad \left(2\frac{1}{40}\right)$$

Вариант III.

1. Решить уравнения:

$$x^2 + \frac{x}{2} = 0; \quad \left(0; -\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{ax^2}{b} - \frac{x}{a} = 0; \quad \left(0; \frac{b}{a^2}\right)$$

$$x^2 - 8x - 20 = 0. \quad (10; -2)$$

2. Выполнить действия:

$$\left(3\sqrt{\frac{5}{6}} + \sqrt{\frac{3}{5}}\right) \left(3\sqrt{\frac{5}{6}} - \sqrt{\frac{3}{5}}\right). \quad (6,9)$$

Вариант IV:

1. Решить уравнения:

$$\frac{x^2}{2} - 3x = 0, \quad (0; 6)$$

$$\frac{x}{m} = \frac{b}{x}; \quad (\pm\sqrt{bm})$$

$$x^2 - 3x - 28 = 0. \quad (7; -4)$$

2. Выполнить действия:

$$(5\sqrt{2,2} - \sqrt{3,2}) (5\sqrt{2,2} + \sqrt{3,2}). \quad (51,8)$$

Самостоятельная работа № 19.

Решение квадратных уравнений.

Вариант I.

1. Решить уравнения:

$$4x^2 - 4x = 3; \quad (1,5; -0,5)$$

$$(x - 2)^2 = 2(3x - 10). \quad (6; 4)$$

2. При каких значениях x выражения

$$x^2 - 22x + 25 \text{ и } 2x^2 - 20x + 1 \text{ равны?} \quad (4; -6)$$

Вариант II.

1. Решить уравнения:

$$9x^2 - 5 = 12x; \quad \left(1\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$$

$$(x + 1)^2 = 3(x + 7). \quad (5; -4)$$

2. При каких значениях x выражения $2 - 8x + 3x^2$ и $2x^2 - 4 - 3x$ равны?
(3; 2)

Вариант III.

1. Решить уравнения:
 $4x^2 - 4x = 15;$
(2,5; -1,5)
 $(3x - 2)^2 = 7(x + 4).$
(3; $-\frac{8}{9}$)
2. При каких значениях x выражения $(3x - 2)^2$ и $8(x + 1)^2 - 100$ равны?
(24; 4)

Вариант IV.

1. Решить уравнения:
 $9x^3 - 20 = 24x;$
($3\frac{1}{3}$; $-\frac{2}{3}$)
 $(3x - 1)^2 = 14(19 - x).$
(5; $-5\frac{8}{9}$)
2. При каких значениях x выражения $(3 - x)(4 - x)$ и $2x^2 - 20x + 48$ равны?
(9; 4)

Контрольная работа № 4.

Решение квадратных уравнений.

Вариант I.

1. Решить уравнения:
 $(x - 1)^2 - 1 = 0;$
(0; 2)
 $t^2 - 26t - 792 = 100t;$
(132; -6)
 $64x^2 - 48x + 9 = 0.$
($\frac{3}{8}$; $\frac{3}{8}$)

2. При каких значениях x выражения $4x^2 - 7$ и $15 - 2x^2$ равны?

$$\left(\pm \sqrt{3 \frac{2}{3}}\right)$$

3. Вычислить с точностью до 0,01:

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2.$$

$$(\approx 0,10)$$

Вариант II.

1. Решить уравнения:

$$4x - 5 = \frac{15}{x-3};$$

$$(0; 4,25)$$

$$v^2 - 7v - 12 = 6;$$

$$(9; -2)$$

$$49x^2 - 28x + 4 = 0.$$

$$\left(\frac{2}{7}; \frac{2}{7}\right)$$

2. При каких значениях m дроби $\frac{m+1}{m-2}$ и $\frac{3m-7}{m-1}$ равны?

$$(5; 1,5)$$

3. Вычислить с точностью до 0,01:

$$(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2.$$

$$(\approx 13,32)$$

Вариант III.

1. Решить уравнения:

$$\frac{3x-5}{10} = \frac{3}{5x-6};$$

$$\left(0; 2 \frac{13}{15}\right)$$

$$(p-1)(p-2) = 6;$$

$$(4; -1)$$

$$36x^2 + 25 = 60x.$$

$$\left(\frac{5}{6}; \frac{5}{6}\right)$$

2. При каких значениях x дроби $\frac{x-7}{2(x+3)}$ и $\frac{x-6}{x+24}$ равны?

$$(12; 11)$$

3. Вычислить с точностью до 0,01:

$$\left(\frac{1}{2} + 2\sqrt{2}\right)^2.$$

($\approx 11,07$)

Вариант IV.

1. Решить уравнения:

$$\frac{x+4}{6} = -\frac{2}{2x-3};$$

(0; -2,5)

$$(x-2)(12-x) = 9;$$

(3; 11)

$$16x^2 + 9 = -24x.$$

$\left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{4}\right)$

2. При каких значениях m выражения $\left(\frac{m^2}{2} + 7\frac{3}{8}\right)$ и $\left(\frac{m}{3} + 8\right)$ равны?

$\left(1,5; -\frac{5}{6}\right)$

3. Вычислить с точностью до 0,01:

$$(2\sqrt{3} - \sqrt{5})^2.$$

($\approx 1,51$)

Самостоятельная работа № 20.

Решение квадратных уравнений и задач
при помощи их.

Вариант I.

1. По плану завод должен был выпустить 4000 моторов. Выпуская ежедневно на 50 моторов больше, чем было предусмотрено, завод на месяц раньше намеченного срока перевыполнил задание на 50 моторов. За сколько месяцев предполагалось выпустить 4000 моторов?

(10 мес.)

2. Найти с точностью до 0,1 корни уравнения:

$$x^2 + 5x + 2 = 0.$$

($\approx -0,4$; $\approx -4,6$)

3. Решить уравнение:

$$m^2 - 4am + 3a^2 = 0.$$

(a ; $3a$)

Вариант II.

1. Один рабочий за час изготавливает на одну деталь больше, чем другой. Сколько деталей в час изготавливает каждый рабочий, если на изготовление одной детали первый рабочий тратит на 2 мин. меньше, чем второй?

(6 дет.; 5 дет.)

2. Найти с точностью до 0,1 корни уравнения:

$$x^2 - 7x + 3 = 0.$$

($\approx 6,5$; $\approx 0,5$)

3. Решить уравнение:

$$x^2 + 8ax + 15a^2 = 0.$$

($-3a$; $-5a$)

Вариант III.

1. Если одну сторону квадрата уменьшить на 2 м, а вторую—на 4 м, то площадь полученного прямоугольника станет равной 120 м². Найти сторону квадрата.

(14 м)

2. Найти с точностью до 0,1 корни уравнения:

$$m^2 - 15m + 7 = 0.$$

($\approx 14,5$; $\approx 0,5$)

3. Решить уравнение:

$$x^2 + 12b^3x + 35b^6 = 0.$$

($-7b^3$; $-5b^3$)

Вариант IV.

1. Пионеры одного звена сложились поровну и купили футбольный мяч за 6 руб. Если бы в звене было на 2 пионера больше, то каждому пионеру пришлось бы внести на 10 коп. меньше. Сколько пионеров было в звене?

(10)

2. Найти с точностью до 0,1 корни уравнения:

$$k^2 + 24k + 11 = 0.$$

($\approx -0,47$; $\approx -23,53$)

3. Решить уравнение:

$$x^2 + 6k^2x - 27k^4 = 0.$$

$$(-9k^2; 3k^2)$$

Самостоятельная работа № 21.

Решение квадратных уравнений и задач
при помощи их.

Вариант I.

1. Пловец проплыл 1800 м по течению реки и столько же против течения, затратив на весь путь 1 час 12 мин. Найти скорость течения реки, если в стоячей воде пловец проплывает 4 км в час.

$$(2 \text{ км в час})$$

2. Решить уравнение:

$$2x^2 - 3ax - 2a^2 = 0.$$

$$\left(2a; -\frac{a}{2}\right)$$

3. Выполнить действия:

$$\left(\sqrt{12} + \frac{2}{5}\sqrt{75}\right) \cdot \sqrt{3}.$$

$$(12)$$

Вариант II.

1. Катер прошел 80 км по течению реки и 64 км против течения. Весь путь продолжался 13 час., причем на остановки в пути было затрачено 5 час. Найти скорость катера в стоячей воде, если скорость течения реки 2 км в час.

$$(18 \text{ км в час})$$

2. Решить уравнение:

$$6x^2 + 5ax + a^2 = 0.$$

$$\left(-\frac{a}{3}; -\frac{a}{2}\right)$$

3. Выполнить действия:

$$\left(3\sqrt{12} - \frac{1}{4}\sqrt{48}\right) \cdot \sqrt{3}.$$

$$(15)$$

Вариант III.

1. Моторная лодка прошла от пункта А против течения реки 24 км и, сделав остановку на 30 мин., прошла затем по течению 27 км, затратив всего с момента выхода из пункта А 4 часа. Определить скорость течения реки в час, если скорость моторной лодки в стоячей воде равна 15 км в час.

(3 км в час)

2. Решить уравнение:

$$4x^2 - 20ax + 9a^2 = 0.$$

(4,5 a; 0,5 a)

3. Выполнить действия:

$$\left(2\sqrt{20} - \frac{3}{7}\sqrt{98}\right) \cdot \sqrt{5}.$$

(20 - 3\sqrt{10})

Вариант IV.

1. Расстояние по реке между двумя пристанями равно 30 км. Пароход проходит путь от одной пристани до другой и обратно за 6 час., затратив из этого времени 40 мин. на остановки в пути. Найти скорость парохода в стоячей воде, если скорость течения реки 3 км в час.

(12 км в час)

2. Решить уравнение:

$$8x^2 + 2ax - 3a^2 = 0.$$

\left(\frac{1}{2} a; -\frac{3}{4} a\right)

3. Выполнить действия:

$$\left(\frac{1}{2}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{32}\right) \cdot \sqrt{2}.$$

(\sqrt{3} + 2)

Контрольная работа № 5.

Решение квадратных уравнений и задач при помощи их. Действия с корнями.

Вариант I.

1. Поезд был задержан в пути на 10 мин. и ликвидировал опоздание на перегоне в 60 км, пройдя его со скоростью

на 5 км в час большей, чем первоначальная. Определить первоначальную скорость поезда.

(40 км в час)

2. Выполнить действия:

$$\left(2\sqrt{27} - \frac{1}{2}\sqrt{6} + 4\sqrt{3}\right) : \frac{1}{2}\sqrt{3}.$$

(20 — $\sqrt{2}$)

Вариант II.

1. Расстояние между двумя пристанями по реке равно 40 км. Пароход проходит это расстояние туда и обратно за 6 час., причем на остановки в пути тратит 1,5 часа. Определить скорость течения реки, если собственная скорость парохода 18 км в час.

(2 км в час)

2. Выполнить действия:

$$\left(5\sqrt{8} - \frac{1}{3}\sqrt{10} - 2\sqrt{18}\right) : \frac{1}{3}\sqrt{2}.$$

(12 — $\sqrt{5}$)

Вариант III.

1. Моторная лодка прошла по течению реки 56 км, а затем 30 км против течения. Весь путь продолжался 9,5 часа, из которых 2,5 часа было затрачено на остановки. Найти собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 2 км в час.

(12 км в час)

2. Выполнить действия:

$$\left(5\sqrt{3} - 12\sqrt{1\frac{1}{3}} - 3\sqrt{\frac{2}{3}}\right) : \left(-\sqrt{\frac{1}{3}}\right).$$

(9 + 3 $\sqrt{2}$)

Вариант IV.

1. Велосипедисту надо было проехать 15 км. Выехав на 15 мин. позже назначенного срока, велосипедист ехал со скоростью на 2 км в час большей, чем предполагал, и прибыл своевременно на место. С какой скоростью ехал велосипедист?

(12 км в час)

2. Выполнить действия:

$$\left(3\sqrt{5} - 5\sqrt{\frac{1}{5}} + \sqrt{10}\right) : \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{5}}$$

[10(2 + $\sqrt{2}$)]

Самостоятельная работа № 22.

Графическое решение квадратного уравнения.

Теорема Виета.

Вариант I.

1. Решить графически квадратное уравнение:

$$x^2 - x - 2 = 0.$$

2. Решить квадратное уравнение, используя теорему Виета:

$$x^2 - 5x - 24 = 0.$$

(8; -3)

3. Составить квадратное уравнение, корни которого противоположны числам 7 и 9.

Вариант II.

1. Решить графически квадратное уравнение:

$$x^2 - 3x + 2 = 0.$$

2. Решить квадратное уравнение, используя теорему Виета:

$$x^2 - 13x + 42 = 0.$$

(6; 7)

3. Составить квадратное уравнение, корни которого обратны числам 4 и -9.

Вариант III.

1. Решить графически квадратное уравнение:

$$x^2 + x - 2 = 0.$$

2. Решить квадратное уравнение, используя теорему Виета:

$$x^2 + 14x + 48 = 0.$$

(-6; -8)

3. Составить квадратное уравнение, если произведение его корней равно нулю.

Вариант IV.

1. Решить графически квадратное уравнение:

$$x^2 - x - 6 = 0.$$

2. Решить квадратное уравнение, используя теорему Виета:

$$x^2 + 17x + 66 = 0.$$

$$(-11; -6)$$

3. Составить квадратное уравнение, корни которого равны.

Самостоятельная работа № 23*.

Теорема Виета. Разложение квадратного трехчлена на множители.

Вариант I.

1. Составить квадратное уравнение по данным его корням:
 $x_1 = 4; x_2 = 6.$

2. Выразить неполный квадрат суммы корней уравнения $x^2 + px + q = 0$ через коэффициенты p и q .

$$(p^2 - q)$$

3. Разложить трехчлен $6x^2 + 5x - 6$ на множители.

$$[(3x - 2)(2x + 3)]$$

4. Сократить дробь: $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 8x + 15}$.

$$\left(\frac{x - 4}{x - 5}\right)$$

Вариант II.

1. Составить квадратное уравнение по данным его корням:
 $x_1 = -3 + \sqrt{15}; x_2 = -3 - \sqrt{15}.$

2. Выразить сумму квадратов корней уравнения $x^2 + px + q = 0$ через коэффициенты p и q .

$$(p^2 - 2q)$$

3. Разложить трехчлен $30x^2 + 37x + 10$ на множители.
[[$(5x + 2)(6x + 5)$]]

4. Сократить дробь: $\frac{x^2 - 12x + 35}{x^2 + 2x - 35}$.
 $\left(\frac{x-7}{x+7}\right)$

Вариант III.

1. Составить квадратное уравнение по данным его корням:
 $x_1 = 5 + \sqrt{7}$; $x_2 = 5 - \sqrt{7}$.

2. Выразить сумму кубов корней уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ через коэффициенты a , b и c .

$$\left[\frac{b(3ac - b^2)}{a^3}\right]$$

3. Разложить трехчлен $15x^2 + 34x + 15$ на множители.
[[$(5x + 3)(3x + 5)$]]

4. Сократить дробь: $\frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 5x - 14}$.
 $\left(\frac{x-5}{x-7}\right)$

Вариант IV.

1. Составить квадратное уравнение по данным его корням:
 $x_1 = \sqrt{5} + \sqrt{3}$; $x_2 = \sqrt{5} - \sqrt{3}$.

2. Выразить сумму кубов корней уравнения $x^2 + px + q = 0$ через коэффициенты p и q .

$$[p(3q - p^2)]$$

3. Разложить трехчлен $21x^2 + 22x - 8$ на множители.
[[$(7x - 2)(3x + 4)$]]

4. Сократить дробь: $\frac{x^2 - x - 42}{x^2 - 2x - 35}$.
 $\left(\frac{x+6}{x+5}\right)$

Самостоятельная работа № 24.

Квадратное уравнение.

Вариант I.

1. Два колхоза, работая совместно, закончили устройство водоема за 6 дней. Сколько дней потребовалось бы на устройство водоема каждому колхозу в отдельности,

если один из них мог бы выполнить работу на 5 дней раньше другого?

(10 дн.; 15 дн.)

2. Решить графически уравнение:

$$x^2 - x - 6 = 0.$$

(3; -2)

Вариант II.

1. Две бригады комсомольцев, работая совместно, закончили посадку деревьев на участке лесозащитной полосы за 4 дня. Сколько дней потребовалось бы на выполнение этой работы каждой бригаде в отдельности, если одна из бригад могла бы закончить посадку деревьев на 6 дней раньше другой?

(6 дн.; 12 дн.)

2. Решить графически уравнение:

$$x^2 + 2x - 3 = 0.$$

(-3; 1)

Вариант III.

1. При уборке урожая с каждого из двух участков собрано по 280 ц кукурузы. Площадь первого участка была на 1,2 га меньше площади второго участка. Сколько центнеров кукурузы собрано с одного гектара на каждом участке, если урожай кукурузы на первом участке был на 3 ц с гектара больше, чем на втором?

(28 ц; 25 ц)

2. Решить графически уравнение:

$$x^2 - 2x + 1 = 0.$$

(1; 1)

Вариант IV.

1. При уборке урожая с каждого из двух участков собрано по 180 т картофеля. Площадь второго участка на 2 га больше, чем площадь первого участка. Сколько тонн картофеля собрано с одного гектара на каждом участке, если урожай картофеля на втором участке был на 3 т с гектара меньше, чем на первом?

(18 т; 15 т)

2. Решить графически уравнение:

$$x^2 + 2x + 1 = 0.$$

(-1; -1)

Контрольная работа № 6.

Квадратное уравнение. Теорема Виета.

Вариант I.

1. Убирая картофель в совхозе, две бригады работали вместе 5,5 дня и сверх того одна вторая бригада еще 1,5 дня. За сколько дней могла бы убрать этот картофель каждая бригада, работая отдельно, если одна первая бригада может убрать на 3 дня раньше, чем вторая?

(11 дней; 14 дней)

2. Составить квадратные уравнения по данным их корням:
 $2 + \sqrt{3}$ и $2 - \sqrt{3}$; $+2,4$ и $-2,4$; $x_1 = x_2 = 7$.

Вариант II.

1. Дробь, у которой знаменатель на 3 больше числителя, будучи сложена с обратной ей дробью, дает в сумме $2\frac{9}{10}$. Найти эту дробь.

$\left(\frac{2}{5}\right)$

2. Составить квадратные уравнения по данным их корням:
 $3 + 2\sqrt{5}$ и $3 - 2\sqrt{2}$; 0 и $3,2$; $x_1 = x_2 = 6$.

Вариант III.

1. Две молотилки обмолачивают весь хлеб за 12 дней. Если бы первая молотилка обмолотила половину всего хлеба, а затем вторая — остальную часть, то они проработали бы 25 дней. За сколько дней каждая молотилка могла бы обмолотить весь хлеб, работая отдельно?

(20 дней; 30 дней)

2. Составить квадратные уравнения по данным их корням:
 $4 + 2\sqrt{7}$ и $4 - 2\sqrt{7}$; 0 и $4,6$; $x_1 = x_2 = 11$.

Вариант IV.

1. Две бригады рабочих при совместной работе отремонтировали участок автомагистрали за 3 дня. За сколько дней каждая бригада, работая отдельно, может выполнить

эту работу, если известно, что первая может выполнить всю работу на 8 дней скорее второй?

(4 дня; 12 дней)

2. Составить квадратные уравнения по данным их корням:
 $5 + 3\sqrt{2}$ и $5 - 3\sqrt{2}$; $+3,5$ и $-3,5$; $x_1 = x_2 = 5$.

Самостоятельная работа № 25.

**Разложение квадратного трехчлена на множители.
Решение системы уравнений второй степени.**

Вариант I.

1. Разложить квадратные трехчлены на множители:

$$x^2 - 17x - 60; \quad 6x^2 - 5x - 6; \quad x^2 - ax - 6a^2.$$

2. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 32, \\ x - 2 = 2y; \end{cases} \quad \left[(6; 2); \left(-7\frac{1}{3}; -4\frac{2}{3} \right) \right]$$

$$\begin{cases} xy = \frac{1}{2}, \\ \frac{x}{y} = 2. \end{cases} \quad \left[\left(1; \frac{1}{2} \right); \left(-1; -\frac{1}{2} \right) \right]$$

Вариант II.

1. Разложить квадратные трехчлены на множители:

$$x^2 + 4x - 21; \quad 9x^2 - 12x + 4; \quad x^2 + ax - 2a^2.$$

2. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 41, \\ y - 1 = x; \end{cases} \quad [(4; 5); (-5; -4)]$$

$$\begin{cases} xy = 99, \\ \frac{x+y}{x-y} = 10. \end{cases} \quad [(11; 9); (-11; -9)]$$

Вариант III.

1. Разложить квадратные трехчлены на множители:

$$x^2 + 3x - 180; \quad 12x^2 + 7x - 12; \quad x^2 - 2ax + a^2 - b^2.$$

2. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x^2 - 2xy + x = -9, \\ 2y - 1 = 3x; \end{cases} \quad [(3; 5); (-3; -4)]$$

$$\begin{cases} \frac{1}{xy} = 5, \\ \frac{x}{y} = 20. \end{cases} \quad [(2; 0,1); (-2; -0,1)]$$

Вариант IV.

1. Разложить квадратные трехчлены на множители:

$$x^2 + 2x - 120; 25x^2 - 30x + 9; 4x^2 - 20ax + 9a^2.$$

2. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + 3xy = 216, \\ 2y + 8 = x; \end{cases} \quad [(12; 2); (-7,2; -7,6)]$$

$$\begin{cases} \frac{x+y}{y} = 2, \\ 1 + \frac{xy}{3} = 4. \end{cases} \quad [(3; 3); (-3; -3)]$$

Самостоятельная работа № 26*.

Решение системы уравнений второй степени.

Вариант I.

1. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 58,4, \\ \frac{11x - 3y}{x-1} = 10; \end{cases} \quad [(5,6; 5,2); (-7,6; 0,8)]$$

$$\begin{cases} x - y = a, \\ \frac{89a^2 - (5y - x)y}{(x+y)^2} = 3. \end{cases} \quad \left[(3a; 2a); \left(-\frac{27}{16}a; -\frac{43}{16}a \right) \right]$$

2. Вычислить с точностью до 0,01 выражение: $120\sqrt{3}$.

Вариант II.

1. Решить системы уравнений.

$$\begin{cases} (x-2)(y-3) = 1, \\ \frac{x-2}{y-3} = 1; \end{cases}$$

[(3; 4), (1; 2)]

$$\begin{cases} x-y = \frac{2a}{a^2-1}, \\ \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{2}{a}. \end{cases}$$

$$\left[\left(\frac{a}{a-1}; \frac{a}{a+1} \right); \left(-\frac{a}{a+1}; \frac{a}{1-a} \right) \right]$$

2. Вычислить с точностью до 0,01 выражение: $\frac{1}{4} \sqrt[3]{3}$.

Вариант III.

1. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} x+y = 2, \\ \frac{x^2-2-y^2}{2} = 1, \end{cases}$$

(2, 0)

$$\begin{cases} x^2 + xy = a, \\ y^2 + xy = b. \end{cases}$$

$$\left(\pm \frac{a}{\sqrt{a+b}}; \pm \frac{b}{\sqrt{a+b}} \right)$$

2. Вычислить с точностью до 0,01 выражение: $2,5 \sqrt[3]{3}$.

Вариант IV.

1. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} x-y = 12, \\ \frac{3}{5}x - y = y(y-1); \end{cases}$$

[(15; 3); (9,6; -2,4)]

$$\begin{cases} xy = a, \\ \frac{x}{y} = b. \end{cases}$$

$$\left(\pm \sqrt{ab}; \pm \sqrt{\frac{a}{b}} \right)$$

2. Вычислить с точностью до 0,01 выражение: $\frac{2}{7} \sqrt[3]{3}$.

Самостоятельная работа № 27.

Решение системы уравнений второй степени.

Вариант I.

1. Решить системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 3xy = 54, \\ xy + 4y^2 = 115; \end{cases}$$

$$[(3; 5); (-3; -5)]$$

$$\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 11, \\ y^2 - xy + x = 1. \end{cases}$$

$$[(3; 2); (3; 1); (-4; 1); (-4; -5)]$$

2. При каком значении x имеет смысл выражение $\sqrt{-x}$?

Вариант II.

1. Решить системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 41, \\ x + y = 9, \end{cases}$$

$$[(5; 4); (4; 5)]$$

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 3, \\ x^2 + xy + y^2 = 7. \end{cases}$$

$$[(2; 1); (1; 2)]$$

2. При каком значении x имеет смысл выражение $\sqrt{2x-3}$?

Вариант III.

1. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ xy = 6, \end{cases}$$

$$[(3; 2); (2; 3)]$$

$$\begin{cases} (3x - y)(3y - x) = 36, \\ \frac{x + y}{y - x} = \frac{5}{2}. \end{cases}$$

$$[(\pm 3; \pm 7)]$$

2. При каком значении x имеет смысл выражение $\sqrt{2-3x}$?

Вариант IV.

1. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - 4y^2 + 5y - xy = 1, \\ x^2 + 3y^2 - 4y - xy = -1; \end{cases}$$

[(1; 1); (0; 1)]

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 19, \\ x + y = 3. \end{cases}$$

[(5; -2); (-2; 5)]

2. При каком значении x имеет смысл выражение $\sqrt{x^2 - 1}$?

Контрольная работа № 7.

Разложение квадратного трехчлена на множители.

Решение системы уравнений второй степени.

Вариант I.

1. Сократить дробь: $\frac{2a^2 - 10a + ab - 5b}{3a^2 - 14a - 5}$.

$$\left(\frac{2a + b}{3a + 1} \right)$$

2. Найти корни квадратного трехчлена $2 - 7x - 4x^2$ и разложить его на множители.

[(1 - 4x)(x + 2)]

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 5(x + y) = 8, \\ x^2 + y^2 - 3(x + y) = 28. \end{cases}$$

[(3; 7); (7; 3)]

Вариант II.

1. Сократить дробь: $\frac{5x^2 - (3 - 5a)x - 3a}{5x^2 + 8ax + 3a^2}$.

$$\left(\frac{5x - 3}{5x + 3a} \right)$$

2. Найти корни квадратного трехчлена $7 - 19n - 6n^2$ и разложить его на множители.

[2(1 - 3n)(n + 3,5)]

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + \sqrt{xy} + y = 19, \\ xy = 36. \end{cases}$$

[(4; 9); (9; 4)]

Вариант III.

1. Сократить дробь: $\frac{x^2 - 13x + 40}{x^2 + x - 30}$.

$$\left(\frac{x-8}{x+6}\right)$$

2. Найти корни квадратного трехчлена $12x^2 + 7x - 12$ и разложить его на множители.

[(4x - 3)(3x + 4)]

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + 5xy + y^2 = 25, \\ 5x + y = 8. \end{cases}$$

[(1; 3); (39; -187)]

Вариант IV.

1. Сократить дробь: $\frac{m^3 - 8 + 6m^2 - 12m}{5(m^2 + 8m + 4)}$.

$$\left(\frac{m-2}{5}\right)$$

2. Найти корни квадратного трехчлена $8x^2 + 4x - 4$ и разложить его на множители.

[4(2x - 1)(x + 1)]

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 + 2xy + x = 15, \\ x + y = 3. \end{cases}$$

[(2; 1); (-3; 6)]

Самостоятельная работа № 28.

Решение системы уравнений второй степени.

Вариант I.

1. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 11, \\ xy = 30; \end{cases}$$

[(5; 6); (6; 5)]

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 60, \\ x - y = 6. \end{cases}$$

(8; 2)

2. Вычислить приближенное значение иррациональных корней следующего уравнения до второго десятичного знака:

$$x^2 - 6x + 7 = 0.$$

($\approx 4,41$; $\approx 1,59$)

Вариант II.

1. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - y = 7, \\ x^2 y = 18; \end{cases}$$

[(3; 2); (-3; 2)]

$$\begin{cases} x + y = 10, \\ xy = 16. \end{cases}$$

[(8; 2); (2; 8)]

2. Вычислить приближенное значение иррациональных корней следующего уравнения до второго десятичного знака:

$$x^2 + 4x + 1 = 0.$$

($\approx -0,27$; $\approx -3,73$)

Вариант III.

1. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} x - y = 8, \\ xy = 20; \end{cases}$$

[(10; 2); (-2; -10)]

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 68, \\ x + y = 10. \end{cases}$$

[(2; 8); (8; 2)]

2. Вычислить приближенное значение иррациональных корней следующего уравнения до второго десятичного знака:

$$x^2 - 10x + 18 = 0.$$

($\approx 7,65$; $\approx 2,35$)

Вариант IV.

1. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} x + y^2 = 11, \\ xy^2 = 18; \end{cases}$$

[(2; 3); (2; -3)]

$$\begin{cases} x - y = 2, \\ xy = 15. \end{cases}$$

(5; 3)

2. Вычислить приближенное значение иррациональных корней следующего уравнения до второго десятичного знака:

$$x^2 - 12x + 31 = 0.$$

($\approx 8,24$; $\approx 3,76$)

Самостоятельная работа № 29*.

Решение системы уравнений второй степени.

Вариант I.

1. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} xy = 12, \\ xz = 6, \\ y^2 + z^2 = 20; \end{cases}$$

(± 3 ; ± 4 ; ± 2)

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = 18, \\ x + y = 12. \end{cases}$$

[(8; 4); (4; 8)]

2. Вычислить с точностью до 0,1 иррациональные корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ при $a = 7$; $b = -27$; $c = 12$.

Вариант II.

1. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} xy = 48, \\ yz = 54, \\ xz = 72; \end{cases}$$

(± 8 ; ± 6 ; ± 9)

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 37, \\ x - y = 1. \end{cases}$$

[(4; 3); (-3; -4)]

2. Вычислить с точностью до 0,1 иррациональные корни уравнения $x^2 + px + q = 0$ при $p = -21$; $q = -80$.

Вариант III

1. Решить системы уравнений.

$$\begin{cases} xy = 54, \\ yz = 36, \\ x^2 - z^2 = 20, \end{cases}$$

($\pm 6, \pm 9, \pm 4$)

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x} = \frac{21}{2}, \\ x - y = 3. \end{cases}$$

[(6; 3); (-3; -6)]

2. Вычислить с точностью до 0,1 иррациональные корни уравнения $ax^2 + bx + m = 0$ при $a = 5$; $b = -17$; $m = 7$.

Вариант IV.

1. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} xy = 9z, \\ xz = 4y, \\ yz = 16x; \end{cases}$$

(6; 12; 8)

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 65, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

[(1; 4); (4; 1)]

2. Вычислить с точностью до 0,1 иррациональные корни уравнения $x^2 + px + q = 0$ при $p = 24$; $q = -11$.

Самостоятельная работа № 30¹.

Решение системы уравнений второй степени.

Вариант I.

1. Произведение двух целых положительных чисел в три раза больше их суммы, а сумма квадратов тех же чисел равна 160. Найти эти числа.

(12; 4)

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} (x + y)^2 - 4(x + y) = 45, \\ (x - y)^2 - 2(x - y) = 3. \end{cases}$$

[(6, 3), (4, 5), (-1, -4), (-3, -2)]

Вариант II.

1. Сумма двух чисел равна 22, а сумма их кубов равна 2926. Найти эти числа.

(13; 9)

2. Решить систему уравнений.

$$\begin{cases} x^2 + 2yx + y^2 - 4x - 4y - 45 = 0, \\ x^2 - 2xy + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0. \end{cases}$$

[(-3, -2), (-1, -4), (4, 5), (6, 3)]

Вариант III.

1. Разность двух чисел равна 3, а разность их кубов 657. Найти эти числа.

(10 и 7; -7 и -10)

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} (x + y + 1)^2 + (x + y)^2 = 25, \\ x^2 - y^2 = 3. \end{cases}$$

$\left[(2; 1); \left(-2\frac{3}{8}; -1\frac{5}{8} \right) \right]$

Вариант IV.

1. Найти такую дробь, чтобы сумма квадратов ее элементов равнялась 25, а сумма этой дроби с обратной дробью равнялась бы $\frac{25}{12}$.

$$\left(\frac{3}{4} \text{ или } \frac{4}{3}\right)$$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{3x}{x+y}} - 2 + \sqrt{\frac{x+y}{3x}} = 0, \\ xy - 54 = x + y. \end{cases}$$

$$[(6; 12); (-4,5; -9)]$$

Самостоятельная работа № 31*.

Решение системы уравнений второй степени.

Вариант I.

1. Определить катеты прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна a , а площадь S .

$$\left(\frac{\sqrt{a^2 + 4S} + \sqrt{a^2 - 4S}}{2}; \frac{\sqrt{a^2 + 4S} - \sqrt{a^2 - 4S}}{2}\right)$$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1. \end{cases}$$

$$[(a; 0); (0; b)]$$

Вариант II.

1. Найти диагонали ромба, площадь которого равна S , а сторона равна a .

$$(\sqrt{a^2 + S} + \sqrt{a^2 - S}; \sqrt{a^2 + S} - \sqrt{a^2 - S})$$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = a, \\ y^2 + x^2 = bxy. \end{cases}$$

$$\left\{ \left[\frac{a}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{b-2}{b+2}} \right); \frac{a}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{b-2}{b+2}} \right) \right]; \right. \\ \left. \left[\frac{a}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{b-2}{b+2}} \right); \frac{a}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{b-2}{b+2}} \right) \right] \right\}$$

Вариант III.

1. Разность катетов прямоугольного треугольника равна d , а высота его, проведенная к гипотенузе, равна h . Найти гипотенузу.

$$(h + \sqrt{h^2 + d^2})$$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} xy = a, \\ \frac{x}{y} = b. \end{cases}$$

$$\left[\left(\sqrt{ab}; \sqrt{\frac{a}{b}} \right); \left(-\sqrt{ab}; -\sqrt{\frac{a}{b}} \right) \right]$$

Вариант IV.

1. Найти стороны прямоугольного треугольника, периметр которого равен 2ρ , а площадь S .

$$\left(\frac{\rho^2 + S \pm \sqrt{(\rho^2 + S)^2 - 8\rho^2 S}}{2\rho}; \frac{\rho^2 + S \pm \sqrt{(\rho^2 + S)^2 - 8\rho^2 S}}{2\rho}; \frac{\rho^2 - S}{\rho} \right)$$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = \frac{a}{b}, \\ xy = c^2. \end{cases}$$

$$\left(\pm \frac{c \sqrt{a^2 - b^2}}{a - b}; \pm \frac{c \sqrt{a^2 - b^2}}{a + b} \right)$$

Контрольная работа № 8.

Решение системы уравнений второй степени.

Вариант I.

1. Сумма площадей двух кругов, касающихся внешне, равна $74 \pi \text{ см}^2$. Вычислить диаметры кругов, если расстояние между их центрами равно 12 см .

$$(10 \text{ см}; 14 \text{ см})$$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 68, \\ x^2 - y^2 + x - y = 44. \end{cases}$$

$$[(7; 3); (-8; -4)]$$

Вариант II.

1. Сумма диагоналей ромба на 6 см меньше его периметра. Найти сторону ромба и его диагонали, если площадь ромба равна 24 см².

(5 см; 6 см; 8 см)

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 21, \\ 2xy - y^2 = 15. \end{cases}$$

$$[(\pm 4; \pm 5); (\pm 3\sqrt{3}; \pm \sqrt{3})]$$

Вариант III.

1. Периметр прямоугольного треугольника 36 см, площадь 54 см². Найти стороны треугольника.

(9 см; 12 см; 15 см)

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = 20, \\ 7xy = 112. \end{cases}$$

$$[(\pm 8; \pm 2); (\pm 2; \pm 8)]$$

Вариант IV.

1. Сумма площадей квадратов, построенных на сторонах прямоугольника, равна 225 см². Найти стороны прямоугольника, зная, что их кратное отношение равно 0,75.

(9 см; 12 см)

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6xy = 8, \\ 3xy = 21. \end{cases}$$

$$[(\pm 7; \pm 1); (\pm 1; \pm 7)]$$

V. ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ.

Самостоятельная работа № 32.

Метод координат. Функция, аргумент, запись функции.

Вариант I.

1. Выразить формулой зависимость времени t от скорости v на определенном участке пути.

2. Построить точку M , симметричную данной точке A $(-3; 5)$ относительно оси OY .

Вариант II.

1. Из лагеря, находящегося в 12 км от города, отправился в туристский поход пионерский отряд. Он шел в направлении от города со скоростью 4 км в час. Выразить формулой зависимость расстояния s между городом и лагерем от времени t движения отряда.

2. Построить точку C , симметричную данной точке K $(-2; -4)$ относительно оси OX .

Вариант III.

1. Выразить формулой зависимость пути s от времени t при постоянной средней скорости v .

2. Построить точку N , симметричную данной точке B $(2; -6)$ относительно оси OX .

Вариант IV.

1. На элеваторе находилось 3000 т зерна. Ежедневно на элеватор прибывает в среднем по 200 т зерна. Выразить формулой зависимость количества зерна p на элеваторе от времени t .

2. Построить точку F , симметричную данной точке B $(3; -5)$ относительно оси OX .

Самостоятельная работа № 33.

Функциональная зависимость. Метод координат.

Вариант I.

1. В какой зависимости находятся количество оборотов ведущего колеса тепловоза и его скорость? Написать формулу.

2. Построить треугольник по данным координатам его вершин:

$A(-4; -2)$, $B(2; 7)$, $C(7; -5)$.

Вариант II.

1. В какой зависимости находятся количество телеграфных столбов на данном участке и расстояние между ними? Написать формулу.

2. Построить треугольник по данным координатам его вершин:

$$A(-7; -8), B(3; -3), C(8; -7).$$

Вариант III.

1. В какой зависимости находятся сторона квадрата и его площадь? Написать формулу.

2. Построить треугольник по данным координатам его вершин:

$$A(6; 1), B(1; 8), C(9; 1).$$

Вариант IV.

1. В какой зависимости находятся длина и ширина прямоугольника при данной площади? Написать формулу.

2. Построить треугольник по данным координатам его вершин:

$$A(-7; -4), B(3; 4), C(5; -5).$$

Самостоятельная работа № 34.

Уравнение прямой, проходящей через начало осей координат. Графическое решение системы линейных уравнений.

Вариант I.

1. Построить прямую, проходящую через начало осей координат и через точку $A(1,5; 4,5)$. Написать уравнение этой прямой. Найти тангенс угла наклона этой прямой к оси OX .

2. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x - y = 4, \\ x + 3y = 9. \end{cases}$$

(3; 2)

Вариант II.

1. Построить прямую, проходящую через начало осей координат и через точку $M(-2,5; -5)$. Написать уравнение полученной прямой. Найти тангенс угла наклона этой прямой к оси OX .

2. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x - y = 3, \\ x + y = 7,5. \end{cases}$$

(3,5; 4)

Вариант III.

1. Построить прямую, проходящую через начало осей координат и через точку $C(2,5; 1,25)$. Написать уравнение полученной прямой. Найти тангенс угла наклона этой прямой к оси OX .

2. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x - y = 6, \\ x + 2y = 8. \end{cases}$$

(4; 2)

Вариант IV.

1. Построить прямую, проходящую через начало осей координат и через точку $M(2; 3)$. Написать уравнение полученной прямой. Найти тангенс угла наклона этой прямой к оси OX .

2. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 2,5, \\ y - x = 0,5. \end{cases}$$

(1; 1,5)

Самостоятельная работа № 35*.

Исследование функции вида $y = ax + b$.

Для исследования функции необходимо ответить на следующие вопросы: указать область определения; определить промежутки знакопостоянства, корни функций, монотонность, максимумы и минимумы. Например, исследовать функцию $y = 3x + 5$.

1. Функция $y = 3x + 5$ задана аналитически и определена на всей числовой оси.

2. Функция имеет один корень $x_0 = -\frac{5}{3}$.

3. Функция имеет отрицательные значения при $x < -\frac{5}{3}$ и положительные при $x > -\frac{5}{3}$.

4. Так как $a = 3 > 0$, то функция $y = 3x + 5$ монотонно возрастающая.

5. Функция $y = 3x + 5$ не имеет ни максимумов, ни минимумов.

Вариант I.

Исследовать функцию: $y = 2,5x + 7,5$.

Вариант II.

Исследовать функцию: $y = 0,5x + 2,5$.

Вариант III.

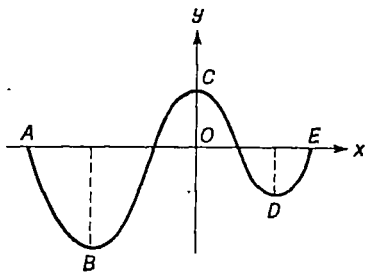
Исследовать функцию: $y = 1,5x + 4,5$.

Вариант IV.

Исследовать функцию: $y = -0,75x + 1,5$.

Самостоятельная работа № 36*.

Исследование функции по заданному графику.



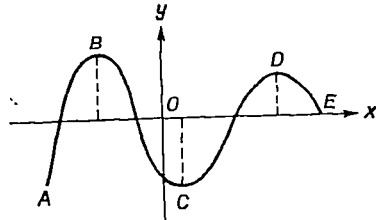
Черт. 1.

Вариант I.

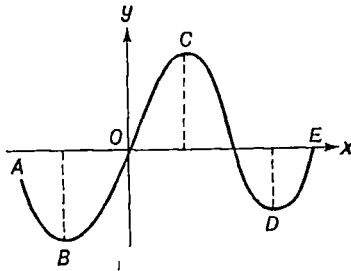
Определить по заданному графику функции (черт. 1) интервалы убывания и возрастания функции, ее минимумы и максимумы.

Вариант II.

Определить по заданному графику функции (черт. 2) интервалы убывания и возрастания функции, ее минимумы и максимумы.



Черт. 2.



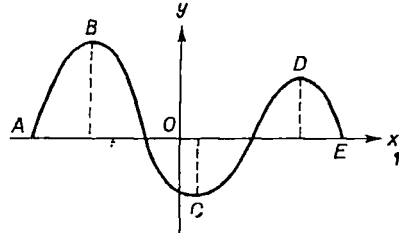
Черт. 3.

Вариант III.

Определить по заданному графику функции (черт. 3) интервалы убывания и возрастания функции, ее минимумы и максимумы.

Вариант IV.

Определить по заданному графику функции (черт. 4) интервалы убывания и возрастания функции, ее минимумы и максимумы.



Черт. 4.

(Графики учитель дает по своему усмотрению. Здесь приведены примерные образцы.)

Самостоятельная работа № 37.

График квадратной функции.

Вариант I.

При одних и тех же осях и масштабе построить графики функций:

$$y = x^2; y = 0,5x^2; y = 0,5x^2 + 1; y = 0,5x^2 - 1.$$

Сравнить полученные графики и выяснить, что у них общее и чем они отличаются.

Вариант II.

При одних и тех же осях и масштабе построить графики функций:

$$y = -x^2; y = -1,5x^2; y = -1,5x^2 + 2;$$
$$y = -1,5x^2 - 2.$$

Сравнить полученные графики и выяснить, что у них общее и чем они отличаются.

Вариант III.

При одних и тех же осях и масштабе построить графики функций:

$$y = -x^2; y = -0,75x^2; y = -0,75x + 1,5;$$
$$y = -0,75x - 1,5.$$

Сравнить полученные графики и выяснить, что у них общее и чем они отличаются.

Вариант IV.

При одних и тех же осях и масштабе построить графики функций:

$$y = x^2; y = 2x^2; y = 2x^2 + 0,75; y = 2x^2 - 0,75.$$

Сравнить полученные графики и выяснить, что у них общее и чем они отличаются.

Самостоятельная работа № 38.

График квадратной функции.

Вариант I.

Построить график функции:

$$y = x^2 - 2x + 1.$$

Вариант II.

Построить график функции:

$$y = x^2 + 2x + 1.$$

Вариант III.

Построить график функции:

$$y = x^3 + 2x - 8.$$

Вариант IV.

Построить график функции:

$$y = x^2 + x - 6.$$

Самостоятельная работа № 39.

Графическое решение квадратных уравнений.

Вариант I:

Решить графически уравнение:

$$x^2 - x - 6 = 0.$$

Вариант II.

Решить графически уравнение:

$$x^2 - x - 2 = 0.$$

Вариант III.

Решить графически уравнение:

$$x^2 - 5x + 6 = 0.$$

Вариант IV.

Решить графически уравнение:

$$x^2 + 1,5x - 7 = 0.$$

Самостоятельная работа № 40.

Квадратная функция и ее исследование.

Вариант I.

1. Построить график функции $y = 0,5x^2 - x - 4$ и, пользуясь им, ответить на следующие вопросы:

а) при каком значении x функция имеет наименьшее значение и чему оно равно?

б) при каких значениях x функция имеет положительные значения?

в) как изменяется y при изменении x от -4 до $+2$?

2. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} y + 5 = 2x, \\ x^2 + y = 2x + 4. \end{cases}$$

[(3; 1); (-3; -11)]

Вариант II.

1. Построить график функции $y = -0,5x^2 + x + 1,5$ и, пользуясь им, ответить на следующие вопросы:

а) при каком значении x функция имеет наибольшее значение и чему оно равно?

б) при каких значениях x функция имеет положительные значения?

в) в каких промежутках функция возрастает, убывает?

2. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + x = y, \\ y - 1,5x = 3. \end{cases}$$

[(2; 6); (-1,5; 0,75)]

Вариант III.

1. Построить график функции $y = x^2 - 6x + 8$ и, пользуясь им, ответить на следующие вопросы:

а) при каком значении x функция имеет наименьшее значение и чему оно равно?

б) в каком промежутке по оси Ox функция имеет отрицательные значения?

в) при каких значениях x функция возрастает, убывает?

2. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 12, \\ xy = 35. \end{cases}$$

[(5; 7); (7; 5)]

Вариант IV.

1. Построить график функции $y = -x^2 + 4x - 3$ и, пользуясь им, ответить на следующие вопросы:

а) при каком значении x функция имеет наибольшее значение и чему оно равно?

б) при каких значениях x функция имеет положительные значения?

в) при каких значениях x функция возрастает, убывает?

2. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x - y = 8, \\ xy = 20. \end{cases}$$

[(10; 2); (-2; -10)]

Контрольная работа № 9.

Функции и их графики.

Вариант I.

1. Построить график функции $y = x^2 + 4x - 5$ и, пользуясь им, ответить на вопросы:

а) при каком значении x функция имеет наименьшее значение и чему оно равно?

б) при каких значениях x функция имеет отрицательные значения?

в) как изменяется функция при изменении x от -5 до -2 и от -2 до $+1$?

2. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} xy = 12, \\ 3x + 4y = 24. \end{cases}$$

Вариант II.

1. Построить график функции $y = x^2 + 2,5x - 9$ и, пользуясь им, ответить на следующие вопросы:

а) при каком значении x функция имеет наименьшее значение и чему оно равно?

б) при каких значениях x функция имеет положительные значения?

в) как изменяется функция при изменении аргумента от $-4,5$ до $-1,25$ и от $-1,25$ до $+2$?

2. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 6, \\ xy = 8. \end{cases}$$

Вариант III.

1. Построить график функции $y = -2x^2 + 4x + 16$ и, пользуясь им, ответить на следующие вопросы:

а) при каком значении x функция имеет наибольшее значение и чему оно равно?

б) при каких значениях x функция имеет положительные значения?

в) как изменяется y при изменении x от -2 до $+1$ и от $+1$ до $+4$?

2. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} xy = 2,5, \\ x + y = 3,5. \end{cases}$$

Вариант IV.

1. Построить график функции $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 4\frac{1}{2}$ и, пользуясь им, ответить на следующие вопросы:

а) при каком значении x функция имеет наибольшее значение и чему оно равно?

б) при каких значениях x функция имеет отрицательные значения?

в) как изменяется функция при изменении x от -1 до $+3$ и от $+3$ до $+7$?

2. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} xy = 2, \\ y - x = 1. \end{cases}$$

VI. ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ.

Самостоятельная работа № 41.

Дроби

(арифметические и алгебраические).

Вариант I.

1. Вычислить:

$$1 \frac{32}{49} : \left(4 \frac{15}{49} - 2 \frac{13}{14} \right) + \frac{2}{3} \cdot (4,254 - 1,134 : 0,28) + 1,114.$$

(2,45)

2. Выполнить действия:

$$\frac{x^2y - xy^2}{x^3 + y^3 + 3xy(x+y)} \cdot \left[\frac{x+y}{y} + \frac{2(x+y)}{x-y} \right].$$

Вариант II.

1. Вычислить:

$$6,75 : 3 + \frac{27}{40} \cdot \left[\left(6 \frac{7}{12} - 3 \frac{17}{36} \right) \cdot 2,5 - 4 \frac{1}{3} : 0,65 \right] - 1,25. \quad (1,75)$$

2. Выполнить действия:

$$\left[\frac{a-b}{b} - \frac{2(a-b)}{a+b} \right] \cdot \frac{a^2b - ab^2}{a^3 - b^3 - 3ab(a-b)}.$$

Вариант III.

1. Вычислить:

$$\frac{24}{29} \cdot \left[\left(6 \frac{18}{25} : 0,6 + 1,125 \cdot 0,8 \right) : 1,21 - 6 \frac{3}{8} \right]. \quad (3)$$

2. Выполнить действия:

$$\left(\frac{x+y}{y} - \frac{2y}{y-x} \right) \cdot \frac{x-y}{x^2+y^2} + \left(\frac{x^2+1}{2x-1} - \frac{x}{2} \right) : \frac{2+x}{1-2x}.$$

Вариант IV.

1. Вычислить:

$$2 \frac{2}{9} \cdot \left[\left(3 \frac{3}{5} \cdot 0,05 - 2,4 : 20 \right) : 1,2 + 1 \frac{1}{4} \cdot 0,2 \right]. \quad \left(\frac{2}{3} \right)$$

2. Выполнить действия:

$$\frac{a^4 - d^4}{a+b} \cdot \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{c^2 + d^2} \cdot \left(1 - \frac{d}{c+d} \right).$$

Самостоятельная работа № 42.

Квадратный корень.

Вариант I.

1. Извлечь квадратный корень:

$$\sqrt{71\,824}; \quad \sqrt{0,16}; \quad \sqrt{3,24}.$$

2. Извлечь квадратный корень с точностью до 0,1:
 $\sqrt{224,7}$; $\sqrt{39,7}$; $\sqrt{28,3}$.

Вариант II.

1. Извлечь квадратный корень:
 $\sqrt{64\,009}$; $\sqrt{0,0025}$; $\sqrt{2,89}$.
2. Извлечь квадратный корень с точностью до 0,1:
 $\sqrt{3227,8}$; $\sqrt{115,2}$; $\sqrt{17,9}$.

Вариант III.

1. Извлечь квадратный корень:
 $\sqrt{7\,840\,000}$; $\sqrt{0,0576}$; $\sqrt{1,96}$.
2. Извлечь квадратный корень с точностью до 0,1:
 $\sqrt{8935,48}$; $\sqrt{275,7}$; $\sqrt{29,5}$.

Вариант IV.

1. Извлечь квадратный корень:
 $\sqrt{831\,744}$; $\sqrt{0,0841}$; $\sqrt{6,25}$.
2. Извлечь квадратный корень с точностью до 0,1:
 $\sqrt{58,43}$; $\sqrt{227,4}$; $\sqrt{15,2}$.

Самостоятельная работа № 43.

**Извлечение квадратного корня из произведения,
степени, дроби.**

Вариант I.

Извлечь квадратный корень:

$$\sqrt{36 \cdot 121}; \quad \sqrt{\frac{1}{4}(x-y)^4}; \quad \sqrt{\frac{49}{a^2b^2} \cdot \frac{64}{a^2b^2}}.$$

Вариант II.

Извлечь квадратный корень:

$$\sqrt{729 \cdot 144}; \quad \sqrt{121(a+b)^2}; \quad \sqrt{\frac{196}{256} \cdot \frac{(b-2)^6}{a^4}}.$$

Вариант III.

Извлечь квадратный корень:

$$\sqrt{81 \cdot 361}; \quad \sqrt{\frac{9}{25} \cdot \frac{(x-y)^8}{b^2 c^4}}; \quad \sqrt{\frac{289}{144 a^{12}} \cdot \frac{(c-d)^8}{k^2 b^8}}.$$

Вариант IV.

Извлечь квадратный корень:

$$\sqrt{26,16 \cdot 10,89}; \quad \sqrt{\frac{5,29}{21,16} \cdot \frac{(c-d)^4}{a^8 b^8}}; \quad \sqrt{\frac{x^8 y^6 z^{10}}{9 a^6 b^{12}} \cdot \frac{(m-n)^6}{(a+c)^2}}.$$

Самостоятельная работа № 44.

Квадратный корень. Простейшие преобразования.

Вариант I.

1. Вынести рациональные множители из-под знака квадратного корня:

$$\sqrt{180}; \quad \sqrt{128 x^5 (a+b)^5}.$$

2. Внести множители под знак квадратного корня:

$$(a-b) \sqrt{\frac{1}{a-b}}; \quad 5 \sqrt{\frac{1}{125}}.$$

Вариант II.

1. Вынести рациональные множители из-под знака квадратного корня:

$$\sqrt{98}; \quad \sqrt{245 a^3 y^5 (a-b)^3}.$$

2. Внести множители под знак квадратного корня:

$$x(a+b) \sqrt{\frac{2a}{a+b}}; \quad \frac{2a}{b} \sqrt{\frac{b^5}{2a}}.$$

Вариант III.

1. Вынести рациональные множители из-под знака квадратного корня:

$$\sqrt{450}; \quad \sqrt{160 a^5 b^8 (x+y)^{11}}.$$

2. Внести множители под знак квадратного корня:

$$(x+y)^2 \sqrt{\frac{a}{x+y}}; \quad \frac{5a^2}{7} \sqrt{\frac{8}{5a}}.$$

Вариант IV.

1. Вынести рациональные множители из-под знака квадратного корня:

$$\sqrt{392a^3}; \quad \sqrt{24,5x^4y^5(x-y)^7}.$$

2. Внести множители под знак квадратного корня:

$$3(c-d) \sqrt{\frac{2a}{c^2-d^2}}; \quad \frac{5x}{2y} \sqrt{\frac{6y^3}{5x}}.$$

Самостоятельная работа № 45.

Действия с квадратными корнями.

Вариант I.

Выполнить действия:

$$1. (5\sqrt{8} - \sqrt{12}) - (3\sqrt{2} + \sqrt{27}); \quad (7\sqrt{2} - 5\sqrt{3})$$

$$2. (4\sqrt{8} + \frac{1}{4}\sqrt{12} - \frac{1}{2}\sqrt{32}) \cdot 8\sqrt{6}; \quad [12(\sqrt{2} + 8\sqrt{3})]$$

$$3. (12\sqrt{2} - 6\sqrt{10} + 15\sqrt{8}) : 3\sqrt{\frac{1}{2}}. \quad (28 - 4\sqrt{5})$$

Вариант II.

Выполнить действия:

$$1. (2,5\sqrt{200} - \sqrt{75}) + (\sqrt{32} - \sqrt{147}); \quad (29\sqrt{2} - 12\sqrt{3})$$

$$2. (2\sqrt{125} - 5\sqrt{5} - 10\sqrt{15}) \cdot \frac{1}{2}\sqrt{15}; \quad (12,5\sqrt{3} - 75)$$

$$3. (6\sqrt{6} + 2\sqrt{18} - 4\sqrt{12}) : 2\sqrt{\frac{2}{3}}. \quad (9 + 3\sqrt{3} - 6\sqrt{2})$$

Вариант III.

Выполнить действия:

$$1. (3\sqrt{20} + \sqrt{28}) + (\sqrt{45} - \sqrt{63}); \quad (9\sqrt{5} - \sqrt{7})$$

$$2. \left(2\sqrt{\frac{2}{3}} - 8\sqrt{\frac{3}{8}} + 3\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \cdot 3\sqrt{\frac{3}{2}}; \quad (1,5)$$

$$3. (6\sqrt{45} - 3\sqrt{20} + 9\sqrt{80}) : 3\sqrt{5}. \quad (16)$$

Вариант IV.

Выполнить действия:

$$1. (3,5\sqrt{300} - \sqrt{5}) - (3\sqrt{48} + \sqrt{80}); \quad (23\sqrt{3} - 5\sqrt{5})$$

$$2. \left(3\sqrt{\frac{5}{6}} - 5\sqrt{30} - 2\sqrt{7,5}\right) \cdot 2\sqrt{\frac{2}{3}}; \quad (-22\sqrt{5})$$

$$3. \left(8\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{12} + 12\sqrt{6}\right) : 4\sqrt{\frac{2}{3}}. \quad (11 - 3\sqrt{2})$$

Самостоятельная работа № 46.

Вычисления при помощи счетной линейки.

Вариант I.

Произвести вычисления при помощи счетной линейки:

№ п/п	Выполнить умножение	Ответ	№ п/п	Выполнить деление	Ответ
1	2,35 · 7,14	16,71	1	24,5 : 7,2	3,4
2	12,5 · 14,2	177,5	2	114 : 21,7	5,25
3	56,2 · 4,35	244,5	3	56,7 : 23,2	2,44
4	4,56 · 15,5	70,7	4	12,2 : 14,4	0,847
5	9,24 · 17,5	161,7	5	19,6 : 5,5	3,56

№ п/п	Возвести в квадрат	Ответ	№ п/п	Извлечь квадратный корень	Ответ
1	6,54	42,8	1	7,82	2,8
2	71,3	5084	2	19,6	4,43
3	22,5	497,3	3	57,25	7,57
4	14,7	216	4	89,3	9,45
5	18,2	331,2	5	75,4	8,68

Вариант II.

Произвести вычисления при помощи счетной линейки

№ п/п	Выполнить умножение	Ответ	№ п/п	Выполнить деление	Ответ
1	23,7 · 11,5	273	1	63,5 : 4,15	15,4
2	19,5 · 8,8	171,5	2	0,175 : 0,015	11,3
3	9,17 · 12,5	114,5	3	1,46 : 0,24	6,1
4	43,5 · 9,14	397,6	4	224 : 14,4	15,56
5	115 · 4,4	506	5	18,5 : 2,54	7,3

№ п/п	Возвести в квадрат	Ответ	№ п/п	Извлечь квадратный корень	Ответ
1	6,35	40,3	1	27,6	5,25
2	9,27	85,9	2	8,75	2,96
3	11,4	130	3	38,4	6,2
4	5,23	27,4	4	15,3	3,91
5	7,48	56	5	235	15,3

Вариант III.

Произвести вычисления при помощи счетной линейки:

№ п/п	Выполнить умножение	Ответ	№ п/п	Выполнить деление	Ответ
1	27,5 · 10,2	281,3	1	57,6 : 23,4	2,46
2	9,11 · 12,3	112,1	2	21,2 : 3,25	6,55
3	44,2 · 7,12	310,3	3	326 : 18,4	17,6
4	16,5 · 14,4	236,8	4	11,7 : 3,12	3,75
5	0,214 · 5,5	1,18	5	46,3 : 15,2	3,4

№ п/п	Возвести в квадрат	Ответ	№ п/п	Извлечь квадратный корень	Ответ
1	15,3 ·	234	1	26,5	5,15
2	24,2	585,6	2	39,8	6,31
3	7,53	56,7	3	44,3	6,66
4	19,8	392	4	7,15	2,67
5	22,7	515	5	73,2	8,56

Вариант IV.

Произвести вычисления при помощи счетной линейки:

№ п/п	Выполнить умножение	Ответ	№ п/п	Выполнить деление	Ответ
1	22,4 · 4,55	100,2	1	159 : 13,6	11,7
2	17,9 · 11,4	204	2	457 : 22,4	20,5
3	36,5 · 13,4	489	3	116 : 3,45	33,7
4	135 · 0,245	33,4	4	342 : 15,7	21,8
5	215 · 0,128	27,5	5	0,0742 : 0,164	0,433

№ п/п	Возвести в квадрат	Ответ	№ п/п	Извлечь квадратный корень	Ответ
1	3,57	12,7	1	99,7	9,99
2	19,5	380	2	119	10,9
3	51,2	2621	3	574	23,9
4	72,4	5242	4	6,76	2,6
5	68,2	4651	5	842	29

Самостоятельная работа № 47.

Квадратное уравнение.

Вариант I.

1. Две бригады рабочих ремонтировали шоссеюную дорогу. Каждая из них отремонтировала по 12 км, причем первая бригада работала на 2 дня меньше второй. Сколько километров дороги отремонтировала каждая бригада за один день, если вместе они ремонтировали за день 5 км?

(3 км; 2 км)

2. Решить уравнение:

$$x + \frac{m(m+x)}{n} = \frac{n(n-x)}{m}.$$

($n - m$)

Вариант II.

1. Для закладки фундамента дома требовалось вынуть 8000 куб. м земли за определенный срок. В связи с тем, что план ежедневно перевыполнялся на 50 куб. м, работа была выполнена на 8 дней раньше срока. За сколько дней была выполнена работа?

(32 дня)

2. Решить уравнение:

$$\frac{m(x-m)}{n} - x = \frac{n(n-x)}{m}.$$

($m + n$)

Вариант III.

1. Две автомашины, работая вместе, перевезли груз за 6 дней. Сколько дней понадобилось бы каждой машине в отдельности на перевозку всего груза, если известно, что одна из них могла бы перевезти весь груз на 5 дней быстрее, чем вторая?

(10 дней; 15 дней)

2. Решить уравнение:

$$\frac{a-x}{b} + \frac{x+b}{a} = 2.$$

($a - b$)

Вариант IV.

1. Две бригады учащихся, работая вместе, посадили школьный сад за 2 дня. Сколько дней понадобилось бы каждой бригаде в отдельности на посадку сада, если известно, что одна из них могла бы закончить работу на 3 дня быстрее, чем вторая?

(3 дня; 6 дней)

2. Решить уравнение:

$$\frac{a(x-a)}{b} + \frac{b(x-b)}{a} = x.$$

($a + b$)

Самостоятельная работа № 48.

Общий отдел.

Вариант I.

1. Из города в пионерский лагерь, находящийся в 20 км от города, была отправлена грузовая машина с вещами. Через 8 мин. вслед за ней вышел автобус, в котором пионеры приехали в лагерь одновременно с прибытием грузовой машины. Сколько километров в час проходил автобус, если он шел на 5 км в час быстрее грузовика?

(30 км в час)

2. Выполнить действия:

$$\frac{xy + x^2}{x - y} \cdot \left(\frac{x^2 + y^2 + 2xy}{4xy} - 1 \right) : (x^2 - y^2).$$

$\left(\frac{1}{4y} \right)$

Вариант II.

1. Школьники отправились на экскурсию из города *A* в город *B* на пароходе, а возвратились обратно по железной дороге. Расстояние от *A* до *B* по водному пути 108 км, а по железной дороге 88 км. Поездка по железной дороге продолжалась на 4 часа меньше, чем на пароходе. Сколько километров в час проходил поезд, если он шел на 26 км в час быстрее парохода?

(44 км)

2. Выполнить действия:

$$\left(\frac{a^2 + b^2 - 2ab}{4ab} + 1\right) \cdot \frac{a^2 - ab}{a + b} : (a^2 - b^2).$$
$$\left(\frac{1}{4b}\right)$$

Вариант III.

1. Из двух мест, расстояние между которыми 650 км, отправляются по железной дороге два поезда один другому навстречу. Если оба поезда выйдут одновременно, то они встретятся через 10 час.; если же второй поезд отправится на 4 часа 20 мин. раньше первого, то встреча произойдет через 8 час. после отправления первого поезда. Сколько километров проходит каждый поезд в час?

(35 км; 30 км)

2. Выполнить действия:

$$\left(\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2}\right) : \frac{4x}{x^2 - 2x^3 + 8x - 16}.$$
$$(x^2 - 2x + 4)$$

Вариант IV.

1. Поезд выходит из города *A* и через 10 час. 40 мин. приходит в город *B*; если бы поезд проходил в час на 10 км меньше, то он пришел бы в город *B* на 2 часа 8 мин. позже. Найти расстояние между городами и скорость поезда.

(640 км, 60 км в час)

2. Выполнить действия:

$$\left(\frac{x^4}{x+1} - \frac{1}{x^4+x^5}\right) : \left(x^3 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}\right).$$
$$\left(\frac{x-1}{x}\right)$$

Самостоятельная работа № 49.

Общий отдел.

Вариант I.

1. Чтобы переписать рукопись в 71 страницу, две машинистки работали вместе 4 часа и, кроме того, вторая машинистка работала одна еще $2\frac{1}{2}$ часа. Если бы обе машинистки работали вместе $4\frac{3}{4}$ часа, то, чтобы закончить работу, второй машинистке пришлось бы одной работать еще 45 мин. Сколько страниц в час переписывала каждая машинистка в отдельности?

(8 стр.; 6 стр.)

2. Выполнить действия:

$$\frac{4a-2b}{3ab} : \left(\frac{8ab}{12a^2-3b^2} + \frac{2a-b}{2a+b} - \frac{2a+b}{6a-3b} \right) \cdot \left(\frac{2a+b}{ab} \right)$$

3. Решить пропорцию:

$$13\frac{1}{3} : 1\frac{1}{3} = 26 : 0,2x.$$

(13)

Вариант II.

1. Чтобы изготовить 290 деталей, двое рабочих работали вместе 4 часа и, кроме того, первый рабочий работал еще $3\frac{1}{2}$ часа. Если бы вместе они работали 5 час., то оставшуюся часть работы закончил бы один второй рабочий за 2 часа 30 мин. Сколько деталей в час изготовлял каждый рабочий в отдельности?

(28 дет.; 20 дет.)

2. Выполнить действия:

$$\left(\frac{a+2b}{a-2b} - \frac{a-2b}{3a+6b} - \frac{8ab}{3a^2-12b^2} \right) \cdot \frac{3a-6b}{4ab} \cdot \left(\frac{a+2b}{2ab} \right)$$

3. Решить пропорцию:

$$3,3 : 7 \frac{1}{3} = 4 \frac{2}{7} : 1 \frac{3}{7} x.$$

$$\left(6 \frac{2}{3}\right)$$

Вариант III.

1. Пионер выехал на велосипеде из лагеря в город. Через $1 \frac{1}{2}$ часа после выезда он доехал до деревни, причем оказалось, что он проехал на 4 км больше, чем ему осталось. Оставшийся путь он проехал за 1 час. 20 мин. со скоростью, на 2 км в час меньшей, чем первоначальная. Сколько километров от лагеря до деревни?

(20 км)

2. Выполнить действия:

$$\frac{m^2}{m^2 + 2m + 1} - \left(\frac{m}{m^2 - 1} - \frac{1}{m^2 + m} \right) : \frac{1 + m^3}{m^2 - m}.$$

$$\left(\frac{m - 1}{m + 1} \right)$$

3. Решить пропорцию:

$$3 \frac{1}{3} x : 1,5 = 4 \frac{2}{7} : \frac{3}{14}.$$

(9)

Вариант IV.

1. Мотоциклист отправился по шоссе из одного города в другой. Через $2 \frac{1}{2}$ часа он сделал остановку, причем оказалось, что он проехал на 45 км меньше, чем ему осталось. Увеличив скорость на 10 км в час, он проехал оставшийся путь за 3 часа. Сколько километров проехал мотоциклист до остановки?

(75 км)

2. Выполнить действия:

$$\frac{a^2}{a^2 - 2a + 1} - \frac{a^2 - a}{a^3 - 1} \cdot \left(\frac{1}{a^2 - a} + \frac{a}{a^2 - 1} \right).$$

$$\left(\frac{a + 1}{a - 1} \right)$$

3. Решить пропорцию:

$$1 \frac{1}{2} : 3 \frac{7}{19} = 2 \frac{3}{8} : 0,8x.$$

$$\left(6 \frac{2}{3}\right)$$

Самостоятельная работа № 50.

Общий отдел.

Вариант I.

1. Тракторная бригада должна была вспахать участок земли. Вспахивая ежедневно на $\frac{1}{12}$ всего участка больше, чем предполагалось, она закончила работу на 2 дня раньше срока. За сколько дней бригада вспахала участок земли?

(4 дня)

2. Построить график функции:

$$y = x^2 - 2x + 1.$$

Вариант II.

1. Двое рабочих изготовили 1200 деталей. Один из них, начав работать на 2 дня позже второго, ежедневно изготовлял на 15 деталей больше, чем второй. Сколько деталей изготовлял ежедневно каждый рабочий, если они изготовили одинаковое количество деталей и закончили работу одновременно?

(75 дет.; 60 дет.)

2. Построить график функции:

$$y = x^2 - 6x + 8.$$

Вариант III.

1. Два прокатных стана различной мощности, работая вместе, могут прокатать некоторое количество металла за 3 часа 44 мин. Один из них может выполнить эту работу на 1 час скорее, чем другой. За сколько часов может прокатать данное количество металла каждый стан в отдельности?

(7 час.; 8 час.)

2. Построить график функции:

$$y = -x^2 + 3x + 1.$$

Вариант IV.

1. Два подъемных крана различной мощности, работая одновременно, разгружают баржу за 2 часа 55 мин. Первый кран может разгрузить эту баржу на 2 часа скорее, чем второй. За сколько часов разгрузит баржу каждый кран, работая в отдельности?

(5 час.; 7 час.)

2. Построить график функции:

$$y = 2x^2 + 4x + 6.$$

Самостоятельная работа № 51.

Общий отдел.

Вариант I.

1. При совместной работе двух тракторов различной мощности поле было вспахано за 5 час. 50 мин. Одним более мощным трактором поле можно вспахать на 4 часа быстрее, чем одним трактором меньшей мощности. За сколько часов можно было бы вспахать все поле каждым трактором в отдельности?

(10 час.; 14 час.)

2. Решить графически систему:

$$\begin{cases} xy = 7, \\ x + y = 5,5. \end{cases}$$

[(2; 3,5); (3,5; 2)]

3. Вычислить:

$$\left(19\frac{1}{6} + 43,75\right) : \frac{5}{6} + \left(13,3 - 11\frac{1}{2}\right) : 1,8 - 26,8 : 6,7.$$

(72,5)

Вариант II.

1. Расстояние между двумя пристанями по реке равно 100 км. Катер проходит это расстояние по течению на 1 час 15 мин. скорее, чем против течения. Найти скорость течения реки, если собственная скорость катера равна 18 км в час.

(2 км в час)

2. Решить графически систему:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 11,25, \\ x + y = 4,5. \end{cases}$$

[(3; 1,5); (1,5; 3)]

3. Вычислить:

$$\left(3\frac{7}{18} - 2\frac{25}{36} + \frac{5}{9}\right) \cdot 6\frac{6}{11} + 2,4 \cdot 20,15 : 24,18 - \frac{10}{11}.$$

$\left(9\frac{3}{11}\right)$

Вариант III.

1. При совместной работе двух подъемных кранов различной мощности самоходная баржа была загружена за 4 часа 12 мин. Известно, что одним более мощным краном баржу можно загрузить за 8 часов быстрее, чем одним краном меньшей мощности. Сколько потребуется времени на загрузку баржи каждым краном в отдельности?

(6 час; 14 час.)

2. Решить графически систему:

$$\begin{cases} xy = -6, \\ x + y = 1. \end{cases}$$

[(-2; 3); (3; -2)]

3. Вычислить:

$$24,5 : 3,5 + \left(3,35 - 2\frac{17}{20} + \frac{5}{8}\right) \cdot \frac{16}{27} - \frac{3}{5}.$$

$\left(7\frac{1}{15}\right)$

Вариант IV.

1. Расстояние между двумя пристанями по реке равно 72 км. Катер прошел это расстояние от первой пристани до второй и обратно за 8 часов 36 мин., израсходовав 30 мин. этого времени на стоянку на второй пристани. Найти собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км в час.

(18 км в час)

2. Решить графически систему:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ x + y = 7. \end{cases}$$

[(3; 4); (4; 3)]

3. Вычислить:

$$\left(5,45 + 1\frac{4}{5} - 2\frac{5}{8}\right) : \left(2\frac{1}{2} \cdot 0,24 + \frac{2}{9}\right) + 28,14 : 3,5.$$

(13,665)

Самостоятельная работа № 52.

Общий отдел.

Вариант I.

1. Длина прямоугольной клумбы 5 м, ширина 3 м. Клумба окаймлена дорожкой, имеющей везде одинаковую ширину. Найти ширину дорожки, если площадь ее в 2 раза больше площади клумбы.

($\approx 1,4$ м)

2. Найти построением координаты точки пересечения графиков функций:

$$y = 2x - 3 \text{ и } y = -\frac{1}{2}x + 2.$$

3. Выполнить действия:

$$\left(\frac{2a}{3a+3} + \frac{a}{6-6a} - \frac{a^2+1}{a^2-1}\right) \cdot \frac{a^2+2a+1}{3a^2+5a+6}.$$

$\left[\frac{a+1}{6(1-a)}\right]$

Вариант II.

1. Картина, длина которой на полметра больше ее ширины, вставлена в раму. Ширина рамы 10 см. Площадь рамы составляет $\frac{5}{6}$ площади картины. Найти длину и ширину картины.

(≈ 40 см; ≈ 90 см)

2. Найти построением координаты точки пересечения графиков функций:

$$y = -2x + 4 \text{ и } y = \frac{1}{2}x - 6.$$

3. Выполнить действия:

$$\left(\frac{1+a}{1-a} - \frac{1-a}{1+a} + \frac{4a^2}{a^2-1}\right) \cdot \frac{a+1}{2a}.$$

(2)

Вариант III.

1. Зеркало длиной 80 см и шириной 60 см имеет раму, ширина которой везде одинакова, а площадь равна площади зеркала. Найти ширину рамы.

($\approx 14,3$ см)

2. Найти построением координаты точки пересечения графиков:

$$y = 2x - 3 \text{ и } y = -x + 5.$$

3. Выполнить действия:

$$\left(\frac{6}{3n^2 - 3} - \frac{n + 1}{3 - 3n} - \frac{n + 3}{3n + 3} \right) : \frac{5n}{9n^2 - 9}.$$

$$\left(\frac{6}{n} \right)$$

Вариант IV.

1. Периметр основания прямоугольного здания равен 70 м, причем длина здания на 5 м больше его ширины. Здание окружено забором, находящимся от здания на одинаковом расстоянии. Площадь земли, ограниченная забором, на 74 м² больше площади, занимаемой зданием. На каком расстоянии от здания поставлен забор?

($\approx 4,3$ м)

2. Найти построением координаты точки пересечения графиков:

$$y = 2x - 4 \text{ и } y = -\frac{1}{3}x + 3.$$

3. Выполнить действия:

$$\left(\frac{a + 1}{4a - 4} - \frac{8}{4 - 4a^2} - \frac{3 + a}{4a + 4} \right) : \frac{3}{2a^3 - 2a}.$$

(2a)

Самостоятельная работа № 53.

Общий отдел.

Вариант I.

1. Гипотенуза прямоугольного треугольника больше катета на 1 см, сумма же гипотенузы с этим катетом

в 5 раз больше другого катета. Найти стороны этого треугольника.

(5 см; 12 см; 13 см)

2. Решить графически уравнение:

$$x^2 - x - 12 = 0.$$

3. Вычислить:

$$\frac{25,2 \cdot 0,15 \cdot 0,28}{1 - 0,172 : 0,2} : 2,1.$$

(3,6)

Вариант II.

1. Сумма цифр двузначного числа равна 9. Сумма квадратов этих же цифр равна 41. Если от искомого числа отнять 9, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найти это число.

(54)

2. Решить графически уравнение:

$$x^2 - 2x - 3 = 0.$$

3. Вычислить:

$$\left[15,5 + 3,6 \cdot \left(10 \frac{1}{18} - \frac{1}{12} \right) \right] : (4,86 : 4,5 + 24,62).$$

(2)

Вариант III.

1. В двузначном числе сумма квадратов его цифр равна 25, а произведение их 12. Найти это число.

(34 или 43)

2. Решить графически уравнение:

$$x^2 + 2x - 8 = 0.$$

3. Вычислить:

$$\frac{(0,14 : 0,4 - 0,42 \cdot 0,5) \cdot (5,72 + 12,78)}{2,82 + 2,36}.$$

(0,5)

Вариант IV.

1. Найти два числа, если известно, что отношение суммы этих чисел к их разности равно 8:1 и что разность квадратов этих чисел равна 128.

(18; 14)

2. Решить графически уравнение:

$$x^2 + x - 6 = 0.$$

3. Вычислить:

$$\frac{0,68 : 0,17 - 0,045 : 5 + 28,07 : 1,4 - 0,001}{4 \frac{2}{3} \cdot 3 + 10,04}.$$

(1)

Самостоятельная работа № 54.

Решение задач при помощи составления уравнений.

Вариант I.

1. Автомобиль развивает мощность в 40 л. с. При увеличении скорости на 5 м в сек. сила тяги уменьшилась на 30 кг. Определить начальную скорость автомобиля.

(20 м/сек)

2. При каких значениях x функция $y = x - 2$ положительна? Проиллюстрировать это на графике функции.

3. Сколько процентов составляет $\frac{4}{9}$ от $\frac{3}{11}$?

($\approx 163\%$)

Вариант II.

1. Прямоугольная баржа, длина которой на 2 м больше ширины, после загрузки опустилась в воду на 50 см. Вес груза, принятого баржей, 7,5 т. Определить длину и ширину баржи.

(5 м; 3 м)

2. При каких значениях x функция $y = x - 2$ больше 3? Проиллюстрировать это на графике функции.

3. Вычислить, чему равно число, если 20,5% от него составляет 4,51.

(22)

Вариант III.

1. Груз весом в 60 кг производит давление на опору. Если вес груза уменьшить на 10 кг, а площадь опоры уменьшить на 5 дм², то давление увеличится на 1 $\frac{\text{кг}}{\text{дм}^2}$. Определить площадь опоры.

(15 дм²)

2. При каких значениях x функция $y = x - 3$ отрицательна? Проиллюстрировать это на графике функции.

3. Чему равно число, если 4,2% от него составляет 8,4? (200)

Вариант IV.

1. Сопротивление цепи двух параллельно соединенных проводников 15 ом. Первый проводник имеет сопротивление на 16 ом большее, чем второй. Определить сопротивление проводников.

(24 ом; 40 ом)

2. При каких значениях x функция $y = x - 4$ отрицательна? Проиллюстрировать это на графике функции.

3. Сколько процентов составляет $\frac{3}{8}$ от $\frac{5}{7}$?

(52,5%)

Самостоятельная работа № 55.

Общий отдел.

Вариант I.

1. Пруд площадью 4875 кв. м имеет форму прямоугольника, длина которого на 10 м больше ширины. Найти длину и ширину пруда.

(75 м; 65 м)

2. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 8, \\ xy = 15. \end{cases}$$

3. Вычислить:

$$\left(3\frac{1}{3} \cdot 6,6 + 2 : 12,75\right) : \left(\frac{2}{3} - \frac{20}{51} + 1\frac{16}{17}\right) : 2,5.$$

(4)

Вариант II.

1. В круге радиуса 39 см проведена хорда, длина которой на 57 см больше ее расстояния от центра. Определить длину хорды.

(72 см)

2. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 10, \\ x^2 + y = 12. \end{cases}$$

3. Вычислить:

$$\left(75 : 4 \frac{1}{6} - 3 \frac{9}{23} \cdot 3\right) \cdot \left(1 \frac{5}{18} + 0,35 - \frac{11}{15}\right) : 1,4. \quad (5)$$

Вариант III.

1. Площадь сада, имеющего форму прямоугольника, равна 1407 кв. м. Длина сада на 46 м больше ширины. Определить длину и ширину сада.

(21 м; 67 м)

2. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 41, \\ x + y = 9. \end{cases}$$

3. Вычислить:

$$\left[\left(2,5 + 3 \frac{1}{3}\right) : \left(2 \frac{1}{2} - 1 \frac{1}{3}\right)\right] : \left[\left(4,6 + 2 \frac{1}{3}\right) : \left(4 \frac{3}{5} - 2 \frac{1}{3}\right)\right]. \quad \left(1 \frac{33}{52}\right)$$

Вариант IV.

1. Из точки, взятой вне круга и отстоящей от его центра на 45 см, проведена к кругу касательная, длина которой на 9 см больше радиуса. Определить радиус.

(27 см)

2. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ xy = 14. \end{cases}$$

3. Вычислить:

$$\left[\left(2 \frac{11}{15} + 1,6 + 1 \frac{7}{12} + \frac{1}{3}\right) \left(3 \frac{5}{14} - 2 \frac{19}{30}\right) : 1 \frac{3}{7}\right] \cdot \frac{18}{19}. \quad (3)$$

Самостоятельная работа №56*.

Общий отдел.

Вариант I.

1. Сумма диагоналей ромба равна 49 см, а площадь его равна 294 кв. м. Найти диагонали ромба.

(21 см; 28 см)

2. Доказать, что медиана треугольника меньше полусуммы сторон, исходящих из той же вершины.

3. Число 780 разделить на 3 части прямо пропорционально числам: $\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{3}$; 3.

(104; 208; 468)

Вариант II.

1. Площадь трапеции с высотой 9,6 см равна площади прямоугольника со сторонами, равными основаниям трапеции; средняя линия трапеции равна 10 см. Определить основания трапеции.

(8 см; 12 см)

2. Доказать, что каждая диагональ выпуклого четырехугольника меньше его полупериметра.

3. Число 272 разделить на 3 части обратно пропорционально числам: 1; 2; 5.

(160; 80; 32)

Вариант III.

1. Площадь равнобедренного прямоугольного треугольника равна 201,64 кв. см. Определить его стороны.

(28,4 см; $\approx 20,08$ см)

2. Доказать, что сумма всех медиан треугольника меньше его периметра, но больше полупериметра.

3. Число 1530 разделить на 3 части прямо пропорционально числам: $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{4}$; 0,3.

(408; 510; 612)

Вариант IV.

1. Определить площадь прямоугольного треугольника, стороны которого выражены тремя последовательными числами.

(6 кв. ед.)

2. Доказать, что сумма противоположных сторон выпуклого четырехугольника меньше суммы его диагоналей.

3. Число 868 разделить на 3 части обратно пропорционально числам: 2; 3; 5.

(420; 280; 168)

Итоговая контрольная работа № 1.

Вариант I.

1. Завод принял заказ на изготовление машин к определенному сроку. Если завод будет выпускать ежедневно по 240 машин, то к сроку будет изготовлено на 400 машин меньше, чем заказано. Если же он ежедневно будет выпускать по 280 машин, то к сроку будет изготовлено на 200 машин больше, чем заказано. Сколько необходимо изготовить машин и каков срок выполнения заказа?

(4000 машин; 15 дней)

2. Выполнить указанные действия:

$$\left(\frac{b^2}{a^3 - ab^2} + \frac{1}{a + b}\right) : \left(\frac{a - b}{a^2 + ab} - \frac{a}{b^2 + ab}\right) \cdot \left(\frac{b}{b - a}\right)$$

3. Вычислить:

$$5\frac{1}{2} \cdot \left(4\frac{3}{20} - 6,45 : 3\right) + 1\frac{11}{17} \cdot \left(7\frac{5}{6} - 3\frac{7}{12}\right). \quad (18)$$

Вариант II.

1. Чтобы изготовить некоторое количество деталей, цех должен был ежедневно изготавливать по 25 деталей. Повысив производительность труда, рабочие цеха стали изготавливать по 30 деталей в день и закончили всю работу на 3 дня раньше срока. Сколько деталей должен был изготовить цех и за сколько дней?

(450 дет.; 18 дней)

2. Выполнить указанные действия:

$$\left(\frac{1}{m + n} + \frac{n^2}{m^3 - mn^2}\right) : \left(\frac{m - n}{m^2 + mn} - \frac{m}{n^2 + mn}\right) \cdot \left(\frac{n}{n - m}\right)$$

3. Вычислить:

$$\left(43,05 : 2,1 - 6,66 \cdot \frac{5}{9}\right) : \left[\left(\frac{2}{5} + \frac{5}{12}\right) : \frac{7}{15} - 0,95\right]. \quad (21)$$

Вариант III.

1. Двое рабочих за смену вместе изготовили 72 детали. После того как первый рабочий повысил производительность труда на 15%, а второй — на 25%, вместе за смену они стали изготовлять 86 деталей. Сколько деталей изготовлял каждый рабочий за смену до повышения производительности труда?

(40 дет.; 32 дет.)

2. Выполнить указанные действия:

$$\left(\frac{a}{a^2-4} + \frac{1}{a+2} + \frac{2}{2-a}\right) : \left(a-2 + \frac{10-a^2}{a+2}\right).$$
$$\left(\frac{1}{2-a}\right)$$

3. Вычислить:

$$\left[64,71 + \left(3,55 - 4\frac{1}{6} \cdot 0,375\right) : 1\frac{13}{40}\right] : (31,72 + 1,385).$$

(2)

Вариант IV.

1. На опытной агростанции с двух земельных участков собрали 14,7 ц зерна. На следующий год после применения новых методов агротехники урожайность на первом участке повысилась на 80%, а на втором — на 24%, благодаря чему с этих же земельных участков было собрано 21,42 ц зерна. Сколько зерна собрали с каждого участка до применения новых методов агротехники?

(5,7 ц; 9 ц)

2. Выполнить указанные действия:

$$\left(\frac{1+a}{1-a} - \frac{1-a}{1+a} + \frac{4a^2}{a^2-1}\right) : \left(\frac{1}{a^3+a^2} - \frac{1-a}{a^2} - 1\right).$$

(-4)

3. Вычислить:

$$\left(3\frac{5}{8} + 0,25 + 2\frac{3}{4}\right) : \left(28,75 + 92\frac{1}{4} - 15\right) : 0,0625.$$

(1)

Итоговая контрольная работа № 2.

Вариант I.

1. Сумма квадратов трех последовательных чисел равна 365. Найти эти числа.

(10; 11; 12)

2. Выполнить указанные действия:

$$\left(\frac{3}{a+2} + \frac{a+1}{a^2-9} - \frac{a-1}{a^2+5a+6}\right) : \frac{3a^2+7a-28}{a^2+5a+6}.$$
$$\left(\frac{1}{a-3}\right)$$

3. Вычислить:

$$\left[\left(17\frac{1}{9} - 2,45 \cdot 5 + 5\frac{1}{30}\right) : 13 + \left(20\frac{4}{9} + 12\frac{1}{4} - 31\frac{1}{30}\right) : 299\right] \cdot \frac{15}{23}.$$
$$\left(\frac{1}{2}\right)$$

Вариант II.

1. Найти двузначное число, зная, что цифра единиц искомого числа на 2 больше цифры его десятков и что произведение числа на сумму его цифр равно 144.

(24)

2. Выполнить указанные действия:

$$\left(\frac{5}{b-3} + \frac{b-2}{9-b^2} + \frac{b-1}{2b+6}\right) \cdot \frac{6b-18}{b^2+4b+37}.$$
$$\left(\frac{3}{b+3}\right)$$

3. Вычислить:

$$\left[\left(2,15 - 1\frac{5}{16}\right) : 33,5 + 5\frac{1}{7} \cdot 3,85 - 15,7\right] \cdot \frac{8}{11} + 2,25.$$

(5,25)

Вариант III.

1. Сумма квадратов трех последовательных чисел равна 116. Найти эти числа.

(4; 6; 8)

2. Выполнить указанные действия:

$$\left(\frac{5-3x}{4-9x^2} - \frac{4}{2+3x} + \frac{1}{3x-2}\right) \cdot \frac{9ax^2-4a}{15x-18x^3}.$$
$$\left(\frac{a}{3x}\right)$$

3. Вычислить:

$$\left[\left(28,8 : 13\frac{5}{7} + 6\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{2}\right) : \left(1\frac{1}{80} : 1,35\right) \cdot \frac{5}{8}\right] \cdot 0,25.$$

(2,5)

Вариант IV.

1. Найти двузначное число, зная, что цифра десятков искомого числа на 2 больше цифры его единиц и что произведение числа на сумму его цифр равно 640.

(64)

2. Выполнить указанные действия:

$$\left[\frac{1+a}{a-3} - \frac{1-2a}{3+a} - \frac{a(1-a)}{9-a^2} \right] : \frac{a^2-a+3}{a-3}.$$

$\left(\frac{2}{a+3} \right)$

3. Вычислить:

$$(9,5 : 2,375 + 7 : 2,8) : \left(8,75 \cdot 1 \frac{1}{3} - 5 \frac{1}{6} \right) - 0,75.$$

(0,25)

Итоговая контрольная работа № 3.

Вариант I.

1. Проходя первый участок пути в 96 км, поезд делал в час на 2 км больше, чем когда проходил второй участок в 69 км. Оба участка были пройдены за 3 часа 30 мин. Определить скорость поезда на втором участке пути.

(46 км в час)

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 82, \\ x + y = 10. \end{cases}$$

[(9; 1); (1; 9)]

3. Разложить на множители:

$$(7-x)^2 + 2a(x-7) + a^2.$$

[(7-x-a)²]

Вариант II.

1. Два каменщика, работая вместе, могут выполнить работу за $4\frac{4}{5}$ дня. Второй каменщик, работая отдельно, мог бы выполнить эту работу на 4 дня быстрее, чем первый. За сколько дней каждый каменщик, работая отдельно, мог бы выполнить эту работу?

(12 дней; 8 дней)

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 5 - \frac{x}{x+y} = \frac{xy+11}{x^2-y^2}, \\ x^2 - y^2 = 3. \end{cases} \quad (\pm 2; \pm 1)$$

3. Разложить на множители:

$$(x-y)^2 - 2a(x-y) + a^2. \quad [(x-y-a)^2]$$

Вариант III.

1. Два лыжника A и B отправляются одновременно в город, который находится от них на расстоянии 90 км. A проходит в час на 1 км больше, чем B , и прибывает в город на час раньше. Сколько километров в час проходит каждый лыжник?

(9 км в час; 10 км в час)

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = 20, \\ 7xy = 112. \end{cases} \quad [(\pm 2; \pm 8); (\pm 8; \pm 2)]$$

3. Разложить на множители:

$$9a^4 - 30a^2b + 25b^2 - 16c^4. \quad [(3a^2 - 5b + 4c^2)(3a^2 - 5b - 4c^2)]$$

Вариант IV.

1. На 720 руб. должны были приобрести несколько радиоприемников, но цена каждого из них снизилась на 24 руб., поэтому купили на один радиоприемник больше. Сколько купили радиоприемников?

(6 радиоприемников)

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + xy + y = 5, \\ x^2 + xy + y^2 = 7. \end{cases} \quad [(1; 2); (2; 1)]$$

3. Разложить на множители:

$$a^4 - a^3x - ax^3 + x^4. \quad [(a-x)^2(a^2+ax+x^2)]$$

Итоговая контрольная работа № 4.

Вариант I.

1. Сумма площадей двух кругов равна $113 \pi \text{ см}^2$. Разность диаметров этих кругов равна 2 см . Определить эти диаметры.

(16 см; 14 см)

2. Выполнить указанные действия:

$$\frac{x^2 + y^2 + 2xy - z^2}{z^2 - x^2 - y^2 + 2xy} \cdot \frac{x + y + z}{y + z - x}$$

$$\left(\frac{x + y - z}{x - y + z} \right)$$

3. Решить пропорцию:

$$0,12 : \frac{1}{2} = \frac{1}{5} x : 7,2.$$

(8,64)

Вариант II.

1. Площадь прямоугольного треугольника равна 90 кв. см . Сумма площадей квадратов, построенных на катетах, равна 369 кв. см . Найти катеты.

(12 см; 15 см)

2. Выполнить указанные действия:

$$\frac{a^2 + 2a - 3}{a^2 + 4a + 4} \cdot \frac{a^2 - 9}{a^2 + 3a + 2}$$

$$\left(\frac{a^2 - 1}{a^2 - a - 6} \right)$$

3. Решить пропорцию:

$$15,25 : 7 \frac{5}{8} = \frac{1}{4} x : 2,4.$$

(19,2)

Вариант III.

1. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 68 см . Площадь его равна 960 кв. см . Определить катеты.

(32 см; 60 см)

2. Выполнить указанные действия:

$$\frac{a^2 - 2a - 15}{a^2 - 8a + 16} \cdot \frac{a^2 - 8a + 15}{a^2 - a - 12}$$

$$\left(\frac{a^2 + 6a + 9}{a^2 - 7a + 12} \right)$$

3. Решить пропорцию:

$$3\frac{1}{3} : 2\frac{4}{9}x = 3,6 : 2,4.$$

$$\left(\frac{10}{11}\right)$$

Вариант IV.

1. Сумма катетов прямоугольного треугольника равна 14 см, а перпендикуляр, опущенный из вершины прямого угла на гипотенузу, равен 4,8 см. Найти гипотенузу.

(10 см)

2. Выполнить указанные действия:

$$\frac{x^4 - 3x^2 + 1}{x^3 - 27} : \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + 3x + 9}.$$

$$\left(\frac{x^2 - x - 1}{x - 3}\right)$$

3. Решить пропорцию:

$$5\frac{3}{5} : 2\frac{1}{3} = 1,4x : 3\frac{1}{9}.$$

$$\left(5\frac{1}{3}\right)$$

Итоговая контрольная работа № 5.

Вариант I.

1. Периметр прямоугольника равен 170 см, а диагональ его равна 65 см. Определить стороны прямоугольника.

(25 см; 60 см)

2. Выполнить указанные действия:

$$\left(\frac{7x}{a^2 - 9} - \frac{5x}{3 - a} + \frac{x}{a + 3}\right) \cdot \frac{3a^3 - 27a}{95x + 30ax}.$$

$$\left(\frac{3a}{5}\right)$$

3. Вычислить:

$$\left(1\frac{9}{16} \cdot 3,2 + 16\frac{2}{3} - 9 : 2,4\right) : \left(17\frac{7}{12} - 6\frac{1}{3}\right).$$

$$\left(1\frac{16}{27}\right)$$

Вариант II.

1. Гипотенуза прямоугольного треугольника 6,8 м, площадь его — 9,6 кв. м. Определить катеты.

(3,2 м; 6 м)

2. Выполнить указанные действия:

$$\left(\frac{4}{m+2} - \frac{3}{2-m} - \frac{m+10}{m^2-4}\right) : \frac{30}{11m^2-44}.$$

$$\left[\frac{11(m-2)}{5}\right]$$

3. Вычислить:

$$(46,5 : 15 + 8,4 \cdot 6) : \left(13\frac{1}{3} + 8\frac{4}{7} : 2\frac{4}{7}\right).$$

(3,21)

Вариант III.

1. Один из катетов прямоугольного треугольника втрое больше другого; если меньший катет удлинить на 5 см, а больший укоротить на 3 см, то квадрат гипотенузы будет равен 4698 кв. см. Определить катеты.

(22 см; 66 см)

2. Выполнить указанные действия:

$$\left(\frac{b}{3-c} - \frac{b}{3+c} - \frac{b}{c^2-9}\right) \cdot \frac{18a-2ac}{6b^2c+3b^2}.$$

$$\left(\frac{2a}{3b}\right)$$

3. Вычислить:

$$\left(2\frac{3}{8} : 0,75 + 24 \cdot \frac{7}{9}\right) : (13,7 - 160,8 : 24).$$

$$\left(3\frac{5}{12}\right)$$

Вариант IV.

1. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 12,5 см. Сумма его катетов равна 17,5 см. Найти катеты.

(7,5 см; 10 см)

2. Выполнить указанные действия:

$$\left(\frac{5}{x+2} - \frac{3}{2-x} - \frac{4}{x^2-4}\right) : \frac{4ax-4a}{3x^2-12}.$$

$$\left(\frac{6}{a}\right)$$

3. Вычислить:

$$\left(1,5 + 2\frac{2}{3} + 3,75\right) \cdot 3\frac{3}{5} : \left(14 - 15\frac{1}{8} : 2,2\right).$$

(4)

ГЕОМЕТРИЯ

I. ПОВТОРЕНИЕ ПО КУРСУ ГЕОМЕТРИИ VI и VII КЛАССОВ.

Самостоятельная работа № 1.

Смежные и вертикальные углы.

Вариант I.

1. Смежные углы относятся, как 3:5. Найти эти углы.
($67^{\circ}30'$; $112^{\circ}30'$)
2. Найти каждый из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, если сумма двух вертикальных из них равна $70^{\circ}40'$.
($35^{\circ}20'$; $144^{\circ}40'$)

Вариант II.

1. Один из смежных углов на $\frac{3}{5}d$ больше другого. Найти эти углы.
($0,7d$; $1,3d$)
2. При пересечении двух прямых образовались четыре угла. Сумма трех из них равна $315^{\circ}45'$. Найти каждый из образовавшихся углов.
($44^{\circ}15'$; $135^{\circ}45'$)

Вариант III.

1. Один из смежных углов втрое больше другого. Найти эти углы.
(45° ; 135°)

2. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равен $56^{\circ}17'$. Найти каждый из образовавшихся углов.

$(56^{\circ}17'; 123^{\circ}43')$

Вариант IV.

1. Треть одного из двух смежных углов равна пятой части другого. Найти эти углы.

$\left(\frac{3}{4}d; \frac{5}{4}d\right)$

2. Найти каждый из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, если сумма двух вертикальных из них равна $270^{\circ}40'$.

$(135^{\circ}20'; 44^{\circ}40')$

Самостоятельная работа № 2.

Треугольник.

Вариант I.

1. Построить равнобедренный треугольник по боковой стороне и углу между боковыми сторонами.

2. Доказать, что прямая, перпендикулярная к биссектрисе угла, отсекает на его сторонах от вершины равные отрезки.

Вариант II.

1. Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе и острому углу.

2. Доказать, что во всяком треугольнике каждая из сторон меньше его периметра.

Вариант III.

1. Построить прямоугольный треугольник по катету и его медиане.

2. Доказать, что медиана треугольника меньше полусуммы сторон, исходящих из той же вершины.

Вариант IV.

1. Построить равнобедренный треугольник по высоте и боковой стороне.

2. Доказать, что перпендикуляры, восстановленные к двум сторонам угла на равных расстояниях от вершины, пересекаются на биссектрисе этого угла.

Самостоятельная работа № 3.

**Сумма внутренних углов треугольника.
Внешний угол треугольника.**

Вариант I.

1. В равнобедренном треугольнике угол между основанием и высотой, проведенной к боковой стороне, равен $35^{\circ}40'$. Найти углы треугольника.

$$(54^{\circ}20'; 54^{\circ}20'; 71^{\circ}20')$$

2. Один из внешних углов прямоугольного треугольника равен $\frac{7}{5}d$. Определить внутренние углы.

$$\left(\frac{3}{5}d; \frac{2}{5}d\right)$$

Вариант II.

1. Углы при основании треугольника равны $54^{\circ}18'$ и $48^{\circ}32'$. Определить угол, образованный высотой и биссектрисой угла при вершине.

$$(2^{\circ}53')$$

2. Внешний угол при вершине равнобедренного треугольника равен 115° . Найти внутренние углы этого треугольника.

$$(65^{\circ}; 57^{\circ}30'; 57^{\circ}30')$$

Вариант III.

1. Угол при основании равнобедренного треугольника 72° . Доказать, что биссектриса этого угла делит данный треугольник на два треугольника, также равнобедренных.

2. Внешний угол треугольника 130° . Внутренние углы, не смежные с данным внешним, относятся, как 6:7. Найти внутренние углы треугольника.

$$(50^{\circ}; 60^{\circ}; 70^{\circ})$$

Вариант IV.

1. Угол при основании равнобедренного треугольника составляет 50% угла при вершине. Найти углы треугольника и угол между биссектрисами углов при основании.

(45°; 45°; 90°; 135°)

2. Внутренние углы треугольника относятся, как 3:5:7. Найти внутренние и внешние углы данного треугольника.

(36°; 60°; 84° и 144°; 120°; 96°)

Самостоятельная работа № 4.

Четырехугольники.

Вариант I.

1. Доказать, что середины сторон всякого выпуклого четырехугольника являются вершинами параллелограмма.

2. В равнобедренный треугольник вписан прямоугольник, диагонали которого параллельны боковым сторонам треугольника. Определить стороны прямоугольника, если высота треугольника 18 дм, а основание его 48 дм.

(16 дм; 12 дм)

3. Углы, прилежащие к основанию параллелограмма, относятся, как 5:7. Чему равен каждый из них?

$\left(\frac{5}{6}d; \frac{7}{6}d\right)$

Вариант II.

1. Доказать, что если через произвольную точку основания равнобедренного треугольника провести прямые параллельно боковым сторонам, то образуется параллелограмм, периметр которого равен сумме боковых сторон треугольника независимо от положения точки на основании.

2. В равнобедренной трапеции с острым углом в 60° сумма оснований 43 см, а боковая сторона 11 см. Найти основания трапеции.

(27 см; 16 см)

3. Разность углов, прилежащих к одной и той же стороне параллелограмма, равна $\frac{10}{9}d$. Найти отношение большего из этих углов к меньшему.

(3,5)

Вариант III.

1. Доказать, что отрезки, соединяющие середины смежных сторон равнобедренной трапеции, образуют ромб.

2. Средняя линия равнобедренной трапеции делится диагональю на части длиной 2 дм и 5 дм. Боковая сторона равна 6 дм. Найти углы трапеции.

(60°; 120°)

3. Сторона ромба образует с его диагоналями углы, из которых один вдвое больше другого. Определить углы ромба.

(120°; 60°)

Вариант IV.

1. Доказать, что биссектрисы углов, прилежащих к одной из непараллельных сторон трапеции, пересекаются под прямым углом в точке, лежащей на средней линии трапеции.

2. Середины сторон прямоугольника, диагональ которого 14 дм, последовательно соединены отрезками прямых. Найти периметр образовавшегося четырехугольника.

(28 дм)

3. В равнобедренной трапеции тупой угол вдвое больше острого. Вычислить углы трапеции.

$\left(\frac{2}{3}d; \frac{4}{3}d\right)$

Самостоятельная работа № 5.

Площадь прямоугольника.

Вариант I.

1. Стороны прямоугольника относятся, как 2:3, а площадь его равна 54 дм². Найти периметр прямоугольника.

(30 дм)

2. Доказать, что медиана треугольника делит его на две равновеликие части.

3. Квадрат и треугольник имеют равные площади и равные высоты. Во сколько раз основание треугольника больше стороны квадрата?

(В 2 раза)

Вариант II.

1. Стороны параллелограмма равны 6 см и 8 см; острый угол его равен 30° . Найти площадь параллелограмма.

(24 см²)

2. Если в трапеции середину одной боковой стороны соединить отрезками прямой с концами другой боковой стороны, то площадь получившегося треугольника составит половину площади трапеции. Доказать.

3. Прямоугольный участок земли размером 36 м \times 40 м необходимо заменить равновеликим треугольным участком с основанием 60 м. Какова должна быть высота этого треугольника?

(48 м)

Вариант III.

1. Вычислить площадь квадрата, диагональ которого равна 12 дм.

(72 дм²)

2. Диагонали трапеции делят ее на четыре треугольника. Доказать, что треугольники, прилежащие к боковым сторонам, равновелики.

3. Какова площадь прямоугольника, у которого высота и основание относятся между собой, как 7:5, а периметр равен 72 см?

(315 кв. см)

Вариант IV.

1. Боковая сторона равнобедренной трапеции 10 см, высота 8 см, большее основание 24 см. Найти площадь трапеции.

(144 см²)

2. Доказать, что во всяком прямоугольном треугольнике произведение катетов равно произведению гипотенузы на высоту, проведенную к ней.

3. Определить сторону квадрата, площадь которого содержит столько же квадратных метров, сколько его периметр содержит линейных метров.

(4 м)

Самостоятельная работа № 6.

Окружность.

Вариант I.

1. Доказать, что диаметр вписанной в прямоугольный треугольник окружности равен разности между суммой катетов и гипотенузы.

2. В круге хорда стягивает дугу в 120° и отстоит от центра на 5 см . Найти площадь круга.

($100\pi\text{ см}^2$)

Вариант II.

1. Доказать, что если хорду разделить на три равные части и точки деления соединить с центром окружности, то соответствующий центральный угол не разделится на три равные части.

2. Найти длину окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, катеты которого равны 6 см и 8 см .

($4\pi\text{ см}$)

Вариант III.

1. Доказать, что хорда, стягивающая дугу в 120° , делит радиус, перпендикулярный к ней, пополам.

2. Около прямоугольного треугольника, гипотенуза которого 18 см , описана окружность. Найти длину описанной окружности.

($18\pi\text{ см}$)

Вариант IV.

1. Доказать, что боковая сторона равнобедренной трапеции, описанной около окружности, равна средней линии трапеции.

2. В ромб, высота которого 14 дм , вписан круг. Найти площадь вписанного круга.

($49\pi\text{ дм}^2$)

Контрольная работа № 1.

Площади многоугольников. Пропорциональные отрезки.

Вариант I.

1. Диагональ прямоугольника 15 см , основание 12 см .
Найти площадь прямоугольника.

(108 см^2)

2. Данный отрезок разделить на 3 части в отношении $1:2:3$.

3. Можно ли из четырех равных прямоугольных треугольников сложить ромб?

Вариант II.

1. Сторона ромба 15 см , большая диагональ 24 см .
Найти площадь ромба.

(216 см^2)

2. Данный отрезок разделить на две части в отношении $3:4$.

3. Будет ли четырехугольник параллелограммом, если известно, что у него две стороны параллельны, а две другие равны?

Вариант III.

1. В параллелограмме $ABCD$ основание $AD = 24\text{ см}$, высота BF отсекает на основании AD отрезок $AF = 8\text{ см}$, $\angle BAF = 45^\circ$. Найти площадь параллелограмма.

(192 см^2)

2. Данный отрезок разделить на три части в отношении $2:3:5$.

3. Могут ли диагонали ромба равняться друг другу?

Вариант IV.

1. Определить площадь равнобедренного прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 20 см .

(100 см^2)

2. Данный отрезок разделить на две части в отношении $5:7$.

3. Какая получится фигура, если соединить последовательно середины сторон ромба?

II. ПОДОБИЕ ФИГУР.

Самостоятельная работа № 7.

Подобие треугольников.

Вариант I.

1. Стороны треугольника относятся, как 5:7:9. Меньшая сторона подобного ему треугольника равна 0,2 м. Найти остальные стороны второго треугольника.

(0,28 м; 0,36 м)

2. Подобны ли треугольники, стороны которых равны 2 м; 2,5 м; 3 м и 20 см; 25 см; 30 см?

(Да)

Вариант II.

1. Стороны треугольника относятся, как 3:5:6. Периметр подобного ему треугольника равен 56 дм. Найти стороны второго треугольника.

(12 дм; 20 дм; 24 дм)

2. Подобны ли треугольники, стороны которых равны 1,4 дм; 2 дм; 28 дм и 28 см; 40 см; 5,8 см?

(Нет)

Вариант III.

1. Стороны треугольника относятся, как 2:5:6. Разность между большей и меньшей сторонами подобного ему треугольника равна 20 см. Найти стороны второго треугольника.

(10 см; 25 см; 30 см)

2. Подобны ли треугольники, стороны которых равны 2 дм; 5 дм; 6 дм и 4 см; 10 см; 12 см?

(Да)

Вариант IV.

1. Стороны треугольника ABC равны 1 м; 1,5 м; 2 м. Меньшая сторона подобного ему треугольника $A_1B_1C_1$ равна 10 см. Найти остальные стороны треугольника $A_1B_1C_1$.

(15 см; 20 см)

2. Подобны ли треугольники, у которых стороны равны 5 дм; 6 дм; 7 дм и 25 см; 30 см; 35 см?

(Да)

Самостоятельная работа № 8.

Подобие треугольников.

Вариант I.

1. В прямоугольном треугольнике перпендикуляр, проведенный из вершины прямого угла к гипотенузе, равен 4 дм. Гипотенуза равна 10 см. Найти отрезки гипотенузы, на которые основание перпендикуляра разделило ее.

(2 см; 8 см)

2. Подобны ли два равнобедренных треугольника, имеющие по равному углу при вершине? Ответ обосновать.

Вариант II.

1. Основание равнобедренного треугольника 3 м, а каждая из боковых сторон равна 6 м. Прямая, параллельная основанию данного треугольника, отсекает от треугольника трапецию, верхнее основание которой равно ее боковым сторонам. Найти стороны трапеции.

(2 м; 2 м; 2 м; 3 м)

2. Всегда ли подобны равносторонние треугольники? Ответ обосновать.

Вариант III.

1. Периметр параллелограмма равен 48 см, а его высоты относятся, как 5:7. Найти стороны параллелограмма.

(10 см; 14 см)

2. Подобны ли равнобедренные треугольники, имеющие по равному углу при основании? Ответ обосновать.

Вариант IV.

1. Основания трапеции относятся, как 3:7, а одна из боковых сторон равна 20 см. На сколько надо ее продол-

жить, чтобы она встретилась с продолжением другой боковой стороны?

(На 15 см)

2. Можно ли утверждать, что все равнобедренные прямоугольные треугольники подобны? Ответ обосновать.

Самостоятельная работа № 9.

Подобие треугольников.

Вариант I.

1. В треугольнике ABC , стороны которого равны a, b, c , проведена прямая MN параллельно AC так, что $AM = BN$. Найти MN .

$$\left(\frac{bc}{a+c} \right)$$

2. В данный треугольник вписать квадрат так, чтобы две его вершины лежали на основании, а две другие на боковых сторонах.

Вариант II.

1. В треугольник ABC вписан ромб $ADEF$ так, что угол A у них общий, а вершина E находится на стороне BC треугольника ABC . Найти сторону ромба, если $AB = c$; $AC = b$.

$$\left(\frac{bc}{b+c} \right)$$

2. В данный полукруг вписать квадрат так, чтобы две его вершины лежали на диаметре, а две другие на окружности.

Вариант III.

1. В параллелограмм вписан ромб так, что стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найти сторону ромба, если диагонали параллелограмма равны l и m .

$$\left(\frac{lm}{l+m} \right)$$

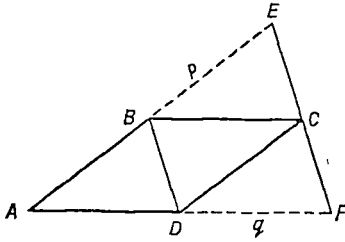
2. В круговой сегмент вписать прямоугольник, подобный данному прямоугольнику, так, чтобы большая сторона лежала на хорде.

Вариант IV.

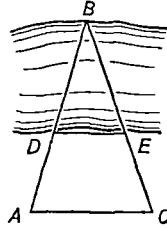
1. Прямая, проведенная через вершину ромба вне его, отсекает на продолженных сторонах ромба отрезки p и q . Найти сторону ромба (черт. 5).

$$(\sqrt{pq})$$

2. В данный сектор вписать квадрат.



Черт. 5.



Черт. 6.

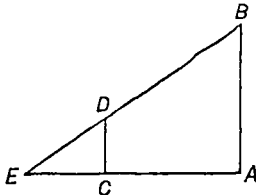
Самостоятельная работа № 10.

Подобие треугольников.

Вариант I.

1. Для измерения ширины реки построены два подобных треугольника (черт. 6). По данным чертежа определить ширину реки ($AC = 10$ м, $AD = 9$ м, $DE = 8$ м). (36 м)

2. Доказать, что если медиана равна половине стороны, к которой она проведена, то треугольник прямоугольный.



Черт. 7.

Вариант II.

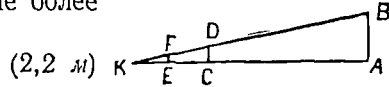
1. Наблюдательный пункт находится в точке B на высоте $AB = 10$ м (черт. 7). На расстоянии $AC = 500$ м от него поставлен щит $CD = 2$ м. Определить ширину полосы EC , которая не видна наблюдателю.

$$(125 \text{ м})$$

2. Доказать, что если один из углов треугольника равен сумме двух других, то треугольник прямоугольный.

Вариант III.

1. Наблюдательный пункт находится в точке B на высоте $AB = 12$ м от поверхности земли (черт. 8). Какой высоты щит CD следует поставить на расстоянии $AC = 490$ м от него, чтобы прикрыть им полосу дороги $EC = 10$ м и все предметы в пределах этой полосы, имеющие высоту не более 2 м ($EF = 2$ м)?



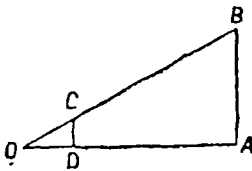
(2,2 м)

Черт. 8.

2. Доказать, что биссектриса внешнего угла при вершине равнобедренного треугольника параллельна основанию.

Вариант IV.

1. На расстоянии 28,7 м от здания AB поставлен вертикальный шест CD длиной 4,5 м (черт. 9). Определить высоту здания AB , если из точки O , находящейся от здания на расстоянии 32,8 м, верхние края здания и шеста видны по одной прямой OB .



Черт. 9.

(36 м)

2. Доказать, что в равнобедренном треугольнике две медианы равны.

Контрольная работа № 2.

Подобие треугольников.

Вариант I.

1. В трапеции $ABCD$ с диагональю AC углы ABC и ACD равны. Определить диагональ AC , если основания BC и AD соответственно равны 12 см и 27 см.

(18 см)

2. Доказать, что в прямоугольном треугольнике перпендикуляр, опущенный из вершины прямого угла на гипотенузу, делит данный треугольник на два подобных между собой треугольника.

Вариант II.

1. Средняя линия трапеции 60 см. Точка пересечения диагоналей отстоит от оснований трапеции на 6 см и 24 см. Найти основания трапеции.

(24 см; 96 см)

2. Доказать, что в подобных треугольниках сходственные высоты пропорциональны сходственным сторонам.

Вариант III.

1. В треугольнике, периметр которого 52 см, а основание 8 см, проведена прямая, параллельная основанию. Определить основание образовавшегося треугольника, если его периметр равен 26 см.

(4 см)

2. Доказать, что в подобных треугольниках биссектрисы соответственно равных углов пропорциональны сходственным сторонам.

Вариант IV.

1. Основание треугольника 12 дм, а высота 6 дм. В этот треугольник вписан квадрат так, что две его вершины находятся на основании треугольника, а две другие на боковых сторонах. Найти сторону квадрата.

(4 дм)

2. Доказать, что точка пересечения диагоналей трапеции лежит на прямой, проходящей через середины оснований трапеции.

Самостоятельная работа № 11.

Подобие треугольников. Окружность.

Вариант I.

1. Дан треугольник ABC и внутри него отрезок DE , параллельный AC . Точка D лежит на стороне AB , а точка E — на стороне BC . Найти длину DE , если $AC = 40$ см, $AB = 34$ см и $BD = 23,8$ см.

(28 см)

2. Одно плечо шлагбаума имеет длину 1,5 м, другое — 6 м. На сколько поднимется конец длинного плеча, когда конец короткого плеча опустится на 1 м?

(На 4 м)

3. На какой угол повернется часовая стрелка в течение часа?

Вариант II.

1. В треугольник, основание которого 24 см, а высота 8 см, вписан прямоугольник с отношениями сторон 2,5 : 4,5, причем большая сторона лежит на основании треугольника. Найти стороны прямоугольника.

(5 см; 9 см)

2. Найти высоту заводской трубы, если она отбрасывает тень в 24 м, а вертикально поставленный шест длиной 2 м отбрасывает тень в 1,5 м.

(32 м)

3. На какой угол повернется часовая стрелка в течение минуты?

Вариант III.

1. В треугольник, у которого основание 60 см и высота 20 см, вписан прямоугольный равнобедренный треугольник так, что его гипотенуза параллельна основанию данного треугольника, а вершина прямого угла лежит на этом основании. Определить гипотенузу вписанного треугольника.

(24 см)

2. Длина тени дерева 20,4 м. В это же время длина тени человека ростом 1,8 м равна 2,7 м. Вычислить высоту дерева.

(13,6 м)

3. Чему равно кратчайшее расстояние от точки A до окружности?

Вариант IV.

1. В треугольнике ABC проведен отрезок DE (D на AB , E на BC), параллельный AC . Найти DE , если $AB = 24$ см, $BC = 32$ см, $AC = 28$ см и $AD + CE = 16$ см.

(20 см)

2. Длина тени телевизионной вышки равна 50 м.

В это же время длина тени ученика ростом $1,8$ м равна $0,9$ м. Вычислить высоту телевизионной вышки.

(100 м)

3. Какая из хорд, проходящая через данную точку, лежащую внутри круга, наименьшая?

Самостоятельная работа № 12.

Подобие треугольников и многоугольников.

Вариант I.

1. Основания трапеции 18 дм и 12 дм. Боковые стороны ее длиной 15 дм и 12 дм продолжены до взаимного пересечения. Определить, на сколько продолжена каждая сторона.

(На 30 дм и 24 дм)

2. Подобны ли два параллелограмма, смежные стороны которых пропорциональны? Ответ обосновать.

Вариант II.

1. В данный угол вписаны две взаимнокасающиеся окружности, центры которых удалены от вершины угла на расстояния 5 см и 10 см. Найти радиусы окружностей.

$\left(1 \frac{2}{3}$ см; $3 \frac{1}{3}$ см)

2. Подобны ли два прямоугольника, у которых отношения двух неравных сторон равны? Ответ обосновать.

Вариант III.

1. В прямоугольный треугольник, катеты которого равны 12 дм и 5 дм, вписан квадрат так, что его угол совпадает с углом треугольника, а четвертая вершина лежит на гипотенузе. Определить сторону вписанного квадрата.

($\approx 3,5$ дм)

2. Всегда ли подобны ромбы? Ответ обосновать.

Вариант IV.

1. В равнобедренный треугольник, основание которого 12 дм и высота 18 дм, вписан прямоугольник так, что его

диагонали параллельны боковым сторонам треугольника. Найти стороны вписанного прямоугольника.

(4 дм; 12 дм)

2. Можно ли считать подобными равные фигуры? Ответ обосновать.

Самостоятельная работа № 13.

Подобие многоугольников.

Вариант I.

1. Стороны одного пятиугольника равны 20 дм, 8 дм, 16 дм, 12 дм, 24 дм. Меньшая сторона подобного ему пятиугольника равна 10 дм. Определить остальные стороны второго пятиугольника.

(15 дм; 20 дм; 25 дм; 30 дм)

2. Существуют ли фигуры всегда гомотетичные?

(Да, окружности)

Вариант II.

1. Стороны одного четырехугольника относятся между собой, как 6:3:7:11. Периметр подобного ему четырехугольника 108 дм. Найти стороны второго четырехугольника.

(24 дм; 12 дм; 28 дм; 44 дм)

2. Будут ли правильные треугольники всегда гомотетичны?

(Нет. Они всегда подобны, но не обязательно гомотетичны)

Вариант III.

1. Стороны одного четырехугольника равны 14 см, 21 см, 28 см, 35 см. В подобном ему четырехугольнике сумма наибольшей и наименьшей сторон равна 56 см. Найти стороны второго четырехугольника.

(16 см; 24 см; 32 см; 40 см)

2. Будут ли квадраты всегда гомотетичны?

(Нет. Все квадраты подобны, но не всегда гомотетичны)

Вариант IV.

1. Стороны одного пятиугольника относятся, как $1,5:2,5:3:3,5:4$. Периметр подобного ему пятиугольника равен 58 дм. Определить стороны второго пятиугольника.
(6 дм; 10 дм; 12 дм; 14 дм; 16 дм)
2. Существуют ли фигуры подобные, но не гомотетичные?
(Да)

Контрольная работа № 3.

Подобие фигур.

Вариант I.

1. Дан прямоугольник. Построить подобный ему прямоугольник, основание которого дано.
2. В трапеции основания равны 42 мм и 35 мм, диагонали — 55 мм и 44 мм. Найти отрезки диагоналей, на которые они делятся точкой пересечения.
(25 мм и 30 мм; 20 мм и 24 мм)
3. Подобны ли треугольники, если основание и высота одного соответственно в два раза больше основания и высоты другого?

Вариант II.

1. Дан параллелограмм. Построить подобный ему параллелограмм, основание которого дано.
2. Одна диагональ трапеции делит другую на отрезки в 24 см и 36 см. Найти основания трапеции, зная, что средняя линия ее равна 35 см.
(28 см; 42 см)
3. Сформулировать какой-нибудь признак подобия параллелограммов.

Вариант III.

1. Дан прямоугольник. Построить подобный ему прямоугольник, диагональ которого дана.
2. В трапеции, основания которой равны 18 см и 36 см, через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основанию. Найти ее длину.
(24 см)
3. Сформулировать какой-нибудь признак подобия ромбов.

Вариант IV.

1. Дан треугольник. Построить подобный ему треугольник, основание которого дано.

2. В трапеции основания относятся, как 1:3. Через середину одной диагонали проведена прямая, параллельная другой диагонали, равной 18 дм. Определить отрезок этой прямой, заключенный внутри трапеции.

(12 дм)

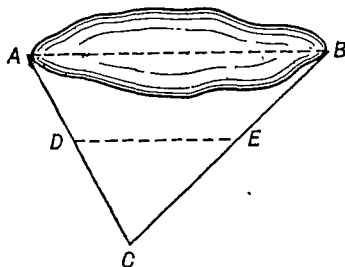
3. Подобны ли между собой ромб и квадрат?

Самостоятельная работа № 14.

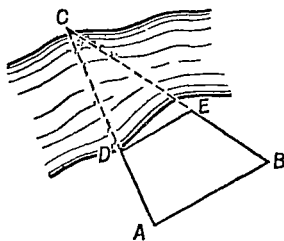
**Практическая работа на местности
по определению расстояния между недоступными точками
при помощи построения подобных треугольников.**

Вариант I.

Определить длину озера (AB) путем построения подобных треугольников (черт. 10).



Черт. 10.



Черт. 11.

Вариант II.

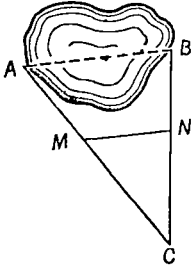
Определить расстояние (AC) до недоступной точки (C) путем построения подобных треугольников (черт. 11).

Вариант III.

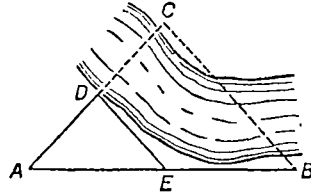
Определить ширину озера (AB) путем построения подобных треугольников (черт. 12).

Вариант IV.

Определить расстояние (DC) до недоступной точки (C) путем построения подобных треугольников (черт. 13).



Черт. 12.



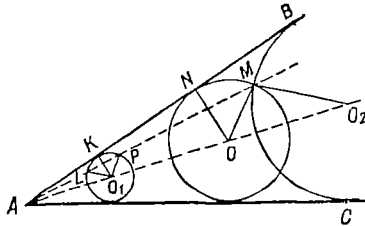
Черт. 13.

Самостоятельная работа № 15.

Решение задач на построение
методом подобия.

Вариант I.

В данный угол вписать окружность, которая проходила бы через данную внутри угла точку M (черт. 14).



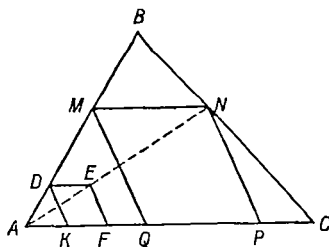
Черт. 14.

Вариант II.

Построить треугольник ABC , зная один из его углов C , отношение сторон $AC:BC$, заключающих угол C , и высоту h , опущенную из вершины угла C на противоположную сторону AB .

Вариант III.

В данный треугольник ABC вписать ромб с данным острым углом так, чтобы одна из его сторон лежала на основании AC треугольника ABC , а две другие вершины — на боковых сторонах AB и BC (черт. 15).



Черт. 15.

Вариант IV.

Построить треугольник, зная два его угла и радиус описанной окружности.

Самостоятельная работа № 16.

Площади подобных фигур.

Вариант I.

1. Сумма площадей трех подобных многоугольников 232 дм^2 , а сходственные их стороны относятся, как $2:3:4$. Найти площадь каждого многоугольника.

(32 дм^2 ; 72 дм^2 ; 128 дм^2)

2. В трапеции, основания которой равны a и b , проведены диагонали. Как относятся площади треугольников, прилежащих к основаниям?

($a^2 : b^2$)

Вариант II.

1. Как относятся между собой основания такой трапеции, которая равновелика треугольнику, образованному продолжениями боковых сторон и меньшим основанием?

($1:2$)

2. Коэффициент гомотетии двух многоугольников равен 4. Чему равно отношение их площадей?

($1:16$)

Вариант III.

1. Какую часть площади описанного равностороннего треугольника составляет площадь вписанного в ту же

окружность равностороннего треугольника? Решить, не вычисляя площадей.

$$\left(\frac{1}{4} \text{ часть}\right)$$

2. Площади двух прямоугольников относятся, как 1 : 4, а большие стороны, как 1 : 2. Подобны ли прямоугольники? (Подобны)

Вариант IV.

1. Прямая, параллельная основанию треугольника, делит его боковую сторону в отношении 5 : 3 (начиная от вершины), а площадь — на части, разность которых равна 56 см². Найти площадь всего треугольника.

$$(256 \text{ см}^2)$$

2. О каких многоугольниках можно сказать, что если они равновелики, то обязательно и равны?

(О подобных многоугольниках)

Контрольная работа № 4.

Площади подобных фигур.

Вариант I.

1. Прямоугольный участок земли на плане имеет длину 6,5 см и ширину 4 см. Определить площадь этого участка на местности, если масштаб 1 : 20 000.

$$(104 \text{ га})$$

2. Сторона треугольника 15 см. Чему равна сходственная сторона подобного ему треугольника, площадь которого вдвое больше?

$$(15\sqrt{2} \text{ см})$$

Вариант II.

1. Участок земли изображен на плане прямоугольным треугольником с катетами 3 см и 4 см. Найти площадь этого участка на местности, если масштаб 1 : 100 000.

$$(600 \text{ га})$$

2. Какую часть площади (считая от вершины) отсекает средняя линия треугольника? Ответ обосновать.

$$\left(\frac{1}{4}\right)$$

Вариант III.

1. Участок земли изображен на плане параллелограммом, основание которого 12 см и высота 10 см . Найти площадь этого участка на местности, если масштаб $1:10\,000$.

(120 га)

2. Через точку E , делящую сторону AB треугольника ABC в отношении $5:3$ (считая от вершины B), проведена прямая, параллельная AC . В каком отношении находятся площадь отсеченного треугольника и площадь получившейся трапеции?

(25:39)

Вариант IV.

1. Участок земли изображен на плане трапецией, основания которой равны 8 см и 12 см , а высота 10 см . Найти площадь этого участка на местности, если масштаб $1:200\,000$.

(40 000 га)

2. Высота треугольника 12 см . На каком расстоянии от вершины надо провести прямую, параллельную основанию, чтобы она разделила площадь треугольника пополам?

($6\sqrt{2}\text{ см}$)

Самостоятельная работа № 17.

Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике.

Вариант I.

Катеты прямоугольного треугольника равны 10 дм и 24 дм . Найти гипотенузу, высоту, проведенную к гипотенузе, и проекции катетов на гипотенузу.

(26 дм ; $9\frac{3}{13}\text{ дм}$; $3\frac{11}{13}\text{ дм}$; $22\frac{2}{13}\text{ дм}$)

Вариант II.

В прямоугольном треугольнике катет $a = 6\text{ см}$, а его проекция на гипотенузу $a_c = 3,6\text{ см}$. Найти второй катет, гипотенузу, высоту к гипотенузе и проекцию второго катета на гипотенузу.

(8 см ; 10 см ; $4,8\text{ см}$; $6,4\text{ см}$)

Вариант III.

В прямоугольном треугольнике меньший катет равен 7 дм , его проекция на гипотенузу равна $1,96 \text{ дм}$. Найти второй катет, гипотенузу, высоту к гипотенузе и проекцию второго катета на гипотенузу.

(24 дм ; 25 дм ; $6,72 \text{ дм}$; $23,04 \text{ дм}$)

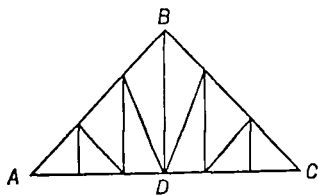
Вариант IV.

В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 169 см и один из катетов 65 см . Найти второй катет, высоту, проведенную к гипотенузе, и проекции катетов на гипотенузу.

(156 см ; 60 см ; 144 см ; 25 см)

Самостоятельная работа № 18.

Теорема Пифагора.



Черт. 16.

Вариант I.

1. Найти высоту BD двускатной крыши ($AB = BC$), если стропила длиной 15 м опираются на балку AC длиной 24 м (черт. 16).

(9 м)

2. Радиус круга 10 см , а хорда 16 см . Найти расстояние хорды от центра.

(6 см)

Вариант II.

1. Лестница длиной 13 м приставлена к стене так, что нижний ее конец отстоит от стены на 5 м . На какой высоте находится другой конец лестницы?

(12 м)

2. Сторона ромба равна 15 дм , а диагонали его относятся, как $3:4$. Найти диагонали.

(18 дм ; 24 дм)

Вариант III.

1. Какой длины должна быть лестница, чтобы по ней можно было подняться на высоту 5 м и чтобы ее нижний конец отстоял от стены на 1,8 м?

($\approx 5,314$ м)

2. В равнобедренной трапеции основания равны 8 дм и 14 дм, высота трапеции равна 4 дм. Найти боковую сторону трапеции.

(5 дм)

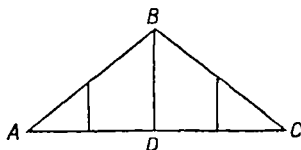
Вариант IV.

1. Строительная ферма (черт. 17) имеет стропила AB и BC по 9 м. Высота BD фермы равна 5 м. Определить длину пролета AC .

(≈ 15 м)

2. Стороны прямоугольника равны a и b . Определить радиус описанного круга.

$$\left(\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}\right)$$



Черт. 17.

· Самостоятельная работа № 19.

Метрические соотношения в косоугольном треугольнике.

Вариант I.

1. Одна боковая сторона треугольника 12 дм, основание 8 дм и проекция второй боковой стороны на основание 11 дм. Найти вторую боковую сторону.

(16 дм)

2. Определить вид треугольника (относительно углов), если стороны его равны 24 см, 16 см, 22 см.

(Остроугольный)

Вариант II.

1. В треугольнике определить третью сторону, если две другие образуют угол в 60° и равны 10 см и 16 см.

(14 см)

2. Определить вид треугольника (относительно углов), если стороны его равны 10 дм, 15 дм, 18 дм.
(Остроугольный)

Вариант III.

1. В треугольнике определить третью сторону, если две другие образуют угол в 120° и равны 14 см и 16 см.
(26 см)

2. Определить вид треугольника (относительно углов), если стороны его равны 10 см, 24 см, 26 см.
(Прямоугольный)

Вариант IV.

1. В треугольнике боковая сторона равна 32 см и образует с основанием угол в 60° . Другая боковая сторона равна 28 см. Найти основание.

(20 см или 12 см)

2. Определить вид треугольника (относительно углов), если стороны его равны 6 дм, 9 дм, 12 дм.
(Тупоугольный)

Самостоятельная работа № 20.

Метрические соотношения в треугольнике.

Вариант I.

На чертеже 18 изображен кран, у которого стойка $a = 10$ м и плечо $b = 13$ м. Угол между a и b равен 120° . Определить длину тяги c .

(≈ 20 м)

Вариант II.

В треугольнике основание равно 12 см, один из углов при нем равен 120° , сторона против этого угла равна 28 см. Определить третью сторону.

(20 см)

Вариант III.

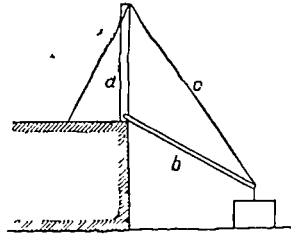
Сторона треугольника 21 см, а две другие стороны образуют угол в 60° и относятся, как 3:8. Определить эти стороны.

(9 см; 24 см)

Вариант IV.

Определить хорду половинной дуги, если хорда целой дуги равна 48 см, а радиус равен 25 см.

(30 см)



Черт 18.

Самостоятельная работа № 21.

Четырехугольники. Окружность.

Вариант I.

1. Доказать, что во всяком параллелограмме сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех его сторон.

2. Из точки, данной на окружности, провести две хорды, каждая из которых равна радиусу. Найти угол между ними.

Вариант II.

1. Доказать, что в равнобедренной трапеции квадрат диагонали равен квадрату боковой стороны, сложенному с произведением оснований.

2. Хорда пересекает диаметр под углом в 30° и делит его на два отрезка в 2 см и 6 см. Найти расстояние хорды от центра.

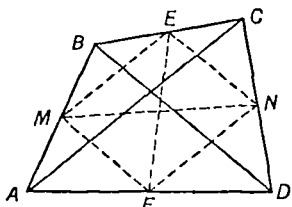
Вариант III.

1. Доказать, что во всякой трапеции сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов боковых сторон, сложенной с удвоенным произведением оснований.

2. Из одной точки окружности проведены взаимно перпендикулярные хорды, которые удалены от центра на 6 см и 10 см. Определить их длину.

Вариант IV.

1. Доказать, что во всяком выпуклом четырехугольнике сумма квадратов диагоналей вдвое больше суммы квадратов отрезков, соединяющих середины противоположных сторон (черт. 19).



Черт. 19.

2. В круге даны две взаимно перпендикулярные хорды; каждая из них делится другой на отрезки в 3 см и 7 см. Найти расстояние каждой хорды от центра.

Самостоятельная работа № 22.

Метрические соотношения в четырехугольнике.

Вариант I.

1. Стороны параллелограмма равны 46 см и 22 см, а диагонали относятся, как 2 : 3. Найти диагонали параллелограмма.

(40 см; 60 см)

2. Сколько градусов содержит угол, составленный биссектрисами двух внутренних односторонних углов при параллельных прямых?

(90°)

Вариант II.

1. Определить высоту и диагонали трапеции, если основания равны 25 дм и 11 дм, а боковые стороны — 13 дм и 15 дм.

(12 дм; 20 дм; 23,32 дм)

2. В четырехугольнике каждый из углов в два раза больше последующего угла. Определить углы.

(24°; 48°; 96°; 192°)

Вариант III.

1. Диагонали параллелограмма равны 34 см и 38 см, а стороны относятся, как 2 : 3. Найти стороны параллелограмма.

(20 см; 30 см)

2. Высота ромба, проведенная из вершины тупого угла, делит противоположную сторону пополам. Определить углы ромба.

(60°; 120°)

Вариант IV.

1. Определить диагональ равнобедренной трапеции, у которой основания равны 8 дм и 12 дм, а боковая сторона 10 дм.

(14 дм)

2. Стороны тупого и острого углов взаимно перпендикулярны. Разность этих углов 35° 30'. Определить углы.

(72°15'; 107°45')

Контрольная работа № 5.

**Метрические соотношения в треугольнике
и четырехугольнике.**

Вариант I.

1. Диагонали параллелограмма равны 24 см и 28 см, а разность сторон 8 см. Найти стороны параллелограмма.

(14 см; 22 см)

2. Найти основание равнобедренного треугольника, зная, что его боковая сторона равна 10 см, а медиана к основанию 6 см.

(16 см)

Вариант II.

1. Основание треугольника 26 см, угол при вершине 60°, сумма боковых сторон 44 см. Найти боковые стороны и высоту, проведенную к основанию.

(14 см; 30 см; ≈ 14 см)

2. Диагонали ромба 12 см и 16 см. Найти периметр ромба.

(40 см)

Вариант III.

1. Определить стороны и диагонали параллелограмма, если большая сторона равна меньшей диагонали, разность сторон его равна 6 см и разность диагоналей равна 4 см.

(8 см и 14 см; 14 см и 18 см)

2. Найти высоту равностороннего треугольника, сторона которого равна a .

$$\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$$

Вариант IV.

1. В треугольнике основание равно 24 см, один из углов при нем равен 120° , сторона против этого угла равна 56 см. Найти третью сторону.

$$(40 \text{ см})$$

2. Радиус окружности, описанной около прямоугольного равнобедренного треугольника, равен 10 см. Найти катеты.

$$(10\sqrt{2} \text{ см})$$

Самостоятельная работа № 23.

Метрические соотношения в круге.

Вариант I.

1. Найти длину перпендикуляра, опущенного из точки окружности на диаметр, если его основание разделило диаметр на отрезки 12 см и 3 см.

$$(6 \text{ см})$$

2. Ширина кольца, образованного двумя концентрическими окружностями, равна 4 дм. Хорда большей окружности, касательная к меньшей, равна 2 м. Найти радиусы окружностей.

$$(10,5 \text{ дм}; 14,5 \text{ дм})$$

Вариант II.

1. Диаметр, перпендикулярный к хорде, делится ею на отрезки, равные 8 см и 18 см. Найти длину хорды.

$$(24 \text{ см})$$

2. Через точку, взятую внутри круга, проведена хорда, делящаяся в этой точке на отрезки 3 дм и 12 дм. Определить наименьшую хорду, проходящую через ту же точку.

$$(12 \text{ дм})$$

Вариант III.

1. Хорда одним концом упирается в конец диаметра, равного 9 дм. Определить длину этой хорды, если ее проекция на диаметр равна 4 дм.

$$(\approx 6 \text{ дм})$$

2. Две хорды пересекаются внутри круга. Отрезки одной хорды равны 12 см и 7 см. Один из отрезков второй хорды равен 14 см. Найти второй ее отрезок.

(6 см)

Вариант IV.

1. Хорда равна 12 см. Через один из концов этой хорды проведен диаметр длиной 16 см. Найти длину проекции данной хорды на диаметр.

(9 см)

2. Из точки окружности проведены под прямым углом две хорды, из которых одна отстоит от центра на 12 см, а другая на 5 см. Определить диаметр круга.

(26 см)

III. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ОСТРОГО УГЛА.

Самостоятельная работа № 24.

Таблицы натуральных значений тригонометрических функций. Построение угла по данному значению тригонометрических функций.

Вариант I.

1. Найти числовое значение тригонометрических функций по таблицам:

$$\sin 23^\circ 20'; \cos 42^\circ 15'; \operatorname{tg} 21^\circ 20'; \operatorname{ctg} 32^\circ 17';$$

$$\sin 72^\circ 16'; \cos 65^\circ 26'; \operatorname{tg} 57^\circ 14'; \operatorname{ctg} 62^\circ 47'.$$

2. Построить острый угол α , если $\sin \alpha = \frac{3}{4}$.

Вариант II.

1. Найти числовое значение тригонометрических функций по таблицам:

$$\sin 34^\circ 23'; \cos 17^\circ 19'; \operatorname{tg} 40^\circ 7'; \operatorname{ctg} 38^\circ 35';$$

$$\sin 75^\circ 10'; \cos 82^\circ 17'; \operatorname{tg} 64^\circ 45'; \operatorname{ctg} 71^\circ 49'.$$

2. Построить острый угол α , если $\operatorname{ctg} \alpha = 1,3$.

Вариант III.

1. Найти числовое значение тригонометрических функций по таблицам:

$$\sin 38^{\circ}58'; \cos 8^{\circ}53'; \operatorname{tg} 11^{\circ}44'; \operatorname{ctg} 27^{\circ}35'; \\ \sin 81^{\circ}8'; \cos 52^{\circ}41'; \operatorname{tg} 69^{\circ}21'; \operatorname{ctg} 72^{\circ}22'.$$

2. Построить острый угол α , если $\operatorname{tg} \alpha = 2$.

Вариант IV.

1. Найти числовое значение тригонометрических функций по таблицам:

$$\sin 39^{\circ}52'; \cos 36^{\circ}50'; \operatorname{tg} 16^{\circ}4'; \operatorname{ctg} 14^{\circ}23'; \\ \sin 79^{\circ}43'; \cos 78^{\circ}49'; \operatorname{tg} 74^{\circ}13'; \operatorname{ctg} 46^{\circ}52'.$$

2. Построить острый угол α , если $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

Самостоятельная работа № 25.

Таблицы натуральных значений тригонометрических функций. Решение прямоугольных треугольников.

Вариант I.

1. Найти острый угол α по данным значениям тригонометрических функций, пользуясь таблицами:

$$\sin \alpha = 0,6428; \cos \alpha = 0,8221; \operatorname{tg} \alpha = 0,4663; \operatorname{ctg} \alpha = \\ = 1,732; \\ \sin \alpha = 0,7692; \cos \alpha = 0,8703; \operatorname{tg} \alpha = 0,6568; \operatorname{ctg} \alpha = \\ = 2,050.$$

2. Решить прямоугольный треугольник, если $c = 10,32$;
 $\angle A = 62^{\circ}42'$.

$$(a \approx 9,08; b \approx 6,25; \angle B = 37^{\circ}18'; S \approx 28)$$

Вариант II.

1. Найти острый угол α по данным значениям тригонометрических функций, пользуясь таблицами:

$$\sin \alpha = 0,3420; \cos \alpha = 0,8910; \operatorname{tg} \alpha = 0,4452; \operatorname{ctg} \alpha = \\ = 0,6946;$$

$$\sin \alpha = 0,8191; \quad \cos \alpha = 0,6030; \quad \operatorname{tg} \alpha = 1,1917; \quad \operatorname{ctg} \alpha = 0,1762.$$

2. Решить прямоугольный треугольник, если $a = 6,37$;
 $b = 79,45$.

$$(c = 79,7; \quad \angle A = 4^{\circ}35'; \quad \angle B = 85^{\circ}25'; \quad S \approx 253)$$

Вариант III.

1. Найти острый угол α по данным значениям тригонометрических функций, пользуясь таблицами:

$$\sin \alpha = 0,9135; \quad \cos \alpha = 0,9851; \quad \operatorname{tg} \alpha = 3,291; \quad \operatorname{ctg} \alpha = 1,1184;$$

$$\sin \alpha = 0,5778; \quad \cos \alpha = 0,9656; \quad \operatorname{tg} \alpha = 6,1762; \quad \operatorname{ctg} \alpha = 0,2363.$$

2. Решить прямоугольный треугольник, если $a = 18$;
 $\angle A = 47^{\circ}$.

$$(b = 16,8; \quad c = 24,6; \quad \angle B = 43^{\circ}; \quad S = 151,2)$$

Вариант IV.

1. Найти острый угол α по данным значениям тригонометрических функций, пользуясь таблицами:

$$\sin \alpha = 0,2267; \quad \cos \alpha = 0,3518; \quad \operatorname{tg} \alpha = 0,4578; \quad \operatorname{ctg} \alpha = 1,1918;$$

$$\sin \alpha = 0,2975; \quad \cos \alpha = 0,4745; \quad \operatorname{tg} \alpha = 0,7345; \quad \operatorname{ctg} \alpha = 0,4492.$$

2. Решить прямоугольный треугольник, если $b = 38$;
 $c = 46$.

$$(a \approx 26; \quad \angle A = 34^{\circ}18'; \quad \angle B = 55^{\circ}42'; \quad S \approx 494)$$

Самостоятельная работа № 26.

Решение задач по геометрии с применением тригонометрии. Площади фигур.

Вариант I.

1. В равнобедренном треугольнике основание равно $15,65$ см и угол при основании $A = 59^{\circ}45'$. Найти боковую сторону, угол при вершине и площадь.

$$(a = 15,53 \text{ см}; \quad \angle B = 60^{\circ}30'; \quad S \approx 105 \text{ см}^2)$$

2. Как изменится площадь квадрата, если его сторону увеличить на 200%?

Вариант II.

1. В равнобедренном треугольнике угол при вершине равен 73° , площадь его равна 450 дм^2 . Найти боковую сторону, основание, высоту и угол при основании.

($a \approx 30,68 \text{ дм}$; $b \approx 36,5 \text{ дм}$; $h \approx 24,66 \text{ дм}$; $\angle A = 53^\circ 30'$)

2. Как построить квадрат, равновеликий половине данного квадрата?

Вариант III.

1. Около круга радиуса $r = 5 \text{ см}$ описан ромб с острым углом $36^\circ 47'$. Найти сторону ромба, его диагонали и площадь.

($a \approx 16,7 \text{ см}$; $d_1 \approx 10,55 \text{ см}$; $d_2 \approx 31,7 \text{ см}$; $S \approx 167 \text{ см}^2$)

2. Как разделить треугольник на три равновеликих треугольника прямыми, исходящими из его вершины?

Вариант IV.

1. Диагонали прямоугольника пересекаются под углом в $75^\circ 24'$, площадь прямоугольника 562 дм^2 . Найти стороны прямоугольника.

($\approx 27 \text{ дм}$; $\approx 20,8 \text{ дм}$)

2. Во сколько раз площадь данного треугольника больше площади другого треугольника, вершины которого лежат на середине сторон первого треугольника?

Контрольная работа № 6.

Тригонометрические функции острого угла.

Вариант I.

1. а) Найти синус и косинус угла в $70^\circ 47'$.

б) Найти тангенс и котангенс угла в $49^\circ 55'$.

2. Найти α , если $\cos \alpha = 0,9033$.

3. Диагональ ромба равна 36 см , а его сторона 20 см . Найти углы ромба и площадь.

($51^\circ 40'$; $128^\circ 20'$; $\approx 313,76 \text{ см}^2$)

Вариант II.

- а) Найти синус и косинус угла в $57^{\circ}38'$.
б) Найти тангенс и котангенс угла в $80^{\circ}54'$.
- Найти α , если $\operatorname{ctg} \alpha = 1,5359$.
- Высота равнобедренного треугольника равна 12 см, угол при основании $53^{\circ}8'$. Найти угол при вершине, стороны и площадь.
 $(73^{\circ}44'; \approx 18 \text{ см}; \approx 15 \text{ см}; \approx 108 \text{ см}^2)$

Вариант III.

- а) Найти синус и косинус угла в $58^{\circ}25'$.
б) Найти тангенс и котангенс угла в $71^{\circ}29'$.
- Найти α , если $\operatorname{ctg} \alpha = 0,9849$.
- В равнобедренном треугольнике основание равно 24 см, угол при вершине $73^{\circ}46'$. Найти угол при основании, боковую сторону и площадь.
 $(53^{\circ}7'; \approx 20 \text{ см}; \approx 192 \text{ см}^2)$

Вариант IV.

- а) Найти синус и косинус угла в $36^{\circ}56'$.
б) Найти тангенс и котангенс угла в $32^{\circ}32'$.
- Найти α , если $\operatorname{ctg} \alpha = 1,1925$.
- В равнобедренном треугольнике площадь равна 56 дм^2 , а боковая сторона равна 14 дм. Найти углы, основание и высоту.
 $(34^{\circ}51'; 72^{\circ}34'30''; \approx 8,4 \text{ дм}; \approx 13,36 \text{ дм})$

Самостоятельная работа № 27.

Решение задач при помощи тригонометрических функций острого угла.

Вариант I.

- Наблюдательный пост помещен у берега моря на высоте 150 м над уровнем моря. Угол понижения α катера, находящегося в море, определен с поста в 9° . Определить расстояние (по горизонтальному направлению) от поста до катера.
 $(\approx 947 \text{ м})$

2. Доказать, что площадь параллелограмма равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними.

Вариант II.

1. Из точки, отстоящей на 86,6 м от центра основания башни, вершина башни видна под углом в $22^{\circ}17'$. Определить высоту башни.

($\approx 35,5$ м)

2. Доказать, что площадь треугольника равна половине произведения двух сторон на синус угла между ними.

Вариант III.

1. Горная железная дорога поднимается на 1 м каждые 30 м пути. Найти угол подъема.

($1^{\circ}54'$)

2. Доказать, что площадь ромба равна квадрату его сторон, умноженному на синус острого угла.

Вариант IV.

1. Ширина каждой ступеньки лестницы равна 25 см. Какова должна быть высота ступеньки, для того чтобы угол подъема лестницы был равен 40° ?

(≈ 21 см)

2. Доказать, что площадь прямоугольника равна учетверенному произведению квадрата радиуса описанной окружности на синус острого угла между диагоналями.

Самостоятельная работа № 28.

Решение задач при помощи тригонометрических функций острого угла.

Вариант I.

1. Для укрепления радиомачты имеется стальной трос длиной 10 м. На какой высоте надо прикрепить трос к радиомачте и на каком расстоянии от мачты следует закрепить его в земле, чтобы угол наклона троса к земле был равен 60° ?

(8,7 м; 5 м)

2. К вышке в горах поднимается дорога длиной 1500 м, образуя с горизонтом угол в 5° . На какой высоте от основания горы находится вышка?

(130,8 м)

Вариант II.

1. Сечение полотна железной дороги имеет форму равнобедренной трапеции, основания которой равны 10 м и 35 м. Угол откоса равен 32° . Найти высоту насыпи полотна.

($\approx 7,8$ м)

2. Пожарная механическая лестница, будучи выдвинута на всю длину, достигла высоты 15 м. Угол наклона лестницы к горизонту равен 66° . Найти длину лестницы.

($\approx 16,4$ м)

Вариант III.

1. Длина балки, на которую опираются стропила двускатной крыши, равна 10 м. Найти высоту крыши, зная, что стропила поставлены на балку под углом в 40° .

($\approx 4,2$ м)

2. Отрезок длиной 10 см спроектирован на прямую, к которой наклонен под углом в $10^\circ 30'$. Найти проекцию.

($\approx 9,8$ см)

Вариант IV.

1. Фабричная труба бросает тень в 20 м при угловой высоте Солнца в 32° . Найти высоту трубы.

(≈ 32 м)

2. В круге проведена хорда, стягивающая дугу в 58° . Длина хорды 40 см. Найти радиус круга.

($\approx 41,25$ см)

Контрольная работа № 7.

Решение задач при помощи тригонометрических функций острого угла.

Вариант I.

1. Найти площадь равнобедренной трапеции, меньшее основание которой равно 15 см, а высота равна 10 см и образует с боковой стороной угол в $35^\circ 20'$.

(≈ 221 см²)

2. Что больше: $\cos 20^\circ$ или $\cos 85^\circ$? Ответ обосновать.

Вариант II.

1. Найти площадь равнобедренной трапеции, меньшее основание которой 20 см, высота 15 см и угол при большем основании $34^{\circ}38'$.

($\approx 625,5 \text{ см}^2$)

2. Что больше: $\sin 15^{\circ}$ или $\sin 75^{\circ}$? Ответ обосновать.

Вариант III.

1. Найти площадь равнобедренной трапеции, меньшее основание которой 10 м, боковая сторона 8 м и угол при меньшем основании $114^{\circ}40'$.

($\approx 97,4 \text{ м}^2$)

2. Что больше: $\text{tg } 26^{\circ}$ или $\text{tg } 76^{\circ}$? Ответ обосновать.

Вариант IV.

1. Найти площадь равнобедренной трапеции, большее основание которой 30 дм, боковая сторона 10 дм и угол при большем основании $56^{\circ}22'$.

($\approx 203,7 \text{ дм}^2$)

2. Что больше: $\text{ctg } 18^{\circ}$ или $\text{ctg } 56^{\circ}$? Ответ обосновать.

**IV. ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ.
ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ.**

Самостоятельная работа № 29.

Вписанные и описанные многоугольники.

Вариант I.

1. Зная, что во всяком треугольнике $ab = 2Rh_c$, доказать, что $R = \frac{abc}{4S}$, где a , b , c — стороны треугольника, h_c — высота при основании c , R — радиус описанной окружности.

2. Найти сумму внутренних углов выпуклого пятиугольника.

Вариант II.

1. Доказать, что площадь всякого треугольника равна половине произведения периметра треугольника на радиус вписанной в него окружности.

2. Найти сумму внутренних углов выпуклого семиугольника.

Вариант III.

1. Доказать, что боковая сторона описанной равнобедренной трапеции равна средней линии.

2. Найти сумму внутренних углов выпуклого шестиугольника.

Вариант IV.

1. Доказать, что во всяком прямоугольном треугольнике диаметр вписанной окружности равен разности между суммой катетов и гипотенузы.

2. Найти сумму внутренних углов выпуклого восьмиугольника.

Самостоятельная работа № 30¹.

Вписанные и описанные многоугольники.

Вариант I.

1. Стороны треугольника равны 5 дм, 6 дм, 9 дм. Найти площадь описанного круга.

($22,78\pi$ дм²)

2. Построить равнобедренный треугольник по боковой стороне и радиусу описанной окружности.

Вариант II.

1. Катеты прямоугольного треугольника равны 6 дм и 8 дм. Найти длину вписанной окружности и площадь описанного круга.

(4π дм; 25π дм²)

2. В данную окружность вписать равнобедренный треугольник, угол при вершине которого равен 80° .

Вариант III.

1. Стороны треугольника равны 2,2 м, 6 м, 5 м. Найти площадь описанного круга и радиус вписанной в этот треугольник окружности.

($\approx 3,1 \text{ м}^2$; 0,8 м)

2. Построить равнобедренный треугольник по основанию и радиусу описанной окружности.

Вариант IV.

1. Угол при вершине равнобедренного треугольника 120° , боковая сторона равна 20 см. Найти радиус вписанной и длину описанной окружностей.

($\approx 4,8 \text{ см}$; $40\pi \text{ см}$)

2. В данную окружность вписать равнобедренный треугольник, угол при основании которого равен 42° .

Самостоятельная работа № 31.

Правильные многоугольники.

Вариант I.

1. В данную окружность вписать правильный восьмиугольник.

2. Доказать, что $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$, где a_n — сторона вписанного правильного многоугольника, R — радиус описанной окружности, n — число сторон многоугольника.

Вариант II.

1. Около данной окружности описать правильный шестигульник.

2. Доказать, что во всяком правильном многоугольнике центральный и внешний углы равны между собой.

Вариант III.

1. Построить правильный восьмиугольник по данной его стороне a .

2. Доказать, что $b_n = 2r \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$, где b_n — сторона правильного описанного многоугольника, r — радиус вписанной окружности, n — число сторон многоугольника.

Вариант IV. ;

1. Построить правильный шестиугольник по данной его стороне a .

2. Доказать, что сторона правильного вписанного в окружность треугольника делит радиус описанной окружности, перпендикулярный к этой стороне, пополам.

Самостоятельная работа № 32.

Правильные многоугольники.

Вариант I.

1. Сторона описанного квадрата равна 20 см. Найти площадь вписанного в эту же окружность квадрата.

(200 см²)

2. Найти величину внутреннего и внешнего углов правильного шестиугольника.

(120°; 60°)

Вариант II.

1. Сторона правильного описанного треугольника равна 12 см. Найти площадь вписанного в эту же окружность правильного треугольника.

(9 $\sqrt{3}$ см²)

2. Сколько сторон имеет правильный многоугольник, внутренний угол которого равен 135°?

(8)

Вариант III.

1. Сторона правильного вписанного шестиугольника равна 12 см. Найти площадь описанного около этой же окружности квадрата.

(576 см²)

2. Найти центральный и внутренний углы правильного восьмиугольника.

(45° ; 135°)

Вариант IV.

1. Сторона вписанного в окружность квадрата равна $8\sqrt{2}$ дм. Найти площадь описанного около этой же окружности правильного треугольника.

($192\sqrt{3}$ дм²)

2. Сколько сторон имеет правильный многоугольник, внутренний угол которого равен 144° ?

(10)

Самостоятельная работа № 33.

Правильные многоугольники.

Вариант I.

1. Найти площадь правильного шестиугольника, у которого расстояние между параллельными сторонами равно 18 см.

2. Из круглого железа диаметром 30 мм выточен болт с квадратной головкой. Найти расстояние между противоположными гранями головки.

($15\sqrt{2}$ мм)

Вариант II.

1. Для того чтобы замостить двор, необходимо 52 000 плиток правильной шестиугольной формы со стороной 10 см. Определить площадь двора.

2. Из круглого бревна диаметром 40 см выпилена балка квадратного сечения. Определить наибольший размер, который может иметь сторона квадрата этого сечения.

($20\sqrt{2}$ см)

Вариант III.

1. В куске картона, имеющем форму правильного треугольника со стороной 15 см, срезаны углы так, что получился правильный шестиугольник с наибольшей возможной площадью. Определить площадь этого шестиугольника.

2. Шаблон для гайки имеет угол в 120° . Сколько граней имеет гайка?

(6)

Вариант IV.

1. Вычислить площадь правильного шестиугольника, построенного на диагонали прямоугольника, имеющего стороны 3 см и 8 см .

2. Расстояние между параллельными гранями шестигранной колонны равно 30 см . Найти сторону поперечного сечения колонны.

$(10\sqrt{3}\text{ см})$

Контрольная работа № 8.

Вписанные и описанные многоугольники.

Правильные многоугольники.

Вариант I.

1. В окружность вписаны квадрат и правильный шестиугольник. Периметр квадрата равен 42 мм . Найти периметр шестиугольника.

$(44,4\text{ мм})$

2. Около окружности описана равнобедренная трапеция, средняя линия которой равна 20 см . Найти длину вписанной окружности, зная, что угол при меньшем основании трапеции равен 150° .

$(10\pi\text{ см})$

3. Найти внутренний угол правильного десятиугольника.

Вариант II.

1. В окружность вписаны квадрат и правильный треугольник. Периметр треугольника равен 30 мм . Найти площадь квадрата.

$(\approx 67\text{ мм}^2)$

2. Три последовательные стороны четырехугольника, описанного около окружности, равны 7 см , 10 см и 15 см . Найти периметр этого четырехугольника.

(44 см)

3. Найти сумму внутренних углов выпуклого семиугольника.

(900°)

Вариант III.

1. Периметр правильного вписанного шестиугольника равен 36 *дм*. Найти площадь правильного треугольника описанного около этой же окружности.

$$(108 \sqrt{3} \text{ дм}^2)$$

2. Около круга описана равнобедренная трапеция, средняя линия которой равна 15 *см*. Найти ее периметр и боковую сторону.

$$(15 \text{ см}; 60 \text{ см})$$

3. Сколько сторон имеет правильный многоугольник, внутренний угол которого равен 150° ?

$$(12)$$

Вариант IV.

1. В окружность вписан правильный треугольник и около нее описан правильный шестиугольник. Периметр треугольника 36 $\sqrt{3}$ *см*. Найти площадь описанного шестиугольника.

$$(288 \sqrt{3} \text{ см}^2)$$

2. В равнобедренную трапецию вписана окружность, диаметр которой равен 24 *см*. Найти площадь трапеции, зная, что угол при большем основании равен 45° .

$$(576 \sqrt{2} \text{ см}^2)$$

3. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, сумма внутренних углов которого равна $16d$?

$$(10)$$

**V. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ И ОБЪЕМОВ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ.**

Самостоятельная работа № 34.

Поверхность и объем призмы.

Вариант I.

1. Полная поверхность куба равна 54 *см*². Найти его объем.

$$(27 \text{ см}^3)$$

2. Сторона основания правильной треугольной призмы 5 *см*, боковое ребро 7 *см*. Найти полную поверхность призмы.

$$(126,25 \text{ см}^2)$$

Вариант II.

1. Объем куба равен 125 дм^3 . Найти его боковую поверхность.

$$(100 \text{ дм}^2)$$

2. Сторона основания правильной четырехугольной призмы равна 4 дм , боковое ребро равно 6 дм . Найти полную поверхность призмы.

$$(128 \text{ дм}^2)$$

Вариант III.

1. Диагональ грани куба равна $6\sqrt{2} \text{ дм}$. Найти его полную поверхность и объем.

$$(216 \text{ дм}^3; 216 \text{ дм}^2)$$

2. Сторона основания правильной шестиугольной призмы 8 см , боковое ребро 10 см . Найти полную поверхность призмы.

$$(\approx 812,5 \text{ см}^2)$$

Вариант IV.

1. Из 10 кг свинца отлит куб. Найти поверхность куба (удельный вес свинца $11,4$; угар во внимание не принимается).

$$(\approx 549,5 \text{ см}^2)$$

2. Сторона основания правильной восьмиугольной призмы равна 4 дм . Боковое ребро призмы 6 дм . Найти полную поверхность призмы.

$$(\approx 346 \text{ дм}^2)$$

Самостоятельная работа № 35.

Поверхность и объем правильной призмы.

Вариант I.

1. Сколько квадратных метров фанеры необходимо для изготовления 50 ящиков (с крышками) кубической формы с ребром $0,6 \text{ м}$?

$$(108 \text{ кв. м})$$

2. Диагональ правильной четырехугольной призмы равна 13 см, а диагональ ее боковой грани 12 см. Найти ее полную поверхность и объем.

$$(\approx 268 \text{ см}^2; \approx 272,5 \text{ см}^3)$$

Вариант II.

1. Сколько коробок (с крышками) формы правильной четырехугольной призмы со стороной основания 0,4 м и высотой 0,5 м можно изготовить из 20 листов картона размером 1,4 м \times 0,7 м? На швы прибавить 2%.

$$(17 \text{ коробок})$$

2. Все ребра правильной треугольной призмы равны между собой. Боковая поверхность равна 48 дм². Найти объем призмы.

$$(\approx 27,7 \text{ дм}^3)$$

Вариант III.

1. Сколько весит железная колонна, имеющая вид правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой 12 см и высота 78 см (удельный вес 7,4)?

$$(\approx 116 \text{ кг})$$

2. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 4 см. Боковая поверхность равновелика сумме оснований. Найти объем этой призмы.

$$(8 \text{ см}^3)$$

Вариант IV.

1. Плитка в форме правильного шестиугольника со стороной 3,2 см и толщиной 0,7 см весит 17,3 г. Найти удельный вес материала, из которого сделана плитка.

$$(\approx 0,93)$$

2. В правильной шестиугольной призме площадь наибольшего диагонального сечения равна 4 дм², а расстояние между двумя противоположащими боковыми гранями 2 дм. Найти объем призмы.

$$(6 \text{ дм}^3)$$

Самостоятельная работа № 36.

Поверхность пирамиды.

Вариант I.

Определить полную поверхность правильной треугольной пирамиды, если высота ее 8 дм, апофема 10 дм.

$$(468 \sqrt{3} \text{ дм}^2)$$

Вариант II.

В правильной четырехугольной пирамиде боковая поверхность 14,76 дм², а полная поверхность 18 дм². Определить сторону основания и высоту пирамиды.

$$(a = 1,8 \text{ дм}; h = 4 \text{ дм})$$

Вариант III.

Определить сторону основания и апофему правильной треугольной пирамиды, боковое ребро которой 5 см и боковая поверхность 36 см².

$$(8 \text{ см и } 3 \text{ см или } 6 \text{ см и } 4 \text{ см})$$

Вариант IV.

В правильной четырехугольной пирамиде определить сторону основания, если боковое ребро 5 см, а полная поверхность 16 см².

$$(1,4 \text{ см})$$

Самостоятельная работа № 37.

Поверхность и объем правильной пирамиды.

Вариант I.

1. Площадь основания правильной четырехугольной пирамиды 36 дм², а боковая поверхность 60 дм². Найти полную поверхность и объем.

$$(96 \text{ дм}^2; 48 \text{ дм}^3)$$

2. Сколько кубических метров воздуха в палатке, имеющей форму правильной четырехугольной призмы, если высота ее 4 м, а сторона основания 5 м?

Вариант II.

1. Определить объем и полную поверхность правильной треугольной пирамиды, у которой сторона основания равна 6 см, а боковые ребра взаимно перпендикулярны.

$$(\approx 9\sqrt{2} \text{ см}^3; \approx 42,6 \text{ см}^2)$$

2. Над квадратной беседкой пирамидальная четырехскатная крыша, у которой основание 6 м, высота 4 м. Найти поверхность этой крыши.

Вариант III.

1. Ребро правильного тетраэдра 3 дм. Найти полную поверхность и объем тетраэдра.

$$(9\sqrt{3} \text{ дм}^2; 2,25\sqrt{2} \text{ дм}^3)$$

2. Дана пирамида с высотой 10 см, сторонами прямоугольного основания 3 см и 4 см и прямоугольная призма с ребрами 4 см, 8 см, 10 см. Во сколько раз объем призмы больше объема пирамиды?

Вариант IV.

1. Сторона основания правильной треугольной пирамиды 6 см, а боковое ребро образует с плоскостью основания угол в 45° . Определить объем и полную поверхность пирамиды.

$$[18 \text{ см}^3; 9\sqrt{3}(1 + \sqrt{5}) \text{ см}^2]$$

2. Шатер, обтянутый парусиной, имеет вид правильной четырехугольной пирамиды с боковым ребром 5 м и основанием 4 м. Сколько квадратных метров парусины пошло на шатер?

Контрольная работа № 9.

Поверхность и объем призмы и пирамиды.

Вариант I.

1. Найти объем и боковую поверхность правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой 8 дм, а боковое ребро 12 дм.

$$(1152\sqrt{3} \text{ дм}^3; 576 \text{ дм}^2)$$

2. Объем правильной четырехугольной пирамиды равен 125 см^3 , высота 15 см . Найти сторону основания пирамиды. (5 см)

3. Начертить развертку правильной треугольной призмы со стороной основания 3 см и боковым ребром 5 см и вычислить боковую поверхность призмы.

Вариант II.

1. Основанием правильной призмы является треугольник со стороной 6 дм , высота призмы 12 дм . Найти объем и полную поверхность призмы.

$$[108 \sqrt{3} \text{ дм}^3; (216 + 18 \sqrt{3}) \text{ дм}^2]$$

2. Объем правильной треугольной пирамиды равен $20,4 \text{ дм}^3$, а сторона основания 4 дм . Найти высоту пирамиды.

$$(\approx 9 \text{ дм})$$

3. Начертить развертку правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания $3,5 \text{ см}$ и апофемой 6 см и вычислить полную поверхность пирамиды.

$$(54,25 \text{ см}^2)$$

Вариант III.

1. Определить вес железобетонной балки длиной 6 м , поперечное сечение которой — квадрат со стороной $0,5 \text{ м}$ (удельный вес данного состава железобетона 4).

$$(6 \text{ т})$$

2. Полная поверхность правильной четырехугольной пирамиды 96 дм^2 , апофема ее равна 5 дм . Найти объем пирамиды.

$$(48 \text{ дм}^3)$$

3. Начертить развертку правильной треугольной пирамиды со стороной основания $2,5 \text{ см}$ и апофемой $4,4 \text{ см}$ и вычислить боковую поверхность этой пирамиды.

$$(16,5 \text{ см}^2)$$

Вариант IV.

1. Чугунный полый куб, наружное ребро которого 260 мм , имеет толщину стенок 30 мм . Найти его вес, полагая удельный вес чугуна равным $7,4$.

$$(\approx 71 \text{ кг})$$

2. Объем правильной четырехугольной пирамиды 384 см^3 , сторона основания 12 см . Найти полную поверхность этой пирамиды.

(384 см^2)

3. Начертить развертку правильной четырехугольной призмы, сторона основания которой 5 см , а боковое ребро 7 см , и вычислить полную поверхность этой призмы.

(190 см^2)

Самостоятельная работа № 38.

Поверхность цилиндра.

Вариант I.

1. Радиус основания цилиндра 4 дм , образующая 10 дм . Найти полную поверхность цилиндра.

($112\pi \text{ дм}^2$)

2. Ноты надо запаковать в открытую с обеих сторон цилиндрическую трубку, диаметр которой 7 см , а длина 60 см . Каких размеров надо взять лист картона, чтобы сделать такую трубку? Для склеивания вдоль трубки надо оставить край шириной 3 см .

Вариант II.

1. Площадь осевого сечения цилиндра — квадрат, площадь которого 36 см^2 . Найти полную поверхность цилиндра.

($54\pi \text{ см}^2$)

2. Диаметр цилиндра 30 см , а высота 10 см . С какой силой давит на него окружающий воздух, если давление воздуха на каждый квадратный сантиметр равно 1 кг ?

Вариант III.

1. Определить полную поверхность равностороннего цилиндра, боковая поверхность которого равна $100\pi \text{ дм}^2$.

($150\pi \text{ дм}^2$)

2. Сколько квадратных сантиметров жести пойдет на водосточную трубу длиной $3,5 \text{ м}$ и диаметром 30 см ? На загибы вдоль трубы надо оставить полоску шириной 10 см .

Вариант IV.

1. В цилиндре радиус основания 2 дм , а высота 7 дм . Определить радиус круга, равновеликого полной поверхности этого цилиндра.

(6 дм)

2. Из листа железа $2 \text{ м} \times 1 \text{ м}$ изготовили водосточную трубу длиной 2 м . Каков диаметр этой трубы?

Самостоятельная работа № 39.

Поверхность цилиндра.

Вариант I.

1. Цилиндрический паровой котел имеет $0,7 \text{ м}$ в диаметре, длина его равна $3,8 \text{ м}$. Как велико давление на полную поверхность котла, если считать давление на 1 см^2 равным 10 кг ?

($\approx 912 \text{ Т}$)

2. Образующая равностороннего цилиндра равна l . Найти боковую поверхность этого цилиндра.

(πl^2 кв. ед.)

Вариант II.

1. Цилиндрическая дымовая труба диаметром 65 см имеет высоту 18 м . Сколько квадратных метров листового железа нужно на ее изготовление, если на заклепку уходит 10% всего необходимого количества железа?

($\approx 40,7 \text{ м}^2$)

2. В цилиндре площадь основания равна Q , а площадь осевого сечения равна T . Определить полную поверхность этого цилиндра.

($\pi T + 2Q$)

Вариант III.

1. Подвал полуцилиндрической формы имеет 6 м в длину и $5,8 \text{ м}$ в диаметре. Определить полную поверхность подвала.

($\approx 116 \text{ м}^2$)

2. Сколько квадратных метров жести необходимо на изготовление 10 ведер цилиндрической формы с диаметром дна 30 см и высотой 40 см ?

($\approx 4,5 \text{ м}^2$)

Вариант IV.

1. Найти поверхность нагрева 20 дымогарных труб котла паровоза, если диаметр каждой трубы 50 мм, а длина ее 5 м.

$$(\approx 15,7 \text{ м}^2)$$

2. Цилиндр с диаметром основания 20 см и образующей 25 см разделен плоскостью осевого сечения на две равные части. Найти полную поверхность одной из половин.

$$(\approx 16 \text{ дм}^2)$$

Самостоятельная работа № 40.

Объем цилиндра.

Вариант I.

1. Развертка боковой поверхности цилиндра — квадрат, сторона которого равна 4 дм. Найти объем этого цилиндра.

$$(\approx 5,1 \text{ дм}^3)$$

2. Силосная башня цилиндрической формы с внутренним диаметром 5 м имеет высоту 6 м. Вычислить вместимость башни.

$$(\approx 118 \text{ м}^3)$$

Вариант II.

1. Боковая поверхность цилиндра $120\pi \text{ дм}^2$, диаметр его основания 10 дм. Найти объем цилиндра.

$$(300\pi \text{ дм}^3)$$

2. Определить вес стального вала, диаметр которого 50 мм и длина 4 м. Удельный вес стали 7,8.

$$(\approx 61,23 \text{ кг})$$

Вариант III.

1. Полная поверхность цилиндра $500\pi \text{ см}^2$, диаметр его основания 20 см. Найти объем.

$$(1500\pi \text{ см}^3)$$

2. В сосуд цилиндрической формы с водой опущен кусок горной породы; при этом вода поднялась на 5 см. Определить объем опущенного куска породы, если диаметр сосуда 10 см.

$$(\approx 392,5 \text{ см}^3)$$

Вариант IV.

1. Какой высоты должен быть цилиндрический сосуд, внутренний диаметр которого равен 10 см, чтобы вместимость его была 4 л?

(51 см)

2. Сколько тонн бензина вмещает цистерна цилиндрической формы, диаметр которой 4 м и длина 6 м? Удельный вес бензина 0,7.

(53 т)

Самостоятельная работа № 41.

Поверхность и объем конуса.

Вариант I.

1. Найти полную поверхность равностороннего конуса, образующая которого равна 12 дм.

(108π дм²)

2. Каков объем наибольшего конуса, который можно выточить из кубического куска дерева, ребро которого 30 см?

Вариант II.

1. Высота конуса 8 см, образующая 10 см. Найти полную поверхность.

(96π см²)

2. Сколько конусов высотой 4 дм и диаметром основания 3 дм можно отлить из медного цилиндра, длина которого 20 дм, а диаметр 6 дм?

Вариант III.

1. Высота конуса 12 дм, радиус основания 5 дм. Найти полную поверхность конуса.

(90π дм²)

2. Песок, лежащий в виде конической кучи, высота которой 3 м и диаметр 4 м, надо рассыпать ровным слоем по дорожке, ширина которой 1 м, а длина 24,8 м. Какой высоты получится слой песка?

Вариант IV.

1. Сколько квадратных метров парусины необходимо на палатку конической формы высотой 3,5 м и с диаметром основания 4 м?

($\approx 25,3 \text{ м}^2$)

2. Из куска дерева, имеющего форму куба с ребром 20 см, надо выточить конус наибольших размеров. Вычислить объем этого конуса.

Самостоятельная работа № 42.

Поверхность и объем конуса.

Вариант I.

1. Куча каменного щебня имеет форму конуса, длина окружности основания которого равна 18,84 м и угол откоса 40° . Определить вес щебня в куче, считая удельный вес равным 2,1.

($\approx 50 \text{ т}$)

2. Радиус основания конуса 5 дм. Образующая наклонена к плоскости основания под углом $35^\circ 18'$. Найти боковую поверхность и объем.

Вариант II.

1. Коническая медная деталь имеет диаметр основания 6 см и образующую 5 см. Определить угол при вершине осевого сечения и вес детали, полагая удельный вес меди равным 8,9.

($73^\circ 44'$; $\approx 0,35 \text{ кг}$)

2. Высота конуса 15 см. Образующая наклонена к плоскости основания под углом $53^\circ 6'$. Найти боковую поверхность и объем.

Вариант III.

1. Куча гравия имеет форму конуса, окружность основания которого 31,4 м, а угол откоса 36° . Определить вес гравия, считая удельный вес равным 1,8.

(171 т)

2. Образующая конуса равна 10 дм и наклонена к плоскости основания под углом $42^\circ 18'$. Найти боковую поверхность и объем.

Вариант IV.

1. Определить угол наклона образующей конуса к плоскости его основания, если высота конуса 12 см, а образующая 15 см.

$$(\alpha = 53^{\circ}9')$$

2. Высота конуса 12 дм, угол между высотой и образующей $22^{\circ}24'$. Найти боковую поверхность и объем конуса.

Самостоятельная работа № 43.

Шар, его поверхность и объем.

Вариант I.

1. Шарообразный кусок глины диаметром 10 см переделан в конус такого же диаметра. Какова высота полученного конуса?

2. Найти вес стального шарика, радиус которого равен 12 мм. Удельный вес стали 7,9.

$$(\approx 0,057 \text{ кг})$$

Вариант II.

1. 8 резиновых мячей, радиус которых равен 3 см, уложены в кубический ящик, ребро которого равно 12 см. Свободные промежутки заполнены опилками. Сколько для этого потребовалось опилок (по объему)?

2. Найти вес медного шара, радиус которого 12 см. Удельный вес меди 8,9.

$$(\approx 64 \text{ кг})$$

Вариант III.

1. Сколько свинцовых дробинок диаметром 0,6 см можно вылить из свинцового цилиндра, высота которого 18 см, а диаметр 40 мм?

2. Около шара описан цилиндр. Найти отношение их поверхностей и объемов.

$$(2:3)$$

Вариант IV.

1. Сколько дробинок можно приготовить из 2 кг свинца, если диаметр дробинок равен 2 мм? (1 куб. см свинца весит 12 г.)

2. Два медных шара имеют в диаметре один 8 дм, а второй 4 дм. Во сколько раз первый шар тяжелее второго?

(В 8 раз)

Контрольная работа № 10.

Круглые тела. Поверхность и объем.

Вариант I.

1. Металлический шар радиуса 6 дм надо перелить в цилиндр с высотой 6 дм. Какой длины будет радиус основания цилиндра?

($\approx 6,9$ дм)

2. Внутренний диаметр чугунного полого шара 8 см, а внешний 10 см. Определить вес шара. Удельный вес чугуна 7,3.

($\approx 1,9$ кг)

Вариант II.

1. Стог сена имеет форму цилиндра с коническим верхом. Радиус их общего основания 2,5 м. Высота стога 4 м, причем цилиндрическая часть стога имеет высоту 2,2 м. Удельный вес сена 0,03. Определить вес стога.

($\approx 1,6$ т)

2. Объем стенок полого шара равен 876π см³, а толщина их 3 см. Определить наружную и внутреннюю поверхность шара.

(400π см²; 196π см²)

Вариант III.

1. Жидкость, налитая в конический сосуд, высота которого 0,18 м и диаметр основания 0,24 м, перелита в цилиндрический сосуд, диаметр основания которого 0,10 м. Каков будет уровень жидкости в цилиндрическом сосуде?

($\approx 0,35$ м)

2. Будет ли плавать в воде полый стальной шар с наружным диаметром 12 см и толщиной стенок 0,2 см? Удельный вес стали 7,9 (ответ обосновать вычислением).

(Да)

Вариант IV.

1. В цилиндрический сосуд с водой диаметром 12 см опущена медная деталь конической формы, радиус основания которой 5 см и образующая 13 см. На какую высоту поднялась вода в сосуде?

$$\left(2\frac{7}{9} \text{ см}\right)$$

2. Внешний диаметр полого алюминиевого шара 18 см, толщина стенок 3 см. Определить вес стенок и установить, будет ли шар плавать в воде. Удельный вес алюминия 2,7.

$$(5,8 \text{ кг; да})$$

VI. ИТОВОГОЕ ПОВТОРЕНИЕ.

Самостоятельная работа № 44^г.

Общий отдел.

Вариант I.

1. Построить треугольник по основанию и медианам боковых сторон.

2. Диагонали ромба относятся, как 1,5:2; периметр ромба равен 40 см. Найти площадь ромба и высоту.

$$(96 \text{ см}^2; 9,6 \text{ см})$$

Вариант II.

1. Построить трапецию, если даны ее диагонали, угол между ними и боковая сторона.

2. Участок земли имеет форму равнобедренной трапеции, большее основание которой 64 м, угол при этом основании равен 30° и боковая сторона равна 14 м. Какова площадь участка?

$$(\approx 364 \text{ м}^2)$$

Вариант III.

1. Построить ромб, если даны сумма стороны и диагонали и один из углов.

2. Основания и боковая сторона равнобедренной трапеции относятся, как $10:4:5$. Площадь трапеции равна 112 см^2 . Найти периметр трапеции.

(48 см)

Вариант IV.

1. Построить прямоугольник по стороне и сумме диагонали с другой стороной.

2. Прямые, соединяющие середины противоположных сторон выпуклого четырехугольника, 6 см и 8 см , а одна из диагоналей равна 10 см . Найти площадь четырехугольника.

(48 см²)

Самостоятельная работа № 45.

Общий отдел.

Вариант I.

1. В треугольник вписан параллелограмм, угол которого совпадает с углом треугольника. Стороны треугольника, заключающие этот угол, равны 20 см и 25 см , а соответственно параллельные им стороны параллелограмма относятся, как $6:5$. Определить стороны параллелограмма.

(12 см; 10 см)

2. Найти длину окружности и площадь круга, описанного около прямоугольника, стороны которого равны 5 дм и 12 дм .

Вариант II.

1. В треугольник, основание которого 24 дм , а высота 8 дм , вписан прямоугольник, стороны которого относятся, как $5:9$, причем большая сторона лежит на основании треугольника. Найти стороны прямоугольника.

(5 дм; 9 дм)

2. Как велика площадь части циферблата часов, которую прошла минутная стрелка за 15 мин ? Длина стрелки 40 см .

Вариант III.

1. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 12 см . Через середину высоты треугольника проведена прямая, параллельная одной из боковых сторон треуголь-

ника, до пересечения с двумя другими сторонами. Найти длину отрезка этой прямой внутри треугольника.

(9 см)

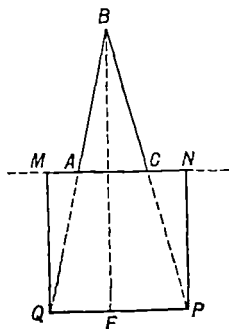
2. Построить круг, площадь которого равна сумме площадей двух данных кругов.

Вариант IV.

1. Основание треугольника равно 10 дм, а высота 20 дм. Найти сторону квадрата, две вершины которого находятся на продолжениях основания, а две другие — на продолжениях боковых сторон (черт. 20).

(20 дм)

2. Построить круг, площадь которого равна разности площадей двух данных кругов.



Черт. 20.

Самостоятельная работа № 46.

Общий отдел.

Вариант I.

1. Превратить данный треугольник в равновеликий ему прямоугольник с тем же основанием.

2. Найти площадь поперечного сечения стальной трубы, внешний диаметр которой равен 24 мм, а внутренний — 20 мм.

(44π мм²)

Вариант II.

1. Данный треугольник превратить в равновеликий ему квадрат.

2. На тепловозе поставлен счетчик числа оборотов его ведущего колеса, диаметр которого 1,2 м. Найти скорость поезда в час, если в минуту счетчик отметил 280 оборотов.

(≈ 63 км в час)

Вариант III.

1. Превратить данный равнобедренный треугольник в равновеликий ему прямоугольник с той же высотой.

2. Пол беседки имеет форму правильного двенадцатиугольника, сторона которого 2 м. Найти площадь пола беседки.

$$(\approx 45 \text{ м}^2)$$

Вариант IV.

1. Построить квадрат, равновеликий половине данного квадрата.

2. Найти площадь правильного шестиугольника, описанного около окружности радиуса $r = 15 \text{ см}$.

$$(\approx 779 \text{ см}^2)$$

Самостоятельная работа № 47.

Общий отдел.

Вариант I.

1. Построить острый угол α , если $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

2. В равнобедренном треугольнике основание равно 24 см и высота 9 см. Найти углы и боковую сторону треугольника.

$$(36^\circ 52'; 36^\circ 52'; 106^\circ 16'; 15 \text{ см})$$

Вариант II.

1. Построить острый угол α , если $\cos \alpha = \frac{3}{4}$.

2. Основания равнобедренной трапеции равны 20 дм и 28 дм. Угол при большем основании равен $58^\circ 14'$. Найти площадь трапеции и боковую сторону.

$$(155 \text{ дм}^2; \approx 7,6 \text{ дм})$$

Вариант III.

1. Построить острый угол α , если $\operatorname{tg} \alpha = 1,7$.

2. В круг радиуса 20 см вписан правильный треугольник, на стороне которого построен квадрат. Найти отношение площади квадрата к площади треугольника.

$$\left(\frac{4\sqrt{3}}{3} \right)$$

Вариант IV.

1. Построить острый угол α , если $\operatorname{ctg} \alpha = 0,7$.

2. В круг радиуса 10 см вписан квадрат, на стороне которого построен правильный треугольник. Найти отношение площади этого треугольника к площади квадрата.

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

Самостоятельная работа № 48.

Общий отдел.

Вариант I.

1. Из листового железа требуется изготовить открытый бак формы прямоугольного параллелепипеда вместительностью 12 м^3 . Размеры дна $3 \text{ м} \times 2 \text{ м}$. Какой высоты должен быть бак и сколько квадратных метров железа необходимо на его изготовление? На швы прибавить 2,5%.

$$(2 \text{ м}; \approx 27 \text{ кв. м})$$

2. AB — диаметр, AC — хорда, AD — ее проекция на диаметр AB . Определить хорду AC , если радиус окружности равен r и $AC = DB$.

$$[r(\sqrt{5} - 1)]$$

Вариант II.

1. Железобетонная колонна имеет форму правильной шестиугольной призмы, высота которой 4 м и сторона основания 0,2 м. Определить вес колонны. Удельный вес железобетона 2,5.

$$(\approx 1,04 \text{ т})$$

2. В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит противолежащий катет на отрезки m и n ($m > n$). Определить другой катет и гипотенузу.

$$\left(n \sqrt{\frac{m+n}{m-n}}; m \sqrt{\frac{m+n}{m-n}}\right)$$

Вариант III.

1. Сколько кубических метров земли вынули при рытье канала длиной 100 м, если поперечное сечение канала — равнобедренная трапеция с основаниями 3 м и 2 м. Глубина канала 1,75 м.

$$(\approx 437,5 \text{ м}^3)$$

2. Определить сторону ромба, если его диагонали относятся, как $m:n$, и площадь равна Q .

$$\left[\sqrt{\frac{Q(m^2 + n^2)}{2mn}} \right]$$

Вариант IV.

1. Золотая пластинка весом 7,2 г имеет форму правильного шестиугольника со стороной 4 см. Определить толщину пластинки. Удельный вес золота 19,3.

$$(\approx 0,09 \text{ мм})$$

2. В прямоугольной трапеции острый угол при основании равен 30° , сумма оснований равна m , а сумма боковых сторон — n . Определить площадь трапеции.

$$\left(\frac{mn}{6} \right)$$

Самостоятельная работа № 49.

Общий отдел.

Вариант I.

1. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 18 см. Боковое ребро образует со стороной основания угол в 60° . Найти полную поверхность пирамиды.

2. В равнобедренной трапеции нижнее основание равно 44 см, боковая сторона — 17 см и диагональ — 39 см. Найти площадь трапеции.

$$(540 \text{ см}^2)$$

Вариант II.

1. Диагональ основания правильной четырехугольной пирамиды равна 18 см и образует с боковым ребром угол в 30° . Найти объем пирамиды.

2. Площадь равностороннего треугольника равна 600 см^2 . Определить сторону.

$$(\approx 37 \text{ см})$$

Вариант III.

1. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 10 см и образует с боковым ребром угол в 30° . Найти объем пирамиды.

2. В прямоугольном треугольнике катеты равны a и b . Найти длину перпендикуляра, опущенного из вершины прямого угла на гипотенузу.

$$\left(\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

Вариант IV.

1. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 16 дм и образует с апофемой пирамиды угол в 38° . Найти полную поверхность пирамиды.

2. Определить площадь параллелограмма, у которого стороны равны a и b и угол между ними 60° .

$$\frac{ab\sqrt{3}}{2}$$

Самостоятельная работа № 50.

Общий отдел.

Вариант I.

1. В равнобедренном треугольнике высота, проведенная к боковой стороне, равна 12 см, а основание 15 см. Найти боковую сторону, углы и площадь.

2. Поверхность шара содержит m кв. см. Определить его объем.

3. Из меди и железа вылиты два шара, имеющие один и тот же диаметр 2,2 см. На сколько медный шар тяжелее железного? Удельный вес меди 8,93, железа — 7,84.
(На 6,07 г)

Вариант II.

1. Найти углы, боковую сторону и площадь равнобедренного треугольника, основание которого 20 см, а периметр 56 см.

2. Определить поверхность шара по его объему Q .

3. Из свинца и алюминия вылиты два шара, имеющие

одинаковый диаметр 3,4 см. На сколько свинцовый шар тяжелее алюминиевого? Удельный вес свинца 11,4, алюминия — 2,58.

($H \approx 0,2 \text{ кг}$)

Вариант III.

1. В равнобедренном треугольнике высота равна 12 см, угол при вершине 72° . Найти стороны, угол при основании и площадь.

2. Объем шара содержит 113,04 куб. см. Определить диаметр шара.

3. Чугунный шар, диаметр которого 5 см, опущен в цилиндр, наполненный доверху водой и имеющий радиус основания 2,5 см и высоту 5 см. Определить вес воды, оставшейся в цилиндре.

($\approx 32,7 \text{ г}$)

Вариант IV.

1. В равнобедренном треугольнике основание равно 20 см, угол при основании 70° . Найти боковую сторону, угол при вершине и площадь.

2. Поверхность шара содержит 706,5 кв. см. Как велик его радиус?

3. Термометр состоит из трубки, внутренний диаметр которой равен 0,2 см, и шарика, внутренний диаметр которого равен 2,4 см. Ртуть в трубке стоит на высоте 4 см над шариком. Сколько ртути в термометре?

($\approx 100 \text{ г}$)

Итоговая контрольная работа.

Общий отдел.

Вариант I.

1. Моток медной проволоки диаметром 1,6 мм весит 8 кг. Определить длину этой проволоки, если удельный вес меди 8,8.

(450 м)

2. В прямоугольном треугольнике перпендикуляр, опущенный из вершины прямого угла на гипотенузу, делит гипотенузу на отрезки в 4 дм и 9 дм. Найти катеты.

(7,2 дм; 10,8 дм)

Вариант II.

1. Диаметр дна цилиндрического сосуда 16 см. Какой высоты должен быть сосуд, чтобы вместимость его была равна 4 л?

(20 см)

2. Перпендикуляр, опущенный из точки C , взятой на окружности, на диаметр AB , равен 8 см, а хорда AC равна 12 см. Найти радиус окружности.

(8,03 см)

Вариант III.

1. Определить вес цилиндрической железобетонной колонны высотой 4 м и диаметром поперечного сечения 0,75 м. Удельный вес железобетона 2.

($\approx 3,52$ т)

2. Из точки окружности проведены под прямым углом две хорды, из которых одна отстоит от центра на 12 см, а другая на 5 см. Определить радиус круга.

(13 см)

Вариант IV.

1. Определить вес железной трубы длиной 4 м, внешний диаметр которой 30 мм, внутренний — 20 мм. Удельный вес железа 7,9.

(12,4 кг)

2. Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника соответственно равны 22 дм и 28 дм. Определить отрезки гипотенузы, на которые разделило ее основание перпендикуляра, опущенного из вершины прямого угла на гипотенузу.

($17\frac{2}{7}$ дм; $10\frac{5}{7}$ дм)

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Предисловие	3
-----------------------	---

Алгебра

I. Повторение по курсу алгебры VI и VII классов	5
II. Вычисления при помощи счетной линейки	20
III. Простейшие преобразования с квадратными корнями	24
IV. Квадратные уравнения	34
V. Функции и их графики	62
VI. Итоговое повторение	72

Геометрия

I. Повторение по курсу геометрии VI и VII классов	103
II. Подобие фигур	111
III. Тригонометрические функции острого угла	133
IV. Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники	140
V. Вычисление поверхностей и объемов геометрических тел	146
VI. Итоговое повторение	159