УЧЕБНИКЪ ГЕОМЕТРІИ

СЪ ПРИЛОЖЕНІЕМЪ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХЪ СТАТЕЙ.

С. И. ШОХОРЪ-ТРОЦКІЙ.

УЧЕБНИКЪ ГЕОМЕТРІИ

ДЛЯ СРЕДНИХЪ УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ,

СЪ ПРИЛОЖЕНІЕМЪ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХЪ СТАТЕЙ

(305 политипажей въ текстѣ).

Изданіе А. А. Карцева,

Москва, Мясницкая, Фуркасовскій пер., д. Обидиной.

1891.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Предлагаемый „Учебникъ Геометріи“ отличается отъ другихъ сочиненій по тому же предмету слѣдующими особенностями:

1) Всѣ болѣе или менѣе важныя, но обыкновенно не высказываемыя положенія, принимаемыя въ геометріи безъ доказательства, въ этомъ сочиненіи всякій разъ формулируются, въ видѣ отдѣльныхъ допущеній (постулатовъ), такъ какъ на этихъ допущеніяхъ основываются доказательства цѣлаго ряда зависящихъ отъ каждаго изъ нихъ теоремъ. Такая формулировка необходима не только съ логической, но и съ педагогической точки зрѣнія. Такимъ образомъ получается цѣлый рядъ допущеній:

а) относительно прямой линіи: прямая линія безконечна, непрерывна, простирается по обѣ стороны любой своей точки и дѣлима на части; изъ всякой точки пространства можетъ быть проведена прямая линія; изъ всякой точки пространства можетъ быть проведено безчисленное множество прямыхъ линій; черезъ всякія двѣ точки можетъ быть проведена прямая линія; черезъ всякія двѣ точки можетъ быть проведена только одна прямая линія; отрѣзокъ прямой линіи, соединяющій двѣ точки пространства, меньше отрѣзка всякой другой линіи, соединяющаго тѣ же точки; прямая линія можетъ быть принята за ось вращенія той фигуры, въ составъ которой она входитъ;

б) относительно плоскости: чрезъ всякую прямую линію можетъ быть проведена плоскость; чрезъ всякую прямую можетъ быть проведено безчисленное множество плоскостей; если прямая имѣетъ съ плоскостью двѣ общія точки, то всѣ точки этой прямой находятся въ данной плоскости; если въ плоскости взяты прямая и двѣ точки по разныя стороны этой прямой, то всякая линія, проведенная въ той же плоскости чрезъ эти двѣ точки, имѣетъ съ данной прямой хоть одну общую точку; если плоскость вращать вокругъ прямой, лежащей въ этой плоскости, то каждая точка пространства при если въ пространствѣ даны плоскость и двѣ точки по разныя стороны ея, то всякая линія, проходящая чрезъ эти двѣ точки, имѣетъ съ данной плоскостью хоть одну общую точку;

в) относительно окружности: всякую точку на плоскости можно принять за центръ безчисленнаго множества окружностей, лежащихъ въ этой плоскости, а всякую конечную прямую — за радіусъ какой либо окружности; окружность есть линія замкнутая;

г) относительно угловъ: всякій уголъ раздѣляется на данное число равныхъ между собою частей нѣкоторыми, вполнѣ опредѣленными, прямыми, выходящими изъ его вершины;

д) относительно двухъ несоизмѣримыхъ значеній одной и той же величины: если два значенія нѣкоторой величины несоизмѣримы другъ съ другомъ, то допускается существованіе отвлеченнаго числа, которое, не будучи ни цѣлымъ числомъ, ни дробнымъ съ цѣлыми числителемъ и знаменателемъ, все-таки представляетъ собою отношеніе одного изъ этихъ значеній данной величины къ другому;

е) относительно всякой кривой линіи: длина отрѣзка всякой кривой линіи можетъ быть выражена въ единицахъ мѣры длины;

ж) относительно объемлемой кривой линіи: выпуклая объемлемая кривая менѣе ломаной или кривой, ее объемлющей (такъ называемый второй *Архимедовъ постулатъ*);

з) относительно поверхности тѣла и части ея: величина поверхности всякаго тѣла и любой ея части можетъ быть выражена въ единицахъ мѣры площадей;

и) относительно боковыхъ поверхностей прямого цилиндра и прямого конуса: боковая поверхность цилиндра менѣе боковой поверхности всякой правильной, описанной около него, многоугольной призмы, и болѣе боковой поверхности всякой правильной, вписанной въ него, многоугольной призмы; боковая поверхность прямого конуса менѣе боковой поверхности всякой правильной, описанной около него, многоугольной пирамиды и болѣе боковой поверхности всякой правильной, вписанной въ него, многоугольной пирамиды;

і) относительно поверхностей такъ называемаго кубаря, вписаннаго въ сферу или описаннаго около нея: поверхность описаннаго около сферы кубаря болѣе поверхности этой сферы, а поверхность кубаря, вписаннаго въ сферу, менѣе поверхности сферы *).

---

*) *Кубаремъ*, для краткости, мы называемъ тѣло вращенія, получаемое отъ вращенія полумногоугольника, вписаннаго въ полукругъ или описаннаго около него, вокругъ діаметра этого полумногоугольника.

Логическое значеніе перечисленныхъ допущеній, конечно, не можетъ подлежать спору, если только признать, что въ математической наукѣ должно быть строго установлено — какія изъ положеній, для нея необходимыхъ, принимаются безъ доказательства. При этомъ отступленіемъ отъ обычнаго взгляда на допущенія является не введеніе ихъ въ курсъ (безъ нихъ не обходится ни одна система геометріи), но только отдѣльная, отъ основанныхъ на нихъ опредѣленіи и теоремъ, формулировка этихъ допущеній.

2) *Къ числу понятій неопредѣлимыхъ и потому не подлежащихъ опредѣленію* нами причислены понятія о прямой, о плоскости, о линейномъ углѣ, объ углѣ двугранномъ, о длинѣ линіи и величинѣ поверхности тѣла. Вслѣдствіе этого длина окружности не *опредѣляется*, какъ предѣлъ длины вписанной въ кругъ или описанной около него замкнутой выпуклой ломаной; тѣмъ болѣе, что доказательство существованія такого предѣла представляетъ для учащихся большія трудности. Напротивъ: на основаніи второго Архимедова постулата, мы, принявъ понятіе длины окружности за понятіе неопредѣлимое, но существующее въ нашемъ умѣ, *доказываемъ*, что длина окружности есть предѣлъ периметра правильныхъ многоугольниковъ, вписанныхъ въ кругъ и описанныхъ около него. Аналогичное относится и къ ученію о поверхностяхъ круглыхъ тѣлъ.—Такая постановка вопросовъ о длинѣ окружности круга и о поверхности круглаго тѣла, кажется, вполнѣ отвѣчаетъ цѣлямъ преподаванія геометріи въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ,—тѣмъ болѣе, что она въ логическомъ отношеніи лишь немногимъ уступаетъ той постановкѣ вопроса, которая исходитъ изъ опредѣленій длины кривой и величины кривой поверхности какъ предѣловъ нѣкоторыхъ перемѣнныхъ величинъ.

3) *Доказательства многихъ теоремъ иногда у нѣкоторыхъ авторовъ основываются на такъ наз. „очевидныхъ" свойствахъ данныхъ фигуръ.* Такая постановка дѣла, конечно, не можетъ считаться нормальной, ибо принципъ очевидности не можетъ служить критеріемъ для сужденія о томъ, слѣдуетъ ли или не слѣдуетъ доказывать данное свойство фигуры. Руководясь этимъ, мы предпочли многія свойства доказывать, не ссылаясь на такъ называемую „очевидность" ихъ. — Для того, чтобы не увеличивать, безъ пользы для дѣла, объемъ настоящаго предисловія, ограничимся указаніями на слѣдующія теоремы: равнодѣлящія двухъ, прилежащихъ къ одной сторонѣ, угловъ правильнаго многоугольника пересѣкаются въ точкѣ, лежащей внутри многоугольника: во всякомъ выпукломъ