НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОГРАММНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ РСФСР

МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ ПО МАТЕМАТИКЕ

ДЛЯ ФЗС И ШКМ В 10 ВЫПУСКАХ

СОСТАВЛЕНО БРИГАДОЙ ПРОГРАММНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

ПОД РЕДАКЦИЕЙ Е. БЕРЕЗАНСКОЙ

ВЫПУСК IV

ГЕОМЕТРИЯ V г. ФЗС и I г. ШКМ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

МОСКВА 1932 ЛЕНИНГРАД

ВВЕДЕНИЕ.

Постановление ЦК ВКП(б) от 5 сентября 1931 г. о начальной и средней школе вплотную поставило перед учительством задачу овладения техникой педагогического дела, повышения методической квалификации. Предлагаемый сборник составлен в плане реализации этого постановления ЦК.

„Сборник методических разработок“ рассчитан в первую очередь на помощь молодому учителю ФЗС, не обладающему достаточным опытом, но тем не менее вполне ответственному за результаты своей работы в школе. В расчете на нужды молодого учителя методические разработки сборника раскрывают содержание и методическую последовательность проработки каждой темы программы, дают распределение часов между отдельными вопросами темы, указывают возможные затруднения и ошибки учеников, разъясняют все трудные в методическом и математическом отношениях места темы, указывают литературу вопросов и т. д.

Таким образом задача сборника в отношении молодого учителя — помочь ему организовать работу в школе и достигнуть нужных результатов в борьбе за качество ее. Для опытного преподавателя математики, не нуждающегося в детальных методических указаниях, сборник должен указать, каковы должны быть объем и глубина затрагиваемых вопросов для того, чтобы, с одной стороны, дать возможность более конкретной помощи молодым товарищам — преподавателям математики, с другой — удержать от чрезмерно расширенного понимания программы, что в результате могло бы привести и приводит подчас к поверхностному прохождению обязательных тем программы, к недостаточной доработанности навыков и нечеткости знаний.

Следует указать, что методические разработки отнюдь не освобождают учителей от подготовки к работе в школе и к уроку. Общий характер всех методических разработок таков, что они указывают направление работы, пути достижения цели, но не разрабатывают до конца всех вопросов, в частности связанных с насыщением занятий местным материалом, и не могут конечно учитывать особенностей групп.

Порядок и последовательность работы в пределах каждой темы также не должны связывать инициативу учителя. В некоторых случаях методические разработки и сами дают изложение порядка работы, различных приемов ее, приводя методические соображения за и против каждого из них. Так например тема „Четыреугольники“ разработана по заданиям, в то время как остальные методические разработки предусматривают только отдельные моменты заданий — самостоятельн работы учащихся. Учитель должен сообразно особенностям своих груп условий работы, своей методической подготовки выбрать тот и иной прием и последовательно проводить его до конца. В некотор случаях методические разработки идут еще дальше и затрагива принципиальные или спорные вопросы той или иной темы, излаг различные точки зрения на вопрос, указывая учителю необходиму литературу, стимулируя его этим на более углубленную проработк вопросов. К числу таких вопросов следует отнести: 1) вопрос об у ножении и делении простых дробей, 2) методику решения зада 3) относительные числа, 4) параллельные линии, 5) методику составл ния уравнения по условию задачи.

Методические разработки различных тем и годов обучения одинаковы. Характер изложения меняется в зависимости от содержан темы, ответственности ее в курсе математики и года обучения, к к торому относится тема. Так некоторые темы разработаны очень по робно, ведут учителя от урока к уроку, предусматривают содержани каждой самостоятельной классной или домашней работы; таковы н пример методические разработки по арифметике пятого года обучени Другие указывают лишь общий характер, направление и последов тельность работы; таковы например разработки седьмого года обучени

Каждая методическая разработка снабжена примерным календа ным планом работы по теме, руководствоваться которым и долже учитель. В первом выпуске помещен календарный план работы п математике на весь учебный год.

В методических разработках указывается обыкновенно нескольк пособий, по которым можно проработать данную тему. Сделано эт для того, чтобы в каждой школе можно было использовать указани методических разработок в соответствии с тем пособием, которо принято в школе.

„Сборник методических разработок" делится на десять выпуско Распределение материала между выпусками таково:

Выпуск I — введение; календарный план работы; политехнически материал; оборудование математического кабинета; о литературе.

Выпуск II и III	— арифметика пятого года обучения			
„ IV	— геометрия	„	„	„
„ V и VI	— алгебра шестого		„	„
„ VII	— геометрия	„	„	„
„ VIII и IX	— алгебра седьмого		„	„
„ X	— геометрия	„	„	„

Сборник подготовлен к печати Секцией методики математик Научно-исследовательского программно-методического института. Сек ция просит товарищей преподавателей расценивать предлагаемый сбо ник как первый шаг большой и нужной работы и принять участи в ее улучшении, проверив ее по содержанию и форме в практическо работе в течение предстоящего учебного года.

Тема 1. Введение. 2 часа.

Содержание	Примерное время	Учебные пособия
Геометрические тела и фигуры. Поверхность тела, линия, точка. Грани, ребра, вершины.	2 часа.	Набор тел различных материалов и окраски: кубы, призмы, цилиндры и др. Разборные модели тел. „Математика для ФЗС и ШКМ, пятый год ФЗС и первый год ШКМ“, под общей редакцией Е. Березанской, А. Бутягина, Р. Гангнус и С. Калецкого. Изд. 1932 г., гл. I, § 1—2. В старых учебниках по математике пятого года для проработки этого вопроса материала нет.

Вопросы подготовительного курса геометрии проработаны учащиися в школе I ступени. Начиная с пятого года обучения, учащиеся риступают к изучению систематического курса геометрии. В этом урсе имеются отдельные вопросы, которые прорабатываются *наглядно*, сходя из опыта (например сумма углов треугольника в пятой группе), о в этих случаях опыт не подменяет собою логического доказаельства, а является только методическим приемом.

Во введении нужно дать учащимся правильное представление об сновных геометрических образах: геометрическое тело, поверхность, иния, точка. Учитель очевидно не может стать на путь формальных пределений и только этим ограничиться. Для уточнения полученных редставлений можно давать определения понятий после того, как будет понято их содержание.

Геометрическое тело, поверхность, линия и т. д. не существуют ак отдельные реальные предметы. Эти образы являются результатом твлечения от конкретной действительности, от каждой реальной вещи. Понятие фигуры, как и понятие числа, — пишет Ф. Энгельс в „Анти-Дюринге“, — заимствовано исключительно из внешнего мира, а не озникло в голове из чистого мышления. Раньше, чем люди могли ритти к понятию фигуры, должны были существовать вещи, которые мели форму и формы которых сравнивали“ („Анти-Дюринг“, стр. 33).

„Чтобы изучить эти формы и отношения в чистом виде, следуе[т] их оторвать совершенно от их содержания, устранить как нечт[о] безразличное для дела. Так получаются точки без протяжения, лини[и] без толщины и ширины...“ („Анти-Дюринг“, стр. 33—34).

Учителю нужно вести беседу так, чтобы, с одной стороны, изучаемые геометрические образы не представлялись бы учащимся только как создание человеческой мысли, как „понятия“ новой науки геометрии, но присутствовали бы для них в определенной конкретной форм[е] в каждой вещи окружающей действительности, и, с другой стороны, чтобы учащиеся поняли, что они тогда будут иметь перед собой геометрические образы, когда сумеют не обращать внимания на физические свойства отдельных тел (окраска, вес, температура и т. д.), а обратят внимание только на форму и размеры их.

Проработку всего этого материала можно провести путем беседы с классом следующим образом:

Учитель обращает внимание учащихся на то, что нас окружает множество разнообразных предметов, например шкафы, столы, ящики, книги и т. п., различные по цвету, форме, величине и прочим признакам. Не все свойства предметов нас будут интересовать пр[и] изучении геометрии. Учащимся указывается, что в геометрии он[и] будут заниматься только формой и размерами тел. То же выясняется на кубах, брусах, цилиндрах и т. п. После сравнения ряда те[л] учащиеся должны понять, что с точки зрения геометрии нет разницы между одинаковыми по занимаемому пространству деревянным и стеклянным кубом, полым и литым цилиндром. Дальше на рассматриваемых телах нужно выяснить, что границу тела составляет поверхность, границу поверхности — линия, границу линии — точка, и дать названи[я] этих границ у кубов и призм: поверхности кубов и призм состоят и[з] отдельных частей, называемых гранями; прямые, ограничивающи[е] грани, называются ребрами; точки, в которых сходятся ребра, — вер[]шинами. Полезно поставить вопросы: сколько у куба граней, ребе[р], вершин и т. д.

На разборных моделях тел важно сейчас же показать учащимся, что часть тела есть также тело, а часть поверхности есть также поверх[]ность, чтобы предупредить обычную ошибку — попытку отделить о[т] тела поверхность наподобие крышки. Рассматривая многогранные [и] круглые тела, учащиеся устанавливают существование различных видо[в] поверхностей и линий: плоская и кривая поверхности; прямая, лома[]ная и кривая линии. Нужно найти эти образы среди окружающи[х] предметов.

Устанавливая понятия линии и точки, надо указать учащимся, чт[о] всякое изображение линии или точки, например линия, проведенна[я] мелом на доске (черта), или точка, поставленная карандашом в тетради, не представляют собой геометрической линии или точки. Хорошо взят[ь] лист бумаги, раскрашенный в два контрастирующих цвета, и обратит[ь] внимание учащихся на то, что изображения линии, т. е. черты, н[о] рисунке нет, но граница светлого фона четко выступает именно как линия. Хорошо также взять четыреугольную банку, в которую налиты масло и вода или керосин и вода. Граница (поверхность) между керосином или маслом и водой существует, имеет длину и ширину, но не имеет толщины.

Наряду со статическим пониманием линии как границы поверхности нужно воспитать у учащихся и другое — динамическое понимание. Линию можно получить как путь движущейся точки. Такое понимание линии даст возможность учащимся легче представить себе линию, безгранично продолжающуюся в обе стороны.

В процессе проработки этой темы учитель должен все время следить за тем, чтобы все учащиеся принимали активное участие в беседе.

Учета по этой теме, кроме наблюдений в процессе работы, не производится.

Литература для учителя.

1. „Рабочая книга по математике для рабфаков" под ред. Гангнус, ч. I.

2. Карасев, Ряднова, Чулицкий, „Математика для педтехникумов".

Тема 2. Линии.

При проработке этой темы учащиеся должны: 1) овладеть масштабной линейкой и циркулем как измерительными и чертежными инструментами; 2) уметь приблизительно (на-глаз) определять длину данного отрезка и измерять эту длину с требуемой точностью; 3) уметь выполнять простейшие построения, прорабатываемые в этой теме, и уметь понимать эти построения на чертежах; 4) уметь пользоваться линейным масштабом; 5) уметь строить и понимать графики и диаграммы.

Представление о линии и о ее видах учащиеся уже имеют. В школе I ступени они, начиная с первой группы, встречаются с линиями, учатся их чертить на-глаз и по линейке, отличать прямую линию от других (кривой, ломаной) линий и т. п. В предыдущей теме, „Введение", учащиеся познакомились с линией как геометрическим образом. Теперь учитель должен сосредоточить внимание учащихся на геометрических свойствах прямой линии, на действиях над отрезками прямых линий и на использовании линий в различных практических вопросах.

1. На первом уроке полезно рассмотреть ряд предметов и явлений окружающей жизни, на производстве и отметить случаи, когда встречаются прямые линии. Например движения деталей машин, суппорта токарного станка, кареток, поршней паровых машин — прямолинейные движения; провешивание прямых линий на местности — прямолинейное направление; черчение по линейке — проведение прямых линий и т. п. Одновременно напоминается о существовании кривых и ломаных линий, которые также указываются учащимися среди предметов окружающей обстановки.

К установлению свойств прямой линии (в отличие от кривой, ломаной) учащиеся должны притти в результате выполнения чертежной работы при помощи линейки. Ставится вопрос, сколько можно провести прямых через данные точки A и B, и выясняется основное свойство прямой. В связи с установлением этого свойства прямой линии проводится проверка линейки. Опыт убедит учащихся в существовании второго свойства прямой линии: возможности продолжения ее как угодно далеко. Для этого нужно учащимся предложить провести прямую во всю длину линейки, а затем передвинуть линейку к какимлибо двум точкам, взятым на линии у ее конца, и провести через них прямую. Новая прямая обязательно будет продолжением первой. Надо поставить вопрос, во скольких точках могут пересечься две прямые, и простейшим рассуждением подкрепить правильность ответа.

Так как учащиеся только что приступают к овладению геометрическим доказательством, то все рассуждения нужно провести особенно четко и ясно. В данном случае при достаточно сильном составе группы это можно сделать примерно так полагаем, что 2 прямые пересекаются только в одной точке. Действительно, если бы 2 прямые пересеклись в 2 точках, то это означало бы, что через эти 2 точки проходят 2 различные прямые, что противоречит основному свойству прямой линии и поэтому невозможно. Следовательно две прямые пересекаются только в 1 точке.

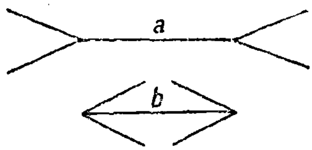
К представлению о луче и отрезке прямой учащихся нужно подвести также в процессе самостоятельного выполнения ими элементарных геометрических построений. Учитель предлагает сначала провести прямую MN на бумаге, а затем пересечь ее другой прямой в какой-либо точке A. Вторая прямая делит первую на 2 части AM и AN, которые могут продолжаться от точки A вправо и влево. Такие прямые называются лучами. Пересекая первую прямую в 2 местах (2 прямыми), мы точно так же подойдем к определению отрезка. Дается обозначение отрезка. Преподаватель должен при этом обратить особое внимание на правильность и единообразие в обозначении и чтении отрезков и линий. Прямая, так же как и отрезок, обозначается 2 большими (большей частью латинскими) буквами. При обозначении прямой буквы ставятся выше (ниже) линии, при обозначении отрезка — у его концов. Часто отрезок обозначается одной малой латинской буквой, которая показывает также и длину данного отрезка. Как иллюстрацию луча, а также для того, чтобы учащимся стало понятным это название, полезно напомнить им о солнечном луче и о лучах прожектора, имеющих начало (одну точку) и не имеющих конца.

Для самостоятельного исследования в классе можно дальше предложить учащимся следующие вопросы: сколько прямых можно провести через 1 точку, через 3, 4 точки; сколько лучей можно провести из 1 точки во все остальные данные точки и т. п. В процессе выполнения учащимися построений решения проверяются учителем.

Понятие поверхности, установленное в первой теме, уточняется после того, как усвоены свойства линии. Из различных поверхностей выделяется плоская поверхность, представление о которой может дать поверхность зеркала, хорошо отполированного стола и т. п. Как на практике отличить плоскую поверхность от неплоской? Учащиеся проделывают опыт с помощью *линейки на плоской, цилиндрической, шаровой или какой-либо другой* поверхности. После этого можно формулировать вывод что поверхность называется плоскостью в том случае, когда прямая, проведенная через 2 точки ее в любом направлении, лежит на ней всеми своими точками. Это определение, данное ранее, не вызвало бы у учащихся никаких реальных представлений. В связи с уточнением понятия плоскости учитель может сказать, что в первую очередь в школе изучается та часть геометрии, которая исследует свойства геометрических фигур, размещающихся всеми своими точками на плоскости. Можно также сказать, что эта час[ть] геометрии называется *планиметрией*.

В порядке кружковой работы можно дать некоторым учащим[ся] прочитать книжки по истории возникновения геометрии, наприме[р] книжку Лебедева „Очерки по истории точных наук", выпуск I[I] „Кто автор первых теорем геометрии", и предложить рассказа[ть] о прочитанном в классе.

2. Прежде чем переходить к технике измерений, следует обрати[ть] внимание учащихся на то, как часто приходится в практической жи[з]зни прибегать к измерениям и какое важное значение эти измерени[я] имеют. Например нужно указать на необходимость точных измерени[й] при изготовлении деталей машин, при изготовлении чертежей по масш[]табу, в землемерных работах, строительных работах, при определени[и] квадратуры и кубатуры помещений и т. д. Затем учитель должен пов[]торить с учащимися меры длины и сейчас же познакомить их с неко[]торыми измерительными приборами, употребляемыми в школе и в за[]водской практике: с масштабной линей[]кой, с измерительным циркулем, штан[]генциркулем, кронциркулем и толсто[]мером. Знакомство с масштабной ли[]нейкой и циркулем нужно провести практически. На элементарном приме[]ре — измерить произвольный отрезо[к] AB — поясняются учащимся 2 прием[а] измерения: 1) непосредственным при[]кладыванием масштабной линейки к отрезкам и 2) перенесением длин[ы] отрезка циркулем на линейку Указывается, что второй способ може[т] дать более точный результат измерения, так как острие ножки циркул[я] дает меньшую погрешность измерения, чем прикладывание линейки к концам отрезка. При измерениях значительное внимание должно быт[ь] уделено глазомерному определению длины отрезков с последующе[й] инструментальной проверкой.



Черт. 1.

3. Далее ставится задачей:

1) Построить отрезок, равный данному.

2) Сравнить между собою два данных отрезка по величине.

Учащиеся уже умеют „брать" данный отрезок циркулем, и выпол[]нение этих задач не может их затруднить. Но торопиться с перехо[]дом к следующим вопросам не следует, так как решение этих зада[ч] является основой дальнейших построений. Полезно попрактиковат[ь] учащихся в глазомерном сравнении отрезков и показать им при это[м] несколько обманов зрения Например можно продемонстрировать чер[]тежом на доске ошибку, невольно делаемую при сравнении стрелок указанных на чертеже 1 и др. Такие пособия — „Таблицы обманов зре[]ния" предполагается напечатать, и учителю надо приобрести их дл[я] математического кабинета и вывесить на стене. Прорабатывая вопро[с] о сравнении отрезков наложением, особое внимание надо обратить на самый порядок наложения отрезка друг на друга. Важно приучить учащихся так накладывать отрезки, чтобы совпадали их начала и чтобы один отрезок был направлен по другому. Тогда, если концы отрезков также совпадают, отрезки считаются равными, если не совпадают, то один отрезок считается частью другого. Даются формы записи. Если отрезки a и b равны, то записываем так: $a = b$. Если же отрезки не равны, то записываем $a > b$ или в другом случае $a < b$.

4 и 5. Действия над отрезками выполняются двумя способами: 1) вычислением (по масштабной линейке) и 2) геометрическим построением (с помощью циркуля). Нужно все внимание учащихся сосредоточить на геометрическом выполнении действий и показать им, что действия вычислением сводятся к измерению отрезков и арифметическим действиям над полученными числами. Для этого нужно практиковать учащихся в действиях над отрезками, не прибегая к их измерению, а вычислением только проверять результат построений.

Приступая к сложению отрезков, нужно особенно тщательно проработать самый прием построения, так как этот прием повторяется во всех дальнейших действиях. Первые задачи решаются на доске следующим образом:

Учитель дает задачу: найти сумму двух отрезков a и b и, вычерчивая на доске отрезки a, b и c, объясняет учащимся, что сложить отрезки — значит найти такой новый отрезок, длина которого была бы равна сумме длин данных. Отсюда намечается и порядок выполнения этой задачи. Чертится на доске прямая MN называемая базисом, на которой от определенной, но произвольно выбранной точки откладываются друг за другом данные отрезки. Отрезок, образованный началом первого отрезка и концом последнего, будет суммой данных отрезков. Эта же последовательность построения (построение базиса и отложение в определенном порядке отрезков) соблюдается и при выполнении построений при остальных действиях. Для самостоятельной работы учащихся можно дать задачу на вычисление длины ломаной линии, содержащей примерно 3—5 отрезков. Учащиеся должны решить эту задачу, предварительно выпрямив данную ломаную, т. е. найдя сумму длин составляющих ее отрезков. Для домашней работы можно подобрать большое число упражнений, имеющихся в каждом учебнике математики для пятой группы. После проработки сложения отрезков нужно перейти к умножению отрезка на целое число. Умножение отрезка на целое число рассматривается как многократное сложение отрезков одинаковой длины. Можно предложить учащимся вычислить длину ломаной линии в периметре квадрата (умножение отрезка на 4) и тому подобные задачи. После усвоения учащимися этих вопросов следует проработать вычитание отрезков. При построении нужно придерживаться такого порядка: уменьшаемое откладывается на базисе вправо, а вычитаемое от правого конца уменьшаемого — влево. Метод работы тот же. Для самостоятельной или домашней проработки можно дать учащимся задачи: сравнение длины двух ломаных лини или периметров оснований двух призм, или их боковых граней и др При решении всех этих задач учитель должен иметь в виду замечание, сделанное выше, о различии между арифметическим геометрическим способами выполнения действий над отрезками. Указанные задачи должны решаться учащимися без помощи измерения, отрезки входящие в условия задач, отнюдь не должны быть заменены соответствующим им количеством сантиметров.

Деление надо начать с деления отрезка на отрезок. Это действи рассматривается как повторное вычитание. Учитель дает учащимс следующий прием выполнения этого действия: если нужно разделит отрезок AB на отрезок CD, то следует отложить на отрезке AB отрезок CD, начиная от левого конца отрезка AB, столько раз сколько это возможно. Случаи деления отрезка на отрезок нужно подобрать таким образом, чтобы в первом случае деление было произведено без остатка, а во втором случае — с остатком. Деление с остатком дас представление о приблизительном сравнении отрезков Дальше нужно показать, как можно произвести сравнение отрезков более точно. Дл этого учитель делит отрезок, являющийся делителем, на более мелки доли, например восьмые, десятые, и предлагает учащимся узнать сколько таких долей находится в остатке. Решение этой задачи должно быть проработано внимательно, так как в дальнейшем курсе геометрии (тема „Подобие“) к этому вопросу придется не раз возвращаться.

Деление на равные части следует ограничить на этой ступен делением на 2, 4 и 8 равных частей Основным построением являетс деление отрезка на 2 равные части Проработка этого вопроса може быть проведена примерно так:

Учитель чертит на доске отрезок AB и из концов данного отрезк проводит окружности сначала радиусом, равным длине отрезка, зате постепенно уменьшая его до половины отрезка. Учащиеся выполняю построение в тетрадях и убеждаются, что радиусы окружностей нужно брать больше половины отрезка, иначе окружности не пересекутся Проведя затем через точки пересечения каких-либо 2 окружностей равного радиуса прямую линию, учитель показывает учащимся, что прямая проходит через все отмеченные точки. Следовательно для вычерчивания прямой, делящей отрезок пополам, достаточно пересечени 2 окружностей. Этот прием деления отрезка на 2 равные части стане особенно ценен учащимся (с точки зрения метода геометрии), есл вначале проделать несколько упражнений на деление отрезков н равные части методом проб с помощью циркуля. Различные случа деления отрезка на 2 равные части можно проработать в следующе порядке:

1) отрезок задается посредине листа бумаги; 2) у самого кра листа; 3) в каком-нибудь положении, не параллельном к краям лист бумаги.

Дальше можно перейти к делению отрезка на 4 и 8 равных час-
ей рядом последовательных делений на 2 части. Эта работа может
ыть дана учащимся как задание для самостоятельной классной или
омашней проработки.

При выполнении всех задач на построение учителю нужно следить
а четкостью, аккуратностью и правильностью выполнения чертежей.
Нужно приучить учащихся вспомогательные линии на чертежах прово-
ить более тонкими линиями или пунктиром, а основные линии — четко
ясно.

6. При помощи отрезков прямой учащиеся должны уметь давать
аглядные изображения величинам, т. е строить и читать диаграммы
графики. Учитель не может отвести на эту работу больше 2 час.,
о так как умение это очень важно, то известную часть работы сле-
ует перенести на часы домашних (и кружковых) занятий. В классе
режде всего следует дать понятие о линейном масштабе. Сделать
то можно проще всего, предложив учащимся изобразить отрезок дли-
ою в 1—2 *м.* Так как это сделать невозможно, то появляется необ-
одимость условиться, что отрезок, в натуре равный 1 *м*, при изоб-
ажении его в тетради будет соответствовать, например, 1 сантиметру.
з упражнений, возможных по этому вопросу, учитель должен исполь-
овать применение линейного масштаба к вычислению расстояний на
артах и величины предметов на планах, показать, как используется
асштаб при построении диаграмм. При вычерчивании диаграмм по-
езно обозначать на них в виде прямой среднюю арифметическую
анных. От этого много выигрывает наглядность диаграмм, так как
оявляется возможность сравнивать единичные значения величин со
редними значениями и учащиеся приучаются таким образом среди
азнообразия конкретных фактов выбирать типичное.

Вопрос о вертикальном и горизонтальном направлениях, отнесенный
рограммой к теме „Линии“, целесообразней перенести из данной
емы в следующую тему „Углы“, где он естественно связывается с
опросом о перпендикулярном направлении.

7. Учет по этой теме должен состоять в проверке: 1) умения
ользоваться масштабной линейкой и циркулем, 2) чертить, обозначать
читать прямые линии, 3) знаний, как выполняются основные по-
троения, проработанные в этой теме, и 4) пользования линейным
асштабом.

Числовые контрольные задачи могут быть примерно такими:

1) Надо изобразить в тетради отрезок длиною в 1 *км.* Как это
ожно сделать? Какой масштаб нужно выбрать?

План дома на чертеже имеет вид прямоугольника длиною в 8 *см*,
шириною в 5 *см.* Найти истинную его длину и ширину, если масштаб
м в 1 сантиметре.

**Учет производится на основании наблюдений в процессе работы,
осмотра рабочих тетрадей учащихся и вышеуказанной часовой ра-
оты в конце темы.**

Примечание. Дополнительная литература для учителя.

1. Гостев, Математика и оборона страны.

2. Пеллинен, Элементы военного дела на уроках математики, стр. 19—20.

3. Софронов, Вопросы индустриализации и реконструкции сельского хозяйства в математических задачах, стр. 28—30.

4. Дрокин, Трактор на уроках физики и математики, § 11.

5. Перельман, Новый задачник по геометрии, стр. 17—27.

Тема 2. Линии. 8 часов.

	Содержание	Примерное время	Характер работ	Учебные пособия	Примерная домашняя работа
1	Линия. Классификация линии. Прямая и свойства прямой. Луч. Отрезок.	1 час.	Объяснения учителя. Беседа. Упражнения решаются на доске и в тетрадях	„Математика", учебник для пятого года под ред. Березанской, Бутягина, Гангнус, Калецкого, изд. 1932 г., гл. I, §§ 3—10, упражнения § 23, задачи 4, 5.	„Математика", гл. I, § 23, задачи 1, 4.
2	Измерение отрезков. Меры длины и измерительные инструменты.	1 час.		„Математика", §§ 12, 13, упражнения §§ 5, 8, 9, 20.	„Математика", § 23, задача 16. „Математические задачи" под ред. Давыдова и Жаркова, изд. 1932 г., задача 170.
3	Построение отрезка, равного данному. Сравнение отрезков.	1 час.		„Математика", § 14, упражнения § 23, задачи 14, 15.	„Математика", § 23, задача 7. „Математические задачи", задача 171.
4	Сложение отрезков геометрически и вычислением. Умножение отрезков на целое число.	1 час.		„Математика", §§ 15, 16, 17, упражнения § 23, задачи 11, 12, 13. „Математические задачи", задача 174.	„Математика", § 23, задача 12. „Математические задачи", задача 173.
5	Вычитание отрезков геометрически и вычислением. Деление отрезка на отрезок и деление на равные части.	2 часа.		„Математика", §§ 18, 19, упражнения § 23, задачи 16, 17, 19. „Математические задачи", задачи 172, 175.	„Математика", § 23, задачи 18, 21—23.
6	Построение линейных диаграмм. Линейный масштаб.	1 час.		„Математика", §§ 20, 21, упражнения § 23, задачи 28, 29.	„Математика", § 23, задача 30. „Математические задачи", 178, 179, 181, 184, 185.
7	Учет работы.	1 час.		—	—

Примечание. В старых рабочих книгах по математике для пятого года материала по этой теме почти нет.

Тема 3. Угол и его измерение. 12 часов.

	Содержание	Примерное время	Характер работ	Учебные пособия	Примерная домашняя работа
1	Угол — мера поворота. Классификация и обозначение углов. Углы в окружающей обстановке. Шток, шатун и кривошип.	1 час.	...сываются в тетради. Так же выполняются и чертежи. ...иметь линейку, циркуль, транспортир, карандаш и резинку. ...ейка, циркуль, транспортир	1. „Математика", учебник для пятого года ФЗС и первого года ШКМ, изд. 1932 г., гл. II, §§ 1—6, упражнения § 27, задачи 5, 6, 8, 9. 2. „Рабочая книга по математике" для пятого года, под ред. Березанской, изд. 1931 г., § 172—173. 3. „Математические задачи", изд. 1932 г., задача 346.	„Математика", § 27, задачи 1, 2, 3.
2	Окружность — путь точки луча. Свойства окружности. Точки и линии в окружности и круге.	1 час.		„Математика", §§ 7—10, упражнения § 27, задачи 14, 15. Березанская, §§ 178—182.	„Математика", § 27, задачи 4, 7.
3	Измерение углов. Транспортир. Построение угла транспортиром.	1 час.		„Математика". §§ 11—14, упражнения § 27, задачи 10, 11, 16, 18, 23. Березанская, §§ 179—181, упражнения 1, 3, 5. „Математические задачи", задача 347.	„Математика", § 27, задачи 20—22, 27.
4	Построение угла, равного данному. Сравнение углов. Прямой угол как единица измерения углов; его обозначение.	1 час.		„Математика", § 15, упражнения § 27, задачи 17, 19, 24, 25. Березанская, §§ 184, 174, 176, 177, упражнения 2, 4.	„Математика", § 27, задачи 28, 29.
5	Сложение углов построением и вычислением. Умножение угла на целое число.	1 час.		„Математика", § 16, упражнения § 27, задачи 31, 32, 38. 349, 351 „Математические задачи", задачи	„Математика", § 27, задачи 33—35 и др.

	…нием и вычислением. Деление угла на угол и деление угла на 2, 4, 8 равных частей (без доказательства). Деление пополам развернутого угла. Построение перпендикуляра. 220130	1 час.	Объяснения учителя. Беседа. Упражнения решаются на доске и	Чертежные и измерительные принадлежности. Учащемся… Учителю необходимы классные	21, упражнения § 27, задачи 39, 41, 42, 48, 49. „Математические задачи“, задачи 351, 352, 353. „Математика“, §§ 17, 18, 19, 20	§ 27, задачи 36, 37, 40, 43 и др.
7	Построение секторных диаграмм. Процентный транспортир.	1 час.			„Математика“, § 24, упражнения § 27, задача 64. Березанская, §§ 194, 195, упражнения § 196, задача 4. „Математические задачи“, задачи 362, 364, 365, 366. Как материал по этому вопросу нужно использовать данные промфинплана первой и второй пятилеток, данные соцсоревнования и др.	„Математика“, § 27, задача 64 и др.
8	Смежные углы. Сумма смежных углов. Противоположные углы. Равенство противоположных углов. Сумма углов по одну сторону от прямой. Сумма углов вокруг точки.	4 часа.			„Математика“, §§ 21—23, упражнения § 27, задачи 53—55, 57—59, 6[illegible]. Березанская, §§ 175, 187—190, упражнения § 191, задачи 6, 7, 8, 9, 10—14; § 192, задачи 2—4. „Математические задачи“, задачи 354—358.	„Математика“, § 27, задачи 50, 51, 54, 56, 61, 62 и др.
9	Учет работы.	1 час.			—	

Тема 3. Угол и его измерение.

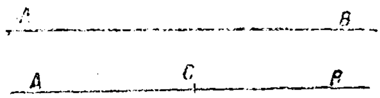
При проработке этой темы учащиеся должны: 1) овладеть угольником, циркулем и линейкой для выполнения построений, в частности построения угла, равного данному, деления угла пополам, построения перпендикуляра; 2) уметь приблизительно (на-глаз) определить количество градусов в данном угле и точно измерить это количество с помощью транспортира (последующая проверка); 3) знать основные теоремы о смежных и противоположных углах; 4) уметь строить и понимать круговые диаграммы.

Представление об углах учащиеся уже имеют. В школе I ступени они познакомились с видами углов, рассматривая вращение полоски бумаги, скрепленной на одном конце с другой полоской—неподвижной (вторая группа), устанавливали различные виды треугольников в зависимости от углов (третья группа), измеряли углы с помощью транспортира, строили секторные диаграммы и т. д. (четвертая группа). В пятой группе представление учащихся об углах следует дополнить, систематизировать и обобщить.

1. Понятие об углах должно быть так дано учащимся, чтобы они поняли все разнообразие видов углов и самый процесс получения угла. Нужно укрепить у учащихся то первоначальное понятие об углах, которое они получили в I ступени. Учитель должен с помощью шарнирной ломаной, состоящей из двух отрезков (так называемой малки), привести учащихся к мысли, что угол получается от вращения луча около его неподвижного конца. „Острый", „тупой" и другие углы показывают, насколько отклонился луч от первоначального положения; этими словами мы характеризуем поворот луча. Отсюда вывод: угол — мера поворота. Такое понимание позволит естественно расширить представление учащихся об углах. Им будет ясно, что возможны углы в 2, 3 и больше полных оборотов, и они сумеют ответить на вопрос, на какой угол нужно повернуть отвертку, чтобы завернуть винт, и т. д. Очень полезно на ряде предметов и явлений окружающей обстановки и производства закрепить полученное представление.

Учащиеся рассматривают угол между часовыми стрелками, спицами колеса в различных механизмах, движение передач в машинах, например поворот рукоятки винта суппорта токарного станка, педали велосипеда, руля автомобиля и т. п. Величина угла определяется той частью полного оборота одной из его сторон, которую опишет любая точка, взятая на этой стороне, чтобы достигнуть положения второй стороны.

Таким образом учащиеся придут к двум выводам: 1) величина угла не зависит от длины его сторон, 2) измерение угла сводится к измерению части дуги, которую опишет любая точка, взятая на вращающейся стороне угла. Надо проследить самый процесс изменения угла при вращении одного из отрезков шарнирной ломаной. Учитель обращает внимание учащихся на положение отрезков и дает соответствующие названия получаемым углам: четверть оборота — прямой угол, углы больше и меньше прямого, половина оборота — развернутый угол (стороны принимают противоположное направление и составляют прямую линию), полный оборот — полный угол. Следует при этом на одной стороне модели угла наметить несколько точек и показать, что все они одновременно сделают полный оборот. Затем нужно поупражнять учащихся в изображении острого и тупого углов, причем вначале изображение делается на доске, а затем зачерчивается в тетрадях. Обращается внимание на разницу черчения прямой линии и развернутого угла (черт. 2). Одновременно с этой работой нужно научить учащихся обозначать и называть углы. К этому вопросу учитель должен отнестись особенно внимательно. Несмотря на кажущуюся простоту, вопрос об обозначениях и чтении углов подчас не усваивается учащимися до старших групп. Следует поэтому возможно чаще практиковать в этом учащихся и сейчас же исправлять делаемые ошибки, не допуская неправильных наименований.



Черт. 2.

2. Представление об окружности дается на следующем уроке. Сделать это можно так: луч OA вращается около точки O; при повороте на полный оборот любая точка M луча OA опишет некоторую замкнутую кривую, называемую *окружностью*. При дальнейшем вращении луча отмеченная точка M будет двигаться по уже начерченной кривой. Обращается внимание учащихся на то, что все точки этой кривой будут находиться на одинаковом расстоянии от центра O, так как расстояние OM было задано и затем не изменялось. Нужно дать учащимся названия: хорда, диаметр, (хорда, проходящая через центр), радиус, секущая, дуга, сектор и т. д. Учащиеся должны с помощью циркуля вычертить в тетради окружность и обозначить на чертеже эти элементы. Дальше учитель на доске вычерчивает окружность и, проведя неподвижный радиус OA, с помощью подвижного радиуса OB обозначает угол в четверть оборота (прямой угол). Из рассмотрения чертежа устанавливается, что если радиусы круга составляют прямой угол, то сектор, соответствующий этому углу, равен четверти круга. Подобным же образом устанавливается, что если радиусы круга составляют развернутый угол, то сектор, соответствующий этому углу, равен полукругу. Вопрос о секторе, соответствующем одной четверти круга, удобно поставить после изучения вопроса о перпендикулярности сторон прямого угла: четверти круга образуются при проведении

двух взаимно перпендикулярных диаметров. В этой подтеме особенно важно выяснить вопрос о сравнении между собой по длине дуг одной и той же окружности или окружностей равных радиусов и установить, что всякая дуга окружности может быть сдвинута в любое место окружности и совпадает при этом с этой частью окружности всеми своими точками.

3. План проработки вопроса об измерении углов может быть следующим: устанавливается понятие о центральном угле: центральный угол — это угол вершина которого находится в центре окружности а стороны пересекают окружность. Дуга между точками пересечения окружности сторонами угла принимается за меру центрального угла. Учащимся предлагается дальше вычертить окружность произвольного но достаточно большого радиуса, разделить ее пополам и представить себе полученную полуокружность разделенной на 180° равных частей. Учитель указывает, что каждая $\frac{1}{180}$ часть полуокружности называется дуговым градусом, а $\frac{1}{180}$ часть развернутого угла называется угловым градусом Дается условное обозначение градуса, причем учитель должен подчеркнуть, что и дуговой и угловой градусы принято обозначать одним и тем же знаком (°) Далее указывается, что для более точного измерения дуг и углов градус подразделяется на более мелкие части — минуты и секунды, обозначение которых также дается учащимся. Нужно поупражнять учащихся в пользовании этими обозначениями.

Из рассмотрения чертежа центрального угла делается вывод: сколько в дуге дуговых градусов, столько в соответствующем этой дуге центральном угле угловых градусов, и наоборот. Нужно указать учащимся также что величина дугового градуса (длина дуги) зависит от радиуса окружности, а величина углового градуса есть величина постоянная. Поэтому часто скорость вращения выражают в угловых градусах. Например, если колесо делает один оборот в одну минуту, то говорят, что оно поворачивается в секунду на 6°; это число называется угловой скоростью. Подобные примеры учитель может подобрать сам. Прежде чем приступать к измерению углов, можно рассказать учащимся о значении техники угловых измерений в производстве, в конструктивных работах, в ориентировке на местности и т. п. С помощью классного транспортира учитель показывает, как измеряют углы в градусах, и вызывает нескольких учащихся для выполнения этой работы на доске. Затем можно предложить классу проделать самостоятельно ряд упражнений на определение количества градусов в данных углах. Для развития глазомерного навыка нужно давать соответствующие упражнения Далее предлагается учащимся построить ряд углов, пользуясь транспортиром, например углы в 30°, в 45°, 60° и др. Можно также решить несколько задач вроде следующих: 1) Руль автомобиля „игает" на 20°. Какую часть оборота это составит? 2) Большая стрелка часов делает полный оборот в 1 час. Вычислите угловую скорость в минуту, и др.

4. При помощи транспортира и циркуля выполняется задача на построение угла, равного данному. Убедившись в том что учащиеся овладели техникой работы с транспортиром, учитель может поставить вопрос: можно ли, не измеряя углов, сказать, какой из данных углов больше, если оба они острые или оба тупые С помощью малки у доски показывается, как можно это сделать наложением. Сравнивая углы наложением, нужно особое внимание обратить на порядок наложения углов. Нужно добиваться, чтобы учащиеся проделывали эту работу правильно, т. е., чтобы вершины углов совмещались, одна из сторон угла была бы направлена по стороне другого угла Тогда другая сторона первого угла укажет, какой из данных углов больше или меньше другого. Здесь можно сообщить учащимся, что за единицу измерения углов принимается также прямой угол, обозначаемый буквой d. Тогда развернутый угол равняется 2 прямым ($2\ d$), угол в 45° — половине прямого, угол в 60°—двум третям прямого и т. д.

5. Учащиеся переходят к действиям над углами. Порядок проработки действий над углами должен быть таким: сложение углов; умножение углов на целое число, рассматриваемое как повторное сложение; вычитание углов; деление углов по содержанию, рассматриваемое как повторное вычитание; деление на 2, 4 и т. д. равные части. Действия над углами выполняются общеизвестными приемами — транспортиром и циркулем В этом вопросе учитель должен главное внимание обратить на геометрические приемы действий над углами, пояснив учащимся, что действия над углами вычислением (арифметический прием) сводятся к измерению углов транспортиром *и дальнейшим арифметическим* действиям над числами. После того как на общеклассных занятиях будут выяснены основные приемы действий над углами, нужные упражнения учащиеся смогут проработать в классе самостоятельно (учитель проверяет эту работу в процессе ее выполнения и в порядке просмотра домашней работы) Деление угла на 2, 4 и т. д. равные части производится рядом последовательных делений угла на равные части, аналогично делению отрезка пополам Здесь вводится термин — биссектриса. Построение проверяется транспортиром, так как доказательство до проработки равенства треугольников преждевременно. Следует поставить задачу о делении развернутого угла пополам, которая по существу является задачей построения прямого угла. Сообщается учащимся, что стороны прямого угла взаимно перпендикулярны, и ставится вопрос: как на данной прямой AB в данной на ней точке M восставить перпендикуляр. Затем можно перейти к другой задаче: дана прямая и точка вне ее, провести через эту точку прямую, пересекающую данную под прямым углом. Все эти построения делаются при помощи циркуля и линейки. Наряду с этим учащиеся должны уметь быстро провести перпендикуляр и при помощи чертежного наугольника. Нужно одно-

временно уточнить представление учащихся о вертикальном и горизо тальном направлениях и приучить их не путать два различных пон тия: вертикальная прямая и перпендикулярная прямая. Учитель такж знакомит учащихся с уровнем и отвесом как инструментами, указы вающими горизонтальное и вертикальное направления.

Убедившись во время короткой проверки в том, что все учащие справляются с этими задачами, учитель может поставить вопрос о определении расстояния от точки до прямой. На доске кто-либо и учащихся проводит прямую AB и вне ее отмечает точку M. Учител может поставить вопрос так: какое расстояние от данной точки д прямой будет самым коротким? Простое наблюдение и сравнение на глаз длин лучей, проведенных из точки до прямой (перпендикуляр и наклонных), убедят учеников в том, что таким расстоянием являет только длина перпендикуляра, опущенного из точки на прямую. Уче ники должны прочно запомнить, что расстояние от точки до прямо всегда должно измеряться по перпендикуляру.

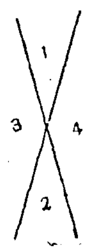
6. Умение делить круг на секторы используется для изображени чисел с помощью круговых (секторных) диаграмм. Для вычерчивани круговых диаграмм нужно пользоваться процентным транспортиром. Ес ли у учащихся нет готовых процентных транспортиров, то их можн легко приготовить следующим образом: чертится окружность радиусом равным 64 *мм*, — тогда 0,01 часть окружности будет равна приблизи тельно 4 *мм*, так как длина окружности $2\pi R = 402$ *мм*.

Достаточно начертить на листе бумаги окружность и, наложи вырезанный транспортир, отсчитать по нему от любой точки окруж ности, взятой за начальную, число делений, соответствующее чис лу процентов, и построить центральный угол. С помощью секторны диаграмм можно оформить большой цифровой материал по вопросам связанным с производством, с пятилетним планом народного хозяйства школьной и общественной жизнью и т. д. Построение диаграмм за нимает обычно очень много времени, так как эта работа связан с производством различных расчетов, вычерчиванием, художественны оформлением и т. п. Учитель может отвести на эту работу в класс не более двух часов, а остальное нужно перенести на домашнюю и кружковую работу.

7. *Изучение углов заканчивается* рассмотрением некоторых теоре об углах. В этой части темы учащиеся впервые сталкиваются с доказа тельством геометрических положений.

При сложении углов получался угол, составленный из двух частей имеющих общую вершину и общую сторону. Такие углы называются прилежащими. Теперь учитель может познакомить учащихся с частным случаем двух прилежащих углов, когда сторона одного угла составляет продолжение стороны другого угла. Такие углы называются смежными и обладают тем свойством, что в сумме составляют развернутый угол. Свойство это очевидно для учащихся из рассмотрения чертежа. Дальше учитель может поставить примерно следующие вопросы: что происходит с одним из смежных углов, если другой угол увеличивается, уменьшается; *сколько градусов содержит один из равных смежных* углов и т. д. При этом формулируется определение прямого угла: прямой угол — это один из равных смежных углов. Полезно сейчас же решить несколько числовых задач примерно такого характера *один* из смежных углов в 2 раза больше другого или на 40° больше другого, определить углы и т. д. Задачи эти решаются арифметическим путем.

Дальше можно поставить задачу: дан угол — нужно построить смежный с ним. В общеклассной беседе выясняется, что этот вопрос решается продолжением одной из сторон угла. Когда построение будет выполнено на доске и в тетрадях *учащихся, учитель предлагает* продолжить обе стороны данного угла и обращает внимание учеников на полученные углы. Сообщается, что углы называются противоположными углами (термин в е р т и к а л ь н ы е у г л ы должен быть оставлен как неудачный). Решается несколько примеров на вычисление смежных углов, если известен один из них, — это необходимая подготовка для доказательства равенства противоположных углов в общем виде. Самое доказательство равенства противоположных углов ведется следующим образом: рассматривая чертеж, учащиеся устанавливают следующие свойства смежных углов:



Черт. 3.

1) $\angle 3 + \angle 1 = 2d.$

2) $\angle 3 + \angle 2 = 2d.$

Так как суммы получились равные и по одному из слагаемых тоже равны, то и вторые слагаемые *должны быть* обязательно равны, т. е. $\angle 1 = \angle 2$. Ход доказательства и вывод четко записываются на доске. Можно предложить учащимся самостоятельно доказать равенство другой пары противоположных углов. Доказывая эту теорему, учитель разъясняет учащимся, что рассуждение, которое приводится в подкрепление утверждения, называется доказательством. После всей этой работы учащимся не представят трудности также и вопросы об определении *суммы углов, лежащих по одну сторону от прямой и вокруг точки,* доказательство которых может быть проведено как самостоятельная работа. В связи с этими вопросами необходимо решить достаточное число упражнений и задач.

8. Должны быть проработаны особенно тщательно следующие задачи на построение: 1) построение угла, равного данному; 2) деление угла на 2, 4 и т. д. равные части; 3) построение углов в 90°, 45° и в 22,5°; 4) построение перпендикуляра в данной на прямой точке; 5) опускание перпендикуляра из данной точки на прямую. Проработка дальнейших задач на построение опирается на эти основные построения.

9. Учет работы по этой теме должен состоять в проверке: 1) умения учащихся обозначать, записывать и читать углы; 2) умения обращаться с транспортиром (определение количества градусов и построение угла по данному числу градусов); 3) умения выполнять основные построения, проработанные в этой теме (см. выше), и 4) навыка рассчитывать соотношения между углами на основании проработанных зависимостей. Числовые задачи могут быть даны примерно следующие: 1) в одной точке пересекаются три прямых линии, образующие 6 углов. Один из углов равен 40°, другой — 50°; вычислить остальные углы; 2) один из смежных углов на 30° больше другого, — чему равны углы, и др.

Учет производится на основании наблюдений в процессе работы, просмотра рабочих тетрадей учащихся и указанной часовой письменной контрольной работы в конце темы.

Тема 4. Треугольники.

I.

В первой подтеме учащимся дается представление о треугольнике и многоугольнике и о различных видах треугольников. Треугольник определяется как фигура, ограниченная тремя попарно пересекающимися прямыми; многоугольник — фигура, ограниченная несколькими попарно пересекающимися прямыми. Полезно демонстрировать соответствующие фигуры на шарнирной ломаной. Учащиеся часто ошибочно называют треугольник углом, поэтому необходимо сопоставить то и другое Они уже знают, что две прямые, пересекаясь, образуют угол; проведя третью прямую, пересекающую стороны угла и не проходящую через его вершину, мы получаем треугольник. Надо показать, что треугольник обозначается тремя буквами, стоящими у вершин, но каждая сторона может быть обозначена и одной малой буквой, причем необходимо придерживаться общепринятых обозначений: в треугольнике ABC против вершины A лежит сторона a и т. д. Учащиеся должны получить четкое представление об углах, противолежащих сторонам треугольника и к ним прилежащих; для этой цели надо заставлять их вычерчивать треугольники, обозначая их различными буквами, и называть соответствующие углы и стороны.

При знакомстве с видами треугольников рассматриваются чертежные наугольники. Во избежание часто встречающейся ошибки — неправильного употребления слова **прямоугольник** вместо **прямоугольный треугольник** — необходимо сопоставить обе фигуры, вызывая четкое представление о каждой из них Вводя термин **периметр**, надо подчеркнуть, что периметр измеряется линейными мерами; здесь можно использовать периметр не только треугольника, но и других фигур, знакомых учащимся из курса I ступени: квадрата, прямоугольника Решаются несложные задачи по вычислению периметра или одной какой-либо неизвестной стороны треугольника.

В результате проработки подтемы учащиеся должны знать виды треугольников, уметь чертить различные треугольники от руки и определять вид треугольника; должны хорошо усвоить названия сторон прямоугольного треугольника, уметь построить внешний угол, уметь решать несложные задачи, связанные с вычислением периметра.

Не следует заставлять учащихся записывать слишком много определений: названия треугольников, названия сторон прямоугольного треугольника обозначаются на соответствующих чертежах; определения периметра и внешнего угла должны быть записаны со слов учителя. Диктуя то или иное предложение (определение, вывод и т. п.), учитель должен всегда одновременно писать и на доске во избежание безграмотных и неправильных записей.

II.

Учитель должен дать точные и ясные определения биссектрисы, медианы и высоты; эти определения записываются учащимися, которые должны уметь дать правильный и полный ответ на вопросы: что называется биссектрисой, медианой, высотой треугольника? Нельзя например позволять учащимся говорить коротко, что „медиана есть линия, делящая сторону пополам“; надо разъяснить неточность такой формулировки и требовать правильного определения: „медиана есть отрезок прямой, соединяющий вершину с серединой противолежащей стороны“. Так как в процессе работы по предыдущим темам учащиеся уже делили пополам отрезок и угол, то они должны легко справиться с построением биссектрис и медиан. Построение перпендикуляра также уже должно быть проработано, поэтому построение высот может выполняться двумя способами — наугольником и циркулем.

Выполнение построений надо использовать для укрепления навыков в применении циркуля и линейки. Каждый учащийся обязательно должен иметь необходимые чертежные принадлежности: линейку, наугольник и хороший циркуль.

Хотя чертежи и выполняются карандашом, но все же употребление циркульной ножки, надевающейся на карандаш, следует допускать лишь в крайнем случае. При проработке данной подтемы учитель первоначально сам на доске выполняет построение биссектрисы, медианы и высоты в треугольнике, а затем предлагает выполнить ту же задачу учащимся сначала у доски, а затем самостоятельно; следует строить биссектрисы, медианы и высоты на отдельных чертежах, дабы не затемнять содержания работы обилием проводимых линий. Особое внимание надлежит обратить на расположение высот в прямоугольном и тупоугольном треугольниках; этот вопрос разбирается сначала кем-либо из учащихся, выполняющим построение у доски, другие же зачерчивают в тетрадях. Затем надо, чтобы каждый учащийся самостоятельно начертил тупоугольный и прямоугольный треугольники и построил в них высоты.

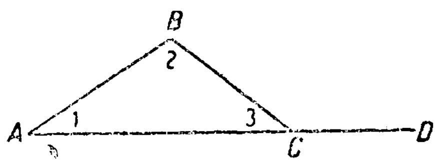
Треугольник и построенные линии обязательно обозначать буквами. Надо с самого начала приучать учащихся записывать в тетрадях, что при проведении биссектрисы получаются равные углы, при проведении медианы — равные отрезки и что высота перпендикулярна к основанию. Например, если в $\triangle ABC$ проведена биссектриса BD, то надо записать: $\angle ABD = \angle DBC$ и т. п.

В качестве домашней работы дается задание по построению линий в различных треугольниках; можно предложить учащимся для самостоятельной работы дома взять равнобедренный или равносторонний треугольник, а также дать контрольные вопросы такого рода: в каком случае высота треугольника располагается вне этого треугольника, в каком треугольнике высоты совпадают со сторонами? и т. п.

III.

Сумма углов треугольника находится опытным путем: вращая линейку последовательно вокруг всех вершин треугольника, учитель показывает, что сумма внешних углов треугольника равна $360° = 4\,d$. Так как сумма внешнего и внутреннего угла у каждой вершины составляет $2\,d$, а таких пар углов 3, то сумма всех внутренних и внешних углов вместе равна $6\,d$, следовательно сумма внутренних углов равна $2\,d$ (такой подход к данному вопросу учитель найдет в первой части „Рабочей книги для рабфаков" под ред. Гангнуса). Можно воспользоваться и иным опытом: вырезать из бумаги любой треугольник и, приведя вершины всех углов в одну точку (основание высоты), убедиться, что сумма углов составляет развернутый угол (Перельман, Новый задачник по геометрии). Каждый из учащихся может самостоятельно в классе проделать этот опыт, причем треугольники берутся разной формы и величины. Опыт здесь не подменяет доказательства, он является лишь методическим приемом, обусловленным возрастом учащихся на данной ступени обучения.

Учащиеся должны выполнить в тетрадях чертеж и записать формулы для суммы внутренних и внешних углов треугольника; словесное выражение этих формул им также надлежит записать. Свойства внешнего угла треугольника должны быть хорошо усвоены, так как в дальнейшем будут применяться при доказательствах. Надо приучать учащихся вести правильную и краткую запись хода рассуждений. Например при выводе свойства внешнего $\angle BCD$ треугольника ABC, углы которого для удобства обозначены цифрами 1, 2, 3 (или A, B, C), запись в тетрадях должна вестись примерно так:



Черт. 4.

$$\angle BCD + \angle 3 = 2d \text{ (как смежные);}$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 2d; \text{ следовательно:}$$

$$\angle 1 + \angle 2 = \angle BCD.$$

Словесная формулировка вывода записывается. Так как внешний угол равен сумме двух внутренних, с ним не смежных, то он больше каждого из этих углов. Надо предложить для самостоятельного решения задачу: начертить такой треугольник, чтобы внешний угол его был: 1) равен смежному с ним внутреннему; 2) меньше смежного с ним внутреннего.

Необходимо поупражнять учащихся в решении задач с применением формул для суммы внутренних и внешних углов треугольника, а также свойства внешнего угла; такие задачи решаются сначала на доске, а затем и самостоятельно учащимися как в классе, так и дома; несложные задачи, например на вычисление одного из острых углов прямоугольного треугольника, если дан другой острый угол, надо решать устно. Не надо при решении этих задач злоупотреблять введением x. Учащиеся должны уметь решать их арифметическим путем; это относится например к задаче 2, помещенной ниже.

По окончании подтемы дается на весь проработанный материал письменная контрольная работа примерно такого содержания:

1. Начертите тупоугольный треугольник и проведите в нем с помощью наугольника все три высоты.
2. В равнобедренном треугольнике боковая сторона на 5 *см* длиннее основания. Периметр треугольника равен 46 *см*. Определите основание.
3. Один угол треугольника равен 30°. Какой угол составляют между собой биссектрисы двух других углов?
4. В треугольнике ABC даны: $\angle A = 27°$, $\angle B = 63°$. Вычислите величину всех внешних углов треугольника и определите вид данного треугольника.

IV.

К вопросу о сравнительной длине сторон треугольника можно подойти путем построения треугольника по сторонам. Сначала на доске решается задача с недостаточным числом данных: задается сначала 1, потом 2 стороны и выясняется, что только все 3 стороны определяют треугольник. Затем можно дать каждому звену в группе различные данные для построения треугольника по 3 сторонам с целью выяснения вопроса — всегда ли выполнима данная задача. При этом учитель должен выбрать данные так, чтобы сумма двух сторон была и больше, и меньше, и равна третьей стороне. Когда учащиеся придут к заключению, что построение не всегда возможно, учитель формулирует вывод: „Треугольник может быть построен лишь в том случае, когда каждая сторона меньше суммы двух других сторон". Начертив затем треугольник на доске, учитель обосновывает это свойство сторон треугольника тем, что прямая есть кратчайший путь между двумя точками. Если группа достаточно сильная, можно выяснить и то, что каждая сторона треугольника больше разности двух других сторон.

Переходя к изучению равенства треугольников, надо указать, какие фигуры называются равными, причем вопрос о равенстве должен быть поставлен не только для треугольников, но и для других фигур так, чтобы у учащихся не получилось впечатления, что с точки зрения равенства рассматриваются исключительно только треугольники. На проработку каждого из признаков равенства треугольников отводится отдельный урок. Изучение каждого признака надо начинать с построения треугольника по соответствующим данным; только когда учащиеся будут выяснять равенство ими самими построенных треугольников, они сознательно отнесутся к поставленной перед ними задаче. Равенство построенных треугольников устанавливается опытным путем, учащиеся выполняют лабораторную работу: с помощью циркуля и линейки строят треугольник по заданным элементам и наложением убеждаются, что треугольники, построенные по одним и тем же данным, равны между собою, по различным данным — не равны.

Учитель дает словесные формулировки признаков равенства, которые записываются учащимися; чертежи с обозначением буквами и записью условия и вывода должны быть зафиксированы в тетрадях. Надо добиться твердого усвоения того, что в равных треугольниках элементы, лежащие против равных элементов, равны между собою, и следить за тем, чтобы учащиеся четко представляли себе, что равны будут лишь сходственные элементы треугольников. Учитель должен пояснить, что равенством треугольников и сходственных элементов равных фигур пользуются для того, чтобы обнаружить в какой-нибудь фигуре равенство определенных отрезков и углов; если вследствие заданных условий удастся обнаружить на чертеже или составить проведением вспомогательных прямых равные треугольники, то равенство соответственных стороны и углов, а также всех сходственно расположенных линий (биссектрис, медиан и т. д.) явится непосредственным следствием.

В качестве упражнений можно предлагать учащимся выполнять по описанию чертежи и отыскивать равные треугольники, доказывая их равенство; например можно дать такое упражнение: „Начертите $\triangle ABC$; проведите медиану AM из вершины A и продолжите ее на отрезок $MD = AM$; точку D соедините с точкой C; найдите на чертеже равные треугольники и докажите их равенство“, или: „Начертите две пересекающиеся прямые; отложите на каждой прямой по обе стороны от точки пересечения произвольные равные отрезки; концы отрезков соедините; докажите равенство полученных треугольников“. Можно давать равные треугольники с элементами, заданными числами, но различно расположенные, и ставить вопрос об их равенстве и т. п.

После равенства косоугольных треугольников прорабатываются три признака равенства прямоугольных треугольников, являющиеся следствием разобранных признаков. Эту работу может выполнить у доски кто-либо из учащихся в то время, как остальные ведут запись и чертят в тетрадях. Решаются задачи на построение прямоугольных треугольников по двум катетам, по гипотенузе и острому углу, по катету и острому углу. Подводится итог: сколько данных величин необходимо иметь для построения косоугольного треугольника и сколько — для прямоугольного.

Часто учащиеся сами ставят вопрос: равны ли треугольники, если они имеют соответственно равные углы? Надо выяснить им отрицательный ответ на этот вопрос путем построения.

В результате работы учащиеся должны твердо усвоить соотношение между сторонами треугольника, уметь выяснить, возможно ли по данным сторонам построить треугольник, уметь построить с помощью циркуля и линейки косоугольный треугольник по данным элементам, знать 3 признака равенства косоугольных треугольников и вытекающие из них признаки равенства прямоугольных треугольников; должны уметь отыскать равные элементы в равных треугольниках и обнаружить на чертеже равные треугольники, доказав их равенство.

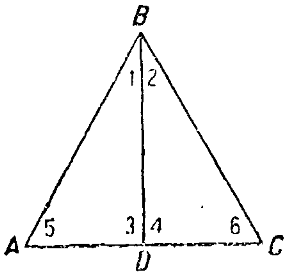
В начале каждого урока по возможности уделять время на краткий устный опрос учащихся по ранее проработанному материалу, задавая вопросы и несложные задачи на вычисление, решаемые устно; после изучения признаков равенства треугольников проводится контрольный устный опрос учащихся для учета знаний, приобретенных по всем пройденным подтемам; надо добиваться от учащихся точных и грамотных словесных формулировок, поэтому их устные ответы имеют большое значение.

V.

В процессе изучения данной подтемы учащиеся должны привыкать при выводе тех или иных свойств фигуры четко представлять себе, какие условия имеются (что дано) и к какому выводу они должны притти (что требуется доказать). Если учитель имеет дело с сильной группой, то можно, переходя к изучению свойств равнобедренного треугольника, впервые познакомить учащихся и с названиями: аксиома, теорема, разъяснить им строение теоремы; примером будет служить теорема о биссектрисе равнобедренного треугольника. Материал по этому вопросу имеется в методразработке „Параллельные линии“ для шестого года обучения. Но обязательно для всех учащихся, приступая к доказательству, вести буквенную запись того, что дано, и что требуется доказать. В дальнейшем при выводе какого-либо свойства всегда следует вести запись на буквах. Доказательство свойств биссектрисы равнобедренного треугольника дается на основании равенства треугольников; ход рассуждения учащиеся также записывают примерно следующим образом:

Дано: $AB = BC$ ($\triangle ABC$ равнобедренный);

$\angle 1 = \angle 2$ (BD — биссектриса).



Черт. 5.

Требуется доказать: 1) $AD = DC$ (BD — медиана);

2) $BD \perp AC$ (BD — высота).

Доказательство:

$\triangle ABD = \triangle CBD$ (BD — общая сторона).

$AB = BC$ (по условию);

$\angle 1 = \angle 2$ (по условию).

Следовательно. $AD = DC$. (1)

$$\angle 3 = \angle 4;$$
$$\angle 5 = \angle 6.$$
$$\angle 3 + \angle 4 = 2d, \text{ следовательно: } \angle 3 = \angle 4 = d.$$
$$BD \perp AC. \qquad (2)$$

Словесная формулировка записывается со слов учителя. Записывается еще (формулой и словами) и дополнительный вывод: углы при основании равнобедренного треугольника равны.

Затем рассматривается равносторонний треугольник; к нему применяются свойства равнобедренного треугольника; выясняется, что он является *и равноугольным*. Ставится вопрос, сколько различных отрезков надо построить, чтобы провести все биссектрисы, медианы и высоты в равнобедренном, в равностороннем треугольнике.

Если учащиеся хорошо усвоят признаки равенства треугольника, то доказательство путем установления равенства для них не будет особенно трудным. Надо требовать от учащихся полного понимания и умения выводить свойства фигур самостоятельно. Учитель должен смотреть на доказательство, проводимое по законам формальной логики, как на „метод для отыскивания новых результатов, для перехода от известного к *неизвестному*“ (Энгельс, Анти-Дюринг, стр. 123).

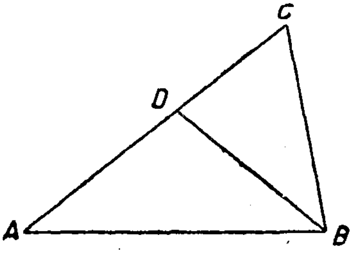
На примере равнобедренного треугольника дается представление об осевой симметрии. Надо поставить на разрешение учащихся вопрос о симметрии равностороннего треугольника, квадрата, прямоугольника, и выяснить, каково число осей симметрии у каждой из этих фигур. Следует показать, что перпендикуляр, проведенный через середину отрезка, есть ось симметрии отрезка, а биссектриса — ось симметрии угла. Полезно пробудить у детей инициативу к построению разнообразных симметричных фигур, к отысканию их в строительстве, в природе (части здания, переплет окна, снежинки, цветы, бабочки и др.).

Выясняется, что катет, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы. Путем построения треугольника, симметричного данному по отношению к большему катету, получается равносторонний треугольник, причем катет, лежащий против угла в 30°, служит в нем половиной стороны, а гипотенуза — стороной.

Свойства равнобедренного треугольника закрепляются на задачах, которые могут быть проработаны учащимися самостоятельно в классе, а также заданы в качестве домашней работы; эти задачи послужат и для повторения ранее пройденного в данной теме, например суммы внешних и внутренних углов треугольника, признаков равенства треугольников.

VI.

В дальнейшем придется пользоваться тем свойством, что в треугольнике против бóльшего угла лежит и бóльшая сторона. В большинстве курсов геометрии эта теорема считается обратной и доказывается методом от противного; чтобы избежать этого метода для учащихся пятого года обучения, можно доказать данную теорему следующим образом: пусть в $\triangle ABC \angle B > \angle A$; построим $\angle ABD = \angle A$, тогда $\triangle ADB$ равнобедренный и $AD = DB$,



Черт. 6.

$$\text{но } BD + DC > CB;$$

$$BD = AD, \text{ следовательно}$$

$$AD + DC > CB, \text{ т. е.}$$

$$AC > CB.$$

Учитель ставит вопросы, какая из сторон прямоугольного треугольника, из сторон тупоугольного треугольника — наибольшая; задаются величины углов треугольника и решается задача, какая из сторон его — наибольшая.

На основе доказанного свойства треугольника легко будет выяснить, что перпендикуляр короче всякой наклонной, проведенной из той же точки, его же придется применить и при сравнении двух наклонных, имеющих неравные проекции. Доказательство в последнем случае проводится обычным путем. Необходимо остановиться на расстоянии от точки до прямой и дать учащимся ряд упражнений, беря точку и прямую в необычных положениях.

Равенство наклонных, имеющих равные проекции, доказывается с помощью равенства треугольников или на основе симметрии. Можно предложить учащимся самостоятельно вывести, что равные наклонные имеют равные проекции. При выводе признака равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету будет использовано последнее свойство. Этот случай равенства прямоугольных треугольников можно показать и иначе, вполне доступным для учащихся образом: приложить данные треугольники друг к другу равными катетами, тогда получится равнобедренный треугольник, в котором углы при основании равны; таким образом наши треугольники имеют еще и по равному острому углу. При таком доказательстве необходимо подчеркнуть, что мы сложили два прямых угла и потому получили развернутый угол, вследствие чего катеты приложенных друг к другу треугольников составят одну прямую. Построение прямоугольного треугольника по катету и гипотенузе не легко для учащихся и должно быть четко вычерчено учителем на доске

Полезно упражнять учащихся в самостоятельном выводе предложений, связанных со свойствами треугольников, например следующих: в равнобедренном треугольнике высоты, проведенные из углов при основании, а также биссектрисы этих углов и медианы боковых сторон равны; в равнобедренном прямоугольном треугольнике высота, проведенная из вершины прямого угла, равна половине основания и т. п.

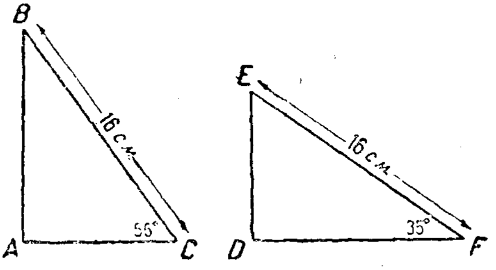
VII.

Все указанные в программе свойства сторон и углов треугольника, признаки равенства треугольников учащиеся должны усвоить и уметь доказывать, причем должны вести правильную запись.

В конце темы полезно провести повторительную беседу, охватывающую по возможности весь материал, так как проработка темы продолжительна, и желательно возобновить в памяти все пройденное. Кроме того для учета результатов работы проводится письменная контрольная работа, в которую включаются примерно такого характера вопросы и задачи:

1. В равностороннем треугольнике проведите биссектрисы, медианы и высоты.

2. Даны 2 косоугольных треугольника ABC и $A_1B_1C_1$, где $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$. Какое условие надо добавить, чтобы треугольники были равны? Объясните возможные ответы ссылкой на признак равенства треугольников.



Черт. 7.

3. Даны 2 прямоугольных треугольника (черт. 7). Равны ли эти треугольники?

4. Внешний угол при основании равнобедренного треугольника равен $72^0\ 30'$. Определите все внутренние углы треугольника.

Литература для учителя:

Систематические курсы геометрии,— Бореля, Киселева, Извольского.

1. Извольский, Методика геометрии.

2. Карасев, Ряднова, Чулицкий, Математика для педтехникумов (вступительная глава к разделу геометрии).

Для учащихся:

„Математика для ФЗС и ШКМ“ под общей редакцией Березанской, Бутягина, Гангнус, Калецкого, пятый год ФЗС и первый год ШКМ, выпуск II.

Тема 4. Треугольники. 25 часов.

	Подтема	Содержание	Примерное время	Характер работы
1	Знакомство с основными терминами и с видами треугольников. Линии в треугольнике.	1. Треугольник и многоугольник. Обозначение стороны и углов треугольника. Углы, прилежащие к сторонам треугольника и им противолежащие. Классификация треугольников: 1) по сторонам, 2) по углам. Название сторон прямоугольного треугольника. Периметр. Внешние углы треугольника. Упражнения: чертежи и задачи.	3 часа.	Учитель дает объяснения всему классу, задавая вопросы учащимся. Урок-беседа. Задачи решаются учащимися на доске и в тетрадях.
		2. Высота, медиана и биссектриса треугольника. Их построение. Проведение высот в прямоугольном и тупоугольном треугольниках.		1. То же. 2. Самостоятельное выполнение учащимися построений в тетрадях.
2	Сумма углов треугольника. Свойства внешнего угла треугольника.	1. Сумма внешних и внутренних углов треугольника. Сумма острых углов прямоугольного треугольника. Решение задач.	2 часа.	Объяснение учителя. Решение задач на доске и самостоятельно.
	—	2. Свойства внешнего угла треугольника: Внешний угол равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним; больше каждого из внутренних углов, не смежных с ним. Решение задач.	—	—
	—	3. Письменная работа	1 час.	—
3	Построение треугольника. Свойство сторон треугольника. Равенство треугольников.	1. Построение треугольника по сторонам. Исследование возможности построения. Соотношение между длинами сторон треугольника.	8 часов.	Первоначальное построение выполняется учащимися на доске. Затем работа ведется самостоятельно по звеньям. Учитель формулирует и обосновыв. вывод.

Учебные пособия	Примерная домашняя работа
„Рабочая книга", шестой год, под ред. Березанской, изд. 1931 г., вып. V, §§ 218—221, § 72, упражнения 1, 2, 4. „Рабочая книга" Берга, Знаменского и др., изд. 1929 г., часть 4, гл. II, §§ 9, 10, упражнение 80. Перельман, Новый задачник по геометрии, изд. 1926 г., гл. IV, задачи 102 - 105. Шарнирная ломаная, чертежные принадлежности.	Вычерчивание различных видов треугольников. Березанская, шестой год, § 72, вопросы 1, 2, упражнения 3, 5. Берг, шестой год, гл. II, упражнения 78, 79.
Березанская, шестой год, §§ 88 - 90. Берг, *шестой год*, § 11. Пособия: чертежные принадлежности, шарнирный треугольник с нитями для демонстрации биссектрисы, медианы и высоты или иная модель треугольника.	Березанская, шестой год, § 92 (1—4).
Березанская, шестой год, §§ 81, 82, 84, упражнения 1, 2. Берг, шестой год, упражнения 88, 89, 96. Перельман, задачи 139, 151—153. Пособия: линейка, бумажная модель треугольника для демонстрирования суммы углов.	Березанская, шестой год, § 84, упражнения 1, 2, § 83, вопрос 1. Берг, шестой год, упражнения 90—95. Перельман, задачи 140, 143, 144.
Березанская, шестой год, §§ 93, 101 (9,10).	—
—	—
Березанская, шестой год, §§ 73, 74. Берг, шестой год, гл. II, §§ 9,14 (3). Перельман, задачи 10 , 101. Пособия: циркуль, линейка.	Березанская, шестой год, § 75, вопросы 1, 3, упражнения 1.

„Математика" для пятого года ФЗС и первого года ШКМ под общей редакцией Березанской, Бутягина, Гангнус и Калецкого, выпуск II (печатается). По всем подтемам.

	Подтема	Содержание	Примерное время	Характер работы
		2. Равные фигуры. Равенство треугольников по трем сторонам. Равенство углов как следствие равенства сторон в равных треугольниках. Задачи.		1. Объяснение учителя. 2. Лабораторная работа. 3. Формулировка вывода учителем.
		3. Построение треугольника по двум сторонам и углу, заключенному между ними. Равенство треугольников по двум сторонам и углу между ними.		—
		4. Построение треугольника по стороне и двум прилежащим к ней углам. Равенство треугольников по сторонам и двум углам. Равенство элементов, лежащих против равных элементов в равных треугольниках.		—
		5. Равенство прямоугольных треугольников: 1) по катетам; 2) по гипотенузе и острому углу; 3) по катету и острому углу, как следствия из признаков равенства косоугольных треугольников. Построение прямоугольных треугольников.		Доказательства проводятся учащимися у доски. Более подготовленным учащимся могут быть поставлены соответствующие вопросы для самостоятельного разрешения (дома или в классе).
		6. Попытка построения треугольника по трем углам. Вывод: три угла не определяют треугольника. Число элементов, определяющих косоугольный и прямоугольный треугольник. Упражнения на применение признаков равенства треугольников.		Урок-беседа. Решение упражнений на доске.

„Математика" для пятого года ФЗС и первого года ШКМ под общей редакцией Березанской, Бутягина, Гангнус и Калецкого, выпуск II. По всем подтемам.

Учебные пособия	Примерная домашняя работа
Березанская, шестой год, §§ 73, 78 Берг, шестой год, §§ 12, 13. Пособия: циркуль, линейка, плотная бумага, ножницы.	—
Березанская, шестой год, § 77. Берг, шестой год, гл. II, §§ 12, 14 (2).	Березанская, шестой год, § 77 (задача), § 78, (8). Перельман, задача 106.
Березанская, шестой год. Берг, шестой год, §§ 12, 14 (1).	Березанская, шестой год, § 80 (1, 2, 4) Перельман, задача 103.
Березанская, шестой год, § 85. Берг, шестой год, § 12. Перельман, задача 109.	Березанская, шестой год, § 87 (1). Упражнения на применение признаков равенства треугольников.
Березанская, шестой год, § 101 (15).	Упражнения того же характера.

	Подтема	Содержание	Примерное время	Характер работ
		7. Опрос учащихся по проработанным разделам.	—	—
4	Свойства равнобедренного треугольника. Осевая симметрия.	1. Свойства равнобедренного треугольника. Биссектриса угла между равными сторонами служит одновременно и медианой и высотой. Следствие: в равнобедренном треугольнике углы при основании равны.	3 часа.	Урок-беседа с использованием доски.
		2. Равносторонний треугольник; равенство его углов, проведение его высот, биссектрис и медиан. Решение задач с применением свойств равнобедренного треугольника.		Урок-беседа. Решение задач учащимися самостоятельно с консультацией учителя.
		3. Понятие об осевой симметрии. Симметрия равнобедренного и равностороннего треугольника, квадрата, прямоугольника, круга. Построение симметричных точек, отрезков и фигур. Ось симметрии, отрезка и угла. Свойство катета, лежащего против угла в 30°.		Объяснение учителя. Запись, выполнение чертежей на доске и в тетрадях.
5	Свойство стороны, лежащей против большего угла в треугольнике. Свойства наклонных и их проекций. Четвертый случай равенства прямоугольных треугольников.	1. Во всяком треугольнике против большего угла лежит и бо́льшая сторона.	6 часов.	Объяснение учителя.

„Математика" для пятого года ФЗС и первого года ШКМ под общей редакцией Березанской, Бугина, Гангнус и Калецкого, выпуск II (печатается). По всем подтемам.

Учебные пособия	Примерная домашняя работа
—	—
Березанская, шестой год, § 91. Берг, шестой год, § 11.	Березанская, шестой год, § 91, упражнения 1, 2. Перельман, задача 142.
Березанская, шестой год, § 91, упражнения 3, 4; § 92, упражнения 5—7. Перельман, задачи 146, 149, 150, 155.	Перельман, задачи 145, 148, 149.
Березанская, шестой год, §§ 93—96, 100. Берг, шестой год, гл. II, § 23. Перельман, задачи 169, 170.	Березанская, шестой год, § 96, задачи 6, 7—9, § 101 (4). Берг, шестой год, гл. II, § 23 (101, 102). Вычерчивание симметричных фигур с различным числом осей симметрии.
—	—

	Подтема	Содержание	Примерное время	Характер работы
		2. Перпендикуляр и наклонные. Проекция точки и отрезка на прямую. Проекция отрезка, перпендикулярного к оси, параллельного ей и пересекающего ось. Свойство перпендикуляра: перпендикуляр короче всякой наклонной, проведенной из той же точки. Расстояние точки от прямой. Наклонные, проведенные из одной точки и имеющие равные проекции, равны между собой.		Объяснение учителя. Беседа. Учащиеся проводят доказательства у доски.
		3. Равные наклонные, проведенные из одной точки, имеют равные проекции. Четвертый случай равенства прямоугольных треугольников (по катету и гипотенузе).		Доказательство проводится учащимися у доски или самостоятельно. Объяснение учителя.
		4. Из двух наклонных, проведенных из одной точки, та больше, проекция которой больше.		Объяснение учителя.
6	Подведение итогов.	1. Повторение всего проработанного материала. 2. Контрольная письменная работа.	2 часа.	Беседа.

„Математика" для пятого года ФЗС и первого года ШКМ под общей редакцией Березанской, Бутягина, Гангнус и Калецкого, выпуск II (печатается). По всем подтемам.

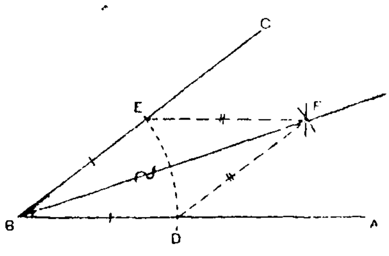
Учебные пособия	Примерная домашняя работа
Березанская, шестой год, §§ 102—105, 107, 108 (4). Берг, шестой год, гл. II, §§ 19, 22.	Берг, шестой год, § 108 (1, 2, 3, 11, 14).
Березанская, шестой год, §§ 107, 86.	—
Берг, § 19.	—
	—

Тема 5. Основные задачи на построение. 4 часа.

Содержание	Примерное время
Построение угла, равного данному Деление отрезка на 2, 4 и т. д. равных частей Деление угла на 2, 4 и т. д. равных частей Построение перпендикуляра Построение угла в 30°, 60° и 90° Построение треугольников: 1) повторение основных случаев построения треугольников; 2) построение равнобедренных треугольников; 3) построение прямоугольных треугольников; 4) построение различных случаев косоугольных треугольников.	4 часа.

Задачи на построение до сих пор занимали в программе по математике очень незначительное место, совершенно непропорциональное их образовательному значению. Последний вариант программ кладет этому решительный конец, выделяя задачи на построение в особую тему, а в пределах каждой геометрической темы всех годов обучения подчеркивая их значение и место.

Ценность задач на построение в том, что они заставляют учащихся пользоваться методом и приемами геометрии. В основе всех геометрических построений лежат два основных построения: 1) через данную точку провести прямую линию и 2) начертить окружность данного радиуса. Все геометрические построения, выполняемые с помощью циркуля и линейки, приводятся к этим простейшим построениям. Анализ и исследование геометрических задач способствуют развитию пространственных представлений и конструктивных способностей учащихся. Велико значение задач на построение еще и потому, что они приводят учащихся к умению читать чертежи, к находчивости в выборе и в проведении вспомогательных линий, что обязательно для ученика политехнической школы.



Черт. 8.

Тема „Задачи на построение" является темой повторительной; эта тема систематизирует навыки учащихся в выполнении различных построений, приобретенные ими при прохождении отдельных вопросов программы, так как не все построения могли быть раньше доказаны учащимся.

Работу следует организовать так, чтобы каждый учащийся само-
ятельно, аккуратно и чисто выполнил все необходимые построения.
едварительно каждая задача решается на классной доске и прово-
тся ее доказательство обычными приемами. Доказательство задач на
троение должно убедить учащихся в том, что построенная фигура
ствительно удовлетворяет всем требованиям задачи. Например ре-
ем задачу: данный $\angle ABC$ разделить пополам, т. е., другими словами,
строить биссектрису данного угла. Выполнив построение, получаем
гуру, представленную на чертеже 8 сплошными линиями. Для до-
зательства, что $\angle ABC$ действительно разделился пополам, т. е., что
$ABF = \angle FBC$, соединим прямыми точку F с D и E. Тогда мы
лучим 2 треугольника: $\triangle BFD$ и $\triangle BEF$, которые равны, так как
них BF общая сторона, а $BD = BE$ и $DE = EF$ по построению. Из
енства треугольников следует равенство углов. Доказательство ста-
возможным только после проработки темы „Треугольники".

Задачи на построение, несложные по заданиям, обычно содержат
момента: построение и доказательство. Более сложные задачи, ре-
ние которых не очевидно из условий, требуют предварительного
лиза и последующего за доказательством исследования. В разделе
остроение треугольников" кроме повторения и доказательства уже
естных учащимся построений нужно остановиться на некоторых до-
нительных задачах на построение. Желательно решение следующих
ач: 1) построение равнобедренных треугольников по основанию
оковой стороне, по основанию и прилежащему углу, по боковой
роне и углу при вершине, по боковой стороне и углу при основании
; 2) построение треугольника по двум сторонам и углу, лежащему
тив большей из них, против меньшей из них и других с последующим
ледованием условий построения. Выполнение задач на построение
бует много времени. Рекомендуется, разъяснив в классе то или
гое построение, переносить выполнение чертежа по этой задаче на
ашнюю работу с обязательной последующей проверкой. Нужно
учить учащихся исследовать построение, начиная с простейших
чаев. Например уместно решить вопрос: при любом ли значении
рон треугольника возможно решение задачи на построение тре-
льника по трем сторонам и всегда ли получается один треугольник;
: при всяком ли значении угла при основании равнобедренного тре-
льника возможно построение самого треугольника? При некоторой
мчивости учащиеся ответят на эти и им подобные вопросы само-
ятельно.

В результате проработки этой темы учащиеся должны аккуратно и
то выполнять основные задачи на построение и приобрести
ык в решении и других несложных задач, использовать кото-
при прохождении курса геометрии рекомендуется учителю воз-
но шире. Решение более сложных задач возможно, если останется
мя в классе или в порядке кружковой работы. Литература для
теля указана выше.

Учитель должен иметь в виду, что решение сложных задач построение состоит из следующих частей:

1. Делается от руки приблизительный чертеж искомой фигуры предположении, что задача уже решена. Рассматривая начерченн фигуру, стремятся найти такие зависимости между данными задача и искомыми, которые позволили бы свести задачу к другим задач элементарного характера, известным раньше, и тем положить нача ее решению.

2. Когда таким образом план решения найден, выполняется п строение.

3. Для проверки решения доказывается на основании известн теорем, что полученная фигура удовлетворяет всем требованиям дачи.

4. Затем исследуется вопрос, при всяких ли данных задача в можна (например, всякие ли отрезки могут служить сторонами т угольника), допускает ли она одно решение или несколько (нап мер, сколько треугольников можно построить по двум сторонам углу, лежащему против одной из них) и нет ли в задаче каких-ли особых случаев, когда построение упрощается или, наоборот, усло няется. Такой подход к решению задач на построение должен выраб тываться у учащихся на протяжении всего курса геометрии.

Учет работы по этой теме производится в форме наблюдений процессе работы и проверки выполненных чертежей.

Литература для учителя:

1. Киселев, Геометрия.
2. Берг, Приемы решения задач на построение.
3. Александров, Методы решения задач на построение и сборн геометрических задач (новое переработанное издание готовится к печати).
4. Клазен и Бах, Сборник геометрических задач.