

ЛЕНИНГРАДСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени А И ГЕРЦЕНА

О Я ЛИХАЧЕВА

МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ОСНОВНЫХ
ПОНЯТИЙ АЛГЕБРЫ У УЧАЩИХСЯ 6-го КЛАСС

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации, представленной на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

ЛЕНИНГРАД
1953

54-15376

В решениях XIX съезда КПСС указано на необходимость создания всех условий для перехода к всеобщему политехническому обучению. Одним из самых необходимых условий, дающих возможность осуществить политехническое обучение в школах, является овладение учащимися основами наук. Овладеть основами наук, значит прежде всего усвоить диалектико-материалистические идеи, лежащие в основе каждой науки, овладеть системой понятий этой науки, изучить руководящие теории и законы ее и суметь применить полученные знания на практике.

Задача политехнического обучения в школах будет решена тем успешнее, чем лучше учащиеся овладеют основами наук.

В процессе изучения основ каждой науки большое внимание должно быть уделено планомерной и систематической работе над образованием у учащихся системы понятий данной науки. Под понятием понимается обобщенное знание, отражающее и фиксирующее существенные признаки предметов и явлений объективной действительности.

Правильное толкование природы мышления и вопроса формирования понятий дано в марксистской философии. Человеческое познание есть процесс отражения объективного мира, познаваемого человеком через чувственное созерцание и абстрактное мышление.

К понятиям мы приходим в результате тех или иных обобщений. В понятиях обобщаются результаты познания объективной действительности, где общее и единичное связаны между собой. Основным содержанием понятия являются существенные признаки изучаемого объекта.

Процесс образования понятий есть процесс отвлечения от ряда несущественных признаков и свойств и обобщение существенных.

К понятиям мы приходим через абстракцию, что дает возможность выражать в понятиях объективную реальность. Формирование понятий — это длительный мыслительный процесс. Вопрос о том, как формируются понятия у учащихся того или иного учебного предмета, очень важен и в то же время очень сложен. Несмотря на то, что за последнее время большое внимание уделяется изучению процесса формирования понятий различных школьных дисциплин, работ по изучению формирования математических понятий еще очень мало. Среди них есть работы по формированию понятий в области арифметики и геометрии и совершенно отсутствуют работы по формированию алгебраических понятий. Некоторые методисты, например проф. Ланков, отмечали, что проблема формирования понятий в алгебре стоит особенно остро, так как алгебра одна из самых абстрактных математических дисциплин.

Одной из основных задач, стоящих перед преподаванием алгебры в настоящее время, является повышение идейно-теоретического уровня ее преподавания. Для осуществления этого необходимо добиться более углубленного усвоения учащимися основных понятий, идей алгебры и более углубленного изучения теории.

Необходимо привлечь внимание учащихся к тому, что в алгебре, как и в геометрии, новые понятия, не являющиеся первоначальными, должны быть определены и новые положения, не являющиеся аксиомами, должны быть доказаны.

Мы считаем, что изучение вопроса о формировании алгебраических понятий является одним из основных вопросов методики алгебры. Изучение процесса формирования у учащихся алгебраических понятий, установление средств, способов и приемов, обеспечивающих более прочное и сознательное их усвоение, даст возможность резко повысить эффективность всей учебно-воспитательной работы, повысить идейно-теоретический уровень преподавания.

Усвоение основных понятий и системы этих понятий даст возможность учащимся раскрывать существующие в действительности связи, отношения, зависимости, устанавливать закономерности, приучит учащихся оперировать понятиями, пользоваться ими для образования новых понятий, обнаруживать самостоятельность суждений, умение применять теорию на практике, связывать знания с жизнью. Умение оперировать понятиями развивает у учащихся способность к отвлеченному мышлению, способность к широким и глубоким обобщениям.

расширяет и углубляет их познавательный опыт, создавая этим основы научного мировоззрения

Ввиду сложности вопроса о формировании понятий, вводимых в курсе алгебры средней школы, мы ограничились изучением формирования понятий, вводимых при изучении первых двух тем курса 6-го класса, в основном тех понятий, которые связаны с понятием числа

Выбор этого класса обусловлен тем, что в этом классе начинается изучение алгебры, т. е. здесь закладывается тот фундамент, на основе которого будет строиться преподавание дальнейшего материала

При разрешении вопроса о формировании понятий встает много вопросов методического характера, которые мы считали необходимым осветить в диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и приложения

I глава — Анализ программы 6-го класса по алгебре

II глава — Анализ литературы по изложению двух первых тем алгебры 6-го класса

III глава — Изложение опыта по введению понятий

IV глава — Изложение опыта по формированию у учащихся основных понятий при изучении последующего материала

При разработке темы диссертации мы опирались на труды классиков марксизма-ленинизма, на труды классиков педагогики. Нами была изучена основная методическая, педагогическая, психологическая литература по данному вопросу

При написании диссертации использован наш многолетний опыт в средней школе. Для проведения исследовательской работы нами велось преподавание алгебры в 6-б классе 221-й средней школы г. Ленинграда в 1951—52 учебном году. Кроме того, использован опыт учительницы той же школы Скляр М. А.

Во введении излагается вопрос о сущности понятий, указывается на значение изучения вопроса о формировании понятий для преподавания математики, раскрываются цели задачи и методика исследования вопроса о формировании основных алгебраических понятий в 6-м классе

При изложении целей исследования указывается, что в диссертации предполагается

1. Дать разработку методики изложения первых уроков алгебры и введения основных понятий

2 Подвергнуть исследованию процесс формирования у учащихся введенных понятий при изучении последующего программного материала по алгебре 6-го класса

3 При изучении вопроса о формировании основных алгебраических понятий установить следующее

а) способствует ли уяснению понятия введение его определения,

б) какое влияние оказывает на усвоение понятий срок и изучения,

в) какие упражнения при формировании понятия являются наиболее эффективными,

г) какова роль повторения

В результате исследования необходимо установить

1 Какие трудности возникают у учащихся при формировании понятий

2 Каковы должны быть пути и средства к их устранению

3 Какие этапы в усвоении учащимися основных алгебраических понятий имеют место

В первой главе анализируется идейное содержание курса алгебры 6-го класса, подвергается анализу система понятий вводимых при изучении алгебры в 6-м классе, и те трудности которые возникают у учащихся при изучении двух первых тем

Идейное содержание курса тесно связано с изучением любой проблемы и во многом им определяется, а потому и при изучении вопроса о формировании понятий прежде всего необходимо подвергнуть анализу идейное содержание этого курса. Подвергая анализу программу, мы указываем на то что преподавание алгебры, как и другого предмета должно быть проникнуто духом партийности и принципиальной выдержанности. Наша советская школа, как и вся наша страна наш государственный и общественный строй воспитывают учащихся в духе коммунизма

В процессе преподавания алгебры исходя из ее содержания, необходимо разоблачать антинаучные и реакционные теории, воспитывать у учащихся диалектико-материалистическое понимание природы и ее закономерностей

Одной из самых основных тем алгебры 6-го класса является тема «Рациональные числа», имеющая огромное воспитательное и образовательное значение

При введении отрицательного числа можно учащимся на конкретных примерах показать, что человек, обнаруживая количественные свойства материи, благодаря своему активно

му отношению к природе, в процессе труда узнавал эти свойства и выражал их при помощи отвлеченных понятий, например числа. Содержанием этих понятий являются свойства окружающей нас действительности.

Наглядной иллюстрацией этому является то, что отрицательные числа были введены с большим трудом, их признание пришло только тогда, когда им было дано конкретное толкование в качестве обозначения количественных соотношений между величинами, которые могут изменяться в двух противоположных направлениях. Основной движущей силой в развитии понятия числа было противоречие между познанием и практикой. Осуществляя диалектический подход в изучении понятий на примере расширения понятия о числе следует показать учащимся, что понятия не остаются неподвижными, а вечно движутся, переходят друг в друга, без этого они не отражали бы реальной действительности.

При изучении последующих тем учащиеся должны уяснить идею тождественных преобразований, осознать общую идею функциональной зависимости, приобрести умение выражать простейшие зависимости между величинами при помощи уравнений и изображать графически.

Идея функциональной зависимости имеет тесное соприкосновение с многими разделами программы, а потому в процессе изучения всего программного материала функциональные начала должны пронизывать все преподавание. Следует помнить, что понятие о функции и функциональной зависимости является одним из основных понятий современной математики, без этого невозможно изучить многие вопросы физики, техники и естествознания.

При изучении функциональной зависимости между величинами учащиеся на конкретных примерах могут ознакомиться с диалектическим методом познания окружающего.

Проведя краткий анализ системы основных понятий курса алгебры 6-го класса следует отметить, что система определений среднешкольного курса алгебры не может быть строго научной. В то же время все определения понятий должны вводиться с учетом современных научных требований. Они должны создать, насколько это возможно, в логическом отношении наиболее стройную систему определений. Следует помнить, что ни в коем случае нельзя в целях упрощения искажать научную трактовку понятия, которую в дальнейшем придется бы искоренять.

Подвергая анализу систему определений понятий по курсу

алгебры 6-го класса, мы имели своей целью указать лишь основные дефекты, имеющиеся в ней, беря за основу стабильный учебник, не претендуя на то, чтобы указать все недостатки этой системы

Все алгебраические понятия, вводимые в 6-м классе в основном опираются на понятия числа, величины, равенства, неравенства и арифметического действия. Многие из этих понятий в курсе арифметики логически не определялись, понятие о них вводилось через описание и формирование их происходило в процессе производства над ними тех или иных операций

Среди понятий, которые формируются в 6-м классе, некоторые понятия были введены в курсе арифметики, и в 6-м классе при изучении алгебры они расширяются. Например, понятия числа, равенства, неравенства. Почти все основные понятия, вводимые в курсе алгебры 6-го класса, относятся к определённым понятиям, и большинству из них при изучении курса даются определения. Все понятия, вводимые в 6-м классе, будут в дальнейшем расширяться, обогащаться новым содержанием, но для части из них не будут изменяться формулировки определений: например, для одночлена, многочлена, алгебраической суммы и других.

Проведя анализ системы основных понятий курса алгебры 6-го класса, изложенной в стабильном учебнике (Алгебра 1-я часть, Киселев А. П.), следует отметить, что многие понятия вводятся в нем без учета современных научных требований.

Система вводимых понятий не удовлетворяет логическим и педагогическим требованиям и не соответствует программе. Большим дефектом этой системы является имеющийся порочный круг в определении абсолютной величины рационального числа и противоположных чисел (Киселев А. П., Алгебра 1-я часть, 1952 г., стр. 63).

Следует отметить, что имеются некоторые дефекты в системе определений и других авторов учебников алгебры для средней школы, например, Д. Н. Фаддева и Н. С. Соминского, В. Л. Гончарова.

При составлении стабильного учебника по алгебре необходимо обратить серьезное внимание на структуру определений и их систему.

Подвергая анализу трудности, возникающие при изучении первых тем алгебры, мы отмечаем, что эти трудности не только методического характера, но они определяются самим со-

держанием этого предмета Почти все понятия, **вводимые** в 6-м классе, — абстрактны, и большинство из них вводится при изучении 2-х первых тем Большие трудности испытывают учащиеся при овладении буквенной символикой и связанными с нею условностями Характер этих условностей нов для учащихся При введении букв должен быть осуществлен переход от конкретных арифметических вычислений к области алгебраической символики Затруднения испытывают учащиеся при ознакомлении с понятием отрицательного числа, особые трудности возникают при установлении смысла действий над рациональными числами и условиями их сравнения Основная трудность для учащихся здесь состоит в том, что условия сравнения и правила действий, носящие для них привычное наименование, теряют смысл при применении их к новым объектам и потому должны быть по-новому определены Учащиеся не могут отказаться от потребности доказать правила действий, в то время когда здесь не может быть речи о доказательстве

С большим трудом на первых порах уясняется то, что с введением отрицательных чисел действия приобретают новые свойства

Возникновение трудностей при изучении начал алгебры объясняется особенностью мышления школьника 6-го класса

У учащихся 6-го класса еще не развиты специфические особенности мышления, связанные с методами математического исследования, у них еще не выработана культура отвлеченного мышления

Проводя анализ методической и учебной литературы, мы отмечаем, что в вопросе об изложении начальной алгебры в дореволюционное время в основном существовало два направления, представителями которых предлагался различный порядок изложения теоретического материала Мы указываем преимущества и недостатки этих способов изложения

При этом отмечаем одну характерную особенность всех способов изложения начальной алгебры, а именно новые понятия вводились исключительно формально, без какой-либо конкретизации Материал излагался сухо и формально, без применения наглядности без учета возрастных особенностей учащихся

В изложении темы «Рациональные числа» многими авторами допускались логические дефекты Основная ошибка заключалась в непонимании того, что должно быть доказано и что должно вводиться по определению

В 60-х годах прошлого столетия лучшие представители педагогической мысли высказывались за коренное изменение изложения начальной алгебры, за создание пропедевтического курса алгебры. Среди них следует отметить Евтушевского В. А., Лебединцева К. Ф.

Советский период в методике математики ознаменовался привлечением большого внимания к изучению начал алгебры.

Вопрос о порядке расположения материала предусмотрен программой.

В методической литературе уделяется большое внимание введению основных понятий, правильно дается анализ трудностей, с которыми встречаются учащиеся на первых уроках алгебры.

Некоторые методисты правильно намечают пути преодоления этих трудностей.

В изложении темы «Рациональные числа» введено больше ясности. В учебниках для средней школы, вышедших за последние 15 лет, нет логических дефектов в изложении вопросов теории. Много уделяется внимания введению понятия отрицательного числа, раскрытию его реального смысла. Сравнение рациональных чисел и действия над ними устанавливаются при помощи определений. Различие в изложении этих вопросов заключается лишь в том, что одни авторы иллюстрируют целесообразность вводимых определений конкретной задачей до введения самого определения, другие — после определения.

Всеми авторами применяется наглядность. Нам кажется, что основным недостатком изложения всех этих вопросов является то, что все методисты, уделяя большое внимание введению основных понятий, не указывают, какая должна быть проведена система работы с учащимися для того, чтобы ими были усвоены введенные понятия.

В третьей и четвертой главах изложен наш опыт преподавания алгебры в 6-б классе школы № 221 гор. Ленинграда. В третьей главе описана методика преподавания двух первых тем программы. Преподавание в этом классе велось по учебнику алгебры Д. Х. Фаддеева и И. С. Соминского. В четвертой главе изложен опыт работы по формированию у учащихся основных понятий при изучении последующего материала программы по алгебре 6-го класса.

При изложении опыта указано, как вводились все основные понятия при изучении двух первых тем.

Следует отметить, что характер понятий, вводимых в пер-

вой и второй темах, был различен, различна была и степень их трудности. Понятия, вводимые при изучении темы «Рациональные числа», воспринимались учащимися с большим трудом, чем понятия, вводимые при изучении первой темы. Особенно тщательно мы старались разработать методику введения понятий по второй теме.

При введении всех понятий уделялось большое внимание подбору конкретных примеров, иллюстрирующих вводимое понятие, так как на основании рассмотрения этих примеров ученик получал первые ощущения и представления об изучаемом. Для того, чтобы подвести учащихся к выявлению общего и существенного в понятии при изучении его характерных особенностей и качественных отличий, заданные примеры подвергались анализу. В процессе анализа выявлялись признаки, характерные для данных примеров. Сравнение и сопоставление признаков давало возможность устанавливать сходство, т. е. то общее, что имеют данные примеры, выявить их отличительные особенности. Сопоставление и противопоставление выявленных признаков приводило к выделению из них существенных и несущественных.

Абстрагируя от несущественных признаков, синтезируя существенные, учащиеся подводились к обобщению этих существенных признаков, подыскивая то главное и типичное, что содержится в данном понятии.

Мы стремились к тому, чтобы мыслительный процесс абстрагирования проходил в единстве с конкретизацией, отсутствие конкретного могло вызвать формализм в знаниях учащихся. В силу этого большого внимания уделялось тому, чтобы общие положения подтверждались частными примерами, частные примеры объяснялись, исходя из общих положений.

Всякий мыслительный процесс совершается в единстве с речью. Учитывая это, велись наблюдения, как ученик подходил к формулировке определения вводимого понятия, как он словом обозначал все то, что было им воспринято из внешнего мира, что путем сложного мыслительного процесса приводило к обобщению и выделению существенных признаков, как ученик обобщал в понятиях результаты своей мыслительной работы. При изложении опыта работы указано, как учащиеся подводились к формулировке определения вводимого понятия. В большинстве случаев они сами формулировали определение.

.. Как показала практика преподавания, введение понятия является лишь первым этапом в его усвоении. Для того, чтобы добиться полного усвоения понятия, нужно провести большую работу. Требуется длительный период времени для того, чтобы наступило полное овладение отвлеченным понятием, умение оперировать им, успешная его конкретизация, применение его на практике, уяснение понятия в его движении.

Учитывая основное положение советской психологии, что психика человека развивается в процессе деятельности, было обращено большое внимание на то, чтобы учащиеся могли оперировать понятием при выполнении различных упражнений.

Для лучшего усвоения понятия методика алгебры разрабатывает систему упражнений. Но обычно эта система упражнений составляется по определенному трафарету, выбор примеров и задач излишне ограничен, замкнут в круг издавна установившихся образцов. В эту систему входят упражнения на тождественные преобразования, вычисление числовых значений буквенных выражений и решение уравнений.

Эти упражнения способствуют формированию понятий, но только эти упражнения, как показали наши исследования, не дают полного усвоения основных понятий, так как в процессе их решения перед учащимися раскрываются не все признаки понятия.

Практика показала, что введение определения способствовало лучшему уяснению понятия, но не обеспечивало полного его усвоения.

Зная определение, учащиеся не всегда могли опираясь на него, приводить достаточно характерные примеры, столкнувшись с новым объектом, имеющим некоторые особенности, ученик становился в тупик, не зная, к какому классу объектов его отнести.

Например, учащиеся знали определение степени, но не всегда могли указать, что выражение $(a^2 - b^3)^3$ есть степень. Зная определение противоположных чисел и определение абсолютной величины отрицательного числа, учащиеся затруднялись сказать, при каком значении x имеет место следующее равенство $(x) = -x$. Отсутствие единства абстрагирования и конкретизации в этих случаях объясняется тем, что учащиеся оперировали понятием, опираясь не на определение, а на единичные примеры. Эти единичные примеры в сознании учащихся имели более яркий отпечаток, чем введенное определение. Так, при ознакомлении со степенью в качестве иллю-

страции приводились степени, где основанием являлись одночлены, а в выражении $(a^2 + b^3)^3$ основание степени — дву-член

При конкретизации абсолютной величины отрицательного числа приводились числовые примеры, а потому у учащихся сложилось представление об этом понятии как о числе положительном, перед которым не может стоять знак минус. Вот почему в приведенном нами примере их приводит в тупик минус, стоящий перед x . Они не понимают того, что в данном случае x — число отрицательное, а потому $-x$ есть число положительное

Более сложный случай отсутствия единства абстрагирования и конкретизации в понятиях имел место тогда, когда учащиеся не могли сослаться на определение в теоретических выводах при обосновании решенных ими примеров, в процессе того или иного доказательства, при проведении исследования. Подобных примеров нами много приведено при изложении опыта работы. Этот этап, характеризующий неполное овладение понятием, мы назвали вторым этапом в его усвоении. Как показали наши наблюдения, второй этап в формировании понятий является наиболее характерным именно для усвоения основных понятий алгебры в 6-м классе. Это объясняется тем, что учащиеся 6-го класса не достигли той ступени абстракции, которая дает возможность усвоить отвлеченные алгебраические понятия. Некоторые понятия в силу их отвлеченности не оставляли в сознании учащихся отчетливого следа.

Для того, чтобы добиться усвоения учащимися основных алгебраических понятий, необходимо было всемерно развивать их логическое мышление.

Мы считали, что лучших результатов в этом направлении можно добиться в том случае, если разнообразить систему тех упражнений, которые обычно решаются на уроках алгебры. С этой целью нами была разработана система упражнений, которая была проверена на практике, после чего в нее были внесены исправления. Эти упражнения даны в приложении к диссертации. В приложении мы дали систему задач на доказательство и исследование алгебраических выражений. Эти упражнения имеют двойное назначение. С одной стороны, решение их нужно для того, чтобы добиться усвоения учащимися основных алгебраических понятий, с другой стороны, для того, чтобы выяснить степень их усвоения учащимися.

Нами было установлено, что решение задач на доказательство и исследование алгебраических выражений с наибольшей

полнотой раскрывает содержание мыслительной работы учащихся, здесь наиболее наглядно можно установить степени усвоения учащимися основных понятий, так как только при выполнении этих упражнений можно выяснить, могут ли учащиеся оперировать понятиями при обосновании тех или иных теоретических положений

Выполнение этих упражнений вначале тормозилось тем, что учащиеся не умели оперировать буквенной символикой, не понимали смысла доказательств, для них еще были чужды общие рассуждения, у них не было потребности приводить доказательства в общем виде. Для них еще обладало достаточной убедительностью рассмотрение частных примеров, подтверждающих то или иное положение. Они еще не обладали умением проводить те или иные рассуждения, не владели различными методами доказательств. Все эти умения и навыки приобретались учащимися постепенно, работа в этом направлении велась на протяжении всего учебного года.

Прежде всего мы старались убедить учащихся в том, что при доказательстве верных утверждений нельзя ограничиваться рассмотрением частных примеров и только после этого перейти к раскрытию смысла доказательства в общем виде.

Практика работы показала, что учащиеся не сразу овладели идеей доказательства в общем виде, так как они чаще свои рассуждения сводили к рассмотрению частных примеров. Эту психологическую особенность мышления учеников 6-го класса всегда нужно иметь в виду только длительной и систематической работой в этом направлении можно добиться выяснения этого вопроса.

Позднее, когда учащиеся поняли, что доказательство следует проводить в общем виде, они не всегда могли провести его самостоятельно, так как не владели методами доказательства и не могли оперировать буквенной символикой.

Вследствие этого параллельно на уроках алгебры и геометрии мы знакомили учащихся с видами математических предложений и методами их доказательств, при этом указывалось, в чем заключается специфика доказательств в алгебре.

Для того, чтобы учащиеся могли проводить исследование алгебраических выражений, было обращено внимание на то, чтобы выработать у учащихся особую культуру мышления, так как эти упражнения имеют свои особенности. Здесь помимо фактических знаний ученик должен приобрести умение изучать отдельный вопрос во всех его связях и опосредство-

ваниях, учесть все возможные случаи, какие могут здесь представиться

При изложении опыта указано, как учащиеся, проводя разнообразные упражнения, постепенно овладевали основными понятиями

Понятие о коэффициенте и степени вначале давалось в области не отрицательных чисел, с введением отрицательного числа эти понятия расширялись, что усложняло их усвоение. Само понятие об отрицательном числе формировалось у учащихся длительный период времени. В процессе изучения арифметики у учащихся формируется понятие о натуральном числе, затем объем понятия о числе расширяется введением нуля и дробных чисел. При изучении алгебры в 6-м классе вводится понятие об отрицательном числе, таким образом, понятие о числе расширяется до понятия о рациональном числе. Понятие о рациональном числе формируется у учащихся тогда, когда мы вводим обобщенную запись числа при помощи букв при введении понятия коэффициента как числового множителя взятого из множества рациональных чисел, при введении понятия степени, где основание — любое рациональное число, а показатель — натуральное число.

Производство действий над рациональными числами дает образец того как расширяется толкование некоторых действий, производимых над положительными числами, в применении их к расширенной области чисел.

Изучение всех этих вопросов заставляет учащихся установить, с одной стороны, то, что некоторые операции над числами теперь рассматриваются ими в расширенной области чисел, с другой стороны, то, что для некоторых операций существуют еще те или иные ограничения, так, например, возведение в степень рассматривается лишь с натуральным показателем.

При изучении последующего материала учащиеся все больше уясняли сущность буквенной символики, приобретая умения производить те или иные тождественные преобразования. В процессе этих преобразований приходилось производить различные операции над коэффициентами, степенями, производить действия над рациональными числами. Вся эта работа способствовала уяснению основных понятий, но не давала полного их усвоения. Это подтверждается работой в контрольных группах.

Те учащиеся, которые изучали основные понятия только при помощи тождественных преобразований и решений уравнений не овладели понятиями с такой глубиной, с какой

владели ими учащиеся 6-6 класса школы № 221, где нами велась специальная работа

При проведении доказательств и исследований большим препятствием явилось то, что учащиеся длительный период времени не могли пользоваться буквенной символикой. Свои выводы часто записывали словами. Приобретение умений проводить доказательства и уяснение буквенной символики — два процесса, взаимно обуславливающие друг друга. Овладение буквенной символикой помогало более успешному проведению доказательств. Проведение доказательств наглядно показывало удобство и преимущество буквенных обозначений и этим способствовало более успешному овладению буквенной символикой.

Кроме того, при проведении доказательств и исследований учащимся трудно было установить то, что под буквой следует понимать число из известного множества чисел. У большинства учащихся отсутствовало умение определять область допустимых значений для букв, исходя из конкретных условий, что так необходимо при доказательстве и исследовании выражений.

У учащихся в начале изучения алгебры связано с понятием числа, несмотря на его расширение, только понятие о положительном числе.

Теоретически учащиеся знали, что под буквой следует понимать любое рациональное число, но когда шла речь о конкретизации, о практическом применении этого понятия, тогда ими назывались в первую очередь положительные числа, причем чаще всего целые. После наводящих вопросов учащиеся указывали, что под буквой следует понимать не только положительные, но и отрицательные числа, и в редких случаях называли нуль.

Лучших результатов в усвоении отдельных понятий удавалось добиться в том случае, когда к наиболее характерным примерам возвращались через некоторый промежуток времени. Положительные результаты от всей приводимой работы в области формирования основных понятий среди основной массы учащихся можно было наблюдать только во втором полугодии. Значительную роль в этом сыграло систематическое повторение всего учебного материала.

Овладение основными понятиями у различных учащихся наступило в различное время. Это зависело от умения учащихся отвлеченно мыслить.

Более сильные учащиеся овладели понятиями в третьей четверти, но основная масса учащихся овладела ими лишь в четвертой четверти

Интересно отметить что каждый урок четвертой четверти давал значительное продвижение учащихся по освоению понятий. Вся та незаметная работа, которая совершалась в сознании учащихся в течение длительного периода времени, имела особенно яркое проявление в последние учебные занятия

Это выражалось в постепенно возрастающем интересе к изучаемому предмету со стороны учащихся, в их возрастающей активности, в умении дать более полные, обоснованные и глубокие ответы

Для того, чтобы сопоставить усвоение основных понятий учащимися 6-б класса 221-й школы и учащимися других 6-х классов, было создано несколько контрольных групп. Этим учащимся было дано несколько работ, каждая работа содержала по три вопроса, на которые учащиеся должны были дать ответ в письменном виде

Эта экспериментальная работа дает нам возможность сделать следующие выводы

1 Процесс усвоения основных понятий происходит более замедленно у тех учащихся, которые решали упражнения преимущественно на тождественные преобразования, вычислительные числовые значения, буквенных выражений и решение уравнений

2 Учащиеся 6-б класса 221-й школы по сравнению с учащимися других шестых классов лучше оперировали алгебраическими понятиями при производстве различных упражнений

3 Лучшее усвоение понятий учащимися 6-б класса дало им возможность более углубленно проводить исследование алгебраических выражений, проводить доказательство в общем виде и вообще давать более обобщающие ответы. Все это показывает, что у этих учащихся в большой мере развито абстрактное мышление

4 У многих учащихся других 6-х классов и к концу учебного года сформировалось несколько суженное понятие о рациональном числе. Под множеством рациональных чисел эти учащиеся понимают лишь множество положительных чисел, под множеством положительных чисел — только множество целых положительных чисел, под множеством целых чисел — только множество целых положительных чисел

5 Большинство этих учащихся не овладели понятием абсолютной величины рационального числа

Степень усвоения основных алгебраических понятий учащимися 6-го класса устанавливалась в процессе устного опроса учащихся и через проведение контрольных работ.

В диссертации указаны все контрольные работы, проведенные в конце третьей и в течение четвертой четверти, с подробным их анализом. Описаны два урока, где воспроизведены ответы учащихся

В результате всей исследовательской работы, проведенной нами в течение всего учебного года, мы пришли к следующим выводам

1 Формирование основных алгебраических понятий является длительным процессом. Этот процесс можно расчленить на три этапа

Первый этап — это введение понятия

Второй этап — это наличие у учащихся знания определения, умения конкретизировать его и применять к некоторому ограниченному кругу операций

Третий этап — полное овладение понятием, умение оперировать им

2 Из перечисленных этапов наиболее длительным является второй этап

На этом этапе видоизменяется содержание введенного понятия. Учащиеся в процессе изучения учебного материала знакомятся с понятием более разносторонне, познают все новые и новые его свойства, что дает возможность овладеть понятием с наибольшей глубиной, постепенно приближаясь к его полному овладению

3 Длительность второго этапа объясняется несоответствием между характером вводимых понятий и особенностями мышления учащихся. Это несоответствие заключается в том, что мышление учащихся 6-го класса не достигло той степени абстракции, чтобы овладеть отвлеченными алгебраическими понятиями

4 Полному овладению понятием способствовало

а) Введение определения

б) Проведение системы различных упражнений на тождественные преобразования алгебраических выражений, решение уравнений и задач, и особо важное значение имели упражнения на доказательство и исследование

в) Длительность того периода времени, в течение которого проводилась работа по формированию понятий

г) Проведение повторения и приведение понятий в систему проведение их классификации

5 Полное усвоение понятий учащимися в 6-м классе может иметь место только при наличии специальной работы, проводимой в этом направлении

Эта работа сложна и трудна, но только она может дать положительные результаты. Без наличия этой работы учащиеся не могут овладеть отвлеченным понятием во всех его связях и опосредствованиях. Только наличие этой работы дает возможность основной массе учащихся 6-б класса овладеть основными алгебраическими понятиями.

6 Те закономерности, которые нами выявлены при формировании основных алгебраических понятий, могут в значительной степени относиться и к другим алгебраическим понятиям.