ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЯ СТАТЬИ

АЛГЕБРЫ

(курсъ 7-го класса реальныхъ училищъ).

СОСТАВИЛЪ

А. Киселевъ.

Пятое изданіе.

Уч. Ком. М. Н. Пр. допущено въ качествѣ **руководства** при прохожденіи алгебры въ дополнительномъ классѣ реальныхъ училищъ (Журналъ М. Н. Пр., 1901 г., № 8).

ИЗДАНІЕ КНИЖНАГО МАГАЗИНА
В. В. ДУМНОВА,
подъ фирмою
„НАСЛѢДНИКИ бр. САЛАЕВЫХЪ".

МОСКВА,
Т—во «Печатня С. П. Яковлева». Петровка, Салтыковскій пер., домъ Т—ва, № 9.
1903.

Изъ предисловія ко второму изданію

„ЭЛЕМЕНТАРНОЙ АЛГЕБРЫ“.

Относительно изложенія дополнительныхъ статей курса 7-го класса реальныхъ училищъ считаемъ не лишнимъ высказать нѣкоторыя замѣчанія.

Послѣ многихъ авторитетныхъ трудовъ въ западной и отечественной научно-педагогической литературѣ становится, какъ мы думаемъ, невозможнымъ излагать *способъ предѣловъ* такъ, какъ это дѣлалось прежде въ нѣкоторыхъ нашихъ руководствахъ. Теорія предѣловъ въ настоящее время тѣсно связывается съ теоріей несоизмѣримыхъ чиселъ *). Мы держались этой точки зрѣнія при составленіи дополнительныхъ статей, стремясь при этомъ къ возможно большей простотѣ безъ ущерба научности. Изъ различныхъ взглядовъ на природу несоизмѣримаго числа мы остановились, какъ на простѣйшемъ и наиболѣе доступномъ пониманію учащихся, на томъ, которымъ несоизмѣримое число опредѣляется, какъ *предѣлъ* неограниченнаго ряда соизмѣримыхъ чиселъ, обладающаго нѣкоторымъ признакомъ существованія предѣла.

При изложеніи статьи о *maximum* и *minimum* мы сочли не лишнимъ указать графическое изображеніе функціи объ одной перемѣнной независимой, такъ какъ это изображеніе, во многихъ случаяхъ облегчаетъ уясненіе свойствъ разсматриваемой функціи.

---

*) См. напр. *Tannery*—Introduction à la theorie des fonctions d'une variable. 1896, статью *Griess'a*—Nombres incommensurables въ Journal de Math. élément. de Longchamps, 1888, *Tartinville*, Cours d'arithmetique, 1889, *Otto Stolz*, Vorlesungen über Allegemeine Arithmetik, 1885, *Otto Riemann*, Theorie der Analytischen Functionen. 1887, *Н. Билибинъ*—Алгебра для гимназій и реальныхъ училищъ, 1889, *Матковскій*—Начала алгебры, 1890, и др.

Принятый во многихъ учебникахъ способъ нахожденія *maximum* и *minimum* трехчлена второй степени и дроби съ трехчленными числителемъ и знаменателемъ, состоящій въ приравниваніи данной функціи неопредѣленному количеству *m*, мы отодвинули на второй планъ, такъ какъ этотъ способъ не обладаетъ общностью и — главное — не даетъ maximum и minimum въ точномъ смыслѣ этихъ словъ, а только самое большее и самое меньшее значеніе функціи (да и то не всегда). Мы предпочли поставить на первомъ мѣстѣ иной способъ, представляющій прямое слѣдствіе изъ опредѣленія maximum и minimum, и другой (Ферма́та), какъ весьма простой и плодотворный.

Мы отступили также отъ общепринятаго пріема, какъ не вполнѣ точнаго, при доказательствѣ теоремъ о наибольшемъ значеніи произведенія перемѣнныхъ чиселъ при постоянной ихъ суммѣ и о наименьшемъ значеніи суммы перемѣнныхъ чиселъ при постоянномъ ихъ произведеніи; мы предпочли болѣе строгое изложеніе, основанное на неравенствѣ *Коши*, усвоеніе котораго, полагаемъ, не затруднитъ учениковъ старшаго класса реальныхъ училищъ.

Настоящее изданіе „Дополнительныхъ статей“ представляетъ собою, съ небольшими измѣненіями и сокращеніями, то, что прежде было напечатано въ концѣ второго изданія „Элементарной алгебры“, въ видѣ приложенія къ ней.

Четвертое и пятое изданія печатаны безъ перемѣнъ съ третьяго.

Дополнительныя статьи алгебры.

Понятіе о функціи и о предметѣ алгебры.

1. Всякая величина, которая зависитъ отъ другихъ величинъ, можетъ быть названа *функціей* этихъ послѣднихъ. Напр., длина окружности круга есть функція радіуса, пространство, проходимое тѣломъ при равномѣрномъ движеніи, есть функція скорости и времени, продолжительность одного качанія маятника есть функція длины его и ускоренія отъ тяжести и т. п.

Если величины, отъ которыхъ зависитъ функція, могутъ быть измѣняемы произвольно, то онѣ наз. *перемѣнными независимыми*.

Функціи могутъ быть: отъ одной перемѣнной независимой, отъ двухъ, трехъ и болѣе.

Чтобы обозначить, что величина u есть нѣкоторая функція отъ перемѣнныхъ a, b, c..., пишутъ такъ:

$$u = f(a,\ b,\ c\dots)$$

гдѣ f есть начальная буква слова *fonction*, т.-е. функція. Вмѣсто f иногда употребляются буквы: F, Φ, φ и нѣкоторыя другія.

Функціи раздѣляются на два обширные класса:

алгебраическія и *трансцендентныя*.

Алгебраическія функціи бываютъ двухъ родовъ. Это, во 1-хъ, такія функціи, которыя могутъ быть получены изъ своихъ перемѣнныхъ независимыхъ посредствомъ *конечнаго* числа 6-ти алгебраическихъ дѣйствій: сложенія, вычитанія, умноженія, дѣленія, возвышенія въ степень и извлеченія корня. Таковы, напр., слѣдующія функціи (если a, b, c... перемѣнныя независимыя):

$$u=a+b-c,\ u=(ab)^3.\ u=\sqrt[4]{\frac{a+b}{bc}} \text{ и т. п.}$$

Во 2-хъ, алгебраическими *функціи называются* и тогда, если ихъ зависимость отъ перемѣнныхъ независимыхъ выражается *алгебраическимъ* уравненіемъ (§ 229), въ которомъ неизвѣстное есть функція, а коэффиціенты—перемѣнныя независимыя. Такимъ образомъ, если имѣемъ уравненіе:

$$ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f=0$$

то можемъ сказать, что величина x, опредѣляемая этимъ уравненіемъ, есть *алгебраическая* функція перемѣнныхъ независимыхъ a, b, c, d, e и f.

Трансцендентными наз. всѣ тѣ функціи, которыя не могутъ быть причислены къ алгебраическимъ. Таковы, напр., функціи (если a есть перемѣнная независимая):

$u=2^a$ (показательная функція)
$u=\log\ a$ (логариѳмическая функція)
$u=\sin\ a$ (тригонометрическая функція)

и множество другихъ.

2. Алгеброю наз. та часть математическихъ наукъ, которая занимается разсмотрѣніемъ свойствъ алгебраическихъ функцій, причемъ *элементарная алгебра* занимается алгебраическими функціями 1-го рода и такими, которыхъ зависимость отъ перемѣнныхъ выражается алгебраическимъ уравненіемъ 1-й или 2-й степени; *высшая алгебра* имѣетъ предметомъ, главнымъ образомъ, алгебраическія функціи 2-го рода.

Такимъ образомъ, предметъ элементарной алгебры есть указаніе свойствъ: суммы разности, произведенія, частнаго, степени, корня, а также рѣшеніе уравненій 1-й и 2-й степени.