Б. А. Сахаров

САМОДЕЛЬНЫЕ НАГЛЯДНЫЕ ПОСОБИЯ

ПО АРИФМЕТИКЕ ДЛЯ V—VI КЛАССОВ

Пособие для учителей

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР
Москва 1959

СОДЕРЖАНИЕ

Редактор *С В Пазельский*
Технический редактор *Т И. Городилина*
Корректор *Т. Н. Смирнова*

Сдано в набор 11/VI 1959 г Подписано к печати 2/X 1959 г
84×108$^{1}/_{32}$ Печ л 7,75 (6,36)+вкл 0,12 (0,10) Уч-изд л 5,51+вкл
0,05 Тираж 25 тыс экз А 08559
Заказ № 748

Учпедгиз Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41
Цена 1 р 55 к

Полиграфкомбинат Саратовского совнархоза,
г. Саратов, ул Чернышевского, 59.

Б. А. САХАРОВ

КРАТКАЯ БИОГРАФИЧЕСКАЯ СПРАВКА

Борис Александрович Сахаров родился 14 марта 1890 года в г. Лукоянове Нижегородской губернии. Отец Бориса Александровича был земским врачом, погибшим в борьбе с эпидемией тифа в 1891 году. На руках матери, бывшей до замужества сельской учительницей, осталось четверо малолетних детей. Семья испытывала острую нужду, поэтому уже в раннем возрасте Борис Александрович вынужден был начать работу по найму. В 1903 году в Нижнем Новгороде он работает в качестве подсобного рабочего на постройке общежития для детей учителей. Его юность протекает в непрерывном труде. учась сам, он учит других, добывая себе средства для получения высшего образования. Окончив в 1908 году с серебряной медалью 1-ю нижегородскую гимназию, молодой Сахаров поступает на физико-математический факультет Московского университета и успешно заканчивает его в 1912 году.

Б. А. Сахаров

Первые педагогические шаги им были сделаны в условиях царской России. Прогрессивные педагогические мысли направлялись в те времена идеями, высказанными на I Всероссийском съезде преподавателей математики в 1911 году. Уже тогда введение идеи функциональной зависимости, графиков функций овладевала методической мыслью, пропагандировалась наглядность преподавания, изучались методические идеи Кленна, Шохор-Троцкого, Лебединцева. Полный прогрессивных стремлений лучшей части русской интеллигенции, Борис Александрович приступает к работе в 1-й нижегородской мужской гимназии. В то время никакой методической работы в городе не проводилось, поэтому приходилось самому искать правильный путь, находить лучшие методы обучения учащихся. Немало помогли ему в этом передовые учителя гимназии Н. Н. Алексеев, В. В. Макаров и С. М. Иванов.

Великая Октябрьская социалистическая революция открыла широкие горизонты для народного образования, для развития новых педагогических идей. Начался период работы в советской школе. Будучи не кабинетным работником, Борис Александрович стремится практически осуществить в жизни идеи новой советской педагогики.

С 1924 по 1929 г. Борис Александрович работал заведующим 1-й нижегородской опытно-показательной школой и преподавателем математики. Под руководством Бориса Александровича в этой школе разрешались следующие вопросы: 1) о влиянии детского сада на успеваемость его воспитанников в школе, 2) о предметном преподавании в четвертых классах, 3) о способах распределения учеников в первых классах и многие другие вопросы. Методическая работа школы была описана в журнале «Школа и жизнь», № 1 за 1926 г. Обучение в школе математике, физике, химии на политехнической основе нашло в школе большое применение и еще тогда дало, несомненно, положительные результаты. Первые трудовые навыки учащиеся получали в школьных, хорошо оборудованных мастерских: столярной, слесарной и переплетной. Девочки обучались кройке, шитью и вышивке.

Школа размещалась в двух ветхих двухэтажных деревянных зданиях, построенных в середине XIX века под казармы. Встал вопрос о строительстве нового здания для школы. Борис Александрович со свойственной ему энергией взялся за постройку нового школьного здания. Был построен известный горьковчанам «школьный городок», открытый к десятилетию Октября и названный в честь этой даты «Школа имени десятилетия Великой Октябрьской социалистической революции».

Много работал Борис Александрович и со взрослыми учащимися. Он имеет большой опыт преподавания математики на рабфаке в промышленной академии, на краевых курсах партактива ВКП(б) и др.

Видное место в жизни Бориса Александровича занимает его работа в Горьковском педагогическом институте в качестве старшего преподавателя и руководителя студенческой практики.

Активно работал Борис Александрович и в качестве методиста и руководителя практических занятий с учителями г. Горького и Горьковской области при методическом кабинете института усовершенствования учителей.

Последние годы Борис Александрович преподавал математику в школе № 13 города Горького. За это время им был проведен педагогический эксперимент построения преподавания математики, основанный на принципе «Интерес — есть сила, решающая успех всякого дела».

Следует сказать, что этот эксперимент дал положительные результаты. Большинство его учеников успешно сдали экзамены и в настоящее время уже закончили высшую школу. Уроки Бориса Александровича посещались группами студентов учительского института и подробно анализировались на практических занятиях. Успеху работы в школе, установлению хороших, добрых отношений к нему его учеников, высокой успеваемости их немало содействовали принципы, которые он положил в основу своей педагогической работы. Укажем некоторые из них.

1 Ленинский принцип познания — от живого созерцания к абстрактному мышлению, а от него к практике.

2. Учение И. П. Павлова о высшей нервной деятельности головного мозга и постоянном взаимодействии первой и второй сигнальных систем.

3. Применение синтеза и анализа, дедукции и индукции при изучении математики

4 Широкое использование наглядности, привлечение учеников к изготовлению наглядных пособий и сочетание живого слова учителя с наглядностью.

5. Знание психологии поведения ребенка, видов его мышления, наблюдение над развитием речи, внимания, памяти, воображения, логического мышления

6. Главным стимулом к занятиям учеников должен быть интерес как сила, которая решает успех всякого дела

7 К каждому ученику надо предъявлять строгие и разумные требования, постоянно контролируя и оценивая его работу.

8 Каждый учитель должен служить для своих учеников примером общественного деятеля.

Последний принцип Борис Александрович положил в основу всей своей жизни С первых лет работы и до последнего времени он несет большую общественную работу До Великой Октябрьской социалистической революции Борис Александрович был активным деятелем общества по распространению начального образования в Нижегородской губернии, участвовал в организации елок для детей бедноты, помогал в борьбе с туберкулезом у детей сотрудничал в Обществе Русского Астрономического календаря С 1917 года Борис Александрович принимает активное участие в профсоюзной работе, он много раз избирается в профсоюзные органы и в 1928 году избирается делегатом на VIII съезд профсоюзов Активно участвует Борис Александрович в организации детских учреждений, площадок и лагерей) И в последние годы, выйдя на пенсию, Борис Александрович не оставляет общественной работы Он член правления мичуринского садоводства, председатель секции пчеловодов при Всероссийском обществе охраны природы и озеленения городов Он активный участник самодеятельного коллектива Горьковского дома учителя Не оставляет Борис Александрович и творческой методической работы. В последние годы им создан ряд интересных наглядных пособий по математике, одно из которых публикуется в предлагаемой книге.

М Сихарева

ОТ АВТОРА

Целью моей работы было создание такого демонстрационного прибора и набора пособий, которые полностью обеспечили бы соблюдение принципа наглядности обучения математике на всем протяжении пятого года обучения, а изготовление самого прибора и всех его деталей было бы возможно по заданиям преподавателя математики на уроках ручного труда

Набор пособий обеспечивает наглядность преподавания примерно на 90—100 объяснительных или повторительных уроках, но не содержит раздаточного материала для лабораторных работ, а только их образцы. Раздаточный материал изготовляется по данным образцам силами учащихся. В наборе пособий нет циркуля, линейки, метра, счетов, так как удовлетворительное изготовление их силами учеников невозможно, а точность измерительных инструментов необходима для проведения всех работ практического порядка Наконец, набор пособий не содержит материала для решения задач иллюстративным методом, но дает возможность регулярно и рационально проводить занятия устным счетом

К изготовлению набора наглядных пособий меня побуждали следующие соображения.

1. Первой ступенью познания человеком окружающей действительности является процесс непосредственного отражения ее через ощущения, восприятия и представления в нашем сознании, т е первая сигнальная система по учению И. П Павлова. Пренебрежение этим известным положением ведет только к трудностям в понимании материала, который некоторые ученики без посторонней помощи не в состоянии преодолеть Второй ступенью познания по учению И П Павлова является вторая сигнальная система, т е мышление и связанная с ним речь

«Нужно помнить — говорит И П Павлов, — что вторая сигнальная система имеет значение через первую сигнальную систему и в связи с последней, а если она отрывается от первой сигнальной системы, то вы оказываетесь пустословом, болтуном и не найдете себе места в жизни»[1]. Это есть основа наглядного обучения

2 Конкретный и отвлеченный анализ[2], конкретный и отвлеченный синтез представляют собой связанные между собой формы

[1] «Павловские среды», изд Академии наук СССР, 1949, т. III стр 318

[2] Г. Г Егоров, Психология, изд 1952, М., стр 130—135

анализа и синтеза Под конкретным анализом понимается последовательное расчленение в процессе труда предмета или явления на составляющие его элементы. Под конкретным синтезом — объединение в одно целое отдельных частей предмета, отдельных моментов явления в целое событие.

Анализ и синтез как мыслительные операции образуются в сознании человека в процессе его трудовой деятельности как при личном его участии в труде, так и при непосредственном наблюдении примеров конкретного синтеза и анализа Вот почему изготовление силами учащихся наглядных пособий имеет большое образовательное значение. Такое же значение имеет и показ ученикам в процессе обучения примеров конкретного синтеза и анализа и проведение на уроках математики лабораторных работ.

3 Современная психология различает три вида мышления: 1) наглядно-действенное, 2) образное и 3) абстрактно-логическое. Все виды мышления взаимно обуславливают друг друга Невозможно указать границы их разделяющие, так как они взаимно проникают друг в друга и для разных людей в разной степени в зависимости от скорости развития человека Можно только указать, что наглядно-действенное мышление преимущественно свойственно детям дошкольного возраста, образным мышлением владеют младшие школьники, абстрактно логическим мышлением обладают в полной мере взрослые люди, но и эти последние очень нуждаются в конкретных примерах для более глубокого понимания материала, который они изучают Одной из целей преподавания математики в средней школе является развитие у школьников абстрактного мышления, предпосылки для чего, конечно, имеются Преобладание у детей в школьном возрасте образного, связанного с речью мышления, т. е мышления через представление, обязывает нас, педагогов, создавать в сознании учеников такие образы, при помощи которых возбуждается стремление к достижению поставленной цели, к разрешению намеченной задачи, т. е к планированию Необходимо помнить, что отсутствие в сознании детей необходимых представлений (образов) лишает их возможности мыслить Нет в сознании образа, нет и мышления.

4 Наглядное обучение помогает созданию в сознании детей необходимых образов и тем способствует более быстрому переходу к абстрактно-логическому мышлению. Наглядность, таким образом, следует рассматривать не как цель, а только как средство к достижению вышеуказанной цели в преподавании математики. Наглядность не нужна если содержание урока понимается учениками без нее Мера использования наглядных пособий определяется состоянием развития учащихся данного класса Какие пособия и в каком ассортименте надо использовать в данном классе, может решить только сам преподаватель В некоторых случаях он может использовать весь набор пособий, например в слабых классах и особенно на занятиях с отстающими учениками, в других случаях — только часть пособий Безусловно надо прекратить дальнейшее использование наглядных пособий, как только учащиеся усвоят изучаемый материал, так как в этом случае наглядность будет тормозить развитие учащихся, переход к абстрактному мышлению. Наконец, при использовании наглядных пособий должно быть достигнуто правильное сочетание средств наглядности с речью

Рис 1.

учителя. Словесное обращение к ученикам должно иметь целью руководить процессом наблюдения и направлять его по наиболее рациональному пути Несоблюдение этого условия может свести на нет все значение наглядности в педагогическом процессе Использование средств наглядности для улучшения чувственного восприятия должно сопровождаться наглядностью словесной, т. е стройным членораздельным изложением нового для учеников материала, приведением конкретных примеров, сравнением с ранее пройденным и использованием других средств речевой наглядности

5 Всякое, хорошо выполненное наглядное пособие возбуждает непроизвольное внимание. Непроизвольное внимание переходит в произвольное, проявляется интерес, повышается дисциплина, т. е. создаются более благоприятные условия для восприятия и усвоения материала. Необходимо помнить, что интерес решает успех всякого дела Мой личный опыт в применении различных наглядных пособий (циферблатных весов (см рис. 1), прибора на движение (см. рис 2), проволочных моделей тел, графиков функции и др) и изготовление их силами учеников на дому или в процессе кружковой работы показывает, что наглядность возбуждает, как правило, рабочую энергию учеников, их внимание и значительно повышает эффективность урока

6. Соединение обучения с посильным производительным трудом по изготовлению учебных пособий на уроках труда и правильное их использование в корне изменит метод работы по математике Экономия времени при объяснении как следствие применения наглядности позволит преподавателю увеличить время на упражнение в решении задач и примеров, что поможет при прочих равных

Рис. 2.

условиях созданию прочных, глубоких, неформальных знаний по математике.

В работе даются указания по изготовлению всего набора пособий, приведено значительное число их фотографий и достаточно подробно изложена методика их использования на уроках. В работе нет поурочного распределения содержания программы по арифметике и геометрии, что, по моему глубокому убеждению, должно быть сделано самим преподавателем в зависимости от развития и состояния знаний, умений и навыков его учеников.

Возможно использование таблиц, выпущенных ранее Учпедгизом, например: Таблицу метрических мер А. Н. Эрастовой, изд. 1953; Таблицу для устного счета Н. Н. Никитина, изд. 1951; Таблицы по арифметике и геометрии для V кл. С. А. Пономарева и П. В. Стратилатова, изд. 1958.

Выражаю искреннюю благодарность доценту Горьковского педагогического института В. В. Репьеву за внимательный просмотр рукописи, членам УМС В. А. Игнатьеву и И. Н. Шевченко, а также методисту Горьковского городского ИУУ М. Е. Сухаревой за те указания, которые они сделали для улучшения ее качества.

Все замечания по изготовлению и использованию прибора и набора наглядных пособий просьба направлять по адресу: Москва И—18, 3-й проезд Марьиной рощи, 41, редакция математики.

КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ПРИБОРА

Общий вид прибора, свободного от демонстраций, показан на рисунке 3. Он состоит из двух фанерных листов

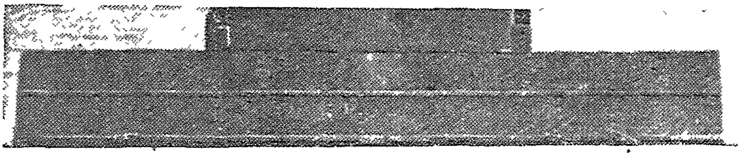


Рис 3

размером $131 \times 19{,}8 \times 0{,}3$ *см*^{3} каждый. Один из них имеет закругления на концах, другой имеет форму прямоугольника (рис. 4). На закругленных концах первого листа помещены доли единицы в виде секторов: с одной стороны — $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{6}$, с другой — $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{9}$. Первый лист, занимаю-

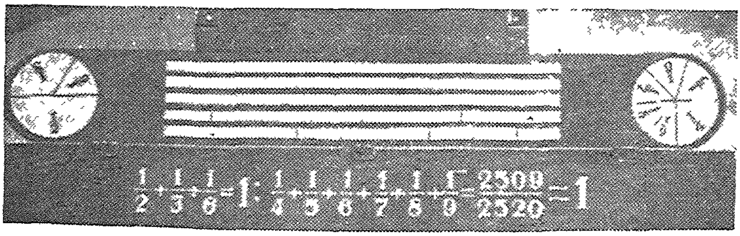


Рис 4.

щий всегда вертикальное положение, наглухо прикреплен к горизонтальной планке размером $5 \times 1{,}8 \times 96$ *см*^{3}. На задней стенке этого листа помещены два держателя на расстоянии 53 *см* один от другого, для подвеса прибора на классной доске, для чего на верхних концах держателей просверлены круглые отверстия На лицевой стороне этого листа изображены 5 отрезков длиной 72 *см* с делениями на 2, 3, 4, 8 и 9 частей, последние четыре из них соответствуют числу делений на гранях имеющейся в приборе единицы измерения (см. рис. 32, 33, 34 и 35).

Второй лист прикреплен к той же горизонтальной планке при помощи трех петель, на которых он свободно вращается и может занимать три различных положения: 1) наклонное по отношению к первому листу (см. рис. 3), 2) перпендикулярное к нему и 3) параллельное ему (см. рис. 4).

В первом положении он используется как пюпитр для демонстрации большинства операций с дробями, для чего он имеет два параллельно расположенных по всей длине прибора брусочка. Во втором положении он используется как полочка которая приобретает жесткость с помощью прикрепленных к горизонтальной планке вертушков (см. рабочий чертеж прибора на стр. 122 и рис. 130). Это положение прибора используется для демонстрации геометрических тел Третье положение прибора необходимо при знакомстве с изображением дробей и приближенными вычислениями. На лицевой стороне второго листа имеются следующие надписи·

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1;\quad \frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}=\frac{2509}{2520}\approx 1.$$

Весь прибор со всеми деталями помещается в ящике, имеющем форму пенала, размером $23\times32\times139$ *см*^{3}. Отдельные детали или размещены в коробках и пакетах, или вложены в ящик без упаковки. Подробная опись всех деталей, входящих в набор пособия, и технический чертеж прибора даны в конце книги (см. приложение).

ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА

Тема «Целые числа» в V классе является итоговой темой за курс начальной школы

Основная цель, которая ставится при изучении этой темы,— повторение, углубление и систематизация знаний и навыков в производстве четырех арифметических действий над целыми числами.

Материал должен быть дан в новой, а потому и более интересной для учащихся форме.

На приборе можно показать следующие основные разделы этой темы.

1. Понятие о натуральном ряде чисел

Прибор вывешивается на классной доске, на его щитке[1] прикрепляется полоска белой бумаги с надписью на ней темы урока: «Натуральный ряд чисел». Учитель предлагает учащимся тему урока записать в классных тетрадях. После этого на приборе при помощи деталей, взятых из коробок 7 и 8, он составляет натуральный ряд чисел (рис.5)

Рис 5

и предлагает учащимся внимательно изучить порядок записи ряда на приборе и записать его в своих классных тетрадях, продолжив его до наименьшего двухзначного числа, или до наибольшего числа второго десятка.

Затем учитель, обращаясь ко всему классу, ставит вопросы, которые необходимо выяснить в процессе изучения натурального ряда чисел на приборе:

а) С какого числа начинается натуральный ряд чисел?

б) На сколько единиц второй член ряда больше первого?

в) На сколько единиц третий член ряда больше второго?

г) На сколько единиц 25-й член ряда больше 24-го?

---

[1] Щиток или подкладная дощечка под темы (см на стр 121 рабочий чертеж прибора, деталь 5).

д) Какой член ряда следует[1] за пятым членом ряда?
е) Какой член ряда предшествует седьмому члену ряда?
ж) Какой член ряда предшествует первому члену ряда?
з) Можно ли указать последний член ряда?
и) Можно ли назвать натуральным следующий ряд: 3, 4, 5, 6, 7... или 1, 2, 5, 7, 8...?

Ответы на эти вопросы даются учащимися по выбору преподавателя.

Таким образом выясняются все свойства ряда.

Учащиеся приходят к заключению, что ряд состоит только из целых расположенных в порядке возрастания чисел. Ряд может быть продолжен как угодно далеко — он бесконечен.

В заключение учитель указывает на большое значение ряда в жизни человека: с помощью членов этого ряда можно обозначить численный состав любой группы предметов, людей, птиц, растений, животных и т. д.

Ставится вопрос: каким членом натурального ряда выражается численный состав учеников нашего класса, мальчиков и девочек в отдельности и др.?

2. Чтение, запись и откладывание на счетах составленных учителем на приборе чисел

Для проведения этого вида работы, кроме прибора с набором цифр, надо иметь классные счеты, укрепленные на классной доске, и небольшие счеты у каждого ученика на парте.

После повторения свойств натурального ряда чисел, решения задач и примеров учитель сообщает тему урока и укрепляет на щитке прибора полосу бумаги с текстом темы: «Чтение и запись целых чисел».

Учитель обращает внимание учащихся на то, что для записи натурального ряда чисел достаточно 10 знаков-цифр, при помощи которых можно записать любое натуральное число. Напоминается, что способ записи любого натурального числа при помощи немногих знаков называется письменной нумерацией, а способ прочитать любое натуральное число при помощи немногих слов — устной нумерацией.

[1] Предварительно выяснить с классом понятия «следует», «предшествует».

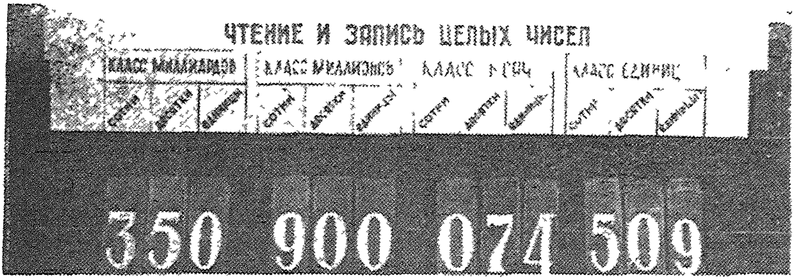


Рис 6

Ставятся вопросы: на какие классы разделяются числа? Сколько разрядов в каждом классе?

Далее учитель составляет на приборе и на классных счетах одно из чисел[1] (рис. 6, детали из пакета 4 и коробки 8) и громко читает его для всего класса.

Учитель предлагает ученикам отложить это число на своих счетах и записать его в тетрадях. Обходя класс, он проверяет работу слабых учеников. Затем классу ставятся следующие вопросы:

1. На какие классы разделяется это число?
2. Какие разряды входят в класс единиц и как они называются?
3. Какие разряды входят в класс тысяч и как они называются?
4. Какие разряды входят в класс миллионов и как они называются?
5. Сколько миллиардов в классе миллиардов в данном числе?
6. Сколько миллионов в классе миллионов в этом числе?
7. Сколько десятков в разряде десятков в этом числе?
8. Сколько десятков во всем написанном числе?

Далее учитель составляет еще одно число на приборе (рис. 7, детали из пакета 4 и коробки 8).

Один из учеников откладывает его на классных счетах, а остальные учащиеся — на счетах, лежащих у них на партах. Работа проверяется учителем у наиболее слабых

---

[1] Если основная масса учащихся данного класса не может по готовому образцу записать и отложить на счетах столь большое число, то учителю следует начать работу с меньших чисел например 1 908 042.

учеников. Затем перед учащимися можно поставить те же вопросы, что и в предыдущем примере.

Наконец, учитель диктует число 44262530. Один из учеников откладывает его на классных счетах, остальные ученики — на счетах, лежащих на партах.

Рис 7.

Проверка проводится так: учитель откладывает число на приборе (рис 8, детали из пакета 4 и коробки 8) и предлагает ученикам проверить результат своей работы по прибору и классным счетам.

Рис 8

В дальнейшем упражнения в чтении и записи чисел проводятся на классной доске без прибора. Запись на доске одним из учеников используется для проверки работы класса. Остальное время отводится для решения задач и примеров на целые числа.

3. Анализ числа разложением его на сумму разрядных единиц. Понятие о числе, цифре и двояком ее значении

Анализ числа, т. е. разложение его на сумму разрядных единиц и двоякое значение цифр, имеет большое значение для сознательного усвоения нумерации, а поэтому учителю необходимо обратить особое внимание на этот вид упражнений.

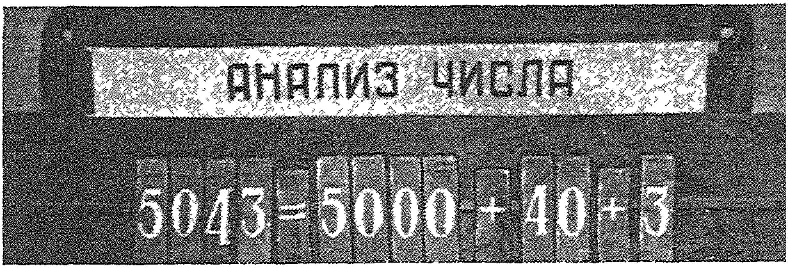


Рис 9.

Ученикам предлагается следующая задача:

Отложить число 5043 на счетах, а в тетрадях разложить его на разрядные слагаемые.

Учитель составляет это число на приборе и показывает при этом, как его разложить на разрядные слагаемые (рис. 9, детали из пакета 4 и коробок 7 и 8).

Учащиеся откладывают число на счетах и записывают в своих тетрадях. Один из учащихся проделывает ту же работу на классных счетах и классной доске.

Для упражнения на классной доске и счетах можно использовать следующие числа:

1. Площадь Австралии и Океании — 8 557 000 *кв. км*;
2. » Африки — 30 284 000 *кв. км*;
3. » Америки — 42 078 000 *кв. км*.

Выяснение двоякого значения цифры можно показать на следующей задаче:

Три товарища получили за равный труд 444 рубля. Справедливо ли будет разделить эти деньги так, чтобы каждый получил по 4 рубля?

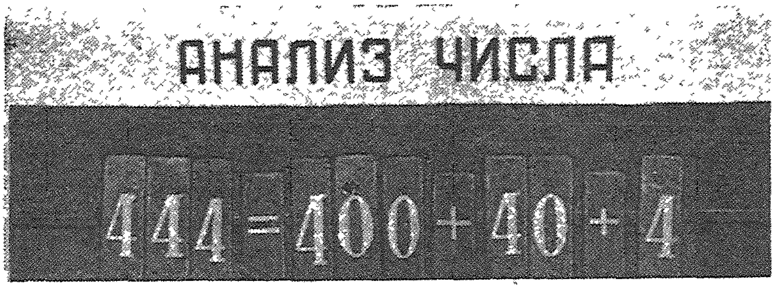


Рис 10

Отрицательный ответ обеспечен. В подтверждение этого учитель составляет на приборе число 444 с разложением его на разрядные слагаемые.

Учащиеся убеждаются в том, что каждая цифра имеет два значения: одно в зависимости от формы, а другое в зависимости от места (разряда), которое она занимает в числе (рис. 10, детали из пакета 4 и коробок 7 и 8).

4. Виды округления чисел

В связи с проведением политехнического обучения в школах необходимо достаточно глубоко познакомить учащихся с округлением чисел К этой операции приходится прибегать в любой производственной деятельности. Надо разъяснить учащимся, что всякое измерение сопровождается ошибкой — погрешностью, поэтому результаты измерения длины, времени, веса и других величин — числа приближенные.

Учитель показывает на приборе все три вида округления чисел, а именно: простое округление, округление с усилением, округление по правилу четной цифры.

После показа каждого вида округлений на приборе следуют упражнения, которые выполняют учащиеся в своих тетрадях с последующей проверкой их по записи на доске.

Для показа простого округления чисел учитель составляет на приборе число 384 400, выражающее расстояние от Земли до Лучы в километрах, а также числа, выражающие это же расстояние с точностью до 1000 и 100 000 *км* (рис. 11, 12, детали из пакета 4 и коробки 8).

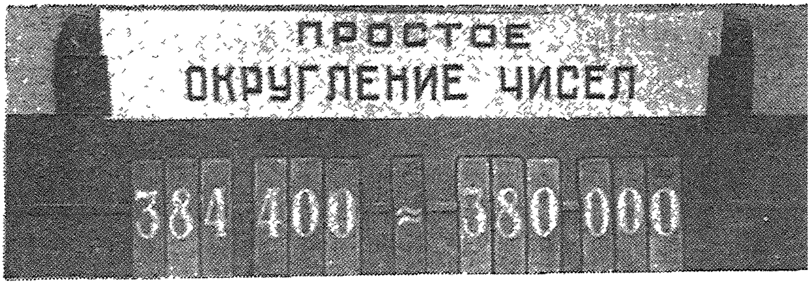


Рис 11.

Рис 12

В качестве упражнений учащимся предлагается округлить числа, выражающие расстояния между следующими городами (по железной дороге):

Горький	— Москва	439 *км*;
«	— Казань	804 »;
«	— Сталинград	1402 »;
«	— Ростов	1555 »;
«	— Владивосток	8798 ».

Затем учитель знакомит учащихся с округлением, с усилением, демонстрируя на том же примере такое округление на приборе (рис 13, детали из пакета 4 и коробки 8).

Далее учащимся предлагается ряд упражнений на округление с усилением на тех же примерах

Эти упражнения проделываются в тетрадях и на классной доске.

Рис. 13.

Наконец, учитель на приборе дает пример округления по правил четной цифры (рис. 14 и 15, детали из пакета 4 и коробки 8).

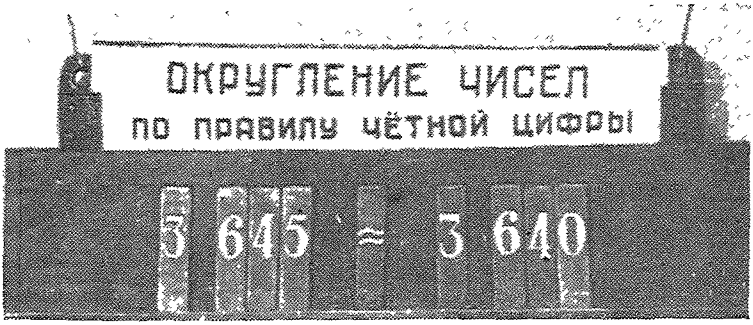


Рис 14

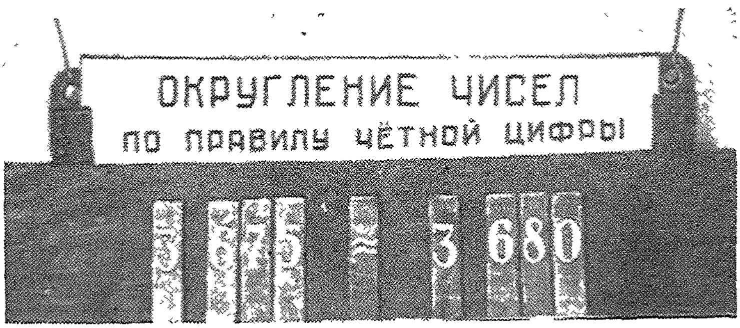


Рис 15.

Затем учащиеся самостоятельно, с последующей проверкой на классной доске, выполняют по правилу четной цифры следующие упражнения:

Расстояние (по железной дороге)	Точное	Приближенное
от Москвы до Сталинграда	1075 *км*	1080 *км*;
« до Ярославля	285 *км*	280 *км*;
от Ленинграда до Минска	855 *км*	860 *км*;
« до Ташкента	3985 *км*	3980 *км*.

5. Законы арифметических действий

После обычной проверки домашней работы учитель сообщает тему урока и записывает ее текст на доске. Учащиеся записывают тему урока в своих тетрадях. Переместительный закон сложения и умножения изучается в начальной школе. Поэтому учитель предлагает учащимся вспомнить формулировку этого закона. Правильная формулировка повторяется на уроке несколькими учениками. Обращается внимание учащихся на запись переместительного закона на таблице (рис. 16, деталь из пакета 6).

ЗАКОНЫ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ

законы сложения	переместительный	$2+3=3+2$
	сочетательный	$2+3+4=(2+3)+4=2+(3+4)$
законы умножения	переместительный	$3\cdot4=4\cdot3$
	сочетательный	$2\cdot3\cdot4=(2\cdot3)\cdot4=2\cdot(3\cdot4)$
	распределительный	$(3+4)\cdot2=3\cdot2+4\cdot2$

СКАЖИ, КАК ЧИТАЕТСЯ КАЖДЫЙ ИЗ ЭТИХ ЗАКОНОВ

Рис 16.

После повторения переместительного закона сложения и умножения следует перейти к изучению сочетательного закона сложения. Учитель предлагает учащимся решить двумя способами следующую задачу:

Хозяйка купила сначала 2 *кг*, а потом 3 *кг* пшеничной муки и, кроме того, 4 *кг* яблок, в другой раз она купила 2 *кг* яблок и затем 3 *кг* и 4 *кг* пшеничной муки Сколько килограммов продуктов отдельно в первый и второй раз купила хозяйка?

Формулы решения этой задачи:

$$(2+3)+4 \quad \text{и} \quad 2+(3+4).$$

На доске и в ученических тетрадях они записываются в следующем виде:

$$(2+3)+4=2+(3+4).$$

Учитель указывает на то, что это равенство надо понимать так сумма не изменится если несколько слагаемых заменить их суммой, что и составляет так называемый сочетательный закон сложения (рис. 16) По аналогии записывается и сочетательный закон умножения:

$$(2 \quad 3)\cdot 4=2\cdot(3 \quad 4).$$

Обращается внимание учащихся на запись сочетательного закона на той же таблице Правильная формулировка закона повторяется несколько раз Далее надо перейти к применению законов сложения к устному счету Например, пользуясь переместительным и сочетательным законами сложения, найти сумму:

$$53+28+13+12+17.$$

Распределительный закон, неизвестный учащимся, изучается на отдельном уроке. Учитель предлагает учащимся рассмотреть и решить двумя способами следующую задачу:

Сначала куплено 3 *кг* картофеля по 2 рубля за килограмм, а затем еще 4 *кг* картофеля по той же цене. Сколько всего истрачено денег?

Формулы решения задачи:

$$(3+4)\cdot 2, \quad \text{или} \quad 3 \quad 2+4\cdot 2.$$

На доске и в тетрадях они записываются в следующем виде:

$$(3+4) \quad 2=3 \quad 2+4\cdot 2.$$

Так же обращается внимание на запись распределительного закона (рис. 16). После этого устанавливается новый для учащихся закон умножения, правильная формулировка которого несколько раз повторяется учащимися по указанию учителя.

В целях закрепления знания законов на последующих уроках необходимо перед учащимися ставить следующие вопросы:

1. Какие ты знаешь законы арифметических действий?
2. Как читается переместительный закон сложения?
3. Как читается сочетательный закон сложения?
4. Как читается переместительный и сочетательный законы умножения?
5. Как читается распределительный закон умножения?

Эти вопросы заставляют учащихся твердо запомнить их формулировку, что очень важно для последующих занятий по арифметике Следует также давать примеры для устного счета, требуя применения этих законов.

На ближайших повторительных уроках таблица должна быть вывешена на классной доске, а на последующих повторительных или контрольных уроках эти вопросы должны задаваться учителем без демонстрации таблицы.

При выполнении домашних заданий учащиеся пользуются стабильным учебником Особых записей учащимся вести не рекомендуется

В процессе объяснения они записывают в свои тетради только полный текст таблицы, вывешенной на доске.

6. Зависимость между данными числами и результатами действия над ними

Вывешивается на доске таблица (рис 17, деталь из пакета 6), которая на конкретных примерах напоминает ученикам о тех правилах, которые следует применять при определении неизвестных компонентов. Изучение зависимости между данными числами и результатами действий над ними проводится в следующем порядке.

1 этап. Решается задача:

1. Сколько рублей надо добавить к 8 рублям, чтобы оплатить стоимость покупки в 25 рублей

Условие задачи и ее решение записываются в классных тетрадях в следующем виде:

$$x+8=25; \quad x=25-8=17.$$

Ставится вопрос: чему равно неизвестное слагаемое? После этого решаются следующие задачи:

2. Сколько всего было тетрадей, если после выдачи одному классу 32 тетрадей их осталось 58?

Зависимость между данными числами и результатами действий над ними

при сложении	$X+8=25$	$X=25-8=17$
при вычитании	$X-32=58$ $85-X=30$	$X=58+32=90$ $X=85-30=55$
при умножении	$9 \cdot X=36$	$X=36:9=4$
при делении без остатка	$X:5=7$ $56\ X=8$	$X=5 \cdot 7=35$ $X=56:8=7$
при делении с остатком	$X:5=8$ (ост 2)	$X=5 \cdot 8+2=42$

Проверь и вспомни, как читаются правила

Рис 17.

3. Сколько рублей стоила купленная мной рубашка, если от бывших у меня денег — 85 рублей — осталось 30 рублей?

2 этап. Учитель предлагает учащимся самим составить задачи к остальным равенствам, приведенным в таблице, и решить их.

3 этап. Решение примеров типа:

$$x+5=12; \; x-7=2; \; 9-x=4; \; 2 \cdot x=8; \; x\ \ 4=12;$$
$$x:4=5; \; 20+x=10; \; x=17.\ 2+5; \; 34=16 \cdot 2+x.$$

При решении этих примеров вспоминаются правила, по которым определяются неизвестные. Таблица на некоторое время вывешивается в классе.

7. Порядок выполнения совместных действий

Порядок выполнения действий устанавливается или на основании правил, изложенных в учебнике И. Н. Шевченко, или при вычислении арифметических выражений (формул решения), составленных из условия задач для ее решения. Приведем пример.

Задача. Сколько у меня было денег, если я получил сдачу 6 рублей, после того как за 4 *м* полотна уплатил по 16 рублей за метр?

Решение этой задачи сводится к вычислению следующего арифметического выражения:

$$x=6+16\cdot 4.$$

Чтобы вычислить полученное арифметическое выражение, нужно сначала выполнить действие умножения и затем уже сложение, что подтверждает целесообразность правила порядка действий. действия второй ступени выполняются раньше действия первой ступени, если порядок действия не нарушен скобками.

На рисунке 18 (из пакета 6) приведена таблица, которая может быть использована или для воспроизведения в

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ СОВМЕСТНЫХ ДЕЙСТВИЙ

(СКОБКИ)

1	$6+5\cdot 8-4:2\cdot 3=40$
2	$(6+5)\cdot(8-4):2\cdot 3=66$
3	$[(6+5)\cdot 8-4:2]\cdot 3=258$
4	$[6+5\cdot(8-4):2]\cdot 3=48$
5	$[6+5\cdot(8-4)]:2\cdot 3=39$

ПРОВЕРЬ И ВСПОМНИ ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ДЕЙСТВИЙ

Рис 18

памяти порядка действий, известного учащимся из начальной школы[1], или для контрольной работы, как проверки уже пройденного материала.

---

[1] Если употребление квадратных скобок ученикам неизвестно, то учителю на примерах следует объяснить их значение

В первом случае таблица вывешивается на классной доске и учитель предлагает всем учащимся проверить правильность написанных ответов, после чего вспоминаются правила о порядке выполнения действий.

При этом учитель обращает внимание учащихся на то, что все компоненты и знаки действий во всех пяти примерах одинаковы и разные ответы зависят исключительно от порядка выполнения этих действий.

Во втором случае таблица используется так: учитель закрывает листом бумаги ответы и предлагает учащимся подсчитать устно результаты и записать ответы у себя в тетради, занумеровав их следующим образом:

1—40; 2—66; 3—258; 4—48; 5—39.

Далее поднятием рук устанавливается число правильных и неправильных ответов, после чего проводится анализ ошибок. При этом способе трудно определить, являются ли неправильные ответы следствием невнимательности или следствием отсутствия знаний порядка действий, указанных скобками.

Несмотря на этот недостаток, данная работа полезна, так как она приковывает внимание учеников к весьма важному разделу темы.

Эта таблица может быть использована также для проведения 10-минутной контрольной работы, позволяющей учителю учесть характер и число ошибок. С этой целью он должен потребовать выполнения решения каждого примера цепочкой. Например, решение третьего примера должно быть выполнено так:

$$[(6+5)\ 8-4:2]\cdot 3=(11\cdot 8-2)\cdot 3=(88-2)\cdot 3=258.$$

При такой записи имеется возможность определить, является ли неправильный ответ следствием ошибки из-за невнимательности или он есть результат незнания порядка действий.

Порядок проведения работы и ее проверка должны быть следующими.

Учитель заранее составляет на отдельных листочках, размером в $\frac{1}{4}$ листа, 6—8 вариантов работ из текста таблицы так, чтобы варианты отличались между собой только порядком примеров, но не их содержанием. В каждый вариант должно входить 5 примеров. Это позволит избежать списывания и облегчит самостоятельное выполнение работы.

Желательно, чтобы решение примеров было выполнено на тех же листочках без черновиков По окончании работ каждый из учеников должен записать полученные им ответы в классную тетрадь и немедленно сдать работу учителю, после чего таблица вывешивается на классной доске. Учитель предлагает ученикам самим определить свои ошибки.

На следующем уроке проводится работа над ошибками. Затем работа выдается для исправления, а отметки выставляются в классный журнал.

8. Изменение результатов действий в зависимости от изменения данных

Изменение результатов действий в зависимости от изменения данных хорошо дано в учебнике арифметики И Н Шевченко, поэтому изложение этого вопроса учителем можно вести по учебнику.

Для наиболее рациональной организации урока, посвященному данной теме, и для лучшего усвоения материала следует использовать таблицы (рис. 19, 20, 21, 22, детали из пакета 6).

Эти таблицы составлены по принципу — от простого к сложному, они включают все случаи изменения результатов действий в зависимости от изменения данных.

Наиболее простыми являются четыре первых упражнения Пятое упражнение во всех таблицах дает возможность учителю показать ученикам, что иногда изменение данных не отражается на результате действий над ними. К такому же типу относится и 6 упражнение в таблицах изменения разности и частного.

6, 7 и 8 упражнения в таблицах изменения суммы и произведения, 7 и 8 упражнения — изменения разности и 7 упражнение — изменения частного содержат случай зависимости результатов действий от разных изменений обоих данных.

9 и 10 упражнения во всех таблицах и 8 упражнение в таблице изменения частного более трудные, они особенно способствуют развитию логического мышления.

ИЗМЕНЕНИЕ СУММЫ

	1 слагаемое	2 слагаемое	сумма
1	+3		?
2		+4	?
3	−5		?
4		−7	?
5	+6	−6	?
6	+8	+5	?
7	−10	−3	?
8	+8	−5	?
9	+4	?	+8
10	?	−2	+11
11	?	?	+6

ОТВЕТЬ НА ВОПРОСЫ И СКАЖИ ПРАВИЛО

Рис 19

ИЗМЕНЕНИЕ РАЗНОСТИ

	уменьшаемое	вычитаемое	разность
1	+3		?
2		+4	?
3	−2		?
4		−5	?
5	+3	+3	?
6	−5	−5	?
7	+10	+8	?
8	−8	+5	?
9	+4	?	+6
10	?	+5	−7
11	?	?	+8

ОТВЕТЬ НА ВОПРОСЫ И СКАЖИ ПРАВИЛО

Рис 20.

ИЗМЕНЕНИЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ

	множимое	множитель	произведение
1	·2		?
2		·3	?
3	:5		?
4		:4	?
5	·6	:6	?
6	·4	·3	?
7	:2	:3	?
8	:10	·2	?
9	?	·2	·10
10	:2	?	·10
11	?	?	:12

ОТВЕТЬ НА ВОПРОСЫ И СКАЖИ ПРАВИЛО

Рис 21.

ИЗМЕНЕНИЕ ЧАСТНОГО

(деление без остатка)

	делимое	делитель	частное
1	:2		?
2		·3	?
3	·4		?
4		:4	?
5	·5	·5	?
6	:3	:3	?
7	·6	·2	?
8	·4	?	·8
9	:8	?	:16
10	?	·4	·8
11	?	?	·12

ОТВЕТЬ НА ВОПРОСЫ И СКАЖИ ПРАВИЛО

Рис 22

Эти упражнения дают интересный материал для работы с наиболее способными детьми.

Во всех таблицах особый интерес представляет упражнение 11 при выполнении этого упражнения возможно получить бесконечное число решений Здесь впервые перед учащимися может быть поставлен вопрос о неопределенности ответа задачи.

Использование таблиц (на объяснительных уроках) состоит в следующем. после сделанного учителем объяснения по учебнику следует перейти к упражнениям. На классную доску вывешивается таблица (рис 19). Учитель указывая например, на упражнение 5, задает вопрос: «Что сделается с суммой, если первое слагаемое увеличить на 6 единиц, а второе уменьшить на столько же единиц?» Ответ дает ученик по указанию учителя В случае неудачного ответа какого-либо ученика последний вызывается к доске и на примере убеждается в своей ошибке

Если ученик на 8 вопрос таблицы «Как изменяется сумма, если первое слагаемое увеличить на 8 единиц, а второе слагаемое уменьшить на 5 единиц», — ответит, что сумма уменьшится на 3 единицы, то ему следует разъяснить допущенную ошибку на конкретном примере.

$$24+36=60, \quad 32+31=63, \quad 63-60=3,$$

т. е. сумма не уменьшилась, а увеличилась на 3 единицы.

Рекомендуется на одном уроке рассмотреть основные случаи (первые восемь упражнений) изменения результатов прямых действий (сложения и умножения), а на следующем уроке остальные три упражнения (9, 10 и 11)

Точно также надо рассмотреть изучение изменения результатов обратных действий (вычитания и деления), но при этом надо учитывать состав класса, его работоспособность, развитие и т. д.

Необходимо предупредить ошибки, часто встречающиеся при выполнении 6 и 7 упражнений на изменение произведения.

Обычно ошибка заключается в том, что ученики на вопрос: как изменится произведение, если множимое увеличить в 4 раза, а множитель в 3 раза, отвечают: произведение увеличивается в 7 раз. Необходимо убедить их в ошибочности такого заключения и на примере разъяснить это.

$$2 \cdot 3=6, \quad 8 \cdot 9=72, \quad 72:6=12,$$

т. е. произведение увеличится в 12 раз, а не в 7 раз.

На всех уроках при изучении этой темы как при опросе учеников, так и при объяснении следует показать, как применять изменения результатов действий к устному счету и решению задач

Приведем несколько задач, решение которых значительно упрощается, если оно основано на изменении результатов действий в зависимости от изменения данных.

Изменение суммы

Задача 1. В V А классе обучается 25 мальчиков и 15 девочек, а в V Б классе мальчиков меньше на 5 человек, а девочек больше на 6 человек. В каком классе учащихся больше и на сколько человек?

Задачу решить двумя способами и указать, нет ли в задаче лишних числовых данных.

Решение.

способ 1) 25+15=40 (чел.);
2) 25—5=20 (чел.);
3) 15+6=21 (чел.);
4) 20+21=41 (чел);
5) 41—40=1 (чел.).

Ответ. В V Б классе число учащихся больше на 1 человека.

2 способ 6—5=1 (чел.).

Ответ. В V Б классе число учащихся больше на 1 человека.

Желательно выяснить, на чем основано второе решение. Числовые данные 25 и 15 — лишние.

Задача 2. Я купил на рынке картофеля на 5 рублей и луку на 3 рубля. В другой раз я купил столько же картофеля, а заплатил за него на 1 рубль меньше и столько же луку, но заплатил за него на 1 рубль больше. В каком случае покупка оказалась дороже и на сколько рублей?

Решить задачу двумя способами и указать, нет ли в задаче лишних данных.

Решение.

I способ.

1) 3+5=8 (руб.);
2) 5—1=4 (руб.),
3) 3+1=4 (руб.);
4) 4+4=8 (руб.);
5) 8—8=0 (руб.).

Ответ. Стоимость покупки не изменилась.

2 способ. 1—1=0 (руб.)

Ответ. Стоимость покупки не изменилась.

Числовые данные 5 и 3 — лишние.

Следует поставить перед учащимися вопрос: Какое из решений проще и на чем основано второе решение?

Изменение произведения

Задача 1. Два велосипедиста выехали одновременно по Московскому шоссе. Один из них ехал со скоростью 12 *км/час*, но через 3 часа был вынужден остановиться вследствие поломки велосипеда; другой велосипедист ехал со скоростью в 2 раза меньшей, но был в пути в 2 раза дольше Который из велосипедистов проехал большее расстояние и на сколько километров?

Задачу решить двумя способами. Указать, нет ли в задаче лишних данных.

Решение.

I способ. 1) 12 · 3=36 (*км*);
2) 12 2=6 (*км*);
3) 3 2=6 (часов);
4) 6 6=36 (*км*);
5) 36—36=0 (*км*).

Ответ. Оба велосипедиста проехали одинаковое расстояние.

2 способ 2 .2=1.

Ответ. Велосипедисты проехали одно и то же расстояние, хотя скорость движения второго была в 2 раза меньше, но он находился в пути в два раза дольше.

Числовые данные задачи 12 и 3 — лишние.

Желательно выяснить, на чем основано второе решение.

Задача 2. Ширина и длина участка под картофелем соответственно равны 40 *м* и 100 *м*. Ширина участка, занятого под посев пшеницы, в 2 раза меньше, но зато его длина больше длины первого участка в 8 раз Который из участков больше и во сколько раз?

Задачу решить двумя способами и указать, нет ли в задаче лишних данных.

Решение

1 способ 1) 40 · 100=4000 (*кв м*);
2) 40:2=20 (*м*);
3) 100 8=800 (*м*);
4) 20 800=16000 (*кв. м*);
5) 16000:4000=4 (раза).

Ответ. Площадь участка, занятого под посев пшеницы, в 4 раза больше площади участка, занятого под картофелем.

2 способ. 8 · 2=4 (раза).

Ответ. Площадь участка, занятого под посев пшеницы, больше площади участка, занятого под картофелем, в 4 раза

Числовые данные 40 и 100 — лишние.

Желательно выяснить, на чем основано второе решение

Изменение разности

Задача 1. В V А классе вначале было 40 человек, а в V Б классе на 5 человек меньше. Затем в V А класс приняли еще 2 человека, а в V Б на 4 человека больше, чем в V А. В каком классе и на сколько учеников оказалось больше? Нет ли в задаче лишних числовых данных?

Решение.

1 способ. 1) 40—5=35 (чел.);
2) 40+2=42 (чел.);
3) 2+4=6 (чел),
4) 35+6=41 (чел);
5) 42—41=1 (чел.).

Ответ. В V А классе стало на одного ученика больше

2 способ 5—4=1 (чел.)

Ответ. В V А классе стало на одного ученика больше, так как сначала в нем было на 5 человек больше, а затем в 5 Б приняли больше, чем в 5 А на 4 чел., следовательно, разность в числе учеников уменьшилась на 4 человека, т. е. стала равна 1 человеку.

Числовые данные 40 и 2 — излишни.

Необходимо выяснить, на чем основано второе решение.

Задача 2. Отцу 25 лет, а сыну 5 лет. На сколько лет отец будет старше сына через 6 лет?

Указать, нет ли в задаче лишних числовых данных.

Решение.

1 способ. 1) 25+6=31 (год);
2) 5+6=11 (лет);
3) 31—11=20 (лет).

Ответ. Отец будет старше сына на 20 лет.

2 способ. 25—5=20 (лет).

Ответ. Отец будет старше сына на 20 лет.

Числовое данное 6 (лет) в задаче лишнее. Следует указать, что второе решение основано на изменении разности

Изменение частного

Задача 1. Колхозник прошел расстояние в 24 *км* от своего села до города за 6 часов Во сколько раз скорость автобуса, на котором он возвратился из города, больше его скорости, если весь обратный путь автобус прошел за 1 час?

Указать, нет ли в задаче лишних данных.

Решение.

1 способ. 1) 24 :6=4 (*км*);
2) 24 :1=24 (*км*);
3) 24 ·4=6 (раз).

Ответ. Скорость автобуса больше скорости пешехода в 6 раз.

2 способ. 6 :1=6 (раз).

Ответ. Скорость автобуса больше скорости пешехода в 6 раз, так как для прохождения одного и того же расстояния автобусу требуется времени в 6 раз меньше.

Числовое данное — 24 (*км*) в задаче лишнее.

Необходимо выяснить, что задача решена на основании изменения частного в зависимости от изменения делителя.

Задача 2. Поезд прошел расстояние в 36 *км*, делая в среднем по 18 *км* в час. С какой скоростью и какое расстояние поезд может пройти за то же время?

Решение.

Эта задача неопределенная. Она имеет бесконечное число решений.

За одно и то же время поезд может пройти 18 *км*, делая по 9 *км* в час; 108 *км*, делая по 54 *км* в час, и т. д.

Решение задачи основано на неизменности частного при одинаковом кратном изменении делимого и делителя.

Устный счет с применением изменения результатов действий в зависимости от изменения данных можно проводить так, как это указано в учебнике арифметики И. Н. Шевченко.

ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ

В теме делимость чисел прибор можно использовать при проверке знаний признаков делимости следующим образом: учитель составляет на приборе произвольное целое число (рис. 23, детали из пакета 4 и коробки 8)

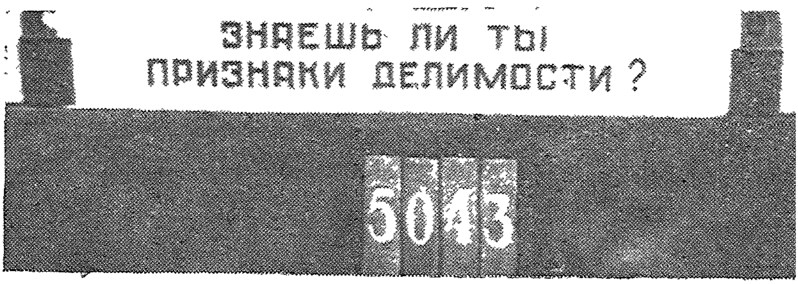


Рис 23

и затем ученику, ответившему урок, задает дополнительный вопрос: делится ли это число на 2, 3, 5 и 9? Затем на приборе набирается другое число, закрывается занавеской и предлагаются ученику следующие вопросы:

1. Сколько надо открыть цифр в закрытом занавеской числе, чтобы решить вопрос о делимости этого числа на указанные выше делители?

2. Можно ли решить вопрос о делимости числа на указанные делители, если открыта справа одна цифра (рис 24 и 25), детали из пакета 4 и коробок 8 и 12), две цифры (рис. 26).

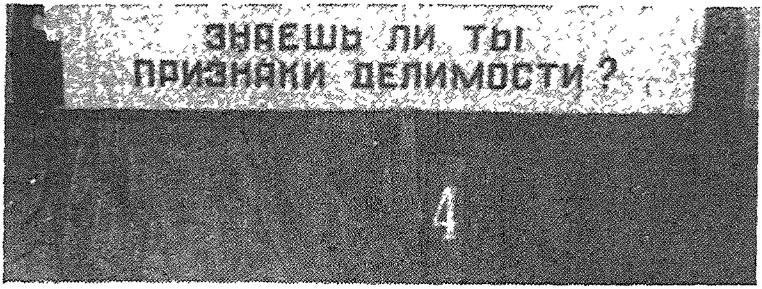


Рис 24

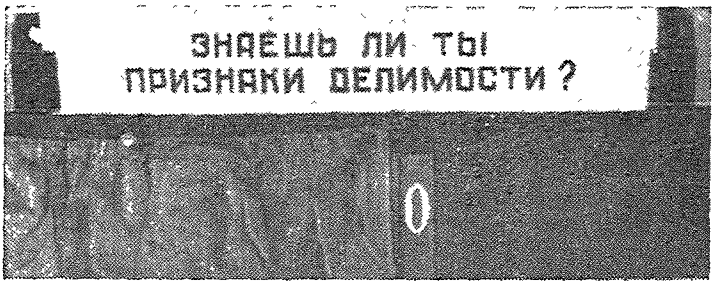


Рис 25.

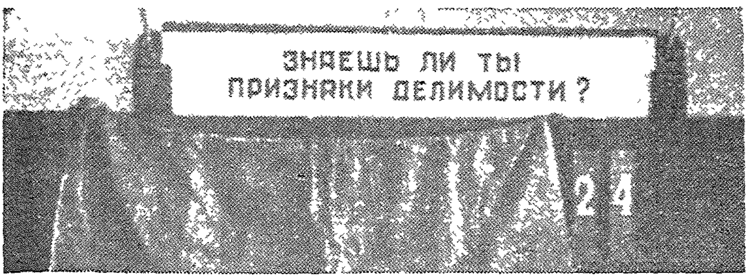


Рис. 26

В качестве дополнительных вопросов можно предложить и вопросы, сформулированные на рисунках 27 и 28 (детали из пакета 6).

Н.О.Д. (25 и 12) = 1

25 и 12

ВЗАИМНО ПРОСТЫЕ ЧИСЛА

НАЗОВИ ВСЕ ЧИСЛА, МЕНЬШИЕ 10 И
ВЗАИМНО ПРОСТЫЕ С НИМ: ТО ЖЕ ДЛЯ 13, 15

Рис 27.

Н.О.Д. (11 и 14) = 1; Н.О.Д. (11 и 15) = 1; Н.О.Д. (14 и 15) = 1

11, 14, 15

ПОПАРНО ВЗАИМНО ПРОСТЫЕ ЧИСЛА

НАЗОВИ ЕЩЕ ТРИ (ЧЕТЫРЕ) ПОПАРНО
ВЗАИМНО ПРОСТЫХ ЧИСЛА

Рис 28.

Таблицу простых чисел (рис. 29, деталь из пакета 6) полезно вывесить на классной стене перед глазами учащихся и приучить их к пользованию ею при действиях с дробями, отысканию НОД и НОК чисел.

Таблицы, помещенные на рисунках 30 и 31 (из пакета 6), употребляются на объяснительных уроках и имеют целью

ТАБЛИЦА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ ОТ 2 ДО 200

2	3	5	7	11	13	17	19	23
29	31	37	41	43	47	53	59	61
67	71	73	79	83	89	97	101	103
107	109	113	127	131	137	139	149	151
157	163	167	173	179	181	191	193	197
				199				

Рис 29

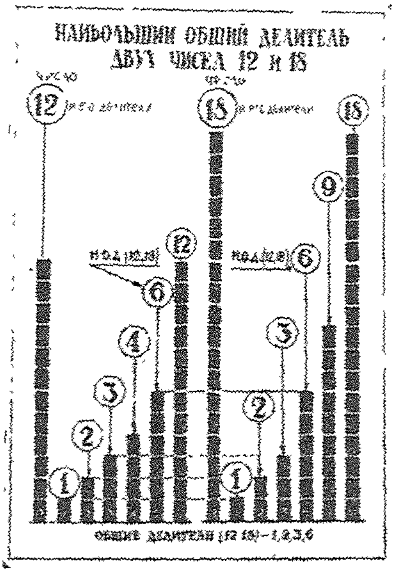


Рис 30

дать наглядно, а поэтому более доходчиво понятие о НОД двух чисел и о НОК двух чисел.

Таблица на рисунке 30 дает наглядное представление о НОД чисел 12 и 18.

Эти числа, их делители и их НОД изображены на таблице столбиками, высота которых пропорциональна самим числам.

Столбики, соответствующие данным числам, окрашиваются в один цвет, их делителям — в другой, а столбики, изображающие НОД — в третий, более яркий.

Понятие о НОД дается следующим образом.

Таблица вывешивается на доске, и вызванному к классной доске ученику учитель задает следующий вопрос: какими столбиками изображены на таблице числа 12 и 18?

Ученик показывает указкой столбики, соответствующие числам 12 и 18.

Учитель, обращаясь к классу, ставит вопрос: на какие числа делится число 12?

Получив ответ, учитель предлагает ученику, стоящему у доски, показать столбики, изображающие все делители числа 12, а именно: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Совершенно так же устанавливается, что все делители числа 18 будут 1, 2, 3, 6, 9, 18.

Далее стоящему у доски ученику учитель предлагает назвать общие делители двух чисел и указать НОД этих чисел, а также соответствующие им столбики на таблице.

Стоящий у доски ученик и все ученики в своих тетрадях должны сделать по ходу объяснения следующие записи:

НОД (12, 18).

Делители 12— 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Делители 18— 1 2, 3, 6, 9, 18

Общие делители чисел 12 и 18— 1, 2, 3, 6.

НОД (12, 18) = 6

Один из учеников вызывается к доске для повторения.

Целесообразно использовать эту таблицу для иллюстрации и в последующей работе.

Примерно в том же плане дается понятие и НОК двух чисел. Таблица, приведенная на рисунке 31, дает наглядное представление о НОК чисел 3 и 4.

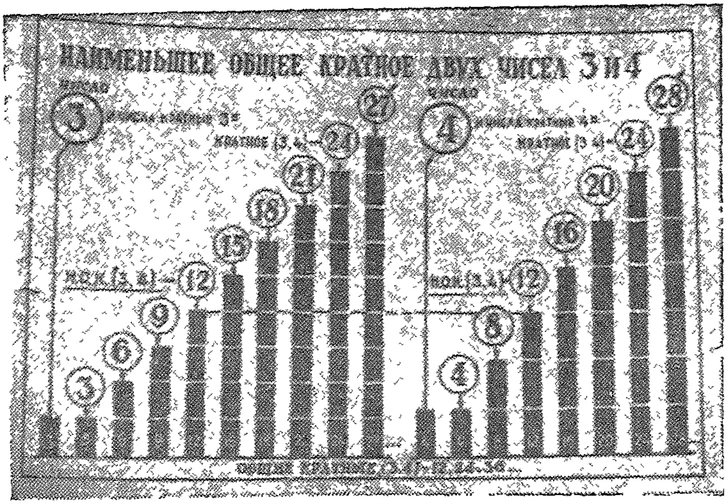


Рис 31

В процессе объяснения один ученик на доске, а остальные учащиеся в своих тетрадях делают следующие записи·

НОК (3, 4)

Числа кратные 3— 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, ...
Числа кратные 4— 4, 8, 12, 20, 24, 28, ...
Числа кратные 3 и 4— 12, 24, 36, ...

НОК (3, 4) = 12.

Устройство таблицы НОК чисел 3 и 4— примерно такое же, как и таблицы НОД. Числа 3 и 4 и их общие кратные на таблице изображены столбиками, высота которых пропорциональна соответствующим числам. Столбики окрашены также в разные цвета.

Если таблица не использована в процессе объяснения, то она может быть использована в качестве иллюстрации. Назначение таблиц — предупредить возможное смешение этих понятий учениками. Между объяснениями НОД и НОК рекомендуется иметь разрыв в 2—3 урока.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

Получение дроби при измерении

Учитель предлагает учащимся тему урока записать в классных тетрадях. Затем он проводит краткую беседу, сообщив учащимся, что дробные числа, так же как и натуральные числа, которые до сих пор изучались, могут быть получены в результате измерения каких-либо величин: длин отрезков, площадей, объемов, веса, времени и т. д. Здесь же надо использовать прибор, выполнив измерение длин следующих двух его частей: дощечки-щитка, расположенной в верхней части прибора и горизонтальной планки его, окрашенной в белый цвет. Измерение можно выполнить при помощи сантиметровой ленты, приняв за единицу измерения 1 *см*. Результаты измерения записываются на классной доске и в тетрадях учащихся.

Длина дощечки —54 *см*.

Длина горизонтальной планки —96 *см*.

Результаты измерения выразились целыми числами, так как 1 *см* укладывается в них целое число раз.

Далее проводится измерение с помощью новой единицы измерения. При этом преподавателю следует показать учащимся имеющуюся в наборе пособий единицу измерения.

Эта единица представляет собой четырехгранный брусок, длиной 72 *см*, окрашенный в белый цвет, на гранях которого нанесены разные деления: одна из граней разделена на 4 части (рис. 32, детали из пакетов 4 и 5), вторая — на 8 частей (рис. 33), третья — на 3 части (рис. 34) и, наконец, четвертая — на 9 частей (рис. 35).

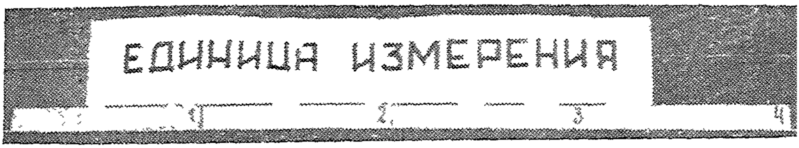


Рис 32.

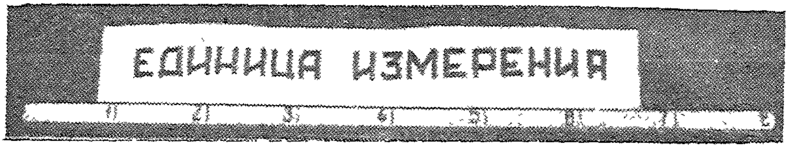


Рис 33.

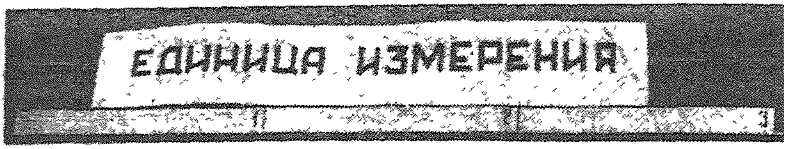


Рис 34.

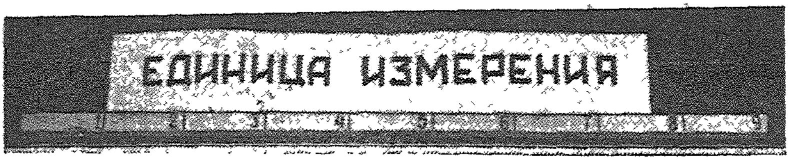


Рис 35

При помощи этой единицы измерения можно измерить указанные выше отрезки, хотя она и не укладывается в них целое число раз

Необходимость деления единицы на части выясняется путем беседы с классом Измерение новой единицей проводит сам учитель, который, обходя класс, показывает ученикам результаты измерения и записывает их на классной доске. Учащиеся записывают в своих тетрадях. Запись на доске принимает следующий вид:

длина дощечки — 54 *см* — $\frac{3}{4}$ единицы, длина горизонтальной планки — 96 *см* — $1\frac{1}{3}$ единицы

После этого учитель сообщает учащимся, что числа $\frac{3}{4}$ и $1\frac{1}{3}$ называются дробными числами. Число $1\frac{1}{3}$ — называется смешанным числом, так как оно состоит из целой единицы и дроби $\frac{1}{3}$. Далее следует вывесить на классной доске таблицу, приведенную на рисунке 36 (из пакета 6), и обратить внимание учащихся на то, что на этой таблице изображены 4 отрезка, равные между собой и равные единице измерения. Отрезки разделены на то же число частей, что и единица измерения, т. е на 4, 3, 8 и 9 На ней также изображен и результат измерения $\frac{3}{4}$. В этот момент надо дать определение дроби, выяснить понятия «числитель» и «знаменатель» и добиться твердого понимания их содержания.

Рис 36

Для закрепления новых понятий (обыкновенная дробь, ее числитель и знаменатель) следует проделать ряд упражнений, т. е. с помощью данной единицы измерения выразить числами длины отрезков:

1) 18 *см*, 2) 24 *см*; 3) 27 *см*, 4) 45 *см*; 5) 64 *см*.

Отрезками могут служить полоски цветной бумаги, картона или деревянные планки, окрашенные в разные цвета. Измерения производятся вызванными к доске учениками путем наложения отрезков на одну из единиц, изображенных на таблице. Результаты измерения, проверенные учителем или другим учеником по вызову учителя, записываются на классной доске в следующем виде:

1) 18 *см* — $\frac{1}{4}$ ед.; 2) 24 *см* — $\frac{1}{3}$ ед.; 3) 27 *см* — $\frac{3}{8}$ ед.;

4) 45 *см* — $\frac{5}{8}$ ед.; 5) 64 *см* — $\frac{8}{9}$ ед.

Далее следуют упражнения в записи дробей под [illegible]товку учителя и повторение определения дроби. ее числителя и знаменателя. Наконец, учитель показывает на приборе в развернутом виде (рис. 4) изображение дробей отрезками и секторами. После этого он сообщает учащимся, что дробные числа так же, как и натуральные числа, можно складывать и вычитать, умножать и делить. В этот момент целесообразно показать возможность производить действия сложения. Обращается внимание учеников на круг, изображенный слева на приборе. Этот круг состоит из следующих долей: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{6}$; в сумме они дают, как в этом можно убедиться непосредственным наблюдением, целый круг, т. е. единицу, что и записано на передней нижней откидной доске в виде равенства:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1.$$

Далее обращается внимание на правый круг, помещенный на приборе. Учитель показывает, что сумма таких долей круга, как $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, не составляет целого круга, о чем свидетельствует небольшой просвет на круге между $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{9}$ его долями. Сумма этих долей лишь приближенно равна единице, что и записано на приборе в виде приближенного равенства:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}\approx 1.$$

Следует сообщить учащимся и точное значение этой суммы $\frac{2509}{2520}$, но сказать при этом, что, как получить эту дробь путем вычисления, узнаем немного позднее.

На этом заканчивается объяснительная часть урока. Решение этого примера следует выполнить в свое время на классной доске, как упражнение на сложение дробей, а при знакомстве с понятием о приближенном частном надо снова возвратиться к этому примеру и показать, что $0{,}005>1-\frac{2509}{2520}>0{,}004$.

Рис 37

В порядке повторения можно воспользоваться другой таблицей (рис 37, деталь из пакета 6). Размеры этой таблицы 54×80 *см*^{2}.

Понятия «больше», «меньше», «равно» для дробных чисел

Вызванному к доске ученику предлагается измерить и записать результаты измерения двух отрезков A_1B_1 и AB, которые представляют собой части единицы. В равенстве отрезков $A_1B_1 = AB$ ученики убеждаются непосредственным наблюдением (рис. 36). Результаты измерения записываются на классной доске следующим образом

$$A_1B_1 = AB \quad A_1B_1 = \frac{3}{4} \text{ ед.}; \; AB = \frac{6}{8} \text{ ед.},$$

отсюда делается вывод: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$.

Такая же работа проделывается другим учеником с отрезками CD и C_1D_1, в равенстве которых ученики убеждаются также непосредственным наблюдением. Результаты измерения и вывод записываются на классной доске:

$$CD = C_1D_1.; \; CD = \frac{2}{3} \text{ ед.}; \; C_1D_1 = \frac{6}{9} \text{ ед.}, \; \frac{2}{3} = \frac{6}{9}.$$

Учитель указывает на то, что полученный вывод верен потому, что измерение производилось одной и той же единицей измерения. При разных единицах измерения такой вывод сделать нельзя: в самом деле, $\frac{3}{4}$ *км* $\neq \frac{6}{8}$ *м*.

Далее дается определение: равными дробями называются такие дроби, которые при одной и той же единице измерения выражают длины одинаковых отрезков. Третьему ученику, вызванному к доске, предлагается выразить числами длины отрезков CD и AB (рис. 36). Результаты измерения записать на классной доске следующим образом:

$$CD = \frac{2}{3} \text{ ед.}, \qquad AB = \frac{3}{4} \text{ ед.}$$

В неравенстве отрезков, а именно $CD<AB$ ученики убеждаются также непосредственным наблюдением.

Выражая длины этих отрезков дробными числами, получаем следующее неравенство:

$$\frac{2}{3} < \frac{3}{4}.$$

Дается определение: неравными дробными числами называются такие дроби, которые при одной и той же единице измерения выражают длины неравных отрезков.

Эти понятия можно установить, пользуясь таблицей, приведенной на рисунке 37. Установив непосредственным наблюдением, что

1) $CD = C_1D_1$, придем к выводу, что $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$;

2) $A_1B_1 > C_1D_1$, » » » $\frac{6}{8} > \frac{6}{9}$.

При наличии двух таблиц одну из них можно использовать для повторения.

Наглядное изображение целых и дробных чисел

Именованные целые числа изображаются соответствующим числом целых кругов (рис. 38, детали из пакета 4 и коробок 1 и 7). Доли единицы изображаются соответствующими их величине секторами, окрашенными в разные, преимущественно светлые, тона (рис. 39, 40, 41, детали из коробки 6 и пакета 4).

Рис 38

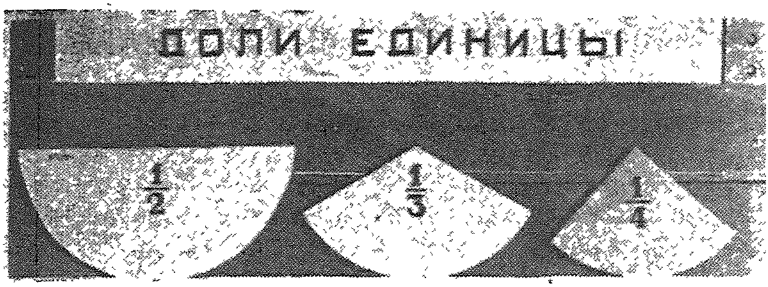


Рис 39.

Рис 40

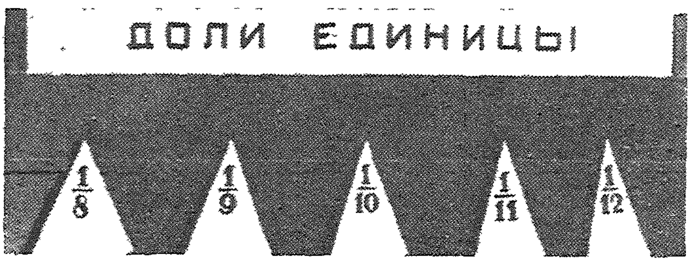


Рис 41.

Рис 42

Правильные дроби изображаются в приборе частями круга (рис. 42, детали из коробок 2, 4 и пакета 4).

Неправильные дроби изображаются целым, разделенным на доли, кругом, если неправильная дробь равна единице, или с добавлением к нему частей круга, разделенным на те же доли (рис. 43, детали из пакета 4 и коробок 1 и 3).

Наконец, смешанные числа изображаются в приборе соответствующим числом кругов, соединенных с частями круга (рис. 44, детали из пакета 4 и коробок 1, 2 и 5).

Примечание. Отвлеченные дробные числа изображаются обычным способом.

Сравнение долей следует показать путем непосредственного наложения одной доли на другую (рис. 45, 46, 47, детали из пакета 4 и коробок 6 и 7).

Восприятие, которое возникает в сознании, дает возможность правильно решить вопрос, какая из долей больше: $\frac{1}{2}$ или $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{5}$ или $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{4}$ или $\frac{1}{5}$, если они взяты от одной и той же единицы.

Рис 43

Рис 44.

Рис 45

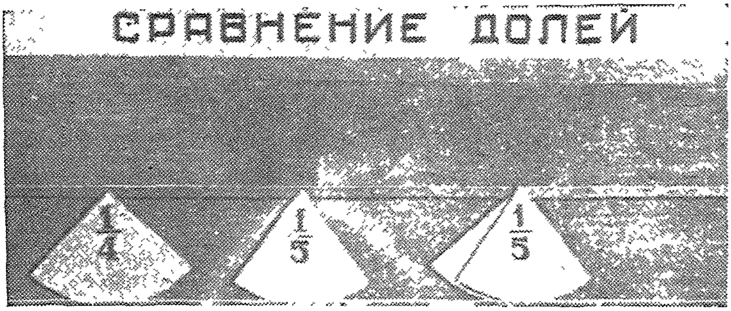


Рис. 46

Рис 47.

Учащиеся должны дать логическое обоснование этому, а именно: $\frac{1}{5} > \frac{1}{6}$ потому, что $\frac{1}{5}$ получается от деления единицы на 5 равных частей, а $\frac{1}{6}$ от деления той же единицы на шесть равных частей, следовательно. пятые доли крупнее шестых долей.

Различные цвета, в которые окрашены сектора, изображающие доли единицы, для решения этого вопроса имеют очень большое значение. Образцы цветных иллюстраций помещены в конце книги.

Получение дроби при делении

Получение дроби при делении можно демонстрировать на двух стендах: на первом надо изобразить задачу деления 3 единиц на 4 равные части с готовым ответом (рис. 48, детали из пакета 4 и коробок 1, 2 и 7), а на втором — деление на 4 части 12 отдельных четвертей единицы (рис. 49, детали из пакета 4 и коробки 5).

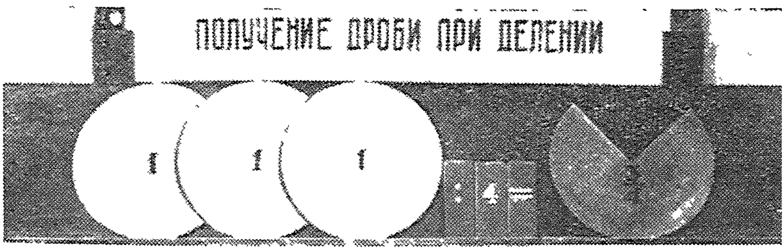


Рис 48

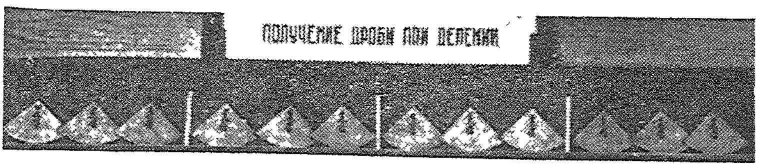


Рис 49

Выделение целого числа из неправильной дроби и обращение смешанного числа в неправильную дробь

Эти операции можно показать на следующих примерах: $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ (рис. 50, детали из пакета 4 и коробок 1, 2 и 7) и $2\frac{3}{8} = \frac{19}{8}$ (рис. 51, детали из пакета 4 и коробок 1 и 4).

Рис 50.

Рис 51.

Сравнение дробей

Для сравнения дробей с одинаковыми знаменателями на прибор выставляются три сектора, изображающие дроби $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{12}$ и $\frac{8}{12}$.

Непосредственным наблюдением (рис 52, детали из пакета 4 и коробок 3, 4 и 7) учащиеся устанавливают, что $\frac{5}{12} < \frac{7}{12}$, а $\frac{7}{12} < \frac{8}{12}$.

Рис 52.

Учащиеся должны дать логическое обоснование этому, а именно, что дроби состоят из одинаковых долей, но число этих долей в разных дробях разное.

Устанавливается известное в арифметике положение

При равных знаменателях та дробь больше, у которой числитель больше.

Полезно поставить вопросы: На сколько $\frac{8}{12}$ больше $\frac{7}{12}$? На сколько $\frac{8}{12}$ больше $\frac{5}{12}$? На сколько $\frac{7}{12}$ больше $\frac{5}{12}$?

Верные ответы учеников надо подтвердить наложением одного сектора на другой. Это наложение надо выполнить так, чтобы меньший сектор был обращен к ученикам лицевой стороной, а больший обратной (рис. 53, детали из пакета 4 и коробок 3, 4 и 7).

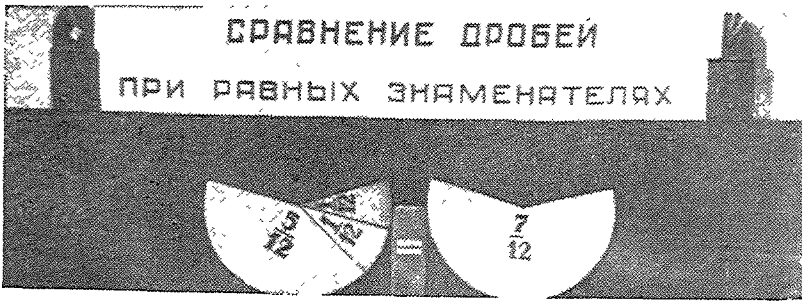


Рис. 53.

Для сравнения дробей с одинаковыми числителями на прибор выставляются 3 сектора, изображающие дроби $\frac{5}{12}$, $\frac{5}{8}$ и $\frac{5}{6}$.

Непосредственным наблюдением устанавливается, что $\frac{5}{12} < \frac{5}{8} < \frac{5}{6}$. Далее проводится логическое обоснование этого заключения. Так как число долей во всех дробях одинаково, а доли разной величины, например шестые доли крупнее восьмых, а восьмые крупнее двенадцатых, то конечно $\frac{5}{12} < \frac{5}{8}$, а $\frac{5}{8} < \frac{5}{6}$ (рис. 54, детали из пакета 4 и коробок 2, 3, 4, 7).

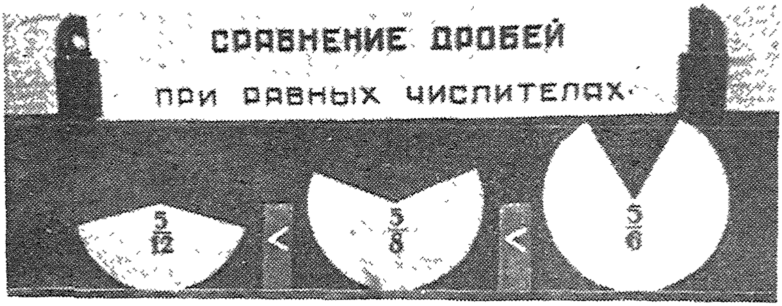


Рис 54

Полезно поставить вопрос: На сколько $\frac{5}{6}$ больше $\frac{5}{8}$?

Для получения ответа на этот вопрос нужно привести решение его к сравнению дробей с одинаковыми знаменателями, т. е. к раздроблению долей, что явилось бы пропедевтикой к приведению дробей к общему знаменателю.

Учитель ставит перед классом следующие вопросы:

1. Какие доли получаются, если одну шестую разделить на 4 части?

2. Сколько двадцать четвертых долей в $\frac{5}{6}$?

Те же вопросы ставятся и относительно дробей $\frac{5}{8}$ и $\frac{5}{12}$.

Верные ответы подтверждаются, а неверные опровергаются показом соответствующих секторов.

Таким образом, устанавливается, что

в $\frac{5}{6}$ — 20 двадцать четвертых доли единицы,

в $\frac{5}{8}$ — 15 » » » »

в $\frac{5}{12}$ — 10 » » » »

Следовательно. $\frac{5}{8}$ больше $\frac{5}{12}$ на 5 двадцать четвертых доли единицы; $\frac{5}{6}$ больше $\frac{5}{8}$ на 5 двадцать четвертых доли единицы (рис. 55 и 56, детали из пакета 4 и коробок 2, 3, 4, 5 и 7).

Рис 55

Для сравнения дробей с разными числителями и знаменателями надо расположить на приборе сектора, изображающие дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{8}{9}$, $\frac{1}{9}$ и $\frac{1}{6}$ и показать возможность сравнения дробей $\frac{5}{6}$ и $\frac{8}{9}$ дополнением их до единицы, т е. $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{9}$ (рис. 57, детали из пакета 4 и коробок 2, 5 и 7).

Рис 56.

Рис 57

В справедливости неравенства $\frac{5}{6} < \frac{8}{9}$ учащиеся убеждаются непосредственным наблюдением, а затем дается логическое обоснование этому умозаключению.

Увеличение и уменьшение дроби в несколько раз

Сравнение дробей заканчивается рассмотрением вопроса об увеличении и уменьшении величины дробей в несколько раз

На приборе выставляются сектора, изображающие дроби $\frac{4}{9}$ и $\frac{8}{9}$, а также сектора, изображающие дроби $\frac{2}{9}$ и $\frac{2}{3}$ (сектор $\frac{2}{3}$ должен быть разделен с обратной стороны на девятые доли).

Путем беседы с учениками устанавливается, что $\frac{4}{9} < \frac{8}{9}$ на том основании, что при равных знаменателях

Рис 58

та дробь больше, у которой числитель больше (рис. 58, детали из пакета 4 и коробок 2, 3, 4, 5 и 7). Совершенно так же, с соответствующим обоснованием устанавливается справедливость неравенства $\frac{2}{9} < \frac{2}{3}$.

Далее ставятся вопросы: Во сколько раз $\frac{8}{9}$ больше $\frac{4}{9}$? Во сколько раз $\frac{2}{3}$ больше $\frac{2}{9}$?

Правильный ответ подтверждается тем, что сектор $\left(\frac{4}{9}\right)$ содержится в секторе $\left(\frac{8}{9}\right)$ два раза, а сектор $\left(\frac{2}{9}\right)$ в секторе $\left(\frac{2}{3}\right)$ — три раза.

Точно так же рассматривается на приборе и уменьшение дроби в несколько раз:

$\frac{4}{5} > \frac{2}{5}$ в два раза, $\frac{2}{3} > \frac{2}{9}$ в три раза (рис. 59, детали из пакета 4 и коробок 2, 3, 4, 5 и 7).

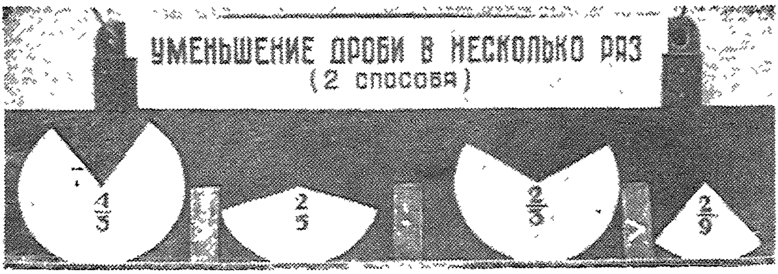


Рис 59.

Рис 60

Однако вопрос об увеличении и уменьшении дробей в *несколько раз можно рассматривать как умножение* и деление дроби на целое число.

Тогда демонстрация этой операции на приборе представится так, как это показано на рисунках 60 и 61 (детали из пакета 4 и коробок 2, 3, 4, 5 и 7).

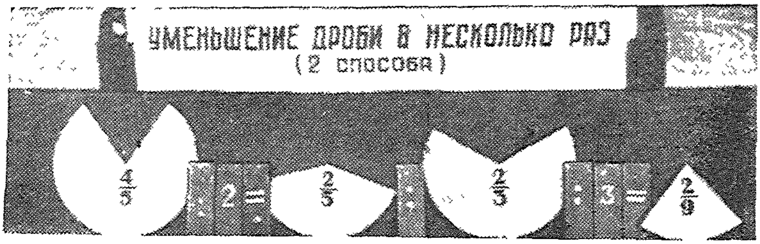


Рис 61.

Такое изложение этого вопроса значительно расширяет круг задач, *которые можно решать в тот промежуток* времени, когда ученики изучают сложение и вычитание дробей.

Основное свойство дроби и следствия из него

Основное свойство дроби можно иллюстрировать на примерах $\frac{18}{24}=\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$.

Для демонстрации этого свойства на приборе достаточно показать сектор, выражающий дроби $\frac{18}{24}$ и $\frac{3}{4}$ с двух сторон, или поставить два сектора на приоор так, как показано на рисунке 62 (детали из пакета 4 и коробок 2, 3 и 7).

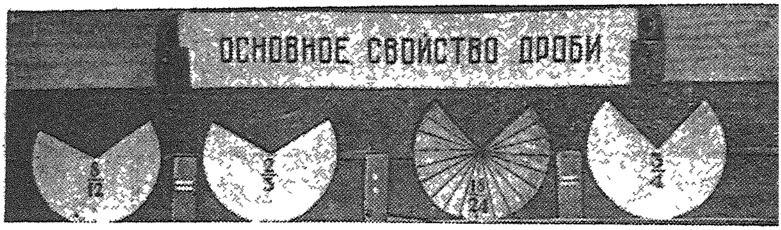


Рис 62

В равенстве дробей учащиеся убеждаются путем непосредственного наблюдения, а затем проводят логическое обоснование этого равенства

Лучшим обоснованием надо считать следующее: дроби $\frac{18}{24}$ и $\frac{3}{4}$ равны потому, что четвертые доли крупнее двадцать четвертых в шесть раз, но взято их также в шесть раз меньше — не 18, а всего только 3.

Последовательное и полное сокращение дроби можно иллюстрировать на примерах:

$$\frac{18}{24}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$$

(рис. 63, детали из пакета 4 и коробок 2 и 7),

$$\frac{20}{60}=\frac{1}{3} \text{ и } \frac{18}{24}=\frac{3}{4}$$

(рис. 64, детали из пакета 4 и коробок 2, 4 и 7).

Рис 63.

Рис 64.

Приведение дробей к общему знаменателю

Приведение дробей к общему знаменателю можно ил люстрировать на следующих примерах:

Общий случай. $\frac{1}{3}=\frac{4}{12}$, $\frac{1}{2}=\frac{6}{12}$. $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$ (рис. 65 детали из пакета 4 и коробок 2, 4 и 7).

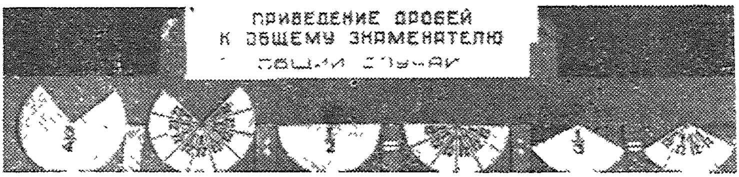


Рис 65

1-й частный случай. $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$; $\frac{3}{8}=\frac{3}{8}$ (рис. 66, детали из пакета 4 и коробок 2, 4 и 7).

Рис. 66.

2-й частный случай. $\frac{1}{3}=\frac{20}{60}$; $\frac{1}{4}=\frac{15}{60}$; $\frac{1}{5}=\frac{12}{60}$ (рис. 67, детали из пакета 4 и коробок 4, 5 и 7).

Рис 67.

Надо указать, что приведение дробей к общему знаменателю используется для сравнения их между собой.

В рассмотренных выше примерах имеем·

$$\frac{3}{4} > \frac{1}{2} > \frac{1}{3}; \quad \frac{3}{4} > \frac{3}{8}; \quad \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5}.$$

Сложение дробей

В результате изучения арифметических действий над дробными числами каждый ученик должен получить твердый навык в производстве арифметических действий, знать употребление их, т. е. безошибочно выбирать нужные действия по заданному вопросу и сознательно, а не формально оценивать полученный результат. Этой цели можно достичь при соблюдении следующих условий:

1) Объяснение нового материала вести на решении целесообразно подобранных простых задач.

2) При решении задач привить учащимся навык в выборе действия по заданному в строго определенной форме вопросу.

3) В процессе решения задачи при объяснении нового материала создавать в сознании учащихся зрительные образы, соответствующие математическим символам, входящим в ту или иную математическую операцию.

4) Уделить большое внимание решению примеров и задач для привития навыка в производстве действий.

Надо, однако, помнить, что занятия по математике состоят не только в решении задач, но и в изучении теории, и что создание зрительных образов в сознании учащихся представляет собой все же не цель, а средство к достижению вышеуказанной цели.

Известно, что сложение чисел употребляется в следующих случаях:

1) Когда нужно узнать сумму двух или нескольких чисел, т. е. ответить на вопрос: «Сколько всего . . .?» (см. задачи 1, 4, 5 и 6).

2) Когда нужно узнать число большее данного числа на другое число, т. е. ответить на вопрос: «Увеличить на . . . ?» или «Найти число, больше на . . . ?» (см. задачи 2 и 3).

3) Когда надо найти уменьшаемое по данному вычитаемому и остатку. В этих случаях задача дается в терминах вычитания (см. задачу 7).

При изучении сложения дробей на приборе можно иллюстрировать следующие случаи.

1. Сложение дробей с одинаковыми знаменателями (сумма дробей меньше единицы).

Задача 1. Мальчик израсходовал $\frac{3}{8}$ своих денег на покупку тетради и $\frac{1}{8}$ на покупку перьев. Какую часть своих денег израсходовал мальчик?

Объяснительную часть урока целесообразно вести так. Учитель укрепляет лист с темой урока на щитке прибора. Учащиеся записывают тему урока в своих тетрадях. Учитель один раз четко читает текст задачи и записывает на доске в следующей форме:

Задача. $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{8}$. Сколько всего?

Учащиеся записывают то же в своих тетрадях. Учитель указывает ученикам, что всю сумму денег мальчика следует принять за 1, и что единица изображается целым кругом.

Практика показывает, что подобная краткая форма записи условий задачи целесообразна, так как ведет к развитию внимания и памяти учащихся. Далее задача повторяется по вопросам:

1) Какую часть своих денег израсходовал мальчик на покупку тетради? на покупку перьев?

2) Что обозначают числа $\frac{3}{8}$ и $\frac{1}{8}$?

3) Что спрашивается в задаче?

Затем выясняется, каким действием надо решить задачу.

Учитель. Каким действием надо решить эту задачу?

Ученик. Эту задачу надо решить действием сложения.

Учитель. Почему?

Ученик. Потому что нужно узнать, сколько всего денег истратил мальчик.

Это обоснование надо считать достаточным.

Далее учитель набирает на приборе иллюстрацию в том виде, как это изображено на рисунке 68 (детали из

Рис 68

пакета 4 и коробок 4, 5 и 7), сопровождая это следующим объяснением: «Нам нужно к $\frac{3}{8}$ прибавить $\frac{1}{8}$, для этого ставим на прибор сектор $\frac{3}{8}$, знак плюс, сектор $\frac{1}{8}$, знак равенства и т. д». Ученики внимательно следят за этой операцией и, наконец, по предложению учителя записывают решение задачи в своих тетрадях так, как это делает учитель на доске, а именно:

$$\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2} \text{ (всех денег).}$$

Учитель записывает решение на доске под прибором, точно помещая математические символы под их зрительными образами.

Далее записывается ответ задачи. Мальчик израсходовал $\frac{1}{2}$ своих денег.

Проверка на этом уровне знания учащихся невозможна ни сложением, ни вычитанием, так как переместительный закон на дробные числа еще не распространен, а вычитание дробных чисел не пройдено. Поэтому в правильности решения задачи учащиеся убеждаются только при помощи полного совпадения результата вычисления с практикой. Желательно перевести решение данной задачи к решению той же задачи, но в целых числах. Приводим примерную беседу учителя.

Учитель Допустим, что мальчик имел 40 коп. Чему равна $\frac{1}{8}$ часть этих денег?

Ученик. $\frac{1}{8}$ часть этих денег равна 5 коп.

Учитель. Сколько копеек стоила тетрадь?

Ученик. Тетрадь стоила 15 коп.

Учитель Сколько копеек мальчик истратил всего?

Ученик. Мальчик истратил 20 коп.

Учитель. Какую часть денег истратил мальчик?

Ученик. Мальчик истратил $\frac{1}{2}$ своих денег.

Совпадение результатов создает уверенность в правильности решения задачи в дробных числах.

Допустима и следующая «проверка». Держа в левой руке сектор, изображающий $\frac{3}{8}$, учитель медленно подносит к нему правой рукой сектор $\frac{1}{8}$, образуя при этом сектор, изображающий $\frac{1}{2}$, и задает вопрос: «Сколько получилось?» Затем, держа в левой руке сектор $\frac{1}{8}$, подносит к нему правой рукой сектор $\frac{3}{8}$ так, чтобы получился сектор, изображающий $\frac{1}{2}$, и ставит вопрос: «Сколько получилось?» Совпадение результатов свидетельствует о том, что задача решена верно. Это, конечно, не доказательство и не проверка переместительного закона. Это только создание в сознании учащихся зрительного образа, наличие которого облегчит проверку переместительного закона для дробных чисел в свое время.

2. Сложение дробей с одинаковыми знаменателями (сумма дробей равна 1).

Задача 2. Рабочий выполнил в первый день $\frac{5}{6}$ задания, а во второй день на $\frac{1}{6}$ задания больше. Выполнил ли рабочий все задание во второй день?

Решение[1] $\frac{5}{6}+\frac{1}{6}=\frac{6}{6}=1$.

Иллюстрация будет иметь вид, показанный на рисунке 69 (детали из пакета 4 и коробок 1, 2, 5 и 7).

Рис 69.

3. Сложение дробей с одинаковыми знаменателями (сумма дробей больше 1).

Задача 3. Завод за январь месяц выполнил $\frac{8}{9}$ плана, а за февраль на $\frac{4}{9}$ больше. Какую часть плана завод выполнил за февраль?

Решение. $\frac{8}{9}+\frac{4}{9}=\frac{12}{9}=1\frac{3}{9}=1\frac{1}{3}$ (плана).

[1] Решение данной задачи и последующих записывается под иллюстрацией на классной доске.

Иллюстрация решения показана на рисунке 70 (детали из пакета 4 и коробок 1, 2, 4 и 7).

Рис 70.

4 Сложение дробей с разными знаменателями (сумма дробей меньше 1).

Задача 4 Турист прошел в 1-й день $\frac{1}{2}$ намеченного пути, а во второй $\frac{1}{3}$ пути. Какую часть намеченного пути турист прошел за два дня?

Решение. $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$ (части пути).

Иллюстрация решения задачи показана на рисунке 71 (детали из пакета 4 и коробок 2, 4 и 7).

Рис 71.

5. Сложение дробей с разными знаменателями (сумма дробей равна 1).

Задача 5. При вспашке поля первый трактор вспахал $\frac{1}{2}$ поля, второй — $\frac{1}{3}$ поля и $\frac{1}{6}$ поля была вспахана лошадью плугом. Было ли вспахано все поле?

Решение. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{6}{6}=1.$

Иллюстрация решения показана на рисунке 72 (детали из пакета 4 и коробок 1, 4, 5 и 7).

Рис 72

Для проверки решения этой задачи было бы желательно подготовить учащихся к проверке сочетательного закона при сложении так. как это было сделано при проверке задачи 1 (см стр 61)

6. Сложение дробей с разными знаменателями (сумма дробей больше 1).

Задача 6. Ученик письменную часть домашнего задания выполнил в $\frac{2}{3}$ часа. а на изучение остальных уроков израсходовал $\frac{3}{4}$ часа. Сколько времени он готовил все домашние задания?

Решение $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{8}{12}+\frac{9}{12}=\frac{17}{12}=1\frac{5}{12}$ (часа).

Иллюстрацию решения задачи смотри на рисунке 73 (детали из пакета 4 и коробок 1, 2, 4 и 7).

Рис 73.

7. Сложение смешанных чисел.

Задача 7. После того как я отрезал $1\frac{3}{8}$ метра от всей веревки, у меня осталось $1\frac{7}{8}$ метра веревки. Определить длину веревки.

Решение. $1\frac{3}{8}+1\frac{7}{8}=2\frac{10}{8}=3\frac{2}{8}=3\frac{1}{4}$ (*м*).

Иллюстрация решения задачи показана на рисунке 74 (детали из пакета 4 и коробок 1, 2, 4, 5 и 7).

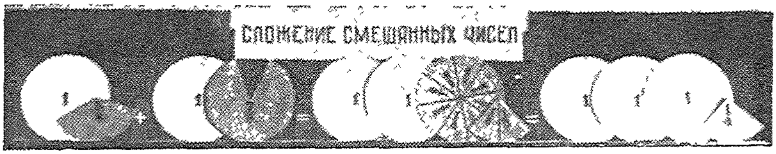


Рис 74

В качестве упражнений полезно выполнить сложение дробей, данных на нижней откидной стенке прибора:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}=\frac{2509}{2520} \qquad \text{(см. рис. 4).}$$

Методические замечания к применению прибора при сложении дробей.

1. При сложении дробей от учащихся надо добиваться ответа на вопрос Какой имеем случай приведения дробей к общему знаменателю?

Это предупредит учащихся от распространенных ошибок при сложении дробей — сложения числителей и знаменателей дробей.

2. На первых уроках, до получения твердого навыка в нахождении суммы, во всех случаях требовать подробной формы записи, например:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1\cdot3}{2\cdot3}+\frac{1\cdot2}{3\cdot2}+\frac{1\cdot1}{6\cdot1}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{6}{6}=1.$$

Вычитание дробей

Известно, что вычитание чисел производится в тех случаях, когда надо дать ответ на следующие вопросы:

1. Сколько осталось? (см. задачу 1).

2. Найти число меньшее данного на ...
3. Уменьшить число на .... } (см. задачу 2).

4. Найти одно из слагаемых, если известна сумма и другое слагаемое (см. задачу 3).

5. Найти вычитаемое, если известно уменьшаемое и разность. Задача в этом случае дается в терминах сложения (см. задачу 4).

Порядок проведения урока и запись решения задач при объяснении вычитания дробей такие же, как и при сложении.

При изучении вычитания дробей на приборе можно иллюстрировать следующие случаи.

1. Вычитание дробей с одинаковым знаменателем.

Задача 1. На площади поля в $\frac{7}{12}$ *га* $\frac{5}{12}$ *га* занято под посевом кукурузы, остаток поля отведен под посадку картофеля. Сколько *га* осталось под посадку картофеля?

Решение. $\frac{7}{12}-\frac{5}{12}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ (*га*).

Иллюстрация решения показана на рисунке 75 (детали из пакета 4 и коробок 3, 4, 5 и 7).

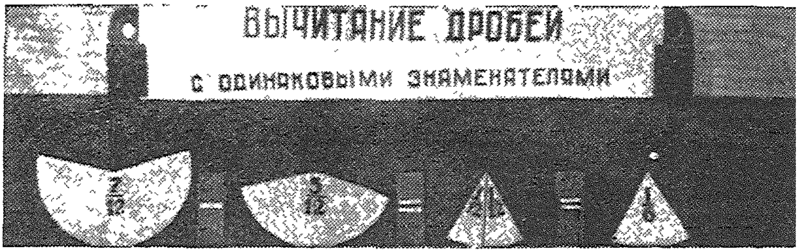


Рис 75.

2. Вычитание дробей с разными знаменателями.

Задача 2. В учебном хозяйстве $\frac{5}{6}$ *га* занято садом. Какая площадь занята питомником, если его площадь на $\frac{1}{4}$ *га* меньше площади сада?

Решение. $\frac{5}{6}-\frac{1}{4}=\frac{10}{12}-\frac{3}{12}=\frac{7}{12}$ (*га*).

Иллюстрация решения задачи показана на рисунке 76 (детали из пакета 4 и коробок 2, 3, 5 и 7).

Рис 76

3. Вычитание дроби из единицы.

Задача 3. Сумма двух слагаемых равна 1; одно из этих слагаемых равно $\frac{3}{8}$. Найти другое слагаемое.

Решение. $1-\frac{3}{8}=\frac{8}{3}-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$.

Иллюстрация решения задачи показана на рисунке 77 (детали из пакета 4 и коробок 1, 3, 4 и 7).

Рис 77.

4. Вычитание дробей с раздроблением единицы.

Задача 4. Сколько кубометров дров надо прикупить, чтобы иметь $2\frac{1}{6}$ *куб. м*, если остаток дров составляет $\frac{5}{6}$ *куб. м?*

Решение. $2\frac{1}{6}-\frac{5}{6}=1\frac{7}{6}-\frac{5}{6}=1\frac{2}{6}=1\frac{1}{3}$ (*куб. м*).

Иллюстрация решения задачи показана на рисунке 78 (детали из пакета 4 и коробок 1, 2, 4, 5 и 7).

Рис 78.

5. Вычитание смешанных чисел.

Задача 5. На сколько емкость стеклянной банки в $3\frac{5}{6}$ литра больше емкости другой банки в $2\frac{1}{6}$ литра?

Решение $3\frac{5}{6}-2\frac{1}{6}=1\frac{4}{6}=1\frac{2}{3}$ (*л*).

Иллюстрация решения задачи показана на рисунке 79 (детали из пакета 4 и коробок 1, 2, 3, 5 и 7).

Рис 79.

Иллюстрация вычитания смешанных чисел на приборе несколько громоздка и если в ней нет необходимости, то можно ее не показывать ученикам в классе, а употреблять только для объяснения слабым ученикам на дополнительных занятиях или ограничиться демонстрацией только секторов, не соединяя их знаками действий. При вычитании дробей надо соблюдать те же методические указания, что и при сложении дробей.

Нахождение дроби числа

Нахождение дроби числа в стабильном учебнике отнесено к разделу умножения дробей Так как нахождение дроби числа имеет наиболее важное значение в практическом применении дробных чисел, считаю необходимым изложить этот вопрос в особом разделе. Тогда учитель уделит ему больше внимания.

Задача 1. $\frac{3}{8}$ поля площадью в 3 *га* занято под посев овса. Сколько *га* занято под посев овса?

Решение. $\frac{8}{8}$ поля составляет 3 *га*,

$$
\begin{array}{llll}
\frac{1}{8} & » & » & 3:8=\frac{3}{8}\ \text{га}; \\
\frac{3}{8} & » & » & \frac{3}{8}\cdot 3= 1\frac{1}{8}\ \text{га}.
\end{array}
$$

Ответ. Под овес занято $1\frac{1}{8}$ *га*.

Иллюстрация решения задачи показана на рисунке 80 (детали из пакета 4 и коробок 1, 4, 5 и 7).

Рис 80.

Так же надо проводить объяснение и при нахождении дроби от дробного числа.

Умножение дробей

Действие умножения употребляется в тех случаях, когда надо дать ответ на следующие вопросы

1. Найти число, которое больше данного в несколько раз (задачи 1, 2).

2. Найти дробь данного числа (задачи 3 и 4).

3. Увеличить число в несколько раз (задачи 1, 2 и 5).

4. Найти делимое по данному делителю и частному. Задача в этом случае излагается в терминах деления (задача 2).

При изучении умножения дробей на приборе можно иллюстрировать следующие случаи.

1. Умножение дроби на целое число.

Задача 1. За один час канавокопатель прорыл $\frac{1}{4}$ *км*. Какой длины канаву пророет канавокопатель за 5 часов?

Задача 2. Поле разделено на 5 равных участков по $\frac{1}{4}$ *га* каждый. Какова площадь всего поля?

Решение. $\frac{1}{4} \cdot 5 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$ (*га*).

Иллюстрация к решению этих задач приведена на рисунке 81 (детали из пакета 4 и коробок 1, 5 и 7).

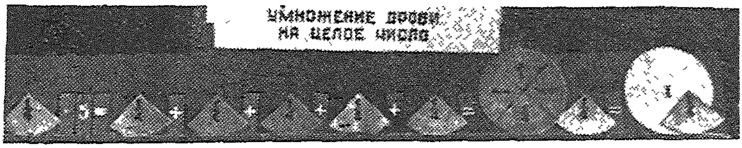


Рис. 81

2. Умножение целого числа на дробь.

Задача 3. Килограмм картофеля стоит 2 рубля. Сколько следует заплатить за $\frac{3}{4}$ *кг*?

Решение. $2 \cdot \frac{3}{4} = (2 : 4) \cdot 3 = \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ (руб).

Иллюстрация к решению задачи приведена на рисунке 82 (детали из пакета 4 и коробок 1, 4 и 7).

Рис 82.

3. Умножение дроби на дробь.

Задача 4. Скорость течения мелководной реки в широкой части русла равна $\frac{8}{9}$ *км* в час. Какое расстояние проплывет плот за $\frac{3}{4}$ часа?

Решение. $\frac{8}{9} \cdot \frac{3}{4} = \left(\frac{8}{9} : 4\right) \cdot 3 = \frac{2}{9} \cdot 3 = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ (*км*)

Иллюстрация к решению задачи приведена на рисунке 83 (детали из пакета 4 и коробок 2, 3, 5 и 7).

Рис 83.

4. Умножение смешанных чисел.

Задача 5. На приготовление 1 литра серной кислоты определенной крепости взято $\frac{1}{3}$ литра чистой серной кислоты. Сколько литров чистой кислоты нужно взять для приготовления $2\frac{1}{2}$ литров кислоты той же крепости?

Решение.

$$\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{1}{3} \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \ (\text{л}).$$

Иллюстрация к решению этой задачи приведена на рисунке 84 (детали из пакета 4 и коробок 2, 3, 4, 5 и 7)

Рис 84.

После рассмотрения всех случаев умножения дробей необходимо на числовых примерах сравнить полученное произведение с множимым. На приборе это можно показать на следующих примерах.

1. Произведение больше множимого:

$$\frac{8}{9} \cdot \frac{5}{4} = 1\frac{1}{9}.$$

Иллюстрацию смотри на рисунке 85 (детали из пакета 4 и коробок 1, 2, 5 и 7).

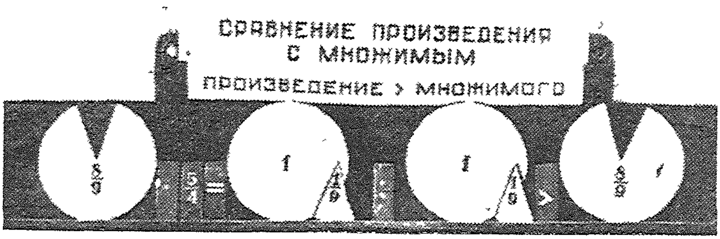


Рис 85

2. Произведение равно множимому:

$$\frac{3}{4} \cdot 1 = \frac{3}{4}.$$

Иллюстрацию смотри на рисунке 86 (детали из пакета 4 и коробок 2 и 7).

Рис 86

3. Произведение меньше множимого:

$$\frac{8}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{3}.$$

Иллюстрацию смотри на рисунке 87 (детали из пакета 4 и коробок 2, 4 и 7).

Рис 87.

В результате сравнения учащиеся должны твердо запомнить, что при умножении числа на неправильную дробь число увеличивается, при умножении на правильную дробь число уменьшается, а при умножении на 1 остается без изменения.

Деление дробей

Деление представляет собой наиболее трудное действие как для преподавателя, который излагает его, так и для учащихся Большие затруднения возникают в выборе действия по заданному вопросу, так как деление имеет очень широкое применение.

В самом деле, деление употребляется в тех случаях когда разрешается один из следующих вопросов:

1 Разделить число (целое или дробное) на несколько равных частей (задачи 1, 3, 4).

2 Найти число меньше данного в несколько раз (задачи 1, 3 и 4).

3. Найти некоторую часть другого числа (делимого) (задачи 1, 3 и 4).

4. Найти множимое по данному произведению и множителю (задачи 5 и 9).

5. Найти число по данной дроби (задачи 6 и 9).

6. Во сколько раз одно число больше или меньше другого (задачи 7, 8, 10 и 11)?

7 Какую дробь первое число (делимое) составляет по отношению к другому числу (делителю) (задачи 2, 5)?

8. Сколько раз одно число (делитель) содержится в другом числе (делимом) (задачи 7, 8, 10. 11)?

9. Определение неизвестного множителя по данному произведению и множимому (задачи 2 и 5).

Именно такое разнообразие вопросов. для решения которых применяется действие деления, и вызывает трудности, которые возникают при его изучении. Каждый учитель обязан при подборе задач предусматривать достаточное количество упражнений для разрешения каждого из этих вопросов

Чтобы использовать наглядность при изложении деления на данном приборе и тем облегчить изучение этого действия, надо помнить, что именованное число изображается или в виде кругового сектора, или нескольких кругов, а отвлеченное — обычным числовым символом, например: $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}$, 3 и т. д.

При разрешении некоторых вопросов, например при делении числа на части, при определении числа по его дроби, наглядность можно использовать для создания в сознании учащихся зрительных образов к тем числовым операциям, к которым приводят обычные рассуждения с помощью которых разрешаются эти вопросы (см. ниже задачи первого варианта).

При разрешении другой группы вопросов, например когда нужно узнать, сколько раз одно число содержится в другом или какую часть одно число составляет от другого, возможно решение опытным путем — демонстрацией на приборе с последующим логическим обоснованием полученного результата (см. ниже задачи второго варианта.)

Учителю надлежит самому избрать тот или другой вид использования наглядности в зависимости от развития его учеников. Прибор можно использовать при изучении всех случаев деления дробей на решении целесообразно подобранных задач.

1. Деление целого числа на целое число

Первый вариант.

Задача 1. Четвертая часть поля в 3 *га* отведена под посадку картофеля. Сколько *га* будет занято картофелем?

Обозначив искомое число через x, будем иметь

$$3 . 4 = x.$$

Рассуждение должно быть таким: разделить 3 на 4, это значит найти такое число, которое, будучи умножено на делитель (4), должно дать делимое (3). Очевидно, что это число должно быть меньше делимого в 4 раза, т. е. равно $\frac{3}{4}$. Проверка умножением подтверждает этот результат.

$$\frac{3}{4} \cdot 4 = 3\ (га).$$

Иллюстрация к делению целого числа на целое в этом случае та же, что и иллюстрация к получению дроби при делении (см. рис 48 и 49).

Второй вариант.

Задача 2. Из отведенного под посев картофеля поля в 4 *га* вспахано 3 *га* Какая часть поля вспахана?

Очевидно, что площадь 4 *га* не может содержаться в площади 3 *га* ни одного раза, а она составляет только $\frac{3}{4}$ ее части, что можно подтвердить непосредственным наложением трех кругов на четыре круга. Следовательно, задача решается действием деления. Иллюстрацию решения задачи смотри на рисунке 88 (детали из пакета 4 и коробок 1 и 7)

Правильность ответа подтверждается следующим логическим рассуждением:

4 *га* представляет собой целое поле — 1 поле,

1 *га* представляет собой — $\frac{1}{4}$ поля;

3 *га* » » — $\frac{3}{4}$ поля.

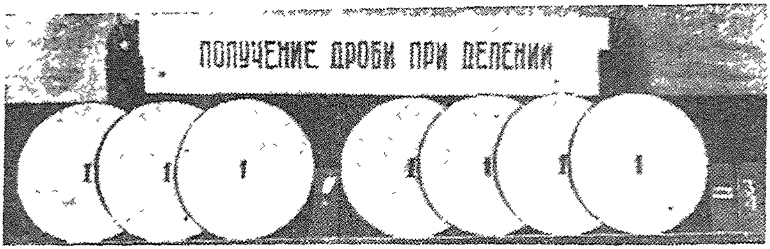


Рис 88

2 Деление дроби на целое число

Первый вариант.

Задача 3 Садовод вскопал за 2 часа $\frac{8}{9}$ (ара) Какую площадь он вскопал за 1 час?

Очевидно, что эта площадь должна быть в два раза меньше, т. е. $\frac{8}{9}$ ара 2, а чтобы уменьшить дробь в 2 раза нужно ее числитель разделить на 2 и сохранить тот же знаменатель, т. е $\frac{8}{9} : 2 = \frac{4}{9}$(ара).

Возможно и другое решение этой задачи Разделить $\frac{8}{9}$ на 2 значит найти такое число x, которое, будучи умножено на 2, даст $\frac{8}{9}$, т е $x \cdot 2 = \frac{8}{9}$, следовательно, задача решается делением: $\frac{8}{9} : 2$.

Проверка выполняется умножением: $\frac{4}{9} \cdot 2 = \frac{8}{9}$(ара).

Задача 4. Площадь в $\frac{1}{4}$ *га* отведена под строительство квартир сотрудников поровну для трех учреждений. Какую часть *га* получает каждое учреждение?

Очевидно, что для решения этой задачи надо $\frac{1}{4}$ *га* разделить на 3, т. е. знаменатель дроби умножить на 3, получим: $\frac{1}{4}:3=\frac{1}{12}$ (*га*).

Проверка умножением решения той и другой задачи подтверждает полученный результат.

Иллюстрация решения задач 3 и 4 приводится на рисунке 89 (детали из пакета 4 и коробок 2, 4, 5 и 7).

Рис 89

Второй вариант.

Задача 5. При оклейке нескольких коробок цветной бумагой израсходовано 4 листа, причем $1\frac{1}{2}$ листа ушло на обрезки. Какая часть всей бумаги ушла на обрезки?

Иллюстрация решения задачи показана на рисунке 90 (детали из пакета 4 и коробок 1, 4 и 7).

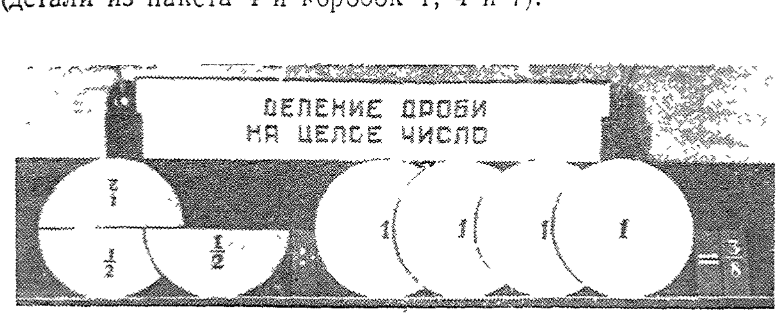


Рис 90

Очевидно, что площадь 4 кругов не может содержаться в площади полутора кругов целое число раз и что последняя площадь составляет только часть площади кругов. Но площадь половины круга составляет $\frac{1}{8}$ площади 4 кругов (показать наложением), следовательно, площадь 3-х половин круга составит $\frac{3}{8}$ площади 4 кругов. Полученный результат можно подтвердить следующим рассуждением:

4 листа бумаги составляют всю израсходованную бумагу,

1 лист обрезков составляет $\frac{1}{4}$ всей израсходованной бумаги;

$\frac{3}{2}$ листа обрезков составляют $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{8}$ всей израсходованной бумаги

После решения 2—3 подобных задач на доске, устанавливается известное правило из арифметики.

3. Деление целого числа на дробь, или нахождение числа по данной его дроби

Первый вариант.

Задача 6 Тракторист вспахал 2 *га*, что составляет $\frac{2}{3}$ задания Какое задание получил тракторист?

Рассуждение ведется следующим образом.

Задание, полученное трактористом, обозначим через x *га*, тогда две трети этого задания составят

$$x \cdot \frac{2}{3}, \text{ или } 2 \text{ га, т. е.}$$

$$x \cdot \frac{2}{3} = 2 \text{ (га)}.$$

Отсюда следует, что задача решается действием деления

$$x = 2 \quad \frac{2}{3}.$$

На классной доске и в тетрадях решение задачи записывается в следующем виде:

$\frac{2}{3}$ всего задания составляет 2 *га*,

$\frac{1}{3}$ » » » $2:2=\frac{2}{2}=1$ (*га*);

$\frac{3}{3}$ » » » $\frac{2}{2}\cdot 3=3$ (*га*).

После чего приводится иллюстрация на приборе (рис. 91, детали из пакета 4 и коробок 1 и 7).

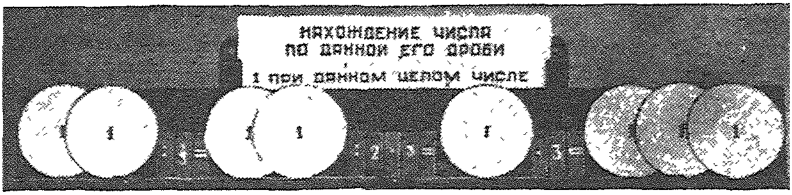


Рис 91.

Второй вариант.

Задача 7 Часы за сутки отстают на $\frac{2}{3}$ минуты. В течение скольких суток часы отстанут на 2 минуты?

Число суток, очевидно, равно частному от деления 2 на $\frac{2}{3}$, так как число суток будет равно числу, которое показывает, сколько раз $\frac{2}{3}$ суток содержится в 2 сутках, или сколько раз сектор $\frac{2}{3}$ содержится в двух кругах, так как за единицу принимается целый круг.

Иллюстрация к решению задачи показана на рисунке 92 (детали из пакета 4 и коробок 1, 3 и 7).

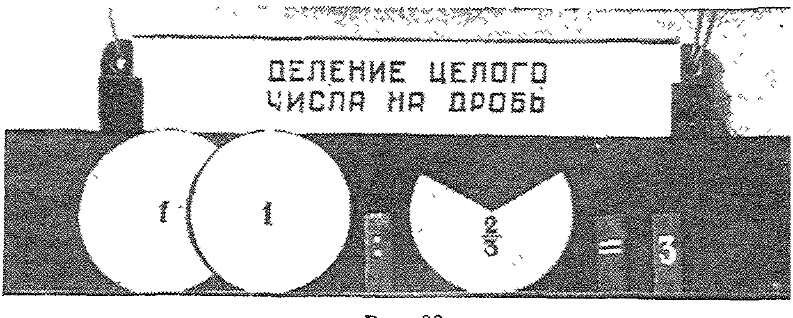


Рис 92.

Порядок вычисления частного устанавливается следующим рассуждением:

1. За сколько суток часы отстали бы на 2 минуты, если бы за каждые сутки они отставали на 1 минуту?

Ответ: за 2 суток

2. За сколько суток часы отстали бы на 2 минуты, если бы за каждые сутки они отставали на $\frac{1}{3}$ минуты?

Ответ: за $2 \cdot 3 = 6$ (суток) (в 3 раза больше).

3. За сколько суток часы отстали бы на 2 минуты если бы за каждые сутки они отставали на $\frac{2}{3}$ минуты?

Ответ: за $\frac{2 \cdot 3}{2} = 3$ (суток) (в 2 раза меньше).

Это рассуждение позволит установить правило деления целого числа на дроби Ввиду известной трудности вопроса желательно вывод повторить при решении другой задачи

Задача 8. Часы за сутки отстают на $\frac{1}{2}$ минуты. За сколько суток часы отстанут на 3 минуты?

Число суток очевидно, будет равно числу, которое паказывает, сколько раз $\frac{1}{2}$ содержится в 3, а в иллюстрации на приборе (рис 93, детали из пакета 4 и коробок 1, 4 и 7), сколько раз площадь полукруга содержится в площади 3 кругов, т. е. число суток равно 6

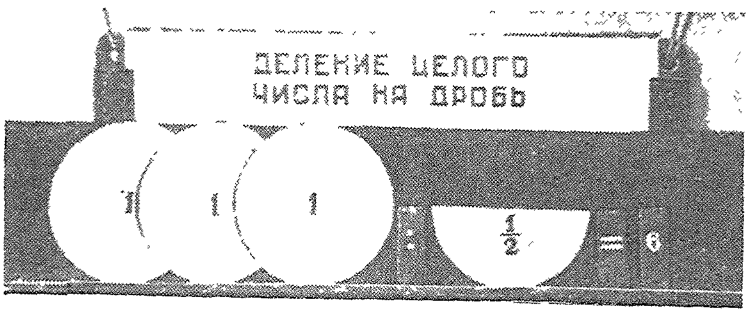


Рис 93

Порядок вычисления уже полученного результата определяется рассуждением, которое проводится также в форме беседы учителя с учениками. Учитель задает классу следующие вопросы:

1 За сколько суток часы отстали бы на 3 минуты, если бы за каждые сутки они отставали на 1 минуту?

Ответ. 3 суток.

2. За сколько суток часы отстали бы на 3 минуты, если бы они за сутки отставали не на 1 минуту, а на $\frac{1}{2}$ минуты?

Ответ. За $3 \cdot 2 = 6$ (суток) (в 2 раза больше).

Запись решения на доске и в тетрадях:

$$3 : \frac{1}{2} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ (суток)}.$$

Далее устанавливается известное правило о делении целого числа на дробь.

4. Деление дроби на дробь

Первый вариант.

Задача 9. За $\frac{5}{4}$ часа выполнена $1\frac{1}{9}$ части работы. Какая часть работы должна быть выполнена за 1 час?

Если работу, которую намечено выполнить за 1 час, обозначить через x, то, умножив неизвестное x на $\frac{5}{4}$, мы должны получить $1\frac{1}{9}$ часть работы, следовательно:

$$x \cdot \frac{5}{4} = 1\frac{1}{9} \text{ (части работы)}.$$

Отсюда неизвестное x, как множимое, находится делением

$$x = 1\frac{1}{9} : \frac{5}{4}.$$

Порядок вычисления частного определяется следующим рассуждением, которое фиксируется на классной доске и в ученических тетрадях:

За $\frac{5}{4}$ часа выполняется $\frac{10}{9}$ части работы,

» $\frac{1}{4}$ » » $\frac{10}{9} : 5 = \frac{2}{9}$ части работы (в 5 раз меньше);

» $\frac{4}{4}$ » » $\frac{2}{9} \cdot 4 = \frac{8}{9}$ части работы (в 4 раза больше).

Ответ. На 1 час было намечено выполнить $\frac{\text{[illegible]}}{9}$ работы.

Затем приводится иллюстрация решения на приборе (рис. 94, детали из пакета 4 и коробок 1, 2, 5 и 7).

Рис 94

После решения 2—3 задач устанавливается известное правило деления дроби на дробь

Второй вариант.

Задача 10. На сколько равных участков площадью в $\frac{3}{8}$ *га* можно разделить поле площадью в $\frac{3}{4}$ *га*?

Задача 11. Какое число участков площадью в $\frac{1}{3}$ *га* можно выделить из поля, площадь которого равна $\frac{1}{6}$ *га*?

Иллюстрация к решению задач на приборе изображена на рисунке 95 (детали из пакета 4 и коробок 2, 4, 5 и 7).

Рис 95

Правильный ответ подтверждается непосредственным наложением секторов друг на друга и проверяется с помощью следующих рассуждений, проводимых в форме беседы.

Число участков, на которое можно разделить все поле, будет равно частному от деления $\frac{3}{4}$ на $\frac{3}{8}$, иначе нужно узнать, сколько раз $\frac{3}{8}$ *га* содержится в $\frac{3}{4}$ *га*. Если бы поле надо было разделить на участки площадью в 1 *га*, то невозможно было бы выделить ни одного полного участка, а можно было бы выделить только один неполный участок в $\frac{3}{4}$ намеченного участка в 1 *га*.

Если бы площадь участков, на которые надо было разделить поле, была равна не 1 *га*, а $\frac{1}{8}$ *га*, т. е. в 8 раз меньше, то число участков было бы в 8 раз больше, т. е. $\frac{3}{4} \cdot 8$ (участков).

Если бы величина участков, на которые надо было разделить поле, была равна не $\frac{1}{8}$ *га*, а $\frac{3}{8}$ *га*, то число участков было бы в 3 раза меньше т. е.

$$\frac{3}{4} : \frac{3}{8} = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{3} = 2 \text{ (участка).}$$

Аналогичное рассуждение проводится и при решении второй задачи.

Из поля в $\frac{1}{6}$ *га* невозможно выделить участок площадью в 1 *га*. Получится только $\frac{1}{6}$ часть намеченного участка в 1 *га*.

Если бы участок надо было выделить в три раза меньший, т. е. в $\frac{1}{3}$ *га*, число участков было в три раза больше, т. е.

$$\frac{1}{6} : \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \cdot 3 = \frac{1}{2} \text{ (участка).}$$

Ответ. Из площади поля в $\frac{1}{6}$ *га* можно выделить только $\frac{1}{2}$ участка, требуемого по условию задачи, площадью в $\frac{1}{3}$ *га*.

Далее выводится известное правило деления дроби на дробь. Деление смешанного числа на правильную дробь можно иллюстрировать на примере:

$$1\frac{1}{4} : \frac{1}{2} = 1 : \frac{1}{2} + \frac{1}{4} : \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}.$$

Иллюстрация к этому примеру приведена на рисунке 96 (детали из пакета 4 и коробок 1, 4, 5 и 7).

Рис 96.

При рассмотрении различных случаев деления учитель обращает внимание учащихся на то, что частное при делении дробей может оказаться либо меньше делимого, либо равно ему, либо больше его. Было бы желательно рассмотреть все эти случаи на отдельном уроке на тему «Сравнение частного с делимым» Объяснение можно проводить на примерах

$$\frac{5}{6} : \frac{5}{4}; \qquad \frac{3}{4} \cdot 1 \quad \text{и} \quad \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}.$$

Иллюстрация к этому уроку приведена на рисунках 97, 98, 99 (детали из пакета 4 и коробок 2, 3, 4 и 7).

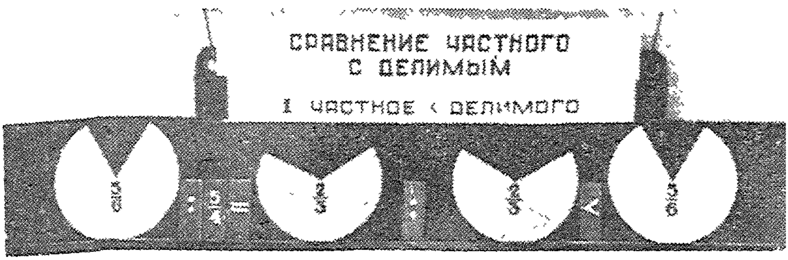


Рис 97.

Учителю необходимо самому выбрать наиболее подходящий для его класса вариант изложения действия деления: первый, второй или тот и другой.

Рис. 98.

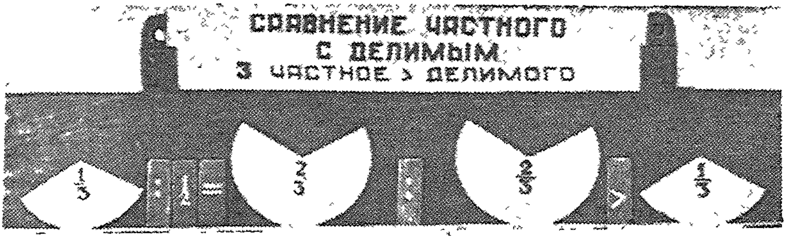


Рис 99

ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

Перед изучением десятичных дробей необходимо повторить метрическую систему мер.

В процессе повторения надо систематизировать и углубить все то, что было известно учащимся раньше по этому вопросу.

Желательно сообщить связь метра с размерами меридиана земли, грамма с весом 1 *куб. см* воды и т. д.

Полезно рассказать о введении метрической системы мер (в виде исторической справки).

Надо дать наглядное представление об основных единицах измерения длины, веса, площади и объема, а также их долях и кратных единицах.

Прибор позволяет показать метр линейный и квадратный в натуральную величину.

Допустимы следующие сравнения:

Дециметр — ширина ладони взрослого человека.

Сантиметр — длина ногтя на руке человека.

Миллиметр — толщина бронзовой копейки.

Грамм — вес одной бронзовой копейки.

2 грамма 3 грамма 5 грамм — вес 2, 3 и 5 копеечных монет

Дециграмм, сантиграмм — показатели на разновесах взятых из физического кабинета

Квадратный дециметр и квадратный сантиметр необходимо приготовить из картона каждому ученику как домашнее задание

Кубический дециметр также изготовить дома по готовому в приборе образцу.

Килограмм как вес одного кубического дециметра воды должен быть показан в натуре на весах

Представление об аре можно дать, построив на школьном дворе всех учеников класса (36 учеников) в виде квадрата на расстоянии вытянутой руки один от другого.

Таблица метрических мер (рис 100, детали из пакета 6) должна быть тщательно изучена, полезно вывесить

МЕТРИЧЕСКИЕ МЕРЫ

	ДЛИНА	ВЕС	отношение к 1	ПЛОЩАДЬ	отношение к 1	ОБЪЕМ	отношение к 1
ДОЛИ ЕДИНИЦЫ	миллиметр	миллиграмм	$\frac{1}{1000}$	квадратный миллиметр	[illegible]	кубический миллиметр	$\frac{1}{1000000000}$
	сантиметр	сантиграмм	$\frac{1}{100}$	квадратный сантиметр	$\frac{1}{10000}$	кубический сантиметр	$\frac{1}{1000000}$
	дециметр	дециграмм	$\frac{1}{10}$	квадратный дециметр	$\frac{1}{100}$	кубический дециметр	$\frac{1}{1000}$
единица	метр	грамм	1	квадратный метр	1	кубический метр	1
КРАТНЫЕ ЕДИНИЦЫ	декаметр	декаграмм	10	квадратный декаметр ар	100	кубический декаметр	1000
	гектометр	гектограмм	100	[illegible]	10000	кубический гектометр	[illegible]
	километр	килограмм	1000	квадратный километр	[illegible]	кубический километр	[illegible]
		центнер 100 кг тонна 1000 кг					

Рис 100

все в классе на передней стене перед глазами учеников на все время изучения десятичных дробей.

Чтение и запись десятичных дробей

На приборе можно показать чтение и запись десятичных дробей на разнообразных примерах (см рис 101 детали из пакета 4 и коробки 8).

Рис 101.

Увеличение и уменьшение десятичной дроби в 10, 100 и т. д. раз

Эту операцию можно показать на приборе при помощи особого держателя[1] для цифр, посредством которого весь комплект цифр, входящий в данную дробь, можно свободно передвигать вправо и влево по прибору.

Рис 102

[1] Держатель для цифр изготовляется из двух параллельно расположенных и скрепленных между собой винтами планок на расстоянии, равном толщине фанеры одна от другой (см., например, рис. 103).

Увеличение десятичной дроби в 10 и 100 раз показано на рисунках 102, 103 и 104 (детали из пакетов 4 и 5 и коробки 8).

Рис. 103

При этой операции держатель следует передвигать влево, а запятую переносить вправо.

Рис 104

Уменьшение десятичной дроби в 10 и 100 раз показано на рисунках 105, 106 и 107 (детали из пакетов 4 и 5 и коробки 8).

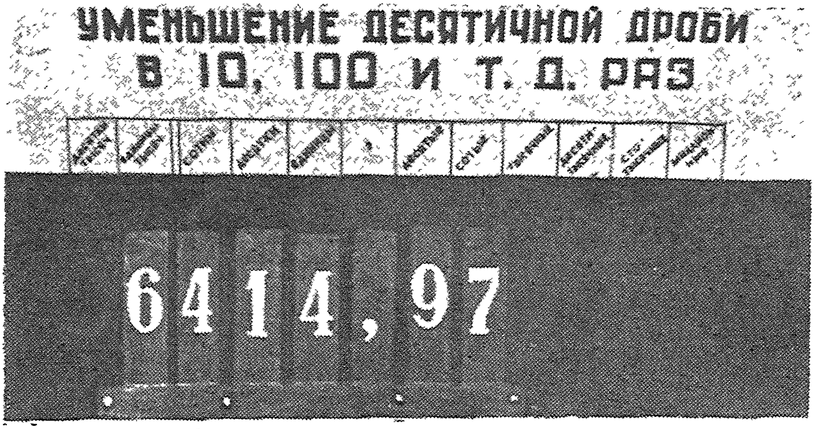


Рис 105

При этой операции держатель следует передвигать вправо. а запятую переносить влево.

Рис. 106.

Рис. 107.

ВЫРАЖЕНИЕ ЧИСЕЛ В %%
ПО ОТНОШЕНИЮ К ЕДИНИЦЕ

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ И ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА	ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ	%%
$\frac{1}{100}$	0,01	1%
$\frac{1}{20}$	0,05	5%
$\frac{1}{10}$	0,1	10%
$\frac{1}{8}$	0,125	12,5%
$\frac{1}{4}$	0,25	25%
$\frac{1}{2}$	0,5	50%
$\frac{3}{4}$	0,75	75%
$\frac{4}{5}$	0,8	80%
1	1	100%
2	2	200%

Рис. 108

При изучении процентов необходимо использовать следующие две таблицы и процентный транспортир.

Первая таблица — выражение в процентах числа по отношению к единице (рис 108, деталь из пакета 6) и вторая — выражение в процентах любой дроби с однозначными числителями и знаменателями (рис. 109, де-

ТАБЛИЦА ОТНОШЕНИЙ ЧИСЕЛ (до 9)

(простое округление)

ь		ч	и	с	л	и	т	е	л	ь
л		1	2	3	4	5	6	7	8	9
е	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
т	2	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
а	3	0,333	0,666	1	1,333	1,666	2	2,333	2,666	3
н	4	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25
е	5	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8
м	6	0,166	0,333	0,5	0,666	0,833	1	1,166	1,333	1,5
а	7	0,142	0,285	0,428	0,571	0,751	0,857	1	1,142	1,285
н	8	0,125	0,25	0,375	0,5	0,625	0,75	0,875	1	1,125
з	9	0,111	0,222	0,333	0,444	0,555	0,666	0,777	0,888	1

Рис 109

таль из пакета 6) должны быть вывешены перед глазами учащихся на передней стене класса и постоянно использоваться при решении задач на проценты.

Рис 110

Процентный транспортир (рис 110, деталь из пакета I необходимо приготовить каждому ученику на дому для построения круговых диаграмм. При объяснении понятия о проценте можно использовать также процентную доску (рис. 116).

УСТНЫЙ СЧЕТ

Роль устных вычислений, их значение в преподавании математики общеизвестны На каждом уроке в V классе они должны иметь место. Наличие большого количества цифр и знаков в наборе пособий позволяет проводить устный счет в определенной системе в течение всего года. Крайне желательно провести устные[1] упражнения в следующем порядке:

1. Прибавление однозначного числа без перехода через десяток и с переходом через десяток
2. Прибавление числа в круглых десятках.
3. Прибавление двузначного числа с округлением до круглых десятков с применением сочетательного закона.
4. Сложение чисел с использованием переместительного закона
5. Вычитание однозначного числа.
6. Вычитание круглых десятков
7. Вычитание двузначного числа с округлением до круглых десятков
8. Частные случаи умножения на 2 4, 8, 5 10 15, 25 50, 125, 9, 11
9. Умножение на однозначное число
10. Умножение на круглые десятки
11. Умножение на двузначное число с применением распределительного закона
12. Деление на однозначное число
13. Деление на круглые десятки
14. Деление на двузначное число

Возможно проведение устных упражнений на все действия с обыкновенными и десятичными дробями

Приводим примеры таких упражнений.

$54+8$,	$65+29$,	$75-9$,	$128-68$,	$28\cdot2$,	$82\cdot5$
$18+20$,	$65+99$,	$81-40$,	$475-78$,	$29\cdot4$,	$38\cdot10$,
$35+28$,	$65+25$,	$46-39$,	$100-43$	$42\cdot8$,	$12\cdot15$

---

[1] См Никитин Н. Н Устные вычисления на уроках арифметики в V — VII кл. Учпедгиз, 1950.

38 56, 14 9, 35 21, 76 · 4, 64 16, 650 130,
36 25, 41 11, 25 · 26 128 : 4, 720 8, 1800 190,
48 125, 24 29, 16 · 48, 84 21, 840 40, 408 . 8,

$$\frac{3}{8}+\frac{3}{4},\quad \frac{5}{4}-\frac{1}{2},\quad \frac{1}{2}\ \frac{3}{8},\quad \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2},\quad 2\frac{1}{2}\ \frac{1}{2};$$

$$\frac{1}{2}+\frac{3}{4},\quad \frac{2}{4}-\frac{3}{8},\quad 2\frac{1}{2}\ \frac{1}{2},\quad \frac{5}{4}\cdot\frac{1}{2},\quad 2\frac{1}{2}\ \frac{3}{4};$$

$$1{,}2+0{,}3,\quad 3{,}4-0{,}5,\quad 2\cdot 0{,}1,\quad 4{,}5\cdot 0{,}3,\quad 4{,}5\cdot 0{,}5;$$
$$0{,}4+0{,}05,\quad 0{,}1-0{,}01,\quad 3{,}2\ 0{,}2,\quad 0{,}1\cdot 0{,}1,\quad 4\cdot 0{,}5,$$

$$\left(3\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)\ 5,\quad 4\frac{5}{6}-2\frac{1}{3}\ \ 2.\left(4\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)\ 12,\quad 3\frac{1}{4}+2\frac{1}{2}\cdot 5;$$

$$3\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot 5,\quad \left(1\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\right)\ 2,\quad 4\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\cdot 12,\quad \left(\frac{7}{8}+\frac{1}{8}\right):\frac{1}{2};$$

$$\left(4\frac{5}{6}-2\frac{1}{3}\right)\cdot 2,\quad 1\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\ \ 2,\quad \left(3\frac{1}{4}+2\frac{1}{2}\right)\ 5,\quad \frac{7}{8}+\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{2}.$$

Большинство из этих упражнений можно составить из знаков, имеющихся в наборе пособий (детали из пакета 4 и коробок 7 и 8). Упражнения на обыкновенные дроби следует заготовить заранее, написав их на особых карточках. Размер цифр должен быть достаточно крупным, по крайней мере не менее 3 *см*.

Методика проведения устных упражнений с использованием прибора должна быть такова. На щитке устанавливается заголовок «Считай устно», прибор закрывается занавеской (рис 111, детали из пакета 4 и коробок 7,

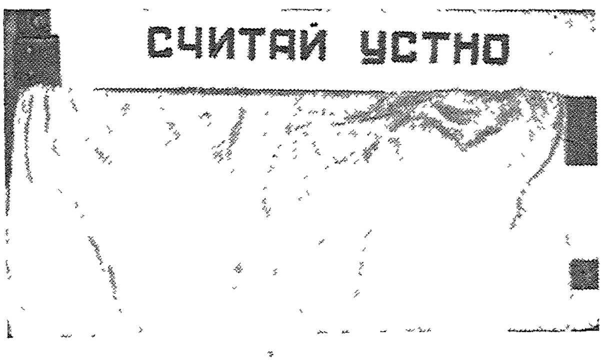


Рис 111.

8 и 12). Постоянное употребление ее при этом упражнении напоминает ученикам, что начинается устный счет. Под занавеску помещают то или другое упражнение для устных вычислений Затем занавеска открывается на 10—15 секунд (рис. 112, 113, 114, детали из пакета 4 и коробок

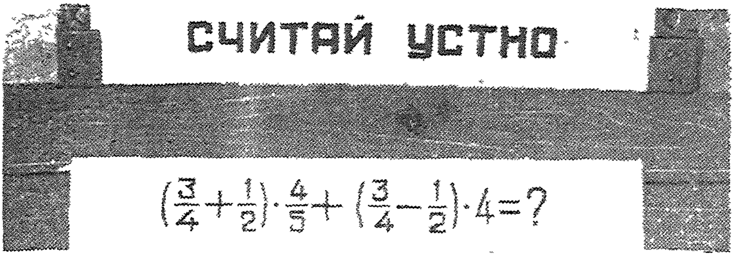


Рис 112

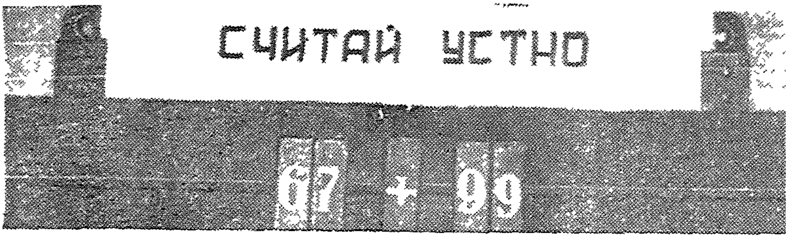


Рис 113

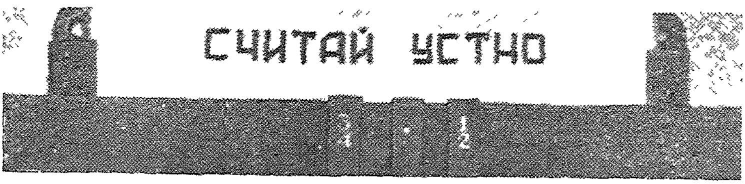


Рис 114

7 и 8) и, по предложению учителя, ученики объявляют результаты своих вычислений Выясняются ошибки отдельных учащихся.

Площадь прямоугольных фигур

К теме «Площади геометрических фигур» в приборе имеются наглядные пособия для определения площадей прямоугольника, квадрата, треугольника, параллелограмма, четырехугольника и круга.

На уроке эти пособия используются примерно одинаково: модель выставляется на приборе и затем определяется площадь фигуры как прямым подсчетом квадратных произвольных единиц, так и косвенным подсчетом площади путем умножения основания на высоту.

Иллюстрация формул площади прямоугольника и квадрата указана на рисунках 115 и 116 (детали из пакета 4 и коробки 9).

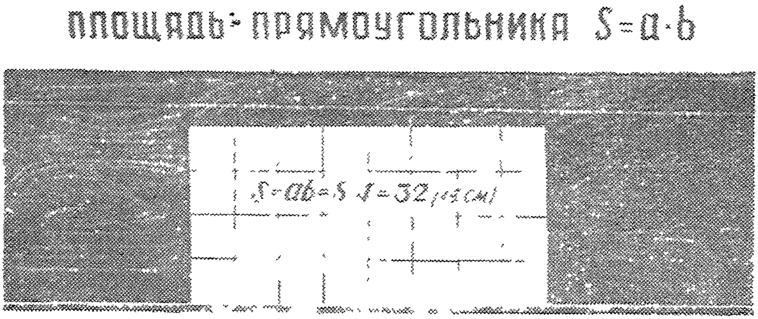


Рис 115.

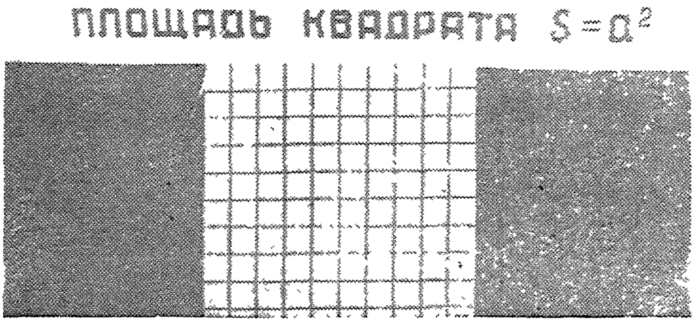


Рис 116

Прибор позволяет наглядно показать, что треугольник легко превращается в равновеликий прямоугольник а это дает возможность получить формулу для вычисления площади треугольника (рис. 117 и 118, детали из пакета 4 и коробки 9).

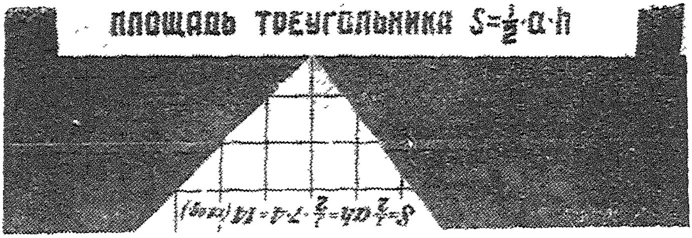


Рис 117.

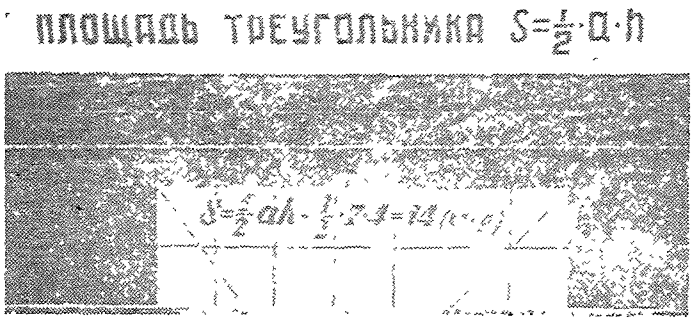


Рис 118

Совершенно так же наглядно можно показать превращение параллелограмма в прямоугольник и получить формулу для вычисления его площади (рис. 119 и 120, детали из пакета 4 и коробки 9).

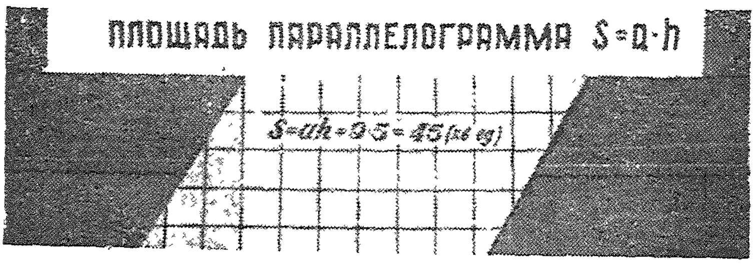


Рис 119

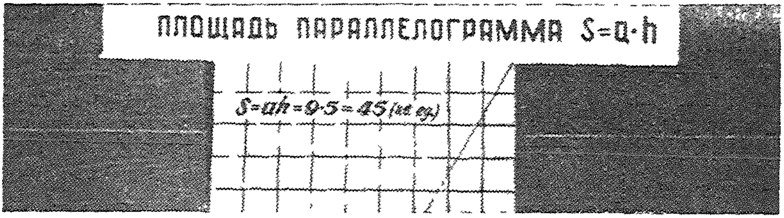


Рис 120.

Для определения площади неправильного четырехугольника в приборе имеется четырехугольник, изготовленный из фанеры (рис. 121, детали из пакета 4 и коробки 9).

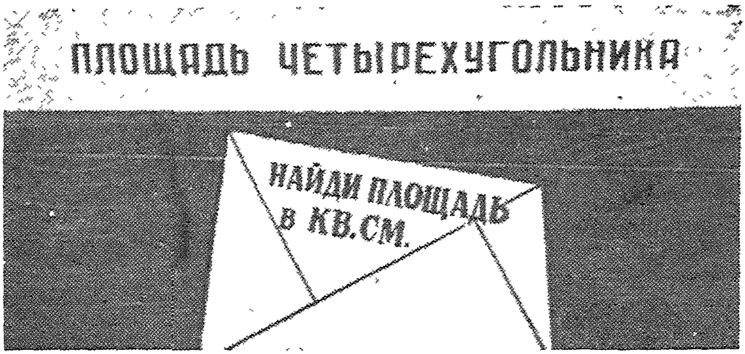


Рис. 121

Для проведения на уроках математики лабораторной работы на эту тему рекомендуется на уроках ручного труда изготовить силами учеников достаточное число (40—42) моделей этих фигур (6—7 вариантов), строго соблюдая указанные учителем математики размеры.

Длина окружности

Для определения длины окружности в приборе имеется три круга разных диаметров 16 *см*; 20 *см*, 30 *см* (рис 122, детали из пакетов 1 и 4 и коробок 1 и 6) Число π можно определить делением длины окружности на соответствующие диаметры, для чего длины окружности и диаметра

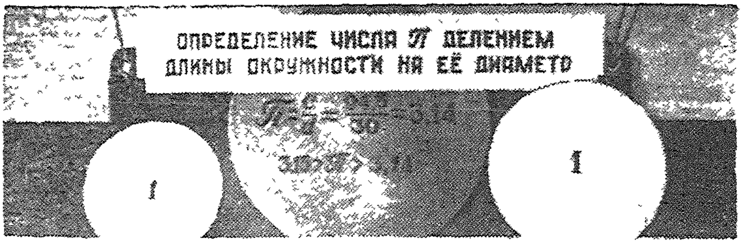


Рис 122

определяются непосредственным измерением их сантиметровой лентой Для получения ответа, более близкогс к точному, берется среднее арифметическое полученных результатов.

На кружке можно показать определение числа π взвешиванием. Эта операция состоит в следующем.

На настольных весах, типа Беранже, устанавливается равновесие двух тел' параллелепипеда, основанием которого служит прямоугольник со сторонами 31,4 *см* и 10 *см* и цилиндра с радиусом основания 10 *см* (черт 123 и 124 детали из пакета 1 и 1)

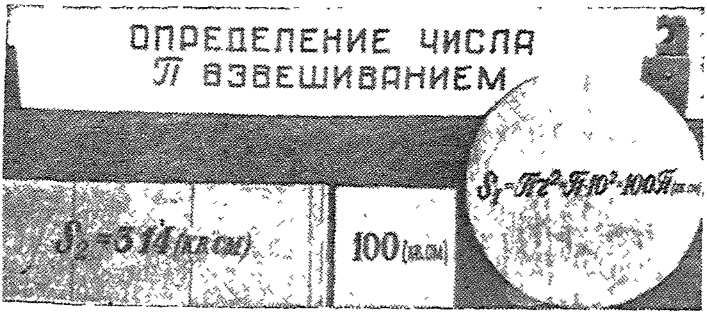


Рис 123

Из равенства весов $P = P_1$ следует равенство объемог $V_1 = V_2$, так как тела изготовлены из одного и того же материала, например фанеры А из равенства объемов следует и равенство площадей, так как высота тел одинакова, т. е. $S_1 = S_2$

Рис. 124.

Но площадь круга равна $\pi R^2 = \pi\ 10^2 = 100\pi$ (*кв. см*), а площадь прямоугольника равна 314 (*кв. см*).

Отсюда — $100\pi = 314$; $\pi = 3,14$.

На уроке этот способ показывать нельзя, так как в это время ученики еще не знают формулы площади круга и объема цилиндра, показать его можно на внеклассных занятиях после изучения соответствующих тем.

Площадь круга

Для определения площади круга, во-первых, надо убедить учеников в невозможности точно выразить площадь круга в квадратных единицах, для чего показать фигуру, изображенную на обратной стороне «фанерного квадрата» (рис 125, детали из пакета 4 и коробки 9), а во-вторых, показать возможность приближенного вычисления площади круга путем преобразования круга в прямоугольник.

Опыт показывает, что учащиеся с большим успехом изготавливают из фанеры все необходимые детали для демонстрации, 24 сектора (один из них по радиусу разрезается пополам) и 2 подставки для их размещения в круге и прямоугольнике (рис. 126 и 127, детали из пакета 4 и коробки 9).

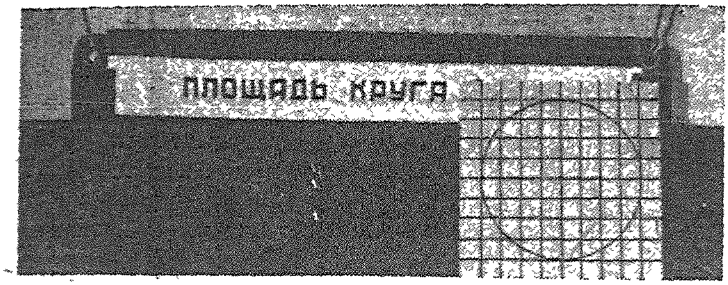


Рис. 125.

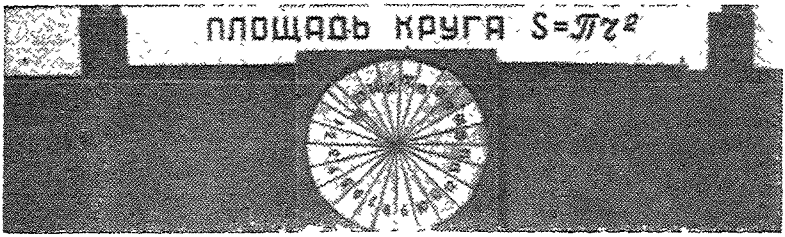


Рис. 126.

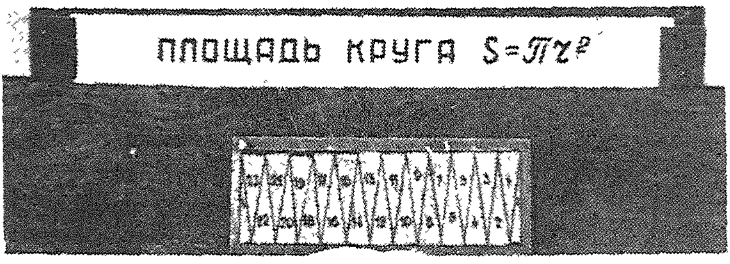


Рис. 127.

Объем прямоугольного параллелепипеда и его поверхность

Для определения объема и поверхности прямоугольного параллелепипеда в приборе имеются следующие детали:

1. Набор кубиков — 24, окрашенных в зеленый и желтый цвета, с ребрами 2,4 *см*.

2. Куб с ребром 6 *см*.

3. Прямоугольный параллелепипед с объемом 280 *куб. см*.

Смотри рисунок 128 (детали из пакета 4 и коробок 10 и 11).

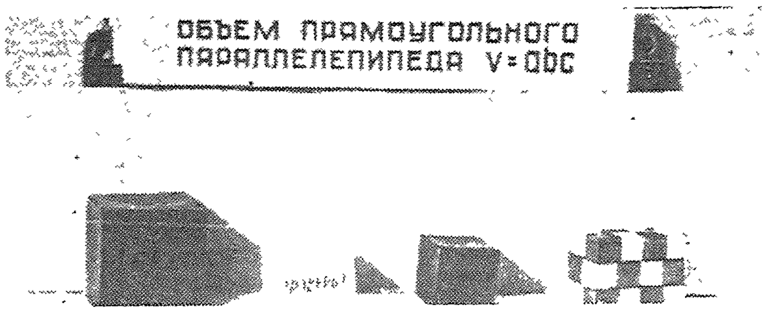


Рис 128

4. Развертка поверхности параллелепипеда на плоскость (рис. 129, детали из пакета 6)

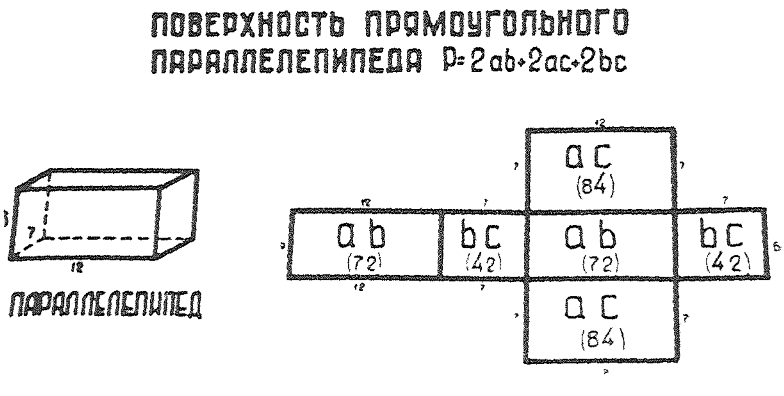


Рис 129.

Набор кубиков позволяет составлять параллелепипеды со сторонами 2, 3, 4 *см*; 4, 6, 1 *см*; 2, 2, 6 *см*, что дает возможность установить формулу для косвенного измерения величины объема путем прямого подсчета числа кубических единиц, которые содержатся в составленном из кубиков параллелепипеде.

Объем и поверхность тел, показанных на рисунках 128 и 129, можно найти непосредственным измерением их сторон.

Неплохо было бы поручить ученикам по приготовленным в классе разверткам тел склеить эти тела дома, а затем в классе провести лаборатoрную работу по определению их объема и полной поверхности.

Если это сделать не удастся, т. е. если ученики не справятся с этим заданием, то было бы крайне желательно, чтобы для проведения на уроках математики лабораторной работы на уроках труда силами учеников было изготовлено из дерева 40 брусков разных размеров (6—7 вариантов) с ребрами, длина которых выражается целыми числами.

Поверхность и объем цилиндра

В приборе имеются следующие детали для определения объема и поверхности цилиндра:

1 Консервная банка цилиндрической формы для демонстрации того, что эту банку нельзя сплошь заполнить кубиками, как бы они малы ни были.

Рис 130.

2. Круглый цилиндр, изготовленный из гладкого белого картона, с разверткой (объем цилиндра 460 куб ед.).

3. Набор небольшого размера полых цилиндров из алюминия для проведения лабораторной работы по определению объема трубы.

4. Цилиндр, изготовленный из дерева, разрезанный на 13 цилиндрических секторов, для превращения его в прямоугольный параллелепипед (рис. 130, детали из пакета 4 и отдельные пособия).

5. Таблица для определения поверхности цилиндра (рис. 131, детали из пакета 6).

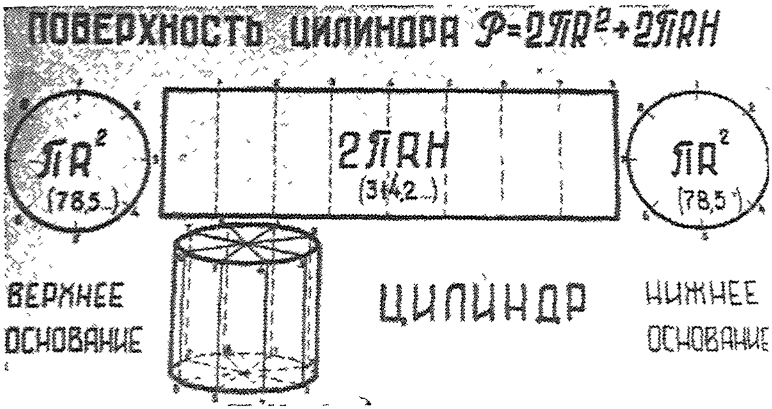


Рис 131

Было бы желательно проведение лабораторных работ по определению объема и поверхности цилиндра, для чего можно использовать хорошо промытые железные банки из-под консервов и имеющиеся в приборе обрезки алюминиевой трубки.

ДИАГРАММЫ

В наборе наглядных пособий имеются две подвижные диаграммы: прямоугольная (рис. 132, деталь из пакета 3) и круговая (рис. 133, детали из коробки 13).

Подвижные диаграммы дают возможность строить и читать любые диаграммы.

Рис. 132.

Рис 133.

1. Прямоугольная диаграмма охватывает не более чем 10 числовых данных, каждое из которых не превышает 15% их суммы.

2. Круговая диаграмма охватывает не более 7 данных чисел, каждое из которых не превышает 50% их суммы.

Текст диаграмм может быть заменен, так как он вкладывается в готовую рамку.

ПРОСТЕЙШИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАБОТЫ НА МЕСТНОСТИ

В наборе наглядных пособий имеется минимальное количество необходимых инструментов, достаточных для проведения простейших, намеченных в программе V класса геодезических работ на местности.

Набор инструментов рассчитан на одну бригаду учеников и содержит:

1. Эккер — 1.
2. Вешек — 5.
3. Шпилек — 11.
4. Мерную веревку — 1.

По этому образцу в школьной мастерской следует изготовить силами учащихся еще 7—8 наборов с тем, чтобы класс в 40 человек, разбитый на 8 бригад, мог быть весь занят в поле.

С помощью такого набора инструментов можно выполнить следующие работы на местности:

1. Провешивание.

Рис 134.

2. Измерение расстояний.

3. Построение на поверхности земли прямого угла (2 случая).

4. Построение прямоугольника и измерение его площади, а так же всех работ, рекомендованных для V класса доц. В. В. Репьевым в его книге «Практические работы по математике на местности».

В наборе имеется настольный полигон (рис. 134, детали из пакетов 2 и 4).

Наличие полигона, хотя и небольшого по размерам, позволяет перед выходом в поле показать в классе все работы, которые ученики должны выполнить на местности.

ОПИСЬ ДЕТАЛЕЙ ДЕМОНСТРАЦИОННОГО ПРИБОРА*

№ пп	Название	d в *см*	Цвет: на правой стороне	Цвет: на левой стороне	Обозначения: на правой стороне	Обозначения: на левой стороне	Число
			Коробка 1. Круги.				
1	Круг	16	белый	оранжев	1	$\frac{1}{2}$	1
2	»	»	»	розовый	1	$\frac{1}{3}$	1
3	»	»	»	зеленый	1	$\frac{1}{4}$	1
4	»	»	»	желто-розов	1	$\frac{1}{5}$	1
5	»	»	»	светло-жел	1	$\frac{1}{6}$	1
6—7	»	»	»	темно-жел	1	$\frac{1}{8}$	2
8	»	»	»	янтарный	1	$\frac{1}{9}$	1
9	»	»	»	синий	1	$\frac{1}{10}$	1
10	»	»	»	светло-зел.	1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$
			Коробка 2. Сектора от $\frac{3}{4}$ до $\frac{8}{9}$ круга.				
11а,б	Сектор	16	янтарный	янтарный	$\frac{8}{9}$	$\frac{1}{9}$	2
12	»	»	темно-желт.	темно-жел.	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

* Рабочий чертеж демонстрационного прибора помещен в конце книги (см стр. 121—124).

№ пп.	Название	d в *см*	Цвет на правой стороне	Цвет на левой стороне	Обозначения на правой стороне	Обозначения на левой стороне	Число
13а	Сектор	16	светло-жел.	светло-жел.	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$	1
13б	»	»	светло-жел.	светло-зел.	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{12}$	1
14	»	»	желто-роз.	желто-роз.	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	1
15а,б	»	»	зеленый	темно-жел.	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{8}$	2
15в	»	»	»	светло-зел.	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{12}$	1
15г	»	»	»	фиолетовый	$\frac{3}{4}$	$\frac{18}{24}$	1
							10

Коробка 3. Сектора от $\frac{7}{12}$ до $\frac{2}{3}$ круга

16а	Сектор	16	розовый	светло-жел	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	1
16б	»	»	»	янтарный	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{9}$	1
16в	»	»	»	светло-зел	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{12}$	1
16г	»	»	светло-зел	»	$\frac{8}{12}$	$\frac{1}{12}$	1
17а,б	»	»	темно-жел	темно-жел.	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$	2
18	»	»	светло-зел	светло-зел.	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{12}$	1
							7

Коробка 4. Сектора от $\frac{1}{3}$ до $\frac{1}{2}$ круга

19а	Сектор	16	оранжевый	зеленый	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1
19б,в	»	»	»	светло-жел.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	2
19г	»	»	»	темно-жел.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	1
19д	»	»	»	светло-зел	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	1

№ пп	Название	d в *см*	Цвет: на правой стороне	Цвет: на левой стороне	Обозначения: на правой стороне	Обозначения: на левой стороне	Число
20	Сектор	16	янтарный	янтарный	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	1
21а,б	»	»	светло-зел.	светло-зел.	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$	2
22	»	»	желто-роз.	желто-роз.	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	1
23а,б	»	»	темно-жел	темно-жел.	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	2
24а	»	»	розовый	розовый	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1
24б	»	»	»	светло-жел	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	1
24в	»	»	»	янтарный	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	1
24г	»	»	»	светло-зел	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	1
24д	»	»	»	коричнев	$\frac{1}{3}$	$\frac{20}{60}$	1
							16

Коробка 5. Сектора от $\frac{1}{24}$ до $\frac{1}{4}$ круга

25а-м	Сектор	16	зеленый	зеленый	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	11
25н	»	»	»	темно-жел.	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	1
25о	»	»	»	светло-зел	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	1
25п	»	»	»	коричнев	$\frac{1}{4}$	$\frac{15}{60}$	1
26	»	»	янтарный	янтарный	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	1
27	»	»	фиолетовый	фиолетовый	$\frac{5}{24}$	$\frac{1}{24}$	1
28а	»	»	*желто-розов*	*желто-розов*	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	1
28б	»	»	»	синий	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	1
28в	»	»	»	коричнев.	$\frac{1}{5}$	$\frac{12}{60}$	1

№ пп.	Название	d в см	Цвет на правой стороне	Цвет на левой стороне	Обозначения на правой стороне	Обозначения на левой стороне	Число
29а	Сектор	16	светло-жел	светло-жел.	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1
29б	»	»	»	светло-зел	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	1
30	»	»	красный	красный	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	1
31	»	»	темно-жел	темно-жел	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	1
32а,б	»	»	янтарный	янтарный	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	2
33	»	»	синий	синий	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	1
34	»	»	малиновый	малиновый	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	1
35а	»	»	светло-зел	светло-зел	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	1
35б	»	»	»	фиолетовый	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$	1
35в	»	»	фиолетов	»	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	1
							30

Коробка 6. Демонстрационные доли единицы

36а	Круг	20	белый	оранжевый	1	$\frac{1}{2}$	1
36б	Сектор	»	оранжев	»	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
36в	»	»	розовый	розовый	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1
36г	»	»	зеленый	зеленый	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1
36д	»	»	желто-роз.	желто-роз.	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	1
36е	»	»	светло-жел.	светло-жел	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1
36ж	»	»	красный	красный	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	1
36з	»	»	темно-жел	темно-жел	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

№ пп.	Название	d в *см*	Цвет		Обозначения		Число
			на правой стороне	на левой стороне	на правой стороне	на левой стороне	
36и	Сектор	20	янтарный	янтарный	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	1
36к	»	»	синий	синий	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	1
36л	»	»	малиновый	малиновый	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	1
36м	»	»	светло-зел.	светло-зел.	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	1
							12

Коробка 7. Знаки, множители и делители

37а-г	Пластинки из фанеры	Площ. 2,5×8	Бордо	Бордо	=	>	4
38а-г	»	»	»	»	+	–	4
38д-з	»	»	»	»	:	·	4
38и	»	»	»	»	.	,	1
39	»	»	»	»	1	4	1
40	»	»	»	»	2	3	1
41	»	»	»	»	3	$\frac{1}{2}$	1
42	»	»	»	»	3	6	1
43а,б	»	»	»	»	5	8	2
44а	»	»	»	»	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{3}$	1
44б	»	»	»	»	$\frac{3}{8}$	2	1
45	»	»	»	»	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{4}$	1
46	»	»	»	»	$2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
47	»	»	»	»	$2\frac{1}{2}$	4	1
48а,б	»	»	»	»	;	;	2
							26

Коробка 8. Цифры

49а	Пластинки из фанеры	2,7×12	Бордо	Бордо	0	1	2
49б	»	»	»	»	0	2	1
49в	»	»	»	»	0	3	1
49г	»	»	»	»	0	4	1

№ пп.	Название	Площадь	Цвет на правой стороне	Цвет на левой стороне	Обозначения на правой стороне	Обозначения на левой стороне	Число
49д	Пластинки из фанеры	2,7x12	Бордо	Бордо	0	5	1
49е	»	»	»	»	0	6	1
49ж	»	»	»	»	1	7	1
49з	»	»	»	»	2	8	1
49и	»	»	»	»	3	6	1
49к	»	»	»	»	3	9	1
49л	»	»	»	»	4	7	1
49м	»	»	»	»	4	,	1
49н	»	»	»	»	4	5	1
49о	»	»	»	»	5	8	1
49п	»	»	»	»	5	,	1
49р	»	»	»	»	6	9	1
49с	»	»	»	»	4	,	2
49т	»	»	»	»	1	9	1
49у	»	»	»	»	≈	,	2
							22

№ пп	Название	Размеры	Цвет	Материал	Число
	Коробка 9. Геометрические фигуры				
50а	Прямоугольник	8×4ед^2.	желтый	фанера	1
50б	Параллелограмм	9×5ед^2.	»	»	1
50в	Треугольник	$4\times2{,}8$ед^2.	»	»	1
50г, д	Треугольник	7×4ед^2.	синий	»	3 части
50е	Четырехугольник	неправильн.	желтый	»	1
50ж	Квадрат	20×20ед^2.	»	»	1
50з	Сектора для площади круга	$d=8$ *см*	зеленый	»	25
50и	Розетка для размещ в круге	$17{,}5\times17{,}5$	бордо	»	1
50к	Тоже для прямоугольника	$26{,}5\times17$ *см*^{2}	»	»	1
					35
	Коробка 10. Геометрические тела				
51	Цилиндр	460 *куб. см*	белый	картон	1
52	Куб	216 *куб. см*	синий	»	1
53	Параллелепипед	280 *куб. см*	белый	»	1
54а	Развертка цилиндра		белый	»	1
54б	Полые цилиндры			алюминий	4
					8

№ пп.	Название	Размеры	Цвет	Материал	Число
		Коробка 11. Кубики			
55а	Кубики	2,4×2,4×	желтый	дерево	12
55б	»	×2,4 *см*³	зеленый	»	12
					24
		Коробка 12. Занавески			
56а	Занавески	60×28 *см*²	красный	бязь	1
56б	»	»	желтый	»	1
56в	»	»	зеленый	»	1
					3
		Коробка 13. Круговая диаграмма			
57а	Круговая подвиж. диаграмма	25×22 *см*²	желтый	фанера	1
57б	Рамка для текста	30×12 *см*²	»	»	1
57в	Текст к диагр	30×10 *см*²	белый	ватман	1
57г	Прищипки	8×2×1 *см*³	желтый	дерево	2
					5
		Пакет 1. Определение π. Транспортир			
58а	Процентный транспортир	$d=30$ *см*	зеленый	фанера	1
58б	Круг	$d=20$ *см*	»	»	1
58в	Прямоугольник	31,4×10 *см*	»	»	1
58г	Квадрат	10 *см*²	»	»	1
58д	Сантиметровая лента	1,5 *м*	»	»	1
					5
		Пакет 2. Полигон			
59а	Настольный полигон	27,5×40 *см*²	зеленый	фанера и пластил	1
59б	Эккер малый	$h=5$ *см*	белый	дерево	1
59в	Вешки	$h=8$ *см*	белый-красн	провол	5
					7
		Пакет 3 Прямоугольная диаграмма			
60а	Подвижная диаграмма	45×18×7*см*³	бордо	фанера	1
60б	Фанерные планки	16,7×2,5*см*²	зеленый	»	10
60в	Подставка для текста задачи	46×14,5*см*²	бордо	дерево	1
60г	Прищипки бельевые		красный	дерево	2
60д	Текст задачи	13×45*см*²	белый	ватман	1
					15

№ пп.	Название	Размеры	Число
	Пакет 4. Темы уроков		
61	Натуральный ряд чисел	54×6 *см*²	1
62	Анализ числа	»	1
63	Округление чисел	»	1
64	Простое	54×4 *см*²	1
65	С усилением	»	1
66	По правилу четной цифры	»	1
67	Чтение и запись целых чисел	54×9 *см*²	1
68	Знаешь ли ты признаки делимости?	»	1
69	Обыкновенные дроби	»	1
70	Изображение дробей	54×6 *см*²	1
71	Доли единицы	»	1
72	Сравнение долей	54×4 *см*²	1
73	Получение дроби при измерении	54×9 *см*²	1
74	Получение дроби при делении	»	1
75	Правильные дроби	54×6 *см*²	1
76	Неправильные дроби	»	1
77	Смешанные числа	»	1
78	Обращение смешанного числа в неправильную дробь	54×9 *см*²	1
79	Выделение целого числа из неправильной дроби	»	1
80	Сравнение дробей	54×6 *см*²	1
81	При равных знаменателях	54×4 *см*²	1
82	При равных числителях	»	1
83	Дополнением до 1	»	1
84	Уменьшение дроби в несколько раз (2 способа)	54×9 *см*²	1
85	Увеличение дроби в несколько раз (2 способа)	»	1
86	Основное свойство дроби	»	1
87	Сокращение дробей	54×6 *см*²	1
88	Последовательное	54×4 *см*²	1
89	Полное	»	1
90	Приведение дробей к общему знаменателю	54×9 *см*²	1
91	Общий случай	54×4 *см*²	1
92	1 частный случай большний знаменатель делится на остальные	»	1
93	2 частный случай знаменатели попарно взаимно простые	»	1
94	Сложение дробей с одинаковыми знаменателями	54×9 *см*²	1
95	1 Сумма дробей < 1	54×4 *см*²	1
96	2. Сумма дробей $= 1$	»	1
97	3. Сумма дробей > 1	»	1

№ пп.	Название	Размеры	Число
98	Сложение дробей с разными знаменателями	54×9 *см²*	1
99	Сложение смешанных чисел	»	1
100	Вычитание дробей	»	1
101	С одинаковыми знаменателями	54×4 *см²*	1
102	С разными знаменателями	»	1
103	Вычитание дроби из единицы	54×9 *см²*	1
104	Вычитание дробей раздроблением единицы	»	1
105	Вычитание смешанных чисел	»	1
106	Нахождение дроби	»	1
107	От целого числа	54×4 *см²*	1
108	От дробного числа	»	1
109	Умножение дроби на целое число	54×9 *см²*	1
110	Умножение целого числа на дробь	»	1
111	Умножение дроби на дробь	»	1
112	Умножение смешанных чисел	»	1
113	Сравнение произведения с множимым	»	1
114	Произведение > множимого	54×4 *см²*	1
115	Произведение < множимого	»	1
116	Произведение = множимому	»	1
117	Деление дроби на целое число	54×9 *см²*	1
118	Деление целого числа на дробь	»	1
119	Деление дроби на дробь	»	1
120	Деление смешанных чисел	»	1
121	Нахождение числа по данной его дроби	»	1
122	При данном целом числе	54×4 *см²*	1
123	При данном дробном числе	»	1
124	Сравнение частного с делимым	54×9 *см²*	1
125	1 Частное < делимого	54×4 *см²*	1
126	2 Частное = делимому	»	1
127	3 Частное > делимого	»	1
128	Чтение и запись десятичных дробей	54×9 *см²*	1
129	Увеличение десятичной дроби в 10, 100 и т д раз	»	1
130	Уменьшение десятичной дроби в 10, 100 и т д раз	54×9 *см²*	1
131	Изображение целых чисел	»	1
132	Площадь квадрата $S = a^2$	54×6 *см²*	1
133	Площадь прямоугольника $S = a\ b$	»	1
134	Площадь треугольника $S = \frac{1}{2}\ a\ h$	»	1
135	Площадь параллелограмма $S = a\ h$	»	1
136	Площадь четырехугольника	»	1
137	Определение числа π взвешиванием	54×9 *см²*	1
138	Длина окружности $l = 2\pi R$	54×6 *см²*	1
139	Площадь круга $S = \pi R^2$	»	1

№ пп.	Название	Размеры	Число
140	Определение числа π делением длины окружности на ее диаметр . .	54×9 *см*^{2}	1
141	Поверхность прямоугольного параллелепипеда $P=2ab+2ac+2bc$ . .	»	4
142	Объем прямоугольного параллелепипеда $V=abc$	»	1
143	Поверхность цилиндра $P=2\pi R^2+2\pi RH$	54×6 *см*^{2}	1
144	Объем цилиндра $V=\pi R^2 H$	»	1
145	Диаграмма	54×9 *см*^{2}	1
146	Задача	»	1
147	Считай устно	»	1
148	$\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)\ \frac{4}{5}+\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\ 4=?$	»	1
149	Серия упражнений на обыкновенные дроби (стр. 92—93)	10×20 *см*^{2}	12 1
150	Единица измерения	54×9 *см*^{2}	1
151	Объемы этих тел равны	»	
			105

Пакет 5. Разные детали

152	Единица измерения—деревянный прямоугольный брусок с делениями на гранях 4, 8, 3 и 9 частей	$l=72$ *см*	1
153	Держатель для цифр при демонстрации десятичных дробей из дерева (рис. 102)	$l=30$ *см*	1 1
154	Веревочная рулетка	$l=10$ *м*	11
155	Указателей в рулетке (цифры 0,1 2 10)		
156	Указка	$l=50$ *см*	1
			15

Пакет 6. Таблицы на картоне

157	Зависимость между данными числами и результатами действий над ними	70×50 *см*^{2}	1
158	Законы арифметических действий . .	»	1
159	Порядок выполнения совместных действий	»	1
160	Изменение суммы	»	1
161	Изменение разности	»	1
162	Изменение произведения	»	1
163	Изменение частного	»	1
164	Таблица простых чисел от 2 до 200	»	1
165	Взаимно простые числа	»	1
166	Попарно взаимно простые числа . .	»	1
167	Метрические меры	»	1
168	Таблица отношений чисел	»	1
169	Выражение чисел в процентах по отношению к единице	»	1

№ пп	Название	Размеры	Число
170	НОД чисел 12 и 18	70×50 $см^2$	1
171	НОК чисел 3 и 4	»	1
172	Получение дроби при измерении (рис. 36)	»	1
173	Получение дроби при измерении (рис 37)	80×54 $см^2$	1
174	Развертка поверхности параллелепипеда	70×50 $см^2$	1
175	Развертка поверхности цилиндра	»	1
			19
	Отдельные пособия		
176	Квадратный метр из картона		1
177	Кубический дециметр		1
178	Проволочные шпильки, окрашенные в красный цвет	$l=30$ *см*	11
179	Вешки, окрашенные в красный и белый цвета, разм 130 *см*	$l=130$ *см*	1
180	Эккер	$h=130$ *см*	1
181	Цилиндр деревянный, превращающийся в параллелепипед, окрашенный в зеленый и желтыи цвета	$R=3$ *см* $h=19{,}5$ *см*	1
182	Демонстрационный прибор из фанеры окрашенный в цвет бордо, размерами		
	1-й лист неподвижн	131×19,8×0,3 $см^3$	1
	Горизонтальная планка	5×96×1,8 $см^3$	1
	2-й лист	131×19,8×0,3 $см^3$	1
	Поперечные планки-держатели	4×28×1,8 $см^3$	2
183	Подкладная доска для тем (щиток)	54×9×0,3 $см^3$	1
184	Коробок разных размеров		13
185	Две взаимно перпендикулярные плоскости к прибору красного и зеленого цвета (из картона)		1
186	Пакеты		6
187	Ящик в виде генала для пособий	23×32×139 $см^3$	1
			43
	Всех деталей		417

УКАЗАНИЯ К ИЗГОТОВЛЕНИЮ ПРИБОРА И НАБОРА ПОСОБИЙ СИЛАМИ УЧАЩИХСЯ

1 Для изготовления кругов и секторов лучше употреблять березовую фанеру

2 Разрезку фанеры на 40 квадратов размером 17×17 *см*² рекомендуется сделать руководителю.

3 Круги и секторы выпиливать при помощи ручного лобзика или электролобзика, снабженного специальной пилкой, ширина которой не должна превышать 4 *мм*

4 Деление кругов на секторы следует делать также лобзиком при помощи целлулоидного транспортира, используя следующие таблицы.

Сектор в	$\frac{1}{2}$	круга	содержит	180°;
«	$\frac{1}{4}$	«	«	90°;
«	$\frac{1}{5}$	«	«	72°;
«	$\frac{1}{6}$	«	«	60°.
«	$\frac{1}{7}$	«	«	≈51°,4
«	$\frac{1}{8}$	«	«	45°;
«	$\frac{1}{9}$	«	«	40°.
«	$\frac{1}{10}$	«	«	36°;
«	$\frac{1}{11}$	«	«	≈33°;

Сектор в $\frac{1}{12}$ круга содержит 30°;

« $\frac{1}{24}$ « « 15°.

5 Все полученные сектора отделать мелкой шкуркой.

6. Для окраски секторов использовать порошок, полученный путем растирания карандашей «Искусство».

7. Порошок втирать в поверхность фанеры ватой.

8 Употреблять преимущественно светлые тона.

9. После окраски поверхность кругов покрыть светлым масляным лаком.

10 Деления и цифровые знаки на секторах наносить тушью при помощи рейсфедера или стеклянной трубки по одному трафарету, изготовленному преподавателем труда или преподавателем черчения.

11. После нанесения числовых знаков поверхности секторов вновь покрыть масляным лаком

12 Заголовки тем написать на ватмане размером 54×4, 54×6; 54×9 см², в зависимости от размера надписи

13 Для склеивания коробок и геометрических тел надо аккуратно приготовить их развертки Склеивание производить по частям столярным клеем, зажимая склеенные поверхности бельевыми прищипками или другими предметами

14 Изготовленную таблицу необходимо наклеить при помощи жидкого столярного клея на картон

15 При изготовлении кубиков надо выстругать брусок с квадратным сечением; при разрезе его на кубики учесть на распил 1—1,5 *мм*

16 Для окраски кубиков употреблять анилиновые краски для хлопчатобумажных тканей.

МАТЕРИАЛ, НЕОБХОДИМЫЙ ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ПРИБОРА И ЕГО ДЕТАЛЕЙ

1	Фанеры березовой 1,5 × 1,5 *м²*	2 листа
2	Картона тонкого (толщиной 1 *мм*) 50 × 75 *см²*	20 листов
3	Ватмана 54×75 *см²*	30 листов.
4	Цветных карандашей «Искусство»	1 коробка.
5.	Анилиновых красок (бордо, желтая, зеленая, коричневая)	8 пакетов.
6.	Клея столярного	200 *г*.
7.	Гвоздей	100 *г*.
8	Болтиков $l_1=1,5$ *см*, $l_2=1,2$ *см*	10 шт.
9	Брусков для вешек $l=1,3$ *м*	10 шт.
10	Проволоки $d=2,5$ *мм*	5 метров.
11	Лака светлого масляного	0,5 *кг*.
12	Белил	100 *г*.
13	Свинцового сурика	50 *г*.
14	Туши черной	1 флакон.
15.	Пластилин	0,25 *кг*.

16 Прищипок для белья . . . . 4 шт.
17. Цветной бумаги . . . . 5 л
18. Веревки . . . . 25 м
19. Жести (банки из-под консервов) . . . . 6 шт
20 Белого, плотного, гладкого картона . . . . 8 л
21. Олова . . . . 25 г
22 Травленой соляной кислоты . . . . 25 г.
23 Бязи . . . . 1 м.
24 Сантиметровой ленты . . . . 1 шт.
25 Петель . . . . 3 шт.
26. Фисташек . . . . 50 шт.

РАЗДАТОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ УРОКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ, ИЗГОТОВЛЯЕМЫЙ НА УРОКАХ РУЧНОГО ТРУДА

1 Прямоугольники из фанеры разных размеров (6 — 7 вариантов) . . . . 40 шт.
2 Квадраты из фанеры разных размеров (6 — 7 вариантов) 40 шт.
3 Параллелограммы из фанеры разных размеров (6—7 вариантов) . . . . 40 шт.
4 Треугольники из фанеры разных размеров (6—7 вариантов) 40 шт.
5 Неправильные четырехугольники из фанеры разных размеров (6 — 7 вариантов) . . . . 40 шт.
6 Вешки размером $l = 130$ *м* из дерева . . 40 шт
7 Цилиндры из дерева разных размеров (6—7 вариантов) 40 шт.
8 Бруски из дерева разных размеров (6—7 вариантов) . . 40 шт
9 Эккер размером 130 *см* из дерева . . . 8 шт.
10 Шпильки ($l=30$ *см*) из проволоки . . . 60 шт.
11 Кубики размером $2{,}4\times2{,}4\times2{,}4$ *см*^{3} . . . . 24 шт.
12 Коробки из картона, оклеенные цветной бумагой размером $17\times17\times4$ *см*^{3} . . . . 24 шт.

ВИДЫ РАБОТ НА УРОКАХ РУЧНОГО ТРУДА ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ПРИБОРА И РАЗДАТОЧНОГО МАТЕРИАЛА

1 Обработка дерева (разметка, изготовление вешек, эккера, прямоугольного параллелепипеда, куба).

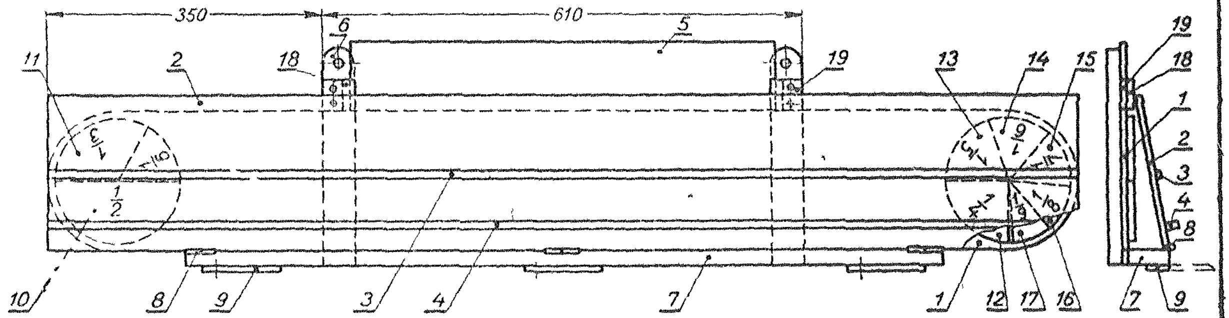
2 Обработка фанеры (выпиливание лобзиком). Изготовление деталей для лабораторных работ

3 Обработка металла (резание ножницами, паяние, изготовление шпилек и др)

4 Картонажные работы Изготовление цилиндра, прямоугольного параллелепипеда, куба по разверткам, оклеивание цветной бумагой, изготовление коробок

5. Окраска деталей Употребление тертых сухих красок, протрав, лакировка.

РАБОЧИЙ ЧЕРТЕЖ ДЕМОНСТРАЦИОННОГО ПРИБОРА

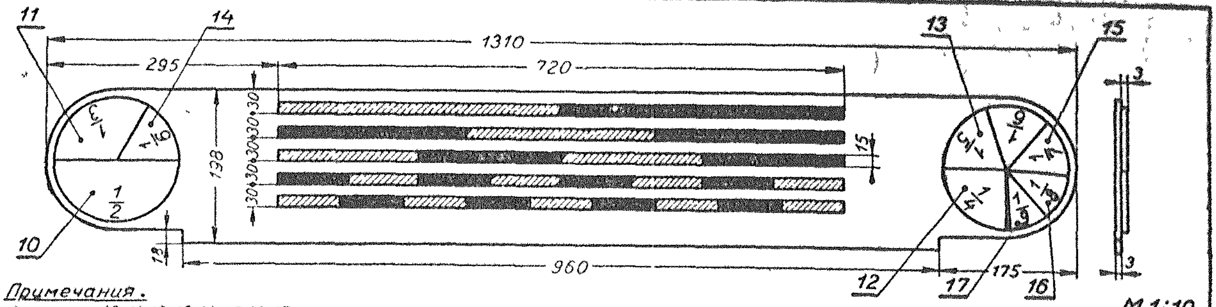


Примечание
Диаметр для секторов равен 160 мм

19	Накладка на держатель	2	Фанера
18	Накладка на держатель	2	Фанера
17	Сектор — $40° = \frac{1}{9}$ круга	1	Фанера
16	Сектор — $45° = \frac{1}{8}$ круга	1	Фанера
15	Сектор — $51{,}4° = \frac{1}{7}$ круга	1	Фанера
14	Сектор — $60° = \frac{1}{6}$ круга	2	Фанера
13	Сектор — $72° = \frac{1}{5}$ круга	1	Фанера
12	Сектор — $90° = \frac{1}{4}$ круга	1	Фанера
11	Сектор — $120° = \frac{1}{3}$ круга	1	Фанера

10	Сектор — $180° = \frac{1}{2}$ круга	1	Фанера
9	Вертушок	3	Фанера
8	Петля	3	Сталь (гот. изд.)
7	Горизонтальная планка	1	Сосна
6	Держатель	2	Сосна
5	Подкладная дощечка под темы	1	Фанера
4	Нижний брусок на вращ листе	1	Сосна
3	Верхний брусок на вращ листе	1	Сосна
2	Вращающийся лист прибора	1	Фанера
1	Неподвижный лист прибора	1	Фанера
N°	Наименование	Кол	Материал

Общий вид прибора для демонстрации наглядных пособий по математике	М 1:10
	Колич. листов 4

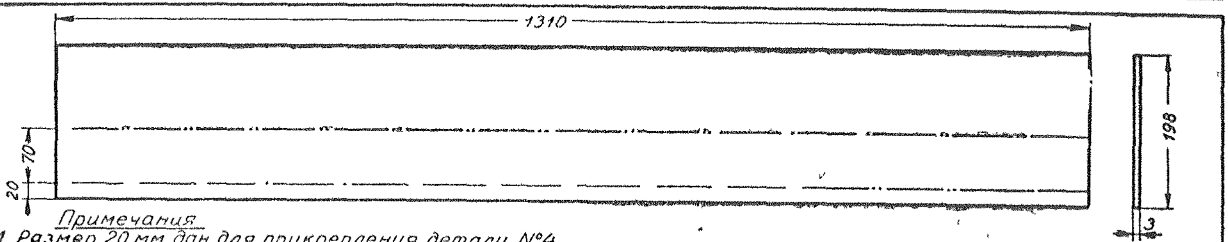


Примечания.

1 Детали 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 – приклеить согласно чертежу
2 Полоски длиной 720 мм разделить на части согласно чертежу и окрасить в два цвета

M 1:10

1	Неподвижный лист прибора	1	Фанера
№	Наименование	Кол	Материал



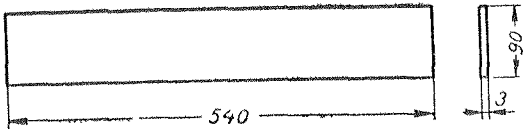
Примечания

1 Размер 20 мм дан для прикрепления детали №4
2 Размер 70 мм дан для прикрепления детали №3
3 Детали 3 и 4 можно крепить винтами или гвоздиками
4 На обратной стороне детали №2 написать

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1\ ;\ \frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}=\frac{2509}{2520}\approx 1$$

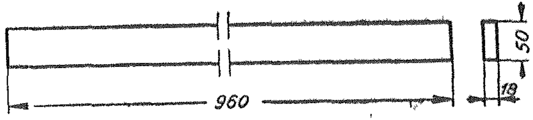
M 1:10

2	Вращающийся лист прибора	1	Фанера
№	Наименование	Кол.	Материал



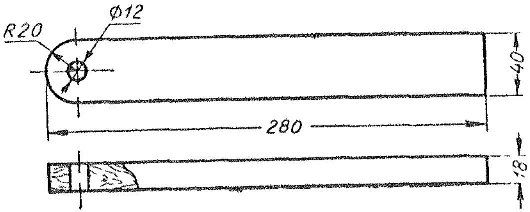
М 1:10

5	Подкладная дощечка под темы	1	Фанера
№	Наименование	Кол	Материал



М 1:10

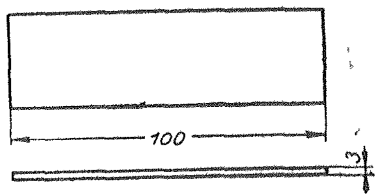
7	Горизонтальная планка	1	Сосна
№	Наименование	Кол	Материал



М 1:5

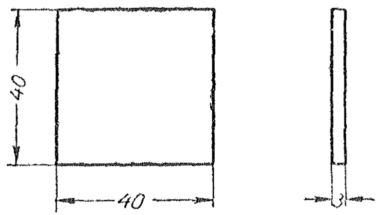
6	Держатель	2	Сосна
№	Наименование	Кол	Материал

Назначение. поддерживает вращающийся лист в положении, перпендикулярном к неподвижному листу



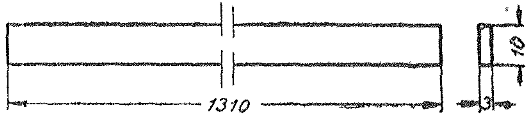
М 1:2,5

9	Вертушок	3	Фанера
№	Наименование	Кол.	Материал



M 1.2

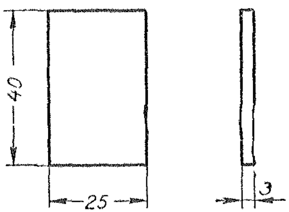
18	Накладка на держатель	2	Фанера
N°	Наименование	Кол	Материал



Примечание
Прикрепить к дет N°2 по ширине бруска, равной 10 мм

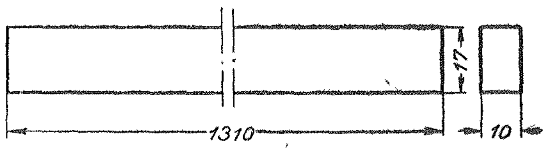
М 1:2

3	Верхнии брусок на вращ листе	1	**Фанера**
N°	**Наименование**	**Кол**	**Материал**



М 1·2

19	Накладка на держатель	2	Фанера
N°	Наименование	Кол	Материал



Примечание.
Прикрепить к дет. N°2 по толщине бруска, равной 10 мм

М 1:2

4	Нижний брусок на вращ листе	1	**Сосна**
N°	**Наименование**	**Кол**	**Материал**

ОБРАЗЦЫ ЦВЕТНЫХ ИЛЛЮСТРАЦИЙ