Я. Ф. ЧЕКМАРЕВ и В. Т. СНИГИРЕВ

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ АРИФМЕТИКИ

ПОСОБИЕ
ДЛЯ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УЧИЛИЩ

Издание 14-е, дополненное

Утверждено
Министерством просвещения РСФСР

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ПРОСВЕЩЕНИЕ»
Москва 1968

Предисловие
к четырнадцатому изданию

Четырнадцатое издание печатается с небольшими дополнениями, внесенными в соответствии с программой по методике арифметики для педучилищ.

Чекмарев Я. Ф. и Снигирев В. Т.

Ч-37 Методика преподавания арифметики. Пособие для педучилищ. Изд. 14-е, доп. ... М., «Просвещение», 1968.

357 с. с илл.

Книга написана в соответствии с программой по методике арифметики для педучилищ. Материал изложен на должном научном уровне. Книга является учебником для педагогических училищ.

2—2—2
3—68

511(07)

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ГЛАВА I

МАТЕМАТИКА, ЕЕ МЕСТО И ЗНАЧЕНИЕ В СОВЕТСКОЙ ШКОЛЕ

§ 1. МЕТОДИКА АРИФМЕТИКИ, ЕЕ ЗНАЧЕНИЕ И СВЯЗЬ С КУРСОМ АРИФМЕТИКИ И ПЕДАГОГИКИ

Методика — это наука о задачах, значении и содержании учебного материала, о методах его преподавания в соответствии с задачами коммунистического воспитания и образования подрастающего поколения.

Методика, изучая и обобщая опыт лучших учителей, дает возможность начинающему учителю избежать ряда ошибок, легко допускаемых на первых порах и приводящих к большой потере времени.

Изучая методику арифметики, мы достигаем и других целей, а именно:

а) повышаем общий педагогический уровень, поскольку методика — одна из отраслей педагогических наук;

б) усваиваем общие методы педагогической работы, так как частные методы преподавания арифметики основываются на общих положениях дидактики;

в) знакомясь с различными способами и приемами преподавания арифметики, сравнивая их, мы тем самым вырабатываем навыки критического отношения к указываемым в методике приемам обучения, а эти навыки затем могут быть использованы при изучении других педагогических дисциплин и на практике;

г) сопровождая изучение методики педагогической практикой, приобретаем навыки исследовательской работы.

Методика имеет тесную связь с педагогикой и с арифметикой. Педагогика определяет методы обучения, а арифметика на повышенном теоретическом уровне дает математическое обоснование приемов обучения арифметике.

Более глубокое знание курса арифметики по ряду тем (множество, натуральный ряд чисел, законы и свойства арифметических действий натуральных чисел) дает возможность обосновать методические приемы при изучении арифметики в начальных классах школы.

Приведем несколько примеров.

1. При изучении чисел в пределе 10 рекомендуется положить столько палочек, сколько нарисовано предметов. Прием обосновывается взаимно однозначным соответствием и транзитивностью множеств.

2. При изучении каждого числа методика рекомендует переходить к понятию отвлеченного числа после решения задач с конкретным содержанием, используя наглядные пособия, например при изучении сложения в пределе 10.

Известно, что понятие числа возникает из понятия множества.

3. Законы и свойства арифметических действий натуральных чисел применяются при обосновании приемов действий, указываемых в методике арифметики.

Так, при сложении чисел в пределе 10 мы используем переместительный закон суммы натуральных чисел. Решая пример $1+7=7+1$, мы знакомим учащихся с перестановкой слагаемых.

На данной ступени изучения сложения мы не делаем с учащимися общего вывода, так как эта работа им непосильна. Для такого вывода необходимо накопление фактического материала.

При изучении таблицы умножения применяем прием перестановки сомножителей: $8\times2=2\times8$. Обосновываем этот прием законом переместительности произведения.

Для умножения двузначного числа на однозначное в методике указывается следующий прием: разбивка множимого на десятки и единицы, затем умножение каждого слагаемого на однозначное число и, наконец, сложение полученных двух произведений. Этот прием обосновывается распределительным законом произведения.

При внетабличном делении в методике рекомендуется такой прием: разложение делимого на десятки и единицы, деление каждого слагаемого на делитель и сложение полученных результатов. Такой прием обосновывается следующим свойством распределительности при делении: «Чтобы разделить сумму двух чисел на данное число, достаточно на это число разделить каждое из слагаемых, а затем сложить полученные результаты».

На остальных случаях связи арифметики с методикой арифметики мы здесь подробно не останавливаемся, так как о методических приемах рассказано ниже, а теория арифметики имеется в учебнике арифметики для педучилищ. На основании этих данных учащиеся педучилища самостоятельно должны установить связь арифметики с методикой арифметики во многих других случаях.

Методика арифметики состоит из двух частей: общей методики и частной методики.

В первой части рассматриваются вопросы организационного и дидактического характера, относящиеся в основном к курсу арифметики для младших классов.

Вторая часть рассматривает в последовательном порядке одну за другой темы программы и представляет собой методическое пособие, необходимое при прохождении каждого концентра или темы.

Здесь отдельно к каждому концентру или теме даются достаточно подробные рекомендации, в которых имеются общие указания и практические советы. В этой части помещено достаточное количество примеров и задач.

Общая и частная методики тесно связаны между собой. Рассмотрим эту связь на примере.

В общей методике арифметики даются общие методы решения задач как с малыми, так и с большими числами. Здесь разбираются следующие вопросы методики решения задач: элементы задачи и требование к каждому элементу, цель и значение решения простых задач, методика решения простых задач, подготовка к анализу и синтезу при решении задач, методика решения составных задач; усвоение учащимися содержания задачи, разбор составной задачи методом анализа и синтеза (разложение составной задачи на простые задачи для составления плана решения), решение (выбор действий, их выполнение, запись хода решения и запись вычислений), запись решения задачи в виде числовой формулы, объяснение решения задачи, составление задач самими учащимися, проверка решения задачи, решение задач несколькими способами, типовые задачи.

В частной методике арифметики используются указания общей методики, где это возможно, и даются дополнительные методические указания к общим методам решения, указываются специфические приемы решения задач в каждом концентре или разделе. Например, в концентре второго десятка дается решение задачи на увеличение числа на несколько единиц и на уменьшение числа на несколько единиц. В концентре первой сотни дается решение задач на разностное сравнение, увеличение числа в несколько раз, уменьшение числа в несколько раз, кратное сравнение. В концентре чисел любой величины дается решение задач на зависимость между данными числами и результатом действий над ними. При изучении дробных чисел дается решение задач на нахождение нескольких частей от целого числа и нахождение целого числа по части. При изучении геометрического материала решаются задачи на вычисление площадей и объемов.

Общая методика в свою очередь тесно связана с педагогикой.

В дидактике изучаются взгляды на значение наглядности Яна Амоса Коменского, Песталоцци, К. Д. Ушинского, И. П. Павлова, указывается взаимодействие слова и наглядных предметов, на значение иллюстрации; все это дается для всех предметов; учащимся, изучающим методику арифметики, эти знания необходимы.

В общей методике арифметики в теме «Наглядные пособия по математике» рассматриваются: значение и сущность наглядности в обучении арифметике, общие требования к наглядным пособиям по арифметике, виды наглядных пособий, изготовление и применение наглядных пособий. Все эти вопросы даются в общем виде, например: описание арифметического ящика, его устройство, в каких концентрах и темах он применяется.

В частной методике арифметики в каждом концентре или теме даются методические указания о том, как надо использовать на уроках арифметики эти наглядные пособия. Например, в концентре первого десятка из арифметического ящика используются только кубики; во втором концентре — кубики и два брусочка; в концентре первой сотни — 100 кубиков, 10 брусочков и доска. При изучении обыкновенных дробей даются методические указания, как применить из арифметического ящика кубики, брусочки, доску, разделенную на 2 и 4 равные части.

Такая тесная связь педагогики с общей методикой арифметики, а последней с частной методикой имеет большое значение для подготовки учителя. В педагогике учащийся получает общие указания о преподавании в школе, не выделяя какой-либо предмет.

При изучении общей методики арифметики общие указания, полученные на занятиях педагогики, даются только по арифметике. В то же время эти указания даются для всех концентров и разделов одного предмета арифметики.

В частной методике указания о преподавании, полученные на занятиях общей методики арифметики, даются только для данного концентра или раздела.

Такая связь ликвидирует и тот разрыв, который иногда существует между методикой и педагогикой.

§ 2. ЗАДАЧИ ПРЕПОДАВАНИЯ АРИФМЕТИКИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

В Законе об укреплении связи школы с жизнью говорится: «Главной задачей советской школы является подготовка учащихся к жизни, общественно полезному труду, дальнейшее повышение уровня общего и политехнического образования, подготовка образованных людей, хорошо знающих основы наук, воспитание молодежи в духе глубокого уважения к принципам социалистического общества, в духе идей коммунизма» (Закон об укреплении связи школы с жизнью, раздел 1, статья 1, стр. 11).

Основной целью воспитания в советской школе является подготовка всесторонне развитого человека. Через обучение арифметике осуществляются задачи образовательно-воспитательные и практические.

В начальной школе учащиеся получают ряд знаний, умений и навыков, усваивают элементарные математические понятия о числе, о действиях, о решении задач, о мерах, о простейших геометрических фигурах и измерении.

Математические знания, приобретенные учащимися в начальной школе, являются основой для дальнейшего изучения как математики, так и других предметов. Ни геометрия, ни алгебра, ни тригонометрия не могут быть усвоены основательно без твердого и отчетливого знания арифметики, так как в конечном итоге все математические вычисления, даже самые сложные, сводятся к основным четырем арифметическим действиям.

Широко пользуются арифметическими расчетами в технике и на уроках физики, химии, биологии, но нельзя обойтись без арифметики и в области социальных наук, где числовой материал имеет также громадное значение.

Процесс обучения в советской школе не ограничивается сообщением детям определенной суммы знаний; обучение неразрывно связано с воспитанием. Обучение арифметике способствует развитию умственных способностей, волевых черт характера.

Математические знания и навыки должны быть усвоены в строгой системе. Систематичность есть характерная особенность математических дисциплин, где каждое знание, каждый навык опирается на предшествующий и сам становится основой для последующего. Этой системе, отражающей те внутренние связи и последовательности, которыми характеризуется математика как наука, должно быть подчинено и методическое расположение материала: проводя на практике основные дидактические правила (переход от простого к сложному, от известного к неизвестному, от конкретного к отвлеченному), ни в какой мере нельзя допускать нарушения системы знаний. Необходимо далее подчеркнуть, что математика в начальной школе ценна также тем, что уже на этой ступени она способствует воспитанию навыков логического отвлеченного мышления: наблюдая отдельные факты, учащийся в конечном итоге делает общий вывод.

Зависимость одних математических знаний и навыков от других, их внутренняя последовательность и логичность имеют большое воспитательное значение еще в другом отношении: учащиеся на доступном для них материале убеждаются, что пробелы на той или иной ступени тормозят дальнейшую работу,— это уже первый шаг к воспитанию сознательного отношения к труду.

Воспитывающий характер обучения особенно ярко сказывается при решении задач. Здесь развиваются логическое мышление, речь, воображение, память и другие качества. Ученик только тогда сможет решить задачу, если ясно представит все процессы, данные условием задачи, в их взаимной связи, только тогда он начинает намечать план решения и выражать свою мысль словами. Математика — наука точная, и при обучении арифметике от учащегося требуют точных и сжатых формулировок правил, определений.

На уроках арифметики необходимо добиться, чтобы учащиеся не только знали правила, определения, формулировки, но и понимали их смысл, значение, умели применять их в доказательствах и при решении задач. Необходимо, чтобы учащиеся имели возможность не только слушать логическую, стройную речь учителя, но и высказываться, рассуждать, задавать вопросы, отвечать на них. Умение правильно выражать свои мысли имеет большое значение для успешной работы по арифметике, а также и в жизни.

Необходимость рассуждать при изучении многих вопросов программы, и особенно при решении задач, требование объяснять выбор действия переходят в привычку обосновывать жизненные явления.

Математика, развивая у учащихся умение математически мыслить, решать практические задачи, воспитывает в них навыки устанавливать зависимости и количественные соотношения между различными явлениями; воспитывает умение различать и устанавливать функциональные зависимости различных величин и искать выражающие их законы, что в свою очередь вырабатывает способность вскрывать причины и следствия создающихся жизненных положений.

Даже в начальной школе математика воспитывает навыки материалистического миропонимания: все математические выводы основываются на разнообразном конкретном материале; исходить из конкретного, для всякого вывода требовать достаточных оснований — это основа материалистического мышления.

При обучении арифметике воспитываются и волевые качества: настойчивость в доведении дела до конца, самостоятельность, сообразительность, инициатива. Точное и аккуратное выполнение математических расчетов, красивое их оформление на бумаге переходят постепенно в аккуратное отношение ко всякой работе. Большое воспитательное значение имеет связь арифметики с окружающей жизнью, с социалистическим строительством. Это особенно ярко выступает в материале арифметики при решении задач. Числовые данные, характеризующие наше социалистическое строительство, показывающие неуклонный рост политической, экономической и культурной мощи нашей страны, рисующие прекрасные перспективы развития народного хозяйства, служат богатым материалом для воспитания советского патриотизма.

Воспитательное значение будут иметь и числовые данные, характеризующие капиталистический мир с его бешеными темпами вооружения, снижением жизненного уровня трудящихся, национальным гнетом и т. д.

Решение задач с конкретным содержанием, с числовыми данными нашего социалистического строительства воспитывает у учащихся любовь к Родине, гордость ее могуществом, стремление участвовать в достижении поставленных для блага Родины задач.

При решении подобных задач устанавливается связь арифметики с жизнью, трудом и практикой коммунистического строительства.

Надо решать задачи не только из задачника, но и составлять свои на числовом материале, отражающем жизнь и деятельность коллектива учащихся и жизнь и труд взрослых. При этом необходимо отбирать такой числовой материал для составления задач, который представляет интерес для учащихся и не требует большого количества времени для объяснения технических и других терминов, входящих в содержание составляемой задачи.

Самостоятельное составление задач должно проходить не от случая к случаю, а систематически. Следует заметить, что составление задач и их решение занимает много времени и при этом не всегда имеется такой числовой материал, по которому можно составить задачи для изучения вопроса программы.

Чтобы работа по составлению задач не шла в ущерб изучению арифметики, надо при планировании программного материала установить на это определенное время.

Самостоятельно составленные задачи могут быть подражательного характера, по образцу имеющихся в задачниках, или же составлены на заданную тему.

Задачи первого вида имеют образовательно-воспитательное значение. Их можно применять с целью ознакомить учащихся со структурой задачи, т. е. заставить четко понять, что каждая задача содержит в себе условие с теми или иными числовыми данными, вопрос. Учащиеся должны понять, как формулируется содержание задачи и ставится вопрос; показать при составлении задач связь теории с практикой.

Гораздо большую ценность имеют задачи второго вида, и они должны по преимуществу применяться на практике. Чтобы оценить значение этой работы в воспитательно-образовательном отношении, проанализируем процесс составления задачи.

Он может состоять из следующих этапов: а) выбор темы и определение вопроса задачи; б) выбор жизненного материала для задачи; в) подбор числового материала; г) установление связи между искомыми данными; д) словесная формулировка задачи.

Иллюстрируем эти этапы примером.

Тема задачи: вычислить доход двух колхозных семей, в которых поровну работников, но разное количество трудодней.

Задача должна ответить на вопрос, какая семья получила больше и на сколько. Для составления задачи учащийся должен знать количество членов семей, количество трудодней каждой семьи и размер оплаты одного трудодня. Одни из этих данных может дать преподаватель, другие должны найти сами учащиеся из бесед дома (если школа сельская) или из газет, справочников (если школа городская). Наконец, задаче надо придать словесную формулировку.

При составлении задачи учащийся видит, что она тесно связана с жизнью и дает ответ на весьма важный вопрос в хозяйственной жизни колхоза. Полученный в результате решения задачи числовой материал ясно показывает зависимость благосостояния семьи от количества затраченного труда.

Эта работа ценна еще и в том отношении, что она помогает пониманию структуры задачи, зависимости между данными и искомыми, а это самое существенное для выработки навыка решения задач.

Изучение арифметики в начальной школе должно дать учащимся вычислительные навыки, необходимые в практике жизни и в различных областях знаний.

Эти навыки могут быть использованы для практических целей, связанных с расчетами из жизни ученика, семьи, школы, колхоза и т. д. Материал для задач подбирается самими учащимися из собственного опыта и опыта окружающих их лиц, из газет, журналов, книг, справочников, из учебников тех дисциплин, которые изучаются в данном классе, и т. д. под руководством учителя. Навыки, приобретаемые учащимися в измерительных работах в школе, на школьном участке, дома, должны быть использованы для практических целей в разных случаях, например: при разбивке школьного огорода, при школьном ремонте, при сельскохозяйственных работах школы, колхоза и т. д. Все это связано с политехническим обучением.

ГЛАВА II

АНАЛИЗ ПРОГРАММЫ ПО АРИФМЕТИКЕ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

§ 3. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ РАСПОЛОЖЕНИЯ АРИФМЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Говоря о системе расположения арифметического материала в начальной школе, надо иметь в виду следующее:

1. За основу изучения арифметики должно быть взято изучение арифметических действий, так как они являются дальнейшим развитием идеи счета и необходимы во всех практических расчетах на всех следующих ступенях изучения математики.

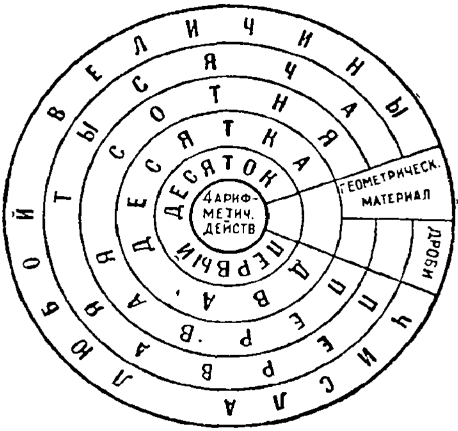
2. Действия следует изучать совместно, так как они тесно связаны между собой, а эта связь помогает усвоению приемов их выполнения.

3. Совместное изучение действия требует расположения их по ступеням, в зависимости от величины чисел, осуществляется в форме так называемого концентрического расположения материала.

§ 4. КОНЦЕНТРИЧЕСКОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ МАТЕРИАЛА И ПРЕЕМСТВЕННОСТЬ I—VI КЛАССОВ

Математический материал курса начальной школы можно расположить или последовательно, или концентрически. При последовательном способе расположения материала изучение арифметики начинается с нумерации, затем следует сложение, вычитание, умножение, деление, причем каждый отдел изучается полностью, т. е., например, сложение производится над всеми числами, начиная с чисел первого десятка и кончая миллиардами. Такое расположение неприемлемо для детей начальной школы; здесь не выдерживается основной дидактический принцип перехода от простого к сложному.

При концентрическом расположении материала в основу кладется изучение арифметических действий по расширяющимся кругам, т. е. сначала изучаются действия в пределе 10, затем — в пределе 20, 100 и т. д. Схематически это изображено на чертеже 1.



Черт. 1

В каждом концентре изучаются все четыре арифметических действия. Исключение составляет первый десяток, в котором изучают только сложение и вычитание.

Концентрическое расположение материала имеет следующие преимущества:

а) соблюдается переход от простого к сложному, от легкого к трудному;

б) в каждом концентре повторяется материал предыдущего и дополняется новым, т. е. повторение старого материала идет вместе с изучением нового;

в) есть возможность вносить в работу необходимое разнообразие.

В каждом концентре необходимо выделить главное. В концентре первого десятка главное внимание следует уделить усвоению результатов сложения и вычитания, так как на этих результатах основывается изучение действий на следующих ступенях. В концентре второго десятка ударение делается на усвоении приемов и таблицы сложения и вычитания, так как при устном сложении в пределе 100 и 1000 применяются те же приемы, что и во втором десятке. В концентре первой сотни выдвигается на первый план изучение таблицы умножения и деления, так как без твердого и отчетливого знания их невозможно дальнейшее изучение арифметики. Концентр тысячи стоит на границе между сотней и числами любой величины. Здесь заканчивают изучение приемов устного выполнения действий и переходят к изучению письменных приемов. Полное же изучение приемов письменного выполнения действий есть целевая установка концентра чисел любой величины. Концентром «первая тысяча» заканчивается подготовительный курс арифметики.

По последней программе систематический курс арифметики начинается в младших классах начальной школы, продолжается в V классе и заканчивается в VI классе восьмилетней школы.

В младших классах школы после изучения подготовительного курса арифметики (первый десяток, второй десяток, первая сотня и первая тысяча) переходят к изучению систематического курса: многозначные числа (нумерация многозначных чисел, римская нумерация чисел до XXX, сложение, вычитание, умножение и деление многозначных чисел); переместительный закон суммы произведения, зависимость между данными числами и результатом действий над ними; название компонентов и результатов действий; проверка действий; сложение и вычитание на счетах; порядок выполнения совместных действий и скобки.

Вместе с тем в этих же классах выполняются устные вычисления с применением законов переместительного и сочетательного суммы и произведения, распределительного произведения и других свойств арифметических действий.

В младших классах заканчивается изучение многозначных чисел, названия и формулировок законов сочетательного суммы и произведения и распределительного произведения свойств арифметических действий и двух тем: «Изменение результатов действий в зависимости от изменения данных» и «Римская нумерация чисел от XXX до C». Последние темы изучаются в V классе.

В пятых классах изучается делимость чисел, обыкновенные и десятичные дроби, совместные действия обыкновенных и десятичных дробей, отношение чисел.

В шестых классах в курсе арифметики изучаются приближенные вычисления, проценты, пропорции, прямая и обратная пропорциональность величин.

Таким образом, при изучении арифметики с I по VI класс существует преемственность. Приготовительный курс дает знания и навыки, необходимые учащимся для изучения многозначных чисел. Знание многозначных чисел необходимо для прохождения обыкновенных и десятичных дробей. Знание многозначных чисел и дробных чисел дает возможность изучать приближенные вычисления чисел, проценты, пропорции, прямую и обратную пропорциональность величин.

Такая же преемственность существует и в решении задач с I по VI класс.

В младших классах изучаются сначала простые задачи, затем в 2—3 действия составные нетиповые задачи, потом при изучении многозначных чисел решают в 4—5 действий нетиповые и типовые задачи.

В V классе продолжают решать типовые и нетиповые задачи с обыкновенными и десятичными дробями, а также на совместные действия обыкновенных и десятичных дробей. В VI классе решают задачи на приближенные вычисления чисел, проценты, на прямую и обратную пропорциональность величин. Последняя связана с задачами на пропорциональные величины и пропорциональное деление, им уделяется больше места при решении задач (см. подробно в главе V).

При изучении подготовительного курса арифметики начинается ознакомление с мерами, измерениями. Учащихся сначала ознакомляют с метром и сантиметром, килограммом и литром, проводят достаточное число измерений, взвешиваний, чтобы иметь конкретное представление о реальной величине этих измерений. Из мер времени учащиеся усваивают понятия о неделе и числе дней в неделе. Ознакомляются с монетами: 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20 копеек и денежными знаками: 1, 3, 5, 10 рублей. Потом учащихся ознакомляют с такими единицами измерения: меры длины (километр, дециметр), меры веса (грамм), меры времени (год, месяц, сутки, час, минута).

При прохождении приготовительного курса арифметики изучается и подготовительный геометрический материал. Учащиеся ознакомляются с геометрическими фигурами и телами, которые используются на уроке как дидактический материал (палочки, квадраты, прямоугольники, треугольники, круги, кубики, брусочки).

Учащиеся определяют размеры геометрических тел, чертят отрезки, квадраты, прямоугольники заданных размеров, сравнивают размеры данных предметов в разностном и кратном отношениях.

Первые измерительные навыки учащиеся приобретают на конкретном, понятном детям материале в процессе работы на уроках арифметики и ручного труда.

При изучении подготовительного курса арифметики учащиеся должны приобрести следующие практические умения и навыки.

Сначала дети должны научиться: 1) пользуясь метром и линейкой, разделенной на сантиметры, измерять длину (ширину), высоту данного предмета; 2) отмерять линию (шнур) данной длины; 3) по шаблону чертить квадрат, прямоугольник; 4) находить в окружающей обстановке предметы, которые имеют форму квадрата, прямоугольника, круга; 5) измерять данный отрезок в метрах, сантиметрах, применяя выражения «равно», «больше», «меньше», «около», сделать метровую ленту (на уроках труда); 6) чертить на глаз отрезки длиной 1 *м*, 1 *см*; 7) определять в классе расстояние на глаз с точностью до 1 *м*; 8) взвешивать предметы весом в 1, 2, 3 *кг*.

После этого учащиеся должны научиться, пользуясь метром с сантиметровой лентой, находить: а) длину данного отрезка, б) размеры данного прямоугольника, в) размеры данного предмета; уметь: а) сгибанием листа получать линию, б) сравнивать размеры двух данных отрезков и предметов в разностном и кратном отношениях, в) проводить на бумаге отрезок данной длины (на уроках труда — ряд линий на расстоянии 1 *см* — для коврика), г) отмерять полоску бумаги, тесьму, материю данной длины, д) заготовлять для посадки растений палочки-мерки, е) вычерчивать на клетчатой бумаге квадрат с разделением на сантиметры и измерять данный отрезок дециметром с точностью до 1 *см*, ж) проводить от руки на глаз отрезок, равный 1 — 2 *дм*, з) пользуясь весами и разновесом, находить вес данного предмета от 100 *г* до 3 *кг*, и) определять по часам время с точностью до минуты. Результаты всех измерений должны выражаться простыми именованными числами.

При прохождении многозначных чисел изучаются наглядная геометрия и систематический курс именованных чисел, таблицы мер длины, веса, времени; простые и составные именованные числа; раздробление и превращение именованных чисел, выраженных в метрических мерах и мерах времени; четыре действия с составными именованными числами, выраженными в метрических мерах, и сложение и вычитание в мерах времени.

В V классе повторяются именованные числа. Именованные числа, выраженные в метрических мерах, помогают лучше усвоить десятичные дроби.

Наглядную геометрию начинают изучать с младших классов при изучении многозначных чисел.

Сначала изучают: прямую и отрезок прямой; углы (прямой, острый, тупой); с помощью линейки и угольника обучаются чертить прямой угол; прямоугольник и квадрат, свойство их сторон и углов; построение квадрата и прямоугольника. Потом из наглядной геометрии — измерение площадей: знакомство с площадью, единицы измерения площади (квадратный метр, квадратный дециметр, квадратный сантиметр, ар, гектар), вычисление площади прямоугольника и квадрата; таблица квадратных мер; измерение объемов: знакомство с кубом (грани, ребра, вершины куба), единицы измерения объема, вычисление объема тел, имеющих форму параллелепипеда, таблицы кубических мер.

В V классе в разделе «Обыкновенные дроби» вводится термин п р я м о у г о л ь н ы й п а р а л л е л е п и п е д и формулировка правил вычисления площади прямоугольника и объема прямоугольного параллелепипеда, причем измерения выражаются как целыми, так и дробными числами. При изучении десятичных дробей рассматривается нахождение площади треугольника и решаются задачи по данным, полученным путем непосредственного изменения.

При изучении составных именованных чисел и наглядной геометрии рекомендуется дать на занятиях в классе и на местности следующие практические навыки: более точно измерять отрезки прямой и размеры небольших предметов, выражая результаты измерения в дециметрах, сантиметрах, миллиметрах; уметь начертить на бумаге с помощью угольника и линейки квадрат и прямоугольник заданных размеров; пользуясь бумажной полоской, разделить отрезок на 2, 4, 8 равных частей; пользуясь циркулем, начертить круг данного диаметра и при помощи линейки и угольника разделить его на 2, 4, 8 частей; вычертить развертку прямоугольного параллелепипеда; измерять и взвешивать предметы, причем результаты измерения выражать как простыми, так и составными именованными числами; взвешивать с предварительным предположением искомого веса; определять на глаз размер до 10 *см* и чертить на глаз отрезок прямой длиной 1 *см*, 1 *дм*, 1 *м*, при определении расстояний на глаз уметь сравнить их между собой. Уметь найти размеры и вычислить объем тела, имеющего форму куба или прямоугольного параллелепипеда. Знать площадь и объем своей классной комнаты, своего жилища.

При выполнении работы на открытой местности учащиеся должны приобрести следующие знания по провешиванию и измерению расстояний приборами и на глаз: провешить прямую линию; измерить длину и ширину школьного двора, школьного здания, огорода, длину дорожки, забора с помощью мерной веревки, рулетки или полевого циркуля, своего шага. При провешивании и измерении прямой линии на местности учащиеся должны уметь начертить ее, принимая условно 1 *см* на бумаге за 1 *м*, 2 *м*, 5 *м* на местности. Они должны уметь определить на местности на глаз: а) расстояние в пределах 30 *м* и б) площадь в 1 *а*; строить прямой угол и прямоугольный участок на местности. Под руководством учителя учащиеся должны научиться измерять и вычислять площадь на местности, чертить план земельного участка прямоугольной формы с использованием следующих приборов: мерной веревки, рулетки или полевого циркуля, вехи, колышков, эккера, ватерпаса, компаса. Для измерения на местности учащиеся должны уметь приготовить веху, колышек, эккер и мерную веревку, знать величину своего шага.

В пятых классах продолжают выполнять те же работы на местности, которые выполнялись учащимися младших классов, а именно: обозначение точек и проведение прямых на местности; измерение расстояний на местности мерным шнуром, полевым циркулем, шагами; глазомерная оценка расстояний; построение прямоугольного участка и вычисление его площади.

При изучении натуральных чисел, именованных чисел и наглядной геометрии, кроме отмеченных выше практических работ, необходимо выполнять действия сложения и вычитания на счетах, уметь составлять простые и составные задачи, пользуясь данными, полученными на уроках ручного труда во время выполнения общественно полезных работ, данными из газет, журналов, справочников и т. п.

В связи с решением задач учащиеся должны уметь находить некоторые средние величины: а) температуру дня, б) размер своего шага, в) средний урожай с гектара; уметь сделать несложный расчет в связи с проведением какого-либо мероприятия — культурного или хозяйственного (в связи с организацией школьного праздника, проведения экскурсии, работами на школьном огороде и т. п.).

Приведенный разбор программы по арифметике показывает распределение материала. При изучении этого материала учитывается возрастная психология детей: сначала идет материал, требующий полной наглядности, конкретности; постепенно материал усложняется, исчезает необходимость в применении большого числа наглядных пособий (от палочек, кубиков переходят к абаку, счетному ящику), учащиеся постепенно начинают привыкать к более отвлеченным выводам. В такой же усложняющейся постепенности усваиваются и приемы устных вычислений (сначала общие приемы, а затем особые приемы устных и письменных вычислений) и необходимый теоретический материал (поместное значение цифры, а затем разряды и классы).

В соответствии с этим усложняются и задачи как со стороны количества действий, так и внутреннего содержания, построения и словесного оформления (сначала простые задачи, потом составные задачи в 2—3 действия, затем составные задачи в 4—5 действий и, наконец, типовые задачи).

При этом материал для задач должен быть связан с жизнью, трудом и практикой коммунистического строительства.

Здесь также учитываются возрастные особенности учащихся. (Об этом подробно сказано в главе «Арифметические задачи»).

Точно так же при изучении именованных чисел сначала учащиеся знакомятся с наиболее употребительными мерами (метр, сантиметр, килограмм), затем с таблицей мер длины, веса, времени, с простыми именованными числами, потом с раздроблением и превращением и, наконец, с четырьмя действиями над составными именованными числами, выраженными сначала в метрических мерах, а затем в мерах времени.

Порядок изучения геометрического материала таков: сначала дети знакомятся с простейшими геометрическими фигурами (квадрат, прямоугольник, треугольник и круг), при этом получают представление о прямой и кривой линиях, знакомятся с метром, дециметром и сантиметром. После этого знакомятся со способами изображения прямой линии на бумаге, на доске, на местности и с линейным масштабом, изучают прямоугольник и квадрат, в связи с этим получают понятие об угле и его видах и об измерении площадей. Затем переходят к ознакомлению с кубом, параллелепипедом, с измерением объемов этих тел.

Учащиеся знакомятся с простейшими случаями практического применения изученного к измерительным работам на земле.

Таким образом, усвоение геометрического материала, как и арифметического, идет постепенно расширяясь и углубляясь. Такая преемственность при изучении арифметики с I по VI класс требует от каждого учителя тщательной отработки требований программы. Недоработка в каком-либо концентре или отделе влечет за собой большие затруднения в последующих классах. Отсюда возникает отставание учащихся и второгодничество.

Подробный анализ программы по арифметике для младших классов школы полезно выполнить по последнему изданию программы арифметики для этих классов и объяснительной записке к ней. Учебник арифметики для каждого класса целесообразно изучить по последнему его изданию.

Такое соединение изучения программы и объяснительной записки к ней с изучением стабильных сборников задач по арифметике поможет начинающему учителю усвоить содержание программы и учебников арифметики для младших классов школы на конкретном материале.

Для изучения программы по арифметике мы даем примерную схему анализа этой программы.

§ 5. ПРИМЕРНАЯ СХЕМА АНАЛИЗА ПРОГРАММЫ ПО АРИФМЕТИКЕ

Анализ программы по арифметике можно проводить по такой примерно схеме:

1. Общий объем знаний и навыков, необходимых и доступных учащимся начальной школы.
2. Система расположения знаний и навыков.
3. Теоретический и практический материал программы; соотношение между ними.
4. Предметы, изучаемые в начальной школе, с которыми возможна связь математики, и вопросы программы, которые дают возможность осуществлять эту связь.
5. Степень соответствия объема, содержания и системы расположения программного материала возрастным особенностям учащихся.
6. Общий характер изложения программы; язык (с точки зрения его точности, ясности, простоты).

Кроме общего анализа программы, необходимо провести анализ ее по годам обучения по такой примерно схеме:

1. Объем знаний и навыков для данного класса и система их расположения.

2. Степень посильности и достаточности их для этого класса.

3. Связь этих знаний и навыков с материалом предшествующего класса.

4. Узловые вопросы, на которые должно быть обращено особенное внимание в данном классе.

При анализе программы надо использовать и объяснительную записку к ней.

В объяснительной записке даются принципы построения программы и основные методические указания.

Ознакомление с учебником арифметики для младших классов. Подробное расположение материала в каждом классе можно видеть при ознакомлении с учебником арифметики для I—IV классов.

В педагогике говорится о роли и значении учебника, об общих требованиях к учебнику. Здесь мы остановимся на тех требованиях, которые необходимо учесть при ознакомлении с учебником арифметики I—IV классов начальной школы.

Материал учебника арифметики должен соответствовать программному материалу. Он содержит примеры, задачи и теоретический материал по арифметике и геометрии. В учебнике должно быть достаточное количество задач и примеров для выполнения программного материала. Задачи и примеры располагаются в методической последовательности по постепенно нарастающей трудности.

Задачи должны содержать материал образовательного и воспитательного характера; числовой материал их должен представлять реальные данные, отражая нашу современную действительность. В формулировку условия задач должны включаться такие термины, с которыми учащиеся могут встретиться на уроках ручного труда, в сельском хозяйстве, на экскурсиях. При этом в содержании задач должны быть лишь такие технические и производственные термины и понятия, которые не потребовали бы значительной затраты времени на их объяснение. В задачнике должны быть даны образцы таких задач, данные для которых учащиеся могут получить или путем непосредственного измерения, или из газет, журналов, справочников, или во время экскурсии и т. п.

В учебнике должно быть достаточное количество задач и примеров как для работы под руководством учителя, так и для самостоятельной работы учащихся в классе и дома. И в то же время материал учебника должен соответствовать времени, отведенному в учебном плане на изучение арифметики.

Для закрепления знаний, приведения их в определенную систему и подготовки к опросу, для разного рода справок в учебнике необходимо иметь формулировки правил и определений, а также сжатое объяснение материала программы.

Иллюстрации в учебнике должны отвечать своему назначению: помогать ученику в работе, например при ознакомлении с отдельными словами текста задачи и т. п.

Язык учебника должен быть правильным, ясным, точным, кратким и доступным для детей.

ГЛАВА III

МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ АРИФМЕТИКЕ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

§ 6. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ К МЕТОДАМ ПРЕПОДАВАНИЯ

Преподавание математики в начальной школе должно быть построено в соответствии с общими требованиями советской педагогики в отношении организации и методов работы.

Слово «метод» — значит путь, способ. Методы обучения — это способы работы учителя и учащихся, при помощи которых достигается под руководством учителя усвоение учащимися знаний, умений и навыков.

В постановлении ЦК ВКП(б) от 25 августа 1932 г. говорится:

«Преподаватель обязан систематически, последовательно излагать преподаваемую им дисциплину, всемерно приучая детей к работе над учебником и книгой, к различного рода самостоятельным письменным работам, к работе в кабинете, в лаборатории, учебной мастерской и широко применяя, наряду с этими основными методами, различного рода демонстрации опытов и приборов, экскурсии (на завод, в музей, в поле, в лес и т. п.)...»

В постановлении сказано о применении в советской школе различных новых методов, могущих способствовать воспитанию инициативных и деятельных участников социалистического строительства.

Учитель в своей практике должен стремиться использовать все лучшие методы работ, разнообразя и обогащая ими педагогический процесс. Применяя тот или другой метод, уже испытанный в школе, учитель должен проявлять творческое отношение к работе, вносить новое в применяемые им методы; приспосабливать их к своим учащимся, к своей обстановке, к условиям своих занятий.

Методы обучения не должны сводиться лишь к средствам простой передачи знаний от учителя к ученику; они предназначаются и для того, чтобы способствовать развитию творческих сил учащихся и постепенно научить их самостоятельно искать и находить истину и приобретать новые знания.

Основные методы обучения в советской школе следующие:

1. Метод устного изложения.
2. Метод работы над книгой.
3. Метод упражнений, письменных и графических работ.

Каждый из перечисленных методов имеет различные формы работы.

§ 7. МЕТОД УСТНОГО ИЗЛОЖЕНИЯ

Метод устного изложения применяется в двух формах:

1) Монологическое (сплошное) изложение.
2) Диалогическое (разговорное) изложение.

1. Монологическое изложение на уроках арифметики в начальной школе применяется в виде: а) рассказа и б) объяснения.

Монологическая форма в работе учителя начальной школы — редкое явление и применяется, когда у учащихся нет соответствующего запаса знаний и нецелесообразно эти знания «вытягивать» из них. В таком случае учитель сам сообщает арифметические знания в виде рассказа или в виде объяснения.

Эта форма изложения материала в начальной школе имеет следующее значение: 1) знакомит учащихся с правильной математической речью; 2) учит учащихся слушать и понимать математическую речь; 3) дает учащимся образец изложения, объяснения; 4) содействует выработке у учащихся навыка излагать материал без вопросов в виде связного рассказа.

а) Рассказ не является преобладающим видом изложения, так как программа курса арифметики начальной школы и возраст учащихся дают мало простора для этого. Рассказ на уроках арифметики приходится применять главным образом при объяснении того или иного нового понятия. Например, в III классе при разъяснении сущности десятичной системы нумерации и ее особенностей учитель, используя накопившийся у детей материал по этому вопросу, рассказывает учащимся о происхождении нумерации вообще и десятичной в частности. При этом он использует в доступной форме необходимый исторический материал, подчеркивает те положения, которые объясняют сущность десятичной системы счисления, причину ее всеобщности. Или, например, подводя итоги накопившемуся у учащихся материалу по вопросу о метрической системе мер, учитель в связном рассказе сообщает учащимся необходимые дополнительные сведения по этому вопросу, которые дают полное представление об этой системе мер в целом. Еще пример: учитель заранее заготавливает на плакате или доске образец решения и объяснения задачи и по этим записям связно излагает решение с подробным объяснением.

После этого учитель предлагает учащимся повторить содержание рассказа по вопросам. Если учащиеся не могут ответить на вопросы, то учитель дает дополнительные разъяснения. Иногда учащиеся после рассказа учителя задают ему вопросы и учитель на них отвечает.

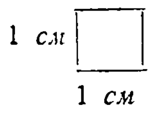
Затем учащиеся повторяют все решения уже без вопросов.

б) Объяснение учителя на уроках арифметики в начальной школе применяется чаще, чем рассказ.

При объяснении учитель обращается с вопросами ко всем учащимся, чтобы заставить их самих подумать, высказать свои соображения и сделать заключение. Учащиеся, выслушав объяснение учителя, в случае необходимости обращаются к нему с вопросами. Учитель или помогает самим найти ответы на эти вопросы, или, если видит, что учащиеся не могут разрешить вопрос сами, дает дополнительные объяснения.

Кончив объяснение, учитель вызывает одного или нескольких учащихся для закрепления объясненного. При этом он дает новые примеры и задачи, к которым учащиеся и должны применить новое понятие, новое правило или новый прием. Затем учащиеся подбирают свои примеры и задачи. В заключение учащиеся по предложению учителя повторяют обобщение правила, усвоенного на уроке.

Объяснение применяется при ознакомлении учащихся с новыми понятиями, словами и терминами. Например, изучая арифметические действия над целыми числами, учитель объясняет термины «слагаемое», «сумма», «уменьшаемое», «вычитаемое» и т. д.; так же поступает он при ознакомлении с геометрическими терминами: «квадрат», «прямоугольник», «площадь фигуры», «веха», «ар», «гектар» и т. п.



Объяснение терминов и новых слов необходимо сопровождать зарисовками и записями, иллюстрациями, а где возможно — демонстрацией предмета или его изображения.

Например, термин «квадратный сантиметр» лучше запечатлевается в памяти учащихся, если этому объяснению сопутствует иллюстрация, показанная на рисунке.

2. Диалогическая форма изложения на уроках арифметики в начальной школе наиболее приемлемая и распространенная на практике. Эта форма применяется: а) при сообщении нового материала, б) при его закреплении, в) при проверке знаний учащихся.

Анализ многочисленных уроков в младших классах позволяет установить, что учителя чаще всего применяют диалогическую форму изложения. Такая форма наиболее соответствует возрастным особенностям учащихся начальной школы: они не могут долго слушать непрерывную речь учителя, внимание их скоро утомляется. Вопросы же учителя и ответы учащихся оживляют преподавание. Вопросы учителя заставляют учащихся думать, дают их мысли определенное направление, прививают навыки логического мышления.

В процессе урока учитель руководит работой всего класса и отдельных учащихся. Для этого с каждым новым вопросом он обращается ко всему классу в целом, отвечает же только тот ученик, которого назовет учитель. Если надо поставить дополнительный вопрос, то он ставится так, чтобы на него было направлено внимание всех учащихся.

При такой форме занятий большие трудности возникают из-за неодинаковой активности учащихся. Опытные учителя, чтобы повысить активность всего класса, заранее намечают план вызова: менее успевающим они задают сначала легкие вопросы, затем более трудные. Учащиеся постепенно приобретают уверенность в себе и начинают стремиться разрешить трудные вопросы. Неправильные ответы исправляют или учащиеся, или, если никто из учащихся не сумел правильно ответить, учитель сам дает исчерпывающее объяснение.

Вопросы ставятся в определенной системе, так, чтобы в ответах учащихся имело место последовательное развертывание темы беседы. Трудность этой работы заключается в том, что учащиеся своими вопросами иногда уводят учителя от темы беседы. В таких случаях учитель отвечает им, что это не относится к данной теме, по затронутому вопросу будет говорить позже, и возвращается к первоначальной беседе на данную тему. Этим учитель приучает учащихся не отклоняться от темы.

При изложении нового материала беседа должна представлять собой систему вопросов, подводящих учеников к более или менее самостоятельному выводу. Своими вопросами учитель должен ставить учащихся как бы в положение лица, делающего открытие, находящего ответ на поставленный им вопрос. Такая форма ведения уроков называется эвристической, от греческого слова «эврика», что значит «нахожу», так как учащиеся, руководимые учителем, как бы находят те или иные выводы, делают своего рода «открытия».

Беседа по закреплению знаний основной своей целью ставит повторение, уточнение, углубление пройденного; вместе с тем здесь выявляются и пробелы в знаниях учащихся.

При проведении такой беседы громадное значение имеют хорошо продуманные вопросы, которые в целом должны образовать стройную систему.

Во время беседы учитель лучше изучает индивидуальные особенности учащихся и степень усвоения ими знаний и в то же время проверяет качество собственного преподавания.

Беседа по проверке знаний учащихся имеет целью определить знания как отдельных учащихся, так и класса в целом. Постановка вопросов на такой беседе должна иметь в виду получение таких ответов, которые показали бы учителю качество усвоения изученного, а учащемуся помогли бы ответить в систематическом, последовательном порядке, а значит, тем самым приучали бы его к определенной системе изложения своих знаний.

При механическом ответе ученика, без понимания смысла ответа, учитель предлагает ему для пояснения дать числовой пример или задачу и ставит вопрос в измененной форме или предлагает дополнительные вопросы, которые помогают проверить, насколько сознательно отвечает учащийся.

Для проверки качества усвоения материалов по теме «Сложение многозначных чисел» можно дать такие вопросы для повторения: 1) Каким действием находится сумма двух или нескольких слагаемых? 2) Как называются числа при сложении? 3) В чем состоит переместительное свойство сложения? 4) Когда в вычислениях удобно использовать переместительное свойство сложения? 5) Как найти неизвестное слагаемое? 6) Как проверить сложение?

§ 8. МЕТОДЫ РАБОТЫ НАД УЧЕБНИКОМ И ЗАДАЧНИКОМ

В постановлении ЦК ВКП(б) от 25 августа 1932 г. указывается, что преподаватель обязан всемерно приучать детей к работе над учебником и книгой.

Предварительно учитель сам должен тщательно изучить учебник арифметики; отметить разделы, которые можно дать для самостоятельной работы и с небольшими пояснениями, и разделы, на которых надо подробно остановиться при выдаче самостоятельной работы в классе или на дом; отметить также некоторые разделы, в которых, может быть, следует заменить отдельные формулировки.

Учитель должен изучить примеры и задачи в учебнике; установить, удовлетворяют ли они следующим требованиям: достаточно ли их количество; какова их трудность; расположены ли они в методической последовательности по постепенно нарастающей трудности; отвечают ли требованиям коммунистического воспитания. В противном случае учитель подбирает или составляет сам соответствующие примеры и задачи.

Как бы ни был хорош учебник арифметики для начальной школы, учителю все равно придется составлять задачи на материале из окружающей жизни на современные темы, так как числовой материал в задачах с течением времени становится неактуальным.

Умение работать с книгой важно само по себе, а для учащихся оно имеет особое значение потому, что в случае пропусков школьных занятий им приходится изучать материал по учебнику самостоятельно или при небольшой помощи учителя на консультациях.

Наблюдая за работой учеников, учитель должен установить, умеют ли ученики должным образом читать учебник, не носит ли их чтение механического характера, рассчитанного только на работу памяти, понимают ли они общий смысл читаемого и связь отдельных частей, понимают ли термины, понятия и слова, которые встречаются в тексте, смогут ли наметить план читаемого, дать объяснение, привести примеры.

Это требование на разных ступенях обучения может быть выполнено различно в зависимости от возраста учащихся. Но приучать учащихся пользоваться книгой надо возможно раньше.

В начальной школе на уроках арифметики работа с книгой может выразиться в следующих формах:

а) Когда учащиеся овладеют техникой чтения, учитель начинает привлекать их на уроках арифметики к чтению по задачнику текста задач. Это можно начинать в I классе.

Вначале учитель сам показывает пример чтения текста задачи, затем предлагает вызванному ученику прочесть текст и повторить его. При этом учитель подмечает затруднения ученика, учитывает их и оказывает необходимую помощь, цель таких упражнений — научить правильно понимать текст задачи.

б) При самостоятельной работе учащихся на уроках можно также практиковать, особенно на первых порах, чтение вслух одним-двумя учениками заданной работы (текста задачи, примеров) и последующий опрос учащихся. Другой вариант: учащиеся читают про себя текст задачи, а затем отдельные ученики повторяют вслух прочитанное.

в) Чтение учащимися по учебнику правил, выведенных на данном уроке. Например, изучив на ряде задач и примеров умножение на число с нулем во множителе, учитель предлагает ученикам прочесть по учебнику это правило вслух и тут же воспроизвести его устно. В случае слабого усвоения его оно читается по учебнику вторично и повторяется. И здесь можно практиковать чтение учащимися правила про себя, а затем устное его воспроизведение.

г) С целью выработки математического языка надо требовать от учащихся запоминания определений и правил в форме, близкой к тексту учебника. Это приучает формулировать математические предложения кратко и точно. Заучивая определения и правила, ученик должен уметь приложить определение к соответствующему примеру, при заучивании правил надо иногда заставлять учеников воспроизводить объяснения и выводы этих правил.

§ 9. МЕТОД АРИФМЕТИЧЕСКИХ УПРАЖНЕНИЙ ПИСЬМЕННЫХ ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

Упражнения в решении примеров и задач необходимы для закрепления знаний и образования навыков.

Вновь предлагаемый учащимся материал прежде всего путем повторения приводится в связь с ранее изученным.

Изучая, например, в I классе прибавление 7 к 1, к 2, к 3, ученики повторяют прибавление к 7 единицы, двух, трех, известное им раньше.

Новый материал, если он сложен, разбивается на более простые элементы, которые располагают в порядке возрастающей трудности.

Например, сложение трехзначных чисел на счетах изучают в такой последовательности:

а) без перехода через десяток и сотню (125+364);
б) с переходом через десяток (253+117);
в) с переходом через сотню (325+481);
г) с переходом через десяток и сотню (468+152).

Упражнения, следующие за объяснением нового материала, должны сопровождаться повторением учениками этого объяснения; выполняя то или иное действие, ученик указывает, почему и как оно выполняется.

При повторении упражнений на определенную тему объяснения делаются более короткими, касаются только основных положений. Потом действие делается учениками без объяснений, вполне самостоятельно.

Для прочного усвоения навыков учащиеся должны проделать достаточное количество упражнений, в особенности непосредственно после объяснения учителем того или иного нового материала.

Дальше изученный материал время от времени включается в повторяемый, пока не усвоится окончательно.

Отводя время для упражнений в навыках, учитель должен употреблять его экономно, используя таблицы, применяя беглый счет и т. д.

Большую помощь в усвоении навыков оказывают упражнения, задаваемые ученикам на дом.

Для проверки усвоения материала учитель дает контрольную работу. В случае неудовлетворительного ее выполнения материал разъясняется дополнительно.

Много в арифметике требует запоминания: таблица сложения и вычитания в пределе 20, таблица умножения и деления в пределе 100, таблица мер, правила действий и т. д.

Закрепление навыков достигается повторением, причем полезно, чтобы предлагаемые упражнения давались в измененной, постепенно усложняющейся форме, чтобы это вело не только к усвоению, но и к углублению знаний.

В практике преподавания арифметики в начальной школе применяются следующие виды письменных работ: а) письменное решение примеров и задач; б) краткое письменное объяснение решения задач; в) списывание текста правил и определений. Методика и техника письменного решения задач и письменного их объяснения подробно освещены дальше. Требования учителя в отношении письменных работ по арифметике должны ориентироваться на степень подготовки учащихся по русскому языку.

Предлагать для списывания можно лишь хорошо объясненный и понятый материал, иначе эта работа будет носить характер механического переписывания с книги. Давая правило или определение для списывания, учитель должен (особенно на первых порах) проверить степень сознательности усвоения этого правила; для этого после прочтения в классе правила или определения учитель задает 2—3 вопроса, ответы на которые покажут степень усвоения задаваемого.

На уроках арифметики и для домашних заданий должны применяться работы в виде зарисовок тех или иных предметов при счете, при решении задач (особенно в первых классах); зарисовки иллюстрируют содержание задачи и показывают качество усвоения ее содержания.

В старших классах применяются чертежи схем; например, при решении задач на движение необходимо линией изобразить путь движения, точками отметить положение движущихся тел в различные моменты.

Кроме перечисленных выше методов, в начальной школе на уроках арифметики применяется метод анализа и синтеза (здесь же устанавливается связь методики арифметики с психологией и педагогикой).

В психологии об анализе и синтезе говорится следующее:

«При приспособлении к новым условиям, при приобретении новых знаний всегда требуется, с одной стороны, анализ, расчленение внешних воздействий на составляющие их элементы, а с другой стороны, синтез, объединение этих элементов в группы и сочетание их с ответными реакциями организма.

Чтобы правильно ориентироваться в окружающем, ребенок, например, должен научиться различать окружающие предметы по их свойствам (по цвету, форме, запаху и пр.) и связывать эти свойства друг с другом так, чтобы составить себе цельное представление об этих предметах» (Запорожец, Психология, стр. 13).

В педагогике об анализе и синтезе мы читаем следующее:

«Одним из действенных средств возбуждения у учащихся самостоятельной работы мысли является аналитико-синтетический путь изложения знаний. Этот способ изложения находит широкое применение во всех классах, начиная с первого и кончая десятым классом средней школы.

Сущность аналитико-синтетического способа заключается в том, чтобы разложить материал на составные части и элементы, не упуская из виду целого предмета или явления... Применяя анализ, необходимо практиковать и синтетический способ изучения явления в целом, выясняя взаимосвязь и взаимозависимость отдельных частей между собой и в целом» (Огородников и Шимбирев, Педагогика, стр. 147).

В математике различают два метода рассуждений: анализ и синтез. При анализе мы идем от неизвестного к известному, от искомого к данным, при синтезе — обратным путем, т. е. от известного к неизвестному, от данных к искомому.

Метод анализа помогает учащимся самостоятельно находить обоснование своим суждениям при решении задач. Найденное методом анализа решение задачи потом излагается методом синтеза.

В решении задач анализ и синтез неотделимы друг от друга. Так, например, проводя анализ, следуя от главного вопроса задачи, мы должны считаться с тем, что нам известно, и часто данные условия задачи подсказывают нам ответ на очередной ведущий вопрос. И наоборот, следуя методом синтеза, т. е. комбинируя данные задачи, мы, естественно, имеем в виду вопрос, на который надо дать ответ.

Особенно большое значение имеет метод анализа и метод синтеза при решении задач. На этих методах мы подробнее и остановимся в главе «Решение арифметических задач».

В связи с вопросом о методах преподавания арифметики в начальной школе стоит вопрос о методе индукции и дедукции в преподавании этого предмета школьникам.

Сущность индукции состоит в следующем.

Учитель предлагает учащимся несколько конкретных математических фактов: задач, примеров. Учащиеся разбирают их, сравнивают, выделяют общие признаки, и из рассмотрения отдельных частных случаев делают общий вывод, формулируют правило. Умозаключение идет от частных фактов к общим выводам, т. е. индуктивно. Индукция — переход от частных случаев к общему выводу. Способ этот часто применяется в арифметике.

Например, при выводе переместительного свойства суммы ученик рассматривает ряд сумм, производит в них перестановки слагаемых и в результате приходит к выводу, что сумма не меняется от перестановки слагаемых. Точно так же на ряде частных примеров учащиеся убеждаются, например, в равенстве прямых углов, в равенстве диагоналей прямоугольника и т. п.

В качестве подсобного приема в процессе индуктивного мышления большую роль играет аналогия: переход от одного частного случая к другому делается на основании подмечаемого детьми их сходства (аналогии).

Если ученик, сравнивая предложенную для решения задачу с ранее решенными, видит, что новая задача похожа на них, он начинает ее решать так же, как решал первые. Здесь мы имеем пример аналогии.

Если учитель сообщает ученикам общее положение или правило и учащиеся, усвоив сущность этого правила, применяют его к частным случаям и конкретным примерам, то этот путь познания называется дедукцией. Дедукция — это переход от общих положений к частным примерам и конкретным положениям. В начальной школе главное, почти исключительное место принадлежит индуктивному методу познания, дедукция же имеет очень ограниченное применение.

§ 10. ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ И ФОРМЫ ИХ ПРОВЕРКИ

«Уроки на дом имеют большое значение. Правильно организованные, они приучают к самостоятельной работе, воспитывают чувство ответственности, помогают овладевать знанием, навыками» [1]. Домашнее задание составляет неотъемлемую часть проработки темы и требует тщательной работы со стороны учителя.

Домашние задания даются или как упражнения на закрепление навыков, или в целях усвоения теоретического материала, сообщенного на уроке, или для накопления материала, на основании которого в дальнейшем учащиеся делают вывод правила, или для углубления и расширения знаний.

В качестве домашних заданий по арифметике должны даваться примеры и текстовые задачи. Примеры требуют от учителя меньше разъяснений, кроме того, их легче проверить в классе. Однако ограничивать домашние задания только одними примерами нельзя; примеры даются главным образом для закрепления навыков, для выработки вычислительной техники. Для развития же мышления и для установления связи математики с социалистическим строительством обязательно следует давать для домашнего выполнения и задачи, соблюдая постепенность в нарастании трудностей их решения.

Сначала даются задачи, аналогичные с решенными в классе, а затем и такие, которые в классе не решались, в которых учащиеся должны самостоятельно разобраться. Необходимо соблюдать постепенный переход от простого к сложному. В основном задания даются по учебнику. Кроме того, в качестве домашних заданий следует давать работы измерительного характера (при изучении мер), например: определить размеры комнаты, окна, двери, двора, огорода; вычислить площадь пола квартиры, объем комнаты, количество воздуха на одного жильца и т. п.

---

[1] Н. К. Крупская. О воспитании и обучении. М, Учпедгиз, 1946. Статья «Методика задавания уроков на дом», стр. 177.

При этом необходимо учесть различную успеваемость учащихся. Наряду с общими для всего класса заданиями следует указывать дополнительные (не обязательные для всех), которые выполняют более успевающие дети.

Давая задание, учитель должен указать, на что обратить внимание при его выполнении, что необходимо повторить из пройденного, имеющего непосредственное отношение к данному заданию; если задаваемая задача может быть решена несколькими способами, об этом тоже надо сказать.

На проверку домашних работ нужно уделять 5—6 мин. в начале урока. Если при проверке большое количество учащихся дало неправильные ответы, то пример решается в классе с записью на доске; если ошиблись 2—3 человека, они обязаны исправить неправильно решенный пример по указанию учителя. Каждый вызываемый к доске ученик подает учителю свою тетрадь. За время ответа учитель может успеть бегло просмотреть качество работы. Но, кроме того, учитель должен брать на проверку домашние работы всего класса.

Особенно необходима проверка выполнения дополнительных заданий. Здесь учет важен не только как мера поднятия успеваемости, но и как воспитательный прием: это приводит к тому, что учащиеся стремятся сделать больше обязательного минимума.

К проверке выполнения домашних работ можно привлекать самих учащихся. Для этого класс делится на группы (обычно группу составляют дети, сидящие в одном ряду), в каждой группе выделяется «учетчик»; он должен предварительно проверить, выполнил ли задание каждый член его группы, т. е. факт выполнения или невыполнения, а не качество работы; о результатах этой проверки он сообщает учителю перед началом проверки домашнего задания и указывает, если знает, причину невыполнения задания. Этот прием очень дисциплинирует класс и повышает чувство ответственности за выполнение работы.

Можно практиковать взаимопроверку, когда рядом сидящие ученики при проверке меняются тетрадями.

Проверка домашних тетрадей учителем и оценка выполнения письменных работ необходимы и обязательны: это наиболее объективные показатели качества работы.

Ошибки в работах должен исправлять сам учитель; для этого неправильное решение примеров зачеркивается, а над ним пишется правильный ответ (цветными чернилами или цветным карандашом). Так же исправляется неверное вычисление при решении задач, но ошибки в ходе решения задачи лишь подчеркиваются, а затем делается разбор этих ошибок в классе, если они носят массовый характер; единичные же ошибки разбираются с каждым учащимся отдельно. В старших классах достаточно ошибку подчеркнуть; исправление ее сделает сам

...ые работы
...указания и характеристику
...дательной, так и в положительной форме.
...пример: «Нужно обратить внимание на таблицу умножения»; «Работа выполнена грязно»; «Нужно повторить деление многозначного числа на многозначное; решить задачи номера такие-то»; «Работа выполнена хорошо, красиво написана». При проверке тетрадей по математике учитель обязан исправлять и орфографические ошибки.

Каждый учитель должен обращать самое серьезное внимание на ведение учащимися своих тетрадей.

Это имеет большое воспитательное значение в смысле привития навыков правильного, красивого выполнения и расположения записей выполняемых вычислений. С этой целью учитель должен требовать, чтобы все цифры и знаки действия писались каллиграфически правильно, с соблюдением соответствующих размеров; учитель должен ввести определенную систему расположения вычислений на странице тетради. Нужно запрещать при работе и в классе, и дома применение «черновиков» (на клочках бумаги, листочках блокнота); все вычисления должны выполняться в тетради, это дает возможность учителю видеть весь процесс работы ученика и дать соответствующие указания; кроме того, это дисциплинирует детей, так как ученик, зная, что все его вычисления увидит учитель, будет более внимательно относиться к выполнению своих работ.

С начала обучения надо обратить внимание на правильное начертание цифр, простое, четкое, законченное. Записи должны располагаться негусто, но и без оставления пустых мест. Как классные, так и домашние работы должны датироваться. Каждый раздел начинается его заглавием. В записи решения задачи, взятой из стабильного задачника, должен быть указан ее номер.

Чтобы приучить к аккуратному ведению тетради, надо показывать образцы хороших записей. Все записи учителя в тетрадях учеников должны быть образцом четкости, аккуратности.

Тетради должны проверяться учителем по возможности чаще. Поэтому ученики могут иметь по две тетради для текущей работы: одну на руках, другую в то же время сдавать учителю для проверки. Контрольные работы должны выполняться в особой тетради, находящейся у учителя.

§ 11. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА УЧАЩИХСЯ

Обучение учащихся самостоятельной работе по арифметике должно быть основным элементом работы, а не случайным методическим приемом.

В Законе об укреплении связи школы с жизнью предла ся при изучении каждого предмета развивать самостоятельн и инициативу. Эти требования особенно необходимы при из нии арифметики в начальной школе.

Н. К. Крупская говорит о самостоятельной работе след щее: «Научить ребят самостоятельно работать совершенно не ходимо. Самая прекрасная школа дает лишь сравнител небольшой объем знаний...

...Прогресс техники, прогресс науки... необходимость про мывать и разрешать ряд вновь возникающих проблем требу умения самостоятельно работать над приобретением знаний Человек, который не умеет сам учиться, а лишь усваивает т что ему говорит учитель, профессор, который умеет ходить лиш на поводу, мало на что годен. Нам надо научить подрастающе поколение самостоятельно овладевать знанием».

Самостоятельная работа над приобретением навыков должна сделать содержательнее классную учебу. Работа на дому может и должна выравнивать уровень знаний и навыков у ребят и тем повышать эффективность работы школы.

Но задавание уроков на дом имеет еще и то значение, что оно может и должно служить средством воспитания сознательной дисциплины, может и должно воспитывать чувство ответственности за выполнение задания.

«При заданиях на дом нельзя вводить уравниловку. Надо индивидуализировать задания, учитывать пробелы, имеющиеся у ученика, сумму его знаний и навыков,— более сильным ученикам давать задания, которые не уводили бы их вперед, а лишь углубляли знания, улучшали бы их качество». (Н. К. Крупская, Методика задавания уроков на дом, журн. «Народный учитель», 1932, стр. 40 и 42.)

Ученик, научившийся самостоятельно работать, получает навык (как в школе, так и вне школы) без посторонней помощи заниматься тем вопросом, который он изучает; находит большое удовлетворение в своей работе, так как сам преодолевает трудности, которые встречаются у него; при самостоятельной работе ищет способы экономии времени, и, наконец, работа, которая выполняется самостоятельно, прививает вкус и желание самому работать над поставленными вопросами, добиваться результата без посторонней помощи.

Для достижения намеченных целей самостоятельной работе учащихся должно предшествовать пояснение учителем приема арифметических действий или решения задачи и работа на классной доске под руководством учителя.

После того как ученики усвоят прием, вводится самостоятельная работа в классе, выполнение ее покажет, насколько уче ники усвоили объяснения учителя и могут ли ... нить домашнюю работу; наконе... логичную самосто...

Самостоятельная работа такого характера дается после объяснения в классе нового материала; ее можно провести иногда в начале урока, например в виде письменной проверки домашнего задания. Самостоятельной работой может быть закончен урок, если учитель хочет проверить степень усвоения материала данного урока или предшествующих уроков.

На уроке может быть дана и устная самостоятельная работа; она может состоять в подготовке ответов на предложенные вопросы, продиктованные учителем или записанные на доске, или в продумывании плана решения задачи. По истечении определенного срока (обычно небольшого) учащиеся опрашиваются учителем.

Самостоятельная работа применяется и при проработке нетрудного нового теоретического материала, а не только для закрепления и углубления материала для упражнений и в целях повторения.

Самостоятельные работы всех видов должны быть посильными для учащихся; легкая работа может оказаться скучной, неинтересной для ученика, трудная может оказаться непосильной для выполнения.

Самостоятельная работа должна способствовать развитию творческих способностей учащегося, поднимать интерес к занятиям арифметикой. Планируя самостоятельную работу, учитель должен подумать о ее форме. Однообразная работа, повторяющаяся изо дня в день, снижает интерес к занятиям. Творчески работающий учитель всегда внесет разнообразие в работу.

Ученики, отставшие от программного материала (по болезни или другим причинам), должны получать индивидуальные задания.

К выполнению самостоятельной работы ученики приступают только после того, как учитель проверил, понятно ли задание всем, особенно слабым учащимся.

Каждая самостоятельная работа должна быть проверена учителем в классе или дома.

При обучении арифметике могут иметь место все виды самостоятельной работы: общеклассная, групповая, индивидуальная.

В работе по арифметике в конце года определенное место займет самостоятельная работа, связанная с подготовкой к годовым контрольным работам; повторение теоретического материала, решение примеров и задач на все отделы программы.

По содержанию самостоятельные работы могут представлять:

1) Закрепление теоретического материала, разработанного под руководством учителя.

2) Решение примеров и задач, аналогичных решенным, под руководством учителя.

3) Ответы на вопросы учителя.

4) Придумывание учащимися вопросов, примеров и задач, аналогичных разобранным с учителем.

5) Самостоятельное повторение материала предшествующих лет обучения и текущего года.

Подготовка к самостоятельному решению примеров проводится примерно по следующему плану:

а) Решив примеры одного типа, ученики сами составляют аналогичные примеры и решают их.

б) Ученикам предлагается в определенный промежуток времени (например, в 10 мин.) решить по задачнику возможно больше примеров. Лучшей работой будет та, в которой правильно решено и аккуратно записано наибольшее число примеров.

в) Учащимся предлагаются примеры, записанные в разных формах: в занимательных квадратах, кругах, по индивидуальным карточкам, по книге, с самопроверкой (дается сумма ответов всех решенных примеров), с пропуском знака действия или одного из компонентов; придумать примеры на определенное действие с заранее данным ответом (например, на деление с нулем в середине частного); расположить примеры в порядке возрастания ответов и т. п.

г) Пользуясь таблицами устного счета, можно предлагать учащимся разнообразные упражнения, например: к числам определенной строчки (столбика) прибавить числа смежной или несмежной строчки (столбика); числа определенной строчки (столбика) отнимать от данного числа, умножать, делить на данное число и т. д.

Примеры и задачи полезно подбирать так, чтобы разбор их приводил к обобщениям и выводам теоретического характера. Например, при вычислении примеров типа $15+8=8+15$ учащимися делается вывод о переместительности слагаемых. После решения примеров вида $250+x=300$ и т. п. проводится беседа, с помощью которой делается вывод о нахождении неизвестного слагаемого по сумме и другому слагаемому. Самостоятельная работа учащихся при разборе подобных примеров используется как средство накопления знаний по арифметике. Разбор примеров подводит учащихся к обобщению наблюдений, связанных с выполняемой работой, например о переместительном свойстве слагаемых и т. п.

К самостоятельному решению задач учащиеся переходят постепенно.

В зависимости от класса, содержания задач и подготовки учащихся самостоятельное решение задач принимает различные виды.

Первый вид самостоятельной работы: учитель сам читает условие задачи, под его руководством производится разбор, потом ученики самостоятельно решают задачу.

Второй вид самостоятельной работы: условие задачи читает ученик, учащиеся под руководством учителя выделяют главный вопрос и числовые данные, потом задача решается самостоятельно.

Третий вид самостоятельной работы: ученики читают про себя условие задачи, учитель разъясняет непонятные отдельные места задачи, далее ученики самостоятельно решают задачу.

Четвертый вид: ученики читают задачу про себя, потом самостоятельно решают.

В последнее время преподаватели применяют и индивидуальные самостоятельные работы. Преподаватели составляют карточки, охватывающие определенные разделы курса, а учащиеся в определенные, заранее намеченные дни пишут работы по этим карточкам.

Некоторые преподаватели составляют карточки для индивидуального решения задач, по которым учащиеся дают не только решение задачи, но и письменное объяснение.

Индивидуальные классные и домашние работы по карточкам (все различные по содержанию и одинаковые по трудности) ликвидируют обезличку. В самом деле, при такой системе каждый учащийся имеет свою задачу, которую надо не только решить, но и дать к ней объяснение, следовательно, надо показать свою способность логически рассуждать.

§ 12. МЕТОДЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В РУССКОЙ ДОРЕВОЛЮЦИОННОЙ ШКОЛЕ

Русская педагогическая мысль в XVIII в. правильнее смотрела на математическое образование, чем методисты и педагоги того времени Западной Европы.

В то время как иностранные авторы выдвигают на первый план логическую тренировку ума, в России ряд математиков является противниками схоластического направления (Котельников, Головин и др.).

В России в XVIII в. шла деятельная работа по усовершенствованию преподавания арифметики. Представление о методах преподавания арифметики в XVIII в. можно составить по одной из первых печатных русских книг — по «Арифметике» Л. Ф. Магницкого (1669—1739).

«Арифметика» Магницкого написана в 1703 г. По этой книге учились в школах со времени Петра I больше 50 лет. В этой книге принят такой порядок изложения: сначала даются определения действий, затем примеры, наконец задачи. Задачам Магницкий уделял большое внимание; например, при объяснении умножения он приводит около 60 задач, советуя их перерешать.

В «Арифметике» Магницкого даются не только правила, но и указания, как надо усвоить правило или таблицу. О таблице умножения говорится (если перевести на современный язык) так: «Необходимо без всякого замедления отвечать или написать, сколько будет дважды два, трижды три и пр.».

Выдающимся автором второй половины XVIII в. является ученик Магницкого Н. Г. Курганов (1726—1796). В 1757 г. выходит его «Универсальная арифметика». Автор заменяет туманное изложение объяснениями, содержащими конкретные примеры, задачи (конкретно-индуктивный метод).

В конце XVIII в. проводится реформа школьного дела, открываются народные училища, выделяется главное народное училище для подготовки учителей. В 1783 г. выходит учебник для народных училищ «Руководство к арифметике» (автор М. Е. Головин). В первой части — нумерация и действия с целыми числами, во второй — дроби, проценты, «правила». Книга содержит много примеров.

В первой половине XIX в. (1838 г.) в России появилось пособие для учителей, разработанное П. С. Гурьевым «Руководство к преподаванию арифметики малолетним детям». Гурьев указывает в своей работе, что причина плохих успехов в математике заключается не в способностях детей, а в самом методе обучения.

«Дети четыре-пять лет сряду учатся в школах арифметике, твердят беспрестанно одно и то же,— пишет он,— а все-таки большая часть учащихся по окончании столь долговременного курса не только не усваивает ее, как бы следовало, но получает отвращение от нее и от всей математики. Между тем при ином изложении и заблаговременном возбуждении самостоятельности в учащихся, нет сомнения, та же самая наука отнюдь не показалась бы им столь тяжелою и скучною, ибо они скоро убедились бы, что все, о чем в ней говорится, есть только дальнейшее развитие того, что они сами уже делали и делают без всякого постороннего посредства».

П. С. Гурьев считается отцом методики арифметики. Это передовой педагог своей эпохи. Он рассматривает методику арифметики как науку, как знание, основанное на точных положительных началах. Автор рекомендует концентрическое расположение материала, советует идти от конкретного к отвлеченному только тогда, когда ученик овладел фактами.

П. С. Гурьев придает большое значение задачам, особенно решению устно. Он говорит: «Важнее всего возбудить самостоятельность в воспитаннике... чтобы он постоянно жаждал познаний...»

Он высоко оценивал роль учителя, считая важным делом подготовку учителя к работе.

П. С. Гурьев начал работу с создания книги «Арифметические листки» (напечатано на отдельных листках). Материал расположен по степени трудности, листки раздавались ученикам после объяснения учителя, материал на листках дан так, чтобы ученики могли самостоятельно идти вперед.

Учителем русских учителей называется по праву К. Д. Ушинский (1824—1871). В основе его педагогической системы — патриотизм, любовь к родине, вера в творческие силы народа и демократические требования предоставить дело образования самому народу.

Основной его труд «Человек как предмет воспитания» является классическим в педагогической литературе. К. Д. Ушинский разработал принцип: наглядность, последовательность, сознательность, посильность, активность и воспитывающий характер обучения.

Он противник немецкой педагогики того времени с ее шовинизмом, национализмом, ограниченностью.

К. Д. Ушинский дал программу новой методики арифметики. О преподавании арифметики он говорит в «Руководстве к преподаванию по «Родному слову» (известная книжка в детской педагогической литературе, вышла в 1864 г.).

В «Руководстве» имеется глава «О первоначальном обучении счету». Он рекомендует учить счету наглядно, считая, что ученикам надо как можно скорее дать меры длины, веса, монеты. Задачи, по мнению К. Д. Ушинского, должны иметь практический характер, содержание их надо брать из мира, окружающего детей.

I. Метод изучения чисел

Большое влияние на преподавание арифметики в русской начальной школе во второй половине XIX в. оказал В. А. Евтушевский. В 1872 г. вышла книга Евтушевского «Методика арифметики» — пособие для учительских институтов, учительских семинарий, преподавателей младших классов средних учебных заведений и для родителей.

В 1912 г. она вышла 17-м изданием. Евтушевский предлагает изучать арифметику в начальной школе по методу изучения чисел. Он разлагает каждое число на равные слагаемые; изучение числа ведется от 1 до 20. Далее следует изучение чисел до 100. Здесь Евтушевский рекомендует подробное изучение не всех чисел, а чисел вроде: 24, 30, 32, 36, 40, 45, 48 и т. д. Числа более 100 он рекомендует изучать по методу изучения действий; здесь уже нет индивидуального изучения каждого отдельного числа.

Изучение чисел, по Евтушевскому, состояло в следующем: образование изучаемого числа на наглядных пособиях (пуговицы, кубики); разложение его на слагаемые; далее производилось сложение и вычитание в пределе этого числа, а затем умножение и деление (на пособиях и отвлеченно); после этого переходили к задачам и заканчивали беглыми вычислениями (на задачах и отвлеченных числах).

Главный недостаток метода Евтушевского заключается в том, что основное принципиальное положение, из которого он исходит (числа до 100 доступны непосредственному созерцанию и восприятию), является неправильным; детское внимание не воспринимает без счета сумму предметов, превышающих 5 или 6.

Из других недостатков этого метода надо указать следующие:

1. Изложенный способ изучения чисел крайне однообразен и утомителен, скоро превращается в шаблон. Подсчитано, что при таком изучении чисел от 1 до 100 учащимся приходится проделать до 10 000 разложений.

2. Арифметические действия при этом методе недостаточно резко отделяются друг от друга, а потому при совместном прохождении различных действий ученики могут их путать.

Однако следует указать на некоторые достоинства этого метода: 1) везде соблюдается последовательный переход от наглядного к отвлеченному; 2) устные вычисления чередуются с письменными; 3) придается важное значение задачам; 4) обращается серьезное внимание на навык быстрого счета.

Большое влияние на развитие русской методики арифметики оказал П. Л. Чебышев (1821—1894).

П. Л. Чебышев был не только гениальный ученый, но и видный общественный деятель в области педагогического образования. Он принимал активное участие в организации преподавания, писал рецензии на учебники. Методика арифметики Евтушевского была подвергнута им резкой критике. Чебышев отмечал, что русская методика арифметики идет самобытным путем. Он считал, что всякое нововведение должно проверяться на опыте. Сообщение ребенку готовых правил без объяснения он находил вредным для умственного развития ребенка; он предлагал в начальной школе давать правила с такими доступными для детей объяснениями, которые заменили бы доказательства.

Вопросо-ответную форму обучения Чебышев считал полезной, так как учащиеся путем беседы подводятся к самостоятельным выводам, находил необходимым приложение усвоенной теории к решению задач.

II. Метод изучения действий

Этот метод состоит в том, что в основу занятий по арифметике ставится изучение приемов выполнения четырех арифметических действий. Числа в данном случае являются лишь материалом, на котором изучаются эти приемы.

При таком подходе к изучению арифметики возможны два способа построения работы: 1) действия изучаются последовательно одно за другим, начиная со сложения, причем каждое действие изучается в применении ко всем числам, начиная с десятка и кончая числами любой величины; 2) действия изучаются совместно, т. е. берутся числа определенной величины, например в пределе 10, 100, 1000 и т. д., и изучаются приемы выполнения всех четырех действий над этими числами. Понятно, что второй путь, как соответствующий росту развития ребенка, наиболее целесообразен; он и применяется на практике.

Известный методист С. М. Шохор-Троцкий (1853—1923) в 90-х годах прошлого столетия выдвинул новый оригинальный метод обучения арифметике, названный им «методой целесообразно подобранных задач». Сущность этого метода состояла в том, что, по мысли Шохор-Троцкого, «усвоение арифметики должно проходить при помощи более или менее самостоятельной работы ученика над искусно подобранными заданиями-задачами».

Шохор-Троцкий сделал попытку классифицировать задачи на арифметические и алгебраические, но методисты (например, Егоров) решительно возражали против этой классификации. Шохор-Троцкий впервые ввел деление задач на неприведенные и приведенные; он признавал троякую цель обучения арифметике: образовательную, практическую и воспитательную.

Современник Шохор-Троцкого, выдающийся методист А. И. Гольденберг (1837—1902), благодаря трудам которого в русской школе укрепился метод изучения действий, энергично восстал против «методы целесообразно подобранных задач» Шохор-Троцкого. В своих «Беседах по счислению» Гольденберг говорит: «Прежде чем решить задачу, надо знать и уметь производить действия над числами, а также помнить необходимые табличные результаты, а этому дети научаются на примерах. Решение задач, как бы они просты ни были, потребует со стороны малышей некоторой умственной деятельности; им предстоит из предложенной задачи выделить ее арифметическое содержание, т. е. тот числовой вопрос, который облечен в форму весьма замысловатого рассказа».

Гольденберг считает необходимым знакомить детей с механизмом вычислений на примерах и только потом, когда дети на примерах усвоят производство действий, переходить к задачам.

Гольденберг дал критику метода изучения чисел. Основным методом обучения начальной арифметике он считал метод изучения действий. Им дана следующая система обучения начальной арифметике: материал разбивается на: а) концентр первого десятка, б) концентр первой сотни и в) числа любой величины. В каждом концентре изучаются четыре действия. В концентре первой сотни рассматриваются простейшие дроби. После чисел любой величины изучаются четыре действия над составными именованными числами. Правила действия даются только в концентре чисел любой величины, определения — только в конце курса. В первом и втором концентрах действия выполняются устно или полуписьменно, механизм действий усваивается в концентре чисел любой величины.

Изучение действий на всех концентрах сопровождается решением задач; со второго концентра вводятся типовые задачи. Гольденберг разделял задачи на арифметические и алгебраические, хотя не дал достаточно определенных признаков для такого деления. В методике решения задач им сделано многое: были сформулированы основные этапы решения задач (анализ, план, решение, проверка), показаны приемы рассуждений ряда типовых задач и т. д.

Опыт работы с учителями заставил Гольденберга отнестись критически к некоторым положениям своей методики; так, например, он нашел необходимым выделить концентр чисел «второй десяток», распространить устный счет на числа больше 100 и пр. Внести эти поправки в книгу «Методика» помешала преждевременная смерть Гольденберга.

Методика Гольденберга содержит разработку курса трех первых лет обучения, поэтому в ней мало затрагиваются вопросы теории арифметики. Этим вопросам большое внимание уделил методист Ф. И. Егоров (1846—1915). Заслуга Егорова в том, что он не только разработал методически весь курс арифметики, но и дал методику преподавания теории арифметики. Им подробно разобраны вопросы о зависимости между элементами действий и об изменении результата в зависимости от изменения данных.

Вопрос о задачах Егоров разбирает очень обстоятельно. Он классифицирует задачи по арифметическому содержанию и вытекающему отсюда способу решения. Егоров считает полезными для детей те задачи, при решении которых дети участвуют не только в вычислениях, но и в установлении зависимости между величинами и в выборе приема решения.

Егоров находит, что на решении простых задач можно вполне уяснить детям необходимость и смысл действий над числами, познакомить их с различными случаями применения каждого действия и с различными способами выражения одного и того же арифметического требования. «Никакие определения, разъяснения и правила в этом отношении не могут заменить хорошо и последовательно подобранных простых задач»[1].

Опыт дореволюционной школы показал, что наиболее жизненным оказался метод изучения действий в соединении с методом целесообразно подобранных задач. Шохор-Троцкий и Егоров, придавая особое значение задачам, до известной степени затеняют значение самого метода изучения действий; задача в их понимании является как бы самоцелью.

Из других дореволюционных методистов необходимо отметить К. П. Арженникова. Он наиболее удачно разрешил вопрос о преподавании арифметики в начальной школе, введя в практику метод совместного изучения действий.

[1] Ф. И. Егоров, Методика арифметики, 1915, стр. 60.

III. Метод совместного изучения действий

Разобрав подробно метод изучения числа и метод изучения действий, Арженников в своей «Методике арифметики» рекомендует метод совместного изучения действий. Он предлагает изучать арифметику в таком порядке: 1) первый десяток, 2) круглые десятки, 3) первые два десятка, 4) первая сотня, 5) первая тысяча и 6) числа любой величины. Такое расположение арифметического материала он находит правильным, так как изучению действий над числами любой величины предшествует составление и усвоение таблицы действий, а так как таблицы действий вообще заключены в пределе 100 (наибольший результат таблицы умножения $9 \times 9 = 81$), то становится понятным выделение арифметики первой сотни. В области первой сотни может быть подразделение: может быть выделено изучение действий в пределе двух первых десятков, так как таблицы сложения и вычитания содержатся в пределе первых двух десятков (наибольший результат таблицы сложения $9+9=18$). Так как сложение однозначных чисел, дающих в сумме больше десяти ($9+4$), и соответствующее вычитание ($14-6$) чрезвычайно удобно выполняются, когда известны результаты сложения и вычитания в пределе десяти ($9+4=9+1+3=10+3$; $14-6=$ $=14-4-2=10-2$), то весьма естественно сначала пройти арифметику первого десятка.

С этим методом обучения начальной арифметики русскую школу и застала Великая Октябрьская социалистическая революция. Этот метод в основном применяется в советской школе и в настоящее время.

§ 13. ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ ПОСЛЕ ВЕЛИКОЙ ОКТЯБРЬСКОЙ СОЦИАЛИСТИЧЕСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ

В первые годы революции в специальных журналах было напечатано большое количество весьма ценных методических статей. Кроме того, было широко развернуто издание методических работ по частным вопросам методики арифметики в провинции (краевые и областные издательства).

Из программы арифметики исключено изучение «правил» решения задач, не имеющих ни образовательного, ни практического значения (учет векселей, цепное правило). Кроме того, исключены системы мер с их разнообразием единиц и единичных отношений (например: миля=7 верстам, верста=500 саженям и т. д.). В программу введена метрическая система мер. Материал для задач, для заданий берут из производства, из окружающей детей жизни, общественной и домашней, широко проникает в школу статистика, отражающая динамику социалистического строительства.

Этим математика сближается с жизнью, учащиеся начинают чувствовать и понимать практическую значимость изучаемого материала. Сближение математики с жизнью — это одно из достижений школы послереволюционного периода.

Программа начальной школы отражает сближение школы с жизнью. Умение измерять требуется в любой отрасли техники, в любом производстве. Поэтому при изучении мер дети упражняются в измерении длин, во взвешивании, в определении на глаз длин, расстояний, в определении приблизительного веса тел по ощущению тяжести.

В программу включены знания из области наглядной геометрии. Учащиеся знакомятся с простейшими видами четырехугольников, со способами вычисления площади прямоугольника, квадрата, объема куба и прямоугольного параллелепипеда. Изучение геометрического материала ведется наглядно и дает учащимся практические навыки.

Учащиеся упражняются в измерении отрезков прямой линии, в построении прямых углов с помощью угольника и линейки, в черчении прямоугольников и квадратов.

На местности проводятся работы по провешиванию линий, построение прямых углов с помощью эккера, построение на местности и измерение сторон прямоугольников и квадратов.

При изучении квадратных мер измеряют площади прямоугольников, например: пола классной комнаты, школьного огорода, сада и т. д.

При изучении кубических мер учащиеся упражняются в вычислении объема классной комнаты, жилой комнаты, погреба и т. п.

Программа уделяет большое внимание навыкам устного счета, имеющего широкое применение в обыденной жизни, а также вычислениям на конторских счетах.

В каждом классе решаются задачи, которые составляются учителем и учениками на местном материале; богатый материал для задач дает социалистическое строительство, сельское хозяйство. Знание арифметики используется для более глубокого осмысливания социалистического строительства, для воспитания в детях сознательного отношения к труду и советского патриотизма.

§ 14. ВНЕКЛАССНЫЕ ЗАНЯТИЯ В КУРСЕ АРИФМЕТИКИ

Математические игры и развлечения являются частью «занимательной математики».

Занимательная математика должна найти свое место в начальной школе, она вносит элемент эмоции в восприятие, а все воспринятое с элементом эмоции в детских годах зачастую остается в памяти на всю дальнейшую жизнь.

Занимательная арифметика развивает сообразительность, смекалку, приучает к находчивости, развивает комбинаторные способности детей.

К занимательной арифметике тесно примыкают и математические игры.

С методической точки зрения занимательная математика и, в частности, математические игры ценны тем, что они закрепляют ранее приобретенные навыки, пробуждают интерес к математике как к науке, вызывают у детей стремление к дальнейшим занятиям математикой. Математические игры и математические развлечения в виде загадок, задач-шуток, числовых курьезов, числовых соотношений, головоломок служат обычно хорошим средством для оживления работы класса.

Математические игры требуют для своего проведения и соответствующего дидактического материала, и значительного количества времени, поэтому игры можно рекомендовать для занятий по преимуществу во внеурочное время. На уроках же математики можно время от времени знакомить учащихся с сущностью той или иной игры, с правилами ее ведения, показать игру, затратив на это не более 10 мин. из урока. Дальше уже дети самостоятельно играют в свободное время.

Группа занятий, объединяемых термином **математические развлечения**, заключается в решении всякого рода **занимательных** задач, головоломок, отгадывании загадок с математическим содержанием.

Эти занятия не требуют в большинстве случаев дидактического материала; на проведение их не нужно много времени, а потому они могут иметь место и на уроках математики, и в заданиях на дом; их нужно чередовать с устным беглым счетом; как и последний, они оживляют урок, создают бодрое настроение, возбуждают у детей интерес к занятиям математикой и, кроме того, способствуют закреплению математических навыков.

Внеклассная работа по арифметике, как и всякая внеклассная работа, имеет большое образовательное и воспитательное значение. Эта работа расширяет кругозор детей, развивает у них любовь к знаниям, прилежание к труду, содействует повышению успеваемости и дисциплинирует их поведение. Внеклассная работа по арифметике обогащает детей новыми знаниями, воспитывает чувство коллективизма, развивает сообразительность, находчивость, упорство в достижении цели, поднимает интерес к изучению арифметики и т. п.

Работая с интересом на внеклассных занятиях, дети меньше устают, чем на классных занятиях.

К внеклассной работе по арифметике относятся: занятия в математических кружках, выпуск математической газеты или математического уголка в классной или общешкольной газете, организация классного математического уголка, проведение математических экскурсий, математических вечеров с показом работы кружка или класса, математическая олимпиада.

В зависимости от целевой установки внеклассные занятия могут способствовать углублению знаний, освоению приемов быстрых вычислений, развитию активного внимания, практическому применению теоретических знаний, выявлению лучшего счетчика класса и т. д.

От учителя внеклассные занятия требуют большой подготовки. Прежде чем приступить к организации внеклассных занятий, учитель должен составить план занятий.

Кружковая работа по арифметике

Кружки организуются главным образом из учащихся III—IV классов.

Работа группы детей в кружке имеет значение и для всего класса. Члены кружка — первые помощники учителя в изготовлении наглядных пособий, в проведении экскурсий, выпуске математической газеты, в организации конкурса на лучшего математика класса или школы по решению задач, в устройстве математических вечеров с показом своей работы, в организации математического уголка класса и т. п.

Первое занятие должно быть особенно хорошо подготовлено, чтобы создать интерес у учащихся к дальнейшим занятиям.

Занятия кружка проводятся обычно один раз в неделю. Нередко на внеклассных занятиях учащиеся работают более успешно, чем на классных занятиях,— тем самым подтверждается, что игры и другие занятия по занимательной арифметике способствуют более успешному обучению. Каждое занятие должно иметь целевую установку.

На кружковых занятиях решают задачи замысловатые и занимательные, головоломки, загадки, осваивают приемы быстрого счета, технику вычислений на счетах и т. д.; на занятиях используются различные счетные таблицы, числовые фигуры, проводятся игры настольные и подвижные, инсценировки и т. п. Для кружковых занятий можно брать задачи, не являющиеся обязательными в курсе начальной школы, например задачи на предположение, на уравнивание и др. Могут быть отступления от программы данного класса в пользу задач на сообразительность.

Практика показывает, что учащиеся с большим интересом решают задачи, требующие сообразительности, головоломки со спичками, загадки, поэтому в конце занятий надо иногда уделять минут 10 на решение подобных задач.

Интересны для учащихся задачи-расчеты: составление сметы на оклейку комнаты, на побелку класса, на озеленение школьного участка, бюджет семьи и т. д. К подбору числовых данных для этих задач привлекаются учащиеся.

Нетрудно составить интересные для детей задачи, содержание которых связано с другими предметами: с естествознанием, географией, физикой, историей; использовать данные, например, о размножении растений рыб, птиц, животных, о числе зерен различных культур в 1 *кг*, о скорости передвижения животных, птиц, машин (велосипеда, автомобиля, поезда, самолета), о дальности перелета птиц, о высоте полета птиц (сравнить с высотой облаков, с рекордной высотой поднятия стратостата и т. д.), использовать знаменательные даты открытий из области науки, техники, культуры, искусства и т. п. Такие задачи несложны по математическому содержанию, но имеют большое значение для развития кругозора учащихся. Учителю необходимо собирать соответствующий материал.

В воспитательных целях на кружковых занятиях даются задачи, помогающие понять грандиозность социалистического строительства, например: «Первый космонавт Ю. А. Гагарин поднялся в космос 12 апреля 1961 года в 9 час. 7 мин. по московскому времени на космическом корабле «Восток» и, совершив полет вокруг Земли, в 10 час. 55 мин. вернулся на Землю. Сколько минут продолжался первый полет человека в космос?»

«Вес космического корабля «Восток», на котором впервые в истории был осуществлен полет человека в космос, равнялся 4725 *кг*, вес первого в мире искусственного спутника Земли был на 4641,4 *кг* меньше, а вес первой в мире космической ракеты — на 1388,4 *кг* больше веса первого спутника Земли. Определить вес первой космической ракеты».

«Первый советский летчик-космонавт Юрий Гагарин пролетел в космической ракете около 40 тыс. *км* за 108 мин. Определить среднюю минутную скорость, с какой летел Ю. Гагарин, с точностью до 1 десятка километров».

«Летчик-космонавт Г. С. Титов начал свой космический полет 6 августа 1961 г. в 9 час. и вернулся на Землю 7 августа в 10 час. 18 мин. Сколько времени продолжался полет Г. Титова в космос?»

«На Уральском заводе тяжелого машиностроения сооружаются экскаваторы-гиганты с емкостью ковша 20 *куб. м*. Такой экскаватор работает в среднем 22 часа в сутки. На заполнение ковша грунтом и перемещение его уходит в среднем 1 минута. Сколько рабочих заменяет экскаватор, если 1 рабочий за смену при ручной работе мог выкопать и переместить около 5 *куб. м* грунта?»

«Первый искусственный спутник Земли весил 83,6 *кг*. Космический корабль «Восток-2» весил 4731 *кг*. Поставить вопрос и решить задачу».

Приведем несколько задач и примеров, которые можно предложить на внеклассных занятиях.

1. «У пяти братьев по одной сестрице у каждого. Сколько всего детей?»
2. «На столе на блюдечке лежали 4 конфеты. К столу подошли Катя,

Надя, Вера и Оля. Не разламывая конфет, разделить между ними конфеты поровну, чтобы одна конфета осталась на блюдечке». (Эту задачу можно инсценировать и в I классе.)

3. «Летела стая гусей: 1 гусь впереди, а 2 гуся позади, 1 гусь позади, а 2 гуся впереди, 1 гусь между двумя и 3 в ряд. Сколько было гусей?»

4. «Задумайте любое целое число от 1 до 9. Умножьте его на 5, результат удвойте, к полученному числу прибавьте 4, зачеркните первую цифру, к оставшемуся числу прибавьте единицу. У вас получилось 5. Как мы это узнали?»

5. «У Миши было на 5 орехов больше, чем у Коли. Коля взял у Миши 4 ореха. У кого из них больше орехов и на сколько?» (У Коли больше на 3 ореха).

6. Написать число 100 четырьмя одинаковыми цифрами.

7. Найти суммы рядов чисел.

Имеем несколько рядов чисел:

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

«Сумма чисел первого вертикального ряда 55. Быстро найти суммы остальных четырех вертикальных рядов».

«Сумма чисел первого горизонтального ряда 15. Быстро найти суммы остальных четырех горизонтальных рядов».

8. Умножение на 37.

При умножении числа на 37, если оно делится на 3, его делят на 3 и умножают на 111:

$27 \cdot 37=(27:3)\cdot(37\cdot 3)=9\cdot 111=999.$
$23 \cdot 37=(24-1)\cdot 37=(24:3)\cdot(37\cdot 3)-37=8\cdot 111-37=$
$=888-37=851.$
$28\cdot 37=(27+1)\cdot 37=27\cdot 37+37=999+37=1036.$

Примеры: $21\cdot 37$; $25\cdot 37$; $18\cdot 37$; $17\cdot 37$.

9. Умножение двузначного числа на двузначное, когда число десятков в первом и втором числе одинаковое:

$47\cdot 48=(4\cdot 10+7)\cdot(4\cdot 10+8)=10\cdot 4\cdot 10\cdot 4+10\cdot 4\cdot 7+10\cdot 4\cdot 8+7\cdot 8=$ $10\cdot(410\cdot 4+7+8)+7\cdot 8=4\cdot 10\cdot(47+8)+7\cdot 8=4\cdot 10\cdot 55+7\cdot 8=220$ десятков$+56=2256.$
$38\cdot 37=30\cdot(38+7)+8\cdot 7=30\cdot 45+7\cdot 8=1350+56=1406.$
$78\cdot 74=(78+4)\cdot 70+4\cdot 8=82\cdot 70+32=5740+32=5772.$

Примеры: $35\cdot 34$; $42\cdot 43$; $57\cdot 52$

10. Числа-великаны.

Подсчитай-ка, на сколько километров протянулась бы шеренга в 1 000 000 учащихся, если бы каждые два из них заняли 1 *м*.

Сколько часов непрерывно надо было бы ехать на автомашине вдоль этой шеренги, если машина проезжает 50 *км* в час?

Какова была бы толщина в 1 000 000 листов, если стопка в 100 листов имеет толщину 1 *см*?

Свыше одного миллиарда книг.

В нашей стране издается каждый год более 1 млрд. книг. Если считать в среднем, что в каждой книге по 100 листов, и если ставить книги на ребро, вплотную друг к другу, то для их размещения нужна полка длиной более 100 *км*. На электропоезде надо ехать полтора часа без остановки!

А за сколько времени можно пройти это расстояние, если в час проходить 4 *км*?

11. Головоломки.

а) Дан ряд цифр: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Вставить знаки «+» и «—» так, чтобы результат сложений и вычитаний был равен 100.

Ответы: 12+3—4+5+67+8+9 (6 знаков действий) или 123+4—5+ +67—89 (4 знака действия).

б) Написать число 100 пятью тройками $\left(33\cdot 3+\frac{3}{3}\right)$.

в) Загадочные записи.

В примерах на умножение, которые помещены ниже, не хватает некоторых цифр, заполнить цифрами свободные места, указанные звездочкой:

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r} *2* \\ *7 \end{array} \\ \hline 22*8 \\ *6*0 \\ \hline 1*46* \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\begin{array}{r} 56* \\ *4 \end{array} \\ \hline **72 \\ *13* \\ \hline 1363* \end{array}$$

г) Интересные результаты:

$$11\times 11=121$$
$$111\times 111=12\,321$$
$$1111\times 1111=1\,234\,321$$

Продолжите эти ряды так, чтобы получилось 6 строчек.

д) Составим девятиклеточный занимательный квадрат. Начертим квадрат из 9 клеток; запишем числа от 1 до 9 в три ряда в таком порядке: в первом ряду: 1, 2, 3, во втором ряду: 4, 5, 6, в третьем ряду: 7, 8, 9, как показано на чертеже.

		3		
	2		6	
1		5		9
	4		8	
		7		

2	7	6
9	5	1
4	3	8

Числа, стоящие вне квадрата, вписываем внутри его так, чтобы они примкнули к противолежащим сторонам квадрата (оставаясь в том же столбике или строке, что и раньше). В результате получается квадрат, в котором сумма чисел по столбцам, и по строчкам, и по диагоналям равна 15.

Способ этот можно применить к составлению квадрата в 5×5 клеток.

е) Сколько осталось ножниц?

В двух ящиках для уроков труда хранились ножницы, по 20 штук в каждом. Перед уроком труда учительница взяла несколько ножниц из одного ящика, а затем из второго взяла столько, сколько осталось в первом ящике. Сколько ножниц осталось в обоих ящиках?

ж) Как увеличить число 86 на 12, не производя никакой записи?

з) Сумма и произведение четырех целых чисел равны 8. Что это за числа?

и) Сумма каких двух целых чисел больше (равна) их произведения?

к) Как разделить число 1888 на две части так, чтобы в каждой половине получить по тысяче?

л) Двумя прямыми линиями разделить циферблат часов на три части так, чтобы после сложения чисел в каждой части получились три равные суммы.

м) Переложив одну палочку, получить правильное решение:

VI—IV=XI, VI—IV=IX, IX—VI=XVI.

Математическая газета

Математическая газета имеет целью развитие интереса к математике.

Инициативная группа из 3—4 человек или редколлегия вовлекает учащихся в работу по сбору материала. Отбором материала в соответствии с вычислительными навыками читателей-учащихся руководит учитель. Газета должна содержать материал как для сильных, так и для средних и слабых учащихся.

К оформлению газеты привлекаются учащиеся III и IV классов с четким разборчивым почерком, а иногда и родители. Первый номер газеты должен быть особенно красочным и содержательным, оформлен соответствующими рисунками.

Если мало материала для выпуска математической газеты, можно организовать математический уголок в общешкольной или классной газете, поместив в нем математические загадки, головоломки, задачи, ребусы и т. п. В общешкольной газете можно выделить «уголок малыша», помещая в нем материал, доступный для учащихся I и II классов. Интерес к газете возрастает, если газетный материал используется в классе. Например, учащимся, справившимся с решением газетных головоломок или задач, можно дать на уроке время для их объяснения классу, или же учитель на уроке разбирает с классом какую-нибудь интересную задачу, головоломку, вводя таким образом занимательную арифметику в классные занятия.

Учитель ведет учет, кто из учащихся с интересом относится к газете, кто не обнаруживает интереса. Наиболее активных ребят следует отмечать в газете.

Математический уголок класса

Цель его — закрепление и углубление знаний по арифметике и геометрии.

Уголок создается при активном участии детей. Здесь помещается математическая газета, сборники самостоятельно составленных задач и диаграмм, образцы жизненно необходимых задач с их решениями, например: составление сметы на окраску пола, стен, справочники цен, нормы выработки, изготовленные учащимися модели геометрических тел, наглядные пособия и т. д., а также материал, иллюстрирующий состояние района и доступные детям вопросы послевоенной пятилетки.

Нужно организовать работу математического уголка так, чтобы учащиеся сами несли туда интересующие их числовые данные, взятые из жизни, газет или при изучении других дисциплин, с тем чтобы в дальнейшем использовать этот материал при составлении задач.

В уголке должны быть инструменты для черчения диаграмм, планов и для изготовления наглядных пособий, настольные игры, инвентарь подвижных игр, измерительные приборы.

Уголок работает по плану, связанному с планом классной и внеклассной работы учителя по арифметике.

В конце каждого полугодия в уголке выставляются лучшие тетради учащихся, учетные данные о работе класса и отдельных учащихся; показ итогов работы рекомендуется приурочить к родительским собраниям.

Математическая олимпиада

В последнее время проводятся школьные, городские, районные, областные и республиканские математические олимпиады. Олимпиада повышает уровень подготовки учащихся и улучшает работу учителя.

Одна из форм проведения олимпиады следующая.

Учителя подготавливают положение об олимпиаде, определяют, каким числом очков учитывать решение задачи или упражнения, сколько времени отвести на подготовку, сколько очков засчитывать учащемуся, если он только наметил план решения, рассматривают вопрос о консультациях, проводимых во время подготовки к I и II турам олимпиады, срок проведения олимпиады и т. п.

Учителя подготавливают также набор задач и упражнений для тренировки учащихся перед I и II турами и для решения в I и II турах. Школьная математическая комиссия утверждает предложенный материал. Для тренировки перед каждым туром вывешивается набор 10—20 задач, упражнений и вопросов на сообразительность. В первом наборе не следует давать очень трудных задач, чтобы не подорвать у учащихся веру в свои силы.

Это же требование относится к задачам I тура III—IV классов. Для I тура можно дать на 2 астрономических часа две задачи выше средней трудности и один вопрос на сообразительность.

Перед II туром также дается набор тренировочных задач и упражнений, но трудность их уже выше средней, и по разбору их решений проводится консультация.

Ко II, заключительному туру допускаются учащиеся, получившие установленное число очков согласно принятому положению об олимпиаде. Выполнение тренировочных задач обычно не засчитывается.

Олимпиаду можно проводить и в другой форме, а именно каждому классу (III и IV) дается набор из 10—15 задач для письменного решения дома на срок не более двух недель.

Мы считаем целесообразнее проводить I тур олимпиады по второй форме.

Выполнение оценивается числом очков согласно принятому положению. Ко II туру допускаются учащиеся, набравшие установленное число очков. Во II туре для учащихся даются две задачи и один вопрос для письменного решения на 2 астрономических часа. Вручение призов победителям олимпиады нужно провести возможно торжественнее.

Олимпиада способствует повышению качества работы учителя, так как при обработке материалов I и II туров учитель видит недостатки и в процессе преподавания исправляет их. Олимпиады обычно проводятся во II полугодии в период с 15 января по 15 марта. На всю олимпиаду отводится примерно $1\frac{1}{2}$ месяца. К участию во внутришкольной олимпиаде допускаются все желающие.

Из числа участников внутришкольной олимпиады выделяются команды на районную или городскую олимпиаду, которая проводится в один и тот же день во всех школах, причем положение об олимпиаде и наборы задач и упражнений учителя уже получают от районного или городского методического кабинета.

Чтобы облегчить учителям подготовку учащихся к математической олимпиаде, облоно рассылает на места набор тренировочных задач и упражнений.

Экскурсии

В программе начальной школы указаны следующие измерительные работы на местности: провешивание и измерение прямых на земле, построение прямого угла и прямоугольного участка на местности, измерение площади на местности, съемка плана прямоугольных земельных участков.

Для этих работ необходимы веревки, вешки, эккер. Разбив класс на группы, надо обеспечить инструментами каждую группу. Изготовлением измерительных приборов занимаются учащиеся в кружках или на классных занятиях.

Содержание и методика землемерных работ даны в главе о землемерных работах. В зависимости от поставленной цели на экскурсиях учащиеся могут научиться:

1. Определять стороны горизонта по компасу.
2. Ориентироваться на местности без компаса.
3. Находить дорогу по плану.
4. Читать план местности.
5. Определять ширину реки.
6. Определять дальность расстояния.

7. Определять высоту предмета по тени или при помощи высотомера.

Занятия на открытом воздухе, где внимание учащихся рассеивается, труднее проводить, чем в классной обстановке.

Составляя план экскурсий, необходимо отвести время на отдых и продумать, чем занять учащихся в эти минуты. Рекомендуется во время отдыха на экскурсии проводить игры подвижные, сидячие, игры-развлечения, игры-эстафеты и т. п.

На экскурсии в учебное время отводится $1^1/_2$—2 часа, из них на образовательную работу — от 1 часа до 1 часа 20 мин. Перерывы делаются 2—3 раза по 15—20 мин. каждый.

Экскурсии, как и землемерные работы, строятся по определенному плану. Готовясь к экскурсии, учитель должен: 1) ознакомить учащихся с ее целью и содержанием, 2) обеспечить учащихся измерительными приборами, 3) четко спланировать все отдельные моменты работы продолжительностью 15—20 мин. 4) организовать отдых в процессе экскурсионной работы, 5) подвести итог проведенной экскурсии, 6) дать учащимся задания с целью закрепления полученных выводов.

Готовясь к экскурсии, учитель должен предварительно побывать на месте экскурсии и проделать сам с двумя-тремя ближайшими помощниками намеченные для экскурсии измерения.

ГЛАВА IV

НАГЛЯДНЫЕ ПОСОБИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

§ 15. ЗНАЧЕНИЕ И СУЩНОСТЬ НАГЛЯДНОСТИ ОБУЧЕНИЯ АРИФМЕТИКЕ

В учебнике педагогики в разделе «Наглядность» в заключение читаем: «Наглядность требуется не только по психологическим основаниям, но и по основаниям логическим, теоретико-познавательным. Источником познания для нас является материальный мир с общественной деятельностью людей. И отсюда — в процессе познания изучаемых предметов и явлений надо прежде всего отправляться именно от самих вещей, от фактов. Без этого невозможно формирование понятий, вполне сознательное усвоение обобщений. Мы должны вести ребенка к абстрактному мышлению, но вести от живого созерцания, строить его абстракции на конкретной базе. А затем организовывать закрепление усвоенных ребенком обобщений — правил, законов, теорем — путем применения их в дальнейшей практике ученика — в задачах, в упражнениях, в самостоятельных творческих работах, в жизненных случаях» (изд. 4, стр. 125—128).

В учебнике психологии сказано: «Познание действительности начинается с ощущения и восприятия окружающего мира, которое дает нам знание об отдельных конкретных предметах, о внешних отношениях, существующих между ними.

Затем идет мысленная переработка данных, полученных путем ощущений и восприятий, которая позволяет нам понять общие закономерности, существующие в окружающей действительности.

Такое обобщенное отражение действительности возможно лишь с помощью языка.

Обобщение при помощи слова данных, полученных путем ощущения и восприятия, приводит к образованию понятий» («Психология», стр. 116 и 117).

При обучении арифметике учащиеся должны усвоить ряд знаний и арифметических понятий.

Усвоение арифметического материала связано с развитием отвлеченного мышления учащихся. Физиологической основой для отвлеченного мышления, согласно указанию академика И. П. Павлова, является работа второй сигнальной системы в тесном взаимодействии с первой, т. е. работа слова, связанная с непосредственными ощущениями.

В учебниках психологии и педагогики для педагогических училищ об этом сказано подробно, а поэтому на этом вопросе мы здесь не останавливаемся.

Чтобы объяснение было понятно, оно должно опираться или на непосредственное восприятие окружающей действительности, или на представления, образовавшиеся ранее. Поэтому учитель начальной школы при обучении арифметике должен возможно шире применять наглядность и тем создавать благоприятные условия для развития речи и мышления детей, для глубокого и сознательного усвоения учебного материала.

Рассмотрим на примере, как происходит процесс познания при обучении арифметике.

Здесь необходимо соблюдать следующую постепенность: первым шагом при изучении нового должно быть наглядное восприятие сообщаемого. Например, при разъяснении приема вычитания в пределе 20 с переходом через десяток на наглядном пособии (на счетах) разъясняется, что для вычитания 5 из 12 надо сначала отнять от 12 косточек две, а затем от оставшихся 10 косточек отнять 3 косточки.

Учащиеся получают зрительное восприятие. Зрительное восприятие сопровождается объяснением учителя. Далее предлагаем самим учащимся проделать это на палочках; затем ученики повторяют объяснение.

Следующий этап мышления — переработка данных, полученных путем ощущения и восприятий. Учитель предлагает учащимся применить этот прием на вычитании воображаемых предметов, например: от 12 яблок отнять 5 яблок. Наконец, даем отвлеченный пример: от 12 отнять 5. Применив затем объясненный прием в ряде других аналогичных примеров (14—6; 11—4; 13—7), учащиеся делают вывод правила вычитания из двузначного числа однозначного, когда число единиц вычитаемого больше числа единиц уменьшаемого. Здесь мы имеем постепенный переход от непосредственного ощущения к отвлеченному мышлению в такой последовательности.

Ученик видит, что делает учитель при объяснении нового материала, сам проделывает на дидактическом материале тот же прием, слышит объяснение учителя, сам повторяет объяснение. Таким образом, возникает ряд временных нервных связей, составляющих физиологическую основу усвоения материала. На базе конкретного материала ученик делает обобщение.

По мере развития у детей навыков отвлеченного мышления работу можно сразу начать с умозрительной наглядности (деятельность воображения и памяти), так как у детей к тому времени вообще имеется достаточный запас материала для этого. При пользовании наглядными пособиями необходимо соблюдать следующие основные требования:

1. Наглядность нельзя превращать в самоцель. Например, при разъяснении сложения с переходом через 10 наглядные пособия надо применять не потому только, что это полагается делать на уроках арифметики, наглядные пособия здесь необходимы для разъяснения и запоминания приема сложения.

2. Необходимо помнить, что в конечном счете при изучении арифметики мы должны дать учащимся навыки отвлеченного (абстрактного) мышления: наглядное восприятие — это лишь первый шаг на пути воспитания и развития отвлеченного мышления.

Учитель должен соблюдать чувство меры при применении наглядности. Ни в коем случае не следует прибегать к наглядности, если ученик уже в состоянии выполнить то или иное действие на отвлеченных числах.

С другой стороны, не исключена необходимость применения наглядности и при повторении пройденного, если учитель заметит, что изучаемое не усвоено учащимися, и ему приходится снова это объяснять. Значит, учитель должен избегать двух крайностей в отношении наглядности: 1) игнорирования ее и 2) увлечения ею (применения наглядных пособий, когда дети овладели техникой отвлеченного счета).

В школьной практике нередко наблюдается такое явление, когда стены класса увешаны весьма большим количеством наглядных пособий, например картин, таблиц, которыми пользовались при прохождении программы, причем эти пособия часто висят весь год уже после прохождения темы, для которой они были приготовлены. Нужно оставлять на стене лишь те пособия, которые связаны с данной темой.

§ 16. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ К НАГЛЯДНЫМ ПОСОБИЯМ

Одной из основных задач обучения арифметике в начальной школе является развитие навыков отвлеченного мышления; однако ни одно отвлечение не может возникнуть без наличия в сознании соответствующего конкретного образа; поэтому правильно построенное обучение арифметике должно начинаться с конкретного и постепенно переходить к отвлеченным выводам.

Заметим следующее: нельзя торопиться и насильно переводить детей от конкретного счета к отвлеченному (дети прячут руки под парты и там считают на пальцах).

Дети в начальной школе мыслят конкретно, легко усваивают лишь то, что проходит перед ними в форме объектов, которые они могут воспринять тем или иным анализатором (органом внешних чувств), и чем больше анализаторов будет участвовать в восприятии, тем легче и прочнее будет само усвоение.

Применение наглядности дает возможность детям проявить свою активность; рассматривая те или иные наглядные пособия, учащиеся под руководством учителя делают доступные им самостоятельные выводы.

Иллюстрирование изучаемого материала наглядными пособиями поддерживает внимание ребенка, легко направляет его в нужную сторону.

Иллюстрации создают интерес к работе, а это — главное условие успешности обучения.

Наглядное иллюстрирование изучаемого материала начинается с первых шагов обучения арифметике и проходит через все годы обучения. Первые шаги ребенка в изучении чисел сопровождаются рассматриванием картинок. Перед ним проходит ряд картин (птички, кролики, котята, тракторы, самолеты и т. п.); все это представлено в определенных комбинациях, иллюстрирующих каждое из чисел первого десятка.

При помощи иллюстрации дети усваивают и идею того или иного действия, например: пара котят у тарелки с молоком и бегущий к ним третий котенок наводит детей на мысль, что для ответа на вопрос, сколько всего котят, надо к двум прибавить один. Изучение цифр сопровождается рисунками разного рода предметов в определенном числе. Применение таблиц и рисунков не исключается и тогда, когда налицо самый предмет изучения; например, при прохождении мер наряду с образцами мер применяются и таблицы этих мер.

Совершенно необходима демонстрация таблиц и картин при изучении геометрического материала.

Особую ценность приобретает наглядность при сообщении учащимся более отвлеченных понятий, как, например, переместительное свойство умножения, изменение результатов действий при изменении данных и т. п.

Разъяснение решения многих задач (на движение, разностное и кратное сравнение чисел и др.) должно сопровождаться демонстрацией движущегося предмета, или изображением его, или черчением фигур, линий.

Успешность изучения дробей возможна лишь при условии применения наглядности: демонстрирование бумажных кружков, лент, рисунков. Однако следует иметь в виду, что применение наглядности достигает своей цели в том случае, когда учитель не только демонстрирует то или иное пособие, но и использует эту демонстрацию так, чтобы учащийся сам активно воспринимал сообщаемое.

Для того чтобы наглядное пособие отвечало своему назначению, оно должно быть: а) **просто** по своему устройству, форме, окраске; б) **достаточного размера**, чтобы учащиеся могли хорошо видеть его с места; в) **легко переносимо**; г) **удобоподвижно** в отдельных частях; д) **разложимо** на составные части.

§ 17. ВИДЫ И ОПИСАНИЕ НАГЛЯДНЫХ ПОСОБИЙ

Наглядные пособия могут быть: предметными (объемными), изобразительными (плоскостными) и графическими.

Первые два вида применяются преимущественно в I классе и частично во II классе: при изучении чисел, сложении и вычитании в пределе 10, нумерации и четырех действий в пределе 20, умножении и делении в пределе 100.

К предметным наглядным пособиям принадлежат рисунки отдельных предметов (большей частью нарисованные на бумаге, картоне, фанере и т. п.), картины с зарисовкой на них предметов, фоны с изображением на них опушки леса и с вставкой в прорезы различных рисунков, изображающих животных, птиц и т. п.

Графические наглядные пособия применяются преимущественно в III и IV классах при решении задач на движение и других типовых задач.

Такое распределение наглядных пособий по классам имеет некоторое отклонение: в I и II классах иногда используют и графические наглядные пособия, а в III и IV классах применяются не только графические, но и изобразительные. Как предметные, так изобразительные и графические наглядные пособия можно использовать при фронтальной и индивидуальной работе с учащимися, а поэтому их можно разделить на общеклассные, или демонстрационные, и индивидуальные.

К демонстрационным наглядным пособиям относятся предметные, изобразительные и графические. Они имеют большой размер, и учащиеся с различных расстояний от классной доски видят отдельные предметы, рисунки, чертежи, например наборное полотно со вставкой в него различных плоскостных наглядных пособий: изображения животных, птиц, рыб и т. п. Чертежи должны иметь такой размер, чтобы видны были на чертеже те или иные обозначения с различного расстояния доски. Демонстрационные наглядные пособия применяются для фронтального объяснения на них.

Для индивидуальной работы с наглядными пособиями применяется набор предметных или изобразительных пособий. Особенно много приходится иметь индивидуальных пособий при изучении чисел, сложении и вычитании в пределе 10.

Индивидуальные объемные наглядные пособия могут состоять из палочек, желудей и т. п., изобразительные — из карточек, на которых нарисованы отдельные предметы, сборника задач, где имеются картинки, по которым можно составить задачи или считать отдельные предметы.

Кроме того, наглядные пособия могут быть статичные и динамичные. К первым относятся картины, на которых нарисовано определенное количество животных, птиц или рыб.

К динамичным наглядным пособиям относятся рисунки отдельных предметов, при этом полезно иметь такие, которые обращены в разные стороны. Тогда можно составлять задачи, в которых несколько отдельных предметов не только подходят (подлетают и т. п.) к другим, но и встречаются.

При изучении арифметики различают полную и частичную наглядность. Первая состоит из двух групп предметов или рисунков предметов, и все предметы даны в каждой отдельной группе. К частичной наглядности относятся такие случаи, когда мы даем несколько отдельных карточек, на каждой из которых нарисовано по одному предмету и все эти предметы представляют первое слагаемое, а второе слагаемое числовое, или мы показываем карточку, на которой нарисован только один предмет, и предлагаем составить задачу, состоящую из нескольких таких же предметов.

Кроме того, различают еще условную наглядность, когда один из предметов условно обозначает 10 предметов, хотя он такого же объема и размера, как и каждый из них. К таким наглядным пособиям относят счеты, абак, счетный ящик и т. п.

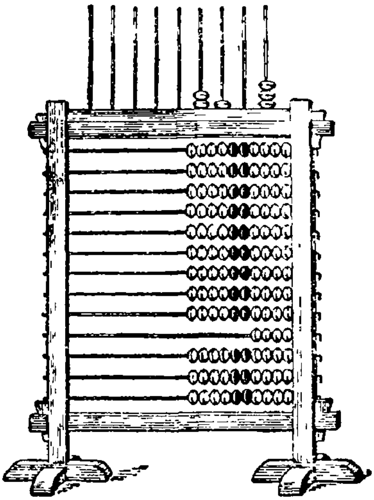
Перечисленные наглядные пособия разделяют на пособия, изготовленные на фабрике (арифметический ящик), изготовленные самими учащимися (палочки, метр и т. п.) и взятые из природы (желуди, яблоки, шишки и т. п.).

В настоящее время учащиеся занимаются ручным трудом. В программе по арифметике указано, какие работы надо выполнить на уроках ручного труда. Полезно некоторые наглядные пособия для учащихся I и II классов изготовить учащимся IV класса.

Рассмотрим наиболее распространенные и оправданные практикой наглядные пособия.

1. ***Ручные русские торговые счеты***, которыми на уроке следует обеспечить каждого учащегося.

2. *Классные счеты.* Устройство их общеизвестно (черт. 2). Но в настоящее время все больше входят в употребление счеты такого устройства, когда снизу три проволоки предназначаются для откладывания десятичных долей единицы (десятых, сотых и тысячных); затем идет проволока с 4 косточками для обозначения четвертей и половин единицы, после же этого расположены 9 проволок для откладывания целых чисел в пределе первых трех классов. На верхней планке этих счетов расположен ряд вертикальных проволок для надевания на них косточек в количестве 10. Это добавление используется при прохождении нумерации многозначных чисел для разъяснения поместного значения цифр.

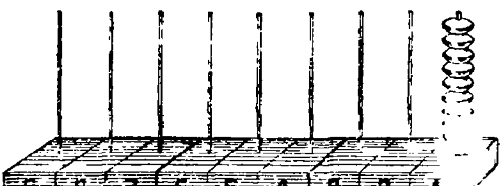


Черт. 2

3. При отсутствии классных счетов эту часть их легко могут приготовить дети вместе с учителем (черт. 3). Для этого нужно взять деревянный брусок примерно 50×10×4 *см.* В нем укрепляются 9 проволок такого размера, чтобы на каждую из них можно было надеть не более 10 косточек счетов (обычно проволоки классных счетов можно вынимать и снимать с них косточки). Каждые 3 проволоки нужно отделять несколько большим промежутком в соответствии с принятой в настоящее время системой записи многозначных чисел с большими промежутками между классами.

Полезно участки для каждого класса окрасить краской разного цвета и на передней грани доски проставить номера разрядов.

4. *Счетный ящик.* Полезным пособием для изучения нумерации многозначных чисел служит счетный ящик, который изображен на чертеже 4.



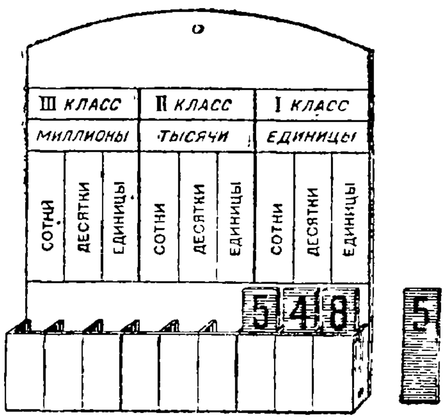
Черт. 3

Он состоит из куска картона или фанеры, к которому снизу приделывается узкий и невысокий ящик, состоящий из 9 отделений (соответственно 9 разрядам многозначного числа): 3 отделения этого ящика соответствуют классу и оклеиваются каждое цветной бумагой разного оттенка; соответственно этому оклеивается и стенка ящика, разделенная так же, как это обычно делается на счетной таблице. В дополнение к ящику нарезаются 10—15 узких полосок картона или фанеры, по ширине равных ширине каждого отделения, и такой высоты, чтобы написанные на верхних концах этих полосок цифры (от 1 до 9 и 0) были выше отделений ящика.

5. ***Счетная доска.*** При изучении нумерации можно применить и счетную доску (черт. 5). Счетная доска делается из фанеры размером примерно 80×60 *см*, и на нее наносится разрядная сетка; желательно каждую полоску (разряд) закрасить особой краской, например: единицы — белой, десятки — красной, сотни — зеленой.

Затем изготовляют из картона 30 кружочков с отверстиями в центре, чтобы можно было вешать их на гвоздики доски.

Это пособие можно использовать и для устной, и для письменной нумерации.

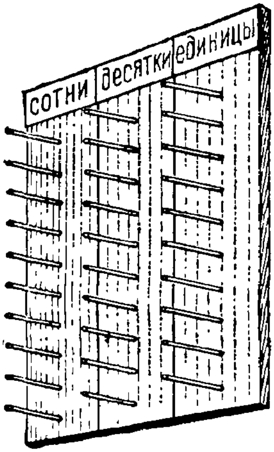


Черт. 4

На руках у детей должен быть *абак* (черт. 6), который дети рисуют на бумаге и наклеивают на кусок картона или фанеры. К нему следует заготовить не менее 30 цветных кружочков, квадратиков или треугольников; при помощи этих фигур можно обозначить на абаке любое число (в зависимости от количества колонок, на которые разграфлен абак). По 10 кружков (квадратиков, треугольников) можно наклеить в столбик на каждую колонку. Колонки надо отделить друг от друга узкой полоской картона или фанеры, прикрепленной так, чтобы в каждую колонку можно было вставить картонную или фанерную линейку. Линейка скользит вдоль колонки. Учащиеся выдвигают линейку и открывают наклеенные фигуры в зависимости от заданного числа.

Абак, используемый для изучения нумерации многозначных чисел, должен быть разделен на 4 части по числу классов; в каждой части по 3 колонки по числу разрядов. Кружки каждого класса имеют свой цвет. При изучении нумерации в первом и во втором концентрах можно рекомендовать цифровую кассу, т. е. набор печатных цифр (подобно буквам при обучении чтению).

6. Как показывает опыт, весьма хороший результат при прохождении сложения и вычитания в пределе второго десятка



Черт. 5

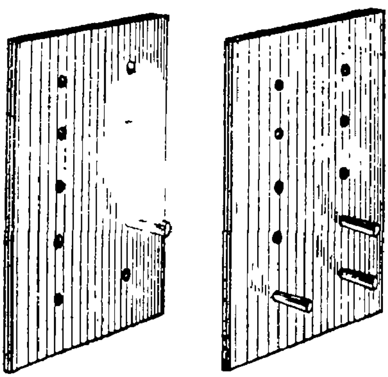
сотни	десятки	единицы

Черт. 6

получается, если применять на уроках следующее наглядное пособие (черт. 7), которое легко сделать в школе. Оно состоит из двух прямоугольных дощечек размером примерно 30×20 *см*.

На каждой дощечке просверлено по 10 отверстий, в которые вставляются 10 круглых деревянных стержней длиной 10—15 *см*.

Такие же дощечки, но меньшего размера, могут приготовить дети каждый для себя.



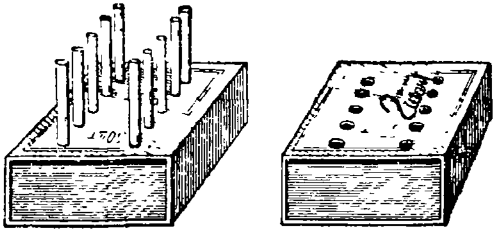
Черт. 7

Дощечки можно заменить двумя спичечными коробками с 10 отверстиями на каждой для втыкания палочек (черт. 8).

Хорошим пособием при сложении и вычитании в пределе 20 является наборное полотно из двух полосок с 10 гнездами на каждой и 20 кружками двух цветов. Такое пособие должен приготовить для себя из листа бумаги каждый учащийся (черт. 9).

7. ***Дробные счеты.*** Дробные счеты отличаются от обыкновенных классных счетов тем,

что на проволоках их вместо шариков надеты узкие подвижные цилиндрики — валики; на одной проволоке валик целый, на остальных валики распилены на различное число равных частей для изображения наиболее употребительных долей $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$, $^1/_5$, $^1/_6$, $^1/_7$, $^1/_8$, $^1/_9$, $^1/_{10}$, $^1/_{12}$, $^1/_{16}$, $^1/_{20}$, $^1/_{24}$. Проволоки вынимаются из рамки, благодаря чему на соседних проволоках можно помес-

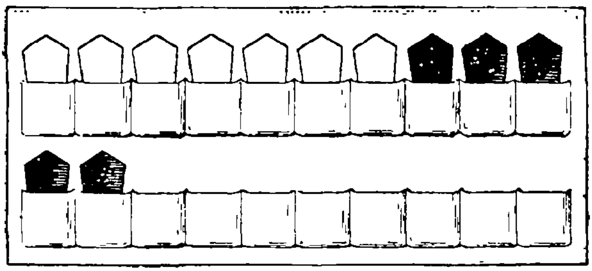


Черт. 8

тить любые из имеющихся долей, что бывает необходимо при сравнении их между собой.

В этом пособии имеется тот недостаток, что на проволоках находится одновременно много разных цилиндриков и некоторые из них могут быть лишними в данное время. Снимать же каждый раз лишние цилиндрики не совсем удобно.

8. ***Арифметический ящик*** представляет собой кубический ящик с открывающейся крышкой и передней стенкой. В ящике внизу помещается несколько квадратных досок, по толщине



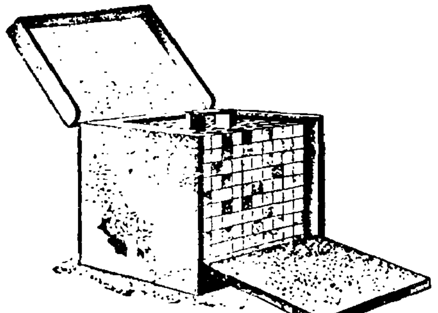
$7+5=7+3+2$

Черт. 9

равных $^1/_{10}$ высоты ящика; на каждой доске намечены линиями деления этой доски на кубики, дальше несколько досок разделены на 2, на 4 части, выше лежат 10 брусочков с намеченными на каждом из них кубиками; наконец, сверху лежат 100 кубиков (черт. 10). Этот ящик может быть использован в различных случаях при прохождении первых трех концентров целых чисел, отчасти — при ознакомлении с дробями $1/2$, $1/4$, при изучении объемов тел.

9. ***Счетные палочки*** (прутики) или спички, солома, связанные в пучки по 10, 100 и 1000 штук. Отдельные палочки применяются при счете до 10, пучки по 10 штук — при прохождении сотни, по 100 — при изучении тысячи. В концентре чисел любой величины палочки не применяются.

10. ***Образцы мер:*** *метр с подразделением на дециметры, сантиметры и миллиметры; литр; килограмм; граммовые разновесы; квадратный сантиметр, квадратный дециметр, квадратный метр; кубический сантиметр, кубический дециметр, кубический метр.*



Черт. 10

11. ***Всевозможные таблицы.*** Из них можно указать следующее:

а) *Числовые таблицы Эменова.*

б) *Таблицы - картинки Эменова.*

в) *Таблицы написания цифр и записи арифметических действий.*

г) *Таблицы по устному счету.*

д) *Таблица сложения и вычитания.*

е) *Таблицы Игнатьева по решению задач.*

ж) *Пифагорова таблица умножения.*

з) *Таблицы умножения (стенные)* для каждого случая в пределе 100.

и) *Счетная таблица Шохор-Троцкого.*

к) *Таблицы квадратных и кубических мер.*

л) *Ряды цифр* (черт. 11).

Последнее пособие представляет собой 11 полос картона, на которых написаны однозначные числа в следующем виде.

На каждой полосе помещены однозначные числа от 1 до 9, причем одна из цифр, начиная с 5 и дальше, повторяется на полосе по два раза, т. е. на одной из них находятся два раза 5, на другой 6 и т. д. К шести рядам добавлены два ряда сложения и вычитания до 10 без перехода через 10 и три ряда с нулями для действий с круглыми десятками.

Применяется это пособие следующим образом. Пусть нужно дать учащимся примеры на сложение в пределе 10 с переходом через десяток. Учитель выбирает две соответствующие полосы, прикрепляет их на доске так, чтобы между ними остался небольшой промежуток, в этом промежутке он и пишет знак «+».

Если нужно дать задание с двузначными, трехзначными числами, то рядом прикрепляются 2 или 3 полосы, образующие соответствующие числа.

Это пособие в значительной степени облегчает работу учителя; кроме того, написанные на таблице цифры, несомненно, красивее написанных мелом на доске.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
о	о	о	о	о	о	о	о	о	о	о
1	3	5	7	9	6	5	1	0	0	0
7	9	1	4	5	3	1	5	0	0	0
2	5	7	6	8	1	4	2	0	0	0
6	8	4	1	3	7	6	4	0	0	0
3	4	8	5	7	2	5	3	0	0	0
8	7	3	9	2	5	2	6	0	0	0
4	2	9	3	6	8	6	3	0	0	0
9	6	2	8	1	4	3	2	0	0	0
5	1	6	2	4	9	4	5	0	0	0
4	5	8	6	9	7	3	4	0	0	0

Черт. 11

м) Кроме перечисленных таблиц, полезно вывесить в классе *таблицы образцы*, показывающие порядок записи данных результатов, знаков всех четырех арифметических действий. Это одно из средств воспитания у детей навыка красивого четкого выполнения письменных работ.

12. Для изучения геометрического материала необходимы следующие наглядные пособия:

1) Набор моделей тел: *куба, бруса, цилиндра, шара* (полых и цельных).

2) Модели фигур: *квадрата, прямоугольника, треугольника, круга* (особого внимания заслуживают подвижные модели этих фигур, сделанные из планок, полос бумаги).

3) Набор углов: *прямых, острых, тупых; угол с шарнирной вершиной.*

4) *Складывающийся трехгранный угол с метровыми ребрами и шарнирной вершиной.*

5) *Уровень, ватерпас, шнур, малка.*

6) Чертежные приборы: *циркуль, угольник, линейка.*

7) *Цветные мелки.*

Кроме того, для лабораторных работ необходимо иметь: ножницы, клей, кисточку, глину для лепки.

К числу наглядных пособий надо отнести модели геометрических фигур, изготовляемые из картона, фанеры, цветной бумаги, например: модели прямоугольника, квадрата, треугольника, круга. Эти пособия желательно изготовить силами учащихся под руководством учителя. Некоторые из этих геометрических пособий могут быть использованы и не по прямому назначению, например круги, квадратики весьма удобны при изучении дробей; круги, треугольники применяются детьми при изучении нумерации.

Кроме указанных, дети сами могут приготовить следующие пособия:

а) *образцы мер линейных и квадратных* (метр, дециметр, сантиметр, килограмм, литр в форме кубического дециметра);

б) *абак;*

в) *счетные палочки.*

Способ использования перечисленных пособий указан в соответствующих местах методических разработок второй части настоящего руководства.

13. Для землемерных работ в начальной школе необходимо иметь следующие приборы.

1) *Мерную веревку.* Это обыкновенная пеньковая веревка или толстый шнур длиной 10—20 *м*. Чтобы веревка не подвергалась гниению, ее необходимо вымочить в воде, прокипяченной с кусками дубовой коры. На конце веревки нужно завязать петли для надевания на палки. Отдельные метры на веревке отмечаются цветными нитками, медными бляшками или кусочками картона.

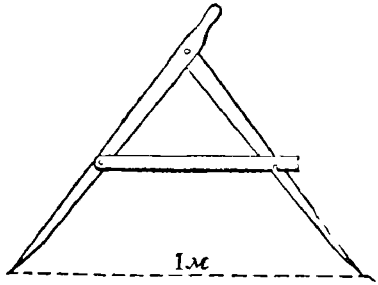
2) *Колышки.* Они предназначаются для отсчитывания количества отложений мерной веревки и для замены вех, если последних мало. *Бирка* — колышек длиной примерно 40 *см*, толщиной 2—3 *см*, заострен на конце.

3) *Колья* (три) длиной 15 *дм* и толщиной 4 *см* для надевания на них мерной веревки; колья должны быть равными и прямыми. Колья с одного конца нужно заострить и обуглить, еще лучше заостренный конец обить железом. Каждый кол надо просверлить и вбить в отверстие гвоздь на расстоянии 15 *см* от заостренного конца, чтобы веревка при надевании была на определенной высоте.

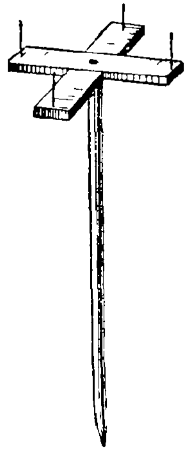
4) *Вехи* — ровные палки с заостренным концом, в длину не менее 2 *м* и толщиной 3 *см*. Для лучшей видимости с них сди-

рают кору или покрывают красной краской, верхний конец снабжают флажком или привязывают пучок травы.

5) *Полевой циркуль* (черт. 12) состоит из двух брусков, с одной стороны заостренных, длиной приблизительно 1,5 *м*, скрепленных шурупом, как классный циркуль. К одному из брусков (приблизительно посередине) прикреплена петля, а к другому бруску (тоже приблизительно посередине) прикреплен железный крюк такой длины, чтобы расстояние между заостренными концами ножек циркуля, когда крюк наложен, было равно 1 *м*.



Черт. 12



Черт. 13

6) *Эккер* (черт. 13) состоит из двух планок 35×5×2,5 *см*, врезанных заподлицо одна в другую так, чтобы получился прямой равноконечный крест. Вдоль каждой планки проводятся прямые линии так, чтобы они были взаимно перпендикулярны. В каждый из концов прочерченного креста нужно вбить отвесно по гвоздю без шляпки. В точке пересечения прямых просверлить отверстие и насадить крестовину с помощью гвоздя или шурупа на палку с заостренным концом так, чтобы она могла с некоторым трением вращаться. Палка делается такой длины, чтобы эккер был на уровне глаз наблюдателя. Вертикальность палки проверяется при помощи отвеса.

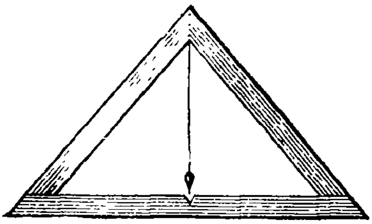
7) *Ватерпас (уровень)* можно сделать в виде равнобедренного треугольника с отвесом, имеющим достаточно длинную веревочку с петелькой и грузом на конце (черт. 14). Тогда можно употреблять отвес отдельно.

Все приборы, как видно из описания их устройства, можно заказать в любой мастерской или сделать силами учителей и родителей.

Желательно приобрести для школы *рулетку* и *компас*.

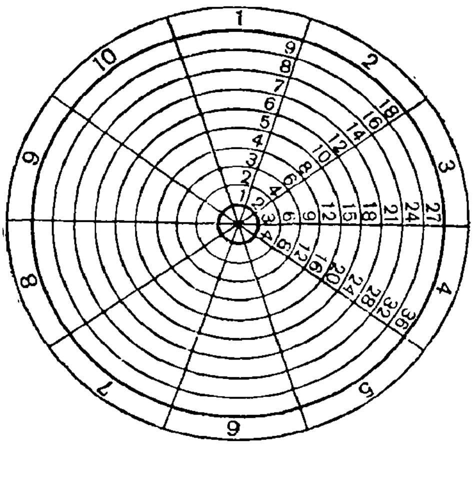
Весьма полезным пособием при изучении таблицы умножения является изображенный на чертеже 15 *круг с подвижными секторами*.

Круг делается из фанеры размером 70—100 *см*. Он окрашивается белой эмалевой краской. На круге проводится 10 концентрических окружностей; затем радиусами круг делится на 10 разных секторов. По наружному концу пишутся по порядку цифры от 1 до 10 включительно. В каждом секторе по радиусу проставляются числа, представляющие результаты умножения стоящего сверху сектора числа на все числа первого десятка от 1 до 9 включительно. Расстановка этих чисел идет от центра круга. Таким образом, например, в секторе, имеющем наверху цифру 4, вдоль радиуса должны быть написаны по порядку: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36.

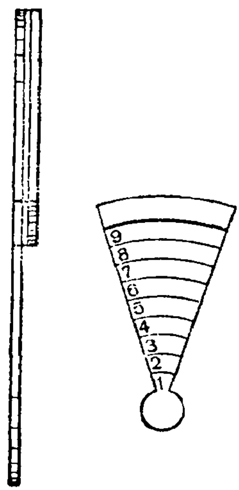


Черт. 14

Кроме круга, изготовляется отдельно сектор, изображенный на чертеже 16. Он по величине равняется сектору круга и также имеет 10 концентрических дуг, соответствующих концентрическим окружностям на круге. На этом секторе вдоль края его пишутся цифры от 1 до 9 включительно.



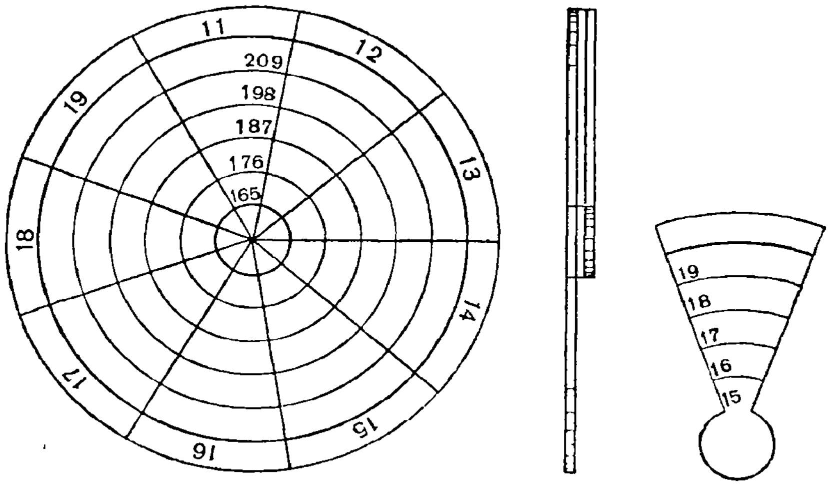
Черт. 15



Черт. 16

тельно. Этот сектор имеет в центре отверстие, которым он надевается на имеющийся в центре круга стержень.

Употребление этого прибора следующее. Подвижной сектор ставится на любом секторе круга против написанных на нем цифр. Пусть мы поставили подвижной сектор на секторе, имеющем вверху цифру 4; желая знать, сколько получится от умножения, например, 4 на 8, смотрим, какая цифра неподвижного сектора стоит против цифры 8 подвижного. Это будет 32, значит, $4\times8=32$. Принцип, положенный в основу описанного пособия, можно распространить на любые числа. Можно построить круги для механизации умножения чисел.



Черт. 17

На чертеже 17 изображен для примера такой же круг для умножения чисел от 11 до 19 на числа от 15 до 19 включительно.

Самодельные наглядные пособия. Многие наглядные пособия могут быть изготовлены в школе из бросового материала (цветная бумага, картонные крышки переплетов старых книг, оборотная сторона плакатов, проволока, жестяные банки, обрезки деревянных досок, фанера и т. д.). Весь этот материал могут принести учащиеся; их же следует привлекать к изготовлению несложных пособий (плакатов, моделей). К этой работе можно привлечь и родителей. Среди них всегда найдутся производственники (столяры, слесари, жестянщики, переплетчики), которые по чертежам и указаниям учителя охотно сделают нужные пособия.

Весьма желательно в каждой школе организовать кружок по изготовлению самодельных наглядных пособий.

Счетный материал, например птицы, животные, грибы и др., можно вставлять не в наборное полотно, а в прорези специально нарисованных для составления задач фонов: опушка леса, луг, озеро и т. п.

Игровой материал. К нему относятся: игральная косточка, лото с картинками, круговые примеры, занимательные квадраты и т. д., наборы карточек для составления и решения задач.

ГЛАВА V

ОРГАНИЗАЦИЯ ПРЕПОДАВАНИЯ АРИФМЕТИКИ

§ 18. ПЛАНИРОВАНИЕ ПРОГРАММНОГО МАТЕРИАЛА ПО ОТДЕЛЬНЫМ ТЕМАМ ПРОГРАММЫ

Школа должна обеспечить прочное усвоение материала, указанного программой. Материал в программе распределен по годам обучения. Чтобы обеспечить систематичность прохождения материала, необходимо его спланировать на более короткие отрезки времени, т. е. составить четвертной план с указанием отдельных тем, количества часов на каждую тему.

Как бы ни был опытен и талантлив учитель, отсутствие знания всей программы начальной школы, программы своего класса и планирования по четвертям и по темам будет тормозить составление плана на каждый урок в отдельности.

Лишь на фоне общей картины работы можно правильно определить место и значимость каждой темы, каждого отдельного урока.

На основе четвертного тематического плана учитель составляет календарно-урочный план. В этом плане, руководствуясь материалом стабильного задачника и методик, учитель указывает содержание каждого отдельного урока, наглядные пособия, элементы политехнического обучения и календарную дату выполнения.

На основе календарного урочного плана при подготовке к уроку учитель составляет рабочий план на каждый урок отдельно. Малоопытные учителя составляют подробные развернутые планы уроков, граничащие с конспектом (так же поступают и студенты, готовящиеся стать учителями).

При составлении индивидуального плана по теме учителю необходимо обратить внимание на следующее:

1. Определить точно по программе содержание и объем материала, входящего в состав плана.

2. Выяснить общее количество времени, отведенного для прохождения данного материала.

3. Наметить порядок изучения материала с методической точки зрения.

4. Составить календарный план изучения намеченного материала с указанием количества часов на каждый отдельный вопрос плана. В этой работе учитель должен ориентироваться на четвертной план для данного класса.

Приведем примерный план на тему «Сложение и вычитание в пределе 10 и решение задач в одно действие» в I классе:

1.	Прибавление и отнимание по 1	3 часа
2.	Прибавление и отнимание по 2	6 час.
3.	Прибавление и отнимание по 3	6 час.
4.	Прибавление и отнимание по 4	4 часа
5.	Прибавление и отнимание по 5	3 часа
6.	Прибавление и отнимание по 6	3 часа
7.	Прибавление и отнимание по 7	3 часа
8.	Прибавление и отнимание по 8	2 часа
9.	Прибавление и отнимание по 9	2 часа
10.	Повторение прибавления и отнимания в пределе 10	4 часа
11.	Случай вычитания, когда в остатке получается 0	1 час
12.	Ознакомление с метром и упражнение в измерении	2 часа

Приведем примерный план на тему «Нумерация чисел в пределе 1000» во II классе:

1.	Устная нумерация в пределе 1000	2 часа
2.	Письменная нумерация в пределе 1000	2 часа
3.	Раздробление и превращение разрядных единиц	2 часа
4.	Повторение пройденного	4 часа

§ 19. УРОК АРИФМЕТИКИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

В постановлении ЦК ВКП(б) от 25 августа 1932 г. указывается, что основной формой занятий в школе должен быть урок. От качества построения урока в значительной мере зависит и продуктивность этого урока. Вопрос о построении урока является одним из основных в общей части методики арифметики.

Для уяснения особенностей построения уроков по арифметике необходимо ознакомиться с общедидактическими положениями, которые должны быть учтены при построении каждого урока, но при этом следует иметь в виду и специфические особенности математики, и в частности арифметики, которые так или иначе будут влиять на организацию урока.

При построении всех уроков учитель должен постоянно помнить, что конечной целью каждого занятия в отдельности и всей работы за год должно быть твердое и прочное усвоение программного материала.

А. Основные требования к уроку по математике

Методически правильно построенный урок должен быть:

1. Со стороны **содержания** материала:

а) полноценен теоретически, т. е. содержать весь материал, необходимый для обоснования сообщаемого;

б) разносторонен по содержанию (т. е. в нем должно быть выдержано правильное соотношение между теоретическим и практическим материалом);

в) связан с другими дисциплинами там, где это необходимо и естественно;

г) правильно построен в отношении дозировки времени.

2. Со стороны методов работы к уроку предъявляется следующее требование: применение различных методов на одном и том же уроке должно соответствовать особенностям данного урока (материалу, подготовке учащихся, их состоянию в момент проведения урока).

3. В отношении формы ведения необходимо соблюдать:

а) правильное чередование вопросо-ответной и повествовательной формы;

б) правильное применение эвристики, т. е. учащиеся вопросами учителя должны направляться по пути «открытия» тех истин, которые составляют содержание данного урока;

в) форма ведения должна меняться на ходу, если это вызывается обстановкой урока;

г) язык изложения и беседы должен быть прост по построению, конкретен, образен, правилен.

4. При подготовке к уроку, составляя план его, учитель должен:

а) ориентироваться не только на данный урок, но и на весь раздел в целом;

б) составлять достаточно развернутый план;

в) использовать все моменты связи с пройденным;

г) распределить правильно время урока;

д) подобрать дидактический материал и наглядные пособия, соответствующие содержанию урока и интересам детей;

е) тщательно отобрать задачи.

5. При проведении урока учитель должен:

а) выдержать план в целом;

б) умело использовать наглядные пособия и дидактический материал;

в) умело подойти к общему выводу на основе разбора достаточного количества частных примеров и задач;

г) полностью использовать учебник в целях привития навыка работы с книгой;

д) при задании домашних работ охватить по возможности все пройденное на уроке и правильно чередовать легкие примеры с трудными.

Б. Подготовка к уроку

При подготовке к уроку по арифметике необходимо прежде всего ясно представить тему и целевую установку данного урока, объем намеченного для изучения материала (на данном уроке). Далее следует продумать вопрос об общем методе изучения материала урока. В связи с вопросом о методе преподавания стоит вопрос о форме ведения урока, т. е. вопрос о том, какая часть материала будет изложена в форме беседы; какой материал должен сообщить сам учитель; какую работу могут проделать сами учащиеся на уроке под руководством учителя. Здесь же необходимо продумать и вопросы о средствах возбуждения и поддержания детского интереса, самодеятельности детей, как использовать их опыт, какие подобрать наглядные пособия. Кроме того, учитель должен определить по характеру материала, как можно установить связь изучаемого с жизнью и с другими предметами курса начальной школы.

После этого он переходит к обработке того фактического материала, который намечается для данного урока. Здесь учитель сам должен освежить в памяти (повторить) теоретический материал урока; необходимо определить, достаточен ли объем материала в учебнике или он велик; в случае недостаточности его придется решить вопрос, что добавить и откуда взять; в противном случае решить, что выпустить. Далее отмечается материал из пройденного, который следует повторить на уроке. Каждый урок должен представлять одно из звеньев цепи урока, на которых изучается весь программный материал. При подготовке к каждому уроку необходимо точно выяснить, что следует на данном уроке повторить из ранее пройденного для установления связи с ним. С этой целью учитель должен произвести точный анализ нового материала, намеченного на данный урок. Этот анализ должен заключаться в разложении изучаемого материала на отдельные операционные моменты. Например, приступая к изучению вопроса о сложении двузначных чисел, когда единицы слагаемых дают число, большее 10, учитель должен расчленить процесс сложения таких чисел на отдельные операции. Для этого он берет два таких, например, числа: 36 и 28 и складывает их: $36+28=(30+20)+(6+8)$. Из этого видно, что для выполнения данного случая сложения учащиеся должны вспомнить сложение круглых десятков, сложение однозначных чисел, дающих в сумме число, большее 10, и сложение круглых десятков с полным двузначным числом. Отсюда, естественно, надо в начале урока повторить эти случаи сложения. Полезно при задании на дом, помимо примеров или задач на пройденное в этот день, дать 2—3 примера из ранее изученного, на котором будет базироваться следующий урок. Например, для приведенного выше урока надо дать на дом пример на сложение круглых десятков, сложение однозначных чисел, дающих в сумме число, большее 10, и сложение круглых десятков с полным двузначным числом. Это ускорит момент повторения на уроке и облегчит разъяснение нового приема.

Здесь же необходимо просмотреть по учебнику формулировку того правила или определения, которое будет выведено на уроке. Этот просмотр покажет, пригодна ли для данного класса формулировка учебника или придется ее изменить, а значит, и записать ее на доске и в ученических тетрадях. Таким образом, этот момент подготовки к уроку решает вопрос о месте и роли учебника на данном уроке. В случае изменения формулировки правила или определения учитель должен заранее записать измененный текст.

Дальше следует подойти к подбору задач и примеров для решения в классе и дома.

Как правило, готовясь к уроку, учитель должен решить все примеры и задачи, которые он намечает для классной или домашней работы. Только проверив их, учитель учтет все особенности каждой задачи или примера.

Учитель должен с возможной точностью рассчитать количество примеров и задач, которые необходимо и возможно решить. Особенно это относится к материалу для самостоятельной работы и др.

Само собой понятно, что здесь следует в первую очередь использовать стабильный задачник. Если в нем материала недостаточно, то придется или взять примеры и задачи из других задачников, или составить их самому учителю; при этом в первую очередь следует брать материал, отражающий различные стороны социалистического строительства.

После того как выявлен материал урока, нужно приступить к составлению плана урока. В плане указывается последовательность изучения материала, место каждого раздела урока (особенно обратить внимание на самостоятельную работу учащихся) и количество времени на каждый раздел плана.

Для начинающих и малоопытных учителей можно рекомендовать составлять план настолько подробно, чтобы он во время урока мог служить и конспектом: для этого в плане следует разместить в соответствующих местах примеры и задачи, намеченные для урока, указать место самостоятельной работы.

Наконец, здесь же учитель должен решить вопрос о том, как закрепить изученный материал, как подвести учащихся к следующей теме.

В. Виды уроков и проведение урока

Схема проведения урока по арифметике находится в прямой зависимости от его содержания.

В этом отношении все уроки по арифметике можно подразделить на следующие в и д ы:

а) урок по разработке нового материала;

б) урок по повторению пройденного в целях его закрепления или углубления;

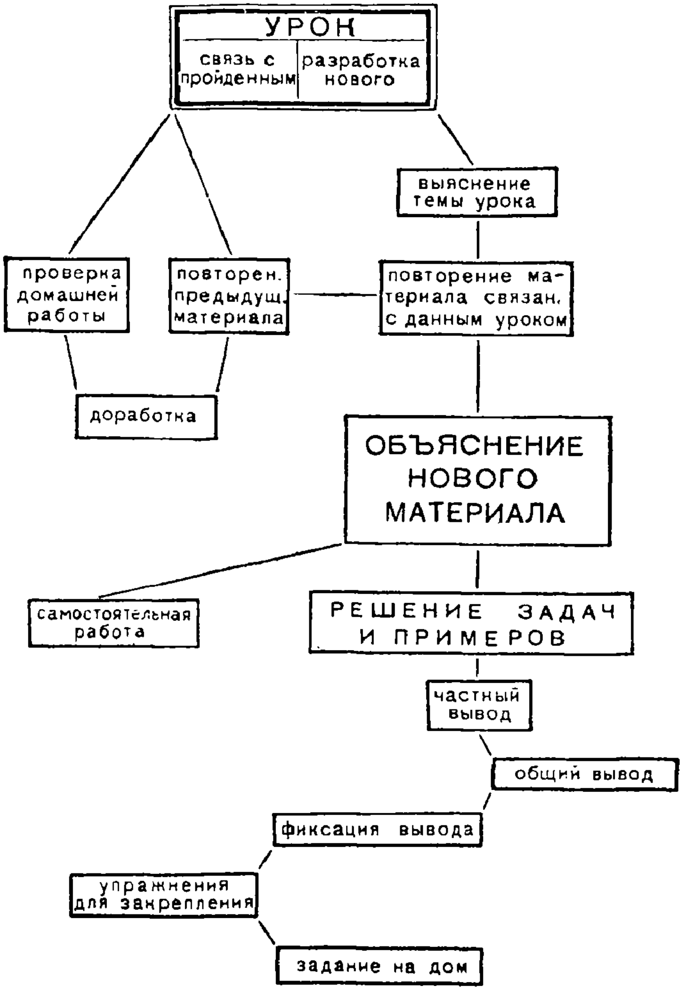
в) урок, обобщающий материал ряда уроков;

г) урок по проведению контрольной работы.

Но следует заметить, что на практике преобладают уроки смешанного характера, содержащие в себе элементы нового материала, повторения, обобщения и контроля.

Уже сама специфичность математического материала (тесная связь нового со старым) обусловливает наличие в каждом уроке этих элементов.

Приведенная классификация уроков имеет в виду отдельные уроки, в которых тот или иной элемент является доминирующим, рассматривается как целевая установка данного урока. Наиболее полно все основные этапы работы можно выявить на уроке по изучению нового материала.



Черт. 18

Схема проведения такого урока дана на чертеже 18.

Все перечисленные в схеме вопросы и порядок расположения вопросов, может быть, и не будут использованы на каждом уроке в зависимости от содержания урока и подготовленности учащихся к новому уроку. Например, на уроке иногда нецелесообразно проверять домашнюю работу, и учитель берет тетради для проверки домой; возможно, ничего не потребуется и дорабатывать, — этот вопрос будет опущен; или учитель сначала даст домашнее задание, а потом учащиеся будут выполнять самостоятельную работу на уроке и т. п.

Все вопросы схемы проведения урока перечислены для того, чтобы учитель их знал и не упустил из виду при проведении данного урока.

Связью нового материала с пройденным может служить повторение предыдущего урока (проверка домашней работы) или ознакомление с материалом, не изучавшимся на предыдущем уроке.

Если урок начинается с повторения предыдущего материала, то учитель начинает его с проверки домашней работы. Проверкой домашней работы мы не только повторяем предыдущий материал для связи с новым, но и выявляем слабые стороны предыдущего урока, а также определяем выполнение учащимися домашней работы (учет и контроль).

Проверка домашней работы проводится различно. Можно указать такой прием. Учитель берет тетрадь у одного из учеников и предлагает вызываемым по очереди учащимся называть ответ для каждого из проверяемых примеров; при этом он предупреждает учащихся, что молча должен поднять руку тот, у кого иной ответ; при обнаружении разных ответов учитель указывает, какой ответ правильный, и предлагает исправить неправильные.

При наличии большого количества неправильных ответов данный пример по окончании всей проверки решается в классе. Большое количество ошибок во всей работе — признак того, что материал большинством класса не усвоен и его следует доработать.

Можно практиковать и другой прием проверки. Вызванный к доске ученик пишет по порядку из своей тетради ответы на каждый пример; учащиеся, у которых другой ответ, поднимают руки (молча). В это время учитель обходит класс и бегло просматривает работу учащихся. Дальше учитель поступает так же, как и в первом случае.

Необходимо приучать детей при самостоятельных работах пользоваться ответами задачника. Но это не освобождает учителя от классной проверки работ, так как последняя имеет в виду проверку не только конечного ответа, но и промежуточных результатов.

Переходя к центральному пункту — объяснению нового материала, следует стремиться по возможности точно выполнять намеченный план; но вместе с тем учитель не должен быть только исполнителем этого плана; он должен уметь ориентироваться в создавшейся на уроке обстановке и перестраиваться на ходу.

Приступая к изучению нового материала, учитель должен прежде всего познакомить детей с темой урока. Учитель или сам сообщает тему урока, или же учащиеся называют тему по наводящим вопросам.

Объяснение нового материала желательно начинать с простой задачи, помогающей учащимся осознать необходимость и практическую значимость данного приема вычисления, необходимость знания соответствующего правила.

Далее идет разъяснение материала данного урока. Учитель, решая с учащимися заранее подобранные задачи и примеры, разъясняет соответствующий прием, сопровождает это разъяснение демонстрацией того или иного наглядного пособия, делает нужные записи на классной доске.

Наибольшую трудность при изучении нового материала представляет выбор ф о р м ы ведения урока. Основной формой должна быть эвристическая беседа, но ее нужно чередовать с такой формой организации занятий, которая обеспечивала бы возможность самостоятельной индивидуальной работы учащихся.

Со стороны учителя должно быть проявлено большое умение поддерживать на уроке внимание учащихся и ставить дело так, чтобы работа класса не подменялась работой только с вызванным учеником.

После фронтальной работы с классом учитель должен дать несколько аналогичных примеров и задач, которые учащиеся решают самостоятельно в классе и записывают в своих тетрадях; при этом учитель ходит между рядами, следит за выполнением работы каждым учеником, помогает отстающим, указывает на встречающиеся ошибки, помогает выправить их.

Решение каждого примера или задачи заканчивается частным выводом, подготовляющим к общему выводу.

Чтобы сделать общий вывод, надо бегло повторить решенные примеры и задачи, воспроизвести частные выводы, а затем эти выводы обобщаются и дается окончательная формулировка вывода.

Этот вывод полезно прочесть по учебнику; если формулировка вывода взята не из учебника, учитель записывает ее на доске, а учащиеся списывают в свои тетради.

Урок нужно строить так, чтобы оставалось время и на закрепление сделанного вывода путем решения примеров и задач, опять-таки под наблюдением учителя. Эти примеры даются в таком количестве, чтобы их можно было, хотя бы бегло, проверить на этом же уроке. Урок заканчивается заданием на дом или самостоятельной работой.

При задавании на дом учитель должен сделать необходимые указания о выполнении домашней работы, предупредить возможные затруднения учащихся, но эти разъяснения не должны превращаться в подсказывание. Наблюдения показывают, что учителя недооценивают этот момент, нередко дают задание наспех, после звонка, результатом чего являются часто бесполезная трата времени учащимися при выполнении задания и недостаточная продуктивность работы. Целесообразнее задание на дом давать вместе с заданием самостоятельной работы на уроке.

Г. Подытоживание урока

Заключительным этапом урока (для учителя) должно быть подытоживание проведенной учителем работы (самопроверка). Здесь можно выявить и зафиксировать как положительные, так и отрицательные стороны проведенной работы, сделать весьма важные выводы, полезные для работы в будущем.

Чтобы не загружать учителя излишней письменной работой, можно рекомендовать в плане урока иметь графу для заметок по поводу особенно удачного или неудачного выполнения отдельных пунктов плана урока, например: самостоятельная работа (ее объем, проведение и проверка); проверка домашней работы; повторение материала, связанного с данным уроком (устное или письменное решение примеров или задач); опрос учащихся (количество опрашиваемых, глубина опроса и т. п.); объяснение нового материала; методы работы, использование наглядных пособий и учебника, меры поддержания внимания на уроке, воспитательные моменты на уроке, проверка, какие знания и навыки приобретены учащимися и насколько правильно и сознательно воспринят материал, изученный на уроке, достиг ли урок поставленной цели и т. п.

При анализе пробного или показательного урока можно использовать в зависимости от вида и содержания урока следующие вопросы плана:

1) Содержание материала: теоретический материал, необходимый для обоснования сообщаемого; 2) разностороннее содержание материала (теория и практика); 3) связь арифметики с другими предметами; 4) дозировка времени; 5) методы работы в соответствии с особенностями данного урока (материал, подготовка учащихся, их состояние в момент проведения урока); 6) чередование вопросо-ответной формы с повествовательной; 7) изменение формы ведения урока в связи с обстановкой на уроке; 8) язык изложения и беседы урока (конкретен, образен, правилен); 9) связь темы урока с разделом в целом; 10) установление моментов связи с пройденным; 11) примеры и задачи к данной теме урока при объяснении, закреплении и повторении; 12) отбор примеров и задач с большими числами для классной работы и решение их на уроке; 13) составление задач учителем до урока; 14) изменение формулировки или правила, данных в учебнике, и их подготовка до урока; 15) подбор вопросов для проверки знаний и навыков учащихся; 16) формы опроса уча-

щихся: а) решение задач с записью и объяснением, б) с записью только условия примера или задачи, но с устным решением и ответом; 17) подготовка списка учащихся для опроса: а) при повторении, б) при объяснении нового материала, в) при ликвидации задолженности; 18) подготовка материала к следующему уроку; 19) выполнение намеченного плана на уроке, подготовка наглядных пособий и использование наглядных пособий и учебника; 20) общий вывод правила на основании частных выводов; 21) подготовка домашнего задания (примеры и задачи с большими числами и их решение); 22) способы сообщения учащимся домашнего задания: а) запись на доске параграфа, страницы, номера примеров и задач, б) краткое объяснение, в) подробное объяснение; 23) какие знания и навыки приобретены учащимися и насколько правильно и сознательно воспринят материал, изученный на уроке; 24) меры поддержания внимания на уроке; 25) воспитательные моменты на уроке.

При анализе урока требуется продумывание всех деталей урока. Все перечисленные вопросы плана анализа урока, может быть, и не будут использованы на каждом разборе. Они перечислены для того, чтобы учитель их знал и не упустил из виду какого-либо важного для данного урока вида работы. Кроме того, учитель, возможно, дополнит список этих вопросов или составит их по другому плану. Но и в том и в другом случае он должен использовать принципы обучения, изложенные в педагогике: 1) сознательность и активность учащихся, 2) наглядность и связь теории с практикой, 3) систематичность, 4) доступность обучения для учащихся, 5) индивидуальный подход к учащимся, 6) прочность в усвоении знаний учащимися.

Конкретные примеры построения уроков приведены во второй части настоящего руководства.

§ 20. ОРГАНИЗАЦИЯ И ПЛАНИРОВАНИЕ ЗАНЯТИЙ ОДНОГО УЧИТЕЛЯ С ДВУМЯ КЛАССАМИ

В учебнике по педагогике подробно излагаются особенности организации уроков в условиях одновременных занятий учителя с несколькими классами. Там разбираются детально следующие вопросы: 1) условия обучения в однокомплектных и двухкомплектных школах; 2) распределение классов между учителями; 3) составление расписания уроков; 4) особенности построения и проведения уроков при одновременном занятии с несколькими классами и 5) составление планов уроков.

В педагогике эти вопросы рассматриваются по отношению ко всем предметам, изучаемым в начальной школе. Здесь же мы остановимся на содержании этих вопросов при изучении арифметики.

Изучение опыта работы школ показывает, что начальные школы по своей структуре делятся: а) на однокомплектные, где один учитель занимается одновременно с четырьмя классами, б) двухкомплектные, в которых два учителя занимаются с четырьмя классами (каждый одновременно с двумя классами), и в) четырехкомплектные, где каждый учитель занимается только с одним классом.

Работать одновременно с двумя, а тем более с четырьмя классами по арифметике труднее, чем с одним классом. Но опыт показал, что и в этих условиях можно пройти ту же программу по арифметике, какая обязательна для всех школ, и достигнуть успешных результатов в деле воспитания детей.

Работа учителя по арифметике отчасти облегчается тем, что в классах этих школ мало учащихся, учитель может хорошо знать каждого учащегося и уделять ему достаточно внимания. Содержание работы в однокомплектных и двухкомплектных школах, принципы ее организации по арифметике те же, что и в школах, где каждый класс имеет своего учителя.

Методы работы по арифметике в двух- и однокомплектных школах отличаются тем, что учащиеся выполняют больше самостоятельных работ, чем учащиеся школ, где каждый класс занимается со своим учителем.

В двухкомплектной школе наиболее целесообразным, как показывает опыт, является такое распределение классов, когда один учитель занимается с I и III классами, другой — со II и IV классами.

При таком распределении каждый учитель имеет один из старших классов, которому может быть дана самостоятельная работа в то время, когда учитель проводит занятия с младшим классом.

Такое распределение классов имеет еще то преимущество, что учитель, начав работу с данным классом с первого года его обучения в школе, доведет его до выпуска из IV класса. Действительно, в 1-й год этот учитель ведет I и III классы, во 2-й год — II и IV, на 3-й год он работает с I—III, на 4-й год — со II и IV классами. Это условие повысит ответственность учителя за класс. Смена учителя в начальных классах нежелательна, особенно при изучении арифметики. Нецелесообразно объединение у одного учителя I класса со II, у другого — III с IV классом. I и II классы нуждаются в помощи учителя, возможность самостоятельно работать у них ограничена; с другой стороны, программа III и IV классов по арифметике обширна, подготовка к занятиям в III и IV классах была бы трудна для учителя.

Соединение II и III классов у одного учителя, I и IV классов у другого затруднит занятия I и IV классов, так как I класс требует внимания учителя, как начинающий обучение, а IV класс — вследствие сложности программы.

В настоящее время, как показывает опыт работы, в двухкомплектных школах вполне возможно часть учебных занятий переключить на работу учителя с одним только классом.

Правильно поступают учителя, которые начинают занятия сначала только с одним младшим классом, затем два учебных часа проводят с двумя классами, а пятый и шестой уроки занимаются с одним только старшим классом. В этом случае 50% классных занятий проходит в тех же условиях, что и в четырехкомплектных школах.

При распределении четырех классов между тремя учителями, как показывает опыт работы, возможны различные комбинации, например: I, II и III классы имеют каждый своего учителя, а преподавание в IV классе ведется теми же учителями по предметам; другое распределение классов: I класс поручается отдельному учителю, остальные классы делятся между двумя учителями, в зависимости от численности учеников.

При планировании занятий с двумя классами учитель должен разрешить следующие вопросы: 1) как распределить время на занятия под руководством учителя; 2) как организовать самостоятельные занятия учащихся; 3) когда и как проверять самостоятельные работы; 4) как чередовать переход от одного класса к другому.

Чтобы решить первый вопрос, учитель должен определить на каждый отрезок времени, например на неделю, сколько времени потребует намеченный материал для изучения под руководством учителя, и после этого при составлении рабочего плана уже можно будет указать, сколько времени в течение дня учитель будет заниматься с каждым классом.

Особое внимание при занятиях с двумя классами следует обратить на самостоятельные работы учащихся на уроке; наибольшую трудность здесь составляет дозировка этих заданий, так как при недостатке материала не занятые работой учащиеся будут мешать остальным. Во избежание этого в каждом задании наряду с обязательным минимумом следует давать дополнительный материал, рассчитанный на более сильных учащихся.

Опытные учителя к подбору самостоятельных заданий по арифметике относятся со всей серьезностью: определяют их целесообразность, следят за тем, чтобы они соответствовали программе класса, стремятся разнообразить виды самостоятельных заданий по арифметике, чтобы их выполнение представляло интерес для детей; устный счет по карточкам, решение задач изученного типа по составленному плану, проверка примеров обратным действием, составление примеров или задач, подобных решенным, и т. д.

Недостаточное количество задач и примеров в задачниках делает необходимым использование карточек с примерами и задачами, составленных учителем. Карточки составляются на каждого ученика, что обеспечивает разнообразие материала и исключает списывание.

Нередки случаи, когда наспех данное самостоятельное задание по арифметике в одном классе нарушает работу другого класса. Чаще всего так получается, когда не продуман объем работы, не учтены возможности детей, не заготовлены запасные дополнительные задания. Поэтому лучшие учителя устанавливают темпы работы класса и, исходя из этого, рассчитывают ее по времени. Такие учителя готовят для отдельных детей дополнительные задания по арифметике, которые дают после окончания ими общей работы раньше намеченного срока.

Приведем пример.

Учительница т. Ребзина Чебаковской школы Свердловской области самостоятельному составлению и решению задачи предпосылает такой ряд возрастающих по трудности заданий:

1) списывание с доски содержания и решения задачи (после решения с учителем);

2) восстановление по памяти процесса решения задачи (с учителем) и самостоятельная запись решения в тетради;

3) самостоятельное решение задачи, похожей на задачу, решенную с учителем;

4) дополнение задания (новыми данными или вопросами);

5) самостоятельное составление задачи.

Приведем еще пример на подбор действий к готовому плану решения задач.

а) Перед уроком, в перемену, учитель пишет на доске номер задачи (из сборника, принятого в классе) и план ее решения, закрывая написанное газетой. После звонка учащимся предлагается подобрать к написанному плану действия и написать полное решение задачи.

б) Учитель вместе с учениками анализирует задачу, составляет устный, а потом и письменный план. Ученики подбирают действия к вопросам плана и выполняют решение задачи.

Задания такого характера приучают к внимательному изучению условия, помогают осмысливать действия, произведенные над числами. Дети учатся формулировать вопросы.

в) Составление плана к данному решению (к выполненным действиям). Такая работа приучает грамотно и правильно составлять план.

До урока учитель записывает на доске действия для решения задачи. После звонка учащиеся подбирают вопросы к каждому действию и пишут все решение в тетрадях. Формулировок вопросов может быть несколько, поэтому необходимо провести обсуждение верных формулировок (неверные отбросить). Это будет способствовать лучшему выяснению структуры задачи.

В условиях ведения занятий с двумя классами организация домашних заданий по арифметике приобретает особое значение. Ввиду ограниченности времени при работе с двумя классами учитель увязывает разъяснение домашних заданий с объяснением нового материала. Поэтому опытные учителя урок по арифметике строят так, чтобы работа, даваемая на дом, была хорошо понята учащимися. Выполнение каждого домашнего задания должно быть проверено. Факт выполнения домашнего задания учитель проверяет путем просмотра тетрадей. Качество выполнения задания он проверяет выборочно, а более тщательную проверку проводит во внеурочное время.

В связи с вопросом о самостоятельных работах при занятиях с двумя классами стоит вопрос и об их исправлении.

Сама по себе техника исправления остается та же. Здесь приходится обратить внимание на то, когда исправлять эти работы (в какое время урока) и чем занять в это время другой класс. Естественно, домашние работы исправляются перед изучением нового материала, а классные самостоятельные работы проверяются на том же уроке. На время проверки самостоятельных работ другой класс получает краткое самостоятельное задание, связанное или с предыдущим уроком, или с данным.

I ВАРИАНТ

I класс	III класс
Тема: *Сложение и вычитание в пределе 10*	Тема: *Деление трехзначного числа на однозначное*
1-й день	**1-й день**
1. Письмо цифр (самостоятельная работа) . . . . 5 мин.	1. Проверка домашней работы и задание классной самостоятельной работы (умножение трехзначного числа на однозначное) . . . . . . 5 мин
2. Разработка нового материала и задание самостоятельной классной работы . . . . 25 мин.	2. Самостоятельная работа 25 мин.
3. Самостоятельная работа (решение примеров на сложение и вычитание до 10) . . . . 10 мин.	3. Краткая проверка исполненной работы и разработка нового материала (деление трехзначного числа на однозначное, первые случаи) . . 10 мин.
4. Проверка самостоятельной классной работы и задание на дом 5 мин.	4. Задание на дом и самостоятельная работа (деление трехзначного числа на однозначное) . . . . . 5 мин.
2-й день	**2-й день**
1. Проверка домашней работы и задание самостоятельной классной работы . . . . 7 мин.	1. Самостоятельная работа (решение примеров на пройденные случаи деления трехзначного числа на однозначное) . . . . 7 мин.
2. Самостоятельная работа (решение примеров на сложение и вычитание) . . . . 20 мин.	2. Проверка выполненных работ. Объяснение деления трехзначного числа на однозначное (остальные случаи) . . . . 20 мин.
3. Проверка решенных примеров и задач на сложение и вычитание до 10 . . . . 15 мин.	3. Задание на дом и самостоятельное решение примера на деление . . . . 18 мин.
4. Задание на дом . . . . 3 мин.	

		I класс	III класс
		(в процентах)	
1-й день	Работа с учителем	78	22
	Самостоятельная работа .	22	78
2-й день	Работа с учителем . . .	56	44
	Самостоятельная работа .	44	56

II ВАРИАНТ

II класс	IV класс
Тема: *Таблица умножения и деления шести*	Тема: *Умножение многозначных чисел (с нулями на конце и в середине множимого и множителя)*
1-й день	**1-й день**
1. Самостоятельное решение примеров. Записать в тетради результат сложения четверками, пятерками и шестерками в пределе 20 . . . . 5 мин. 2. Разработка таблицы умножения . . . . 25 мин. 3. Самостоятельная работа (запись таблицы умножения и решение примеров) . . . . 10 мин. 4. Проверка самостоятельной работы и задание на дом . . . . . 5 мин.	1. Проверка домашней работы и задание классной самостоятельной работы (повторение умножения многозначных чисел без нулей) . . . 5 мин. 2. Самостоятельное решение заданных примеров . . . . 25 мин. 3. Разбор новых случаев умножения (с нулем в середине) . . . . 10 мин. 4. Самостоятельная работа и задание на дом . . . . 5 мин.
2-й день	**2-й день**
1. Проверка домашней работы . . . . 5 мин. 2. Таблица умножения шести (решение примеров) . . . . . . 25 мин. 3. Проверка самостоятельной работы и решение задач . . . . . . 13 мин. 4. Задание на дом . . 2 мин.	1. Решение примеров, продолжение домашней работы . . . . . . 5 мин. 2. Проверка самостоятельной работы. Разбор более трудных случаев умножения с нулем в середине и задание самостоятельной работы . . . 25 мин. 3. Задание на дом и выполнение самостоятельной работы . . . 15 мин.

		II класс	IV класс
		(в процентах)	
1-й день	Работа с учителем	66	34
	Самостоятельная работа . .	34	66
2-й день	Работа с учителем	45	55
	Самостоятельная работа . .	55	45

При одновременной работе одного учителя с четырьмя классами, как показывает опыт работы, занятия можно организовать следующим образом: на первые два урока приходят только два класса (например, I и III), к третьему уроку приходят другие два класса (например, II и IV), и все четыре класса вместе работают два часа. Таким образом, учитель первые два урока занимается с двумя классами. После 4-х часов работы I и III классы уходят, а II и IV классы работают еще 2 часа.

На страницах 74 и 75 приведены примеры планирования работы при занятиях одного учителя с двумя классами (2 варианта): один — при соединении I и III классов, а другой — II и IV.

Здесь мы приводим план работы в двухкомплектной школе по арифметике (II класс с IV классом и I класс с III классом). В практике же работы двухкомплектной школы занятия могут проходить иначе, например: в I классе — урок русского языка, а в III классе — урок арифметики, и наоборот.

На последнем планировании уроков (русский язык и арифметика) мы не останавливаемся, так как этот вопрос подробно рассматривается в учебнике «Педагогика для педучилищ» на страницах 249—254.

ГЛАВА VI

УЧЕТ УСПЕВАЕМОСТИ ПО МАТЕМАТИКЕ

§ 21. ЗНАЧЕНИЕ УЧЕТА УСПЕВАЕМОСТИ И ЕГО ЦЕЛЕВАЯ УСТАНОВКА

Требования к учету успеваемости по математике в начальной школе определяются постановлением ЦК ВКП(б) от 25 августа 1932 г. Там даются следующие указания об учете: «В основу учета школьной работы должен быть положен текущий индивидуальный, систематически проводимый учет знаний учащихся. Преподаватель должен в процессе учебной работы внимательно изучать каждого ученика».

Учет успеваемости учащихся начальной школы по математике — один из основных моментов педагогического процесса, учет должен показать состояние работы школы по данной дисциплине.

Остановимся на проверке и оценке знаний по арифметике.

Учет знаний — это система приемов, при помощи которых объективно устанавливается состояние знаний и навыков класса и каждого учащегося в отдельности. Учет знаний учащихся имеет большое значение для учащихся и для учителя. Правильно организованный и систематически проводимый учет знаний учащихся помогает определять недостатки как в работе учащихся, так и в работе учителя и устранять их. Учет не только выясняет пробелы в знаниях учащихся, но и заставляет учащихся настойчиво работать над лучшим усвоением учебного материала, учителя он побуждает постоянно совершенствовать качество работы.

Систематически проводимый учет имеет, кроме того, воспитательное значение: дисциплинирует учащихся, воспитывает выдержку, настойчивость, приучает аккуратно и своевременно выполнять задания.

При помощи учета учитель определяет степень усвоения знаний учащимися, обнаруживает пробелы в этих знаниях, выясняет, какие темы курса усвоены слабо и почему, кому из учащихся надо оказать помощь и какую именно.

Цель учета:

1) определение количественной стороны усвоения математического материала, т. е. в какой мере выполняется программа;

2) выявление качества увоения материала (систематичность, сознательность и прочность усвоения материала учащимися);

3) определение степени подготовки детей к самостоятельной работе; определение умения применять полученные знания на практике;

4) выявление качества работы педагога.

§ 22. ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К УЧЕТУ

Учет должен проводиться систематически. Формы учета должны быть разнообразны, учет должен быть индивидуальным, углубленным. Нельзя при учете ограничиваться ответом на один-два вопроса: учитель должен выяснить, насколько каждый учащийся усвоил данный вопрос в его связи с предшествующим материалом. Учет должен охватывать все стороны работы по арифметике: знание теории (в доступной детям форме), умение решать задачи, умение правильно и красиво оформлять работы с внешней стороны (расположение записей, чертежей, цифр, знаков). При повседневном учете отстающие ученики должны пользоваться наибольшим вниманием учителя: во время уроков их следует чаще спрашивать; их самостоятельные работы должны проверяться в индивидуальном порядке.

Опрос учащегося должен быть не только средством контроля его работы; ответ учащегося должен помогать более глубокому разъяснению вопроса как отвечающему ученику, так и классу в целом. Класс следит за ответом, за предложенными отвечающему дополнительными вопросами, за исправлением неточностей в рассуждениях и т. п.

§ 23. ВИДЫ УЧЕТА

Основные виды учета: предварительный, текущий, итоговый.

1. Цель предварительного учета — выяснить уровень знаний учащихся после более или менее продолжительного перерыва в учебе.

По программе изучение арифметики построено так, что в каждом классе оно начинается с повторения материала предшествующего года. В начале учебного года на повторение пройденного в каждом классе дается по 12 часов.

Учет знаний, умений и навыков учащихся по арифметике в самом начале учебного года имеет особо важное значение. За период летних каникул учащиеся забывают часть материала и частично утрачивают навыки.

Опытные учителя с первого урока в новом учебном году при повторении ставят перед собой задачу — отчетливо выяснить степень подготовки каждого учащегося, отдельные пробелы в знаниях и недостатки в применении вычислительных навыков.

На уроках повторения они проводят разнообразные письменные и устные упражнения по арифметическому материалу прошлых лет, имеющему особенно важное значение для дальнейшего изучения арифметики. Контрольная письменная работа дается сравнительно нетрудная, так как трудную работу выполнят только некоторые учащиеся, и установить степень индивидуальной подготовленности такой работой не удастся. Устные ответы и письменные работы учащихся тщательно проверяются и анализируются преподавателем.

Текущий учет по теме позволяет привести в систему все знания, полученные учащимися в процессе работы, и проводится после краткого повторения темы. Для учета по теме опытные учителя разрабатывают вопросники. Вопросы ставятся в определенной системе, так, чтобы ответы учащихся превратились в последовательное изложение темы или части темы. Повседневное наблюдение за работой учащихся имеет большое значение в системе учета знаний учащихся по арифметике.

Форма наблюдения за работой учащихся при изучении арифметики зависит от многих условий: это может быть алфавитная тетрадь, где каждому учащемуся отведена страница, или карточки для отдельных учащихся, или просто отдельные заметки в блокноте учителя.

Для всестороннего изучения учащихся и оказания им помощи наблюдение за работой учащихся необходимо вести при всех видах классной и внеклассной работы. В то время как один учащийся отвечает у доски, а класс слушает или ведет самостоятельную работу, отдельные учащиеся также должны быть в поле зрения учителя. Степень их участия в общей работе, подготовленность каждого к работе — все должно учитываться учителем. Особенно внимательно надо следить за учащимися во время самостоятельной работы, данной в классе фронтально или индивидуально, помогая им в случае затруднений. Учитель отмечает в своей тетради или в личной карточке учащегося качество ответов в самостоятельной работе, при проверке вычислительных навыков, при устном решении примеров и задач.

Итоговый учет объединяет результаты годовой работы и данные по состоянию знаний и навыков в момент учета. Ученик, отстававший в начале года, мог подтянуться к концу года, и это его достижение должно быть учтено при оценке его работы в целом.

По окончании подведения итогов годового учета каждому учащемуся дается характеристика, в которой указывается качество усвоения материала и отношение его к работе.

§ 24. УСТНЫЙ ОПРОС

Рассмотрим организацию и технику проведения отдельных видов и моментов учета.

Для выявления и определения степени (качества) усвоения пройденного материала наиболее употребительной формой является вызов учащихся к доске для устных ответов. Чтобы эти ответы могли служить показателем знаний учащихся по математике, нужно предоставить отвечающему возможность выявить свои знания без лишних наводящих вопросов учителя.

При устных вопросах учитель может определить, как учащиеся усвоили технику устных и письменных вычислений; умеют ли они давать объяснения выполняемого; насколько прочно усвоен пройденный материал. При решении задач учитель должен обратить внимание на то, как учащиеся разбираются в условиях задачи, насколько правильно делают выбор действий для решения того или иного вопроса задачи, в какой мере обнаруживают остроту соображения, смекалку; наконец, работа учащихся на доске покажет, каковы у них навыки внешнего оформления вычислений (правильность и красота записей, умелое их расположение).

Опрос в начале урока позволяет учителю определить знание материала прошедшего урока. Уроки арифметики расположены в таком порядке, что почти каждый урок подготавливает материал для последующего за ним урока. Соответственно данным устного опроса можно на уроке дать краткое или более детальное объяснение нового материала, например после урока «Устная нумерация в пределе 1000» следует урок «Образование трехзначных чисел и разложение их на сотни, десятки и единицы». Если учащиеся хорошо усвоили тему «Устная нумерация в пределе 1000», то тема следующего урока не вызовет затруднений.

Устный опрос в процессе урока (отдельные контрольные вопросы) проверяет внимание класса и понимание хода объяснений, а опрос после объяснения нового материала выявляет степень усвоения.

В план урока учитель включает вопросы, которые будут предлагаться учащимся при устном опросе. Опытные преподаватели не ограничиваются вопросами по материалу данного урока, они добавляют в план и вопросы на ранее пройденное. Если учитель введет в систему на каждом уроке спрашивать учащихся из пройденного ранее, то учащиеся, готовя задание по текущему материалу, сами начнут повторять пройденный материал, который почему-либо хуже удержался в памяти.

Иногда учителя спрашивают ранее пройденный материал без связи с новым заданием (например, беглый счет в 4—5 звеньев) или же связывают повторение с новым заданием (например, перед изучением нового типа задач на нахождение чисел по сумме и кратному отношению предварительно проверяют учащихся на устном решении задач на пропорциональное деление).

Благодаря дополнительным вопросам на уроке учащиеся серьезнее относятся к каждому уроку, у них развивается умение сопоставлять новый и пройденный материал, делать выводы; у учителя появляется возможность судить о прочности, глубине знаний учащихся.

Устный опрос может вестись в двух основных формах: в вопросо-ответной и в форме связного ответа отдельных учащихся.

Вопросо-ответная форма может иметь существенное значение, так как такой опрос приучает учащихся к быстрой мобилизации знаний, приучает их быть внимательными, учащиеся приучаются быстро делать выводы, сравнения, сопоставления. Такой опрос учит их оценивать свои и чужие ответы и вносить в них поправки, приучает к точным формулировкам, к правильному словесному выражению своих мыслей, закрепляет знания учащихся.

§ 25. КОНТРОЛЬНЫЕ ПИСЬМЕННЫЕ РАБОТЫ, ПРОВЕРКА РАБОТ И ОЦЕНКА ЗНАНИЙ УЧАЩИХСЯ

Учет при помощи письменной контрольной работы имеет те преимущества, что он позволяет на одном уроке охватить всех учащихся класса и за небольшой промежуток времени проверить каждого из них по сравнительно широкому кругу вопросов. В начальной школе практикуются контрольные работы двух видов: а) краткие, рассчитанные на 10—15 мин.; содержание их — небольшой материал; б) продолжительные работы (на один академический час) по окончании темы, раздела курса или в конце четверти.

Эти работы могут быть даны и после изучения небольшого раздела курса, и в конце четверти для подытоживания пройденного за этот промежуток времени материала; наконец, контрольная письменная работа необходима и для учета годовой работы. Основная цель этих работ — подвести итоги работы, определить качество усвоения материала, выявить слабые места знаний учащихся и слабые места в работе учителя.

10—15-минутные контрольные работы полезны тем, что устанавливают степень усвоения небольшого по объему материала, мобилизует учащихся на аккуратное приготовление домашних заданий, приучают учащихся к быстрому выполнению работы. Тематические контрольные работы позволяют установить: общий уровень знаний и навыков учащихся по данному разделу программы; уровень знаний и пробелы в работе отдельных учащихся; продвижение в работе класса и отдельных учащихся.

Содержание контрольной работы охватывает одни и те же вопросы для всех учащихся, но конкретный ее материал может быть разный (несколько вариантов) и разной трудности.

В контрольных работах должны найти отражение все основные изученные за это время вопросы.

Итоговая контрольная работа не должна быть громоздкой, и в нее нельзя включать примеры труднее тех, что решались учащимся на уроке и дома. В контрольных работах должен учитываться материал как арифметический, так и геометрический.

Полезно иногда в старшем классе давать неожиданные письменные работы, разрешив учащимся пользоваться или учебником, или тетрадками с записями. Учитель лишний раз увидит, насколько забыт или усвоен ими данный раздел и в какой мере учащиеся могут работать самостоятельно.

Время, отводимое на письменные работы, не должно превышать 25—30 мин. в I и II классах, 35—45 мин. в III и IV классах.

При выборе материала для контрольной работы необходимо исходить из следующих принципов: во-первых, ясно представить себе цель работы; во-вторых, точно определить, для проверки каких вопросов курса дается каждое упражнение: в третьих, включить повторение ранее пройденного; в-четвертых, дать упражнения на те случаи, в которых были ошибки в предыдущей работе.

Очень важен подбор материала для контрольной работы. Здесь учителю надо избежать двух крайностей: слишком легкое задание дало бы повод учащимся считать, что они все хорошо знают и в дальнейшем могут меньше работать; со слишком трудным заданием справятся только отдельные учащиеся. Учитель, зная уровень знаний класса, всегда должен находить меру трудности материала.

На предшествующем уроке перед контрольной работой опытные преподаватели объясняют учащимся требования, предъявляемые к работе. Например, они разъясняют, в какой форме должно быть дано объяснение решения: в форме ли вопросов, в виде ли утвердительного пояснения, предшествующего вычислениям или сопровождающего вычисления, или в виде связного текста; указывают на необходимость сделать проверку решения задачи или примеров. Учитель разъясняет также требования, касающиеся вычислений, например: употреблять везде, где возможно, устные вычисления, выбирать наиболее простые способы вычислений, тщательно проверять вычисления и т. д.

При проведении контрольной работы необходимо обеспечить: а) использование учащимися всего времени, отведенного на работу; б) полную самостоятельность при выполнении. Поэтому нецелесообразно примеры или задачи для контрольной работы писать на доске в начале урока, так как до окончания записи учащиеся не могут начать ее выполнение; кроме того, пока учитель пишет, некоторые учащиеся будут подсказывать другим, консультироваться с товарищами. В перемену для записи не всегда достаточно времени. Наиболее целесообразно приготовлять карточки с текстом контрольных работ для раздачи их ученикам.

Контрольные работы выполняются в особых контрольных тетрадях, которые хранятся в школе.

Все предварительные вычисления можно записывать на особых листах, вложенных в тетрадь, так как черновые записи не менее важны, чем беловые работы. Зная, что они будут просмотрены, учащиеся выполняют их аккуратно и обдуманно. Во время выполнения учащимися контрольной работы учитель стоит у стола впереди класса (иногда подходит к учащимся, но ничего не объясняет им по теме) и ведет очень тщательное наблюдение за выполнением контрольной работы. Отклонения от нормального выполнения работы отдельными учащимися он записывает. Проверяя контрольную работу, учитель учитывает при выводе оценки за работу все замечания, сделанные об отдельных учениках.

При раздаче исправленных контрольных работ следует разобрать наиболее типичные ошибки и указать учащимся, как их изжить.

В процессе текущей работы с учащимися при исправлении тетрадей, при проверке контрольных работ учитель не должен ограничиваться только установлением ошибок; необходимо выявить типы ошибок, степень их повторяемости. Это поможет учителю наметить пути ликвидации этих ошибок.

При проверке тетрадей учащихся необходимо вести учет ошибок. Учет этот может быть проведен следующим образом: при исправлении тетрадей учитель выписывает наиболее грубые, часто встречающиеся ошибки и против каждой отмечает количество учащихся, допустивших ту или иную ошибку.

При проверке работ надо учитывать следующие положения: а) работа проверяется до конца, если даже решение неверно, так как в отдельных частях могут быть частные ошибки или, наоборот, удачное решение; б) отмечаются не только арифметические ошибки, но и все недочеты (например, длинный или неудачный способ решения, плохая постановка вопросов или нечеткое пояснение решения задачи и т. п.), отмечаются логические и грамматические ошибки. Полезно, подчеркнув ошибки и не исправляя их, указать на полях правило, закон, свойство действий, на которые сделана ошибка.

Контрольные работы желательно обрабатывать так (см. табл.). В графах заданий помечается каждое из них. Против фамилии каждого учащегося условными знаками отмечается качество выполнения данного звена задания. Например, знаком

«+» отмечается безошибочное решение, знаком «Т» — решение без грубых ошибок, знаком «—» неправильное решение, знаком «0» — полное отсутствие решения. Дальнейшая работа заключается в подсчете по каждому звену задания количества знаков и в вычислении их в процентах, как указано в приведенной таблице.

Составляется сводка ошибок по такой форме.

№ п. п.	Фамилия учащегося	Задания № 1	№ 2		Типичные ошибки
1	Александров	+	т		
2	Власов	. . .	0		
3	. . . .	. . .			
. .	. . . .	. . .			
. . .	. . . .	+			
40	Яковлев				
	+	30—75%			
	т	5—12,5%			
	—	4—10%			
	0	—			

Часть ошибок должна быть ликвидирована в процессе повседневной работы. Приведенные приемы выявления ошибок в тетрадях учащихся и в их контрольных работах помогут учителю разобраться в ошибках и выделить те из них, которые можно изжить в текущей работе путем повторных упражнений, устного решения примеров и задач на уроках.

§ 26. ИСПРАВЛЕНИЕ НЕДОСТАТКОВ В ЗНАНИЯХ УЧАЩИХСЯ

Для ликвидации пробелов в знаниях учащихся, которые нельзя изжить в процессе текущей работы, необходимы дополнительные работы, например: дополнительные домашние задания, дополнительные занятия с отстающими.

Учащиеся, сделавшие работы плохо, получают задание: сделать ту же работу дома, объяснить ошибки и исправить их, проделать дома добавочные упражнения.

Задание по исправлению ошибок проверяется на следующий день. Учитель выясняет причину ошибки: сделана ли она вследствие незнания правила, неумения его применить или недостаточного навыка в применении.

Через несколько уроков учащимся, написавшим работу на «2» или на «3», предлагается во внеурочное время контрольная работа на те же правила. Если окажется, что многие учащиеся еще не усвоили материала, то вопросы данной контрольной работы должны включаться в следующую контрольную работу, но предварительно в домашнее задание включается доработка неусвоенного материала. Наряду с ошибками массового характера встречаются ошибки индивидуального характера, допущенные лишь некоторыми учащимися. Искоренить ошибки можно лишь при систематической работе самих учащихся, организуемой учителем. В опыте многих учителей применяется продуманная система работы над ошибками. Заключается она в том, что учащийся систематически упражняется в решении примеров и задач, подобранных учителем на соответствующие правила, в применении этих правил на новом материале.

Если отдельные учащиеся и в этом случае не усвоят пройденный материал, то учитель проводит с ними временные дополнительные занятия. Пропустил ученик много уроков подряд по болезни, и ему трудно по арифметике самостоятельно наверстать пропущенное,— учитель назначает дополнительные занятия и помогает ученику разобраться в пройденном. Обнаружилось после изучения трудной темы, что в классе два-три человека при всем своем старании не усвоили материал,— для них назначаются дополнительные занятия. Как только учащиеся усвоят данный им материал, дополнительные занятия с ними прекращаются. Учитель продолжает внимательно наблюдать за работой этих учащихся и в отдельных случаях дает им индивидуальные задания.

Индивидуальные задания по исправлению ошибок необходимо строго учитывать. Для этого на каждого неуспевающего следует завести карточку с указанием его пробелов и с отметками об их исправлении. Этот учет можно вести и в тетради.

Форма учета следующая:

№ п. п.	Дата	Фамилии, имена учащихся	Раздел программы (вопрос, не усвоенный учащимися)	Указание учителя	Срок подготовки данного вопроса учащимися	Выполнение
1	15/XII	Иванова Клавдия	Не понимает частные случаи деления многозначных чисел	Прорешать примеры по задачнику	15/XII	Данный вопрос усвоен. Проверка 16/XII

Тетрадь индивидуального учета содержит данные, помогающие изживать неуспеваемость учащихся: в ней фиксируются пробелы в знаниях учащихся, указываются мероприятия для ликвидации пробелов, контролируется выполнение полученного учащимися задания.

Такая работа с отстающими помогает в борьбе с неуспеваемостью и предупреждает ее. Отставание ученика, которое своевременно не замечено учителем и для ликвидации которого не приняты меры, очень часто переходит в неуспеваемость, когда учащийся оказывается не в состоянии успешно идти в ногу с классом, не может усваивать новый материал.

Опытные учителя уделяют большое внимание предупреждению отставания отдельных учащихся. Они своевременно подмечают лишь намечающееся в силу тех или иных причин отставание и принимают меры, повышающие активность в учебной работе ученика. Предупреждение отставания достигается при непрерывном учете знаний, умений и навыков учащихся учителем.

При оценке письменных работ и устных ответов учащихся по арифметике учитель должен руководствоваться указаниями, приведенными в брошюре «Нормы оценки успеваемости учащихся по арифметике I—IV классов», изд. 1961 г.

ГЛАВА VII

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ПРИМЕРЫ И ЗАДАЧИ

§ 27. ЧИСЛЕННЫЕ ПРИМЕРЫ

В курсе арифметики начальной школы как при занятиях с учителем, так и для домашних работ применяются численные примеры (столбики, строчки) и задачи (с текстом).

Численный пример представляет собой совокупность чисел и знаков действий, показывающих, какие действия и в каком порядке следует произвести над данными числами; поэтому они по своему содержанию не могут затруднять учащихся и со стороны учителя не требуют много времени на объяснение.

Вследствие этого численные примеры являются наиболее удобной формой самостоятельных упражнений учащихся для закрепления того или иного арифметического навыка. Решение численных примеров вводится уже в I классе. Однако чрезмерно увлекаться решением только примеров на всех годах обучения не следует, надо уделить достаточно внимания и решению задач с текстом.

Приведем образцы усложнения численных примеров по годам обучения и способы их записи.

1-й **год**. Изучение чисел первого десятка начинают с примеров, где даются только два числа: 4+1; 8—2, но уже в конце изучения этого концентра можно ввести примеры и с тремя числами:

а) сначала на одно и то же действие: 4+1+3 или 9—5—2;

б) затем на два различных действия: 8—4+2 или 2+8—6.

Кроме примеров указанных типов, на этой же ступени следует давать и такие, где учащимся приходилось бы определять или одно из слагаемых $(6+?=9)$, или уменьшаемое $(?-3=5)$, или вычитаемое $(10-?=6)$.

В концентре второго десятка появляются два новых действия — умножение и деление. Количество чисел в примерах следует оставить то же, что было на предыдущей ступени, т. е. не больше трех, но здесь возможны более разнообразные комбинации действий. Примерами таких заданий могут служить следующие:

$$3\times4-5; \qquad 16:4+8; \qquad 18:2+5.$$

2-й год. Основные типы численных примеров на втором году обучения остаются те же, что были указаны для первого года. Преобладающее количество упражнений должно быть с тремя числами, но здесь следует несколько усложнить задания, вводя в них уже 4 числа, заключая их попарно в скобки. К такого рода упражнениям относятся следующие:

а) на сложение и вычитание:

$$(15+18)-(42-25);$$

б) на комбинацию этих действий с умножением и делением:

$$(2\times8+4):2.$$

При записи примеров на отыскание слагаемого, уменьшаемого, вычитаемого или сомножителя вместо знака вопроса для обозначения искомого можно ввести x:

$$x+18=50; \qquad 69-x=40; \qquad 5\times x=40.$$

3-й год. Как и в предыдущем году обучения, на этой ступени изучения арифметики достаточно ограничиться употреблением одних круглых скобок; типы же числовых примеров остаются те же, что были на 2-м году. В этом классе вводятся примеры на порядок действий.

4-й год. Преобладающим типом упражнения в первую половину этого года обучения будет основной тип, рассмотренный выше, т. е. численные примеры с 4—5 данными и круглыми скобками.

§ 28. ОБОЗНАЧЕНИЕ ПОРЯДКА ДЕЙСТВИЙ В ПРИМЕРАХ НА ВЫЧИСЛЕНИЕ

При обозначении порядка действий над числами следует иметь в виду некоторые условия.

Разберем сначала обозначение действий над числами без употребления скобок.

Арифметические действия делятся на действия I ступени — это сложение и вычитание, и действия II ступени — это умножение и деление.

Изучение темы начинается с решения задачи на сложение и вычитание, например:

«Школьники интерната собрали сначала 800 *кг* картофеля, потом еще 200 *кг*. 600 *кг* оставили для интерната, остальное отдали подшефному детскому дому. Сколько килограммов картофеля отдано детскому дому?»

Задача решается двумя действиями, решение записывается в двух строчках.

Учитель объясняет, как записать на доске решение задачи в одну строчку в виде примера:

$$800+200-900=100 \text{ (кг)}.$$

Учащимся предлагаются задачи аналогичного содержания (сложение, потом вычитание), решение которых они записывают самостоятельно в виде формулы. Учитель объясняет:

«Если численный пример содержит действия одной ступени и каждое следующее действие выполняется над результатом предыдущего, то действия выполняются в порядке их обозначения.

Если численный пример содержит только сложение и вычитание, результат не зависит от порядка действий, причем в действиях с положительными числами должно быть только одно условие, чтобы вычитание было выполнимо».

После этого решаются примеры на сложение и вычитание, например:

1) $30+70-60$ 3) $100-60+30$
2) $90-10-40$ 4) $300-80+40-50$

Учащимся предлагается составить и решить примеры на действия 1-й ступени, подобрать к некоторым примерам задачи, записать их решение в одной строчке.

На дом учащиеся получают задание: решить примеры, решить задачу с записью решения в одну строчку.

По такому же плану разбирается запись решения задач на умножение и деление. Решается, например, задача:

«Для каждой из трех комнат заводской столовой купили по 10 столов ценой 7 руб. за каждый. Сколько стоили все столы?»

Решение: $7\times10\times3=210$ (руб.).

Или: «Две садовые машины-ямокопатели заменяют труд 28 человек. Сколько человек заменяют 5 ямокопателей?»

Решение: $28:2\times5=70$ (чел.).

Задача. «Велосипедист ехал 2 часа со скоростью 12 *км* в час. За сколько часов прошел бы такое же расстояние пешеход, скорость которого 4 *км* в час?»

Решение: $12\times2:4=6$ (час.).

Решение задач записывается формулами. Учитель отмечает, что вычисления выполняются в порядке записи и что в этих формулах содержатся только умножение и деление, т. е действия 2-й ступени. Учитель предлагает учащимся составить и решить примеры:

а) на действия 1-й ступени, б) на действия 2-й ступени.

В беседе с учащимися делается вывод: если в примере без скобок имеются действия только одной ступени, то они выполняются в порядке записи.

В примерах, которые содержат только умножение и деление, результат также не изменяется при изменении порядка действий. В этих примерах с целыми числами необходима выполнимость деления в целых числах. Это условие отпадает, когда в употребление входят дроби. Например:

$$6\times20\times5:25=6:25\times5\times20.$$

Последний вариант дает: $\frac{6}{25}\times5\times20.$

Дальше переходят к изучению порядка **действий разных** ступеней.

Учащимся предлагается задача:

«Расстояние от Москвы до Ленинграда по линии железной дороги 651 *км*. Московский поезд, идя со скоростью 42 *км* в час, за 4 часа дошел до Калинина. Какое расстояние от Калинина до Ленинграда?»

Решение объясняется учащимися и записывается двумя действиями:

1) $42\times4=168$ (*км*),
2) $651-168=483$ (*км*).

Учащиеся записывают решение в одну строчку:

$$\overset{\text{II}}{651-}\overset{\text{I}}{42\times4}=483 \text{ (км)}.$$

Учащиеся объясняют, в каком порядке надо произвести вычисления, обозначают в записи порядок выполнения действий.

Дальше следует дать для записи решения формулой более сложную задачу, например:

«Мальчик решил 2 задачи и 3 примера, употребив в среднем по 15 мин. на решение каждой задачи и по 5 мин. на решение примера. Сколько времени пошло на выполнение задания?»

Решение записывается тремя действиями:

1) $15\times2=30$ (мин.); 2) $5\times3=15$ (мин.);
3) $30+15=45$ (мин.).

Делается запись решения в одну строчку:

$$15\cdot2+5\cdot3=45 \text{ (мин.)}.$$

Учащиеся решают ряд примеров на порядок действий различных ступеней:

$200:4+100:2$
$500:5-400:5$
$32\times5+120:4$ и т. д.

В результате беседы выводится следующее правило о порядке действий.

П р а в и л о. Если числовой пример содержит действия 1-й и 2-й ступеней, то действия 2-й ступени выполняются в первую очередь, после них — действия 1-й ступени в порядке их записи, причем эти действия 1-й ступени производятся как над числами, данными в условии, так и над числами, получившимися при выполнении действий 2-й ступени.

Для вычислений в младших классах начальной школы надо брать примеры, в которых действия выполнялись бы в порядке их обозначения, например: $5\times2+4$; $12:3+2$, а не $4+5\times2$ или $2+12:3$.

Если порядок действий должен отступить от правил, указанных выше, то в арифметическом выражении ставятся скобки различной формы: круглые ( ), квадратные [ ], фигурные { }.

Употребление скобок лучше всего выяснять на задачах. Возьмем задачу:

«Яблоки и виноград стоят 10 руб., за яблоки уплатили 8 руб., остальные деньги уплатили за 2 *кг* винограда. Сколько стоит 1 *кг* винограда?»

Задача решается устно, решение записывается сначала в две строчки:

1) 10 руб. — 8 руб.=2 руб.;
2) 2 руб.:2=1 руб.

Каждое действие нумеруется.

Потом записывается решение задачи в виде формулы, сначала не содержащей скобок: $10-8:2$. Вычислив формулу согласно выведенным правилам, получают: $10-4=6$.

Учащиеся видят, что в вычислении формулы порядок действий не соответствует содержанию задачи, в условии которой значится: остальные деньги (т. е. остальные 10 руб.— 8 руб.) уплачены за 2 *кг* винограда, а в вычисленной формуле 6 руб. уплачены за 2 *кг* винограда. Тогда разность 10—8 заключается в скобки, чтобы изменить в формуле $(10-8):2$ порядок действий.

Дальше разбираются задачи, в формулах которых встречается сначала одна пара скобок, потом две пары скобок.

Потом решаются составные задачи более чем в два действия и выполняется запись решения этих задач в виде числовой формулы (см. стр. 123).

После упражнений в задачах учащимся предлагаются следующие примеры:

$$32\cdot(50-10);\qquad 100\cdot(81-19);\qquad (39+46)\cdot5;$$
$$200+4\cdot(125-100).$$

После решения задач и примеров делается вывод, что скобки меняют порядок действий и что примеры со скобками решаются по следующему правилу: в примерах, содержащих скобки, надо сначала выполнять действия внутри скобок, а затем решать примеры по общему правилу.

Несложные по составу примеры учитель может задавать, применяя язык математических формул, например: запишите произведение числа 45 на сумму чисел 15 и 20; частное от деления суммы чисел 12 и 18 на разность чисел 15 и 9; сумму произведения числа 3 на разность 17 и 9 и числа 76 и т. д.

После достаточного числа упражнений в решении задач и примеров на порядок действий можно дать и более сложные примеры. Например:

$$40-20:5+10\times 2$$
$$(40-20):5+10\times 2$$
$$40-(20:5+10)\times 2$$
$$(40-20:5+10)\times 2$$

Учащимся предлагается составить примеры, содержащие скобки, а также задачи на формулы, содержащие скобки.

Горизонтальная черта, обозначающая деление, считается вместе с тем и скобками. Поэтому приведенный выше пример может быть написан в следующей форме: $\frac{10-8}{2}$.

§ 29. ЗАДАЧИ И ЗНАЧЕНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Вопрос о задачах рассмотрим в таком порядке: 1) определение понятия задачи; 2) элементы каждой задачи и требования к ним: виды задач, место каждого вида в школе; 3) что значит решить задачу; 4) анализ и синтез при решении задач; 5) задачи готовые и составленные учащимися; 6) техника составления задач; 7) типовые задачи.

Арифметической задачей называется вопрос, в котором требуется определить численное значение какой-либо величины по данным численным значениям других величин, находящихся в определенной зависимости как между собой, так и с искомой.

Таким образом, в каждой арифметической задаче имеются следующие элементы: а) числовой материал; б) условие задачи — словесное изложение (рассказ), указывающее на характер связей между данными и искомыми; в) вопрос задачи, указывающий, что требуется найти в ней.

Рассмотрим те основные требования, которые следует предъявлять каждому из перечисленных элементов задачи.

1. Числовой материал должен в первую очередь соответствовать уровню арифметической подготовки учащихся, а также и тем жизненным фактам, которые дали материал для задачи (нельзя, например, давать скорость лошади 100 *км* в час, норму высева на гектар в 5 *ц*); кроме того, этот материал должен быть подобран так, чтобы можно было решить задачу; например, не приходилось бы от меньшего числа отнимать большее.

2. Условие задачи должно формулироваться точно, ясно и немногословно.

3. Вопрос задачи должен быть сформулирован совершенно ясно и точно, в полном соответствии с данными.

Все арифметические задачи делятся на простые и составные (сложные). Простой задачей называется такая, которая решается с помощью одного какого-либо действия, например: «Карандаш стоит 10 коп. Сколько карандашей можно купить на 50 коп.?» А составной — такая, которая состоит из нескольких простых задач и, следовательно, не может быть решена одним действием, например: «В двух бидонах 62 *л* молока. Из одного продали 7 *л*, из другого — в 3 раза больше. Сколько молока осталось?»

На решении простых задач выясняется смысл каждого действия, различные случаи его применения.

При выяснении какого-либо математического понятия, при ознакомлении детей с действием и с математической терминологией следует применять простые задачи, так как содержание их по своей простоте не затрудняет детей, и дети все свое внимание могут сосредоточить на разъясняемом вопросе.

Составные и простые арифметические задачи преследуют три цели: 1) при решении задач учащийся должен научиться понимать скрытые в условии зависимости, устанавливать их взаимосвязь и выбирать соответствующее арифметическое действие, что в свою очередь способствует развитию и укреплению логического мышления; 2) использование в задачах жизненного материала осмысливает самые занятия математикой, способствует установлению связи математики с современностью; вскрывает в цифрах динамику социалистического строительства; 3) применение того или иного действия для решения задачи закрепляет математические навыки.

Таким образом, задачи: 1) дают толчок к приобретению навыков; 2) возбуждают интерес к занятиям арифметикой; 3) способствуют умственному развитию ребенка; 4) удачно подобранные задачи воспитывают человека, умеющего применить в жизни основы знаний, полученные в школе.

При решении вопроса о том, откуда брать материал для задач, следует иметь в виду и воспитательно-образовательные задачи школы и интересы ребенка.

На первых шагах обучения, естественно, содержание задач должно охватывать наиболее близкую ребенку обстановку его личной и семейной жизни: игрушки, конфеты, животные, птицы, растения, число членов семьи. Затем к этому материалу для задач присоединяются сами учащиеся, предметы школьной обстановки: парты, книги, ручки, тетради и т. п. По мере обогащения учащихся знаниями в задачах появляется материал из производственного окружения учащегося и данные из газет, докладов и пр. Например, в колхозе и совхозе — количество земли, нормы высева, живой и мертвый инвентарь, трудодни и т. п. В фабрично-заводском окружении разнообразный материал дает само производство.

Материал из указанных источников должен быть использован постольку, поскольку это необходимо для оживления уроков математики и для того, чтобы показать учащимся практическую значимость математики даже на этой первоначальной ступени ее изучения. Вместе с тем преподаватель должен иметь в виду, что было бы ошибкой содержание задач ограничивать и замыкать в круг узких интересов местного характера: эти интересы должны служить лишь отправными моментами. Образовательно-воспитательные задачи школы требуют использования и на уроках математики более разнообразного материала, расширяющего кругозор ребенка и создающего интересы более высокого порядка.

Задачи можно подразделять на следующие виды: 1) готовые задачи из задачника, 2) задачи, составляемые учителем с использованием данных окружающей обстановки, и 3) задачи, составляемые детьми. В задачах, составляемых учителем, надо использовать возможно шире материал из школьной жизни, например: для составления диаграмм, для вычисления процентов — данные школьных отчетов, числовые данные из газет. Необходимо также давать задачи, которые отражали бы нашу современную кипучую жизнь, затрагивали бы наиболее важные вопросы: выполнение плана семилетки, социалистическое строительство и т. д.

§ 30. РЕШЕНИЕ ПРОСТЫХ ЗАДАЧ

Каждая составная задача при решении разлагается на простые задачи. Следовательно, умение решать составные задачи зависит прежде всего от умения решать простые задачи.

Выбирая действие для решения простой задачи, мы частный вопрос задачи подводим под один из общих вопросов, характеризующих данное действие. Простые задачи выясняют детям необходимость и смысл действий над числами, знакомят с различными случаями применения действия, помогают выяснить способы и приемы вычислений.

Разберем различные случаи применения арифметических действий.

Сложение применяется: 1) для определения целого, когда даны все его части, и 2) когда одно число надо увеличить на несколько единиц.

Поясним примерами:

«Рабочий из полученной заработной платы положил в сберегательную кассу 19 руб., 42 руб. истратил на питание, 2 руб.— на квартиру, и у него осталось еще 35 руб. Сколько заработал он в месяц?»

Зарплата рабочего — это целое, а деньги, внесенные в сберкассу, истраченные на питание, на квартиру и оставшиеся,— это части целого. Вопрос решается сложением:

$$19+2+42+35=98 \text{ (руб.)}.$$

«В школьном огороде посеяно 8 гряд свеклы, а моркови — на 4 гряды больше. Сколько гряд моркови было засеяно?»

Число 8 увеличивается на 4 единицы путем прибавления к нему 4 единиц: $8+4=12$ (гряд).

Вычитание есть действие, в котором дается сумма двух чисел (уменьшаемое) и одно из слагаемых (вычитаемое), а находится другое слагаемое (остаток).

Но искомое слагаемое есть часть данной суммы. Поэтому первый случай применения вычитания можно формулировать так: 1) при помощи вычитания по данному целому и одной его части определяется другая часть (остаток); 2) вычитанием одно число уменьшается на столько единиц, сколько их в другом числе; здесь искомое слагаемое — это то число, к которому было прибавлено несколько единиц (вычитаемое) для получения суммы (уменьшаемое); 3) вычитанием определяется, на сколько единиц одно число больше или меньше другого; здесь неизвестное слагаемое было прибавлено к данному слагаемому (вычитаемому) для получения суммы (уменьшаемого). Это есть **разностное** сравнение чисел.

Примеры задач, решаемых вычитанием:

1. «В зале 10 окон, в 8 окнах вставлены рамы. Сколько рам осталось вставить?»

10 окон — это сумма двух слагаемых; 8 окон — это одно из слагаемых. При помощи вычитания отыскивается другое слагаемое.

2. «У меня есть веревка в 17 *м* длиной, а мне нужна веревка на 3 *м* короче. Какой длины нужна мне веревка?»

Число 17 *м* надо уменьшить на 3 *м*. Это делается посредством вычитания: 17—3=14 (*м*).

3. «Одно шоссе имеет ширину 18 *м*, другое 20 *м*. На сколько метров одно шоссе шире другого?»

Для сравнения 20 *м* и 18 *м* из 20 вычитаем 18, получаем 2, т. е. на 2 *м* одно шоссе шире другого.

Посредством **умножения** на целое число решаются задачи, в которых:

1) по одному из равных слагаемых (множимому) и числу этих слагаемых (множителю) находится сумма (произведение) или по величине одной из равных частей и по числу этих частей узнается целое.

Возьмем задачу: «Собранные с огорода огурцы увезли на 3 возах, по 6 мешков на каждом возу. Сколько мешков огурцов было собрано?»

Здесь количество всех мешков — целое — надо составить из количества мешков на первом, втором и третьем возах. Но на каждом возу по 6 мешков, т. е. каждая из трех равных частей равна 6 мешкам, сложив 6+6+6, или повторив 6 три раза, узнаем целое (18 мешков).

2) Умножением на целое число решаются также задачи, в которых данное число (множимое) увеличивается во столько раз, сколько единиц во множителе.

Возьмем задачу: «Пешеход проходит по 4 *км* в час, а велосипедист едет в три раза скорее. Сколько километров в час проезжает велосипедист?»

Скорость велосипедиста — это 4 *км*+4 *км*+4 *км*, т. е. 4 *км*, повторенные слагаемым 3 раза, или умноженные на 3.

От умножения на 3 число 4 *км* увеличилось в 3 раза, т. е. во столько раз, сколько единиц во множителе.

Деление есть действие, обратное умножению, в котором по произведению (делимому) и одному из сомножителей (делителю) определяется другой сомножитель (частное).

При делении на целое число искомый сомножитель может быть **множимым**, тогда делимое (данное произведение) есть сумма, а делитель (данный сомножитель) показывает, из скольких равных частей состоит эта сумма. Поэтому первый случай употребления деления — это нахождение одной из равных частей целого.

Приведем задачу: «Стекольщик вставил в 4 рамы 8 стекол, в каждую раму поровну. Сколько стекол вставил он в каждую раму?»

Здесь 8 стекол надо распределить поровну между 4 рамами, т. е. разделить на 4 равные части.

Другой случай употребления деления на целое число — когда данное число (делимое) надо уменьшить во столько раз, сколько единиц в делителе.

Пример. «В огороде собрано 9 мешков огурцов, а моркови — в 3 раза меньше. Сколько собрано моркови?»

Решение задачи сводится к нахождению третьей части от 9 мешков: $9:3=3$. **Ответ.** 3 мешка.

Делением решается вопрос, сколько раз делитель содержится в делимом, или во сколько раз одно число (делимое) больше другого (делителя), например:

а) «Сколько надо подвод для перевозки 12 бочек керосина, если на каждую подводу положить по 3 бочки?»

Очевидно, для перевозки керосина надо столько подвод, сколько раз в 12 бочках содержится по 3 бочки. Поэтому 12 делим на 3, получаем 4. **Ответ.** 4 подводы.

б) «Шкаф стоит 20 руб., а стул — 4 руб. Во сколько раз шкаф дороже стула?»

Вопрос задачи решается делением, так как надо узнать, сколько раз в 20 руб. содержится по 4 руб.: $20:4=5$. **Ответ.** 5 раз.

В первых двух случаях деления, когда по произведению и множителю находится множимое, деление называется **делением на равные части**. В последних двух случаях, когда по произведению и множимому находится множитель, деление называется **делением по содержанию**.

В делении на равные части делимое и частное — одного названия, делитель — число отвлеченное. В делении по содержанию делимое и делитель — одного названия, а частное — отвлеченное число.

Решение простой задачи состоит в том, что учащиеся, усвоив содержание задачи, должны понять зависимость между искомым и данными числами и правильно указать действие, которое следует применять для получения ответа на вопрос задачи, а затем выполнить самое действие. Содержание первых задач-действий можно брать из классной обстановки.

«Юра, возьми из шкафа 4 тетради, а ты, Зина, возьми 3 тетради и положите их на мой стол. Несите так, чтобы все видели, сколько тетрадей взял каждый. Дети, сколько тетрадей положил Юра? (4 тетр.) А Зина? (3 тетр.) А сколько тетрадей они положили на стол? (7 тетр.) Как сосчитали? (К 4 тетр. прибавим 3 тетр.)

Вот, дети, послушайте, какую задачу мы с вами решили про Юру и Зину».

Учитель повторяет всю задачу, выделяя голосом вопрос задачи, затем предлагает одному ученику повторить условие задачи (что сделали Юра и Зина), а другому ученику повторить вопрос задачи (что сосчитали); спрашивает, как сосчитали, сколько тетрадей на столе, и записывает решение на доске. Надо приучать учащихся давать полные ответы на вопрос задачи.

Подобные задачи составляет учитель, потом дети — сначала с помощью учителя, затем самостоятельно.

При обучении решению простых задач большую роль играет наглядность. Картины, рисунки, плакаты помогают детям освоить условие задачи, поставить вопрос и выбрать действие. Чтобы приучить учащихся расчленять задачу на условие и вопрос, надо предлагать одному-двум ученикам повторить только вопрос задачи. Когда учащиеся научатся выделять условие задачи и вопрос, можно давать на дом решать задачи по задачнику, разобрав в классе решение. Постепенно надо приучать учащихся объяснять выбор действий. Например, пусть решается задача:

«В I классе 35 учащихся, а во II — на 3 человека больше. Сколько учащихся во II классе?»

«Что надо узнать в этой задаче?» (Сколько учащихся во II классе?) «А что нам известно в задаче?» (Сколько учащихся в I классе?) «А еще что сказано в задаче?» (Во II классе на 3 человека больше, чем в I.) «Как же узнать, сколько учащихся во II классе?» (Надо к 35 прибавить 3.) Дальше идут вычисления и запись.

С I класса надо приучать учащихся к схематической записи условия задачи. Например, схематическая запись приведенной задачи имеет следующий вид:

I кл.	II кл.
35 чел.	?

По записанной схеме учащиеся легко воспроизводят условие задачи и направляют внимание на то, чтобы дать ответ на поставленный в рамке вопрос.

При записи решения задач надо ставить наименования, как только это позволит знание письма букв. Наименование помогает воспроизвести условие задачи, восстановить процесс мышления при решении задачи.

Наименования пишут сокращенно, по указанию учителя, так как учащиеся еще не знают правил сокращения слов.

С I класса учащимся надо показать, в каких действиях какие компоненты имеют одинаковое наименование с результатом, какие компоненты — отвлеченное.

При постановке наименований иногда приходится родовые понятия заменять видовыми и наоборот. В таких случаях учитель обязан предупреждать учащихся, пока учащиеся не научатся сами правильно ставить научное наименование. Например:

Задача. 1. У бабушки было 8 уток, 10 кур и 1 петух. Сколько птиц было у бабушки?

$$8+10+1=19 \text{ (птиц).}$$

Задача 2. В колхозе было 180 коров, а лошадей — в 3 раза меньше. Сколько лошадей было в колхозе?

$$180:3=60 \text{ (лошадей).}$$

Задача 3. На столе лежало 6 ручек, а карандашей — на 4 больше. Сколько карандашей лежало на столе?

При решении задачи учащиеся рассуждают: карандашей на 4 больше — это значит столько же карандашей, сколько и ручек, т. е. 6 карандашей да еще 4 карандаша. Такое рассуждение приводит к записи:

$$6 \text{ кар.}+4 \text{ кар.}=10 \text{ кар.}$$

Из приведенных примеров видно, что постановка наименований при решении задач может вызвать затруднения у учащихся начальной школы.

В некоторых случаях для сопоставления можно объяснять совместно два вида простых задач, например увеличение и уменьшение числа на несколько единиц. Задачи смешанного характера решаются по усвоении учащимися каждого вида задач в отдельности.

Рассмотрим порядок чередования задач на вычитание. Как мы видели, вычитание применяется в следующих случаях: 1) для нахождения остатка; 2) при уменьшении числа на несколько единиц; 3) при разностном сравнении чисел. Отсюда вытекает порядок решения задач на вычитание: сначала даются задачи на отыскание остатка, затем на уменьшение числа на несколько единиц, после этого можно чередовать эти виды; далее переходим к задачам на разностное сравнение, после чего уже можно решать задачи всех трех видов.

Признаком усвоения учащимися приема решения простых задач служит умение применять безошибочно соответствующее действие.

До сих пор мы разбирали задачи с прямым ходом решения, или, как их иногда называют, простые задачи, выраженные в прямой форме. Но, кроме этих задач, существуют простые задачи с обратным ходом решения, или простые задачи, выраженные в косвенной форме.

Простые задачи и примеры, выраженные в косвенной форме или с обратным ходом решения, имеют следующее значение при изучении арифметики и других дисциплин.

1. В подготовительном курсе арифметики эти задачи и примеры помогают усваивать действия: а) состав чисел при изучении десяти, б) таблицу сложения и вычитания при изучении двадцати, в) при изучении 100 — таблицу умножения и деления.

2. В этом курсе задачи и примеры, выраженные в косвенной форме, подготавливают к изучению темы «Зависимость между элементами действий» и к проверке действий при прохождении многозначных чисел.

3. Решение простых задач и примеров, выраженных в косвенной форме, дает хорошую подготовку для решения составных неприведенных задач. В составную задачу могут входить простые задачи, выраженные как в прямой форме, так и в косвенной форме. Но решение составных неприведенных задач[1] проводится начиная с младших классов. Поэтому задачи, выраженные в косвенной форме на все действия, должны входить в примеры и простые задачи во всех концентрах от 10 до чисел любой величины. Кроме того, в практике жизни и при изучении других дисциплин встречаются составные задачи, содержащие простые задачи в косвенной форме. Это относится ко всем отделам математики, особенно же часто составные задачи, выраженные в косвенной форме, встречаются в физике и химии.

4. Решение задач и примеров, выраженных в косвенной форме, используемое при изучении действий и при решении задач в неприведенном виде, способствует развитию логического мышления, дает понятие о соотношении между величинами, о связи между арифметическими действиями. Текст задач, выраженных в косвенной форме, не указывает, какие надо употребить действия, но заставляет критически относиться к выбору действий, так как текст задачи будто подсказывает одно действие, а применять надо другое. Такие задачи дают навык сознательно применять арифметические действия.

Разберем простые задачи в пределе 10, 20 и 100 с обратным ходом решения.

На сложение могут быть даны задачи:

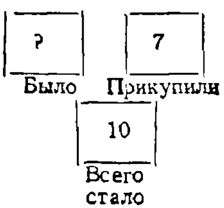
1) «К какому задуманному мною числу надо прибавить 5, чтобы получилось 7?» или 2) «Какое число надо прибавить к 5, чтобы получилось 8?»

Эти задачи на нахождение слагаемого по сумме и другому слагаемому.

3) «В живом уголке несколько белых кроликов; прикупили 7 черных, и стало всего 10 кроликов. Сколько белых кроликов в живом уголке?»

В этой задаче мы сводим вопрос к определению неизвестного слагаемого по сумме и другому слагаемому. При записи условия примера или задачи учитель обозначает неизвестное число знаком вопроса (?). Задача о кроликах будет записана так: ?+7=10.

Условие задачи о кроликах записывают и в виде схемы:



Решение будет записано так: ?+7=10;
3+7=10.

Ответ. 3 белых кролика.

[1] См. стр. 111.

Вопросы и задачи, подобные приведенным, ставятся *при вычитании* в пределе 10, когда приходится по элементам вычитания находить неизвестное число. Например: 1) «От какого числа надо отнять 3, чтобы осталось 4 (? — 3) = 4?», или 2) «Какое число надо отнять от 8, чтобы получить 6 (8 — ? = 6)?», или 3) «Девочка из данных ей денег заплатила за карандаш 7 коп. и получила сдачи 3 коп. Сколько денег она дала в уплату (? — 7 = 3)?»

В пределе 20 можно предложить следующие вопросы:

1) «Я задумал число. Если к нему прибавить 8, получится 17. Какое число я задумал?»

Вопрос записывается так: ? + 8 = 17.

2) «К какому числу надо прибавить 6, чтобы получить 14 (? + 6 = 14)?»

3) «Какое число надо прибавить (присчитать) к 9, чтобы получить 15 (9 + ? = 15)?»

4) «В столовой было 16 *кг* картофеля; когда израсходовали несколько килограммов, то осталось 4 *кг*. Сколько килограммов картофеля израсходовано?»

Решение задачи сводится к решению вопроса: сколько надо отнять от 16, чтобы осталось 4 (16 — ? = 4)? Результат находится вычитанием.

На умножение и деление в пределе 20 возможны задачи: 1) «Я задумал число. Если его повторить 3 раза, получится 12. Какое число я задумал (?×3 = 12)?» 2) «Сколько раз надо повторить 6, чтобы получилось 18 (6×? = 18)?» 3) «Если задуманное мною число разделить на 5 равных частей, то в каждой части получится по 4. Какое число я задумал (? : 5 = 4)?» 4) «Если 20 разделить на несколько равных частей, в каждой части получится 4. На сколько частей надо делить 20 (20 : ? = 4)?»

В первых двух примерах находится один из сомножителей, в третьем примере — делимое, а в четвертом — делитель.

Ф. И. Егоров называет примеры и задачи в указанной форме косвенных вопросов задачами-загадками. В случае, если загадка без конкретного содержания трудно понимается учащимися, ее следует дать в форме конкретной задачи. Например, вместо вопроса: «Сколько раз надо повторить 4, чтобы получилось 20?» — можно дать задачу: «Если платить по 4 коп. за почтовую марку, сколько марок можно купить на 20 коп.?» Часто при решении задач-загадок учащиеся заменяют действие, которым она решается, обратным действием. Так, например, 8 — ? = 6 решают отсчитыванием от 8 по 1, пока получат 6, или присчитывают к 6 по 1, пока не получат 8 (прибавляемые единицы при этом пересчитывают). Таких приемов отвергать не следует, так как они уясняют смысл вычитания и деления как действий, обратных сложению и умножению.

После того как учащиеся проделают ряд примеров и задач, полезно для тренировки дать им задание: придумать подобные же примеры и задачи в пределе 20.

В пределе 100 учитель продолжает решать примеры и задачи с обратным ходом решения. При записи вводится x (икс) для обозначения неизвестного числа. Например:

1) «На сколько единиц надо увеличить 42, чтобы получить 70?» Запись условия: $42 + x = 70$.

2) «Какое число надо увеличить на 34 единицы, чтобы получить 92?» Запись условия: $x + 34 = 92$.

3) «Какое число надо уменьшить на 45, чтобы получить 27?» $x - 45 = 27$.

4) «На сколько единиц надо уменьшить 100, чтобы получить 82?» $100 - x = 82$

5) «Когда в ящик с яблоками прибавили еще 12 *кг*, в ящике стало 48 *кг*. Сколько яблок было в ящике сначала?» $x + 12 = 48$.

6) «В трамвайном вагоне ехало 18 человек. Когда на остановке вошло еще несколько человек, то в вагоне стало 26 человек. Сколько пассажиров вошло в вагон на остановке?» $18 + x = 26$.

7) «Имелось два бидона с молоком. В большом бидоне было несколько литров молока, в меньшем бидоне на 12 *л* меньше, и в нем оказалось 25 *л*. Сколько молока было в большом бидоне?» $x - 12 = 25$.

Решение первого и второго примеров состоит в определении слагаемого по сумме и другому слагаемому. В числе 70 заключаются все единицы числа 42 и неизвестное число единиц; следовательно, чтобы найти неизвестное, надо от 70 отсчитать 42. Может быть, некоторые учащиеся будут к 42 присчитывать те или иные числа для получения суммы 70, этот прием нельзя считать ошибочным, как мы уже говорили раньше. В пределе сотни подобные задачи и примеры нужно изучать более углубленно, чтобы зависимость между членами действий прочнее усваивалась учащимися.

Разберем задачу 2): «Какое число надо увеличить на 34, чтобы получилось 92?» Получив первый ответ (58), учитель изменяет одно из чисел условия. «Какое число надо увеличить на 37, чтобы получилось 92?.. на 41, чтобы получилось 92?.. на 68, чтобы получилось 92?» и т. д.

Возьмем задачу 5): «Когда в ящик с яблоками прибавили 12 *кг*, в ящике оказалось 48 *кг*. Сколько яблок было в ящике сначала?» После решения (48 *кг* — 12 *кг*=36 *кг*) условие изменяется: «Если в ящик прибавили 10 *кг* и оказалось 48 *кг*, то сколько яблок было в ящике? Если прибавили 25 *кг* и оказалось 48 *кг*, сколько яблок было в ящике?» и т. д. Разбирая решения, учащиеся видят, что неизвестное число и данные числа (12, 10, 25...) дают в сумме 48 и что неизвестное находится вычитанием из 48 другого данного числа.

Разберем примеры и задачи на *умножение и деление.*

«Я задумал число; если увеличить его в 3 раза, то получится 51. Какое число я задумал?» $x \times 3 = 51$.

«Купили за некоторую сумму стул и стол. За стул заплатили в 6 раз меньше, чем за стол, а стул стоил 6 руб. Сколько стоил стол?»

$$x : 6 = 6$$

В примере по произведению и одному из сомножителей находим другой сомножитель. В задаче по делителю и частному находим делимое.

Так же как в сложении и вычитании, в умножении и делении можно давать несколько вариантов примеров и задач. Возьмем первую задачу. Применение деления на 51 на 3 объясняется тем, что неизвестное число в 51 содержится 3 раза, или составляет третью часть. Дальше учитель изменяет условие: «Если задуманное число увеличить в 3 раза, то получится 60. Какое число задумано?.. (Получится 45.) Какое число задумано?»

Решение разбирается: в 60 неизвестное число содержится в 3 раза, значит, 60 надо разделить на 3 равные части (или 45 разделить на 3 равные части). Из решения этого ряда примеров учащиеся прочнее запоминают, что неизвестное число — это третья часть данного числа (51, 60, 45), поэтому данные числа надо делить на 3 равные части.

Решая примеры с x в пределе 100, учащиеся делают все действия устно, а затем записывают пример в тетрадь, заменяя x полученным числом. Можно записать и действие, посредством которого решается пример.

$x+34=92$	$92-34=58$	$58+34=92$
$x-45=27$	$45+27=72$	$72-45=27$
$x \times 3=51$	$51 : 3=17$	$17 \times 3=51$
$98 : x=14$	$98 : 14=7$	$98 : 7=14$

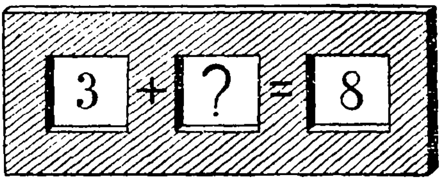
По образцу разобранных примеров и задач учитель сам сможет подобрать подобные примеры и задачи в пределе 1000 и на многозначные числа. На этой ступени изучения арифметики учащиеся уже знакомятся с наименованием элементов действий, а поэтому примеры и задачи можно брать с наименованием элементов действий.

Простые задачи, выраженные в косвенной форме, можно начинать решать на картинах и на наглядном пособии «Угадай-ка».

При решении задачи без конкретного содержания: «Какое число надо прибавить к 4, чтобы получить 6?» — или такого же вида задачи с конкретным содержанием учитель может использовать картину, на которой нарисовано дерево с двумя ветками. На одной ветке сидят 4 птички, а на другой

2 птички. Учитель вешает картину с птичками, предлагает посмотреть, что нарисовано, и назвать число птичек. Когда учащиеся назовут число 6, учитель прибегает к такому приему: закрыв на картине 2 птички, учитель предлагает оставшихся птичек пересчитать и назвать их число (4 птички). Затем учитель задает вопрос: «А сколько надо прибавить к этим 4 птичкам, чтобы стало 6 птичек?» Таким образом, при помощи картин могут решаться на сложение и вычитание в пределе 10 и задачи, выраженные в косвенной форме. Можно взять картину с подвижными моделями (птички, животные, цветы, грибы, фрукты, ягоды и т. п.). Модели вставляются в прорезы картины или прикрепляются к картине кнопками. Наконец, вместо картин можно брать макеты: изображение дерева с птичками. Конечно, все указанные выше наглядные пособия можно использовать и при решении других видов задач.

Кроме картин, можно познакомить учащихся с решением задач, выраженных в косвенной форме, при помощи наглядных пособий «Угадайка» (черт. 19). Пособие это состоит в следующем: в куске картона или фанеры делаются три прореза в форме прямоугольника. Между первым (слева) и вторым отверстием ставится знак «+» (плюс), или «—» (минус), или «×» (умножения), или «:» (деления), а между вторым и третьим — «=» (знак равенства). Перед каждым прорезом движется лента с цифрами и знаком вопроса. Передвигая ленты, можно разнообразить задание и составлять разнообразные примеры на каждое из четырех арифметических действий. Если нужно дать задание с двузначными и трехзначными числами, то на лентах должны быть двузначные или трехзначные числа. Решая пример, изображенный на рисунке 19, учитель спрашивает: «Скажите, какое число надо прибавить к 3, чтобы получить 8?» Когда учитель говорит слово «какое», то указкой показывает на вопрос. Когда же называет число 3 или 8, то показывает указкой на соответствующие числа. Если ученик ответит 4, то учитель, двигая ленту, ставит место вопроса 4 и предлагает к 3 прибавить 4. Если ученик не может устно сосчитать, то учитель предлагает ученику сосчитать на наглядных пособиях. Ответ окажется неправильным и ученик сам убедится, что он не угадал, какое число нужно прибавить к 3, чтобы получить 8 (поставить вместо вопроса цифру). После этого учитель вновь ставит вопрос: «Какое же число надо прибавить к 3, чтобы получилось 8?»



Черт. 19

Учащиеся с большим интересом решают подобные задачи. Наглядное пособие «Угадай-ка» помогает ученикам с интересом решать и задачи, выраженные в косвенной форме. Но злоупотреблять наглядностью не следует. Как только учащиеся овладеют этим умением, упражнения ведутся без наглядных пособий, с записью решения так, как указано в конце объяснения решения задач, выраженных в косвенной форме, в пределе 100.

При первом ознакомлении учащихся с решением подобных задач в пределе 10 полезно иметь картины, в которых даются задачи, выраженные в косвенной форме.

Такая картина состоит из двух частей: на одной части картины нарисованы все предметы, а на другой отсутствуют предметы, указывающие на число их в одном из компонентов.

Приведем для примера несколько картин с задачами, выраженными в косвенной форме, и покажем решение их.

Для решения таких задач учитель вывешивает картину на классной доске и, указывая на первую половину картины, спрашивает: «Что здесь нарисовано?» (5 вагонов, и мальчик достает из коробки вагоны.) Потом учитель предлагает детям посмотреть на вторую половину картины и спрашивает: «Что вы видите на второй половине картины?» (Мальчик составил поезд из 9 вагонов.)

Далее учитель сам записывает на доске под диктовку учеников или вызывает к доске ученика и предлагает ему записать решение задачи. На доске появляется запись «$5+\square=9$». Учитель спрашивает: «Какую цифру надо поставить вместо квадратика?» (Вместо квадратика надо поставить цифру 4.) На доске появляется запись:

$$5+4=9$$

Наконец, повторяется условие задачи и ее решение.

Для решения задач в косвенной форме в пределе 10 предлагаем сюжеты картин. Картины должны быть такого размера, чтобы учащиеся отчетливо видели все предметы на картине.

1.

На полу два игрушечных слона. В дверях виден мальчик, тянет за веревочку еще несколько слонов.	Перед мальчиком 5 игрушечных слонов.

Задача. В комнате было два игрушечных слона. Мальчик привез еще несколько слонов. Всего стало 5 слонов. Сколько слонов привез мальчик?

$$2+\square=5$$

2.

У кошки 7 котят. Котята играют; в стороне лежит большой валенок.	Осталось 5 котят. Хвостик котенка торчит из валенка.

Задача. У кошки 7 котят. Все котята играют. Посмотри на картинку. Котята спрятались в валенок. Осталось только 5 котят. Сколько котят спряталось в валенок?

$$7-\square=5$$

3.

На столе ваза с розами (несколько роз — сосчитать нельзя).	Девочка у стола. У нее в руке 5 роз. Ставит в другую вазу. В вазе осталось 5 роз.

Задача. На столе стояла ваза с розами. Девочка вынула 5 роз. В вазе осталось 5 роз. Сколько роз было в вазе?

$$\square-5=5$$

4.

Таня поливает посаженные семечки. У Маши на ладони 5 семечек, собирается сажать.	На грядке выросло 11 подсолнухов.

Задача. Таня посадила несколько семечек и поливает их. Маша принесла 5 семечек и сажает их. Все посаженные семечки взошли. На грядке выросло 11 подсолнухов. Сколько семечек посадила Таня?

$$\square+5=11$$

Девочка кормит 16 цыплят.	К девочке подбежал щенок. Цыплята разбегаются. Около девочки осталось 4 цыпленка.

Задача. Девочка кормила цыплят. К девочке подбежал щенок. Цыплята испугались и убежали. Около девочки осталось только 4 цыпленка. Сколько цыплят убежало?

$$16 - \square = 4$$

6.

Грибы в корзине.	На нитке 10 грибов, на столе 8 грибов. Корзина опрокинута.

Задача. В корзине грибы. Девочка нанизывает грибы для сушки. Она уже взяла из корзины 10 грибов и нанизала их на нитку. Осталось 8 грибов. Сколько всего грибов было в корзине?

$$\square - 10 = 8$$

Составить задачи по картинке к примерам

1.

На коньках катаются 14 человек.	Осталось на катке 6 человек.

Сколько человек ушло с катка?

$$14 - \square = 6$$

2.

На улице 3 больших дома.	На улице уже не 3, а 7 таких домов.

Сколько новых домов построено на нашей улице?

$$3 + \square = 7$$

И т. д.

§ 31. РЕШЕНИЕ СОСТАВНЫХ ЗАДАЧ

При решении составных задач в два действия впервые возникает необходимость установить порядок решения, составить план решения.

Большое распространение в школах получил следующий способ перехода от простых к составным задачам.

Решаются одна за другой две простые задачи, причем ответ первой включается в условие второй задачи. Например:

1. «Колхозный кузнец отремонтировал сначала 5 телег, потом еще 3. Сколько телег отремонтировал кузнец?»

Решение записывается: 5 т. + 3 т. = 8 т.

2. «Из отремонтированных телег взяли для работы 7 телег. Сколько телег осталось?»

$$8\ т. - 7\ т = 1\ т.$$

Дальше обе задачи читаются без промежуточного вопроса, и решения записываются одно под другим:

$$5\ т. + 3\ т = 8\ т.$$
$$8\ т. - 7\ т. = 1\ т.$$

Решаются еще подобные задачи, по которым составляются составные задачи в два действия. Потом предлагаются составные задачи, в которых ученики, объяснив, почему нельзя ответить сразу на вопрос задачи, указывают первое и второе действие.

Возможен другой способ перехода от простых задач к составным.

Чтобы довести учащихся до понимания того, что некоторые задачи нельзя решать сразу, одним действием, надо условие задачи в два действия составить так, чтобы в нем были подчеркнуты два момента в развитии действия, о котором идет речь в задаче.

При решении в классе первых таких задач полезно внести момент драматизации.

Возьмем задачу:

«Коля, возьми в первом ряду 4 тетради, во втором ряду 6 тетрадей». После того как ученик соберет тетради, он их сосчитает. Потом Коле предлагается 7 тетрадей отдать дежурному, а остальные положить на стол. Сколько тетрадей Коля положил на стол?

Предлагается составить задачу о том, что сделал Коля с тетрадями. (Коля взял в одном ряду 4 тетради, в другом 6 тетрадей; из них отдал дежурному 7 тетрадей, остальные положил на стол.) «Что надо узнать?» (Сколько тетрадей Коля положил на стол.) «Как решал Коля эту задачу?» (Сначала он собрал все тетради.) «Что он сделал?» (Сосчитал, сколько всего тетрадей у него стало.) «Как это записать?» (4+6=10.) «Дальше что сделал Коля?» (7 тетрадей отдал дежурному.) «Как это записать?» (10 — 7=3.)

«Во сколько строчек получилась задача?»

Повторяют всю задачу и ее решение.

Второй способ перехода от простой задачи к составной имеет большое образовательное значение, так как он приучает учащихся расчленять составную задачу на две простые, подбирать необходимые данные для получения ответа на главный вопрос задачи, приучает к разбору задачи.

Разберем процесс решения составных задач. Решить простую задачу, как было выяснено выше, — это значит установить характер зависимости между искомым и данным, на этом основании выбрать арифметическое действие для решения этой задачи и вычислить результат.

Тот же процесс происходит, по существу, и при решении составной задачи, но дело здесь затрудняется тем, что в составной задаче несколько данных и несколько искомых (промежуточных); решение задачи состоит в том, что нужно составную задачу разложить на простые, для каждой простой задачи найти данные и искомые и вместе с тем установить зависимость между главным (вопрос задачи) и промежуточными искомыми.

Самый процесс решения составной задачи распадается на следующие этапы: 1) усвоение учащимися содержания задачи; 2) разбор задачи (разложение составной задачи на простые для составления плана решения); 3) решение (выбор действий, их выполнение, запись хода решения и запись вычислений); 4) проверка решения задачи; 5) ответ задачи; кроме того, при решении задачи можно дать запись решения задачи в виде числовой формулы; 6) составление аналогичной задачи; 7) графическое решение задачи; 8) решение задачи разными способами.

Остановимся отдельно на каждом из указанных этапов.

1. Усвоение содержания задачи. В I классе, где учащиеся еще недостаточно грамотны, задачу читает (лучше рассказывает) сам учитель.

Когда дети приобретут навык в чтении, они могут читать задачу сами. Этот прием следует рассматривать как первый шаг на пути приобретения учащимися навыка пользоваться книгой. Само собой понятно, что не каждую задачу должны читать сами учащиеся: нужно чередовать их чтение с предложением задачи учителем.

В IV классе можно практиковать такой прием.

Учитель называет номер задачи и предлагает каждому из учащихся прочесть задачу про себя и разобраться в ней; после этого вызванные учащиеся повторяют условие задачи. Ценность этого приема заключается в том, что этим мы приучаем учащихся самостоятельно пользоваться книгой и разбираться в задаче.

Несложную задачу достаточно прочесть один раз и перейти к ее повторению, но задачу более трудную можно прочесть второй раз.

Качество усвоения содержания составной задачи зависит не только от количества содержащихся в ней простых задач, не только от степени ясности связей между данными и искомыми в задаче, но и от построения самой задачи.

Задача может быть изложена так, что данные в ней числа расположены в том же порядке, в котором придется выполнять вычисления. Такие задачи Шохор-Троцкий называет приведенными. Например:

«2000 спичек рассыпали в коробки, по 40 спичек в каждую. Коробка со спичками весит 9 *г*, все пустые коробки весят 200 *г*. Сколько весят все спички без коробок?»

Изменим расположение данных в тексте этой задачи так: «2000 спичек рассыпаны в коробки. Сколько весят все спички без коробок, если все коробки весят 200 *г*; каждая коробка со спичками весит 9 *г*, а в каждую коробку положим 40 спичек?»

При таком построении задачи данные в ней числа расположены уже не в том порядке, в котором будут выполняться вычисления. Такие задачи называются неприведенными или с обратным ходом решения. При решении таких задач можно в процессе усвоения содержания задачи придать этой задаче вид приведенной, переместив данные.

Можно предложить учащимся выделить и назвать пары связанных между собой данных, например: всего 2000 спичек, по 40 спичек в каждой коробке, и т. п. В некоторых задачах из условия задачи можно выделить несколько пар чисел, связанных между собой.

Вслед за повторением идет запись числовых данных задачи: числа сопровождаются короткими наименованиями (18 *кг*, 495 *м* и т. п.).

В I классе, если понадобится, запись условия делает сам учитель; но начиная со II класса к этой работе привлекаются учащиеся. В III и IV классах записи делают по преимуществу сами учащиеся.

При записи числовых данных задачи нужно соблюдать следующие условия: 1) числовые данные, связанные друг с другом, записываются рядом, в строчку; 2) одноименные числовые данные записываются одно под другим; 3) если данное связано с несколькими данными, то оно должно быть повторено несколько раз.

При записи условий задачи на доске учащиеся должны делать то же самое в своих тетрадях. Если запись условий делается в строчку, то учащиеся записывают их в свои тетради одновременно с появлением записи на доске. Если же при записи условий приходится распределять данные иным путем, то учащиеся записывают условия в своих тетрадях по частям и только тогда, когда учитель предложит им это сделать.

По окончании записи числовых данных следует предложить одному из учащихся повторить условие задачи целиком или по вопросам, а условия трудных задач повторяются и по вопросам, и целиком. При решении нетрудной задачи достаточно повторить ее 1—2 раза целиком.

Необходимо указать учащимся, что при выполнении домашнего задания они должны поступать, как сказано выше: прочитав условие не менее двух раз, повторять его, не заглядывая в задачник, и начинать решение только тогда, когда условие усвоено.

При повторении задачи необходимо обратить особое внимание на главный вопрос. Понимание главного вопроса — основное условие для правильного решения. Повторение условия необходимо для его усвоения. Однако бывают случаи, когда ученик, правильно повторивший условие задачи, не представляет того, о чем рассказывается в задаче. При таком формальном усвоении условия ученик не понимает зависимости между величинами и не может решить задачи. Следует добиваться, чтобы учащиеся отчетливо представляли содержание задачи.

Для этого необходимо соблюдение некоторых дидактических приемов, а именно: учащиеся должны понимать значение слов, из которых состоит условие. Требуют объяснения не только слова малознакомые, совсем незнакомые, но и некоторые общеупотребительные слова, значение которых учащиеся представляют неясно или неверно. Например: из задачника III класса — бетон, кокс и др., из задачника IV класса — зубчатое колесо, шлюз и др. Нельзя исключить из задачников трудные слова, так как нельзя оторвать содержание задач от производственной и культурно-политической жизни. Такие задачи главным образом имеют воспитательно-образовательное значение.

Учащиеся должны понимать не только каждое слово в условии задачи, но должны представлять ту среду, обстановку, из которой взято содержание задачи, понимать, когда и кому может пригодиться такая задача в практической жизни.

Без этого понимания нельзя правильно установить зависимости между величинами, о которых говорится в условии, и правильно подобрать действия.

Есть ряд приемов, применение которых может помочь лучшему пониманию детьми условий задач. Например:

а) Сжатая формулировка условия трудна детям для понимания. Например: «На елке было 10 игрушек. С нее сняли 8 игрушек, а потом повесили 7 новых игрушек. Сколько игрушек стало на елке?» Следует излагать условие более подробно, разъясняя жизненную обстановку, из которой взята задача, дополняя условие такими подробностями, которые способствуют лучшему пониманию смысла задачи.

Учитель может изложить условие с некоторыми подробностями, которые делают задачу более жизненной и более понятной для детей. Например: «На елке было 10 игрушек. Мама сняла и раздала детям 8 игрушек, а папа повесил 7 новых игрушек. Сколько игрушек стало на елке?»

Вводя в условие задачи некоторые подробности, не надо загромождать условие настолько, что внимание детей будет отвлечено от основного содержания задачи, иначе трудно будет понять зависимости между величинами.

б) Условия некоторых задач можно сделать более интересными для детей, введя прямую речь. Например: «Мама дала Наташе 2 руб. и сказала: «Купи кружки по 80 коп., а на остальные деньги — 2 одинаковые тарелки». Сколько стоила каждая тарелка?»

в) Изложение условий задач в виде маленького рассказа надо практиковать в младших классах, главным образом в I классе.

К. Д. Ушинский большое значение придавал картинкам при обучении. О них он писал следующее: «Детская природа ясно требует наглядности. Попробуйте одно и то же происшествие рассказать двум детям, одинаково способным: одному по картинкам, другому без картинок,— и вы оцените тогда все значение картинок для ребенка».

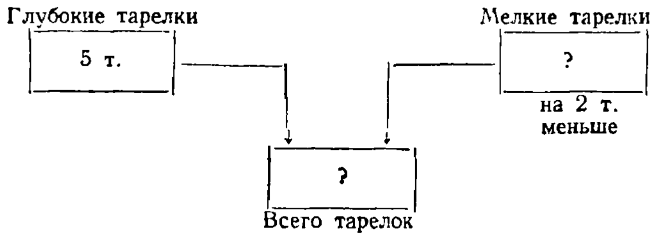
Иллюстрация задач готовыми книжными или своими рисунками (даже мелом на доске) способствует лучшему усвоению и решению задачи, особенно задачи небольшой, в 2—3 вопроса.

Решение некоторых задач можно проделать наглядно, например: «25 тетрадей разделить (поровну) между 8 учащимися. По скольку тетрадей получит учащийся и сколько тетрадей останется?»

Иллюстрация и наглядное решение оживляют урок, помогают лучше усвоить зависимость между величинами, входящими в задачу, и облегчают решение задачи.

Усвоению условия задачи и ее решению помогает запись условия в виде схемы. Схематическая запись условия может предостеречь учащихся от ошибки в решении задачи. Например: «Таня помогала маме мыть посуду. Она вымыла 5 глубоких тарелок, а мелких — на 2 тарелки меньше, чем глубоких. Сколько всего тарелок вымыла Таня?» В задаче говорится о глубоких и мелких тарелках. Рисуют 2 рамки, в рамке «глубокие тарелки» ставят данное из условия задачи — 5. В рамке «мелкие тарелки» ставят знак вопроса, так как не сказано, сколько мелких тарелок вымыла Таня. Под рамкой сокращенно пишут условие, касающееся мелких тарелок. Из числовых величин двух рамок составляется ответ на вопрос: сколько всего тарелок? Стрелки ведут к третьей рамке, где тоже ставят знак вопроса.

Схематическая запись условия задачи имеет следующий вид:



Учащиеся направляют внимание на выбор действия, которое дает ответ на вопрос. Имея знаки вопроса в двух рамках, учащиеся понимают, что задача решается двумя действиями.

2. Разбор составной задачи (составление плана решения). Наиболее важным моментом в обучении решению составной задачи является ее разбор, т. е. выяснение зависимости между данными величинами и искомой величиной, разложение на простые задачи с целью составления плана решения.

Разбор задачи можно производить двумя методами:

1) Можно начинать его, исходя из вопроса задачи. К главному вопросу задачи подбирают данные, по которым можно ответить на вопрос задачи. Если числовых данных не имеется в условии, то надо поставить новые вопросы, как их найти. К этим вопросам также подбираются данные или ста-

вятся вопросы. Так продолжают делать до тех пор, пока дойдут до такой простой задачи, для решения которой все данные имеются. Таким образом, мы начинаем разбор задачи с главного вопроса.

2) Исходя из числовых данных задачи, мы составляем из них первую простую задачу; число, полученное от решения этой задачи, вместе с одним из данных составной задачи дает возможность составить новую простую задачу; так поступаем до тех пор, пока ответ на последнюю простую задачу не будет ответом на вопрос составной задачи.

Первый метод разбора составной задачи носит название **анализа** (разложение), второй — **синтеза** (сложение).

Анализ и синтез неразрывно связаны между собой. Анализ невозможен без синтеза, и наоборот. Действительно, поставив вопрос задачи, мы подбираем к нему те данные, которые есть в условии, и те, которые соответствуют содержанию задачи (синтез). Наоборот, подбирая вопрос к числовым данным, берем те данные, которые должны привести к решению главного вопроса (анализ).

Поясним это на примере.

«Хозяйка купила 12 *кг* картофеля по 10 коп. за 1 *кг*, 8 *кг* моркови по 15 коп. и 3 *кг* луку по 40 коп. Сколько сдачи получит она с 5 руб.?»

Запись задачи:

12 *кг* по 10 коп.	Сколько сдачи
8 *кг* по 15 коп.	получит хозяйка с 5 руб.?[1]
3 *кг* по 40 коп.	

Разберем вышеприведенную задачу методом анализа.

Начинается разбор с вопроса задачи: «Что спрашивается в задаче?» (Сколько сдачи получит хозяйка с 5 руб.) «Что надо знать, чтобы ответить на этот вопрос?» (Сколько стоит вся покупка и сколько денег хозяйка дала в уплату.) «Из этих данных что нам известно и что неизвестно?» (Известно, сколько денег хозяйка дала в уплату, и неизвестно, сколько стоит вся покупка.) «Чтобы узнать, сколько стоит вся покупка, что надо знать»? (Сколько стоит в отдельности лук, картофель и морковь.) «Что надо знать, чтобы узнать, сколько стоит весь лук?» (Сколько килограммов купили лука и сколько стоит 1 *кг* луку.) «А знаем мы, сколько стоит 1 *кг* луку и сколько килограммов куплено лука?» (В условии задачи дано: 1 *кг* луку стоит 40 коп. и куплено 3 *кг* луку.) Дальше ставятся такие же вопросы относительно картофеля и моркови. «Следовательно, задачу можно решить по какому плану? Учащиеся составляют план решения задачи.

Разберем эту же задачу методом синтеза.

---

[1] Такая форма записи условий задачи может применяться на всех годах обучения, причем в I и II классах это делает учитель, а в III и IV — учащиеся. В задачах подобного типа целесообразнее вопрос записывать справа.

1. Зная цену 1 *кг* картофеля и число килограммов, можно узнать, сколько стоит картофель.

2. Зная цену 1 *кг* и количество моркови, узнаем стоимость моркови.

3. Зная цену 1 *кг* и количество лука, узнаем стоимость лука.

4. Дальше по стоимости каждого вида овощей узнаем их общую стоимость.

5. По количеству внесенных в кассу денег и стоимости покупки узнаем, сколько получено сдачи.

Анализ	Синтез
1. Сколько сдачи получила хозяйка?	1. Сколько стоит картофель?
2. Сколько заплатила она за всю покупку?	2. Сколько стоит морковь?
3. Сколько стоит лук?	3. Сколько стоит лук?
4. Сколько стоит морковь?	4. Сколько стоила вся покупка?
5. Сколько стоит картофель?	5. Сколько сдачи получено?

Из сопоставления приведенных схем видно, что при синтезе учащийся имеет возможность сразу же приступить и к решению задачи. Разбор ее при синтезе начинается с такого вопроса, для решения которого уже имеются данные в условии задачи; при анализе же, наоборот, мы начинаем разбор задачи с вопроса, для решения которого данных в задаче нет; они получаются при решении других простых задач, на которые разлагается эта составная задача.

Отыскание простых задач, определение их последовательности и составляют главную трудность анализа. Но анализ имеет большое образовательное значение: он приучает ученика к строгой последовательности мышления, а потому в начальной школе следует использовать возможность применения его при решении арифметических задач.

Несомненно, что аналитический метод разбора задачи гораздо труднее для детей, и в начальной школе надо соблюдать чувство меры в применении его. Чтобы научить учащихся анализировать задачу, на первых порах нужно анализировать задачи, решенные до этого обычным синтетическим путем.

Лишь после решения достаточного количества задач этим путем можно начинать решение задачи прямо с ее анализа. Таким образом, место анализа — в IV классе, однако начинать эту работу следует уже во второй половине третьего года обучения; подготовку же к анализу нужно начинать значительно раньше. Уже во второй половине первого года обучения следует проделывать упражнения, подобные указанным в § 34.

Вся эта работа должна вестись систематически, а не от случая к случаю, как нередко это наблюдается на практике.

Из разбора вытекает план решения задачи, т. е. указание последовательности вопросов простых задач, на которые разделяется данная задача.

План сначала составляется устно. Такой план легче составить, чем письменный. Однако письменная формулировка плана, задерживающая внимание учеников на содержании вопросов и заставляющая глубже вникать в это содержание, является необходимой.

В I и II классах, где навыки письменной речи еще слабы, составляют устный план.

В III и IV классах план сначала формулируется устно, потом записывается.

Учитель дает образец записи плана на доске, трудные слова выписывает на доске, предупреждает орфографические ошибки. На уроках арифметики, так же как и на уроках русского языка, учитель обязан воспитывать культуру письма и в начертании цифр, и в записи слов. Сокращенно записываются только наименования при числах.

Остановимся на форме записи плана решения задач. Он обычно имеет вид вопросительных или утвердительных предложений.

В качестве примера возьмем такую задачу:

«Колхоз продал 2331 *ц* ржи. На вырученные деньги он приобрел автомашину за 2145 руб., выстроил зернохранилище, которое обошлось вдвое дороже автомашины, и сделал конюшню, которая стоила на 1635 руб. дешевле зернохранилища. После этих расходов у колхоза осталось 234 руб. По какой цене был продан центнер ржи?»

Запись плана вычислений для решения этой задачи можно сделать в двоякой форме:

1. Сколько стоило зернохранилище?	1. Стоимость зернохранилища.
2. Сколько стоила конюшня?	2. Стоимость конюшни.
3. Сколько всего денег получил колхоз за проданную рожь?	3. Стоимость проданной ржи.
4. По какой цене продан центнер ржи?	4. Цена проданного центнера ржи.

Преимущества записей правого столбца по сравнению с записями левого очевидны.

Р е ш е н и е (вычисления).

Если запись вычислений для решения задачи располагается под вопросами, то она принимает такой вид:

1. Сколько стоило зернохранилище?
   2145 руб. × 2 = 4290 руб.

2. Сколько стоила конюшня?
   4290 руб. — 1635 руб. = 2655 руб.

3. Сколько получено за рожь?
   2145 руб. + 4290 руб. + 2655 руб. + + 234 руб. = 9324 руб.

4. По какой цене продан центнер ржи?
   9324 руб. : 2331 = 4 руб.

1) $\begin{array}{r} 2145 \\ \times\ 2 \\ \hline 4290 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 4290 \\ -\,1635 \\ \hline 2655 \end{array}$

3) $\begin{array}{r} 2145 \\ +\,4290 \\ 2655 \\ 234 \\ \hline 9324 \end{array}$ 4) $\begin{array}{r|l} 9324 & 2331 \\ \cline{2-2} -\,9324 & 4 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$

Наконец, следует указать применяемый на практике следующий прием записи решения задачи.

План составляется только устно.

Ход решения записывается в строчку и сопровождается краткой записью.

Эта запись или является ответом на вопрос, что узнали данным действием, или же указывает, что мы узнаем данным действием. Поясним примером на той же задаче:

1) 2145 руб.×2=4290 руб. стоило зернохранилище.

2) 4290 руб. — 1635 руб.=2655 руб. стоила конюшня.

3) 2145 руб.+4290 руб.+2655 руб.+ +234 руб.=9324 руб. получено за рожь.

4) 9324 руб. : 2331=4 руб. цена 1 *ц* ржи.

1) $$\begin{array}{r} 2145\\ \times\ \ 2\\ \hline 4290 \end{array}$$

2) $$\begin{array}{r} 4290\\ -\,1635\\ \hline 2655 \end{array}$$

3) $$\begin{array}{r} 2145\\ +\,4290\\ 2655\\ 234\\ \hline 9324 \end{array}$$

4) $$\begin{array}{r|l} 9324 & 2331\\ \cline{2-2} -\,9324 & 4\\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Или в такой форме:

1) Зернохранилище стоило:
2145 руб.×2=4290 руб.

2) Конюшня стоила:
4290 руб. — 1635 руб.=2655 руб.

3) Получено за рожь:
2145 руб.+4290 руб.+2655 руб.+ +234 руб.=9324 руб.

4) Цена 1 *ц* ржи:
9324 руб. : 2331=4 руб.

1) $$\begin{array}{r} 2145\\ \times\ \ 2\\ \hline 4290 \end{array}$$

2) $$\begin{array}{r} 4290\\ -\,1635\\ \hline 2655 \end{array}$$

3) $$\begin{array}{r} 2145\\ +\,4290\\ 2655\\ 234\\ \hline 9324 \end{array}$$

4) $$\begin{array}{r|l} 9324 & 2331\\ \cline{2-2} -\,9324 & 4\\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Последние две формы записи, представляющие два варианта одной системы, наиболее кратки и вместе с тем содержательны и изящны.

Наиболее привычной и легкой на первых порах является для учащихся запись в форме вопросов: она не требует больших навыков в словесной формулировке. Вторая и третья формы записи представляют следующую ступень в развитии и речи учащихся, и навыков в решении задач.

Далее необходимо разрешить вопрос, когда производить и записывать вычисления.

В этом случае можно практиковать различные приемы:

а) Сначала намечается устно лишь порядок вопросов, которые будут решаться. По отношению к вышеуказанной задаче это примет такой вид.

Для решения данной задачи надо сначала узнать стоимость зернохранилища, затем стоимость конюшни, потом стоимость проданной ржи и, наконец, цену центнера проданной ржи. После такого обзора порядка разрешения вопросов переходим к решению задачи и записи решения.

б) Записывается вопрос первой простой задачи, с которой начинается решение данной задачи; после этого приступают к выполнению соответствующего действия и записи его; затем переходят ко второму вопросу, с ним поступают так же, затем так же поступают с третьим вопросом и так до конца.

в) В IV и V классах следует практиковать и другой прием. Записываются сначала все вопросы, а затем выполняются вычисления, причем вопросы и каждое вычисление нумеруются одним и тем же номером.

Наибольшего внимания заслуживает первый прием [п. а.]; здесь мы приучаем учащихся охватывать всю структуру задачи, последовательности разрешения вопросов; этот прием должен быть преобладающим на практике. Однако, пока учащиеся имеют еще слабые навыки в решении составных задач, следует практиковать второй прием [п. б].

§ 32. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАЗБОРА ЗАДАЧИ

Подготовку к разбору составных задач методом анализа надо начинать с учащимися со второго полугодия I класса. Например:

«В куске полотна было 20 *м*. Сшили 6 простынь, по 2 *м* в каждой. Сколько метров полотна осталось?» Сначала учащиеся проводят разбор задачи с помощью учителя: «Можно ли сразу узнать, сколько метров полотна осталось?» (Нет, нельзя.) «Почему нельзя узнать сразу?» Этот вопрос заставляет учащихся выделить первую простую задачу. (Не знаем, сколько метров пошло на простыни.) «А можно сразу узнать, сколько метров пошло на простыни?» (Да.) «Как?» (Надо по 2 *м* взять 6 раз, получится 12 *м*.) «А теперь можно узнать, сколько метров полотна осталось от куска в 20 *м*?» (Да.) «Как» (От 20 *м* отнять 12 *м*, остается 8 *м*.) «Сколько же метров осталось от куска?» (8 *м* осталось от куска.) «Вспомним, как решали задачу. Что сначала узнали, что потом?» С помощью учителя учащиеся восстанавливают решение задачи.

Аналогичный разбор задачи в 2—3 действия надо проводить с учащимися II класса, причем во II классе учащиеся начинают объяснять и выбор действия, например: «Если на одну простыню пошло 2 *м*, то на 6 простынь в 6 раз больше; надо 2 *м* умножить на 6».

Как уже указано выше, начинать разбор составной задачи аналитически можно примерно со второй половины третьего года обучения, причем анализировать следует задачи, предварительно решенные по плану, составленному синтетически. Для анализа брать задачи в 3—4 действия.

В качестве примера разберем такую задачу:

«Мальчик купил 4 карандаша, по 3 коп. каждый, 2 учебника, по 12 коп. каждый. Сколько сдачи получил он с 50 коп.?»

После синтетического разбора этой задачи получается такой план:

1. Сколько стоили 4 карандаша?
2. Сколько стоили 2 учебника?
3. Сколько стоили карандаши и учебники вместе?
4. Сколько сдачи получил мальчик?

«Какой главный вопрос этой задачи?» (Сколько сдачи получил мальчик.)

«Разберем эту же задачу, начиная с главного вопроса. Запишем его в рамочке.

Что надо знать, чтобы ответить на этот вопрос?» (Сколько было у мальчика денег и сколько он истратил из них на всю покупку.) «Запишем и это. Припомните задачу и скажите, для какого из этих вопросов даны числа в задаче». (Для первого.)

«Теперь подумайте и скажите, что надо знать, чтобы ответить на второй вопрос». (Надо знать, сколько мальчик истратил на карандаши и сколько на учебники.) «Запишем и это. Даны в задаче стоимость карандашей и учебников?» (Нет.)

«Что надо знать, чтобы ответить на первый вопрос?» (Сколько стоил один карандаш и сколько карандашей куплено.) «А чтобы ответить на второй вопрос?» (Сколько стоил один учебник и сколько учебников куплено.) «Запишем это. Известно из задачи, сколько стоил один карандаш?» (Известно.) «А сколько карандашей куплено?» (Известно.) «А цена одного учебника?» (Известна.) «А количество учебников?» (Известно.)

«С какого вопроса начнем решать задачу, обозначив его цифрой I?» (Сколько стоили карандаши.) «Дальше что будем узнавать?» (Сколько стоили учебники.) «Какую цифру надо поставить на чертеже против этого вопроса?» (II.) «Где вы поставите цифру III?» (Против вопроса: «Сколько он истратил на всю покупку?») «Какой вопрос будет четвертым?» (Поставленный в верхней рамочке.)

В каждой рамочке поставим числа из задачи и полученные от вычислений при решении задачи.

При наличии этой схемы отпадает нужда в особой записи плана вычислений для решения задачи.

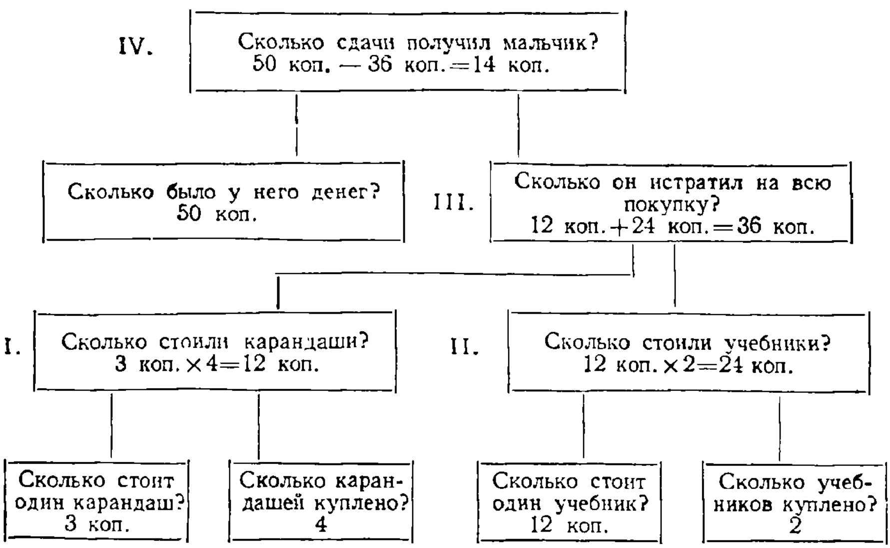


Схема разбора задачи аналитическим методом.

На четвертом году обучения аналитический разбор задачи не следует предварять синтезом. Работу нужно начать с простых задач, подобных приведенной, а затем уже перейти к более сложным.

Но здесь нужно иметь в виду, что вследствие громоздкости записей схемы анализа (а без этих записей обойтись невозможно) количество составных задач, разобранных указанным способом, не может быть велико.

Необходимо отметить, что, кроме описанного полного анализа задачи, следует применять частичный анализ и при синтетическом приеме решения. Этот частичный анализ особенно полезно употреблять при затруднениях учащихся. В этих случаях достаточно дать, например, такой вопрос: «Что нужно знать для решения этого вопроса?» или: «Каких данных недостает для решения этого вопроса?», и дети сообразят и выйдут из затруднительного положения.

§ 33. СОЕДИНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО И СИНТЕТИЧЕСКОГО МЕТОДОВ (АНАЛИТИКО-СИНТЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД)

В трудных задачах для лучшего понимания хода решения рекомендуется применять оба метода. Например, дана задача:

«Трое рабочих обточили за день 750 валиков: двое поровну, а третий на 30 валиков больше, чем каждый из них. За обточку 30 валиков платят 40 коп. Вычислить дневной заработок каждого рабочего».

Учитель спрашивает: «Можно ли сразу узнать дневной заработок каждого рабочего?» (Нет.) «Почему?» (Потому что не знаем, сколько валиков сделал каждый рабочий.) «А как можно узнать, сколько валиков сделал каждый?» На этот вопрос детям трудно ответить, надо поставить наводящий вопрос: «Сколько человек работало?» (Трое.) «Сколько валиков они обточили?» (750.) «Поровну обтачивали?» (Нет, третий сделал на 30 валиков больше, чем каждый из его товарищей.) «А могли бы вы узнать, сколько сделал каждый, если бы они все делали поровну?» (Да.) «Как бы вы узнали?» (Разделили бы на троих всю выработку.) «Нельзя ли здесь узнать, сколько валиков обточили бы трое рабочих, работая поровну?» (Отнять от 750 валиков те 30 лишних валиков, которые обточил третий рабочий.) «Значит, с чего же мы начнем решение этой задачи?» (Узнаем, сколько валиков обточили бы трое рабочих, работая поровну, как первый или как второй рабочий.) Начиная с этого вопроса, решение идет синтетическим путем. Таким образом, к задаче последовательно применяются анализ и синтез; это способствует лучшему пониманию решения задачи.

§ 34. ПОДГОТОВКА К АНАЛИЗУ И СИНТЕЗУ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ

Из разбора методов решения задач мы видим, что у детей могут возникнуть затруднения при составлении плана. Они очень часто не знают, «с чего начать».

Нередко при решении задачи ученик начинает складывать первые встречающиеся в задаче числа, не обращая внимания на бессмыслицу, которая получается в результате такого непродуманного производства действий.

Чтобы помочь учащимся усвоить приемы разбора задачи, полезно проделать с ними ряд специальных упражнений.

Нужно назвать данные без вопроса, например: «Леля набрала 8 грибов, а Петя 11 грибов», и предложить придумать вопросы к этим данным. Во II и III классах постепенно числовые данные усложняются. Подобные упражнения приучают детей к синтезу.

Для подготовки к аналитическому разбору задачи следует проделать с учащимися упражнения такого вида:

1. Ставится вопрос, дается одно данное; учащиеся должны указать, чего недостает для решения данного вопроса. Например:

а) Сколько мальчиков в пионеротряде, если девочек 18?

б) Сколько мальчиков в пионеротряде, если всего пионеров 35?

В первом случае дети должны сообразить, что для решения вопроса необходимо знать общее количество пионеров в отряде, а во втором — количество девочек.

2. Ставится только вопрос, и дети сами должны сообразить, какие данные необходимы для ответа на этот вопрос. Например:

а) Купили яблок. Сколько заплатили за них денег?

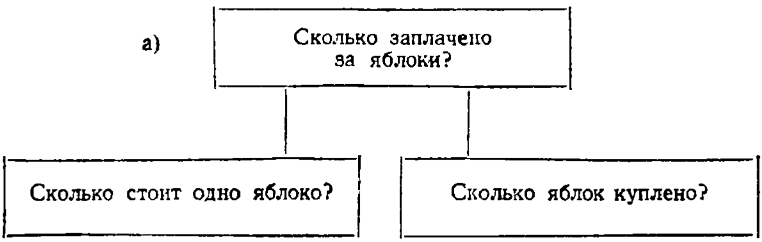
б) Сколько стоит материя?

в) Сколько тонн хлеба собрал колхоз с озимого клина?

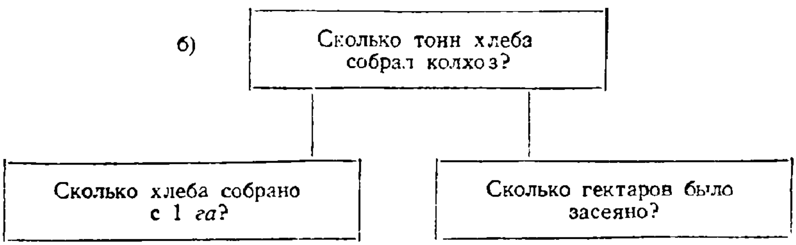
Учащиеся должны сообразить, что для ответа на первый вопрос надо знать цену одного яблока и количество купленных яблок; для второго вопроса — цену 1 *м* материи и количество ее, для третьего — количество хлеба, собранного с 1 *га*, и количество гектаров посева.

Чтобы сделать более наглядными связи между величинами, можно иногда пользоваться такой графической иллюстрацией:

а)



б)



Здесь еще раз уместно заметить, что при решении задач главное внимание следует обращать не на составление схемы, как это нередко делается на практике, а на выработку умения рассуждать и устанавливать зависимость между величинами, входящими в задачу.

Описанные приемы решения задач применяются при занятиях с учителем. Но задачи необходимо давать учащимся и для самостоятельного решения. Это можно начинать с того момента, когда дети овладеют механизмом чтения.

Прежде чем давать задачу для самостоятельного решения в классе, учитель должен разъяснить детям, как надо решать задачи (сначала прочитать задачу про себя, понять ее; затем выписать из нее числовые данные так, как это делалось при занятиях с учителем; после этого уже решать задачу).

§ 35. ЗАПИСЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ В ВИДЕ ЧИСЛОВОЙ ФОРМУЛЫ

В начальной школе следует ввести прием составления числовой формулы, объединяющей все арифметические действия, необходимые для решения данной составной задачи.

Сущность этого приема заключается в следующем. После усвоения условия задачи производится разбор задачи (устно); при этом определяется, какие действия необходимы для решения задачи, устанавливается их порядок. После этого каждое действие лишь обозначается, отдельные действия связываются между собой в той последовательности, которая соответствует данным задачи. В результате получается числовая формула, отражающая весь ход разбора задачи и показывающая характер и порядок действий для ее решения.

Упражнения в составлении формул следует начинать с задач в два действия[1] и постепенно переходить к задачам в три действия и т. д.

Разберем примеры.

«В питомнике 690 деревьев посажены рядами. В каждом из первых 8 рядов посажено по 30 деревьев, а в каждом из остальных — по 9 деревьев. Во скольких рядах посажены деревья?»

«Повторите задачу». (Повторяют.) «Что сначала узнаем для решения этой задачи?» (Сколько деревьев посажено в 8 рядах.) «Затем что узнаем?» (Сколько деревьев посажено в остальных рядах.) «Потом что узнаем?» (Сколько было рядов деревьев, по 9 деревьев в каждом ряду.) «Наконец, что узнаем?» (Во скольких рядах посажены деревья.)

«Как узнать, сколько деревьев посажено в 8 рядах?» (Надо 30 деревьев помножить на 8.) «Запишем это и сосчитаем, сколько получится». (30 · 8 = 240 д.) Решаем дальше задачу до конца (без записи вопросов) и получаем такую запись вычислений:

30 д. · 8 = 240 д.
690 д. — 240 д. = 450 д.
450 д. : 9 д. = 50 (ряд.)
8 ряд. + 50 ряд. = 58 ряд.

---

[1] Запись решения задач в два действия в виде числовой формулы см. на стр. 93.

Или:

30·8=240 (д.)
690 — 240—450 (д.)
450 : 9=50 (ряд.)
8+50=58 (ряд.)

Записи четырех действий можно соединить в одну, при этом не будем писать, сколько получается в каждой строчке. «Что мы сначала узнали?» (Сколько деревьев посажено в 8 рядах.) «Запишем это: 30 · 8. Дальше, что узнали?» (Сколько деревьев посажено в остальных рядах.) «Запишем число 690 и вправо, немного отступя, 30 · 8. Что потом сделали с полученными числами?» (Из 690 вычли 30 · 8.) «Что этим узнали?» (Сколько деревьев посажено в остальных рядах.) «Поставим между написанными выражениями знак вычитания: 690—30 · 8. Что узнали дальше?» (Число рядов, по 9 деревьев в каждом ряду.) «Как это узнали?» (Полученное число остальных деревьев разделили на 9.) «Написанное выражение заключим в скобки, после скобок обозначим, что делим написанное выражение на 9: (690—30 · 8) : 9 Как узнать все число рядов?» (Надо 8 и полученное число рядов сложить.) «Написав 8 и последнее выражение, соединим их знаком сложения. 8+(690—30 · 8) : 9».

Такая запись решения задачи называется формулой. Приведем пример решения более сложной задачи с применением формулы, причем формула получается постепенно в связи с разбором задачи.

«Рабочий, поступив на работу, сберегал ежегодно 278 руб. 40 коп. Через 14 месяцев после его поступления стал работать и его старший брат, который через 28 месяцев после своего поступления сберег столько же, сколько младший от начала своей работы. Сколько зарабатывал в год старший брат, если его сбережения составляли треть получаемой им зарплаты?»

«Повторите задачу». (Дети повторяют.) «С чего начнем решать задачу?» (Узнаем, сколько младший брат сберегал за месяц.) «Что будете узнавать дальше?» (Сколько месяцев работал младший брат до поступления старшего и одновременно с ним.) «Что узнаете дальше?» (Сбережения младшего брата за все время.) «Затем что надо узнать?» (Сколько сберегал в месяц старший брат.) «Дальше?» (Сбережения старшего брата за год.) «Какой вопрос дальше?» (Какова зарплата старшего брата за год.)

«Теперь определим, каким действием решается каждый вопрос, и запишем эти действия. Как узнать, сколько младший брат сберегал за месяц?» (278 руб. 40 коп. : 12, потому что сбережения за месяц в 12 раз меньше годового сбережения.) «Запишите это действие на доске, не выполняя самого деления, а только обозначьте его. Какой дальше вопрос в задаче?» (Сколько месяцев работал младший брат до поступления старшего брата и потом одновременно с ним.) «Как это узнать?» (Надо к 14 прибавить 28.) «Запишите это действие на доске, отступя немного от первой записи, не вычисляя результата. Что будете узнавать дальше?» (Сбережения младшего брата за указанное время его работы.) «Как это узнать?» (Месячное сбережение младшего брата помножить на число месяцев работы.) «Почему?» (Месячное сбережение увеличилось во столько раз, сколько прошло месяцев.) «Как обозначить, что месячное сбережение надо умножить на все число месяцев?» (Надо месячное сбережение умножить на сумму 14+28, заключив ее в скобки.) «Повторите, что означает записанное выражение». (Сбережение младшего брата за все число месяцев его работы.)

«Но сбережения старшего брата за 28 месяцев его работы составляли такую же сумму. Какой следующий вопрос задачи?» (Сколько сберегал старший брат за месяц.) «Как это узнать?» (Надо выражение, означающее все сбережения старшего брата, разделить на 28.) «Почему?» (Потому что сбережения за один месяц в 28 раз меньше, чем за 28 месяцев.)

«Как показать, что все выражение надо разделить на 28?» (Надо под всем выражением провести черту и под ней подписать 28.) «Почему?» (Потому что черта в этом случае означает деление.) «Что узнаете дальше?» (Каковы сбережения старшего брата за год.) «Как это сделать?» (Надо выражение, обозначающее месячное сбережение, помножить на 12, т. е. увеличить в 12 раз.) «Поставьте знак умножения и число 12 рядом с чертой. Переходим к главному вопросу задачи. Что спрашивается в задаче?» (Каков заработок старшего брата.) «Как это узнать?». (Надо выражение, означающее его годовые сбережения, увеличить в 3 раза.) «Почему?» (Его годовые сбережения составляли третью часть годового заработка.) В результате получается запись:

$$\frac{278 \text{ руб. } 40 \text{ коп.} : 12 \cdot (14+28)}{28} \cdot 12 \cdot 3$$

«Что означает эта формула?» (Годовой заработок старшего брата.)

$$x = \frac{278 \text{ руб. } 40 \text{ коп.} : 12 \cdot (14+28)}{28} \cdot 12 \cdot 3$$

Теперь будем записывать вычисления, получится такая запись:

1) 278 руб. 40 коп. : 12=23 руб. 20 коп,
2) 14 мес.+28 мес.=42 мес.
3) 23 руб. 20 коп. · 42=974 руб. 40 коп.
4) 974 руб. 40 коп. : 28=34 руб. 80 коп.
5) 34 руб. 80 коп. · 12=417 руб. 60 коп.
6) 417 руб. 60 коп. · 3=1252 руб. 80 коп. (в год)

«Где запишем это число?» (После всего выражения.)
Получается окончательная запись:

$$x = \frac{278 \text{ руб. } 40 \text{ коп.} : 12 \cdot (14+28)}{28} \cdot 12 \cdot 3 = 1252 \text{ руб. } 80 \text{ коп.}$$

Начинать ознакомление детей с такой формулой записи вычислений следует с задачи, где формула менее сложна, и постепенно увеличивать количество данных, необходимых для решения задачи. Такого рода работу надо начинать и раньше четвертого года обучения.

Описанная работа имеет громадное образовательное значение в смысле выработки умения охватить одной формулой ряд действий в связи с конкретным материалом задачи. Эта работа весьма ценна, как подготавливающая детей к следующей ступени изучения математики: овладение умением составлять и разбираться в числовых формулах подготовит детей к формулам алгебраическим.

§ 36. ПИСЬМЕННОЕ ОБЪЯСНЕНИЕ РЕШЕНИЯ СОСТАВНЫХ ЗАДАЧ

Вопрос о письменном объяснении решения задач является новым для массовой школы. К разрешению его следует подойти осторожно.

В письменное объяснение решения задач входит:

1) план решения,
2) объяснение мотива выбора каждого действия.

Как обучить детей письменному объяснению действий?

Устное объяснение действия практикуется с I класса. Например:

«Книга стоит 30 коп., а общая тетрадь на 20 коп. дешевле. Сколько стоит общая тетрадь?» Ученик, указав, что применил вычитание: 30 коп.— 20 коп., объясняет, что цена тетради меньше на 20 коп., чем цена книги, а чтобы уменьшить 30 на 20, надо сделать вычитание.

«Велосипедист проехал 45 *км* за 3 часа. За какое время он проедет 75 *км*?»

Первое действие (45 *км* делится на 3 равные части) объясняется так. За 3 часа велосипедист проехал 45 *км*, а за 1 час в 3 раза меньше, а уменьшение в несколько раз делается делением. Второе действие (75 *км* : 15 *км*) объясняется так. Расстояние 75 *км* велосипедист проедет за столько часов, сколько раз 15 *км* содержится в 75 *км*, а чтобы узнать это, надо 75 *км* разделить на 15 *км*.

Такими устными объяснениями решений задач в I—III классах учащиеся приучаются сознательно применять арифметические действия, при этом развивается математическая речь учащихся.

В IV классе можно требовать от учащихся письменного объяснения действий.

Дело в том, что учащиеся начальной школы, даже в IV классе (с которыми только и можно начинать такого рода работу), в недостаточной степени владеют навыками письменной речи, не вполне тверды в орфографии; кроме того, следует иметь в виду, что такая работа требует много времени. Таким образом, в IV классе начальной школы допустимы лишь первые шаги в этом направлении. Учащиеся должны получить здесь навык излагать кратко объяснение решенной ими задачи.

Это объяснение должно представлять собой изложение хода решения задачи с объяснением мотива выбора соответствующего действия для разрешения каждого вопроса плана.

Приведем образец письменного объяснения задачи:

«Школа закупила 50 учебников русского языка по 35 коп., 75 учебников математики по 30 коп. и 60 учебников естествознания. За все учебники заплачено 64 руб. Сколько стоит учебник естествознания?»

Объяснение решения этой задачи может быть сделано в такой форме.

Для решения задачи надо узнать сначала, сколько стоили 50 учебников русского языка. Если один учебник стоил 35 коп., то 50 учебников будут стоить в 50 раз больше, значит, надо 35 коп. помножить на 50:

35 коп. · 50=17 руб. 50 коп.

Дальше так же узнаем, сколько стоили 75 учебников по математике:

30 коп. · 75=22 руб. 50 коп.

Затем узнаем, сколько заплатили всего за учебники русского языка и математики. Для этого надо 17 руб. 50 коп. и 22 руб. 50 коп. сложить, так как здесь надо найти сумму двух чисел:

17 руб. 50 коп.+22 руб. 50 коп.=40 руб.

Потом найдем, сколько заплатили за учебники естествознания. Для этого надо из 64 руб. вычесть 40 руб., так как за них уплатили остальные деньги, а остаток находится вычитанием:

64 руб. — 40 руб. = 24 руб.

Наконец узнаем, сколько стоил один учебник естествознания. Если 60 учебников стоили 24 руб., то один стоил в 60 раз меньше, значит, 24 руб. надо уменьшить в 60 раз, а это делается при помощи деления:

2400 коп. : 60 = 40 коп.

Ответ. Учебник естествознания стоил 40 коп.

Прежде чем дать для самостоятельного изложения такое объяснение решения задачи, необходимо в классе разобрать несколько задач под руководством учителя; составить сначала устное объяснение ее, а затем уже выполнить письменно.

И в этом случае, как и при обучении записи плана решения задачи, учитель записывает на доске образец письменного объяснения решения задачи.

Нетрудно понять, что успех этого рода работы в значительной степени зависит от умения учащихся устно давать подробные объяснения всего хода решения задачи, а потому на эту сторону работы при решении задач учитель должен обратить самое серьезное внимание.

Учитель должен требовать от учащихся, чтобы они объясняли кратко и ясно ход решения задачи, исходя из условий последней. При выборе того или иного действия учащиеся должны уметь объяснить, почему для решения данного вопроса выбрано именно это действие, а не другое.

§ 37. СОСТАВЛЕНИЕ ЗАДАЧ САМИМИ УЧАЩИМИСЯ И РЕШЕНИЕ ИХ

Составление задач заставляет учащихся вдумываться в структуру задач, в зависимости между величинами, приучает пользоваться арифметикой при решении практических вопросов, видеть связь арифметики с жизненными явлениями.

Составление задач учащимися надо начинать с I класса. Эти упражнения должны быть проведены в строгой системе с постепенным нарастанием трудности.

Первые задачи в I классе составляются при рассмотрении окружающей обстановки или дидактического материала для упражнений в счете или в действиях.

Например:

1. Вопрос учителя: Сколько парт в первом ряду? Сколько парт во втором ряду?

Составьте задачу про парты.

Или:

2. Сколько уток плавает в реке?
Сколько уток вышло на берег?

Составьте задачу про уток.

Далее следует составлять задачи о предметах, хорошо известных детям, но которых нет перед глазами — их приходится воображать.

При затруднении учащихся в выборе темы для задачи учитель указывает, про что можно составить задачу, например: про грибы, про ягоды, которые дети собирали в лесу, про рыбок, которых мальчики поймали в речке, и т. п.

Затем можно перейти к составлению задач по картинкам и плакатам, например: а) картинка изображает 3 мальчиков и 5 девочек, катающихся с горы. Сколько мальчиков катается с горы? Сколько девочек? Составьте задачу про этих детей.

б) На плакате изображены тетрадь, перо, ручка, карандаш, резинка, показаны цены этих предметов. Дети составляют задачи разного содержания, используя данные числа. Эта работа проводится в I и II классах.

По картинкам и плакатам дети получают тему задачи и по этой теме составляют устный рассказ математического характера. Следовало бы иметь в классе набор хорошо исполненных картинок разнообразного содержания, полезных и в воспитательном отношении.

Надо с I класса приучать учащихся составлять задачи к данному действию. Например, учитель говорит: «Дети, составьте задачу, для решения которой надо к четырем прибавить три». Пример $4+3$ записывается. «Нарисуйте, о чем составили задачу, и запишите решение».

Учитель проверяет рисунки, дети рассказывают условие и решение составленных задач. Из таких задач у первоклассников составляется альбом «Мои задачи».

Составление задач к данному действию поможет учащимся лучше усвоить все виды простых задач. Так, во II классе, к примеру $12-5$ учащиеся по заданию учителя составляют три простые задачи: на нахождение остатка, на уменьшение на несколько единиц и на разностное сравнение.

Учащимся II, III и IV классов также следует давать составление задач к решенным примерам, причем примеры усложняются не только по числовому материалу, но и по количеству действий, связанных между собой. Так, например, в IV классе можно дать задание составить задачу в 3 действия, которая решалась бы так:

$$360\times5=1800; \qquad 1800+2400=4200; \qquad 4200:2=2100.$$

Здесь в отвлеченные числа вкладывается конкретное содержание, осуществляется связь теории с действительностью, задача «перекидывает мост между теорией и практикой» (Н. К. Крупская). Обучение делается живым, арифметика интересной, речь учащихся развивается, язык обогащается, так как одно и то же математическое действие, например вычитание, может быть выражено различными словами, например: отдал, вернул, убавил, замедлил, не хватило и т. д.

Следует обратить внимание на составление задач разнообразного содержания по одному и тому же числовому примеру или по одной и той же числовой формуле. Например: $48\times4+$ $+45\times2=282$.

По этой формуле можно составить следующие задачи:

1) Поезд шел сначала 4 часа со скоростью 48 *км*, потом 2 часа со скоростью 45 *км*. Какое расстояние он прошел?

2) В огороде засадили огурцами грядку длиной 48 *м*, шириной 4 *м* и луком грядку длиной 45 *м*, шириной 2 *м*. Какая площадь занята двумя грядками?

3) В швейной мастерской принят заказ на 4 платья по 48 руб. каждое и 2 платья по 45 руб. каждое. На какую сумму принят заказ?

4) В четырех вагонах ехало по 48 человек в каждом, и в двух вагонах — по 45 человек в каждом. Сколько всего человек ехало?

При обучении самостоятельному решению задач необходимо давать задачи, в условии которых приходится различать близкие между собой понятия, например: деление на части и деление по содержанию, изменение в кратном отношении и в разностном отношении. Такое содержание заставляет учеников внимательнее вдумываться в условие и более сознательно применять арифметические действия.

Возьмем задачу: «Турист прошел 12 *км* за 3 часа. Сколько километров в час он проходил?»

В той же задаче можно изменить условие: «Турист прошел 12 *км*, проходя 3 *км* в час. Сколько часов он шел?»

Числа в обеих задачах одинаковые, но смысл деления различный, и вопросы задачи различные.

Возьмем еще задачу.

«Турист шел 2 часа пешком, потом втрое дольше ехал в автобусе. Сколько часов он был в пути?»

Для сравнения предлагается задача: «Турист шел 2 часа пешком, потом ехал в автобусе на 3 часа дольше, чем шел пешком. Сколько часов он был в пути?»

Такое сравнение задач, близких по содержанию условий, но отличающихся смыслом действий, показывает ученикам, что каждая часть условия влияет на способы решения задачи. Это заставляет глубже вникнуть в условие задачи.

При обучении составлению задач полезно дать задачи с постепенно усложняющимися условиями. В этих задачах учащиеся видят, как усложнение данных влияет на ход рассуждений и решения. Приведем пример постепенного усложнения задачи.

а) «Турист прошел за день 8 *км* пешком и 36 *км* проехал в автобусе. На какое расстояние продвинулся турист за день?»

б) «Турист прошел 2 часа по 4 *км* в час и 3 часа ехал в автобусе, делая 24 *км* в час. На какое расстояние продвинулся он за день?»

в) «Турист прошел пешком 2 часа, делая по 4 *км* в час, потом ехал в автобусе 3 часа, проезжая в час на 20 *км* больше, чем шел пешком. На какое расстояние продвинулся турист за день?»

г) «Турист был в дороге 5 часов, причем в автобусе ехал на 1 час больше, чем шел пешком. Шел он со скоростью 4 *км* в час, а ехал в автобусе по 24 *км* в час. На какое расстояние продвинулся он за день?»

Вопрос всех задач один и тот же. Для его решения требуется знать расстояние, которое прошел турист пешком, и расстояние, которое он проехал в автобусе.

В задаче а) оба расстояния даны, и задача решается одним действием.

В задаче б) расстояния не даны, но каждое легко определяется одним действием. Задача решается тремя действиями.

В задаче в) расстояния не даны, первое определяется легко по скорости и числу часов пешего движения, но скорость второго движения приходится определять.

В задаче лишнее сравнительно с предыдущей задачей действие, а всего 4 действия.

В задаче г) надо определить число часов каждого вида движения, это вводит лишнее действие, и задача решается шестью действиями.

С большим интересом учащиеся составляют задачи с измененными искомыми, беря за искомое новой задачи одно из данных первоначальной задачи и введя в условие новой задачи полученный ответ первоначальной задачи. Такая работа позволяет решить за урок большее количество задач, так как затрачивается меньше времени на освоение условия каждой новой задачи.

§ 38. ПРОВЕРКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НЕСКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ

Если производство действия над числами следует проверять, то тем более надо проверять полученный результат при решении составной задачи, так как только проверка решения вскрывает допущенную ошибку. Проверка помогает уяснить, правильно ли понята задача и устанавливает ли согласие найденного ответа со всеми условиями задачи.

Обыкновенно проверяют решение задачи следующими способами: 1) узнают, соответствует ли полученный ответ условию задачи, или 2) составляют другую задачу с введением в ее условие полученного ответа.

Проверка первым способом

Задача. «Ботинки, шляпа и галстук стоят 24 руб. Цена галстука равна четвертой части цены шляпы, а ботинки в 3 раза дороже галстука и шляпы вместе. Сколько стоит каждая вещь в отдельности?»

После решения имеем: цена галстука 1 руб. 20 коп., цена шляпы 4 руб. 80 коп. и цена ботинок 18 руб.

По условию задачи цена галстука составляет четвертую часть цены шляпы и действительно: 4 руб. 80 коп. : 1 руб. 20 коп. = 4; цена же ботинок в 3 раза дороже галстука и шляпы:

(1 руб. 20 коп. + 4 руб. 80 коп.) · 3 = 18 руб.

Проверка вторым способом

Второй способ проверки решения задач — составление к данной задаче обратной задачи. Обратных задач можно составить столько, сколько числовых данных входит в условие задачи.

Составление обратных задач на основании условия данной задачи имеет значение для развития логического мышления учащихся.

Возьмем задачу. «Колхоз собрал 8 корзин винограда 2-го сорта и в 6 раз больше корзин винограда 1-го сорта, всего 480 *кг*. В 3 корзинах 2-го сорта было 36 *кг*. Сколько килограммов винограда 1-го сорта было в каждой корзине?»

Решение: 1) 36 *кг* : 3=12 *кг*
2) 12 *кг* · 8=96 *кг*
3) 480 *кг* — 96 *кг*=384 *кг*
4) 8 корз. · 6=48 корз.
5) 384 *кг* : 48=8 *кг*

Обратными задачами будут, например, следующие:

1. «Колхоз собрал 48 корзин винограда 1-го сорта, по 8 *кг* в корзине, и в 6 раз меньше корзин винограда 2-го сорта, причем в каждых 3 корзинах было по 36 *кг*. Сколько всего собрали винограда?»

Решение: 1) 8 *кг* · 48=384 *кг*
2) 48 корз. : 6=8 корз.
3) 36 *кг* : 3=12 *кг*
4) 12 *кг* · 8=96 *кг*
5) 384 *кг*+96 *кг*=480 *кг*

2. «Колхоз собрал 48 корзин винограда 1-го сорта, по 8 *кг* в каждой, и несколько корзин винограда 2-го сорта; всего 480 *кг*. Во сколько раз число корзин с виноградом 1-го сорта было больше, чем с виноградом 2-го сорта, если в каждых 3 корзинах винограда 2-го сорта было по 36 *кг*?»

Решение: 1) 8 *кг* · 48=384 *кг*
2) 480 *кг* — 384 *кг*=96 *кг*
3) 36 *кг* : 3=12 *кг*
4) 96 *кг* : 12 *кг*=8 (корз.)
5) 48 корз. : 8 корз.=6 (раз)

Задача. «В 3 сек. звук проходит в воздухе 990 *м*. Какое расстояние звук пройдет в 15 сек.?» Задачу, решенную приведением к единице, можно для проверки решить способом кратного увеличения числа 990 *м* в 5 раз (15 сек. : 3 сек.).

При проверке решения задачи полезно указать приближенные пределы ожидаемого результата.

Задача. «В состязании участвовали 185 физкультурников одного завода и 269 — другого завода. Сколько всего физкультурников участвовало в состязании?»

Сумма данных чисел должна быть меньше 500 и больше 300, так как $200>185>100$ и $300>269>200$.

Решение задач несколькими способами

При решении задач, допускающих несколько способов решения, надо сравнить эти способы, чтобы выбрать наиболее удобный.

Задача. «Турист шел сначала 3 часа со скоростью 4 *км* в час, а потом еще 2 часа с той же скоростью. Какое расстояние прошел турист?»

Задача решается двумя способами:

1-й способ

1) 4 *км* · 3=12 *км*
2) 4 *км* · 2=8 *км*
3) 12 *км*+8 *км*=20 *км*

2-й способ

1) 3 часа+2 часа=5 час.
2) 4 *км*·5=20 *км*

Показав оба способа, надо разъяснить учащимся преимущества второго способа.

Применение к одной и той же задаче нескольких способов решения помогает более глубокому усвоению метода решения.

Кроме того, учащиеся приучаются проявлять инициативу, смелость в применении к задачам различных способов решения. Мышление их развивается. Необходимо относиться очень внимательно к методам решения, предлагаемым учащимися.

§ 39. ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ

К типовым задачам относятся прежде всего задачи, сходные между собой по способам решения, хотя по содержанию материала (по тематике) они могут быть и различны.

Например, возьмем две задачи:

1. «Площадь зала Московского университета для занятий легкой атлетикой равна 2000 *кв. м*, волейбольный зал занимает $\frac{3}{10}$ этой площади. Какую площадь занимает волейбольный зал?»

2. «В колхозе 2000 голов крупного рогатого скота. Племенной скот составляет $\frac{3}{4}$ всего количества крупного рогатого скота. Сколько в колхозе голов племенного скота?»

По тематике эти задачи различны, но решаются одним и тем же приемом.

К типовым задачам относятся и такие, которые сходны между собой и по тематике, и по приемам решения, например задачи на время, на движение, на вычисление площадей. К типовым задачам следует отнести задачи алгебраического характера.

Одним из существенных признаков таких задач является то, что для своего решения арифметическим путем они требуют применения особых, часто искусственных приемов; гораздо легче они решаются с помощью уравнений, но этот способ в начальной школе неприменим.

Объединять в типы (группы) нужно не вообще сходные между собой задачи, а лишь те, которые требуют применения особых приемов решения.

Чтобы облегчить учащимся усвоение способа решения подобных задач, нужно решить подряд некоторое количество таких задач. Но при этом целью должно быть не запоминание шаблона для решения, а понимание учащимися сущности задачи, связей между данными и искомыми. Прием решения должен явиться естественным следствием, выводом из этой работы.

Решение типовых задач следует чередовать с решением задач нетиповых, уделяя последним достаточное внимание и время от времени возвращаясь к пройденным типам.

А. При ознакомлении учащихся с типовыми задачами различные типы необходимо расположить в систему, различные задачи в пределах одного типа — так же. Близкими типами надо считать те, при решении которых приводятся близкие друг к другу рассуждения. Такие близкие типовые задачи можно объединить в следующие группы:

I. Задачи на зависимость между элементами действий. Сюда входят: 1) задачи на зависимость между элементами действия, 2) задачи на изменение результата действий от изменения данных.

II. Задачи на вычисление среднего арифметического: 1) вычисление среднего арифметического, 2) смешение и сплавы 1-го рода.

III. Нахождение чисел по их сумме и разности.

IV. Задачи, в которых для отыскания неизвестной величины необходимо предварительно найти разность данных величин: 1) вычисление неизвестного по двум разностям, 2) исключение неизвестного при помощи вычитания, 3) уравнивание данных величин. К этой же группе относятся: 4) замена неизвестного при данном разностном и кратном отношении неизвестных, 5) способ предположения.

V. Задачи на нахождение дроби от числа и обратно: 1) нахождение дроби от числа, 2) нахождение числа по дроби, 3) нахождение процента от числа, 4) нахождение числа по проценту.

VI. Задачи на пропорциональные величины: 1. Простое тройное правило: а) способ приведения к единице, б) способ обратного приведения к единице, в) способ отношений, г) способ кратных частей. 2. Сложное тройное правило.

VII. Задачи на пропорциональное деление: 1) деление числа пропорционально ряду чисел, 2) нахождение чисел по сумме и кратному отношению, 3) деление числа на части, отношения которых известны, 4) деление числа обратно пропорционально данным числам, 5) деление числа пропорционально нескольким отношениям.

VIII. Задачи с определенным содержанием, которые в зависимости от постановки вопроса могут быть отнесены к различным из указанных типов: 1) с геометрическим содержанием, 2) движение встречное и в одном направлении, 3) совместная работа.

Конечно, не все перечисленные типы задач включены в последнюю программу начальной школы. Здесь дана система решения типовых задач, по которой учитель выбирает задачи для повторения при переходе к решению задачи нового типа.

Б. Ознакомление с каким-либо типом надо начинать с устных задач, имеющих несложное содержание и небольшие числа, применяя при решении наглядные пособия, уясняющие содержание условия и решение задачи.

В. Объяснение типовых задач можно проводить по следующему плану:

1. Подготовка к решению типовой задачи.
2. Объяснение решения типовой задачи.
3. Запись решения.
4. Закрепление.
5. Решение усложненных типовых задач.

В каждую типовую задачу входят простые задачи, поэтому перед объяснением типовой задачи необходимо подготовить учащихся к лучшему усвоению ее решения, напомнив им простые задачи, применяемые при решении типовой задачи.

Затем учитель переходит к объяснению основной[1] типовой задачи с небольшими числами, применяя при этом наглядные пособия, уясняющие содержание условия и решение задачи.

Решение основной типовой задачи записывается с вопросами на доске и в тетрадях.

К решению типовых задач, усложненных дополнительными условиями, можно переходить только после усвоения решения задач данного типа.

§ 40. РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Приведем различные приемы (примерные) письменного решения типовых задач.

I. Задачи с пропорциональными величинами (тройное правило)

1. Способ приведения к единице

Решение задач на простое тройное правило следует подготовить решением простых задач на деление на равные части и на умножение.

Например. «1) Четыре платья стоят 80 руб. Сколько стоит одно платье? 2) Одно платье стоит 20 руб. Сколько стоят 3 платья?»

Учащиеся под руководством учителя делают вывод, что, зная цену одной вещи (в данной задаче — платья), можно подсчитать стоимость какого угодно количества вещей и т. п.

Далее учитель переходит к объяснению типовой задачи.

На нижней планке наборного полотна (с тремя планками) учитель ставит 5 календарей, говоря: «Надо подсчитать, сколько стоят эти 5 календарей». В одном ряду с календарями, несколько поодаль, ставится *x*. «Почему мы не можем решить эту задачу?» (Не знаем, сколько стоит 1 календарь.)

Учитель ставит на верхнюю планку 2 календаря, а над *x* ставит 80 коп «Как прочитать это условие? Можно ли теперь узнать цену одного календаря? Учащиеся подсчитывают сначала цену одного календаря, потом стоимость пяти календарей. «Повторим, какую же задачу мы решили» Составляется условие по наглядным пособиям: «2 календаря стоят 80 коп. Сколько стоят 5 календарей?»

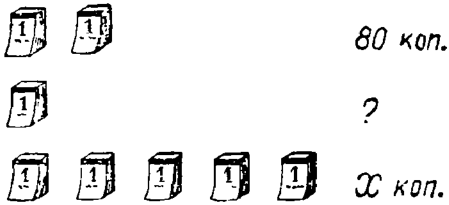
«Вспомним решение. Что узнали сначала?» (Сколько стоит один календарь.)

---

[1] Мы употребляем термин «основной» для типовых задач, решение которых не усложнено никакими добавочными условиями.

Учитель ставит на средней планке один календарь, а под «80 коп.» ставит знак вопроса. «Каким действием узнали?» (Делением.) «Почему делением?» (Если 2 календаря стоят 80 коп., то один календарь будет стоить в 2 раза дешевле, а это находится делением на 2 равные части.)

«Потом что узнали?» (Сколько стоят 5 календарей.) «Как узнали?» (Если один календарь стоит 40 коп., то 5 календарей будут стоить в 5 раз дороже, а это находится умножением.) Учитель подытоживает решение: «Итак, чтобы найти стоимость 5 календарей, надо сначала найти цену одного календаря». (Учитель делает ударение на слове «одного» и показывает на наглядном пособии.) «Если знаем, что 2 календаря стоят 80 коп., делением найдем, сколько стоит один календарь. А затем, зная цену одного календаря, найдем, сколько стоят 5 календарей. Цену одного календаря умножим на 5».



Черт. 20

Запишем условие задачи и решение.

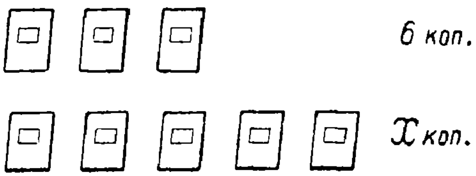
2 календ. . . . . . 80 коп.
5 календ. . . . . . x коп.

1. Сколько стоит один календарь?
2. Сколько стоят 5 календарей?

1) 80 коп. : 2=40 коп.
2) 40 коп. · 5=200 коп.=2 руб.

Ответ. 5 календарей стоят 2 руб.

Условие задач можно составлять по рисункам, например: «Три тетради стоят 6 коп. Сколько стоят 5 тетрадей?»



Черт. 21

Кроме того, надо приучать учащихся составлять задачи на тройное правило по таблице. Например: на первой строчке таблицы даны такие величины —8 час. и 240 *км*. Учащиеся составляют задачу.

Поезд проехал

Время	Расстояние
8 час.	240 *км*
6 час.	?
5 час.	?

Тракторист заработал	
за 5 дней	15 руб.
за 7 дней	?
за 12 дней	?
за 16 дней	?

На второй строчке после решения составленной задачи учитель ставит вместо знака вопроса число 180, а на третьей строчке ставит 5 час. и знак вопроса. Ученики составляют условие новой задачи и решают ее. Составление задач по таблицам полезно проводить при устном решении задач, а также при самостоятельной работе.

Например, вешается таблица, учащиеся записывают условия составленных задач, решают их и вместо знаков вопроса пишут полученные значения.

Затем решаются типовые задачи.

Задача. «20 *м* проволоки весят 960 *г*. Сколько весят 6 *м* этой проволоки?»

Запись условия задачи: 20 *м* весят 960 *г*.
6 *м* весят x *г*.

Анализ. Для того чтобы определить, сколько весят 6 *м* проволоки, надо знать вес 1 *м* проволоки. Вес 1 *м* проволоки можно узнать, зная вес 20 *м* проволоки. В условии задачи имеется: 20 *м* весят 960 *г*. Итак, намечается следующий план решения:

1) Сколько граммов весит 1 *м* проволоки?
2) Сколько весят 6 *м* проволоки?

Решение:

1) 960 *г* : 20=48 *г*
2) 48 *г* · 6=288 *г*

Запись решения задачи в виде числовой формулы:

$$x=(960:20)\cdot 6=288\ (г)$$

Объяснение. В задаче дано: 20 *м* проволоки весят 960 *г*. По этим данным можно узнать вес 1 *м* проволоки. Если 20 *м* проволоки весят 960 *г*, то 1 *м* проволоки весит в 20 раз меньше. Для уменьшения числа в несколько раз надо его разделить на число, показывающее, во сколько раз уменьшается данное число:

960 *г* : 20=48 *г*, т. е. 48 *г* весит 1 *м* проволоки.

Если 1 *м* проволоки весит 48 *г*, то 6 *м* проволоки весят в 6 раз больше. Для увеличения числа 48 *г* в 6 раз надо 48 *г* умножить на 6:

48 *г* · 6=288 *г*.

Итак, 6 *м* проволоки весят 288 *г*.

Ответ. 288 *г*.

Усложненные задачи на тройное правило решаются тремя или более действиями. Например: «Сначала купили 2 *кг* риса за 1 руб. 56 коп., потом 5 *кг*. Сколько стоил весь купленный рис?» Учащиеся рассуждают так:

«Чтобы ответить на вопрос задачи, надо знать, сколько всего риса куплено и сколько стоит 1 *кг*. Если известно, что сначала купили 2 *кг*, потом 5 *кг*, сложением узнаем, сколько всего риса куплено. Если 2 *кг* стоят 1 руб. 56 коп., то делением узнаем, сколько стоит 1 *кг* риса. Решаем задачу».

План и решение задачи:

1. Сколько всего риса куплено?

2 *кг*+5 *кг*=7 *кг*

2. Сколько стоит 1 *кг* риса?

1 руб. 56 коп. : 2=78 коп.

3. Сколько стоит весь купленный рис?

78 коп. · 7= 5 руб. 46 коп.

Ответ. Весь рис стоит 5 руб. 46 коп.

После упражнений в решении задач на способ приведения к единице учащимся предлагается составить аналогичные задачи и объяснить их решение.

Правильный подбор чисел и удачная формулировка условия покажут, что учащиеся усвоили способ нахождения неизвестного числа в задачах с пропорциональными величинами. Сопоставление хода решения задач поможет сделать общий вывод о способе их решения, а также выяснить название «способ приведения к единице».

При решении задач с пропорциональными величинами необходимо приучать учащихся разбираться в характере зависимости между величинами. В рассуждениях должно подчеркиваться изменение значения одной величины в зависимости от изменения соответствующего значения другой величины.

Разобрав, например, в задаче:

3 машины привезли 6150 штук кирпича,

5 машин привезли x штук кирпича,

что 5 машин должны привезти кирпича больше, чем 3 машины, и получив ответ $x=650$ штук, учащийся должен искать ошибку в решении.

Если позволяет числовой материал, необходимо обращать внимание учащихся на кратное изменение значений двух величин.

2. Способ обратного приведения к единице

Задача. «На станке изготовили 279 деталей за 9 мин. За сколько времени на этом же станке можно изготовить 868 деталей?»

Запись условия задачи: 279 деталей за 9 мин.
868 деталей за x мин.

Анализ. Чтобы знать, за сколько минут изготовит машина 868 деталей, надо знать, сколько деталей изготовляет станок в минуту. Данные для решения последнего вопроса в условии задачи имеются. Решая эту задачу приведением к единице, мы бы узнавали, сколько минут требуется для изготовления одной детали, а потом стали бы узнавать, сколько минут требуется для изготовления 868 деталей. При способе же обратного приведения к единице мы имеем следующий план решения:

1. Сколько деталей станок изготовляет в одну минуту?
2. Во сколько времени он изготовит 868 деталей?

Решение: 1) 279 дет. : 9=31 деталь
2) 868 дет. : 31 дет.=28 (мин.)

Числовая формула:

$$x=\frac{868}{279:9}=28 \text{ (мин.)}$$

Объяснение. 1) Из условия задачи мы знаем, что в 9 мин. станок изготовляет 279 деталей. В одну минуту он изготовит деталей в 9 раз меньше. Для уменьшения числа в несколько раз применяется деление: 279 деталей : 9=31 деталь. 2) Чтобы узнать, во сколько минут машина изготовит 868 деталей, надо узнать, сколько раз 31 деталь содержится в 868 деталях, а это узнается делением по содержанию:

868 дет. : 31 дет.=28 (раз)

Ответ. 868 деталей станок изготовит в 28 мин.

3. Способ отношений

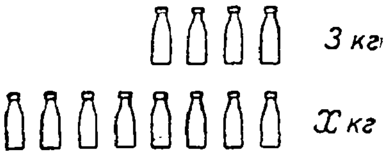
К решению задачи на способ отношений следует подготовить учащихся решением простых задач на кратное сравнение, а также на увеличение и уменьшение чисел в несколько раз, например: 1) «Во сколько раз 14 *м* больше 2 *м*?»

2) «Мальчик нашел 7 грибов, а девочка в 2 раза больше. Сколько грибов нашла девочка?»

Потом переходят к решению задач с небольшими числами.

Задача. «Масло в 4 бутылках весит 3 *кг*. Сколько весит масло в 8 бутылках?»

Запись условия задачи: 4 бут.— 3 *кг*.
8 бут.— *x* *кг*.



Черт. 22

Задача сопровождается рисунком. Проводится беседа, в которой подчеркивается зависимость веса масла от количества бутылок: больше бутылок, больше и масла. Учитель ставит наводящий вопрос: «Почему в задаче о грибах можно было сразу подсчитать, сколько грибов у девочки? Нельзя ли сказать, во сколько раз больше вес масла в восьми бутылках, чем в четырех бутылках?»

Объяснение: в 8 бутылках 2 раза по 4 бутылки, т. е. бутылок в 2 раза больше, следовательно, и масла в 2 раза больше.

Решение: 1. Во сколько раз бутылок взято больше?

8 бут. : 4 бут. = 2 (раза)

2. Сколько весит масло в 8 бутылках?

3 *кг* $\times$ 2 = 6 *кг*

Ответ. Масло весит 6 *кг*.

Можно первые две задачи с небольшими числами решить устно, проводя разбор задачи в вопросо-ответной форме, а потом перейти к решению задач с большими числами и с записью решения.

Задача. «Из 6 *кг* муки выходит 8 *кг* печеного хлеба. Сколько печеного хлеба выйдет из 30 *кг* муки?»

Запись условия задачи: 6 *кг* муки — 8 *кг* хлеба
30 *кг* » — *x* *кг* »

Прежде чем решить основную задачу, можно задать наводящие вопросы. В задаче сказано, что из 6 *кг* муки выходит 8 *кг* хлеба, а сколько хлеба выйдет из 12 *кг* муки? из 18 *кг*? А если муки будет в 4 раза больше?

Учащиеся подсчитывают и объясняют, почему хлеба должно получиться 16 *кг*, 24 *кг*, 32 *кг*.

После этого решается основной вопрос: сколько хлеба выйдет из 30 *кг* муки?

Анализ задачи можно провести в вопросо-ответной форме.

Вопрос. Что требуется узнать в задаче?

Ответ. Сколько печеного хлеба выйдет из 30 *кг* муки.

Вопрос. Какие числа надо знать, чтобы ответить на этот вопрос?

Ответ. Надо знать, сколько хлеба выходит из 6 *кг* муки и во сколько раз 30 *кг* больше 6 *кг*.

Вопрос. Известны ли эти числа?

Ответ. Известно, что из 6 *кг* муки выходит 8 *кг* хлеба, а во сколько раз 30 *кг* больше 6 *кг*, надо узнать.

Графическая схема анализа

Сколько печеного хлеба выйдет из 30 *кг* муки?
8 *кг* · 5=40 *кг*

Сколько печеного хлеба выходит из 6 *кг* муки?
8 *кг*

Во сколько раз 30 *кг* больше 6 *кг*?
30 *кг* : 6 *кг*=5 (раз)

Сколько было всего муки?
30 *кг*

С каким количеством муки сравниваются 30 *кг*?
6 *кг*

Можно дать анализ в виде связного изложения. Чтобы узнать, сколько хлеба получат из 30 *кг* муки, надо знать, сколько хлеба получают из 6 *кг* муки (это дано в условии) и во сколько раз 30 *кг* больше 6 *кг*. Итак, решаем задачу по следующему плану:

1. Во сколько раз 30 *кг* муки больше 6 *кг*?
2. Сколько выйдет хлеба из 30 *кг* муки?

Решение: 1) 30 *кг* : 6 *кг*=5 (раз)
2) 8 *кг* · 5=40 *кг*

Числовая формула:

$$x=\frac{30 \cdot 8}{6}=40 \text{ (кг)}$$

Объяснение. Надо узнать, сколько выйдет хлеба из 30 *кг* муки, если из 6 *кг* муки выходит 8 *кг* печеного хлеба. Количество печеного хлеба увеличится во столько же раз, во сколько раз увеличилось количество муки. Поэтому 30 *кг* делим на 6 *кг* — узнаем, что муки взято в 5 раз больше; далее 8 *кг* множим на 5. Получается 40 *кг*.

Ответ. 40 *кг* хлеба.

Для проверки решения можно решить обратную задачу, например: из 30 *кг* муки вышло 40 *кг* печеного хлеба. Сколько хлеба выйдет из 6 *кг* муки?

Для проверки, усвоены ли задачи данного типа, можно предложить учащимся составить аналогичные задачи и объяснить их решение.

После решения нескольких задач в 2 действия решаются усложненные задачи в 3 или больше действий.

Задача. «Цех завода изготовил за неделю 250 медных кастрюль, на которые было израсходовано 90 *кг* меди. На следующей неделе было изготовлено 500 таких же кастрюль. Сколько меди израсходовано за 2 недели?»

Решение задачи: 1) 500 к. : 250 к.=2 (раза)
2) 90 *кг* · 2=180 *кг*
3) 90 *кг*+180 *кг*=270 *кг*

При повторении задач на тройное правило полезно решать их и способом приведения к единице, и способом отношений.

4. Способ кратных частей

Задача. «Из 100 *кг* ржи получается 80 *кг* муки. Сколько муки получится из 175 *кг* ржи?»

Запись условия задачи: 100 *кг* ржи — 80 *кг* муки
175 *кг* ржи — x *кг* муки

Рассуждение. Эту задачу нельзя решить в целых числах ни способом приведения к единице, ни способом отношения, так как ни 80, ни 175 не делится нацело на 100. Но мы можем узнать, какое количество муки получится из 5 или из 25 *кг* ржи, тогда можно решить задачу способом отношений.

Узнаем, сколько раз в 100 *кг* содержится 25 *кг*. Для этого делим 100 *кг* на 25 *кг*, получаем 4. Итак, 25 *кг* есть четвертая часть от 100 *кг*.

Очевидно, 25 *кг* ржи дадут не 80 *кг* муки, а только четвертую часть этого количества. Чтобы узнать четвертую часть числа, надо разделить его на 4: 80 *кг* : 4=20 *кг*. Итак, из 25 *кг* ржи получается 20 *кг* муки. Теперь узнаем, сколько муки получится из 175 *кг* ржи. Для этого надо узнать, сколько раз 25 *кг* содержится в 175 *кг*:

175 *кг* : 25 *кг*=7 (раз)

Из 175 *кг* ржи получится не 20 *кг*, а в 7 раз больше:

20 *кг*×7=140 *кг*

Ответ. Из 175 *кг* ржи получат 140 *кг* муки.

Данную задачу можно решить иначе. Ход решения виден из следующей записи:

100	*кг*	ржи	дают	80	*кг*	муки
+ 50	»	»	»	40	»	»
25	»	»	»	20	»	»
175	*кг*			140	*кг*	

Зная, сколько муки получится из 100 *кг* ржи, можно узнать, сколько муки получится из $\frac{1}{2}$ от 100 *кг* ржи, т. е. из 50 *кг*, а также из $\frac{1}{2}$ от 50 *кг*, или 25 *кг*. Если ржи взято в 2 раза меньше, то и муки получится в 2 раза меньше.

5. Сложное тройное правило (приведение к единице)

Задача. «В 15 дней 12 машин вытянули 14 400 *м* проволоки. Сколько метров проволоки вытянут 16 таких же машин за 25 дней?»

Запись условия задачи: 15 дн. 12 маш. — 14 400 *м*
55 дн. 16 маш. — x *м*

Анализ. Чтобы узнать, сколько метров проволоки вытянут 16 машин за 25 дней, надо знать, сколько метров проволоки вытянут 16 машин за один день. Для этого надо знать, сколько метров проволоки вытянет одна машина за один день. А для ответа на этот вопрос надо знать, сколько метров проволоки вытянут 12 машин за 1 день. Это же число определим, зная, что 12 машин в 15 дней вытягивают 14 400 *м*.

План решения:

1. Сколько метров проволоки вытянут 12 машин за 1 день?
2. Сколько метров проволоки вытягивает 1 машина за 1 день?
3. Сколько метров проволоки вытянут 16 машин за 1 день?
4. Сколько метров проволоки вытянут 16 машин за 25 дней?

Решение: 1) 14 400 *м* : 15=960 *м*
2) 960 *м* : 12=80 *м*
3) 80 *м* · 16=1280 *м*
4) 1280 *м* · 25=32 000 *м*

Ответ. 32 000 *м* проволоки.

Числовая формула:

$$x=\frac{14\,400\cdot16\cdot25}{15\cdot12}=32\,000\ (м).$$

Объяснение. Если известно, что 12 машин за 15 дней вытягивают 14 400 *м*, то 12 машин вытянут за 1 день в 15 раз меньше:

14 400 *м* : 15=960 *м*

Если 12 машин за 1 день вытягивают 960 *м*, то 1 машина за 1 день вытянет проволоки в 12 раз меньше: 960 *м* : 12=80 *м*. Если 1 машина за 1 день дает 80 *м*, то 16 машин в это же время дадут в 16 раз больше продукции: 80 *м* · 16=1280 *м*. Если за 1 день 16 машин дают 1280 *м*, то за 25 дней эти машины дадут в 25 раз больше продукции: 1280 *м* · 25=32 000 *м*.

II. Задачи на пропорциональное деление

1. Деление пропорционально ряду чисел

Чтобы подготовить учащихся к решению задач на пропорциональное деление, можно дать устные простые задачи, например: 1) «Один тракторист выработал 2 трудодня, а другой 5 трудодней. Сколько трудодней выработали оба тракториста?»

2) «Трактористы получили от колхоза за 7 трудодней 21 *кг* зерна. Сколько килограммов зерна получили трактористы за один трудодень?»

3) «Тракторист получает от колхоза за каждый трудодень по 3 *кг* пшеницы. Сколько получил тракторист за 5 трудодней? за 7 трудодней? Почему за 7 трудодней получено больше, чем за 5 трудодней?»

Потом предлагается задача на деление пропорционально двум данным числам, числа должны быть небольшие.

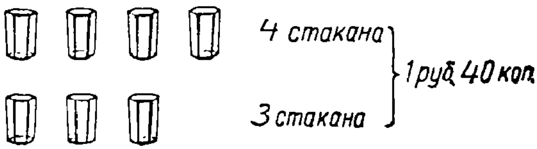
Задача. «Две хозяйки заплатили за стаканы 1 руб. 40 коп. Одна взяла 4 стакана, другая 3 стакана. Сколько заплатила каждая хозяйка?»

Условие задачи записывается и иллюстрируется рисунком на доске.

Анализ задачи проводится в вопросо-ответной форме:

Вопрос. Что спрашивается в задаче?

Ответ. Сколько денег заплатила каждая хозяйка.



Черт. 23

Вопрос. Могли ли хозяйки заплатить поровну?

Ответ. Первая хозяйка заплатила больше, потому что взяла больше стаканов.

Вопрос. Что надо знать, чтобы определить, сколько заплатила за стаканы каждая хозяйка?

Ответ. Чтобы ответить на эти вопросы, надо знать, сколько стоит один стакан и сколько стаканов взяла каждая хозяйка. Число стаканов у каждой хозяйки дано в условии.

Вопрос. Что надо знать, чтобы определить, сколько стоил один стакан?

Ответ. Надо знать, сколько стоили все стаканы (это число дано в условии) и сколько было куплено стаканов.

Вопрос. Что надо знать, чтобы определить число всех купленных стаканов?

Ответ. Надо знать, сколько стаканов купила каждая хозяйка. Эти числа даны в условии.

Вопрос. Какой же план решения задачи?

Ответ. 1) Сколько стаканов купили две хозяйки?
2) Сколько стоил один стакан?
3) Сколько заплатила первая хозяйка?
4) Сколько заплатила вторая хозяйка?

Решение задачи: 1) 4 ст. + 3 ст. = 7 ст.
2) 1 руб. 40 коп. : 7 = 20 коп.
3) 20 коп. · 4 = 80 коп.
4) 20 коп. · 3 = 60 коп.

Ответ. 80 коп., 60 коп.

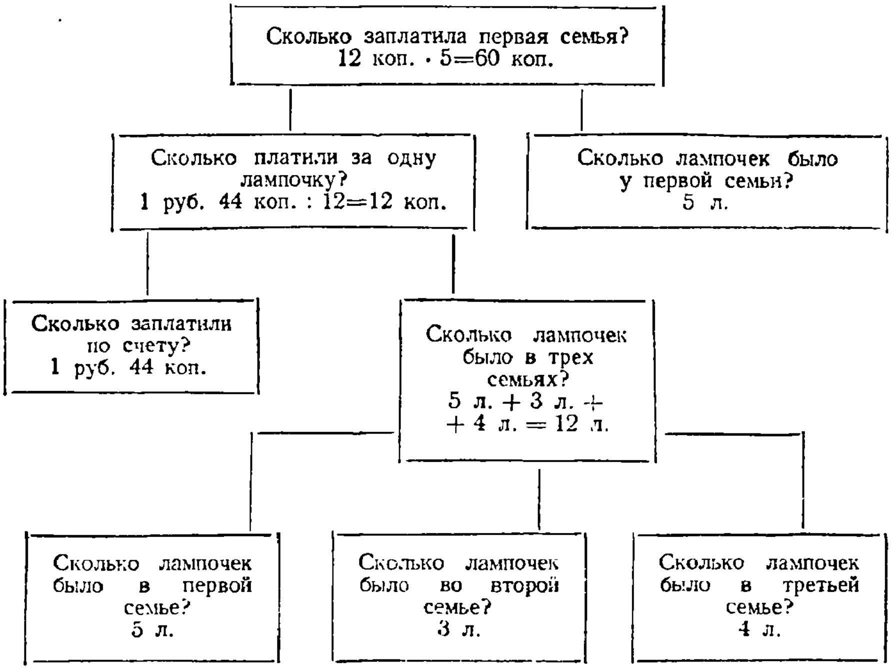
Потом предлагается более сложная задача на деление пропорционально ряду чисел.

Задача. «В доме живут 3 семьи. Одна из них платит за 5 электрических лампочек, другая за 3 и третья за 4 лампочки. Лампочки все одинаковой стоимости. Всего по счету следует уплатить 1 руб. 44 коп. Сколько денег причитается с каждой семьи?»

Запись условия задачи:

$$\left.\begin{array}{l}\text{1-я семья — 5 л.}\\ \text{2-я семья — 3 л.}\\ \text{3-я семья — 4 л.}\end{array}\right\}\ \begin{array}{l}\text{3 семьи платят 1 руб. 44 коп.}\\ \text{Сколько платит каждая семья?}\end{array}$$

Для разъяснения анализа можно дать схему:



Анализ. Чтобы ответить на вопрос задачи: «Сколько платит за освещение каждая семья?» — надо знать, за сколько лампочек платит каждая семья и сколько выплачивается за одну лампочку. Количество лампочек, имеющихся у каждой семьи, дано в условии. Чтобы узнать, сколько стоит освещение одной лампочкой, надо знать, сколько уплачено за все лампочки (это дано в условии) и сколько было всего лампочек. Последнее можно определить, зная из условия количество лампочек в каждой семье.

План решения:

1. Сколько лампочек было в доме?
2. Сколько платили за одну лампочку?
3. Сколько уплатит первая семья за 5 лампочек?
4. Сколько уплатит вторая семья за 3 лампочки?
5. Сколько уплатит третья семья за 4 лампочки?

Решение: 1) 5 л.+3 л.+4 л.=12 лампочек.
2) 1 руб. 44 коп. : 12=12 коп.
3) 12 коп. · 5=60 коп.
4) 12 коп. · 3 = 36 коп.
5) 12 коп. · 4 = 48 коп.

Числовая формула:

$$x=\frac{144\cdot 5}{5+3+4}=60 \text{ (коп.)}$$

Ответ. 60 коп причитается с первой семьи.

Проверка. Подсчитываем, сколько денег уплатили три семьи вместе за все лампочки:

60 коп.+36 коп.+48 коп.=144 коп.=1 руб. 44 коп.

Расхождения с условием задачи нет. Задача решена правильно.

2. Нахождение чисел по их сумме и кратному отношению

Эти задачи решаются способом частей. Решение задач представляет большую трудность для учащихся потому, что в условии ни о каких частях не говорится, а в решении появляются одна или несколько таких же частей. Подготовительными упражнениями здесь служат задачи с делением на равные части и задачи на кратное сравнение.

Например, решается задача:

«Сестра разделила 15 карандашей на три равные части: себе взяла одну часть, брат взял две части. Во сколько раз больше взял брат? Сколько карандашей взяла сестра и сколько карандашей взял брат?» Учащиеся решают задачу: 5 карандашей у сестры и 10 карандашей у брата. Учитель направляет внимание учащихся на то, что брат взял две части, а сестра одну, что брат взял в два раза больше сестры, а карандаши делили на три равные части.

Решают еще одну аналогичную задачу:

«Мальчик разделил 20 перьев на четыре равные части: одну часть отдал сестре, а себе взял три такие же части». Учитель уточняет: «Во сколько раз брат взял больше перьев, чем сестра? Почему и как это подсчитать? (3 ч. : 1 ч.). На сколько равных частей надо делить 20 перьев, чтобы мальчику можно было взять в три раза больше сестры? Подсчитайте, сколько перьев мальчик взял себе и сколько перьев отдал сестре».

Условие задачи можно иллюстрировать. Например:

«Дети собрали 6 *кг* клубники. Одну часть взяли себе, а матери на варенье дали в два раза больше, т. е. две такие же части. Сколько килограммов ягод взяли дети себе и сколько отдали матери?»

$$\left.\begin{array}{r}\text{1 часть детям}\\ \text{2 части на варенье}\end{array}\right\}\ \text{всего 6 } \textit{кг}$$

Иллюстрация помогает уяснить, что ягод было собрано 3 равные части Дети взяли 1 часть: т. е. 6 *кг* : 3 = 2 *кг*, а на варенье пошло 2 *кг* $\times$ 2 = 4 *кг*. Задаются вопросы: «Во сколько раз больше ягод пошло на варенье, чем детям? Сколько частей ягод пошло детям и сколько таких же частей — на варенье? А если бы дети взяли одну часть, а на варенье пошло в 5 раз больше, тогда на сколько равных частей нужно было бы делить ягоды? На сколько равных частей надо делить все ягоды, чтобы на варенье оставить в три раза больше, чем на еду? Почему?»

Если дети затрудняются отвечать, надо дать иллюстрацию.

После таких подготовительных упражнений полезно дать задачу с наглядными пособиями (инсценировку):

«Разделить 12 тетрадей между двумя учениками так, чтобы, например, Петров получил тетрадей в 2 раза больше, чем Семенова. Сколько тетрадей надо дать каждому? На сколько частей надо разделить 12 тетрадей? Кому дать одну часть, кому две части?» Устно повторяется решение:

1 ч. + 2 ч. = 3 ч.; 12 т. : 3 = 4 т.; 4 т. $\times$ 2 = 8 т.

Затем дается задача, в условии которой еще раз употребляется термин «одна часть»:

«45 *т* хлопка положили в два амбара: в меньший — одну часть, в больший — в 4 раза больше. Сколько тонн хлопка положили в каждый амбар?» Учащиеся уже понимают, что «в 4 раза больше» — это значит 4 части.

Условие задачи иллюстрируется:

Меньший амбар □ — 1 часть
Больший амбар □ □ □ □ — 4 части

Под руководством учителя учащиеся формулируют план решения:

1. На сколько равных частей делим весь хлопок?
2. Сколько тонн хлопка в одной части, или в меньшем амбаре?
3. Сколько тонн хлопка в большем амбаре?

Далее учитель говорит: «Теперь я вам прочту условие этой задачи так, как оно обычно дается в задачниках. «45 *т* хлопка положили в два амбара: в больший в 4 раза больше, чем в меньший. Сколько тонн хлопка положили в каждый амбар?» Учитель обращает внимание учащихся на то, что в условии задачи нет слов «одна часть».

Запишем условие задачи:

$$\text{Всего 45 } т \quad \left\{\begin{array}{l}\text{меньший амбар}\\ \\ \text{больший амбар}\end{array}\right.$$

Против большего амбара ученики ставят 4 части, они уже знают, что в 4 раза больше — значит 4 части. «Сколько же частей положено в меньший амбар, если в больший положено 4 части — в 4 раза больше, чем в меньший?» Ученики ставят против меньшего амбара 1 часть.

$$\text{Условие записано: всего 45 } т \left\{\begin{array}{l}\text{меньший амбар — 1 часть}\\ \\ \text{больший амбар — 4 части}\end{array}\right.$$

Сколько тонн хлопка положили в каждый амбар?

На доске и в тетрадях записывают план и решение задачи. Если учащиеся будут ставить первый вопрос: «Сколько всего частей?», учитель должен уточнить: «Каких частей?» (Равных.) «Где?» (В 45 *т* или во всем хлопке.)

При решении задач такого типа учитель должен приучить учеников определять величину, имеющую наименьшее значение, и обозначать ее условно 1 частью. Если учащиеся правильно обозначат в частях искомые величины, в решении не будет затруднений.

«Цех выработал 840 000 *м* ткани, причем ткани второго сорта было выработано в 111 раз меньше, чем ткани первого сорта. Сколько ткани первого сорта было выработано?»

Усложнение заключается в том, что указывается, во сколько раз меньше выработано ткани второго сорта, чем ткани первого сорта.

З а д а ч а. «Турист проехал 2200 *км*, причем на пароходе проехал вдвое больше, чем на лошадях, а по железной дороге в 4 раза больше, чем на пароходе. Сколько километров проехал турист отдельно на пароходе, на лошади и по железной дороге?»

З а п и с ь у с л о в и я з а д а ч и:

На лошадях — 1 ч. На пароходе — 2 ч. По жел. дор. — 2 ч.·4=8 ч.	Всего 2200 *км*.	Сколько километров проехал турист на лошадях, на пароходе и по железной дороге?

А н а л и з. Чтобы ответить на вопрос задачи, надо знать: а) сколько километров приходится на 1 часть пути и б) сколько частей составляет отдельно каждое из расстояний, которые проехал турист на лошадях, на пароходе и по железной дороге. Число километров, равное одной части, можно узнать, зная: а) величину всего пути (дано в условии) и б) число всех частей, заключающихся в этом расстоянии.

П л а н р е ш е н и я з а д а ч и:

1. Сколько равных частей содержит весь путь туриста?
2. Сколько километров приходится на 1 часть, или сколько километров турист проехал на лошадях?
3. Сколько километров турист проехал на пароходе?
4. Сколько километров турист проехал по железной дороге?

О б ъ я с н е н и е и р е ш е н и е:

1) 1 ч. + 2 ч. + 8 ч. = 11 ч. По трем отрезкам пути узнаем целый путь, применив сложение.

2) 2200 *км* : 11 = 200 *км*. На 1 часть пути приходится в 11 раз меньше, чем на весь путь (т. е. на 11 таких частей); следовательно, 200 *км* турист проехал на лошадях.

3) 200 *км* · 2 = 400 *км*. Если 1 часть пути равна 200 *км*, то 2 части — вдвое больше. Применяем умножение. 400 *км* турист проехал на пароходе.

4) 40 *км* · 4, или 200 *км* · 8 = 1600 *км* турист проехал по железной дороге.

П р о в е р к а. 1) 200 *км* + 400 *км* + 1600 *км* = 2200 *км*. Длина всего пути.
2) 400 *км* : 200 *км* = 2 (раза). На пароходе проехал в 2 раза больше, чем на лошадях.
3) 1600 *км* : 400 *км* = 4 (раза). Поездом проехал в 4 раза больше, чем пароходом.

3. Деление числа пропорционально нескольким рядам чисел

З а д а ч а. «Двое рабочих получили 51 руб. 30 коп. Один работал 3 дня по 7 час., другой 6 дней по 6 час. Сколько заработал каждый, если за час работы они получали поровну?»

Запись условия: 1) 3 дня по 7 час. 2) 6 дней по 6 час. $\Big\}$ 51 руб. 30 коп.

Сколько заработал каждый?

Анализ. Чтобы узнать, сколько получил каждый рабочий, надо знать, сколько рублей платили за 1 час работы и сколько всего часов работал каждый рабочий.

Чтобы узнать, сколько рублей платили за час работы, надо знать, сколько заплатили за всю работу (дано в условии) и сколько часов работали оба рабочих вместе. Чтобы узнать общее количество часов работы, надо знать, сколько часов работал каждый, а для этого необходимо знать, сколько дней работал каждый и по скольку часов в день. Эти данные в условии имеются.

План решения:

1. Сколько всего часов работал первый рабочий?
2. Сколько всего часов работал второй рабочий?
3. Сколько всего часов работали оба рабочих вместе?
4. Сколько рублей получал рабочий за 1 час работы?
5. Сколько заработал первый рабочий?

Решение:

1) 7 час. · 3=21 час
2) 6 час. · 6=36 час.
3) 21 час+36 час.=57 час.
4) 51 руб. 30 коп.:57=90 коп.
5) 90 коп. · 21=18 руб. 90 коп.
6) 90 коп. · 36=32 руб. 40 коп.

Числовая формула:

$$x=\frac{5130\cdot(7\times3)}{7\cdot3+6\cdot6}=1890 \text{ (коп.) заработал первый рабочий.}$$

Ответ. 18 руб. 90 коп. заработал 1-й и 32 руб. 40 коп. заработал 2-й рабочий.

III. Нахождение двух чисел по их сумме и разности

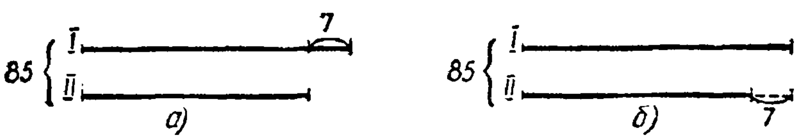
Задача. «В двух классах вместе 85 учеников; в одном на 7 учеников больше, чем в другом. Сколько учеников в каждом классе?»

Запись условия:

I } 85 II } учеников	В I на 7 уч. больше, чем во II.	Сколько учеников в каждом классе?

Объяснение. Задачи на нахождение чисел по их сумме и разности полезно иллюстрировать чертежом. Число учеников I класса обозначим отрезком произвольной длины. Тогда число учеников II класса обозначится отрезком меньшей длины, так как во II классе на 7 учеников меньше. Имеем два неравных слагаемых. Сумма двух слагаемых 85. Если мы уравняем оба слагаемых по меньшему, т. е. по II классу (черт. 24, *а*), то, уменьшая одно из слагаемых на 7 единиц, должны 7 единиц отнять и от суммы.

Если же выравняем слагаемое по большему числу (черт. 24, *б*), то от увеличения слагаемого на 7 единиц и сумма увеличится на 7 единиц, т. е. в двух классах будет 85 уч. + 7 уч. = 92 ученика, оба класса будут такие, как



Черт. 24

I класс. Дальше делением на 2 узнаем число учеников в большем классе: 92 уч. : 2 = 46 учеников, и затем узнаем число учеников в меньшем классе: 46 уч. — 7 уч. = 39 учеников.

IV. Среднее арифметическое

Задачи этого типа часто встречаются в практике, например: подводя итоги соцсоревнования, два колхоза дают сведения о среднем урожае зерна, о среднем удое; для определения всхожести семян делают наблюдения о числе проросших семян из нескольких сотен посеянных семян и вычисляют среднюю всхожесть семян.

При медицинском осмотре в детском саду и в школе определяют средний рост, средний вес детей, определяют среднюю величину шага. Для выяснения понятий о средней величине следует задавать учащимся простые задачи, например:

«Плотник распилил доску на две части: длина одной доски 5 *м*, длина второй доски 3 *м*. Какой длины были бы доски, если бы они были одинаковые?» (Черт. 25.)

Объясняется, что длина доски 4 *м*,— это средняя длина для досок длиной 5 *м* и 3 *м*:

$$(5+3):2=4, \text{ или } \frac{5+3}{2}.$$

Задача. «Желая определить расстояние от дома до школы, ученик измерил его шагами; в первый раз получилось 196 шагов, во второй 187, в третий 201, в четвертый 198 и в пятый 203. Сколько в среднем шагов до школы?»

Черт. 25

Анализ. Чтобы ответить на вопрос задачи, надо знать, сколько измерений сделал ученик и сколько всего шагов он насчитал при всех измерениях. Число измерений дано в задаче (5). Число всех шагов не дано, но дано число шагов при каждом из пяти измерений. Отсюда составляем план решения задачи.

1. Сколько всего шагов насчитал ученик?
2. Сколько в среднем шагов до школы?

Решение: 1) 196 шаг. + 187 шаг. + 201 шаг + 198 шаг. + 203 шага = 985 шаг.
2) 985 шаг : 5 = 197 шагов.

Ответ. 197 шагов до школы.

Объяснение. 1. В условии дано, сколько шагов ученик насчитал при каждом из пяти измерений. Надо все эти числа сложить: 196 шаг. + 187 шаг. + + 201 шаг + 198 шаг. + 203 шага = 985 шагов.

2. При 5 измерениях насчитано 985 шагов. На одно измерение придется не 985 шагов, а в 5 раз меньше:

985 шаг. : 5 = 197 шагов.

Числовая формула:

$$x = \frac{196+187+201+198+203}{5} = 197 \text{ (шагов)}.$$

V. Нахождение частей от числа и числа по части

1. Нахождение нескольких частей числа

Решение задач на нахождение нескольких частей числа следует начать с задач на нахождение одной части числа.

Задачи этого вида должны сначала решаться с применением наглядности, например, на нахождение части какой-либо длины, площади, числа конкретных предметов. Приведем задачи.

«Четвертую часть огорода прямоугольной формы площадью 96 *кв. м* засадили капустой. Сколько квадратных метров отвели под капусту?»

Выполняется чертеж прямоугольника, от которого отделяется четвертая часть (черт. 26).

Решение: 96 *кв. м* : 4=24 *кв. м*.

Задачи постепенно усложняются.

Задача. «Учительница раздала детям 20 цветных карандашей, из них пятая часть были красные, остальные синие. Сколько было роздано красных и сколько синих карандашей?»

Черт. 26

1) 20 к. : 5=4 к.; 2) 20 к.— 4 к =16 к.

Затем решаются примеры на нахождение части от числа.

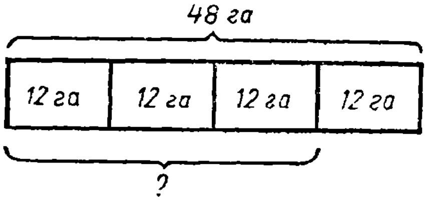
1) Найти $\frac{1}{4}$ от 60. 60 : 4=15.

2) «С овцы настригают за год в среднем около 8 *кг* шерсти. $\frac{1}{4}$ этого количества идет на пару валенок. Сколько шерсти пойдет на валенки?» 8 *кг* : 4=2 *кг*.

3) «Термометр показывал днем 30° тепла. К вечеру температура снизилась на $\frac{1}{5}$ этого числа. Какая температура была вечером?»

1) 30:5=6; 2) 30 — 6=24 (24°).

После ряда упражнений на нахождение одной части числа переходят к решению задач на нахождение нескольких частей числа. Сначала берутся задачи с небольшими числами, которые можно решать с иллюстрациями.



Черт. 27

Задача. «Опытный участок земли занимает 48 *га*; $\frac{3}{4}$ этого участка засеяли рожью. Какую площадь засеяли рожью?»

На доске и в тетрадях выполняется чертеж (черт. 27). Площадь прямоугольника делится на 4 равные части, отмечаются 3 такие части.

Анализ задачи можно провести в вопросо-ответной форме:

Вопрос. Что спрашивается в задаче?

Ответ. Какую площадь засеяли рожью.

Вопрос. Что сказано об этой площади?

Ответ. Она составляла $\frac{3}{4}$ всей площади.

Вопрос. Как найти $\frac{3}{4}$ от 48 *га*?

Ответ. Надо сначала найти $\frac{1}{4}$ от 48, потом увеличить ее в 3 раза.

План решения задачи:

$$1)\ \frac{1}{4} \text{ от } 48\ га, \qquad 2)\ \frac{3}{4} \text{ от } 48\ га.$$

Решение задачи: 1) Сколько гектаров составляет $\frac{1}{4}$ от 48 *га*? 48 *га* : 4=12 *га*.

2) Сколько гектаров составляют $\frac{3}{4}$ от 48 *га*? 12 *га*·3=36 *га*.

Дальше берутся задачи с большими числами и более сложного содержания.

Задача. «Рабочий выиграл на облигацию займа 500 руб. Четвертую часть этой суммы он истратил на одежду, три пятых положил в сберкассу, остальные деньги употребил на поездку с семьей на пароходе во время летнего отпуска. Сколько стоила эта поездка?»

Запись условия задачи: всего 500 руб.; $\frac{1}{4}$ — на одежду, $\frac{3}{5}$ — в сберкассу; остальные — на поездку. Сколько стоила поездка?

Анализ. Из всего выигрыша часть денег тратится на одежду, часть кладется в сберкассу, остальное тратится на поездку. Чтобы ответить на вопрос задачи, надо знать: 1) весь выигрыш, 2) деньги, истраченные на одежду, и 3) деньги, положенные в сберкассу. Весь выигрыш известен из условия задачи, остальные величины надо определить. На одежду истрачена четвертая часть выигрыша. Можно начать решение задачи с определения этой части выигрыша,— все данные имеются. Затем надо определить деньги, положенные в сберкассу; три пятых выигрыша. Сразу три пятых части выигрыша определить нельзя, надо сначала определить одну пятую часть, а затем три пятых. Итак, решение задачи будет проводиться по следующему плану:

1. Израсходовано на одежду.
2. Положено в сберкассу.
3. Израсходовано на одежду и положено в сберкассу.
4. Осталось на поездку.

Решение задачи:
1) 500 : 4=125 (руб.)
2) 500 : 5=100 (руб.)
3) 100 · 3=300 (руб.)
4) 125 + 300=425 (руб.)
5) 500 — 425= 75 (руб.)

Ответ. 75 руб. осталось на поездку.

2. Нахождение целого по данной его части[1]

Задача. «Вес сливок составляет $\frac{1}{5}$ веса молока. Из какого количества литров молока можно получить 461 *кг* 250 *г* сливок? 1 *л* молока весит 1025 *г*».

Запись условия задачи:

Сливок 461 *кг* 250 *г* Вес сливок составляет $\frac{1}{5}$ веса молока 1 *л* молока весит 1025 *г*	Сколько надо взять литров молока?

[1] См. задачу с иллюстрацией в главе «Обыкновенные дроби» (§ 115).

Синтез. Вес сливок составляет пятую часть веса молока; следовательно, для получения данного количества сливок молока надо взять все пять пятых частей. По одной пятой части найдем пять частей. Получим вес молока, из которого приготовляют 461 *кг* 250 *г* сливок, а зная, кроме того, вес 1 *л* молока, найдем, сколько литров молока надо взять для приготовления 461 *кг* 250 *г* сливок, т. е. ответим на вопрос задачи.

План решения:

1. Определим вес молока, необходимого для приготовления 461 *кг* 250 *г* сливок.
2. Определим в литрах количество молока.

Решение:

1) 461 *кг* 250 *г* · 5 = 2 306 250 *г* = 2 *т* 306 *кг* 250 *г*.
2) 2 306 250 *г* : 1025 *г* = 2250 (раз); 2250 *л*.

Ответ. 2250 *л* молока.

VI. Задачи, в которых для отыскивания неизвестной величины необходимо предварительно найти разность данных

1. Вычисление неизвестного по разности двух величин

Задачи этого вида имеют сходство с задачами на пропорциональные величины. Поэтому следует дать как подготовительную задачу на способ приведения к единице. Например, «2 карандаша стоят 8 коп. Сколько стоят 5 таких карандашей?»

Переходя к решению задач на вычисление по разностям неизвестных величин, надо дать сначала упрощенные задачи вроде следующих:

«Имеется два куска одинаковой проволоки. Один кусок тяжелее другого на 96 *г* и длиннее на 2 *м*. Сколько весит 1 *м* проволоки?»

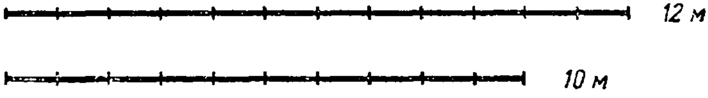
Можно поставить вопрос: почему первый кусок тяжелее второго, хотя проволока одинакова в обоих кусках? Делается вывод, что разность в весе в 96 *г* зависит от разности в длине в 2 *м*,— следовательно, 2 *м* проволоки весят 96 *г*. Вопрос задачи решается делением: 96 *г* : 2 = 48 *г*. В этой задаче обе разности даны.

Дальше можно дать задачу, в которой одна разность дана, другую приходится вычислить.

«В одном куске проволоки 12 *м*, в другом 10 *м* такой же проволоки. Первый кусок тяжелее второго на 96 *г*. Сколько весит каждый кусок проволоки?»

Ставится вопрос: почему первый кусок тяжелее второго?

Решение задачи можно иллюстрировать чертежом.



Черт. 28

Анализ задачи можно провести в вопросо-ответной форме:

Вопрос. Что спрашивается в задаче?

Ответ. Сколько весит каждый кусок проволоки.

Вопрос. Какие числа надо знать, чтобы определить, сколько весит каждый кусок проволоки?

Ответ. Надо знать длину каждого куска (даны в условии) и вес 1 *м* проволоки.

Вопрос. Какие числа надо знать, чтобы определить вес 1 *м* проволоки?

Ответ. Надо знать вес определенного числа метров.

Вопрос. Известны ли эти числа?

Ответ. Дан вес 96 *г* лишнего куска первой проволоки сравнительно со второй проволокой, а на сколько метров первая проволока длиннее второй, можно узнать, так как длина того и другого куска дана в условии.

Итак, план решения задачи:

1) На сколько метров первый кусок проволоки длиннее второго?
2) Каков вес 1 *м* проволоки?
3) Сколько весят 12 *м* проволоки?
4) Сколько весят 10 *м* проволоки?

Решение задачи: 1) 12 *м* — 10 *м*=2 *м*. На 2 *м* первый кусок проволоки длиннее второго.

2) 96 *г* : 2=48 *г*. 1 *м* проволоки весит 48 *г*.

3) 48 *г* · 12=576 *г*. Первый кусок проволоки весит 576 *г*.

4) 48 *г* · 10=480 *г*. Второй кусок проволоки весит 480 *г*.

Ответ. Первый кусок проволоки весит 576 *г*, второй — 480 *г*. Для проверки решения можно узнать: 1) На сколько первый кусок проволоки тяжелее второго? 576 *г* — 480 *г*=96 *г*.

2) Сколько метров в первом куске? 576 *г* : 48 *г*=12 (*м*).

3) Сколько метров во втором куске проволоки? 480 *г* : 48 *г*=10 (*м*).

Потом переходят к решению задач с большими числами.

Задача. «Два поезда прошли с одинаковой скоростью: один 961 *км*, другой 248 *км*, причем первый был в пути на 23 часа больше второго. Сколько часов был в пути каждый поезд?»

Запись условия: I. 961 *км*, на 23 часа больше; II. 248 *км* } Сколько часов был в пути каждый поезд?

Анализ. Чтобы ответить на вопрос задачи: «Сколько часов был в пути тот или другой поезд?» — надо знать пройденное им расстояние и скорость. Чтобы узнать скорость, надо знать расстояние и время, за которое это расстояние пройдено. В условии сказано, что первый поезд шел на 23 часа больше, а пройденное им за это время расстояние можно найти. Он шел лишних 23 часа, очевидно, за это время прошел и лишнее расстояние. Чтобы знать, прошел ли первый поезд лишнее расстояние и какое именно, надо знать расстояние, пройденное первым поездом, и расстояние, пройденное вторым поездом. Эти данные в условии есть. Следовательно, задача решается по следующему плану:

1. Узнаем, на сколько километров больше прошел первый поезд.
2. Найдем скорость первого поезда.
3. Узнаем, сколько всего часов был в пути второй поезд.
4. Вычислим, сколько часов был в пути второй поезд.

Решение и объяснение. 1. Первый поезд прошел 961 *км*, второй поезд прошел только 248 *км*, т. е. меньше на 961 *км* — 248 *км*=713 *км*.

2. 713 *км* прошел первый поезд за 23 часа. Чтобы узнать, сколько километров в час проходил первый поезд, надо 713 *км* : 23= 31 *км*.

3. Все пройденное расстояние 961 *км*; в 1 час первый поезд проходил по 31 *км*. Сколько раз в 961 *км* содержится по 31 *км*, столько часов был в пути первый поезд: 961 *км* : 31 *км*=31 раз (31 час).

4. Первый поезд был в пути на 23 часа дольше, чем второй, т. е. второй поезд был в пути не 31 час, а на 23 часа меньше:

31 час — 23 часа=8 час.

Ответ. Первый поезд был в пути 31 час, второй поезд 8 час.

Более трудными для учащихся являются задачи, в которых разности чисел не даются готовыми. Возьмем пример такой задачи: «Если хозяйка сделает полотенца длиной по 1 *м* 50 *см*, то от имеющегося материала останется 1 *м*; если же полотенца будут длиной по 2 *м*, то на изготовление их не хватит 2 *м*. Сколько полотенец надо сделать?»

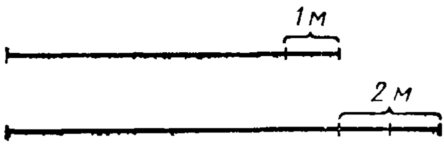
Анализ задачи. Чтобы определить число полотенец, надо знать, на сколько метров во втором случае увеличится расход материала и на сколько увеличится длина одного полотенца. Увеличение расхода материала можно определить, зная, что в первом случае 1 *м* оставался бы, а во втором случае требовалось бы прибавить 2 *м*; расход материала во втором случае был бы больше на 1 *м* + 2 *м*; увеличение длины полотенца определяется из сравнения длин в первом и втором случае.

План решения задачи:

1. На сколько увеличится длина полотенца во втором случае?
2. На сколько увеличится расход материала на все полотенца?
3. Сколько полотенец надо всего сделать?

Решение задачи: 1) 2 *м*—1 *м* 50 *см* = 50 *см*; 2) 1 *м* + 2 *м* = 3 *м*;
3) 3 *м* : 50 *см* = 6 (полотенец).

В задачах этого вида определение разности двух величин (количество материала) делается при помощи сложения — избытка материала в одном случае и недостатка в другом (1 *м*+2 *м*). Вопрос труден для учащихся.



Черт. 29

Преподаватель может выяснить этот вопрос при помощи чертежа: одна линия изображает длину всего материала, от которого остается 1 *м*; другая линия показывает длину всего материала, к которому надо прибавить 2 *м* (черт. 29).

2. Исключение неизвестных при помощи вычитания

Задача. «На швейной фабрике на 24 пальто и 45 костюмов пошло 204 *м* материи, а на 24 пальто и 30 костюмов 162 *м*. Сколько материи шло на один костюм и сколько на одно пальто?»

Запись условия задачи:

24 пальто и 45 костюмов 204 *м* 24 » и 30 » 162 *м*	Сколько метров материи пошло на одно пальто и на один костюм?

Рассуждение. В условии задачи даны две партии материи. В первой партии 204 *м*, во второй 162 *м*. Материи во второй партии меньше, потому что меньше сшито костюмов. Количество пальто в первом и во втором случае одинаково. Очевидно, лишние 42 *м* (204 *м*—162 *м*) материи в первой партии пошли на пошивку 15 лишних костюмов (45 к.—30 к.). Зная, что 42 *м* идет на пошивку 15 костюмов, можно узнать, сколько метров материи идет на 1 костюм. Чтобы узнать, сколько метров идет на пальто, надо знать, сколько метров идет на все 24 пальто. В условии дано, что 162 *м* идет на 24 пальто и на 30 костюмов, но мы уже знаем, сколько метров идет на 1 костюм, следовательно, можем подсчитать, сколько метров идет на 30 костюмов, а потом из 162 *м* выделим этот материал. Останется материал на 24 пальто. Зная, сколько метров идет на 24 пальто, определим, сколько метров идет на 1 пальто.

П л а н р е ш е н и я з а д а ч и:

1. На сколько метров больше израсходовано материи в первый раз?
2. Сколько лишних костюмов сшито в первый раз?
3. Сколько метров материи идет на один костюм?
4. Сколько метров материи идет на 30 костюмов?
5. Сколько метров материи идет на 24 пальто?
6. Сколько метров материи идет на 1 пальто?

Р е ш е н и е:
1) 204 *м* — 162 *м*=42 *м*
2) 45 кост. — 30 кост.=15 кост.
3) 42 *м* : 15=2 *м* 80 *см*
4) 2 *м* 80 *см*×30=60 *м*+2400 *см*=84 *м*
5) 162 *м* — 84 *м*=78 *м*
6) 78 *м* : 24=3 *м* 25 *см*

О т в е т. На пальто идет 3 *м* 25 *см*, на костюм 2 *м* 80 *см*.

VII. Особые задачи, которые в зависимости от постановки вопроса решаются одним из вышеуказанных приемов

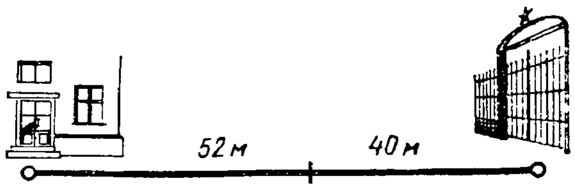
1. Задачи на движение

а) *Встречное движение.* Задачи на встречное движение двух тел сходны с задачами на пропорциональное деление. Арифметическое содержание основных задач этого типа, в которых дается расстояние между телами, сводится к разложению данного числа на части, содержащие по равному числу различных сомножителей.

Вопросы о движении входят в задачи самых разнообразных типов. Специальными группами задач являются задачи на движение тел навстречу одного другому и на движение тел в одном направлении. В задачах этих групп используется зависимость между элементами движения: скоростью, временем, расстоянием. При этом искомыми могут быть каждый из трех элементов движения. К решению задач на встречное движение требуются подготовительные задачи, решаемые устно на небольших числах и с применением наглядности.

Приведем такие задачи.

1. «Два ученика бежали навстречу друг другу, один от подъезда школы, другой от ворот. Первый пробежал до встречи 52 *м*, второй 40 *м*. Какое расстояние между подъездом школы и школьными воротами?» Учащиеся с помощью учителя выполняют чертеж (черт. 30).



Черт. 30

Р е ш е н и е з а д а ч и: 52 *м* + 40 *м* = 92 *м*.

2. «Длина аллеи парка 90 *м*. От двух концов ее вышли навстречу друг другу два мальчика. Один прошел до встречи 50 *м*. Сколько метров прошел другой?»

Р е ш е н и е з а д а ч и: 90 *м*—50 *м* = 40 *м*.

Задача. «Из города *М* в город *Л* навстречу друг другу вышли одновременно два поезда. Один проходил по 50 *км*, другой по 30 *км* в час. Они встретились через 8 час. Вычислить расстояние между городами».

Запись условия задачи:

$$\left.\begin{array}{l}\text{1-й п. 50 } км\\ \text{2-й п. 30 } км\end{array}\right\}\ \text{8 час. Вычислить расстояние между городами.}$$

При выводе способа решения этих задач полезно воспользоваться чертежом 31.

Черт. 31

На чертеже прямая линия изображает расстояние между городами; на ней отмечаются точки, где будут поезда через 1 час, 2 часа, ..., 8 час. до того момента, когда произойдет встреча. Задача решается двумя способами.

Анализ. Чтобы определить расстояние между *М* и *Л*, надо узнать, сколько километров прошел до встречи первый поезд и сколько второй. К моменту встречи оба поезда вместе прошли все расстояние.

Чтобы знать расстояние, пройденное первым поездом до встречи со вторым, надо знать его скорость и число часов движения от выхода до встречи. То и другое есть в условии. Для определения расстояния, пройденного вторым поездом до встречи, надо также знать скорость и число часов движения от выхода до встречи. Эти данные есть в условии.

План решения:

1. Какое расстояние прошел первый поезд за 8 час.?
2. Сколько километров прошел второй поезд за 8 час.?
3. Каково расстояние между городами?

Решение: 1) 50 *км*·8=400 *км*
2) 30 *км*·8=240 *км*
3) 400 *км*+240 *км*=640 *км*

Ответ. Расстояние между городами *М* и *Л* 640 *км*.

Задача эта может быть решена двумя действиями.

Анализ. Чтобы узнать все расстояние между городами, надо знать, через сколько часов встретились поезда, т. е. прошли все расстояние, и на сколько километров за 1 час приближались они друг к другу. Число часов их движения от момента выхода до встречи дано в условии. Чтобы определить, на сколько километров сближаются поезда за 1 час, нужно знать скорость каждого из них в час. Эти данные есть в условии.

План решения:

1. На сколько километров приближаются поезда друг к другу за 1 час?
2. Каково расстояние между городами?

Решение: 1) 50 *км*+30 *км* = 80 *км*; 2) 80 *км* · 8 = 640 *км*

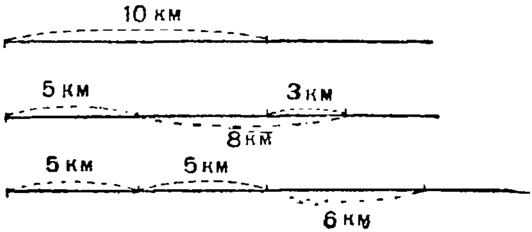
б) *Задачи на движение, когда одно тело догоняет другое*, сходны с предыдущим типом задач по конкретному содержанию. По арифметическому содержанию задачи эти должны быть отнесены к задачам на определение неизвестного по разности двух величин. Эти задачи, как и задачи на встречное движение, полезно иллюстрировать чертежом. Здесь прежде всего надо узнать, на сколько сокращается расстояние между телами через каждый час. Затем надо определить, через сколько часов одно тело догонит другое.

Первоначально для выяснения способа решения этих задач берутся задачи с небольшими числами.

Задача. «Два пешехода вышли одновременно и в одном направлении из двух мест, находящихся на расстоянии 10 *км* одно от другого. Первый шел по 3 *км* в час, второй по 5 *км*. Через сколько часов второй догонит первого?» (Черт. 32.)

Запись условия задачи: 1-й впереди 2-го на 10 *км*

$\left.\begin{array}{l}\text{1-й 3 км}\\ \text{2-й 5 км}\end{array}\right\}$ Через сколько часов второй догонит первого?



Черт. 32

Анализ. Чтобы узнать, через сколько часов второй пешеход догонит первого, надо знать, каково первоначальное расстояние между ними (дано в условии) и на сколько километров сокращается это расстояние за 1 час. Для решения второго вопроса надо знать скорость движения обоих пешеходов. Эти данные есть в условии.

План решения:

1. На сколько километров в час проходил больше второй пешеход, чем первый?

2. Через сколько часов второй пешеход догонит первого?

Решение: 1) 5 *км* — 3 *км*=2 *км*

2) 10 *км* : 2 *км*=5 (час.)

Ответ. Второй пешеход догонит первого через 5 час.

2. Задачи на совместную работу

Задача. «Для разгрузки баржи, вмещающей 3224 *т* хлеба, поставили 8 погрузчиков, из которых каждый выгружал в час 52 *т* хлеба. Через 4 часа к ним прибавили еще 2 погрузчика, работавших так же, как и первые. Во сколько часов баржа была разгружена?»

Запись условия задачи:

$\left.\begin{array}{l}\text{8 погрузчиков по 52 т — 4 часа}\\ \text{еще 2 погрузчика по 52 т}\end{array}\right\}$ Во сколько часов выгрузят 3224 *т*?

Рассуждение. Чтобы ответить на вопрос задачи, нужно знать, сколько тонн хлеба надо было разгрузить и сколько тонн выгружалось ежечасно. Баржа разгружалась двумя бригадами рабочих: сначала работали 8 погрузчиков 4 часа; каждый выгружал по 52 *т* хлеба в час. По этим данным можно узнать, сколько тонн хлеба осталось выгружать второй бригаде. Чтобы узнать, сколько времени работала вторая бригада, надо знать, сколько погрузчиков во второй бригаде и сколько тонн хлеба выгружает каждый погрузчик. Первое данное легко вычислить, так как число машин первой бригады увеличилось на 1 машину; второе данное имеется в задаче.

Намечается следующий план решения задачи:
1. Сколько тонн хлеба выгружают 8 погрузчиков в 1 час?
2. Сколько тонн хлеба выгружают 8 погрузчиков в 4 часа?
3. Сколько тонн хлеба осталось выгрузить?
4. Сколько машин работало во второй бригаде?
5. Сколько тонн хлеба выгружала вторая бригада каждый час?
6. Сколько часов работала по выгрузке хлеба вторая бригада?
7. Во сколько часов была выгружена вся баржа?

Решение:
1) 52 *т*·8=416 *т*
2) 416 *т*·4=1664 *т*
3) 3224 *т*— 1664 *т*=1560 *т*
4) 8 п +2 п.=10 п.
5) 52 *т*·10=520 *т*
6) 1650 *т* : 520 *т*=3 (час.)
7) 4 часа + 3 часа = 7 час.

Ответ. Баржа разгружена за 7 час.

В III классе решаются задачи на пропорциональное деление. Продолжением являются задачи на нахождение чисел по их сумме и кратному отношению, которые решаются в IV классе. В V классе эти два типа задач повторяются на дробных числах. Прямая и обратная пропорциональность величин изучается в VI классе. В связи с этой темой решаются задачи: на а) деление числа на части, когда даны отдельные отношения для каждой пары искомых чисел; б) деление числа на части обратно пропорционально целым и дробным числам и в) деление числа на части пропорционально двум, трем и т. д. рядам чисел. Эти три типа задач являются продолжением типа на пропорциональное деление (III кл.) и на нахождение чисел по их сумме и кратному отношению (IV кл.).

Во II классе решают задачи на нахождение одной части числа, в III классе — на нахождение нескольких частей от числа; в IV классе — на нахождение числа по одной части; в V классе при изучении дробных чисел решаются задачи на нахождение дроби от числа и числа по дроби. В V классе решают задачи на совместную работу. Этот тип задач объединяет нахождение дроби от числа и числа от дроби. В VI классе изучают проценты и в связи с этой темой решаются задачи на нахождение процента от числа и числа по проценту.

В IV классе учащиеся решают задачи на нахождение среднего арифметического. В V классе продолжают решать более сложные задачи на этот тип с дробными числами. Продолжением этого типа задач являются задачи на нахождение чисел по их сумме и разности, которые решаются в V классе.

В III классе начинают решать задачи на встречное движение, в IV классе продолжают решать задачи этого типа, а в V классе уже решают задачи на движение в одном направлении.

ГЛАВА VIII

УСТНЫЙ СЧЕТ

При изучении главы «Устные вычисления на уроках методики арифметики» необходимо установить ее взаимосвязь с теорией арифметики, решением задач и устными вычислениями, изучаемыми на уроках арифметики в педучилище.

Как в педучилище, так и в начальной школе объяснение нового типа задач проводится сначала на задачах с небольшими числами, устно, а потом разбираются задачи этого типа с большими числами.

По программе арифметики в педучилище при изучении теории арифметики требуется не только уметь логически рассуждать при доказательстве теорем, но и применять эти теоремы к обоснованию приемов устных вычислений. Будущий учитель начальной школы должен в совершенстве владеть навыками устных вычислений и уметь обосновать все приемы устных вычислений законами и свойствами арифметических действий.

В начальной же школе учащиеся применяют некоторые приемы устных вычислений, но обосновать их законами и свойствами арифметических действий не могут, так как их не изучают, за исключением переместительного закона сложения и умножения.

§ 41. ВИДЫ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

На уроках арифметики в начальной школе применяются вычисления письменные и устные.

А. И. Гольденберг указывает существенный признак письменных вычислений: «Существенный признак строго письменных вычислений заключается, во-первых, в том, что при таких вычислениях выступает на первый план значение цифры; во-вторых, в том, что относящиеся сюда письменные вычисления выполняются всегда по неизменным правилам, обусловленным требованиями удобства, а не необходимости. При сложении многозначных чисел мы начинаем сложение с низших разрядов не потому, что нельзя было начинать действия с высших, а потому только, что, поступая так, мы не можем встретить неудобства зачеркивать или переделывать написанные цифры» (А. И. Гольденберг, Беседы по счислению, стр. 20).

Вычисления начинаются с низших разрядов (за исключением деления). Промежуточные результаты записываются.

Устные вычисления характеризуются тем, что окончательный результат и получаемые промежуточные результаты не записываются, вычисления делаются исключительно устно.

Вычисления начинаются с высших разрядов, применяются различные приемы вычислений в зависимости от особенностей числа.

§ 42. ЗНАЧЕНИЕ УСТНОГО СЧЕТА

Устный счет имеет широкое применение в обыденной жизни; он развивает сообразительность учащихся, ставя их перед необходимостью подбирать приемы вычислений, удобные для данного конкретного случая, кроме того, устный счет облегчает письменные вычисления.

В настоящее время в условиях социалистического строительства во всех областях жизни громадное значение имеют письменные вычисления и даже вычисления на счетных приборах, но в то же время повседневная практика на заводе, в совхозе, в колхозе, а также военное дело требуют умения производить необходимый расчет быстро, точно, подчас на ходу.

Помимо большого жизненного значения, устный счет имеет не меньшее значение и в образовательном отношении: производя все вычисления письменно, учащийся применяет готовые формулы и схемы, большей частью работает механически, приемы же устного счета благодаря своему разнообразию лишают учащегося возможности механически относиться к вычислению. Покажем на примерах.

1) $156+377+144=677$. При письменном вычислении необходимо знание таблицы сложения и правила сложения многозначных чисел. Вычисляя этот же пример устно, мы сначала переставим слагаемые $(156+144+377)$, применив закон переместительности сложения. Затем группу слагаемых заменим их суммой $(156+144)+377$, применяя сочетательный закон. Наконец, получим $300+377=677$.

2) $164 \cdot 5$. Сначала $164:2=82$; $8 \cdot 10=820$. Применяем здесь правило изменения произведения в зависимости от изменения сомножителей. При уменьшении множимого $(164:2)$ в два раза и при увеличении множителя $(5 \cdot 2)$ тоже в два раза произведение остается без изменения. Следовательно, устный счет напоминает о системе счисления и помогает лучше понять и освоить свойства действий, на которых основаны приемы их выполнения, и, кроме того, изощряет наблюдательность и сметливость у учащихся, давая возможность отступать от обычных правил выполнения действий и применять сокращенные приемы. При ознакомлении с новым типом задач необходимо этот тип пояснить на устной задаче с небольшими числами: при выяснении новых математических понятий и правил также полезно исходить из примеров и задач, решаемых устно.

Прежде чем решать типовые задачи на многозначные числа, надо хорошо разобрать две-три задачи этого же типа в пределе 100 и 1000.

После того как хорошо будут усвоены устные задачи изучаемого типа в пределе 100 и 1000, легко перейти к задачам этого же типа на числа любой величины.

Таким образом, устный счет имеет для школы и чисто методическое значение, так как введение во всякое сложное действие скорее всего удается через посредство устного счета. Начиная с решаемых устно легких задач и примеров, учитель постепенно подводит детей к аналогичным более сложным комбинациям, требующим уже письменного выполнения действий.

Беглость в устных вычислениях достигается достаточным количеством упражнений. Ввиду этого в начальной школе почти каждый урок начинается с устного счета (в течение 5 мин.) и, кроме того, устный счет применяется во всех подходящих случаях не только на небольших числах, но также и на больших, но удобных для устного счета (например: $18\,000 : 2$, $15\,000 \cdot 4$ и т. п.).

Различают общие и частные приемы устного счета.

Общие приемы основаны на применении десятичного состава числа, а также законов и свойств арифметических действий. Общие приемы усваиваются учащимися I и II классов. Приведем пример: чтобы умножить 32 на 3, разбивают 32 на разряды: 3 десятка + 2 единицы; на основании распределительного закона умножают на 3 отдельно десятки и единицы, а произведения складывают: $(30+2)\cdot 3=30\cdot 3+2\cdot 3=90+6=96$.

Для деления 46 на 2 разлагают 46 на разряды: 4 десятка + + 6 единиц, затем на основании закона распределительности делят на 2 каждый разряд и на основании свойства десятичного числа соединяют разряды в десятичное число: (4 десятка + + 6 единиц) : 2 = 2 десятка + 3 единицы = 23. Частные приемы, например округление (во всех четырех действиях), прием последовательного умножения, последовательного деления и др., применяются не ко всем числам.

§ 43. ФОРМЫ ЗАНЯТИЙ ПО УСТНОМУ СЧЕТУ

Устный счет можно разделить на два вида.

Первый вид — *счет в уме*, когда считающий воспринимает данные числа на слух, ничего не пишет и никакими пособиями не пользуется. Это чисто *слуховое* упражнение.

Второй вид — *устный счет при помощи таблиц*, когда данные числа воспринимаются на слух и зрением или только зрением. В данном случае при устном счете употребляют записи, плакаты, счетные фигуры, таблицы и другие наглядные пособия. Это *зрительно-слуховые* упражнения.

Первые два года обучения в школе учащиеся пользуются только устными приемами вычислений. Начиная с III класса основной формой счета становятся письменные вычисления. Однако работа по ознакомлению учащихся с различными приемами устных вычислений и по созданию навыков беглого устного счета должна продолжаться до конца курса арифметики. При этом особое внимание следует обращать на выработку беглости счета в пределе 100 и на случай с большими числами, которые сводятся к вычислениям в пределе 100, например: $120 \cdot 3 = 12$ дес. $\cdot 3$; $480 : 6 = 48$ дес. $: 6$; $25\,000 + 36\,000 = 25$ тыс. $+$ $+36$ тыс.

На первом году обучения учитель ведет вначале устные вычисления — чисто слуховые упражнения. Когда же учащиеся ознакомятся с письменной нумерацией и знаками действий, переходят постепенно к зрительно-слуховому устному счету. Во второй половине II класса, а также в III и IV классах начальной школы занимаются преимущественно устными зрительно-слуховыми упражнениями. В этих классах на беглый счет и устное решение задач следует ежедневно отводить 5—7 мин. Большее время выделять нецелесообразно, так как при устном счете дети работают более интенсивно и могут переутомиться. В большинстве случаев продолжительность устных вычислений определяет сам учитель, так как время, отводимое на устный счет, зависит от многих причин: активности, подготовки учащихся, качества материала и т. д.

Необходимо ответить на вопрос: когда на уроке выделять указанные выше 5—7 мин. на устный счет?

В практике весьма многих школ устный счет ставят в начале урока, тотчас же вслед за проверкой домашних работ. Это нельзя превращать в шаблон; устный счет можно ставить и в середине урока, например после выведенного правила для закрепления его решением задач и примеров под руководством учителя, перед переходом к самостоятельной работе: на уроках, где преобладает решение задач, устный счет дается в тот момент, когда учитель заметит утомление учащихся. Устный счет вносит разнообразие в работу, оживляет, «встряхивает» класс.

По форме устный счет разнообразен. На всех формах мы не будем останавливаться, да это и невозможно, так как наше передовое учительство не стоит на месте, изобретает новые формы устного счета.

Мы остановимся на более употребительных формах устного счета.

С. Д. Сахарова, учительница школы г. Переславля Ярославской области, так рассказывает о занятиях по устному счету в I и II классах начальной школы:

«Чтобы уроки устного счета были интересными, занимательными, вызывали активность и внимательность детей, нужно их по возможности разнообразить. Здесь я хочу поделиться тем, какие формы устного счета я применяла в классе и каких результатов я добивалась.

1. Беглый счет. Он проводится следующим образом:

а) Учитель говорит детям следующий ряд чисел: $(3+4-5) \cdot 2+8=$ (к 3 прибавить 4, отнять 5, умножить на 2, прибавить 8, сколько получится?).

Один из учащихся по вызову отвечает. Если ответ дан неправильный, спрашивают другого ученика. Надо взять на заметку ученика, который сделал ошибку, и поупражнять его на дополнительных занятиях.

б) Учитель вызывает ученика, и последний все действия производит вслух, например: $3+4=7$, $7-5=2$, а $4+8=12$.

2. **Равный счет.** Производится он так: учитель записывает на доске строчку, например: $25 + 63 - 18 = 70$, далее он вызывает ученика и предлагает ему самому записать такую строчку, чтобы в ней получилось 70. Ученик пишет: $17 + 20 + 33 = 70$.

— Теперь, дети, все придумайте такую строчку, чтобы в ней получилось 70.

Вызываются еще 2—3 ученика записать свои строчки.

3. Счет цепочкой (разновидность беглого счета). Учитель медленно пишет на доске длинный пример: $(5 \cdot 7 + 46) : 9 \cdot 7 =$ (5 взять 7 раз, прибавить 46, полученное разделить на 9 и т. д.), делая остановку перед каждым новым действием. Когда учитель ставит знак равенства, ответ у большинства должен быть готов.

4. Прием дополнения. Учитель пишет на доске 100, а потом называет одно за другим ряд чисел. Ученики должны называть дополнение до 100.

5. Придумывание задач к данному примеру.

6. Учитель рисует круг с числами, показывает линейкой число, а дети в уме производят действие (черт. 33).

7. Устное решение простых задач.

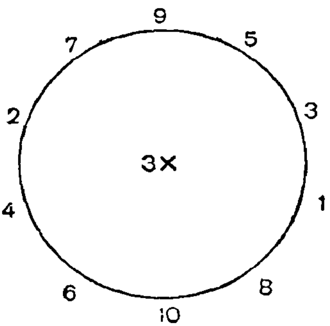
8 Заполнение квадратов. Чертится квадрат. Дается ряд чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Надо заполнить данными числами все клетки квадрата так, чтобы и в горизонтальных и вертикальных рядах было 15 (черт. 34).

9. Счет по таблицам (см. «Методику» Снигирева и Чекмарева и методические разработки для II класса, I полугодие)»[1].

Слуховые и зрительные упражнения во II, III и IV классах по форме очень разнообразны. Остановимся на некоторых из них.

1) Запись примеров на доске. Учитель записывает числа на доске, затем показывает их указкой, ученики считают устно и по вызову учителя отвечают. Эта форма применяется при упражнении с большими числами, при особых приемах устного счета и при решении неприведенных (сложных) составных задач.

2) Плакаты, счетные фигуры и таблицы: таблицы Мартеля, Шохор-Троцкого, Эменова, ряды цифр, «Угадай-ка», счетные круги, счетные фигуры, занимательные квадраты и прямоугольники. Учитель вешает на доске одно из указанных пособий; показывает числа указкой и предлагает считать молча. Учащиеся, когда вычислят, молча поднимают руку.



Черт. 33

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Черт. 34

[1] Из сборника статей «Опыт работ по арифметике».

Форма слуховых упражнений: 1) пример в одно действие; 2) пример от 2 до 5 звеньев; 3) задача-загадка и 4) задача в приведенном виде.

Как зрительно-слуховые упражнения, так и слуховые могут быть даны в виде: 1) примеров, 2) задач без конкретного содержания и 3) задач с конкретным содержанием. Рассмотрим часть задач без конкретного содержания. По своей форме они могут быть очень разнообразны.

На сложение задачи могут быть даны в следующей форме: «Сколько получится, если к 18 прибавить 98? Сколько будет 12 да 79? Увеличить 58 двумя десятками. Найти число, которое на 3 больше 49. Что больше: 28 да 31 или 42 да 17? Я задумал число, отнял от него 75 и получил 28. Какое число я задумал? Какое число надо уменьшить на 13, чтобы получить 57? От какого числа надо отнять 18, чтобы получилось 92? Какое число, уменьшенное на 47, равняется 53? Найти уменьшаемое по вычитаемому 42 и разности 378. Как изменится сумма, если одно слагаемое уменьшить (увеличить) на 174, а другое — на 288? Что сделается с разностью, если уменьшаемое уменьшить (увеличить) на 147, а вычитаемое увеличить (уменьшить) на 163? Из каких двух чисел, меньших 25, можно составить 40?» И т. п.

Формы вопросов на вычитание: «Чему равно 47 без 12? 52 минус 18? Назови число, которое меньше 310 на 118. Что надо сделать с числом 372, чтобы получить 158? Из каких двух (трех) слагаемых можно составить 100? К числу 137 назовите дополнение его до 200, до 1000. Уменьши 72 на 7 единиц. Какое число надо прибавить к 26, чтобы получить 40? Какое число надо отнять от 73, чтобы получить 65? Я задумал число, прибавил к нему 60 и получил 100. Какое число я задумал? Я задумал число, увеличил (уменьшил) его на 69 и получил 90. Какое число я задумал? Если от 100 отнять задуманное число, получится 73. Какое число я задумал? На сколько 76 больше 37? Сколько надо отнять от 901, чтобы получить 794?

Как надо изменить число 547, чтобы получить 188? Сумма двух слагаемых 596. Одно из них 377. Найти другое. Найти вычитаемое по уменьшаемому 153 и разности 47. Как изменится разность, если к уменьшаемому прибавить 402, а к вычитаемому 283? если от уменьшаемого и от вычитаемого отнять по 156? И т. п.

На умножение и деление могут быть следующие формы вопросов: «Я задумал число, увеличил (уменьшил) его в 8 раз и получил 72. Какое число я задумал? Какое число надо умножить (разделить) на 6, чтобы получить 84? Назовите число, которое больше (меньше) 60 в 4 раза. Число разделили на 8 равных частей, и в каждой части получили по 11. Какое число разделили? Из каких двух (трех) множителей можно составить 72? На какие числа, меньшие 20, делится без остатка 60? Какие два одинаковых числа надо перемножить, чтобы получить 144? Сколько раз надо взять по 17, чтобы получить 68? Как изменится произведение, если множимое увеличить в 27 раз, а множитель в 9 раз? Что сделается с произведением, если множимое увеличить в 18 раз, а множитель уменьшить в 180 раз? Как изменится частное, если делимое увеличить в 54 раза, а делитель уменьшить в 9 раз? Что сделается с частным, если делимое увеличится в 5 раз, а делитель в 105 раз? От какого числа 125 составляет шестую часть? Найти множитель, если произведение равно 175 и множимое 25». И т. п.

На все действия: «Если к 15 прибавить 21, то полученное число будет в 9 раз больше задуманного числа. Какое число я задумал? Если 40 разделить на 8, то полученное число будет в 10 раз меньше задуманного числа. Какое число я задумал? Я задумал число, увеличил его в 7 раз, к полученному числу прибавил 8 и получил 50. Какое число я задумал? Сколько раз по 8 содержится в 42 и какой получается остаток? Какое число надо разделить на 7, чтобы получить 6 и в остатке 3? Найти делитель, если делимое равно 280,

частное 25 и остаток 5. Что больше и на сколько: 72 да 18 или 100 без 12?»
И т. п.

Нельзя забывать вопросы следующего характера: «Назовите самое меньшее двузначное число, самое большее трехзначное число, в два раза большее самого малого трехзначного, двумя больше (меньше) самого большого двузначного числа и т. п. Назовите все числа, кратные 4, больше 30 и меньше 60».
И т. п.

Здесь даются не все формы вопросов; сам учитель должен вносить больше разнообразия в вопросы, так как они оживляют урок, воспитывают внимание, развивают сообразительность и служат хорошей подготовкой к решению задач.

```
67584 | 32
35    |2112
 38
  64
   0
```

Помимо устного счета в течение 5—7 мин., выделяемых для этого на уроке, при письменном выполнении всех вычислений должно делаться устно все, что легче считать в уме. Например, при делении на двузначное число вычитание произведения делителя на каждый разряд частного выполняется устно.

Равным образом такие примеры сложения и вычитания, как 6300+2100; 84 000—27 000, также следует выполнять устно.

§ 44. ПРИЕМЫ УСТНОГО СЧЕТА, ОСНОВАННЫЕ НА ПРИМЕНЕНИИ ЗАКОНОВ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ (ПЕРЕМЕСТИТЕЛЬНОГО, РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОГО, СОЧЕТАТЕЛЬНОГО)

Законы действий. В числе теоретических вопросов, включенных в программу арифметики начальной школы, имеется вопрос о законах арифметических действий. Из этих законов в программе фигурирует лишь переместительное свойство сложения и умножения (в IV классе). Что же касается распределительного и сочетательного законов сложения и умножения, то на них имеется лишь косвенное указание во второй четверти IV класса: умножение произведения на число и обратно.

Само собой понятно, что эти законы надо преподнести учащимся в самой элементарной форме, на конкретном материале, по методу индукции: учитель подбирает соответствующие числовые примеры, разбирает каждый из них в классе; из разбора отдельных примеров делаются частные выводы (текст закона), а частные выводы завершаются общим выводом закона как обобщение рассмотренных частных случаев. Этот вывод закрепляется решением соответствующим образом подобранных примеров и задач. Разберем пример такой работы.

Тема. **Переместительное свойство умножения и сложения**

Наглядные пособия: прямоугольник, разделенный на квадратики.
Работу начинаем с вывода, например: 8 · 3 = 3 · 8.

«Сосчитайте, сколько получится 8 · 3.

Начертим в тетрадях прямоугольник, у которого в длину 8 клеточек, в ширину 3.

Сосчитайте, сколько получилось квадратов». (24.)

«А теперь таким же способом найдем, сколько получилось от умножения 3 на 8. Значит, $8 \cdot 3$ чему равно?» ($3 \cdot 8=24$.)

«Запишем это так: $8 \cdot 3=3 \cdot 8$. Чем отличается правая часть нашей записи от левой?» (Переставлены сомножители 8 и 3.)

«Значит, что можно сделать с числами при умножении 8 на 3?» (Их можно переставить одно на место другого.)

«Проверьте это на примерах: $6 \cdot 4$; $4 \cdot 3$».

Учащиеся сравнивают результаты, записывают в таком виде: $6 \cdot 4=4 \cdot 6$, $4 \cdot 3=3 \cdot 4$ и делают вывод, что при умножении двух чисел их можно переставлять, а затем делается обобщающий вывод: «От перестановки сомножителей произведение не меняется».

Это свойство умножения надо широко использовать прежде всего при изучении таблицы умножения, а затем не забывать применять его и при письменном выполнении, главным образом умножения, когда приходится множить меньшее число на большее (III и IV классы).

Подобным же способом можно ознакомить учащихся с переместительным свойством сложения. В качестве наглядного пособия здесь с успехом можно применить любой счетный материал. Например, при выводе свойств $6+4=$ $=4+6$ достаточно предложить положить 6 кубиков и рядом еще 4, сосчитать; затем дети выполняют вторую операцию: к 4 кубикам присчитывают 6, сравнивают результаты; записывают в таком виде: $6+4=4+6$ — и делают вывод, что при сложении двух чисел их можно переставлять; затем делается обобщающий вывод: «От перестановки слагаемых сумма не меняется».

Рассмотрим некоторые приемы устных вычислений на сложение, вычитание, умножение и деление.

1. ***Сложение чисел с перестановкой слагаемых.*** Если число слагаемых больше двух, сложение иногда весьма упрощается от простой перестановки слагаемых. Например:

$$86+57+14=(86+14)+57=157$$

Третье слагаемое здесь дополняет до сотни первое слагаемое, прибавить же к сотне второе слагаемое весьма просто.

2. ***Округление одного из слагаемых.*** В том случае, когда одно из слагаемых близко к разрядному (на несколько единиц больше или меньше его), удобнее заменить его разрядным числом и в полученный от сложения результат внести необходимую поправку. Например:

$$203+56=(200+56)+3=259$$
$$97+68=(100+68)-3=165$$

3. ***Вычитание с округлением уменьшаемого или вычитаемого.*** Округление одного из данных чисел является главнейшим приемом устного вычитания. В этом действии приемы округления несколько труднее, чем в сложении. Там можно было округлять любое слагаемое, и сумма изменялась, как слагаемое. Следовательно, при увеличении слагаемого путем округления поправку от суммы нужно отнимать, при уменьшении слагаемого сумму надо увеличивать на поправку. При округлении уменьшаемого имеем ту же картину: если, округляя уменьшаемое, мы его увеличиваем, поправка от разности отнимается; если мы его уменьшаем, поправка прибавляется к разности. Например:

$$798-240=(800-240)-2=558$$
$$603-325=(600-325)+3=278$$

Иное мы наблюдаем при округлении вычитаемого. От увеличения вычитаемого, как известно, разность уменьшается (от уменьшения его разность увеличивается). Следовательно, при увеличении вычитаемого поправка прибавляется, при уменьшении его поправка отнимается. Например:

$$783-598=(783-600)+2=185$$
$$945-504=(945-500)-4=441$$

Всегда выгоднее округлять вычитаемое, так как разрядное число сравнительно легко вычитается из любого числа. Округление уменьшаемого достигает цели в том случае, если у учащихся имеется навык вычитать из разрядных чисел любые числа.

4. ***Умножение на 9, 96 и т. д.*** Чтобы данное число умножить на 9, нужно из удесятеренного множимого вычесть это множимое. Например:

$$37\cdot 9=37\cdot 10-37=333$$

Увеличивая множитель на единицу, мы тем самым увеличиваем произведение на «одно» множимое, которое в виде поправки надо отнять от полученного произведения. Умножение на 99 сводится к умножению на 100 и вычитанию из произведения множимого по тем же основаниям. Например:

$$12\cdot 99=12\cdot 100-12=1188$$

Так же производится умножение на 999, 9999 и вообще на число, состоящее из 9 единиц каждого разряда. Например:

$$85\cdot 999=85\cdot 1000-85=84\,915$$

5. ***Умножение на 5, 50, 500 и т. д.*** Умножение числа на 5 можно заменить умножением на 10, с последующим делением полученного произведения пополам. Еще легче пополам делить не произведение, а множимое (если оно — число четное) и затем умножить на 10. Например:

$$68\cdot 5=(68:2)\cdot 10=340$$

Умножение на 50 заменяется умножением на 100 и последующим делением на 2 или же делением на 2 (если число четное) и умножением на 100. Например:

$$76\cdot 50=(76:2)\cdot 100=3800$$

$$35\cdot 500=35\cdot 1000:2$$

$$236\cdot 500=(236:2)\cdot 1000=118\,000$$

6. ***Умножение на: а) 25; б) 75; в) 125 и г) 35.***

а) Число будет умножено на 25, если его умножить на 100 и произведение разделить на 4. В отдельных случаях, чтобы избежать трудности деления больших чисел на 4, делится множимое (если оно делится нацело) и затем частное умножается на 100. Например:

$$68\cdot 25=(68:4)\cdot 100=17\,700$$

б) Произведение числа на 75 равно утроенному произведению того же числа на 25. Следовательно, чтобы умножить данное число на 75, нужно умножить его на 25, а затем полученное произведение утроить. Например:

$$48\cdot 75=(48:4)\cdot 100\cdot 3=3600$$

Приведенным выше способом легко умножить на 25 и 75 числа, делящиеся на 4.

в) Произведение числа на 125 есть сумма произведения того же числа на 100 и на 25 (закон распределительный). Например:

$$32\cdot 125=(32\cdot 100)+(32:4)\cdot 100=4000$$

Числа же, делящиеся на 8, можно умножить на 125 иначе: предварительно разделить на 8, а затем помножить на 1000. Например:

$$72\cdot 125=(72:8)\cdot 1000=9000$$

г) Произведение числа на 35 есть сумма произведений на 25 и на 10. Например:

$$84\cdot 35=(84:4)\cdot 100+(84\cdot 10)=2940$$

7. *Последовательное: а) умножение; б) деление.*

а) Некоторые числа дают возможность проделывать умножение за 2 и даже за 3 приема. Например:

$$46 \cdot 18 = 46 \cdot 2 \cdot 9, \text{ т. е. } 46 \cdot 2 = 92$$
$$(92 \cdot 9) = 92 \cdot 10 - 92 = 828$$
$$46 \cdot 2 \cdot 9 = 828$$

Множитель 18 есть произведение 2 и 9, а потому 46 умножают сначала на 2, а полученный результат — на 9; 45 есть произведение 5 на 9, а потому

$$68 \cdot 45 = 68 \cdot 5 \cdot 9,$$

$$\text{т. е. } 68 \cdot 5 = (68:2) \cdot 10 = 340; \quad 340 \cdot 9 = 340 \cdot 10 - 340 = 3060$$

б) Последовательное деление применяется главным образом в случае двузначного и многозначного делителей, хотя не исключается возможность пользоваться им и при более простом делителе, например:

$$224:8 = [(224:2):2]:2 = 28$$

Сущность приема заключается в том, что делитель разлагается на множители, затем делимое делится на первый из них, полученное частное — на второй и т. д. Разложение делителя надо делать так, чтобы процесс деления действительно от этого упростился.

Деление на 5. Для деления числа на 5 делят его на 10, если оно оканчивается нулем, полученное частное множат на 2 или же умножают сначала делимое на 2, полученное произведение делят на 10:

$$240:5 = (240:10) \cdot 2 = 24 \cdot 2 = 48$$
$$245:5 = (245 \cdot 2):10 = 490:10 = 49$$

Деление на 25. Чтобы разделить данное число на 25, надо разделить его на 100, если это возможно, а полученное частное помножить на 4 или сначала умножить делимое на 4, а полученное произведение разделить на 100. Например:

$$300:25 = (300:100) \cdot 4 = 12$$
$$800:25 = (800 \cdot 4):100 = 32$$

Умножение на 11. Для умножения на 11 данное число множат на 10 и к произведению прибавляют данное число. Например:

$$26 \cdot 11 = 26 \cdot 10 + 26 = 260 + 26 = 286$$

Сокращенный прием умножения на 11 состоит в следующем: чтобы получить произведение, надо написать цифры десятков единиц данного числа, оставив между ними промежуток, в этот промежуток вписать сумму цифр числа: 2(2+6)6, или 286.

Этот прием легко вывести, если помножить общим приемом несколько чисел на 11, например:

$$\text{а)}\ \begin{array}{r} 26 \\ \times 11 \\ \hline 26 \\ 26\ \ \\ \hline 286 \end{array} \qquad \text{б)}\ \begin{array}{r} 31 \\ \times 11 \\ \hline 31 \\ 31\ \ \\ \hline 341 \end{array} \qquad \text{в)}\ \begin{array}{r} 68 \\ \times 11 \\ \hline 68 \\ 68\ \ \\ \hline 748 \end{array}$$

В полученных произведениях сотни и единицы обозначены цифрами данного числа, а цифра десятков — это сумма цифр данного числа. Если эта сумма равна или больше 10, цифра сотен увеличивается на единицу.

§ 45. ОРГАНИЗАЦИЯ ЗАНЯТИЙ В ШКОЛЕ ПО РАЗВИТИЮ БЕГЛОГО УСТНОГО СЧЕТА

При занятиях устным счетом учащиеся убирают все со столов. Во время устного счета необходимо добиться полной тишины, чтобы перед глазами детей не было ничего отвлекающего внимание от счета.

Учитель должен быстро ориентироваться в подборе необходимых примеров и в составлении задач; для этого он должен подготовиться к уроку, подобрать примеры и задачи и запомнить их.

При устном счете учитель должен меньше пользоваться книгой или конспектом. Необходима строгая постепенность в выборе примеров. Чтобы техника приема была хорошо усвоена учениками, учитель должен перед началом счета повторить применяемые приемы.

Учитель; диктует пример или задачу всему классу настолько медленно, чтобы дети успевали во время предложения произвести все указанные действия, и затем опрашивает перекрестными вопросами полученные результаты. Вычисление $\frac{5\cdot 14+280}{7}$ может быть предложено учащимся в следующей форме: «5 умножить на 14 (делается такая остановка, чтобы дети успели выполнить это действие), к полученному числу прибавить 280 (такая же остановка), от полученного числа взять седьмую часть. Сколько получится?»

При чтении примеров следует читать каждое действие отдельно и в той же последовательности, в которой действия должны быть выполнены. Например, упражнение $12\cdot(54-29)+(9\cdot 17)$ следует читать так: «От 54 отнять 29, на эту разность умножить 12, затем 9 умножить на 17 и это произведение сложить с первым». Повторять заданный пример не должны ни учитель, ни ученики: повторение в этом случае ослабляет внимание детей. По мере того как дети начинают считать быстрее, паузы между звеньями делаются короче. Если вначале (в I классе) нужно давать 2—3 звена с паузами в 4—5 сек., то потом (в III классе) может быть упражнение в 4—5 звеньев, а паузы в 2 сек. Длительность паузы должна в точности сообразоваться со средним временем, необходимым для вычисления заданного звена. Более продолжительная пауза преждевременно утомляет, заставляя удерживать в памяти найденный ответ; очень короткие паузы приводят к тому же результату, так как ученикам, не успевшим подсчитать ответ, приходится запоминать самые примеры, цепь которых постепенно нарастает.

По окончании последней паузы учитель задает вопрос всему классу: «Сколько получилось?» Опросив отдельных учеников и получив верные ответы от 3—4 учащихся, учитель обращается ко всему классу и спрашивает: «У кого не такой ответ?»

Как и при решении задач, при вычислении примеров не все дети считают одинаково: одни получают результат скорее, другие — медленнее, а третьи путаются на каком-нибудь звене и не доводят вычисления до конца. Если получается верных ответов меньше 50%, это показатель того, что упражнение дано непосильное, и учитель должен это учесть.

Устный счет можно проводить в форме арифметического диктанта. Учитель подбирает 10—12 примеров (в зависимости от сложности). Ученики в тетрадях для арифметических диктантов или на отдельных листках ставят соответственно номер примера в столбик, оставляя место для записи ответа. Учитель говорит пример, ученики считают устно и пишут только ответ. Время для решения примера и записи ответа ограничено. Если учащийся не успел сосчитать какой-нибудь пример, он ставит черту против соответствующего номера. В арифметический диктант можно включать задачи и вопросы теории.

Примерный арифметический диктант:

1. $42+37-52$	5. $48-16+29$	9. $2\cdot9+77$
2. $72+18-36$	6. $67+26-93$	10. $3\cdot9+58$
3. $80-63+52$	7. $19+47+34$	
4. $44-35+71$	8. $3\cdot8+62$	

Для упражнения в беглом счете обязательно должны быть введены и задачи, которые могут состоять из цепи простых задач, т. е. задач в одно действие, связанных между собой тем, что искомое (ответ каждой задачи) является одним из данных следующей задачи. Например:

«На школьной площадке стояло 27 скамеек, на каждой из них сидело по 9 детей. Сколько детей на всех скамейках? (Учитель предлагает детям не говорить ответ, а запомнить.) Затем 39 детей встали и ушли с площадки. Сколько детей осталось? (Ответ запомнить.) Остальные дети разделились на 4 группы, поровну в каждой, и начали играть. Сколько детей в каждой группе?»

Можно сначала прочитать детям всю задачу, а потом — по звеньям с паузой, но не ставя вопроса после каждого звена, и, наконец, спросить ответ.

При решении составных (сложных) неприведенных задач допускается запись числовых данных на классной доске, но вычисления производятся устно.

§ 46. НАГЛЯДНЫЕ ПОСОБИЯ И ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

Когда учитель проводит устный счет, диктуя пример или задачу, то у учащихся развивается только слуховая память. Чтобы разнообразить форму занятий по устному счету и развивать зрительную память, преподаватель должен время от времени проводить устный счет молча, записывая четко пример или задачу на классной доске, в то время как дети устно вычисляют и говорят ответ. Письмо на доске отнимает много времени, а потому для чередования развития слуховой и зрительной памяти хорошую помощь оказывают таблицы и счетные фигуры.

1. ***Таблица Шохор-Троцкого*** для классных упражнений в «изустных» вычислениях (черт. 35).

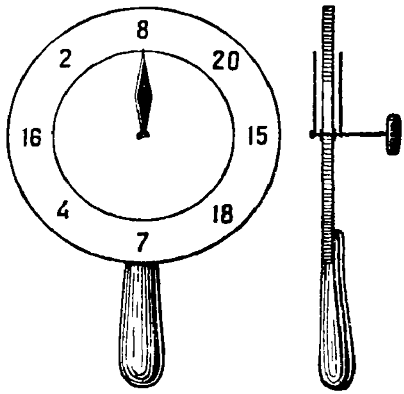
Таблицу нужно повесить на стену. При устном вычислении по таблице все ученики обращаются лицом к таблице. Учитель берет палочку и предупреждает, что дети должны все показываемые числа либо прибавлять, либо вычитать или первые два числа сложить, следующее вычесть, четвертое опять прибавить и т. д. Показывая число, учитель говорит: «Прибавить» — и показывает следующее число, затем может сказать: «Помножить», показав соответствующее число, и т. д.

Немые или краткие указания учителя о том, что ученики должны делать, имеют очень важное значение для воспитания внимания учащихся.

2. ***Счетный циферблат*** (черт. 36) также предназначен для устного счета. Циферблат делается из картона или фанеры; цифры наносятся на

<table>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
<tr><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>11</td><td>16</td><td>19</td></tr>
<tr><td>10</td><td>20</td><td>21</td><td>24</td><td>27</td><td>26</td></tr>
<tr><td>40</td><td>50</td><td>60</td><td>70</td><td>80</td><td>90</td></tr>
<tr><td>36</td><td>49</td><td>64</td><td>81</td><td>91</td><td>93</td></tr>
<tr><td>23</td><td>37</td><td>43</td><td>59</td><td>97</td><td>73</td></tr>
<tr><td>75</td><td>68</td><td>66</td><td>62</td><td>69</td><td>38</td></tr>
<tr><td>56</td><td>91</td><td>57</td><td>51</td><td>68</td><td>78</td></tr>
<tr><td>111</td><td>117</td><td>119</td><td colspan="2">121</td><td>144</td></tr>
</table>

Черт. 35



Черт. 36

обеих сторонах, через циферблат пропускается ось, на которой укрепляются две стрелки так, что одна указывает цифру на передней стороне циферблата, а другая — ту же цифру на задней стороне, обращенной к учителю. Для вращения стрелок служит деревянный кружочек, неподвижно укрепленный на конце оси с задней стороны циферблата.

Циферблат полезен в тех случаях, когда второе число, которое прибавляем, вычитаем, умножаем или делим,— однозначное. Стрелка показывает, какое число брать слагаемым, вычитаемым и т. д.

3. ***Пифагорова таблица умножения*** (черт. 37). Нужно научить детей пользоваться таблицей: «Чтобы найти 6×7, следует вести пальцем по строке, начинающейся числом 6, до тех пор, пока дойдешь до числа, стоящего на этой строке в месте пересечения ее со столбиком, сверху которого написана цифра 7». Чтобы ученики поскорее приобрели навык в устном счете при перемножении однозначных чисел, надо соблюдать следующее правило. Ученики, нарисовав два ряда клеток, всякий раз сосчитывают, сколько клеток в данном прямоугольнике, и говорят вслух, например: «дважды шесть — двенадцать», а нарисовав три ряда, сосчитывают и говорят: «трижды шесть — восемнадцать». Пифагоровой таблицей можно пользоваться так же, как и таблицей Шохор-Троцкого.

4. ***Счетная фигура*** обычно заключает одно постоянное данное и несколько переменных. Вместо того чтобы произносить (как это выполнялось

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Черт. 37

при употреблении таблицы Шохор-Троцкого) делимое, учитель показывает его указкой, а ученики сразу вычисляют результат (так как делитель — постоянное число).

1) Сложение:

а) Постоянное слагаемое 29, а остальные числа — переменные слагаемые (черт. 38).

б) Постоянное слагаемое 99, а остальные числа — переменные слагаемые (черт. 39).

2) Вычитание:

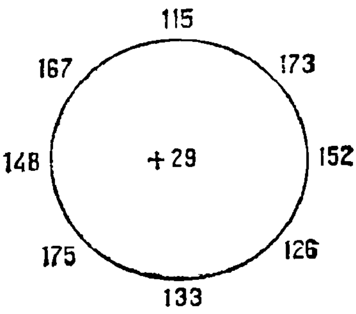
а) Постоянное вычитаемое 46, остальные числа — переменные уменьшаемые (черт. 40).

б) Постоянное вычитаемое 98, а остальные числа — переменные уменьшаемые (черт 41).

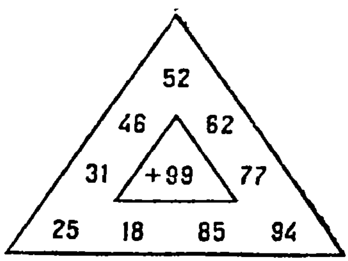
3) Умножение:

а) Повторение таблицы умножения. Постоянный множитель 7, остальные числа — переменные множимые (черт. 42).

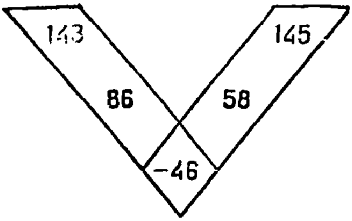
б) Постоянный множитель 25, остальные числа — переменные множимые (черт. 43),



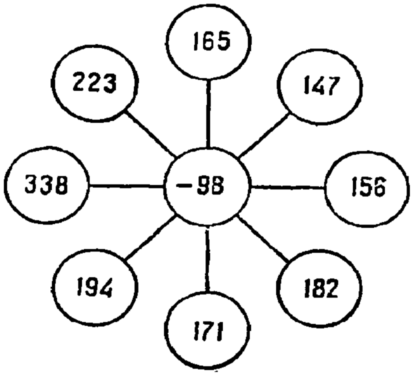
Черт. 38



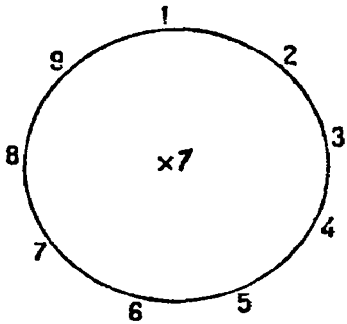
Черт. 39



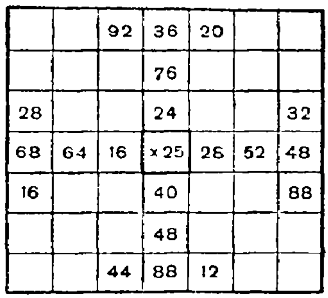
Черт. 40



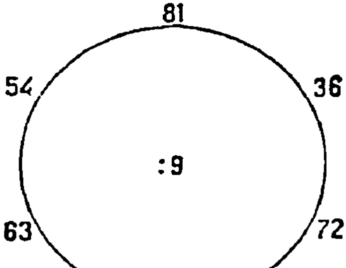
Черт. 41



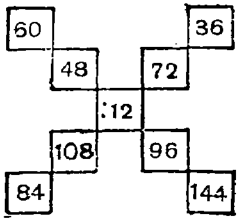
Черт. 42



Черт. 43



Черт. 44



Черт. 45

4) Деление:

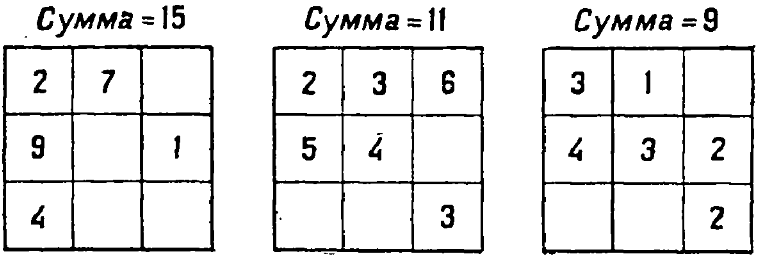
а) Повторение таблицы деления. Постоянный делитель 9, а все остальные числа — переменные делимые (черт. 44).

б) Постоянный делитель 12, а все остальные числа — переменные делимые (черт. 45).

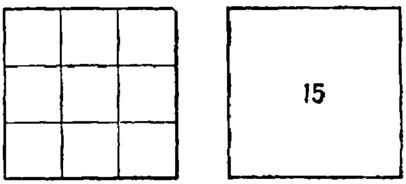
5. ***Занимательные квадраты*** могут быть нескольких видов. Подбором чисел они создают повышенный интерес у детей к устному счету.

1) Квадраты: а) в которых суммы чисел в клеточках по горизонтальному и вертикальному направлениям равны (см. черт. 34).

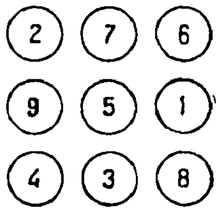
б) Квадрат с частично заполненными клетками или с пропущенными клетками. Нужно заполнить все клетки так, чтобы при подсчете суммы чисел в клеточках в горизонтальном и вертикальном направлениях были равны (черт. 46).



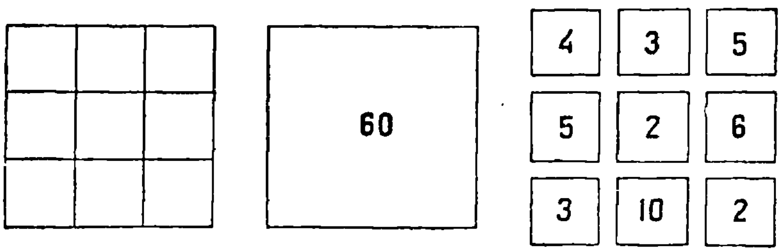
Черт. 46



Черт. 47



Черт. 48



Черт. 49

в) Квадрат с незаполненными клетками и с отдельными квадратиками (черт. 47) или кружками (черт. 48), на которых написаны числа для заполнения. Работа учеников состоит в том, чтобы разложить эти числа в пустых клетках так, чтобы получился занимательный квадрат.

2) Занимательные квадраты составить таким образом, чтобы произведения чисел в клетках в горизонтальном и вертикальном направлениях были равны (черт. 49). Для облегчения работы на обратной стороне пишется число, которое является произведением чисел в вертикальных и горизонтальных рядах квадрата (черт. 49).

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

ГЛАВА IX

ПЕРВЫЙ ДЕСЯТОК

Между частной методикой арифметики и теоретической арифметикой необходимо установить связь.

Учащийся педучилища, будущий учитель начальной школы, изучает арифметику не только для того, чтобы хорошо владеть научно-теоретическими знаниями, но и знать, где, когда и в каком объеме ему потребуются эти знания при работе по арифметике в начальной школе.

В частной методике арифметики при изучении действий с целыми числами в каждом концентре даются методические приемы, которые учитель начальной школы использует при объяснении отдельных случаев выполнения действий. Учитель начальной школы должен не только знать методические приемы того или иного случая действия в каждом концентре, но уметь обосновать их законами и свойствами арифметических действий, полученными на уроках арифметики.

§ 47. ПРИЧИНЫ ВЫДЕЛЕНИЯ ПЕРВОГО ДЕСЯТКА В ОСОБЫЙ КОНЦЕНТР

Изучение первого десятка — один из ответственнейших концентров в курсе арифметики начальной школы. Выделение первого десятка в особый концентр вызывается следующими причинами: 1) число десять есть основа нашей системы счисления; 2) действия в пределе 10 по своим приемам резко отличаются от действий на следующих ступенях изучения арифметики; 3) целевая установка изучения действий также характерна только для данного концентра: здесь на первый план выдвигается усвоение главным образом результатов действий, а не приемов их выполнения; 4) выделение первого десятка оправдывается и педагогически: детям 7—8-летнего возраста на первых порах систематического изучения арифметики доступны прежде всего однозначные числа в пределе 10.

История методики свидетельствует, что при самых различных методологических предпосылках, на которых строилась методика преподавания арифметики, первый десяток считался первым этапом при изучении начальной арифметики. Так, в эпоху господства в русской школе метода Евтушевского (метода изучения чисел) десяток выделяется как первая ступень всестороннего изучения чисел. Сменивший этот метод изучения действий также выделяет десяток в самостоятельный концентр.

Приходящие в школу дети нередко умеют считать до 10 и дальше, все же выделение первого десятка необходимо: учащиеся не знают правильных приемов счета или же эти знания пестры, а потому их необходимо выравнять, уточнить, закрепить. Речь может идти лишь о количестве времени на прохождение этого концентра: с более развитым классом это время надо сократить.

При изучении первого десятка необходимо:

1. Научить детей считать до 10, представляя при этом каждое число, т. е. его величину, состав, место в ряду натуральных чисел.

2. Научить детей писать цифры.

3. Научить сложению и вычитанию в пределе 10, добиться знания таблицы сложения и вычитания в пределе 10.

4. Дать первые навыки в решении задач на сложение и вычитание.

Изучить счет до 10 — это значит: а) добиться твердых знаний детьми названий первых десяти чисел и в той последовательности, в какой они идут; б) разъяснить детям, что последнее название числа при пересчитывании группы предметов показывает число **всех** предметов в этой группе; в) разъяснить детям место каждого числа в натуральном ряду чисел; г) добиться у детей ясного представления о величине совокупности, обозначенной тем или иным числом.

Таким образом, вместе с усвоением счета у детей развиваются представления о каждом числе.

Чтобы научить детей сознательному счету, надо добиться, чтобы с каждым названием числа у них соединялось правильное представление о группе предметов, которую оно означает. Поэтому учить считать надо не только на пересчитывании предметов готовой группы, но и на тех группах, которые образуются учениками путем присчитывания по одному предмету. Название числа дается не последнему из пересчитываемых предметов, а всей группе в целом. После присчитывания единицы и образования нового числа ему дается название, которое относится ко всей группе, ко всему данному множеству. Ученик усваивает последовательно числа натурального ряда, относя последнее названное число ко всей группе.

Для развития способности запоминать числа при счете полезно упражнять детей: в счете на слух ударов, хлопков, совокупность которых нельзя вновь пересчитать для проверки, а также в счете жидких и сыпучих тел, например капель жидкости, чайных ложек песку и т. п.

Наиболее правильное и ясное представление о большом числе получают учащиеся тогда, когда большая группа предметов разбивается на меньшие группы, которые легко обозреть, отсюда при изучении числа применяются разнообразные числовые фигуры.

Из счета предметов, расположенных в последовательном порядке, учащиеся усваивают отношения чисел: 1) каждое последующее число больше предыдущего, 2) каждое предыдущее меньше последующего. Это ведет в дальнейшем к действиям — сложению и вычитанию.

Несмотря на ограниченный объем чисел, с которыми имеют дело учащиеся при изучении первого десятка, этот концентр по своему содержанию, по количеству новых понятий и навыков, приобретаемых детьми, имеет большее значение, чем следующие за ним. Здесь под руководством учителя дети приводят в систему свои знания о числах, сознают необходимость называть числа словами в определенном порядке и обозначать их условными знаками. Далее, при изучении сложения и вычитания чисел первого десятка они получают первое понятие об арифметических действиях, убеждаются в необходимости применения особых приемов для выполнения каждого из них. В этом же концентре наряду с отмеченными образовательно-воспитательными моментами учащиеся усваивают новые термины, например: цифра, прибавить, отнять, и их обозначения: +, —, = (знак равенства).

§ 48. МЕТОД ИЗУЧЕНИЯ ЧИСЕЛ В ПРЕДЕЛЕ ПЕРВОГО ДЕСЯТКА

Работа в этом концентре должна строиться по методу изучения чисел.

Опыты учителей показали, что при изучении первого десятка (особенно от 1 до 5) сложение и вычитание можно соединить с изучением каждого из чисел от 1 до 5. Это изучение в сущности есть не что иное, как повторение процесса усвоения детьми чисел в дошкольный период их жизни.

В самом деле, при изучении числа 3 работа начинается с рассмотрения рисунка, например трех кроликов, для того чтобы ответить на вопрос, сколько кроликов. Этот момент урока и есть момент проверки запаса числовых представлений, с которыми дети пришли в школу. Это есть момент «узнавания» числа, а потому самый процесс счета здесь отсутствует.

Вслед за этим идет образование числа уже путем счета нарисованных предметов и заканчивается наглядным сложением и вычитанием (на рисунках), сопровождаемых обозначением этих действий при помощи разрезных цифр и знаков +, —, =.

Как уже было указано выше, целевой установкой изучения чисел первого десятка должно быть усвоение **результатов** первых двух арифметических действий; что же касается **приемов** выполнения этих действий, то они начинаются с присчитывания и отсчитывания по единице, уже знакомых детям из дошкольной жизни, при этом уточняется прямой и обратный счет, место каждого числа в натуральном ряде чисел; затем присчитывание и отсчитывание группами и, наконец, прибавление и отнимание всего числа, т. е. сразу дается ответ; в это же время учащихся знакомят с приемом перестановки слагаемых в случае прибавления большего числа к меньшему.

При решении вопроса о наиболее целесообразном методическом подходе к изучению чисел первого десятка в первую очередь надо учесть особенности возраста детей I класса. Этот возраст характеризуется тем, что дети мыслят «образами», навыки к отвлеченному мышлению у них весьма слабы, а потому особое внимание следует обратить на наглядность обучения и на выбор наглядных пособий и дидактического материала.

Задачи решаются в такой последовательности: сначала составление и решение задач-действий на объемных наглядных пособиях общеклассных и индивидуальных, затем составление и решение задач на общеклассном и индивидуальном плоскостном материале (на отдельных карточках, картинках); составление и решение задач по общеклассной картине и по картине из задачника; составление и решение задач по одному предмету на картине, карточке; потом составление и решение задач к примеру по воображению учащихся и, наконец, решение задач, составленных учителем, или текстовых задач из задачника; учитель рассказывает или читает задачу. После усвоения содержания задачи учащиеся решают ее.

Как видим, начиная с задачи-действия до текстовой задачи, рекомендуется определенная система решения задачи. Но в зависимости от подготовленности и развития детей некоторые из указанных форм решения задач опускаются, заменяются или дополняются другой формой решения задачи.

§ 49. НАГЛЯДНЫЕ ПОСОБИЯ

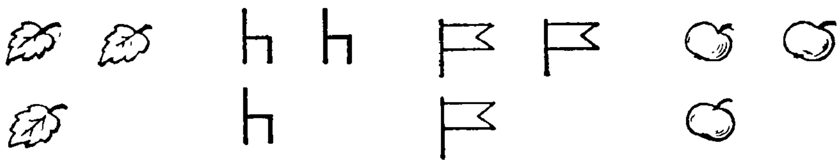
При рассмотрении вопроса о наглядных пособиях и дидактическом материале не следует забывать еще одной весьма существенной особенности детей этого возраста: их потребности действовать, неумения долго оставаться без «дела», без активного участия каждого из них в процессе работы; наконец, следует учитывать и неустойчивость внимания учащихся этого возраста, неиссякаемую жажду новизны и разнообразия.

Наглядные пособия и дидактический материал на этой ступени обучения должны удовлетворять следующим требованиям:

1. Наглядные пособия должны быть по возможности разнообразны, чтобы можно было поддерживать интерес к ним.

2. На руках у детей должны быть объекты счета (дидактический материал) в том количестве, которое демонстрирует учитель.

3. В качестве дидактического материала нужно использовать те предметы из окружающей действительности, которые дети легко могут найти, например: орехи, бобы, желуди, горошины, камешки и т. п.



Черт. 50

4. Пособия должны быть удобоподвижны, чтобы их можно было располагать в любом порядке.

В качестве наглядных пособий на этой ступени можно применять следующие: 1) кубики арифметического ящика; 2) палочки, соломку; 3) тетради, книги, перышки и другие предметы, удобные для счета; 4) косточки счетов (с одной-двумя проволоками), на них показываются образование числа путем прибавления по единице, прямой и обратный счет, разложение чисел; 5) числовые таблицы, по одной для каждого числа первого десятка; 6) разрезные цифры.

Одним из приемов, способствующих наглядному и активному усвоению материала, является зарисовка простейших предметов, взятых для иллюстрации изучаемого числа; например, при изучении числа 3 можно нарисовать листики, стульчики, флажки, яблоки (черт. 50).

Эти предметы желательно располагать по принципу квадратных фигур, что способствует более быстрому узнаванию числа.

К числу наглядных пособий на первых порах изучения арифметики следует отнести и такие, которые дают возможность ввести «драматизацию» в урок, например: фигуры зверей, птиц, рыб, деревья и т. п., которые можно передвигать, соединять в группы, разъединять. Фигурки эти можно вырезать из детских игр, лото, наклеить их на картон. Например, при разъяснении необходимости и смысла сложения учитель, скажем, пользуется фигурками лошадок. Поставив на планке доски 2 лошадки, учитель (после опроса учащихся о количестве выставленных лошадок) с другой стороны постепенно пододвигает еще лошадку и говорит: «Вот к двум лошадкам подошла еще одна лошадка.

Сколько стало лошадок?» (Три.) «Да, было две лошадки, к ним подошла, прибавилась еще одна лошадка, стало три лошадки, значит, если к двум лошадкам прибавить одну лошадку, сколько получится лошадок?» (Три лошадки.)

На руках у учащихся должен быть счетный материал:

а) палочки или спички;

б) вырезанные из картона квадратики, прямоугольники, кружочки;

в) вырезные цифры и знаки действий.

Все, что учитель показывает на классном пособии, повторяется учеником на его материале.

Изучение концентра первого десятка слагается из следующих ступеней; 1) ознакомление с числами и счет от 1 до 10; 2) письмо цифр; 3) изучение сложения и вычитания и знакомство со знаками действий.

Рассмотрим детально каждую из намеченных ступеней.

§ 50. ОЗНАКОМЛЕНИЕ С ЧИСЛАМИ И СЧЕТ ДО 10

Приступая к изучению первого десятка, учитель должен прежде всего проверить, с какими знаниями и навыками пришли к нему дети. Эта проверка должна дать ответы на такие основные вопросы:

а) как велик объем числовых представлений у детей, т. е. какое максимальное число предметов умеют дети назвать;

б) знают ли они чередование числительных;

в) насколько эти числительные правильно ассоциируются с соответствующим количеством предметов;

г) умеют ли дети читать и писать цифры;

д) знают ли они прямой и обратный счет до 10 и насколько сознательно.

Этот материал выявляется путем живой беседы учителя с детьми. Он вызывает детей на рассказывание, ставя вопросы так, чтобы в ответах был числовой материал. Например, учитель спрашивает ученика, сколько у него братьев, сестер; предлагает поднять столько пальцев, сколько окон у него в комнате. Или учитель показывает, например, 4 кубика и предлагает сказать, сколько кубиков; затем вызванный ученик ставит на доске столько, например, палочек, сколько показано кубиков; или учитель предлагает сосчитать число окон в классе, число парт и т. п.

Но такой фронтальный способ проверки не дает точных сведений о подготовленности по счету каждого ребенка при поступлении его в I класс. Более точные сведения дает индивидуальная проверка.

В сентябре 1957 г. было проведено изучение каждого из 540 детей, поступающих в I класс. Изучение подготовленности детей в школе Москвы, областного города, поселка и деревни по счету велось по следующим разделам: знание чисел и цифр, решение задач, пространственные и геометрические представления.

Проверка показала по школам следующие знания и умения:

№ п/п		Успеваемость в %			
		Москвы	Областного города	Поселка	Двухкомплектной школы
1	Считать до 10 умеют	98,5	100	94,6	72,7
2	Считать до 20 умеют	84	85	33	19
3	Обратно от 10 умеют	63	55,9	69,6	9
4	Все цифры знают	71,5	67,6	19,6	18,2
5	Считать обратно от 5 умеют	76,2	85,3	70	9
6	Решают задачи на сложение	92,6	94,6	84,8	54,8
7	Решают задачи на вычитание	89,8	94	84	54,6
8	Решают примеры на сложение	84,6	82,4	70,7	45,4
9	Решают примеры на вычитание	70	61,8	54,3	9
10	Знают круг	93,8	97	78	45,4
11	» квадрат	91	91	61	9
12	» больше — меньше	99,5	100	97	91
	» длиннее — короче	98,8	100	88	63,6
13	» направо — налево	91	73,5	86	18,2
	» вверх — вниз	98,8	79,4	87	63,6

Из приведенной таблицы мы видим, что дети, поступающие в I класс школы, умеют считать, знают цифры, умеют решать задачи и примеры и имеют геометрические пространственные представления.

Следующей задачей учителя является уточнение знаний и навыков учащихся, приведение их в порядок, выравнивание группы в отношении объема обнаруженных навыков.

Первые занятия по арифметике, группируясь вокруг каждого числа от 1 до 10, состоят в следующем:

а) дается наглядная иллюстрация числа, имеющая целью связать его с определенной группой объектов счета;

б) производится счет количества предметов, соответствующих данному числу;

в) числа фиксируются, помимо рисунка, печатной и рукописной цифрами;

г) производится сложение и вычитание небольших чисел (от 1 до 5), и результат обозначается печатными и рукописными цифрами и знаками.

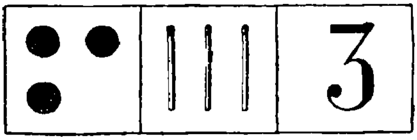
Можно указать такой порядок ознакомления с числами от 1 до 10: а) числа от 1 до 5; б) числа от 6 до 10.

Такое подразделение вызывается тем, что с числом от 1 до 5 детям приходилось весьма часто встречаться в их детской, дошкольной жизни, числа же от 6 до 10 менее знакомы детям, и ещё менее известны им действия над ними (если не считать прибавления и отнимания по единице).

При рассмотрении каждого из чисел в пределе 10 следует держаться такого плана: а) образование числа на наглядном пособии; б) изучение его на рисунке, таблице; в) зарисовка этого числа учащимися и ознакомление их с печатной цифрой; г) перечисление предметов, постоянно встречающихся в данном количестве; д) прямой и обратный счет до данного числа; е) письмо рукописной цифры.

В качестве примера разберем урок по ознакомлению[1] с числом 3.

План. I. Образование числа 3 с помощью кубиков арифметического ящика или на счетах (делает учитель). II. Образование того же числа детьми при помощи имеющихся у них пособий (камешков, желудей и т. п.). III. Зарисовка числа 3 в виде простейших предметов: яблок, флажков, окон, стульчиков; наклеивание вырезанных фигур в форме числовой фигуры 3. IV. Зарисовка печатной цифры. V. Рассматривание рисунков, иллюстрирующих число 3, и обозначение сложения и вычитания с помощью печатных цифр и знаков действий. VI. Перечисление известных детям предметов, встречающихся в количестве трех. VII. Прямой и обратный счет до 3. VIII. Письмо цифры 3.



Черт. 51

Наглядные пособия и дидактический материал для урока.

Для учителя: а) кубики арифметического ящика или счеты; б) таблица для ознакомления с цифрой 3, но приготовленная в большем масштабе, причем кружочки следует расположить в форме числовой фигуры (черт. 51). Для учеников: а) набор камешков, желудей, бус и т. п.; б) цветная бумага, ножницы и клей для наклеивания.

Учитель ставит на планках классной доски 2 кубика из арифметического ящика в форме числовой фигуры (или откладывает шарики на счетах).

«Сколько кубиков я поставил?» (2.) Дальше учитель прибавляет еще один кубик и ставит его на верхней планке так, чтобы образовалась числовая фигура 3.

«Сколько кубиков я прибавил?» (1). «Сколько всего стало кубиков?» (3).

«Составьте число 3 у себя на партах из ваших камешков. Теперь нарисуем, например, 3 флажка так, как мы ставили кубики, т. е. как?» (2 флажка наверху, 1 внизу.)

«А внизу где вы нарисуете третий флажок: под которым верхним?» (Под первым верхним слева.)

«Теперь вырежьте 3 листочка из зеленой бумаги и наклейте их в ваших тетрадях так, как рисовали флажки. Теперь узнаем, как печатается в книгах цифра 3». Учитель постепенно открывает на таблице, иллюстрирующей цифру 3, сначала 3 кружочка, затем 3 спички и, наконец, печатную цифру 3 и проводит такую беседу:

«Сколько кружочков нарисовано в первой клетке?» «А в этой клетке что нарисовано?» (3 спички.) «А вот это (открывает цифру 3) цифра 3, так она

[1] При построении уроков следует иметь в виду приведенную в первой части схему построения урока; в частности, в планах не всегда указываются моменты повторения, отсутствуют задачи и другие общедидактические моменты, предусмотренные схемой, не всегда приводится момент разъяснения темы урока. В методических разработках приводятся неполные ответы учащихся, но при проведении занятий на практике требование полных ответов обязательно.

печатается в книжках. Возьмите ваши учебники арифметики и найдите эту цифру. Нет ли этой цифры на странице в другом месте?» (Дети указывают.)

«Откройте страничку этого же учебника, где нарисованы кролики, и поищите на ней цифру 3, поищите ее на следующей странице».

Дальше дети рассматривают рисунки в учебнике, где нарисованы предметы в числе трех. Цель этого упражнения — ознакомить детей с обозначением сложения и вычитания печатными цифрами. «Припомните, где вы видели 3 каких-нибудь предмета». (Дети называют, например, 3 окна в доме, 3 трубы на доме и т. п.) «Теперь посчитаем».

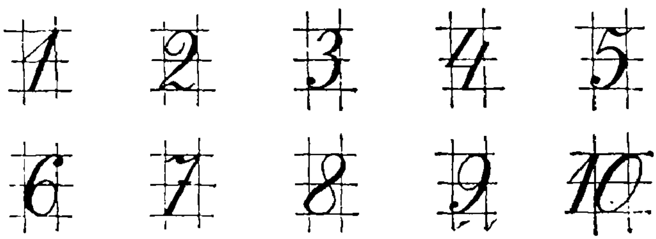
Сначала прямой и обратный счет ведется на кубиках, палочках, книгах, которые откладывает учитель, а затем идет отвлеченный счет в том же порядке. Потом дается загадка, например: «Деревянная сестра, три железных брата» (Вилы.) В заключение учитель знакомит с письмом рукописной цифры.

Такой порядок изучения применяется к числам от 1 до 5 включительно; изучение чисел 6—10 состоит в образовании каждого числа путем счета конкретных предметов, в наблюдении над составом каждого числа из предыдущих и ознакомлении с начертанием печатной цифры и письмом рукописной цифры.

§ 51. ПИСЬМО ЦИФР

Обучение детей письму цифр нужно начинать с арабских цифр, с римскими же цифрами учащиеся знакомятся постепенно, в связи, например, с изучением мер времени.

По вопросу о порядке ознакомления с цифрами существуют два мнения: одни из методистов считают необходимым изучить числа в генетическом порядке, в соответствии с усложнением их



Черт. 52

элементов, например: а) 1, 4, 7; б) 2, 3, 5 и в) 6, 9 и 8; другие признают возможным изучить письмо цифр в их последовательном порядке, начиная с единицы до девяти.

Перед началом письма цифр следует ознакомить детей с элементами начертания каждой цифры. Подробно об этом изложено в методике чистописания.

В начале обучения письму цифр применяется тетрадь, разграфленная в клетку (прямую или косую): на ней легче объяс-

... цифры (черт. 52).

... нужно пользоваться тетрадями, разграфленными только горизонтальными линиями.

При письме цифр учитель сначала должен сам показать на доске, из каких частей состоит каждая цифра (для этого он записывает цифру по частям); затем нужно поупражнять детей в написании цифр на классной доске. Число 10 записывается без объяснения поместного значения цифр.

Письмо цифр следует соединять с чтением, так как совместное обучение чтению и письму цифр способствует более прочному усвоению их детьми, а также соответствует стремлению ребенка прочитанное написать и написанное прочитать.

§ 52. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ В ПРЕДЕЛЕ 10

В первом десятке дети изучают лишь два арифметических действия: сложение и вычитание, причем в связи с этим они знакомятся со знаками этих действий (плюс и минус) и со знаком равенства.

Что касается умножения и деления, то эти действия в данном концентре опущены. Чтобы в полной мере уяснить сущность умножения, убедительно доказать преимущество его перед сложением, необходимо иметь значительное количество слагаемых, чего нет в концентре чисел первого десятка; кроме того, на данной ступени математического развития у детей нет и потребности в таком действии, как умножение: все их запросы и практические потребности удовлетворяются сложением.

Равным образом учащиеся этой ступени практически выполняют всякое деление с помощью отнимания или набирания равных групп предметов; идея деления здесь обычно навязывается учащемуся учителем.

Прибавление к числу и вычитание из числа нескольких единиц встречались и в упражнениях при изучении чисел, но там эти упражнения сводились к последовательному счету в прямом или обратном порядке, так как не требовалось прибавить или отнять определенную группу единиц. Там прибавление и отнимание по единице рассматривалось лишь как способ образования нового числа.

При рассмотрении вопроса об изучении сложения и вычитания необходимо остановиться на следующих моментах: а) в каком порядке изучать эти действия; б) в каком порядке рассматривать отдельные случаи сложения и вычитания; в) как методически правильно построить изучение этих случаев.

Сложение и вычитание в пределе первого десятка следует проходить совместно. Опыт показывает, что переход от прибавления какого-либо числа к его вычитанию дается детям легче, нежели переход к прибавлению следующего числа: например, вслед за сложением $3+2=5$ учащимся легче решить $5-2=3$ или

5 — 3=2, нежели 5+2, так как в последнем случае придется находить новое число, а при вычитании дети опираются уже на изученный ими состав суммы 3 и 2. На практике приходится считаться с расположением материала в стабильном задачнике.

Гораздо сложнее вопрос о том, в каком порядке изучать отдельные случаи сложения и вычитания в пределе 10. По этому вопросу существуют два различных мнения. По одному из них (наиболее распространенному в практике) сложение и вычитание следует проходить в порядке прибавления и отнимания чисел натурального ряда, т. е. сначала прибавлять и отнимать по 1, затем по 2, по 3 и т. д. до 9.

Сторонники второго взгляда считают необходимым рассмотреть сначала так называемые «основные» суммы и разности и только после этого переходить к рассмотрению остальных случаев сложения и вычитания, опираясь при их рассмотрении на основные суммы. Основными суммами называются такие, в которых большее слагаемое можно разложить на группы, причем каждая из них равна меньшему слагаемому, например: 6+3=(3+3)+3, а основными разностями — такие, когда уменьшаемое можно разложить на группы, из которых каждая равняется вычитаемому.

Таким образом, основными суммами будут: а) прибавление по два: 2+2; 4+2; 6+2; 8+2; б) прибавление по три: 3+3; 6+3; в) по четыре: 4+4; г) по пяти: 5+5. К основным разностям относится: а) вычитание по два: 10 — 2; 8 — 2; 4 — 2; б) по три: 9 — 3; 6 — 3; в) по четыре: 8 — 4; г) по пяти: 10 — 5.

При определении сравнительной ценности того и другого порядка прохождения сложения и вычитания следует принять во внимание: а) в какой мере данный порядок обеспечивает сознательность усвоения материала; б) насколько он подготовляет материал для следующих ступеней изучения арифметики.

Сознательность усвоения материала зависит прежде всего от того, соблюден ли последовательный переход от простого к сложному, правильно ли чередуются случаи сложения и вычитания в смысле их преемственности. Это может и должно быть достигнуто при любом порядке изучения случаев сложения и вычитания; таким образом, с этой точки зрения оба пути равноценны.

Рассматривая вопрос с точки зрения связи данного раздела с последующими, нужно отметить, что изучение основных сумм и разностей есть по существу счет равными группами, и поэтому нельзя не признать преимущества второго порядка прохождения сложения и вычитания; ценность его еще более возрастает, если учесть и большую легкость в усвоении детьми сумм разностей, состоящих из равных групп.

Для ответа на вопрос, как построить методически правильно изучение каждого случая сложения и вычитания, приведем уроки по изучению этих случаев сложения и вычитания.

При той и другой системе прохождения сложения и вычитания обязательно прибавление и отнимание по единице. Этот процесс, с одной стороны, является связующим звеном с нумерацией, а с другой стороны, здесь дети получают первое понятие о действии. Прямой счет до 10 и прибавление по единице являются сходными процессами по результату, но по существу они совершенно различны. Производя прямой и обратный счет до 10, дети все внимание сосредоточивают на порядке следования чисел; проделывая же прибавление или отнимание по единице, они в центре внимания имеют известную операцию, в результате которой появляется новое число.

Присчитывание и отсчитывание можно производить на примерах или на задачах; в последнем случае наглядная иллюстрация прибавления или отнимания по единице при помощи, например, кубиков, палочек есть уже вспомогательное средство. Сказанное, конечно, не умаляет значения наглядности: она должна во всех вопросах широко применяться в работе с детьми I класса и в особенности на первых порах обучения.

Присчитывание и отсчитывание на предметах можно вести по следующему плану: сначала учитель присчитывает и отсчитывает на предметах (кубики, шарики, картинки), потом учащиеся самостоятельно делают то же самое на предметах, затем решается задача и, наконец, действия с отвлеченными числами.

При прохождении прибавления и отнимания по единице дети знакомятся и со знаками сложения, вычитания, равенства.

Прибавление по единице нужно проходить в таком порядке: 1+1; 2+1; 3+1 и т. д., а вычитание по единице — в таком: 2—1; 3—1; 4—1 и т. д.

«Сегодня будем учиться прибавлять по одному. Слушайте задачу: У мальчика было 2 карандаша, он купил еще 1. Сколько стало у него карандашей? Повторим задачу. Сколько было карандашей у мальчика?» (2.) «Сколько он купил?» (1.) «Что спрашивается в задаче?» (Сколько стало карандашей у мальчика.)

Учитель вызывает ученика к столу.

«Возьми со стола в одну руку столько карандашей, сколько было сначала у мальчика, и покажи всему классу. (Ученик берет 2 карандаша.) В другую руку возьми столько карандашей, сколько он купил. (Ученик берет 1 карандаш.)

Чтобы узнать, сколько стало карандашей у мальчика, что надо сделать с этим одним карандашом?» (Его надо прибавить к двум.) Здесь ученики могут сказать: «приложить» к двум. Этого отвергать не надо, а, согласившись с ними, сказать: «Да, приложить, а можно по-другому сказать: «прибавить». Сколько стало карандашей у мальчика?» (3.) «Повторите же, как мы узнали, сколько стало карандашей у мальчика». (К 2 прибавили 1.) «Запишем это. Сначала я буду записывать на доске, а потом вы запишите в свои тетради. Сколько было карандашей у мальчика?» (2.) «Запишем это (пишет 2). Что мы сделали, чтобы узнать, сколько стало карандашей у мальчика?» (Прибавили.) «Слушайте: вместо слова п р и б а в и л и пишут вот такой значок (учитель пишет +). Как назвать этот значок?» (Крестик.) «Да, крестик, но можно еще и сказать п р я м о й к р е с т и к. Какое же слово заменяет прямой крестик?» (Слово «прибавить».) «Записанное (2+) читается так: «к двум прибавить».

Повторите. «Сколько мы прибавили к двум карандашам?» (1.) «Запишем и это после прямого крестика (2+1). Прочитаем записанное».

Учитель показывает записанное рукой или указкой. Читают сначала отдельные учащиеся, а затем — хором. «Сколько карандашей стало у мальчика?» (3.) «Значит, если к 2 прибавить 1, будет 3. Вместо слова «будет» пишутся две палочки, вот так: = (появляется запись 2+1=). Это читается так: «К двум прибавить один будет». «Что надо написать после значка будет?» (3.) «Вся строчка читается так: «К двум прибавить один будет три. Повторим».

Эту же запись на доске учитель предлагает прочесть 1—2 детям и потом прочесть с мест всем классом хором. После этого учащиеся записывают этот пример в свои тетради. Учитель обходит класс и исправляет замеченные неправильности в письме.

Подобным же образом производится и отнимание единицы. Здесь можно также применить прием «драматизации». Учитель изготовляет макет дерева (вырезает из бумаги) и 3 фигурки птичек. Прикрепляет все это на доске.

«Что вы видите на доске?» (Дерево и на нем 3 птички.) «Положите из ваших палочек перед собой столько палочек, сколько птичек сидит на дереве. Сколько ты положил палочек?» (Три.) «Смотрите дальше (учитель берет одну птичку и демонстрирует ее отлет с дерева). Что вы видите?» (Одна птичка улетела.) «Из своих трех палочек уберите столько, сколько птичек улетело. Сколько палочек ты снял?» (Одну.) (Одновременно с отниманием учащимися от 3 палочек одной учитель отнимает один кубик от 3, поставленных им на планке классной доски.) «Вы убрали одну палочку из трех, а я что снял?» (Один кубик из трех.) «Сколько птичек осталось на дереве?» (Две.) «Сколько палочек осталось у каждого из вас?» (По две.) «Теперь это запишем. Какое число надо записать сначала?» (3.) «Почему?» (Потому что сидело 3 птички.) «Что мы сделали потом?» (Сняли один кубик.) «Почему?» (Потому что одна птичка улетела.) «Да, мы сняли 1 кубик или по-другому говорят: отняли 1 кубик. Смотрите, что пишется вместо слова «отнять» (пишет минус). «Как назвать этот знак?» (Лежачая палочка.) «Сколько мы отняли кубиков?» (Один.) «Запишите это. Прочтем, что получилось. Это читается так: «От трех отнять один». Повторите, сколько птичек осталось на дереве?» (2.) «Сколько кубиков осталось на доске? Сколько палочек осталось у вас на партах?» (2.) «Запишем это. Вместо слова «осталось» также пишут две палочки. «Получится запись: 3 — 1=2. Прочтем всю строчку: «От трех отнять один, останется два».

Остальные случаи прибавления и отнимания по единице изучаются примерно так же. Нужно лишь разнообразить работу, начиная, например, некоторые случаи прямо с задания; взять несколько кубиков, поставить их на планку доски и прибавить к ним или отнять один; или предложить детям проделать сначала это с имеющимся у них счетным материалом, затем проверить на кубиках перед всем классом, а уже потом решить соответствующую задачу. Каждый случай прибавления и отнимания по единице сопровождается записями.

Вместо данной фразы, например: «к двум прибавить один будет три», в дальнейшем надо познакомить детей с более короткой формулировкой: «2 да 1 будет 3; или 3—1=2; три без одного будет два».

В результате изучения всех случаев прибавления и отнимания по единице получатся таблицы:

1+1=2	2 — 1=1
2+1=3	3 — 1=2
3+1=4 и т. д.	4 — 1=3 и т. д.

При той и другой системе прохождения сложения и вычитания обязательно прибавление и отнимание по единице. Этот процесс, с одной стороны, является связующим звеном с нумерацией, а с другой стороны, здесь дети получают первое понятие о действии. Прямой счет до 10 и прибавление по единице являются сходными процессами по результату, но по существу они совершенно различны. Производя прямой и обратный счет до 10, дети все внимание сосредоточивают на порядке следования чисел; проделывая же прибавление или отнимание по единице, они в центре внимания имеют известную операцию, в результате которой появляется новое число.

Присчитывание и отсчитывание можно производить на примерах или на задачах; в последнем случае наглядная иллюстрация прибавления или отнимания по единице при помощи, например, кубиков, палочек есть уже вспомогательное средство. Сказанное, конечно, не умаляет значения наглядности: она должна во всех вопросах широко применяться в работе с детьми I класса и в особенности на первых порах обучения.

Присчитывание и отсчитывание на предметах можно вести по следующему плану: сначала учитель присчитывает и отсчитывает на предметах (кубики, шарики, картинки), потом учащиеся самостоятельно делают то же самое на предметах, затем решается задача и, наконец, действия с отвлеченными числами.

При прохождении прибавления и отнимания по единице дети знакомятся и со знаками сложения, вычитания, равенства.

Прибавление по единице нужно проходить в таком порядке: 1+1; 2+1; 3+1 и т. д., а вычитание по единице — в таком: 2—1; 3—1; 4—1 и т. д.

«Сегодня будем учиться прибавлять по одному. Слушайте задачу: У мальчика было 2 карандаша, он купил еще 1. Сколько стало у него карандашей? Повторим задачу. Сколько было карандашей у мальчика?» (2.) «Сколько он купил?» (1.) «Что спрашивается в задаче?» (Сколько стало карандашей у мальчика.)

Учитель вызывает ученика к столу.

«Возьми со стола в одну руку столько карандашей, сколько было сначала у мальчика, и покажи всему классу. (Ученик берет 2 карандаша.) В другую руку возьми столько карандашей, сколько он купил. (Ученик берет 1 карандаш.)

Чтобы узнать, сколько стало карандашей у мальчика, что надо сделать с этим одним карандашом?» (Его надо прибавить к двум.) Здесь ученики могут сказать: «приложить» к двум. Этого отвергать не надо, а, согласившись с ними, сказать: «Да, приложить, а можно по-другому сказать: «прибавить». Сколько стало карандашей у мальчика?» (3.) «Повторите же, как мы узнали, сколько стало карандашей у мальчика». (К 2 прибавили 1.) «Запишем это. Сначала я буду записывать на доске, а потом вы запишите в свои тетради. Сколько было карандашей у мальчика?» (2.) «Запишем это (пишет 2). Что мы сделали, чтобы узнать, сколько стало карандашей у мальчика?» (Прибавили.) «Слушайте: вместо слова п р и б а в и л и пишут вот такой значок (учитель пишет +). Как назвать этот значок?» (Крестик.) «Да, крестик, но можно еще и сказать п р я м о й к р е с т и к. Какое же слово заменяет прямой крестик?» (Слово «прибавить».) «Записанное (2+) читается так: «к двум прибавить».

Повторите. «Сколько мы прибавили к двум карандашам?» (1.) «Запишем и это после прямого крестика (2+1). Прочитаем записанное».

Учитель показывает записанное рукой или указкой. Читают сначала отдельные учащиеся, а затем — хором. «Сколько карандашей стало у мальчика?» (3.) «Значит, если к 2 прибавить 1, будет 3. Вместо слова «будет» пишутся две палочки, вот так: = (появляется запись 2+1=). Это читается так: «К двум прибавить один будет». «Что надо написать после значка будет?» (3.) «Вся строчка читается так: «К двум прибавить один будет три. Повторим».

Эту же запись на доске учитель предлагает прочесть 1—2 детям и потом прочесть с мест всем классом хором. После этого учащиеся записывают этот пример в свои тетради. Учитель обходит класс и исправляет замеченные неправильности в письме.

Подобным же образом производится и отнимание единицы. Здесь можно также применить прием «драматизации». Учитель изготовляет макет дерева (вырезает из бумаги) и 3 фигурки птичек. Прикрепляет все это на доске.

«Что вы видите на доске?» (Дерево и на нем 3 птички.) «Положите из ваших палочек перед собой столько палочек, сколько птичек сидит на дереве. Сколько ты положил палочек?» (Три.) «Смотрите дальше (учитель берет одну птичку и демонстрирует ее отлет с дерева). Что вы видите?» (Одна птичка улетела.) «Из своих трех палочек уберите столько, сколько птичек улетело. Сколько палочек ты снял?» (Одну.) (Одновременно с отниманием учащимися от 3 палочек одной учитель отнимает один кубик от 3, поставленных им на планке классной доски.) «Вы убрали одну палочку из трех, а я что снял?» (Один кубик из трех.) «Сколько птичек осталось на дереве?» (Две.) «Сколько палочек осталось у каждого из вас?» (По две.) «Теперь это запишем. Какое число надо записать сначала?» (3.) «Почему?» (Потому что сидело 3 птички.) «Что мы сделали потом?» (Сняли один кубик.) «Почему?» (Потому что одна птичка улетела.) «Да, мы сняли 1 кубик или по-другому говорят: о т н я л и 1 кубик. Смотрите, что пишется вместо слова «отнять» (пишет минус). «Как назвать этот знак?» (Лежачая палочка.) «Сколько мы отняли кубиков?» (Один.) «Запишите это. Прочтем, что получилось. Это читается так: «От трех отнять один». Повторите, сколько птичек осталось на дереве?» (2.) «Сколько кубиков осталось на доске? Сколько палочек осталось у вас на партах?» (2.) «Запишем это. Вместо слова «осталось» также пишут две палочки. «Получится запись: 3 — 1=2. Прочтем всю строчку: «От трех отнять один, останется два».

Остальные случаи прибавления и отнимания по единице изучаются примерно так же. Нужно лишь разнообразить работу, начиная, например, некоторые случаи прямо с задания; взять несколько кубиков, поставить их на планку доски и прибавить к ним или отнять один; или предложить детям проделать сначала это с имеющимся у них счетным материалом, затем проверить на кубиках перед всем классом, а уже потом решить соответствующую задачу. Каждый случай прибавления и отнимания по единице сопровождается записями.

Вместо данной фразы, например: «к двум прибавить один будет три», в дальнейшем надо познакомить детей с более короткой формулировкой: «2 да 1 будет 3; или 3—1=2; три без одного будет два».

В результате изучения всех случаев прибавления и отнимания по единице получатся таблицы:

1+1=2	2 — 1=1
2+1=3	3 — 1=2
3+1=4 и т. д.	4 — 1=3 и т. д.

Если учитель найдет приемлемым для себя второй порядок изучения сложения и вычитания, то все случаи сложения и вычитания можно расположить в такой последовательности:

I.	**2+2**	**4+2**	**6+2**	**8+2**	1+2	3+2	5+2	7+2
	4—2	**6—2**	**8—2**	**10—2**	3—2	5—2	7—2	9—2
II.	**3+3**	**6+3**	5+3	4+3	2+3	1+3	7+3	
	6—3	**9—3**	8—3	7—3	5—3	4—3		
III.	**4+4**	3+4	5+4	1+4	2+4	6+4		
	8—4	7—4	9—4	5—4	6—4	10—4		
IV.	**5+5**	4+5	3+5	2+5	1+5			
	10—5	9—5	8—5	7—5	6—5			
V.	1+6	2+6	3+6	4+6	10—6	9—6	8—6	7—6
VI.	1+7	2+7	3+7	10—7	9—7	8—7		
VII.	1+8	2+8	10—8	9—8				
VIII.	1+9	10—9						

Из рассмотрения групп, на которые разбиты все случаи сложения и вычитания, можно сделать следующие выводы: а) для выполнения сложения в последних (V—VIII) группах можно применить один общий прием: приведение каждого случая к одному из случаев первой группы путем применения переместительного закона, т. е., например, $3+6=6+3$; вычитание же проделывать с помощью дополнения вычитаемого до уменьшаемого, т. е., например, для решения примера 9—7 учащиеся должны сообразить, сколько нужно добавить к 7, чтобы получилось 9; б) анализ первой группы случаев сложения и вычитания (I—IV включительно) показывает, что внутри каждой группы можно выделить указанные выше «основные суммы и разности» (жирный шрифт), рассмотреть их раньше, а затем перейти к остальным, причем последние (обыкновенный шрифт) решаются путем сравнения каждого случая с соответствующей основной суммой или разностью. Например, чтобы сосчитать, сколько получится от сложения $7+2$, достаточно сравнить эту сумму с суммой, например, $6+2$ и сообразить, что она разнится от основной суммы (больше ее) на единицу, т. е. получится не 8, а 9. Равным образом для решения вычитания 7—3 также нужно сравнить эту разность с основной разностью 6—3 и сообразить, что она будет больше последней на единицу, т. е. не 3, а 4.

Однако было бы ошибкой, если бы мы в процессе изучения сложения и вычитания в пределе 10 не применили весьма важного приема сложения и вычитания — прибавление и отнимание групп единиц. Необходимо использовать эти приемы, как имеющие громадное образовательное значение в смысле развития комбинаторных способностей детей.

Указанные выше приемы сложения и вычитания следует рассматривать как итоговые выводы, удобные для применения на практике, в самом же процессе подготовки этих выводов нужно широко использовать групповой счет, т. е. прибавление равных слагаемых.

Поясним примером.

1-я тема: *Прибавление по 7*

План. I. Повторение случаев прибавления к 7. II. Изучение обратных случаев — прибавление по 7: а) прибавление по единице; б) прибавление при помощи группового счета; в) прибавление перестановкой слагаемых.

Прибавление при помощи группового счета.

«Сегодня будем учиться прибавлять к 1, к 2, к 3 по 7.

Но сначала повторим прибавление к 7. Сколько будет 7+1?» (8.) «А 7+2?» (9.) «А 7+3?» (10.) «Запишем это. Теперь возьмите из ваших палочек одну и положите ее в сторону, а ты (говорит учитель вызванному ученику) возьми один кубик и положи его на планку классной доски. Дальше отсчитайте 7 палочек (а ты 7 кубиков) и положите их отдельно от одной палочки (от одного кубика). Эти 7 кубиков надо прибавить к отложенному одному кубику. Как это сделать?» (Сначала из 7 взять один кубик и прибавить к одному.) «Сколько получилось кубиков на планке?» (2.) «Сделайте это же на своих палочках. Что дальше будете делать?» (К двум кубикам прибавим еще один из 7.) «Сколько получится?» (3.) «Сделайте это на своих палочках». (Так проделывается прибавление по одному до конца.) «Сосчитайте, сколько же получилось кубиков на планке?» (8.) «Значит, если к одному кубику прибавить 7, сколько получится?» (8.) «Сосчитайте, сколько палочек получилось у вас?» (Тоже 8.) «Значит, если к одной палочке прибавить 7, сколько получится?» (8.) «Запишем это. Как это сделаете?» (Вызванный для записи ученик рассказывает и записывает на доске: 1+7=8.) «Запишите это в свои тетради. Как прибавляли к одному кубику 7 кубиков, к одной палочке 7 палочек?» (По одному.) «Подумайте и скажите, нельзя ли это сделать поскорее?» (Можно прибавлять по два.) «Иди, сделай это на кубиках». (Вызванный ученик проделывает это при участии всего класса.) «Сколько получилось кубиков?» (Тоже 8.) «Еще по скольку можно прибавлять?» (По три.) «Сделайте это на своих палочках, а потом один из вас расскажет, как он это сделал. Сколько получилось?» (8.) «Теперь скажите, как можно прибавлять к одной палочке 7?» (По одному, по два, по три...) «Как скорее прибавлять: по одному кубику, по одной палочке или по нескольку штук?» (По нескольку.)

Дальше рассматриваются оставшиеся два случая прибавления по 7: 2+7 и 3+7 с записью на доске:

$$2+7=9;\quad 3+7=10.$$

Проделанную работу можно подытожить примерно так:

«Скажите, как мы прибавляли к 1 кубику 7, к 2 кубикам 7, к 3 кубикам 7?» (По одному и по нескольку.) «Как скорее считать: прибавляя по одному или по нескольку?» (По нескольку.)

Прибавление при помощи перестановки слагаемых.

«Сегодня будем опять учиться прибавлять. Припомните, как прибавляли 7 кубиков к одному». (Прибавляли по одному, по два, по три...) «Сделаем это еще скорее. Возьмите одну палочку и отдельно 7. Мы к одной палочке прибавляли 7, а теперь к 7 палочкам прибавьте одну. Сколько получится?» (Тоже 8.) «Что скорее сделать: к одной палочке прибавить 7 или к 7 одну?» (К 7 одну.) «Запишем столбиком, к скольким палочкам сколько прибавляем сначала и потом». (1+7=8, 7+1=8.) «Пусть теперь надо к 2 кубикам прибавить 7. Как это сделать поскорее? Иди сделай». (Ученик берет 2 кубика, затем отдельно 7 и к 7 прибавляет 2.) «Запиши это». (7+2=9.) «А сколько получилось, когда к 2 прибавили 7?» (Тоже 9.) «Запишем под первой строчкой. Что скорее сделать: к двум прибавить 7 или к 7 прибавить 2?» (К 7 прибавить 2.) «Возьми из этой кучи тетрадей 3 и положи их на стол; затем возьми еще 7 и положи отдельно. Надо к 3 тетрадям, взятым сначала, прибавить 7, взятых потом. Как это сделать скорее всего?» (Надо к 7 тетрадям прибавить 3.) «Сосчитай, сколько получилось». (10 тетрадей.) «Запиши это». (7+3=10). «А сколько получилось?» (10 тетрадей.) «Запиши это». (7+3=10.) «А сколько получилось, когда мы к 3 кубикам прибавили 7?» (Тоже 10.)

«Что скорее сделать: к 3 прибавить 7 или к 7 прибавить 3?» (К 7 прибавить 3.)

На данной ступени изучения сложения достаточно такого приема разъяснения переместительного свойства суммы. Делать выводы более общего характера здесь нельзя, так как это непосильно учащимся. Эта работа есть накопление фактического материала для вывода на следующих ступенях изучения арифметики.

2-я тема: *Вычисление в пределе 10, когда вычитаемое больше остатка (отнимание по 7)*

План. I. Решение задачи. II. Вычитание по 7: а) последовательное отнимание по одной и по нескольку единиц; б) вычитание при помощи добавления к вычитаемому.

«Решим задачу: «У мальчика было 10 коп., он купил за 7 коп. карандаш. Сколько денег осталось у мальчика?» (Задача повторяется по вопросам.) «Что нужно знать в этой задаче?» (Сколько денег осталось у мальчика.)

«Как это узнать?» (От 10 надо отнять 7.) «Запишем это». (10—7.) «Проделаем на кубиках. Поставьте на планку классной доски столько кубиков, сколько копеек было у мальчика. Сколько вы поставите кубиков?» (10.) «Сколько кубиков надо отнять?» (7.) «Почему?» (Потому, что мальчик истратил 7 коп.) «Как отнять 7 от 10?» (По одному.) «Сделайте и скажите, сколько кубиков осталось». (3.) «Запишите это». (10 — 7=3.) «Прочтите. Значит, сколько денег осталось у мальчика?» (3 коп.) «Вы отнимали 7 кубиков от 10 по одному, нельзя ли это сделать поскорее?» (Можно.) «Как?» (Отнимать не по одному, а по нескольку кубиков.) «По скольку, например?» Дети предлагают разные комбинации и проделывают их или на кубиках, или на своих палочках.

После усвоения этих приемов можно перейти к разъяснению вычитания путем добавления к вычитаемому.

«Как же можно отнять 7 от 10?» (Отнимать по одному, по два, по три...) «А теперь сосчитаем иначе. Сколько останется, если от 10 отнять 7?» (3.) «Возьмите 7 палочек и добавьте к ним столько, чтобы получилось 10. Сколько вы добавили?» (3.) «А сколько получилось у вас, когда вы от 10 отнимали 7?» (3.) «Значит, вместо того, чтобы отнимать 7 от 10, что надо сделать?» (Сообразить, сколько надо добавить к 7, чтобы получилось 10.) «Найдите добавлением, сколько получится, если от 9 отнять 7, от 8 отнять 7. Теперь скажите, как скорее сосчитать: вычитанием по одной или по нескольку единиц или добавлением к 7?» (Добавлением.)

Здесь можно познакомить учащихся с названиями компонентов и результата вычитания. Число, от которого вычитают, называют уменьшаемым (его уменьшаем — уменьшаемое). Число, которое вычитают, называют вычитаемым (вычитаем — вычитаемое). Число, полученное в результате вычитания, называют остатком или разностью.

Изучение каждой группы сложения и вычитания должно заканчиваться составлением таблицы сложения и вычитания в порядке последовательного увеличения:

$2+2=4$	$4-2=2$
$4+2=6$	$6-2=4$
$6+2=8$	$8-2=6$
$8+2=10$	$10-2=8$

Это весьма важный момент в работе; здесь дети приучаются приводить в систему разрозненный материал, просматривают имеющийся, затем отбирают из него те примеры, которые годны для данной строчки; все это заставляет учащихся лишний раз вспомнить результат сложения и вычитания; таким образом, это один из видов повторения пройденного в процессе самой работы.

Возможна и другая система построения занятий по изучению первого десятка:

1. Прямой счет до 10.

2. Ознакомление с числом и письмом цифр, знаками действий, сложением и вычитанием каждого числа в пределах 10.

Из приведенного плана видно, что в этой системе нет отдельного изучения каждого числа с его цифрой от 1 до 10. После прямого счета до 10 переходят непосредственно к ознакомлению с каждым числом от 1 до 10, цифрой, сложением и вычитанием в пределе каждого числа и с записью решения задач печатными и письменными цифрами.

Об этой системе обучения арифметике первого десятка подробно изложено в статье Я. Ф. Чекмарева «Обучение арифметике детей шестилетнего возраста» в 108 томе «Известий Академии педагогических наук», 1960 г.

В этом же томе устанавливается и конкретная преемственность обучения детей дошкольного возраста и I класса в школе (детей 7-летнего возраста).

ГЛАВА X

ВТОРОЙ ДЕСЯТОК

§ 53. ПРИЧИНЫ ВЫДЕЛЕНИЯ ВТОРОГО ДЕСЯТКА В ОСОБЫЙ КОНЦЕНТР

Второй десяток выделяется в особый концентр по следующим причинам:

1. Нумерация чисел второго десятка резко отличается от нумерации чисел первого десятка: здесь учащиеся получают первое понятие о *десятичном* составе числа; здесь они впервые знакомятся с десятком как новой счетной единицей.

2. Два первых действия над целыми однозначными числами (сложение и вычитание) в отношении приемов их выполнения по существу заканчиваются во втором десятке, так как сложение и вычитание, например, в пределе 100 производятся теми же приемами, что и в концентре второго десятка: $64+28=6$ дес.$+2$ дес.$+4+8=8$ дес.$+12=92$; $52-34=52-(30+4)$; $52-30=22$; $22-4=22-(2+2)$; $22-2=20$; $20-2=18$.

В этом концентре учащиеся впервые используют для выполнения действий десятичный состав числа.

3. Таблица сложения и вычитания заканчивается в первых двух десятках, а потому ее надо здесь отработать.

4. В концентре второго десятка начинается изучение таблицы умножения; здесь учащиеся знакомятся с основными приемами составления этой таблицы, здесь же получается первая полная таблица умножения двух как образец для всех остальных таблиц.

Из сказанного видно, что при изучении концентра чисел второго десятка центральными вопросами являются изучение нумерации и таблицы сложения и вычитания.

§ 54. ИЗУЧЕНИЕ НУМЕРАЦИИ И НАГЛЯДНЫЕ ПОСОБИЯ

Успешность усвоения нумерации (устной и письменной) на всех ступенях обучения зависит прежде всего от степени понимания учащимися десятичного состава чисел; на эту сторону вопроса нужно обратить самое серьезное внимание, начиная с нумерации чисел второго десятка.

Устную нумерацию можно изучать по такому плану: 1) образование чисел второго десятка; 2) разложение чисел второго десятка на единицы и десяток; 3) обратное упражнение — название числа по данным десятку и единицам и 4) прямой и обратный счет. Наглядными пособиями здесь могут быть счетные палочки (соломка), брусок и кубики арифметического ящика.

Образование чисел второго десятка следует рассматривать в порядке натурального их ряда, т. е. сначала 11, затем 12, 13, 14 и т. д. до 20.

Рассмотрим пример урока на устную нумерацию чисел второго десятка по такому плану:

План. I. Образование из отдельных палочек числа второго десятка (выделение десятка и единиц). II. Разложение числа на единицы и десяток без наглядных пособий и чтение полученного числа. III. Образование числа из данных единиц и десятка (сначала с иллюстрацией при помощи наглядных пособий, а затем без наглядных пособий) IV. Прямой и обратный счет до 20.

Наглядные пособия: палочки, брусочки и кубики арифметического ящика. Кроме того, у каждого учащегося должен быть набор таких же палочек в количестве 20.

«Сегодня будем учиться считать до 20». (Учитель кладет на стол 11 палочек.) «На стол я положил палочки. Иди, набери из них 10 штук и свяжи их веревочкой». (Вызванный ученик проделывает это.) «Итак, в этом пучке 10 палочек. Смотрите, что я делаю». (Кладет на связанный пучок 1 палочку.) «Что я сделал?» (1 палочку положили на 10.) «Сколько же у нас стало палочек?» (11.) «Значит, в числе 11 сколько десятков и сколько сверх того единиц?» (1 десяток и 1 единица.) «Наберите из своих палочек 10, свяжите их в пучок». (Учащиеся проделывают.) «Теперь положите на этот пучок 2 палочки и скажите, какое получилось число». (12.) «Значит, в числе 12 сколько десятков и сколько получилось сверх того единиц?» (1 десяток и 2 единицы).

Подобным же образом разбирают образование всех чисел второго десятка, до 20. «Теперь я буду показывать вам связанный пучок палочек и отдельные палочки, а вы будете называть числа (берет пучок и одну палочку, кладет ее на пучок.) Сколько палочек я положил на пучок?» (Одну.) «Какое получилось число?» (11.) «Теперь один из вас пусть показывает 1 пучок и несколько отдельных палочек, а другие будут называть показываемое число». (Несколько учащихся проделывают это.) «Слушайте: у меня 1 палочка и 1 пучок. Какое это число?» (1). «Сколько здесь десятков и сколько единиц?» (1 десяток и 1 единица.) «Какое число получится, если я к одному десятку прибавлю 2 единицы?» (12.)

Разбирается еще несколько подобных примеров.

«Теперь я буду называть числа, а вы говорите, сколько десятков в каждом числе и, кроме того, сколько единиц. Слушайте: 11». (Здесь 1 десяток и 1 единица.)

Разбирают состав еще нескольких чисел второго десятка. Затем предлагается назвать числа, состоящие из десятка и единиц.

Дальше учитель берет пучок палочек и постепенно прикладывает к нему по одной палочке, а дети хором считают до 20, затем он постепенно отнимает по одной палочке, а дети также хором считают обратно. После этого упражняются в прямом и обратном счете до 20 сначала на палочках, а затем без них; можно провести хоровой счет наглядно (на пособиях) и отвлеченно. При прямом и обратном счете можно делать перерывы. Например, ученик считает: «7», «8», учитель прерывает его, говорит: «13, считай дальше».

Письменная нумерация. При изучении письменной нумерации чисел второго десятка следует применять наглядные пособия: счетную доску и абак с цветными кружочками.

«Мы научились считать до 20. Теперь будем учиться записывать эти числа». (Учитель берет 11 кружочков и предлагает вызванному учащемуся сосчитать и надеть их на колышки счетной доски. Учащийся надевает 10 кружочков, и у него остается один.) «Нам надо надеть еще один кружок, а колышков свободных в первом ряду нет. 10 кружочков сколько составляют десятков?» (Один.) «Давайте снимем эти кружочки (1 десяток) и во втором ряду справа наденем один кружочек; этот кружочек во втором ряду означает один десяток. Куда теперь можно надеть оставшийся кружок?» (На колышек первого ряда.) «Какое же число обозначено на доске?» (11.) «Возьмите каждый свой абак, отсчитайте из ваших кружочков 11. Надо эти кружочки отложить на абаке. В каком ряду начнете откладывать?» (В первом.) «Отложите и сосчитайте, сколько поместилось». (10.) «Как быть с оставшимся кружком?» (Надо снять 10 кружков в первом ряду и заменить их одним кружком во втором.) «Сделайте это. Что будет обозначать один кружок во втором ряду?» (Один десяток.) «Куда положите оставшийся у вас кружок?» (В первый ряд.) «Какое число получилось у вас?» (11.) «Что означает один кружок во втором ряду?» (Один десяток.) «А один кружок в первом ряду?» (Одну единицу.) «Отложим на доске число 12. В числе 12 сколько отдельных десятков и отдельных единиц?» (Один десяток и две единицы.) «Где вы отложите 1 десяток?» (На колышке во втором ряду.) «Где отложите 2 единицы?» (На колышках в первом ряду.)

Проделывается несколько упражнений в откладывании на счетной доске чисел второго десятка с предварительным или последующим разбором числа. Такие же упражнения проделывают учащиеся на своих абаках. Откладывание чисел учащимися на доске следует чередовать с чтением чисел, отложенных учителем на доске. В этом случае после прочтения каждого числа учащийся должен объяснить, почему он так прочитал число.

Такие упражнения заканчиваются обобщающим выводом.

«Повторим, что же обозначал кружочек, который мы откладывали и надевали во втором ряду справа?» (Один десяток.) «А кружочки в первом ряду?» (Единицы.)

После этого можно перейти к записи чисел второго десятка. Учитель кружочками обозначает на доске число 11.

«Какое число я отложил?» (11.) «Подпишите снизу, сколько в каждом ряду кружочков?» (Ученик пишет: 1 и 1.) «Какое же число записано?» (11.) «Что обозначает цифра 1 на втором месте справа?» (Один десяток.) «А цифра 1 на первом месте?» (Одну единицу.) Учитель убирает прибор. «А теперь можно прочесть написанное число?» (Можно.) «Что обозначает цифра 1 справа?» (Единицу.) «Цифра один на втором месте справа?» (Один десяток.) Можно использовать в этом месте карточки с отпечатанными цифрами. Учитель ставит на планке доски число 10 и спрашивает: «Что обозначает цифра 1 в этом числе?» (Один десяток.) Затем учитель заменяет 0 цифрой 1. «Что обозначает цифра 1, которую я поставил на месте 0?» (Одну единицу.) «Как прочесть все число?» (11.) «Значит, цифра 1 на первом месте справа что обозначает?» (Одну единицу.) «А на втором месте?» (Один десяток.)

Дальше идет чтение чисел второго десятка, записанных учителем на доске или набранных из цифр на карточках, а потом письмо под диктовку учителя, причем всякий раз делается или предварительный, или последующий разбор числа.

«Запишем число 14. Сколько в нем отдельных десятков и отдельных единиц?» (1 десяток и 4 единицы.) «Где поставите 1 десяток и где 4 единицы?» (1 десяток на втором месте справа, а 4 единицы на первом месте справа.) «Что сначала запишите?» (1 десяток, а затем 4 единицы.)

«Запишите число 17». (Ученик записывает.) «Объясни мне, почему ты на первом месте справа поставил цифру 7, а на втором 1?» (В этом числе 1 десяток и 7 единиц; десятки мы ставим на втором месте справа, а единицы на первом.)

Занятия следует разнообразить: запись на доске чередовать с записью продиктованного числа всеми учащимися в своих тетрадях; вызывать к доске учащихся записывать числа под диктовку товарищей. Последнее очень интересует учащихся и обычно вносит большое оживление в работу класса. Этот прием следует применять и в дальнейшем при изучении нумерации. Если учащиеся умеют читать, то написанные словами числа: тринадцать, семнадцать и т. д. — учитель предлагает записать цифрами.

§ 55. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

Сложение и вычитание в пределе 20 в смысле приемов их выполнения являются наиболее трудной частью на этой ступени изучения арифметики.

При сложении в пределе 20 нужно отметить такие случаи:

1. Прибавление к 10 чисел первого десятка: $10+5$; $10+3$.

2. Прибавление к двузначному числу однозначного:

а) когда единицы в сумме дают число, меньшее 10:

$$16+3;\quad 14+4;\quad 12+7$$

$$16+3=(10+6)+3=10+6+3=10+(6+3)=10+9=19,$$

применено свойство сложения: прибавление числа к сумме;

б) когда единицы в сумме дают число 10:

$$17+3;\quad 15+5;\quad 13+7$$

3. Прибавление к однозначному числу двузначного:

а) когда единицы в сумме дают число, меньшее 10:

$$7+12;\ 4+14;\ 3+15;$$

можно применить перестановку слагаемых и затем прибавление числа к сумме;

б) когда единицы в сумме дают число 10:

$$8+12;\ 5+15;\ 4+16$$

4. Сложение однозначных чисел, дающих в сумме число, большее 10:

$$8+4;\ 6+6;\ 5+8$$

$5+8=8+5=8+(2+3)=8+2+3=(8+2)+3=10+3=13$ применена перестановка слагаемых и прибавление суммы к числу.

Необходимо соблюдать строгую последовательность в отношении второго слагаемого: сначала оно меньше числа единиц первого слагаемого, затем равно числу единиц первого слагаемого и, наконец, больше числа единиц первого слагаемого.

При вычитании нужно выделить следующие основные случаи:

1. Вычитание из двузначного числа его единиц или десятка:

$$17-7;\ 17-10$$

2. Вычитание из двузначного числа однозначного:

а) когда единицы вычитаемого меньше единиц уменьшаемого, например: $19-2$; $18-4$; $19-6$;

$19-2=(10+9)-2=10+(9-2)=10+7=17$, применено свойство вычитания: вычитание числа из суммы;

б) вычитание от 20 однозначных чисел: $20-3$; $20-5$; $20-8$;

$$20-3=10+(10-3)=10+7=17,$$

вычитание числа из суммы;

в) когда единицы вычитаемого больше единиц уменьшаемого, например: $12-3$; $14-7$; $13-8$.

$$12-3=12-(2+1)=(12-2)-1=10-1=9,$$

вычитание суммы из числа.

3. Вычитание из двузначного числа двузначного: $14-12$; $20-16$.

Применяется или вычитание суммы из числа или последовательное вычитание.

При изучении этого материала нужно давать примеры так, чтобы каждое упражнение начиналось со случая, хорошо известного детям, и усложнялось в строгой постепенности. Сложение и вычитание на этой ступени изучаются параллельно, т. е. вслед за изучением случаев сложения с переходом через десяток приступают к случаям вычитания из двузначного числа однозначного, когда в результате получается однозначное число ($8+6=$; $14-8$; $16-6$ и т. п.). Здесь приемы изучения этих действий описаны раздельно, чтобы дать полную картину построени занятий по изучению каждого действия.

Сложение. Урок на сложение однозначных чисел, дающих в сумме число второго десятка (четвертый случай).

План урока. I. Повторение: а) сложение чисел первого десятка, дающих в сумме 10, например: 8+2; 6+4; б) прибавление к 10 чисел первого десятка: 10+3; 10+6. II. Разбор нового случая — прибавление к 7 числа 6: а) присчитывание к 7 по единице; б) прибавление к 7 по нескольку единиц: 7+2+2+2; в) разъяснение наиболее удобного приема прибавления: 7+6=(7+3)+3==10+3=13. III. Упражнения для закрепления приема.

Наглядные пособия: палочки (соломка), кубики арифметического ящика.

«Сегодня мы будем продолжать учиться складывать числа. Повторим, что мы знаем о сложении. Сложите 8 и 2; сколько будет?» (10.) «А 6 и 4?» (10.) «Сложите теперь 10 и 3; сколько получится?» (13.) (Делают несколько таких примеров.) «Теперь решите такую задачу: «На полке лежало 8 книг. Туда положили еще 5 книг. Сколько теперь книг на полке?» Что надо сделать, чтобы решить эту задачу?» (Сложить 8 и 5.) «Иди, запиши это на доске». (Вызванный ученик записывает: 8+5=.) «Проделаем это на кубиках. Возьми 8 кубиков, поставь их на брусочек и покажи всему классу». (Вызванный ученик делает это.) «Сколько сюда надо прибавить?» (5.) «Сколько кубиков еще поместится на брусочек?» (2.) «Прибавь их к 8. Сколько получится?» (10.) «Сколько еще осталось прибавить?» (3.) «К какому числу надо прибавить эти 3 кубика?» (К 10.) «Прибавь. Сколько получилось?» (13.) «Запишем это на доске. Повторим, как мы прибавили к 8 кубикам 5 кубиков». (Сначала добавили до 10, а потом остальные 3 кубика прибавили к 10.) «Сколько книг оказалось на полке?» (13.)

Подобным же образом разбирается еще ряд примеров. После этого переходят к повторению.

«Повторите, как мы прибавляли 5 к 8; 7 к 6; 9 к 8». (Сначала прибавляли столько, чтобы получилось 10, а потом к 10 присчитывали остальную часть прибавляемого числа.)

Дальше решаются задачи на применение изученного приема сложения. После решения задач дается несколько числовых примеров для решения в классе в целях закрепления изученного и несколько примеров на дом.

Дети легко складывают одинаковые числа (6 да 6, 7 да 7 и т. д.) и легко применяют этот прием к решению примеров: 6 и 7, 8 и 7 и т. д. Сумму 8 и 7 они отыскивают так: 8 да 8 — шестнадцать, отнять один, получится пятнадцать. Этому не только не надо препятствовать, но учащихся надо в этом направлении поощрять.

Вычитание. Первые два из указанных выше (стр. 157) случаев вычитания не могут затруднить учащихся.

Первый случай (вычитание из двузначного числа его единиц или десятков) всецело основан на нумерации чисел второго десятка.

При изучении его можно держаться такого плана:

I. Повторение нумерации в пределе 20:

а) разложение числа второго десятка на единицы и десяток;

б) образование чисел второго десятка из данных единиц и десятка.

II. Разбор случаев вычитания:

а) вычитание из числа второго десятка его единиц, например:

17 — 7; 12 — 2;

б) вычитание из числа второго десятка одного десятка.

Второй случай (вычитание из двузначного числа однозначного, когда оно меньше единиц уменьшаемого) сводится к вычитанию двух однозначных чисел и прибавлению полученного остатка к 10:

$$18 - 6 = 10 + 8 - 6 = (8 - 6) + 10$$

Третий случай (вычитание из чисел первого десятка) сводится к разложению 20 на два отдельных десятка и вычитанию в пределе 10, например:

$$20 - 8 = 10 + 10 - 8 = 10 + (10 - 8) = 10 + 2 = 12$$

Наиболее трудным случаем вычитания является четвертый случай (вычитание из числа второго десятка однозначного числа, когда оно больше единиц уменьшаемого): 14 — 6. Ниже этот случай рассматривается подробно.

Урок на вычитание из числа второго десятка однозначного числа, превышающего единицы уменьшаемого.

План. I. Повторение вычитания из числа 10 чисел первого десятка. II. Разбор нового случая на наглядных пособиях (палочки, брусочек и кубики арифметического ящика). III. Упражнения для закрепления.

Наглядные пособия: палочки и брусочек с кубиками из арифметического ящика.

«Припомним, сколько останется, если от 10 отнять 4; 10 — 7; 10 — 2. Теперь решим такую задачу: «У мальчика было 12 коп. Он купил ручку за 5 коп. Сколько денег у него осталось?» Что надо сделать, чтобы решить эту задачу?» (Надо от 12 отнять 5.) «Проделаем это на палочках. Возьмите и положите каждый у себя на парте 12 палочек». (Каждый ученик кладет перед собой пучок связанных палочек и, кроме того, 2 отдельные палочки.) «Сколько же палочек всего получилось у вас?» (12.) «Сколько палочек сверх 10?» (2.) «Нам надо от 12 отнять 5. Сколько легче отнять сначала?» (2 палочки.) «Сколько палочек еще осталось отнять?» (3.) «От какого числа вы будете отнимать эти 3 палочки?» (От 10.) «Как это сделать?» (Надо развязать пучок и взять оттуда 3 палочки.) «Сколько останется?» (7.) «Значит, если от 12 отнять 5, сколько останется?» (7.) «Повторите, как вы от 12 отняли 5». (Сначала отняли, что сверх 10, а потом от 10 остальную часть отнимаемого числа.) «Возвратимся к нашей задаче. Сколько же денег осталось у мальчика? Запишем это». (12 — 5=7.)

Далее проделывается еще несколько примеров на подобные случаи с подобным объяснением на тех же палочках, а затем без применения их; после этого следует повторить пройденное.

«Повторите, как от 12 отнять 5; 6 от 14; 8 от 15;...» (Сначала надо отнять, что сверх 10, а остальное — от десятка.)

После этого решаются 1—2 задачи, даются примеры (столбики) для решения в классе и дома.

Усвоение приемов сложения и вычитания в пределе 20 весьма облегчается применением пособий, описанных в § 19: две деревянные дощечки с 10 отверстиями на каждой и наборное полотно с 20 кармашками.

Разберем еще один примерный урок на случай вычитания из двузначного числа двузначного.

Урок на вычитание из двузначного числа двузначного.

План. I. Повторение вычитания десятка из двузначного числа. II. Решение соответствующей задачи. III. Выяснение на наглядном пособии приема вычитания. IV. Закрепление приема.

«Сегодня разберем новые случаи отнимания, но сначала повторим пройденное. Сосчитайте, сколько останется, если от 11 отнять 10, от 15 отнять 10 и т. д.

Теперь решим такую задачу: «На бумажке 15 пуговиц; к передникам пришили 12 пуговиц. Сколько пуговиц осталось на бумажке?» Повторите задачу. Что требуется найти?» (Сколько пуговиц осталось на бумажке.) «Как это узнать?» (От 15 отнять 12.) «Запишем это на доске». (15 — 12.) Будем делать это вычитание на дощечках, вывешенных на доске.

«От какого числа нужно отнять 12?» (От 15.) «Значит, сколько нужно взять колышков?» (15.) «Вставьте их в дощечку. Сколько надо отнять от 15?» (12.) «Как вы будете отнимать?» (Сначала отнимем один десяток, а затем 2 единицы.) «Проделайте это на дощечке. Сколько осталось колышков?» (3.) «Значит, сколько осталось пуговиц на бумажке?» (3.)[1] «Повторите, как вычитали 12 из 15».

Решается еще несколько примеров, из них часть с иллюстрацией на ручных приборах, часть на классном приборе, а часть без всяких наглядных пособий.

Разбор заканчивается повторением вычитания 12 из 16; 14 из 17 и т. д.

Для удобства различные случаи сложения двух однозначных чисел соединяются в одну таблицу, которая составляется следующим образом.

В первой строке пишутся числа от 0 до 9; во второй строке пишутся соответственно суммы, полученные от сложения чисел предыдущей строки с единицей; в третьей строке пишутся соответственно суммы, полученные от сложения чисел второй строки с единицей, и т. д. Чтобы найти по этой таблице сумму двух однозначных чисел, например 8 и 7, нужно взять столбец с цифрой 8 в первой строке и строку с цифрой 7 в первом столбце; на пересечении их стоит сумма чисел 8+7, т. е. 15.

Таблица сложения и вычитания

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

[1] Учащиеся могут предложить сначала отнять 2, а потом 10. Не отвергая этого, учитель ставит дополнительный вопрос: «А как иначе это можно сделать?» (Отнять сначала 10, а затем 2.)

Эту же таблицу можно использовать и при вычитании. Чтобы найти остаток чисел 12 и 5, следует вести по горизонтальной строке, начинающейся с числа 5, до 12, стоящего на этой же строке. Затем от этого числа 12 вести вверх до последнего числа верхней вертикальной строки, т. е. до 7. Искомое число и будет 7. В самом деле: 12 — 5=7.

Таблицу сложения и вычитания можно сначала и не заучивать, но при ее помощи полезно находить результат вычитания в пределе 20 и решать задачу, выраженную в косвенной форме.

Эту таблицу можно использовать и для усвоения состава числа.

§ 56. УВЕЛИЧЕНИЕ ЧИСЛА НА НЕСКОЛЬКО ЕДИНИЦ

В начале ознакомления со сложением берутся задачи на определение целого по нескольким его частям. В задачах ставится вопрос: сколько всего?..

После усвоения учащимися таблицы сложения и вычитания эти действия применяются в задачах на изменение величины числа: 1) выясняется математический смысл выражений: «больше на столько-то единиц»; «меньше на столько-то единиц»; 2) «увеличение на несколько единиц посредством сложения» и «уменьшение на несколько единиц посредством вычитания».

Урок на тему «Увеличение числа на несколько единиц» ведется примерно так.

Учитель откладывает на двух проволоках счетов равное количество косточек, например по 5 косточек.

Отвечая на вопросы учителя, ученики выясняют, что на обеих проволоках отложено косточек поровну, или на нижней столько же, сколько на верхней. В случае затруднений в формулировках можно предложить вопросы вроде следующего: «У девочки 3 яблока, у мальчика столько же, сколько у девочки. Сколько яблок у мальчика?»

Учитель прибавляет к 5 косточкам верхней проволоки 3 косточки. Ученики отмечают, что теперь на обеих проволоках не поровну, на верхней больше, там три лишние косточки. Учитель сообщает термин: «на 3 косточки больше». Ученики в одиночку и хором заучивают: «на верхней проволоке на 3 косточки больше». Число косточек на верхней проволоке узнали, сложив 5 с 3.

Дается еще пример: отложив по 6 косточек, на верхней проволоке прибавляют 2 косточки, слова «2 лишние косточки» заменяются термином «на две косточки больше». Ученики отвечают, что число косточек на верхней проволоке узнают посредством сложения 6 с 2.

Термин «на несколько единиц больше» применяется на примерах, решаемых учениками на своем материале.

Учитель рисует на доске в одном ряду 4 кружочка, а во втором ряду — на 3 кружочка больше. Ученики чертят их в тетрадях и объясняют, каким действием узнают второе число.

Проделывают подобные примеры на наглядных пособиях, например на кубиках, потом решают задачи, в которых сначала дается термин «на столько-то больше», а потом вводятся выражения: «дороже», «шире», «длиннее», «выше» и т. п. В задачах сравнивается данное число с тем, которое получили, сделав его больше данного; вводится выражение: «увеличили на столько-то».

Решаются примеры: «Увеличить 8 на 2. Как это сделать?» Записывают: $8+2=10$.

Применяют усвоенное выражение к примерам: «Увеличить 7 на 3, 6 на 4» и т. д.

§ 57. УМЕНЬШЕНИЕ ЧИСЛА НА НЕСКОЛЬКО ЕДИНИЦ

Урок на эту тему проводится примерно так.

На двух проволоках счетов откладывают одинаковое количество косточек, например по 7 косточек. Учитель задает вопрос о количестве косточек. Ученики отвечают, что на обеих проволоках косточек поровну, или на нижней проволоке столько же, сколько на верхней.

С нижней проволоки сбрасывают 3 косточки, ученики заявляют, что на нижней проволоке не хватает 3 косточек. С помощью учителя переходят к выражению: «на 3 косточки меньше». Это выражение повторяют на наглядных пособиях, например: берут 5 кубиков и потом на 2 кубика меньше. Рассказывают, как это сделать: надо от 5 кубиков отнять 2 кубика, получится 3 кубика.

Подобные примеры проделывают на материале, имеющемся на руках учеников, например: чертят 6 кружочков, а во втором ряду — на 2 кружочка меньше. Объясняют, что для вычисления числа кружочков второго ряда надо от 6 отнять 2; чертят 8 кружочков и еще на 3 меньше, объясняют, что из 8 надо вычесть 3.

Дальше решаются задачи, в которые входят выражения: «на столько-то меньше, дешевле, короче, уже, скорее» и т. д. Например: «Одна гряда длиной 8 *м*, а другая на 2 *м* короче. Какой длины вторая гряда? Объясняют, что вместо «короче на 2 *м*» можно сказать «меньше на 2 *м*», а для решения задачи надо из 8 *м* вычесть 2 *м*. Решение записывается.

Из сравнения чисел 8 и 6 и других примеров делается вывод термина «уменьшить на столько-то единиц». Повторяют, что для уменьшения числа на несколько единиц, например на 2 единицы, надо вычесть из него 2 единицы, и т. п.

Решаются примеры на уменьшение числа на несколько единиц.

Кроме того, даются примеры и задачи на сопоставление понятий «увеличить на несколько единиц» и «уменьшить на несколько единиц».

§ 58. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

В концентре второго десятка дети впервые встречаются с умножением и делением.

Таблицу умножения можно изучать двумя способами:

1) по постоянному множимому: 2·2; 2·3; 2·4 и т. п.;

2) по постоянному множителю: 2·2; 3·2; 4·2 и т. п.

Преимущество первого способа перед вторым очевидно.

Но изучение таблицы умножения зависит и от того, в каком порядке составлены примеры и задачи в стабильном задачнике.

Различают два вида деления: 1) деление по содержанию и 2) деление на равные части.

Различие это яснее выступает на задачах. Возьмем такие задачи:

1) «Сколько нужно взять двухкопеечных монет, чтобы составить 20 коп.?»
2) «За 20 коп. купили 2 карандаша. Сколько заплатили за каждый карандаш?»

В первой задаче мы имеем деление по содержанию: монет нужно столько, сколько раз 2 коп. содержится в 20 коп.; здесь надо 20 разделить на 2

Во второй задаче приходится 20 коп. разделить на 2 равные части, т. е. здесь деление на равные части

Результат деления в обоих случаях выражается одним и тем же числом, но смысл деления, а главное — приемы нахождения результата, как увидим ниже, различны.

В последних программах по арифметике начальной школы предлагается в пределе 20 изучать деление по содержанию после деления на части.

Для связи нового с пройденным умножение и деление в пределе 20 начинают с группового счета: присчитывания и отсчитывания по 2, 3, 4, 5. Этот вид сложения (вычитания), являясь, с одной стороны, повторением пройденного материала, с другой — есть уже начало умножения (деления), исходный его момент.

Порядок присчитывания должен быть таков:

а) присчитывание парами: 2, 4, 6, ..., 20;

б) то же пятками: 5, 10, 15, 20;

в) то же тройками: 3, 6, 9, ..., 18;

г) то же четверками: 4, 8, 12, 16, 20.

Эти упражнения можно вести на палочках и кубиках или на монетах[1], а затем отвлеченно.

В качестве самостоятельной работы следует после прохождения каждой группы примеров предложить учащимся записать строчкой в возрастающем порядке проделанные упражнения, например: 5, 10, 15, 20.

После группового счета можно перейти к умножению.

При изучении умножения новым для детей будет термин «взять» и знак, его обозначающий (×).

Так как умножение на этой ступени по существу является сложением равных групп, то его можно проходить в порядке чисел натурального ряда, т. е.:

а) взять по 2;
б) взять по 3;
в) взять по 4;
г) взять по 5.

Умножение. Первый урок по изучению умножения можно провести по следующему плану:

I. Счет двойками (повторение).
II. Знакомство с выражением «взять» и знаком умножения.
III. Обратное упражнение: замена умножения сложением.
IV. Решение примеров и задач.

Рассмотрим пример построения урока.

«Повторим счет парами. Теперь решим такую задачу: «На сани кладут по 2 бревна. Сколько бревен привезут на 5 санях? Заменим бревна палочками, будем считать. Иди к столу и возьми из пучка столько палочек, сколько было бревен на первых санях. Сколько ты возьмешь?» (Две.) «Возьми, отложи в сторону и запиши на доске цифрой, сколько ты отложил палочек». (Ученик откладывает палочки и записывает.) «Теперь что надо сделать для решения задачи?» (Взять еще две палочки и прибавить к двум.) «Сделай и запиши». (Так проделывают до конца. В результате на доске получается такая запись: 2+2+2+2+2.) «Сосчитайте, сколько получается, если мы сложим эти пары». (10.) «Сколько же бревен привезли на 5 санях?» (10.) «Сосчитайте, сколько двоек пришлось нам записать и сколько крестиков. Теперь я покажу вам, как это делать короче. По скольку палочек мы брали каждый раз?» (По

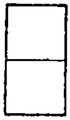
[1] Монеты заменяются кружками из картона с написанными на них цифрами.

две.) «Сколько раз мы взяли и повторили двойку?» (5 раз.) «Это короче записывается вот так: 2×5, и читается: «по 2 взять 5 раз». Повторите. Косой крестик здесь берется вместо какого слова?» («Взять».) «Сколько получится, если по 2 взять 5 раз?» (10.) «Запишем это». (Получается запись: 2×5=10.) [1]

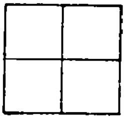
«Прочитайте всю строчку. А сколько бревен привезут на 4 санях?» (8.) «Как это сосчитать?» (По 2 взять 4 раза.) «Запишите». (2·4=8.) «А как записать это иначе?» (2+2+2+2=8.)

Решаются остальные примеры на умножение по 2, и все записанное приводится в систему.

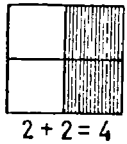
Вместо приведенного приема разработки этого вопроса можно применить графический прием. Он состоит в следующем. У детей должна быть тетрадь или листочек бумаги, разграфленный на клеточки (обычный тип ученических



Черт. 53



Черт. 54



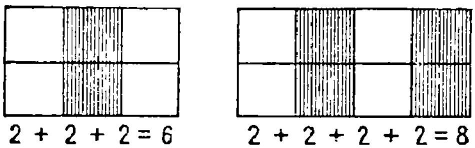
Черт. 55

тетрадей). Вся работа строится на активном участии детей в иллюстрации изучаемого. В качестве пособия для счета можно применить или палочки, или кубики арифметического ящика. Урок начинается не с задачи, а со счета кубиков или палочек, сопровождаемого зачерчиванием в тетради.

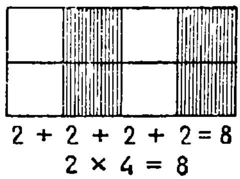
«Будем сегодня считать парами. Иди к столу, возьми два кубика и отложи их в сторону, а вы, дети, обведите одну под другой столько же клеточек в своих тетрадях. (У детей получается чертеж 53.) Возьми еще два кубика, прибавь их к отложенным и все запиши на доске; а вы, дети, рядом с обведенными 2 клеточками направо обведите столько, сколько стало кубиков. (Получается чертеж 54.)

Запишите это под полученными рисунками, чтобы легче было считать: вторую пару клеточек заштрихуйте». (Получается запись: 2+2=4.) (Черт. 55.)

Подобным же способом идет дальше прибавление по 2 кубика, зарисовка в тетради и записи (черт. 56 и 57).



Черт. 56



Черт. 57

В этом месте следует остановиться, чтобы перейти на сокращенную запись.

Под последним рисунком записаны 4 двойки, это можно записать по-другому.

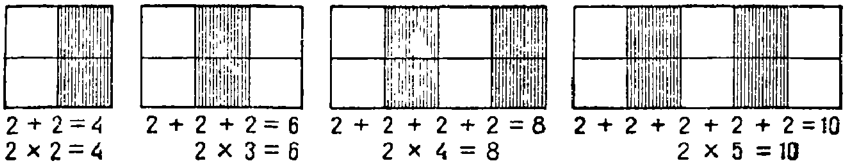
«По скольку клеточек мы брали?» (По 2.) «Сколько раз?» (4.) «Записываем это так: 2×4. Эта запись читается так: «по 2 взять 4 раза». Какое слово заменяет косой крестик?» (Слово «взять».) «Сколько получится?» (8.) «Запишем это под тем же чертежом. Сосчитайте, сколько цифр в первой

[1] Первый пример берется сложный для того, чтобы яснее было видно преимущество умножения.

строчке». (5.) «Сколько там крестиков?» (3.) «А во второй строчке сколько цифр?» (3.) «А сколько крестиков?» (1.) «Значит, какая запись короче?» (Вторая.) «Под остальными двумя рисунками также запишите с помощью косого крестика».

Подобным же способом изучаются остальные случаи умножения; в заключение все чертежи перерисовываются (вместе с записями) в возрастающем порядке.

Получается такая запись (черт. 58):



Черт. 58

Учащихся можно познакомить с названиями компонентов и результата умножения.

Число, которое умножают, называется множимым (множим — множимое). Число, на которое умножают, называется множителем (множат — множитель). Число, полученное в результате умножения, называется произведением.

Деление. Как было указано выше, сначала изучается деление на равные части.

Рассмотрим, как ведется работа по ознакомлению детей с делением.

Изучение деления на части можно построить так.

Учитель раздает учащимся полоски бумаги, прямоугольники, квадратики, круги и предлагает детям взять по квадратику и разделить на две равные части. Потом берут круг и также делят на 2 равные части. Наконец, решается задача.

«Из 4 листов бумаги сшили 2 тетради, на каждую тетрадь бумаги употребили поровну. Сколько листов бумаги пошло на одну тетрадь?»

«Повторите задачу. Сосчитайте, сколько здесь листов бумаги (учитель приносит 4 листа бумаги: целые листы можно заменить маленькими из старых тетрадей). Что надо сделать с этими 4 листами, чтобы узнать, сколько листов пошло на каждую тетрадь?» (Разделить.) «На сколько частей?» (На 2.) «Каковы эти части: равны или не равны?» (Равны.) «Значит, чтобы решить эту задачу, что надо сделать с 4 листами?» (Разделить их на 2 равные части.) «Как это сделать?»

Будут различные предложения. Если среди них не окажется приемлемых, учитель дает дополнительные вопросы.

«Сделаем это постепенно. Сколько нужно взять самое меньшее листов бумаги, чтобы разложить их поровну вот здесь, направо и налево?» (2.) «Возьми и сделай». (Ученик проделывает.) «Что дальше будешь делать?» (Возьму еще 2 листа и также разложу по одному направо и налево.) «Сосчитай, сколько листов оказалось направо? Сколько налево?» (По 2.) «Значит, если 4 листа разделить на 2 равные части, по скольку получится в каждой части?» (По 2 листа.) «Запишем это. Сколько брали мы листов для деления?» (4.) «Запишем. Что делали мы с 4?» (Делили.) «Вместо слова «разделить» пишут две точки, одну под другой, вот так: «4:». Как прочесть, что написано?» (4 разделить.) «На сколько равных частей мы делили 4?» (На 2.) «Запишем это: 4 : 2. Как прочесть это?» (4 разделить на 2 равные части.) «Сколько получилось?» (2.) «Запишем и это: 4 : 2 = 2. Теперь прочтем все». (Читают в одиночку и хором.) «Повторите, как 4 листа мы разделили на две равные части». (Учащиеся повторяют.) «Как говорят вместо «разделить на две равные части?» (Разделить пополам.)

Таким способом рассматриваются все случаи деления чисел первого десятка [1]. В результате должна получиться такая таблица:

$$2:2=1;\quad 4:2=2;\quad 6:2=3;\quad 8:2=4;\quad 10:2=5$$

При усвоении описанного приема можно в заключение урока познакомить учащихся с проверкой деления [2].

«Мы научились делить числа пополам, а теперь научимся узнавать, правильно ли сделано деление. Разделите, например, 8 пополам. Сколько получится?» (По 4.) «Как узнать, верно ли сделали деление?» (Надо к 4 прибавить 4, и получится 8.) «Для проверки деления вы к 4 прибавили 4, а что можно сделать вместо этого?» (По 4 взять 2 раза.) «Сколько получится?» (8.) «Верно сделано деление?» (Верно.)

Изучение деления чисел второго десятка надо начать с повторения приема деления, разобранного выше, а затем уже перейти к более быстрому способу нахождения частного.

Работу можно начать не с задачи, а с примера, так как со смыслом действия дети познакомились на делении чисел первого десятка, здесь же в центре внимания должно стоять усвоение приемов.

«Мы умеем делить пополам числа до 10, а сегодня будем делить числа, бо́льшие 10. Разделим, например, 16 пополам. Иди, отсчитай 16 кубиков и раздели их пополам. Как это сделать?» (Буду брать по 2 кубика и делить каждую пару пополам.) «Сколько получилось в каждой части?» (По 8.) «Значит, если 16 разделить пополам, сколько получится?» (По 8.) «Надо сделать это поскорее: ты брал по 2 кубика и делил пополам; возьми из 16 кубиков больше двух и раздели пополам». (Могут быть разные предложения; из них надо выбрать $10:2+6:2$. Возьмем сначала 10 и разделим пополам. Получится по 5; а затем остальные 6 разделить пополам, получится еще по 3, а всего будет 8.)

Необходимо применять разные приемы разложения делимого: это способствует развитию комбинаторных способностей учащихся и вносит большее разнообразие в работу. Здесь же надо познакомить детей с понятием «половина».

Как известно, результат деления можно найти, пользуясь таблицей умножения, например, чтобы разделить 18 на 3, достаточно сообразить, на сколько надо помножить 3, чтобы получить 18. Но на данной ступени обучения это трудно для детей, а потому ознакомление с этим приемом целесообразнее перенести в концентр первой сотни.

По окончании изучения деления пополам чисел второго десятка результаты этого деления добавляются в начатую таблицу деления в порядке постепенного их увеличения.

Остальные случаи деления, т. е. деления на 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 частей, в общем изучаются так же, как это указано выше. При делении на 4 части можно показать прием последовательного деления на 2 и на 2. Для иллюстрации этого приема можно использовать круг или полоску бумаги и показать процесс

[1] В качестве наглядных пособий можно и нужно применять разный дидактический материал: палочки, камешки, желуди и т. п.

[2] Из-за недостатка времени ознакомление с приемами проверки деления можно перенести на следующую ступень.

постепенного деления сначала на 2 равные части, а затем еще раз на 2 равные части; после этого данный прием нетрудно распространить и на деление чисел на 4 равные части.

Изучение деления по содержанию можно построить по следующему плану: I. Повторение отсчитывания по 2, по 3 и т. д. II. Разработка случаев деления до 20: деление по 2, по 3, по 4 и т. д. III. Решение задач.

Наглядными пособиями и здесь могут служить палочки, кубики арифметического ящика. Рассмотрим уроки на эту тему.

«Повторим отсчитывание по 2 от 10. Дальше возьмем 6 кубиков и станем от них отсчитывать по 2 кубика и ставить каждую пару отдельно. Сделайте это на ваших палочках. Сосчитайте, сколько пар получилось». (3.) «Мы отсчитывали по паре, или по-другому говорят: разделили по 2». Сколько получится, если 6 кубиков разделить по 2?» (3.) «Это записывают так: 6 : по 2=3. Читается так: «6 разделить по 2 будет 3». Разделите 8 по 2; как будете делать?» (Отсчитывать по 2.) «Сколько получится?» (4.) «Запишите это». (8 : по 2=4).

Так проделываются все примеры на деление по 2 в пределе 20 с записью каждого случая, а затем они приводятся в порядок, т. е. записываются по порядку, начиная с 4 : 2 до 20 : по 2.

Наряду с непосредственным делением на наглядных пособиях решаются задачи, например, такого вида: «Надо привезти 16 бревен. На каждые сани можно положить по 2 бревна. Сколько нужно для этого саней?»

При делении по 3 с успехом можно использовать спички, предложив, например, детям из 15 спичек сложить треугольники и сосчитать, сколько их получится; равным образом при делении по 4 дети складывают из тех же спичек квадратики (четырехугольники). Деление по содержанию изучается во II классе.

Для лучшего усвоения смысла деления полезно сопоставлять задачи на два вида деления с одинаковой тематикой. Например: «10 учащихся из звена цветоводов посадили 20 кустиков гвоздики, каждый поровну. Сколько кустиков посадил каждый?»

«20 кустиков гвоздики посадили учащиеся из звена цветоводов. Каждый посадил 2(4, 5, 10) кустика. Сколько учащихся сажали гвоздику?» Учащихся можно познакомить с названиями компонентов и результата деления. Число, которое делим, называется делимым. Число, на которое делим (делят), называется делителем. Число, полученное в результате деления, называется частным.

ГЛАВА XI

ПЕРВАЯ СОТНЯ

§ 59. ПРИЧИНЫ ВЫДЕЛЕНИЯ ПЕРВОЙ СОТНИ В ОСОБЫЙ КОНЦЕНТР

Выделение сотни в особый концентр вызывается следующими соображениями. Здесь учащиеся расширяют знания десятичной системы счисления, как устной, так и письменной, т. е. изучают групповой счет десятками, получают понятие о поместном значении цифр. Основная же цель выделения сотни — изучение таблиц умножения и деления, которые заканчиваются именно в концентре сотни. Что же касается сложения и вычитания, то здесь дети закрепляют полученные в концентре второго десятка знания, распространяя изученные приемы на любые двузначные числа.

В планировании материала этого концентра есть особенность, а именно: после нумерации двузначных чисел до 100 выделяются действия над круглыми десятками, а затем уже идут сложение и вычитание, умножение и деление полных двузначных чисел.

§ 60. НУМЕРАЦИЯ

Изучение устной нумерации в пределе 100 можно вести по такому плану:

I. Повторение устной нумерации в пределе 20.

II. Нумерация круглых десятков:

а) образование круглых десятков, их состав и названия; разъяснение значения слога «дцать»;

б) прямой и обратный счет круглыми десятками;

в) определение места каждого круглого числа в натуральном ряду круглых десятков.

III. Нумерация полных[1] двузначных чисел до 100:

а) образование двузначных чисел, их состав и название;

б) разложение двузначного числа на десятки и единицы;

в) прямой и обратный счет двузначных чисел;

г) определение места любого двузначного числа в натуральном ряду двузначных чисел[2].

§ 61. НАГЛЯДНЫЕ ПОСОБИЯ

В качестве наглядных пособий на этой ступени обучения применяются пучки палочек и отдельные палочки, бруски и кубики арифметического ящика, абак, монеты, метр с делениями на дециметры и сантиметры, и, наконец, здесь можно уже ввести классные счеты; последние особенно полезны при разъяснении приемов сложения и вычитания.

§ 62. УСТНАЯ НУМЕРАЦИЯ КРУГЛЫХ ДЕСЯТКОВ

Образование круглых десятков можно рассмотреть последовательно от 10 до 100.

Разберем один из уроков по изучению устной нумерации круглых десятков.

Учитель говорит: «Возьмите по одному пучку палочек. Сколько тут палочек?» (10.) «А как по-другому сказать?» (1 десяток.) «Прибавьте к этому пучку еще один пучок. Сколько получилось у вас десятков?» (2 десятка.) «Как по-другому назвать «два десятка»?» (Двадцать.) «Запишем одно под другим слова «два десятка» и «двадцать», вот так:

$$\left\{\begin{array}{l}\text{два десятка}\\ \text{два дцать}\end{array}\right.$$

[1] Под термином «полное число» здесь и в дальнейшем будем разуметь такое целое число, в котором нет нулей.

[2] Здесь можно разъяснить термины «двузначное» и «однозначное» число.

Сравните эти записи и скажите, что в них одинакового и чем они разнятся?» (Слова «два» одинаковы, а дальше разные слова.) «Какое слово заменяет «дцать»? (Слово «десяток».) «Прибавьте к двум десяткам еще один десяток и скажите, какое число получится?» (Тридцать.) «Как это по-другому сказать?» (3 десятка.) «Возьмите 4 пучка и скажите, как называется это число?» (Сорок.) «Значит, в сорока сколько десятков?» (4.) (Так же разбирают числа 50, 60, 70, 80.) «Прибавьте к 8 десяткам один и скажите, сколько десятков получится». (9.) «Как называется это число?» (Девяносто.) «Слово «девяносто» сколько десятков обозначает?» (9.) «А как называются 10 десятков?» (Сто.) «Значит, число 100 составляется из скольких десятков?» (Из 10.)

От счета на пучках можно перейти к счету денег: 10 коп., 20 коп., 30 коп., при этом отмечается, что для 10 коп., 20 коп. имеются отдельные монеты. Равным образом можно провести счет дециметров на метре. «Припомните, что считают десятками». (Яйца, яблоки, снопы...)

Вслед за этим идет прямой и обратный счет десятками до 100. Этот счет следует сначала проводить на наглядных пособиях (пучки палочек, бруски арифметического ящика, дециметры на метре), а затем отвлеченно.

Прямой и обратный счет десятками следует начинать не только с 10 или со 100, но и с любого числа круглых десятков.

Прямой и обратный счет ведется сначала одним учеником, а затем можно практиковать и другие приемы. Например, вызванный ученик считает десятками, учитель прерывает его и предлагает продолжать счет другому ученику. Этот прием вносит оживление в работу, а вместе с тем заставляет всех быть внимательнее, так как каждый ученик должен в любой момент быть готовым продолжать счет. На этой ступени еще можно применять и хоровые ответы.

Следующее, завершающее упражнение в устной нумерации круглых десятков — определение места каждого десятка в натуральном ряду круглых десятков. Задача этих упражнений — научить учащихся отвечать на такие вопросы: «Какое число десятков стоит вслед за 40, 70,...?», «Какое число десятков стоит перед 50, 80, ...?», «Между какими десятками стоит 30, 60, ...?» и др. Ответы на эти вопросы обнаружат степень сознательности усвоения устной нумерации круглых десятков.

§ 63. УСТНАЯ НУМЕРАЦИЯ ДВУЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

Приступая к изучению устной нумерации двузначных чисел, прежде всего необходимо проверить, понимают ли учащиеся состав этих чисел, имеются ли у них конкретные представления об их составе. Для этого сначала повторяется прямой и обратный счет до 20. Этим новый материал будет связан с пройденным; при этом учитель предлагает детям на нескольких примерах объяснить состав чисел второго десятка, а также значение слова «дцать».

После этого можно перейти к изучению чисел от 20 до 30, а затем и дальше, до 100. По предложению учителя учащиеся проводят прямой и обратный счет от 20 до 30 сначала на наглядных пособиях, а затем отвлеченно; для проверки дается упражнение противоположного характера; учитель называет какое-либо число третьего десятка, а учащиеся показывают его на наглядных пособиях и объясняют состав.

После этого уже можно перейти к прямому и обратному счету до 100.

Прямой и обратный счет до 100. Наибольшую трудность и интерес представляет счет при переходе через десяток, а потому на этих моментах и следует особо остановить внимание детей. Сначала следует провести один-два раза сплошной счет от 1 до 100, т. е. так: 1, 2, 3, 4... и так до 100, а затем нужно вести его с перерывами. Счет сначала ведется на дидактическом материале, например на палочках, кубиках, а затем отвлеченно.

Пример. Пусть учащийся считает: 20, 21, 22,... Учитель прерывает его и говорит: «Подожди. Двадцать восемь. Считай дальше». (Ученик считает.) После 31, 32,... учитель снова прерывает его, говоря: «Тридцать семь. Считай дальше». При обратном счете перерывы делаются так. Учащийся считает: 99, 98, 97,... Учитель прерывает его и говорит: «Девяносто три. Считай дальше назад».

Типичной ошибкой при прямом счете бывает употребление таких «числительных», как «двадцать десять», «сорок десять»; при обратном счете дети останавливаются после, например, 81, 80, затрудняясь назвать следующее число, на единицу меньшее.

В этих случаях нужно прибегать к помощи наглядных пособий, например использовать те же пучки палочек.

Пример. Ученик считает и говорит: «Тридцать девять, тридцать десять,...» Учитель останавливает его и предлагает набрать это число из пучков и палочек. Получается 3 связанных пучка и, кроме того, 10 отдельных палочек.

«Что образуют 10 отдельных палочек сверх 30?» (Один десяток.) «Значит, какое число получится?» (4 десятка.) «Какое же число следует за 39?» (40.)

Подобным же образом учитель оказывает помощь детям в случае затруднения при переходе через десяток при обратном счете.

Изучение устной нумерации двузначных чисел можно провести по такому плану:

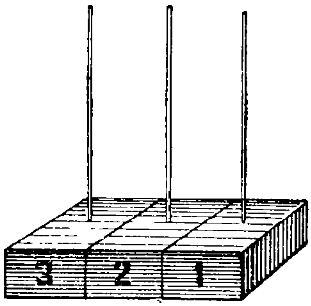
1. Образование чисел от 20 до 100 на наглядных пособиях и чтение полученных чисел с последующим указанием в них количества отдельных десятков и единиц: сначала от 20 до 30, а затем от 30 до 100.
2. Разложение данного двузначного числа на десятки и единицы без наглядных пособий.
3. Образование двузначного числа из данных десятков и единиц (сначала с иллюстрацией наглядных пособий, а затем без наглядных пособий).
4. Прямой и обратный счет до 100.

§ 64. ПИСЬМЕННАЯ НУМЕРАЦИЯ

В концентре первой сотни при изучении письменной нумерации следует познакомить учащихся с поместным значением цифр.

Чтобы дети поняли этот основной принцип письменной нумерации, необходимо обратить особое внимание на наглядность.

Выбор наглядных пособий зависит от того методического приема, который будет применен при рассмотрении данного вопроса. Из существующих для этой цели пособий можно остановиться на следующих. Для демонстрирования перед классом употребляется прибор, изображенный на чертеже 59. Он представляет собой часть классных счетов (в данном случае достаточно взять лишь три проволоки). На руках детей должен быть абак, картонные кружочки в количестве примерно 20 у каждого и таблица разрядов.



Черт. 59

Работу можно провести по такому плану:

I. Объяснение поместного значения шариков: а) счет надеваемых на первую проволоку шариков; б) замена 10 шариков этой проволоки одним шариком на второй; в) счет шариков на второй проволоке и замена 10 шариков одним на третьей проволоке.

II. Нумерация круглых десятков: а) чтение чисел, откладываемых учителем и детьми на второй проволоке; б) откладывание этих чисел детьми на абаке; в) чтение круглых десятков, написанных учителем на классной доске сначала под прибором, а затем без него (выяснение значения нуля); г) письмо круглых десятков под диктовку учителя и учащихся.

III. Нумерация полных двузначных чисел: а) откладывание полных двузначных чисел на приборе учителем и чтение их детьми; б) откладывание этих чисел учащимися на абаке под диктовку учителя; в) чтение двузначных чисел, написанных учителем на классной доске сначала под прибором, а затем без него; г) письмо двузначных чисел учащимися на классной доске под диктовку учителя и учеников.

«Сегодня мы будем читать и писать двузначные числа до 100. На столе у меня шарики классных счетов, будем их надевать на проволоки вот этого прибора (черт. 59), начиная справа, и считать». (Вызванный ученик надевает и считает.) «Сколько же шариков поместилось на первой проволоке справа?» (10.) «Чтобы можно было продолжать счет косточек на этой же проволоке, поступим так: снимем эти косточки, а чтобы не забыть об этом первом десятке, наденем один шарик на следующую, вторую проволоку». (Ученик выполняет.) «Что же означает один шарик на второй проволоке?» (Один десяток.) «Будем продолжать счет шариков. Надевай остальные шарики на первую же проволоку справа и считай. Что можно сделать с вновь надетыми 10 шариками на этой проволоке?» (Заменить их одним шариком на второй.) «Что будет означать этот второй шарик?» (Тоже десяток.) «Значит, на второй проволоке каждый шарик что означает?» (Один десяток.) «Теперь будем надевать шарики на вторую проволоку и считать, помня, что это десятки». (Ученик считает: «один десяток, два десятка, три десятка» и т. д., до 10 десятков.) «Чем можно заменить 10 шариков второй проволоки?» (Одним шариком на третьей.) «Что образуют 10 десятков?» (Одну сотню.) «Значит, каждый шарик на третьей проволоке что обозначает?» (Одну сотню.) «Мы считали на второй проволоке так: один десяток, два десятка и т. д. Как можно по-другому считать эти числа?» (Десять, двадцать, тридцать,...) «Повторим, что же мы будем откладывать на третьей проволоке справа?» (Сотни.) «На второй?» (Десятки.) «На первой?» (Простые единицы.) «Дальше мы не будем говорить: первая проволока с п р а в а, вторая проволока с п р а в а, третья проволока с п р а в а, а просто первая, вторая, третья проволока. Теперь будем откладывать и считать числа на одной второй проволоке».

Учитель откладывает круглые десятки на приборе, учащиеся читают; можно затем вызвать ученика к прибору, он откладывает числа, и учитель вызывает для их чтения остальных учащихся.

«Возьмите абаки и кружочки. Я буду называть числа, а вы их отложите на своем абаке».

Учитель диктует, дети откладывают, а учитель проверяет, обходя класс. Здесь можно привлечь к диктовке круглых десятков самих учеников, что обычно весьма интересует детей и оживляет работу. Дальше идет чтение написанных чисел, а затем и письмо их. Учитель надевает на вторую проволоку, например, 3 шарика.

«Иди, запиши под прибором, сколько шариков я отложил». (Ученик пишет цифру 3.) «Какое число у нас отложено и записано?» (30.) «Почему?» (Потому что цифра 3 записана под второй проволокой.) «Прочтите теперь числа, которые я напишу». (Учитель откладывает числа и записывает их, а дети читают.)

Написав далее, например, 5 под второй проволокой и выяснив значение этой цифры, учитель убирает прибор.

«Какое число теперь стала обозначать цифра 5?» (Простые единицы.) «Что надо сделать, чтобы эта цифра обозначала число 50?» (Приписать к ней справа нуль). Ученики добавляют нуль. «Почему же теперь цифра 5 стала обозначать число 50?» (Потому что она оказалась на втором месте.) Учитель ставит прибор над написанным числом. «Сколько у нас в написанном числе десятков?» (5.) «Сколько единиц?» (Их нет.) «Что мы написали под первой проволокой?» (Нуль.) «Значит, нуль для чего стоит?» (Чтобы показать, что в этом числе нет простых единиц.)

Дальше дети пишут круглые десятки под диктовку сначала учителя, а затем самих учащихся. При письме чисел следует требовать объяснения, почему они так, а не иначе читают написанное число.

Нумерация полных двузначных чисел в основном изучается также с применением описанного прибора.

В результате изучения нумерации двузначных чисел учащиеся должны усвоить и запомнить, что на первом месте справа пишутся единицы, а на втором — десятки. В заключение следует написать и прочитать число 100 (под прибором, а затем и без него).

§ 65. ОЗНАКОМЛЕНИЕ С РУССКИМИ СЧЕТАМИ [1]

Счеты являются у нас наиболее распространенным счетным прибором, а потому школа должна научить детей пользоваться

[1] За недостатком времени ознакомление со счетами можно перенести в концентр тысячи.

ими. Это ознакомление можно приурочить к моменту изучения чисел в пределе 100.

При изучении нумерации двузначных чисел применялись две вертикальные проволоки классных счетов. Значит, с поместным значением косточек и с процессом замены 10 косточек одной проволоки одной косточкой на соседней проволоке слева дети знакомы. Этим и следует воспользоваться для перехода к русским счетам. После ряда упражнений в чтении и откладывании двузначных чисел на двух вертикальных проволоках учитель ставит этот прибор так, чтобы проволоки были расположены горизонтально, и проводит примерно такую беседу.

«Что мы откладывали на этом приборе на первой проволоке справа?» (Единицы.) «А на второй?» (Десятки.) «Я повернул наш прибор, где теперь оказались десятки?» (На второй проволоке снизу.) «А единицы?» (На первой проволоке снизу.) «Укажите две нижние проволоки вот на этих счетах. Эти счеты называются русскими счетами. На какой же проволоке мы будем откладывать десятки?» (На второй снизу.) «А единицы?» (На первой.)

После этого проводятся упражнения в чтении чисел, отложенных учителем на счетах, и откладывание чисел под диктовку учителя и учеников.

Желательно, чтобы в школе был набор ручных русских счетов не менее как по одному экземпляру на каждых двух учеников; счеты могут принести дети на урок из дому.

§ 66. ДЕЙСТВИЯ С КРУГЛЫМИ ДЕСЯТКАМИ

После изучения нумерации двузначных чисел переходят к действиям над круглыми десятками.

При изучении этого раздела следует держаться такого плана.

I. Сложение и вычитание однозначных чисел (повторение).

II. Сложение и вычитание круглых десятков: а) разбор задачи; б) изучение на наглядном пособии; в) сравнение со сложением и вычитанием чисел до 10; г) задачи и упражнения.

Рассмотрим конкретные примеры сложения и вычитания.

«Сегодня будем складывать и вычитать круглые десятки, но сначала повторим сложение простых единиц. Скажите, сколько будет 4+2; 6+3; 9+1. Теперь слушайте задачу: «Для столовой куплено сначала 30 яиц, а затем 40. Сколько всего куплено яиц?» (Задача повторяется.) «Что требуется узнать в этой задаче?» (Сколько всего куплено яиц.) «Как это узнать?» (Надо сложить 30 и 40.) «Проделаем это сложение на пучках палочек. Сколько надо взять пучков, чтобы получить число 30?» (3.) «А чтобы получить число 40?» (4.) «Сложите их, сколько пучков получите?» (7 пучков.) «Сколько это десятков?» (7.) «Как это иначе назвать?» (Семьдесят.) «Значит, 30 да 40, сколько будет?» (70.) «Запишите это на доске».

$$\left\{\begin{array}{l} 30+40=70 \\ 3\text{ дес.}+4\text{ дес.}=7\text{ дес.} \end{array}\right\}$$

«Теперь решим другую задачу: «Из купленных столовой 70 яиц израсходовали 20. Сколько яиц осталось?»

«Что требуется узнать в этой задаче?» (Сколько яиц осталось в столовой.) «Как это узнать?» (Надо от 70 отнять 20.) «Сделаем это на пучках палочек. Сколько надо взять пучков?» (7.) «Сколько отнимете от 7 пучков?» (2.) «Почему?» (Потому что израсходовали 20.) «Сколько пучков осталось?» (5.) «Сколько же яиц осталось в столовой?» (50.) «Почему?» (Потому что в 5 пучках 50 палочек.) «Запишем это».

$$\left\{\begin{array}{l}70-20=50\\ 7\text{ дес.}-2\text{ дес.}=5\text{ дес.}\end{array}\right\}$$

Проделывается далее еще несколько примеров (не на задачах) на сложение и вычитание круглых десятков с записью, например:

$$\left\{\begin{array}{ll}50+30=80 & 90-40=50\\ 5\text{ дес.}+3\text{ дес.}=8\text{ дес.} & 9\text{ дес.}-4\text{ дес.}=5\text{ дес.}\end{array}\right\}$$

Для проверки качества усвоения этого материала можно поступить так. Учитель дает пример: «К 50 прибавить 30. Сосчитайте, сколько получится». (80.) «Почему?» Если дети сумеют объяснить, что здесь имеем сложение 5 дес. и 3 дес. и получится 8 дес., или 80, это показатель хорошего усвоения.

III. Умножение круглых десятков. В умножении круглых десятков различаются два случая:

1) умножение числа 10 и круглых десятков на однозначное число ($10\cdot4$; $20\cdot2$; $30\cdot3$; $40\cdot2$ и т. д.);

2) умножение однозначных чисел на круглые десятки ($4\cdot10$; $3\cdot20$ и т. д.).

Сложение и вычитание круглых десятков, как указано выше, свелось к сложению и вычитанию однозначных чисел; так же следует подходить и к умножению круглых десятков.

Первый случай умножения изучается по такому плану:

1) умножение числа 10 на однозначное число ($10\cdot2$; $10\cdot3$; $10\cdot4$ и т. д.);

2) умножение круглых десятков на однозначное число ($30\cdot3$; $40\cdot2$ и т. д.);

Умножение числа 10 на однозначные числа в сущности есть повторение нумерации круглых десятков. Умножение круглых десятков на однозначное число надо разъяснить путем сопоставления данного случая с соответствующим случаем умножения двух однозначных чисел. Например, умножение $30\cdot3$ сводится к умножению трех десятков на 3.

Второй случай умножения ($3\cdot30$; $2\cdot40$ и т. д.) сводится к использованию переместительного свойства умножения, т. е. к повторению уже рассмотренных случаев умножения круглых десятков.

IV. Деление круглых десятков. Здесь рассматриваются три случая (в I классе рассматривается первый случай):

1) деление круглых десятков на однозначное число ($80:4$; $60:3$ и т. д.); 2) деление круглых десятков на число 10 ($60:10$; $90:10$ и т. д.); 3) деление круглых десятков на круглые десятки ($90:30$; $80:20$ и т. д.).

Первый случай деления есть деление на равные части и сводится к делению двух однозначных чисел; например, $80:4$ сводится к известному для учащихся случаю деления 8 (десятков) на 4 равные части.

Второй случай деления (80 : 10; 60 : 10 и т. д.) является повторением нумерации: учащиеся, зная, что, например, число 8 состоит из 8 десятков, без труда сообразят, сколько раз в 80 содержится число 10.

Последний случай деления (80 : 20; 90 : 30) является делением по содержанию и сводится к делению двух однозначных чисел: 80 : 20 = 8 дес.: 2 дес., т. е. к определению, сколько раз в 8 (десятках) содержатся 2 (десятка).

Названные выше наглядные пособия помогут разъяснить учащимся все встречающиеся затруднения. При изучении деления можно в качестве наглядного пособия применять также и монеты (80 коп. : 20 коп.; 80 коп. : 4), облекая примеры в форму жизненных задач. Например: «Сколько книг можно купить на 80 коп., если каждая стоит 20 коп.?» Или: «На 80 коп. купили 4 общие тетради. Сколько заплатили за каждую?» и т. п.

§ 67. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ В ПРЕДЕЛЕ 100

Изучение сложения и вычитания чисел второго десятка и круглых десятков дало учащимся знание основных приемов выполнения этих двух действий: в пределе сотни дети распространяют их на всевозможные двузначные числа и тем самым повторяют этот материал.

При изучении сложения и вычитания в концентре первого десятка главное внимание обращалось на усвоение результатов: в концентре же сотни внимание детей следует сосредоточить на усвоении приемов выполнения этих действий, так как эти приемы применяются и на всех следующих ступенях изучения арифметики.

В пределе 100 различаются следующие случаи сложения и вычитания:

I. Сложение двузначного числа с однозначным и вычитание из двузначного числа однозначного.

А. Без перехода через десяток.

1. Сложение круглых десятков с единицами: 30+8.

2. Вычитание из двузначного числа его единиц: 38—8.

3. Сложение двузначного числа с однозначным: 36+3; 54+4; 62+7.

$$62+7=(60+2)+7=60+2+7=60+(2+7)=60+9=69.$$

4. Вычитание из двузначного числа однозначного, когда вычитаемое меньше единиц уменьшаемого: 67—3; 58—4; 49—6.

$$49-6=(40+9)-6=40+9-6=40+(9-6)=40+3=43.$$

5. Сложение двузначного числа с однозначным, когда от сложения единиц получается десяток: 37+3; 45+5; 52+8.

6. Вычитание однозначного числа из круглых десятков: 40—2; 50—5; 60—7.

Б. С переходом через десяток.

1. Сложение двузначного числа с однозначным: 48+4; 56+6; 65+8.

2. Вычитание из двузначного числа однозначного: 65—6; 74—7; 52—8.

II. Сложение однозначного числа с двузначным и вычитание двузначных чисел с однозначным числом в остатке.

А. Без перехода через десяток.

1. Сложение единиц с круглыми десятками: 7+50.

2. Вычитание из двузначного числа круглых десятков с однозначным остатком: 78—70.

3. Сложение однозначного числа с двузначным, когда сумма единиц слагаемых меньше десятка: 7+32; 4+54; 3+76.

4. Вычитание полного двузначного числа из полного двузначного, когда число единиц вычитаемого меньше числа единиц уменьшаемого и остаток меньше десятка: 59—52; 68—64; 98—96.

5. Сложение круглых десятков с полным двузначным числом 50+23; 40+47; 30+68.

$$30+68=30+(60+8)=30+60+8=(30+60)+8=90+8=98.$$

6. Вычитание полного двузначного числа из полного двузначного, когда в остатке получаются круглые десятки: 76—26; 85—45; 97—67.

7. Сложение однозначного числа с двузначным, когда от сложения единиц получается десяток: 7+43; 5+65; 2+78.

8. Вычитание из круглых десятков полного двузначного числа, когда остаток меньше десятка: 40—33; 70—65; 90—87.

Б. С переходом через десяток.

1. Сложение однозначного числа с двузначным числом, когда сумма единиц слагаемых больше десятка: 8+43; 6+56; 5+78.

2. Вычитание двузначного числа из двузначного, когда в уменьшаемом отдельных единиц меньше, чем в вычитаемом, и в остатке получается однозначное число: 42—34; 64—57; 83—78.

III. Сложение и вычитание двузначных чисел.

А. Без перехода через десяток.

1. Сложение двузначного числа с круглыми десятками: 32+20.

2. Вычитание круглых десятков из двузначного числа: 48—40, 48—20.

3. Сложение полного двузначного числа с полным двузначным, когда сумма отдельных единиц слагаемых меньше десяти: 46+32; 54+24; 62+37.

4. Вычитание полного двузначного числа из полного двузначного, когда число отдельных единиц вычитаемого меньше числа единиц уменьшаемого: 89—32; 68—54; 98—36.

5. Сложение двузначных чисел, единицы которых в сумме дают десяток: 47+23; 45+25; 32+28.

6. Вычитание из круглых десятков двузначного числа: 60—23; 50—35; 70—58.

$$70-58=70-(50+8)=70-50-8=(70-50)-8=20-8=12.$$

Б. С переходом через десяток.

1. Сложение полного двузначного числа с полным двузначным: 58+23; 56+26; 45+38.

При вычитании необходимо показать один основной прием: от всего уменьшаемого отнимать поразрядно вычитаемое, например: 68—35=68—30—5=38—5=33. Правда, здесь можно применить поразрядное вычитание: 68—35=(60—30)+ +(8—5)=30+3=33; но если при вычитании число единиц вычитаемого больше числа единиц уменьшаемого, то указанный прием лучше заменить первым. В самом деле, 82—35=(80—30)+ +(2—5). Пришлось бы «занимать» один десяток, применение же первого приема никаких затруднений для детей не представит: 82—35=82—(30+5); 82—30=52; 52—5=47; 82—35=47.

Указанные приемы сложения и вычитания основаны на свойстве десятичной системы счисления и законах сложения и вычитания (переместительном и сочетательном).

Поразрядное сложение и вычитание являются хорошей подготовкой к письменному сложению и вычитанию на следующей ступени.

Наглядными пособиями здесь могут быть: пучки палочек, отдельные палочки или же торговые счеты. Целесообразнее использовать оба эти пособия: первое дает возможность наблюдать процесс образования суммы или разности, а второе (счеты) помогает запомнить самый прием выполнения действия.

Большую трудность представляют следующие случаи сложения и вычитания:

1) сложение двузначного числа с однозначным или двузначным, когда сумма единиц слагаемых больше 10;

2) вычитание из двузначного числа однозначного или двузначного, когда единицы вычитаемого больше единиц уменьшаемого.

Разберем эти случаи на примерах уроков.

Урок на сложение **двузначного числа с однозначным, когда единицы дают число, большее 10.**

План. I. Повторение: а) сложение однозначных чисел, дающих в сумме 10 (дополнение до 10); б) сложение 10 с однозначным числом; в) сложение двух однозначных чисел, дающих в сумме число, большее 10. II. Сложение двузначного числа с однозначным, когда единицы слагаемых дают число, большее 10. III. Упражнения.

Наглядные пособия: пучки палочек, прямоугольные параллелепипеды, кубики арифметического ящика и русские счеты.

«Сегодня мы разберем новый случай сложения, но сначала повторим из пройденного. Сколько получится, если мы сложим 8 да 2, 6 да 4, 7 да 3?» (10.) «Во всех этих случаях говорят, что второе число дополняет первое до 10. Дополните до 10 следующие числа: 5, 8, 9; для этого решите следующие примеры: $5+x=10$; $8+x=10$; $2+x=10$; $3+x=10$». «Какое же число дополняет 8 до 10?» (2.) «А 4 до 10?» (6.) «Теперь скажите, сколько получится, если к 10 прибавить 4?» (14.) «10+8?» (18.) «10+6?» (16.) «Дальше вспомним такой случай сложения: к 8 прибавим 5. Сделаем это на счетах. Отложите 8. Прибавьте 5. Как прибавить 5?» (Сначала прибавим 2, а потом к 10 прибавим остающиеся 3 единицы.) «Сколько же получилось?» (13.)

«Решим такой пример: 38 + 6. Что надо сделать для решения этого примера?» (Сложить 38 и 6.) «Составьте число 38 из палочек. Что вы возьмете?» (3 пучка и 8 палочек.) «Теперь возьмите еще 6 палочек и прибавьте к 38. Сосчитайте, сколько получилось?» (44.) «Проделаем это на счетах. Отложите число 38. Сколько надо сюда прибавить?» (6.) «На какой проволоке будете прибавлять?» (На нижней.) «Можно на ней прибавить все число 6?» (Нет.) «А сколько можно прибавить?» (2 косточки.) «Сколько окажется на нижней проволоке косточек?» (10.) «Что с ними надо сделать?» (Заменить одной косточкой на второй проволоке.) «Сколько там получится?» (40.) «Как называются такие числа, как 40, 60, 80?» (Круглыми.) «Что остается сделать?» (К 40 прибавить остающиеся 4.) «Сколько всего получилось?» (44[1]). «Повторите, как прибавили мы 6 к 38».

Так же разбирается еще ряд примеров. Далее идет решение задачи примеров на применение изученного.

Урок на вычитание однозначного числа из двузначного, когда единицы вычитаемого больше единиц уменьшаемого.

План. I. Разбор задачи II. Объяснение нового материала на палочках, счетах и отвлеченно. III. Решение ряда подобных примеров. IV. Упражнения.

Наглядные пособия те же, что и на предыдущем уроке.

«Решим задачу: «Собрали 42 *кг* огурцов, из них 8 *кг* засолили. Сколько килограммов огурцов осталось?»

Что надо сделать, чтобы решить эту задачу?» (Надо из 42 вычесть 8.) «Сделаем это вычитание на палочках. Возьмите число 42 на палочках. Сколько вы возьмете пучков и отдельных палочек?» (4 пучка и 2 палочки.) «Сколько надо отнять?» (8.) «Можно сразу отнять 8?» (Нет.) «А сколько можно отнять?» (6.) «Сколько в этом пучке останется?» (4 палочки.) «Что с ними надо сделать?» (Прибавить к 3 пучкам.) «Сколько получится?» (34.) «Повторите, как мы 8 отняли от 42. Проделаем это же на счетах. Отложите на счетах 42. На какой проволоке у нас единицы?» (На нижней.) «Нам надо отнять 8. Можно это сделать на нижней проволоке?» (Нет.) «Почему?» (Потому что на нижней проволоке отложено только 2 единицы.) «Сколько же можно сначала отнять?» (2 единицы.) «Сколько останется?» (40.) «Сколько останется отнять?» (6 единиц.) «Из какого числа отнимем 6?» (Из 40.) «Сколько останется?» (34.) «Вспомните задачу и скажите, сколько килограммов огурцов осталось?» (34.) «Повторите, как решили ее».

После наглядного разъяснения приема для этого случая вычитания решается несколько отвлеченных примеров: 64—7; 32—6 и т. п.

Дальше следуют задачи и примеры для закрепления изученного. В целях лучшего усвоения рассмотренных случаев сложения и вычитания полезно давать для упражнения примеры в такой последовательности:

$38+5=43$	$64+8=72$	$86+8=94$	$75+9=84$
$43-5=38$	$72-8=64$	$94-8=86$	$84-9=75$

[1] Если счеты будут введены на следующей ступени, то разъяснение приема сложения ведется на палочках.

Урок на сложение двузначных чисел, когда единицы слагаемых дают число, большее 10.

План. I. Повторение: а) сложение круглых десятков; б) сложение однозначных чисел, дающих в сумме число, большее 10. II. Сложение двух двузначных чисел (тема урока).

Наглядные пособия те же, что и на предыдущих уроках.

«До сих пор мы складывали двузначные числа с однозначными; сегодня узнаем, как складывать два двузначных числа. Но сначала вспомним, как сложить, например, 50 и 40». (Надо к 5 десяткам прибавить 4 десятка, получится 9 десятков, или 90.) «Сложите 8 и 5. Как это сделаете?» (Сначала к 8 прибавим 2, получится 10, а затем к 10 прибавим 3, получится 13.) «Теперь разберем новый случай: надо к 56 прибавить 38. Запишем на доске: 56+38=. Сделаем это на палочках. Наберите сначала число 56. Сколько получится целых пучков и сколько палочек?» (5 пучков и 6 палочек.) «Наберите 38. Что получится?» (3 пучка и 8 палочек.) «Как же будете теперь складывать 56 и 38?» (Сложим сначала 50 и 30, получится 80.) «А дальше?» (Сложим 6 и 8, получится 14.) «Что остается сделать?» [1] (Сложить 80 и 14, получится 94.) «Так скажите, что с чем сложили сначала и что с чем потом в числах 56 и 38?» (Сначала десятки с десятками, а затем единицы с единицами, после этого еще раз сложили то, что получилось.)

Рассмотренный прием применяется к ряду сходных примеров, причем каждый раз учащиеся должны давать подробное объяснение выполняемого вычисления. И в этом случае вслед за наглядным разъяснением приема сложения идут упражнения на задачах и отвлеченных примерах.

Кроме указанных случаев сложения, имеются обратные, т. е. прибавление к однозначному числу двузначного: 5+28; 8+36 и т. п. Эти случаи надо изучать двумя способами: а) распространить на этот случай общий прием поразрядного сложения, т. е., чтобы сложить, например, 3 и 28, надо 3 прибавить к 8, а полученное число (11) прибавить к 20; б) но, кроме этого приема, здесь нужно применить прием перестановки слагаемых, основанный на переместительном свойстве суммы. Этим достигаем двух целей: а) знакомим с новым приемом сложения и б) вводим в доступной детям форме теоретический материал.

Работу можно построить так: «Нужно сложить 5 + 48.

Как вы сложите 5 и 48?» (Надо сначала 5 прибавить к 8, а затем полученное число (13) прибавить к 40, получится 53.) «Сделаем это по-другому, но сначала разберем такие примеры: 12 + 3 и 3 + 12; сосчитайте, сколько получится, и запишите против каждого». (Получится по 15.) «Чем разнятся эти примеры?» (В них переставлены числа.) «Значит, если при сложении двух чисел мы их переставим, изменится ли от этого получаемое от сложения число?» (Нет.) Проверьте это на таких примерах: 4 + 15; 3 + 9; 7 + 18; 15 + 4; 9 + 3; 18 + 7 и т. п. А теперь возвратимся к нашему примеру (5 + 48). «Что можно сделать до сложения с числами 5 и 48?» (Переставить.) «Сделайте, сложите и скажите, сколько получится». (53.)«А в первый раз какое число получилось?» (Тоже 53.) «Решите так же следующие примеры: 9 + 27, 8 + 64, 7 + 85, ...»

---

[1] Можно предоставить детям самим все рассказать, без наводящих вопросов учителя.

В этом примере дети могут предложить начинать сложение с единиц. Отвергать этого не надо, но необходимо разъяснить, что удобнее начинать сложение с десятков.

Урок на вычитание двузначных чисел, когда единицы вычитаемого больше единиц уменьшаемого.

План. I. Повторение вычитания круглых десятков из двузначного числа.

II. Повторение вычитания из двузначного числа однозначного, когда единицы вычитаемого больше единиц уменьшаемого.

III. Вычитание двузначных чисел (тема урока).

Наглядные пособия: русские счеты или пучки палочек.

После повторения, указанного в плане, урок можно начать с решения задачи.

«Решим задачу: «В школьную столовую привезли 62 *л* молока; израсходовали 48 *л*. Сколько литров молока осталось?»

Как решить эту задачу?» (Надо от 62 отнять 48.) «Отложите на счетах 62. Сколько надо отнять?» (48.) «Как это сделать?» (Надо сначала отнять 40 от 62, останется 22; а затем от 22 отнять 8, останется 14.) «Повторим, как мы вычитали 48 из 62. Разбивали ли мы первое число на десятки и единицы?» (Нет.) «Говорят в этом случае, что мы отнимали от всего первого числа. Что сначала отняли?» (Десятки второго числа.) «А затем?» (Единицы второго числа.)

Далее идет решение задач и примеров, причем можно дать и такие примеры, когда единицы уменьшаемого больше единиц вычитаемого[1]. В этом концентре учащихся надо приучать к правильному изменению числительных по падежам, например: от шестидесяти восьми отнять восемь и т. п.

§ 68. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

В пределе 100 различаются два вида умножения и деления: табличное и внетабличное. Под табличным умножением разумеется умножение однозначного числа на однозначное, под табличным делением — деление однозначного и двузначного чисел на однозначное при однозначном частном.

Внетабличным умножением называется умножение двузначного числа на однозначное и обратно, а под внетабличным делением разумеется деление двузначного числа на однозначное при двузначном частном и деление двузначного числа на двузначное.

§ 69. ТАБЛИЧНОЕ УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

Значение таблицы умножения однозначных чисел — основа всей дальнейшей арифметики; без твердого и отчетливого знания ее невозможны вычисления на всех последующих ступенях; например, нельзя производить умножение и деление многозначных чисел, не зная таблицы умножения и деления до 100.

Знанию таблицы умножения всегда придавали большое значение. Всем известная таблица, записанная в клеточках квадрата, носит название пифагоровой таблицы умножения; она связана с именем греческого математика Пифагора, который жил в VI—V вв. до нашей эры. Большое значение придавал таблице умножения известный автор русского печатного руководства по арифметике начала XVIII в. Магницкий, которому принадлежат стихи (в переводе на современный язык):

---

[1] В этом случае, если не применяются счеты, то разъяснение приема вычитания ведется на палочках.

Если кто по гордости
Не учит таблицы,
Тот во всей науке
Будет терпеть муку.

Если ее не учить,
Напрасно себя утруждать,
Пользы не будет,
Кто ее забудет.

Современная методика требует, чтобы дети твердо усвоили таблицу умножения, но усвоили ее сознательно, т. е. они должны не только знать результаты, но и уметь найти эти результаты кратчайшим путем, уметь объяснить. Этого можно достигнуть лишь методически правильной постановкой изучения таблицы.

Всякое произведение по своей сущности есть сумма нескольких одинаковых слагаемых. Вычисление же этой суммы производится двумя способами:

а) путем постепенного прибавления одинаковых слагаемых по одному:

$$2 \cdot 6 = 2+2+2+2+2+2 = 12;$$

б) путем набираний этих же слагаемых по группам:

$$2 \cdot 6 = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 12, \text{ или } 2 \cdot 6 = 2 \cdot 5 + 2 = 10 + 2$$

Кроме того, здесь используется переместительный закон умножения, например: $8 \cdot 7 = 7 \cdot 8$, т. е. если дети знают, сколько получится от умножения 7 на 8, то они уже, конечно, знают, сколько будет от умножения 8 на 7.

Среди способов, облегчающих детям процесс усвоения таблицы умножения, на первый план выступает требование наглядности. Однако выбор наглядных пособий для изучения таблицы умножения весьма ограничен, и далеко не все рекомендуемые пособия можно считать пригодными для этой цели.

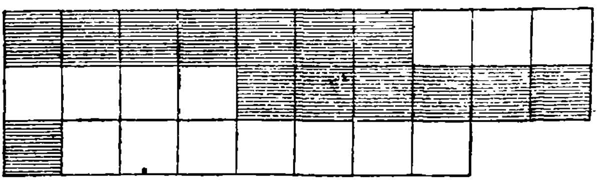
Пособия, указываемые в методиках, следует подразделить на две группы:

1) пособия, помогающие усвоению процесса образования таблицы умножения;

2) пособия, способствующие запоминанию результатов умножения.

К **первой** группе пособий можно отнести:

а) прямоугольники, разделенные на квадратики, рекомендуемые в «Методике целых чисел» **Волковского** (черт. 60);



$$7 + 7 + 7 + 7 = 7 \times 4 = 28$$

Черт. 60

б) таблицы сложения, приводящие к умножению[1].

1	7=7	7×1=7
2	7+7=14	7×2=14
3	7+7+7=21	7×3=21
4	7+7+7+7=28	7×4=28
5	7+7+7+7+7=35	7×5=35
6	7+7+7+7+7+7=42	7×6=42
7	7+7+7+7+7+7+7=49	7×7=49
8	7+7+7+7+7+7+7+7=56	7×8=56
9	7+7+7+7+7+7+7+7+7=63	7×9=63
10	7+7+7+7+7+7+7+7+7+7=70	7×10=70

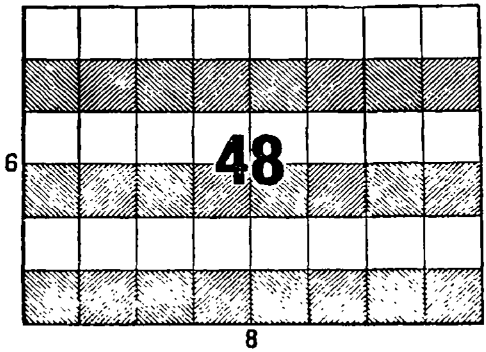
7; 14; 21; 28; 35; 42; 49; 56; 63; 70.

Из второй группы пособий можно указать такие:

1) прямоугольники, разделенные на квадратики, с записью сомножителей и произведения (черт. 61);

2) пифагорова таблица умножения;

3) настенная таблица умножения, содержащая все случаи умножения, начиная с $2 \cdot 2=4$; $2 \cdot 3=6$; $2 \cdot 5=10$ и кончая $9 \cdot 2=18$; $9 \cdot 3=27$;...; $9 \cdot 10=90$.



Черт. 61

Оценка этих пособий с методической и педагогической точек зрения приводит к следующим выводам.

Пособие первой группы под лит. «а» (черт. 60) для намеченной цели малопригодно: оно не дает ясной, четкой картины образования данного произведения; более приемлемо второе пособие под лит. «б» — таблица сложения, указывающая процесс образования отдельных произведений.

Что касается второй группы пособий, то все они могут быть применяемы при изучении таблицы умножения и, несомненно, будут способствовать закреплению в памяти результатов умножения.

§ 70. ПОРЯДОК СОСТАВЛЕНИЯ И ИЗУЧЕНИЯ ТАБЛИЦЫ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ

Таблица умножения может быть составлена двумя способами; в основу можно взять или постоянное множимое, или постоянный множитель, т. е., например:

[1] Данная таблица вырабатывается постепенно; такой вид она будет иметь после изучения всех случаев умножения в пределах этой таблицы.

4×2		2×4
4×3		3×4
4×4	или	4×4
4×5		5×4

Сопоставляя эти два способа составления таблицы, следует прийти к выводу, что первый способ дает возможность применять прием последовательного набирания равных слагаемых, а потому он и должен применяться как основной прием при изучении таблицы умножения. Второй же способ полезно применять при повторении ее.

В пределе 100 изучается таблица умножения, начиная с 3, так как таблица умножения и деления по 2 целиком изучена в пределе 20. Порядок изучения таблицы деления указывается дальше (стр. 209).

В качестве самостоятельной работы следует давать задания такого типа:

$4\times2=$	$4\times3=$	$4\times4=$	$4\times5=$
$8:4=$	$12:4=$	$16:4=$	$20:4=$

т. е. каждый случай табличного умножения сопровождать соответствующим случаем деления.

В заключение обычно даются примеры смешанного характера из данной таблицы, например:

$4\times3=$	$16:4=$
$4\times5=$	$24:4=$
$4\times8=$	$40:4=$

а затем взятые и из других изученных таблиц, например:

$4\times8=$	$15:5=$
$3\times6=$	$18:2=$
$2\times9=$	$24:3=$

Таким путем проверяется прочность усвоения таблицы умножения и деления, в то же время повторяются пройденные случаи умножения и деления.

Порядок изучения таблицы умножения может быть различен. Наиболее простыми являются случаи умножения 10 и 5 на однозначные числа, так как счет десятками является повторением пройденного детьми в концентре круглых десятков, а счет пятка́ми близко примыкает к счету десятками.

Остальные случаи целесообразнее изучать в таком порядке: таблица умножения 3, 4, 6, 8, 9 и 7.

При таком порядке изучения таблицы умножения дети будут применять прием группового счета в порядке постепенного увеличения каждого слагаемого, т. е. за счетом тройками идет счет четверками, затем шестерками и т. д.

Что же касается изучения каждой отдельной таблицы умножения, то на практике применяется последовательное чередование отдельных случаев, например: $2 \cdot 2$; $2 \cdot 3$; $2 \cdot 4$ и т. д.

Но возможен и другой прием, обеспечивающий лучшее усвоение таблицы, а именно такое ее расположение, например: таблица умножения четырех: а) $4 \cdot 2$; $4 \cdot 4$; $4 \cdot 8$; б) $4 \cdot 3$; $4 \cdot 6$; $4 \cdot 9$; в) $4 \cdot 5$; $4 \cdot 10$; г) $4 \cdot 7$.

В самом деле, зная, что $4 \cdot 2 = 8$ и что 4 в два раза больше двух, дети легко сообразят, что если $4 \cdot 2 = 8$, то $4 \cdot 4$ больше 8 в два раза, т. е. равно 16, а $4 \cdot 8$ в свою очередь больше $4 \cdot 4$ тоже в два раза и т. д.

Последний прием редко применяется на практике, он недостаточно освещен в методической литературе; первый же прием изложен в пределе 20, а потому далее проводятся примерные уроки по изучению таблицы умножения и деления по второму способу.

В случае изучения таблицы умножения по первому способу в приведенные уроки придется внести изменения лишь в порядок расстановки отдельных случаев, приемы же разъяснения остаются без изменения.

Разберем более подробно несколько примерных уроков по изучению таблицы умножения и деления.

Урок на умножение 6

План. I. Повторите таблицы умножения 6 в пределе 20. II. Разработка нового материала. III. Составление таблицы. IV. Решение задач.

Наглядные пособия: а) таблица сложения — умножения; б) прямоугольники с клеточками; в) настенная таблица умножения 6; г) таблица Пифагора.

«Сегодня мы будем составлять таблицу умножения 6. Сначала повторим, что знаем из нее. Как узнать, сколько получится, если по 6 взять два раза?» (Надо к 6 прибавить 6.) «Запишем это так: $6 + 6 = 12$. Теперь справа запишем, сколько раз мы брали по 6». (2.)

«Как записать это же с косым крестом?» ($6 \times 2 = 12$.) «Запишите это в правом столбике. Получится такая запись:

$6+6=12$; $6 \times 2 = 12$.

Как прочесть, что написано в правом столбике?» (Два раза по 6 будет 12.) «Запишите в следующей строчке так же 3 раза по 6». (Эту окончательную запись дети переносят и в свои тетради.) «Теперь решим такую задачу: «В школьном киоске один карандаш стоит 6 коп. Ученик купил 4 карандаша. Сколько он заплатил за карандаши?»

Как узнать, сколько денег заплатил ученик за 4 карандаша?» (Надо по 6 взять 4 раза, или, по-другому, умножить 6 на 4.) «Почему?» (Потому что если один карандаш стоит 6 коп., то 4 будут стоить в 4 раза больше.) «Как по 6 взять 4 раза?» ($6 + 6 + 6 + 6$.) «Запишем это в той же таблице на следующей строчке. Что надо записать в левом столбике?» (Цифру 4.) «Почему?» (Потому что мы по 6 брали 4 раза.) «А что написать в правом столбике?» ($6 \cdot 4 = 24$.) «Как прочесть правый столбик?» (По 6 взять 4 раза, будет 24.) «Это читается короче: четырежды 6 будет 24». (Потому что четыре раза берется по 6.) «Сколько же заплатили за 4 карандаша?» (24 коп.) «Дальше сосчитаем, сколько получится, если мы возьмем 8 раз по 6. Как сосчитать?» ($6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 48$.) «Надо это записать в нашей таблице. Сообразим, где записать. Сколько, по-вашему, должно быть у нас всех строчек?» (10.) «Почему?» (Всего мы будем брать 10 раз по 6.) «Напишем в левом столбике числа с 1 по 10 по порядку». (Дети пишут столбиком цифры 1, 2, ..., 10.) «Так, теперь нетрудно сообразить, где написать полученную строчку». (Против цифры 8.) «Как записать это в правом столбике?» ($6 \cdot 8 = 48$.) «Эту строчку можно прочитать короче: восемью шесть, так как мы 8 раз берем по 6»[1].

«Чтобы сосчитать, сколько получится, если по 6 взять 8 раз, мы складывали 8 шестерок. Это долго. Нельзя ли сделать это поскорее?» В случае затруднения учащихся задается новый вопрос: «Сколько раз мы уже брали по 6?» (4 раза.) «Сколько получится, если по 6 взять 4 раза?» (24.) «Сколько раз еще нужно взять по 6, чтобы было 8 шестерок?» (Еще 4 раза.) «Сколько получится?» (24.) «Теперь что надо сделать?» (Сложить 24 да 24.) «Сколько получится?» (48.) «Запишем это». (Получится запись: $6 \cdot 8 = 6 \cdot 4 + 6 \cdot 4 = 24 + 24 = 48$.)

Вслед за разобранной группой умножения 6 нужно рассмотреть случаи, связанные с $6 \cdot 3$, т. е $6 \cdot 6$; $6 \cdot 9$. Прием в общем тот же. Дальше идет группа $6 \cdot 5$; $6 \cdot 10$.

В заключение разбирается самый трудный случай: $6 \cdot 7$.

«Сколько раз нам осталось взять по 6?» (7 раз.) «Как поскорее набрать 7 шестерок?» (Взять, например, $6 \cdot 4$ и $6 \cdot 3$.) «А еще как можно набрать 7 раз по 6?» ($6 \cdot 5$ и $6 \cdot 2$.) «Как это записать с прямым крестом?» ($6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 42$.) «Как записать с косым крестом?» ($6 \times 7 = 42$.) «В какой строчке запишете?» (Где слева стоит цифра 7.)

Каждый случай умножения сопровождается решением задач. По рассмотрении всех случаев умножения решаются задачи на применение всей данной таблицы, причем на этих же уроках следует включать материал и из других ранее изученных таблиц, отдавая все же преимущество данной таблице.

Кроме таких уроков, необходимо проводить уроки, где вперемешку повторялись бы все пройденные случаи умножения в соединении, конечно, и со сложением, и с вычитанием.

На изучение каждой таблицы надо примерно 3 часа.

При изучении каждой таблицы на стене вывешивается таблица, написанная в порядке и такого размера, чтобы она была хорошо видна с задних парт.

В процессе изучения таблицы умножения постепенно составляется и таблица умножения Пифагора[2]. Для этого учитель заранее приготовляет большую стенную таблицу, на которой чертится квадрат с клетками. В эти клетки по мере изучения каждой таблицы и заносятся соответствующие числа. В тетрадях учащихся должна быть начерчена такая же таблица с квадратиками, в которую дети записывают то, что постепенно появляется на классной таблице. В процессе составления таблицы учащиеся усваивают и способ пользования ею. Таблица умножения обязательно должна быть выучена учащимися наизусть, но лишь после того, как они вполне усвоят все приемы ее составления.

---

[1] Учащиеся могут предложить набирать по две шестерки. Следует использовать и это. Тогда получится такая запись: $6 \cdot 2 + 6 \cdot 2 + 6 \cdot 2 + 6 \cdot 2 = 12 + 12 + 12 + 12 = 48$.

[2] Таблицу Пифагора можно составить и одновременно с изучением каждого случая умножения.

Таблица умножения. Чтобы найти произведение чисел 6 и 7, надо найти строку, начинающуюся с числа 6, и столбец с числом 7, пересечение строки со столбцом и даст ответ.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Эту же таблицу можно использовать и при делении.

Чтобы найти частное чисел 72 и 9, следует вести по горизонтальной строке, начинающейся числом 9, пока не встретится число 72, стоящее в этой строке. Затем вести вверх до последнего числа 8 верхней вертикальной строки. Число 8, стоящее вверху, будет искомым числом.

Таблицу умножения и деления можно сначала и не заучивать, но следует находить результат деления в пределе 100 при помощи решения задач, выраженных в косвенной форме.

Таблица деления. Вместе с усвоением таблицы умножения в пределе 100 должна быть изучена и таблица деления.

Это изучение можно вести различными путями: 1) после каждого случая умножения разбирается соответствующий случай деления, например: $6 \times 3 = 18$; $18 : 6 = 3$; 2) после изучения целой таблицы умножения какого-либо числа, например 6, рассматривается таблица деления на 6; 3) после изучения всей таблицы умножения начинают изучение таблицы деления.

Опыт показал, что второй прием дает лучший результат, так как на известном отрезке времени внимание учащихся сосредоточивается на упражнениях одного характера, т. е. сначала на умножении, а затем на делении.

Но в этом способе имеются различные варианты изучения таблицы деления: а) Вслед за изучением какого-либо случая умножения (таблица составляется по «постоянному множимому») изучается соответствующий случай деления на равные части. После же изучения всей таблицы умножения и деления (на части) при повторении составляется таблица деления по содержанию и, наконец, объединяются оба вида деления. б) После ознакомления с каким-либо случаем умножения изучается соответствующий случай деления на равные части, а затем на этот же случай — деление по содержанию. в) После изучения какого-либо случая умножения рассматривается соответствующий случай деления по содержанию, а затем на этот же случай — деление на части. г) После изучения какого-либо случая деления по содержанию. В этом варианте продолжительное время, пока изучается вся таблица умножения и деления по содержанию, внимание учащихся направлено на деление одного вида.

Потом при повторении составляется таблица деления на части и, наконец, объединяются оба вида деления.

Последний вариант изучения таблицы умножения и деления в концентре первой сотни опытные преподаватели считают более целесообразным, чем другие варианты.

При изучении таблицы умножения и деления учителя начальной школы берут тот вариант, который указан в последней программе начальной школы. Порядка же изучения таблицы умножения и деления можно держаться такого, который указан в школьном задачнике.

Порядок составления каждой отдельной таблицы деления зависит от порядка изучения таблицы умножения, т. е. таблица деления составляется в порядке последовательного увеличения делимого (4 : 4; 8 : 4; 16 : 4; 20 : 4 и т. д.) или же по группам: а) 4 : 4; 8 : 4; 16 : 4; б) 12 : 4; 24 : 4; в) 20 : 4; 40 : 4; г) 28 : 4; д) 36 : 4.

Рассмотрим пример составления таблицы деления по 6.

Чтобы нагляднее подвести учащихся к пониманию процесса деления, можно организовать работу примерно так.

Решается с учениками такая практическая задача:

«Из 42 листов бумаги надо сшить тетради, по 6 листов в каждой. Сколько выйдет тетрадей?»

(Бумагу надо иметь в классе. Здесь можно использовать старые тетради.) «Повторите задачу. Что надо узнать?» (Сколько сшито тетрадей.) «Как узнать, сколько сшито тетрадей?» (Надо разделить 42 по 6.) «Почему?» (Потому что тетрадей будет столько, сколько раз можно взять от 42 по 6.) «Иди, сделай это». (Вызванный ученик отсчитывает по 6 листов.) «Сосчитаем, сколько получилось тетрадей». (7.) «Значит, если 42 разделить по 6, сколько получится?» (7.) «Запишем это». (42 · 6=7.) «Сделаем это деление скорее без отсчитывания листов бумаги. Сообразите, сколько раз надо взять по 6, чтобы получить 42?» (7.) «Как вы это узнали?» (Мы знаем, что 7 раз по 6 будет 42.) «Значит, вместо того, чтобы отсчитывать по 6 от 42, для деления 42 на 6, что надо вспомнить?» (Таблицу умножения.) «Теперь разделите 54 по 6. Как будете считать?» (Подумаем сколько раз надо взять по 6, чтобы получилось 54.) «Сколько получится?» (9.) «Почему?» (Потому что 9 раз по 6 будет 54.) «Запишем». (54 : 6=9.)

Таким способом и изучается вся таблица, а затем приводится в порядок, т. е. выписывается в таком виде:

6 : 6=1;   12 : 6=2;   18 : 6=3 и т. д.

Для составления таблицы деления приведены задачи на деление по содержанию, но можно для этой цели брать задачи и на деление на равные части.

По усвоении учащимися деления по содержанию и деления на равные части переходим к сопоставлению обоих видов деления и выводу единой формулировки деления независимо от его вида.

Удобнее это сделать путем сопоставления двух задач с одинаковыми числами, причем в одной из них число делится по содержанию, а в другой — на части.

1) «Килограмм конфет стоит 6 руб. Сколько куплено конфет, если за них заплатили 42 руб.?»

2) «На 42 руб. куплено 6 *кг* конфет. Сколько стоит 1 *кг* конфет?»

Получаются две записи решения этих задач:

«42 руб. : по 6 руб. = 7 (*кг*); 42 руб. : на 6 = 7 руб.». «Сравним эти две записи. В первом случае как делили число 42 руб.?» (По 6 руб.) «Да, или говорят: узнавали, сколько раз в 42 руб. содержится по 6 руб. Во втором случае 42 руб. делили на 6 равных частей».

Решается еще несколько пар аналогичных задач. После этого делается обобщающий вывод:

«Вы видели, что при помощи деления мы узнавали: 1) сколько раз одно число содержится в другом; 2) сколько получится, если число разделить на равные части; 3) если взять одинаковые числа, то в обоих случаях от деления получается одинаковый результат, поэтому дальше не будем говорить, например, 42 разделить по 6 или 42 разделить на 6 равных частей, а в обоих случаях будем выражаться так: 42 разделить на 6».

Путем решения нескольких задач этот вывод закрепляется. Но при решении задач смысл обоих видов деления различается.

Как при изучении деления по содержанию, так и деления на части пользуются таблицей умножения, решая простые примеры и задачи, выраженные в косвенной форме. Остановимся на этом.

Изучая таблицу деления по содержанию, можно предлагать следующие примеры и задачи: $5 \cdot x = 35$, решение: $35 : 5 = 7$.

Задача без конкретного содержания читается так: «На какое число надо умножить 5, чтобы получилось 35?» Задача с конкретным содержанием читается так: «В подарок первоклассникам детский сад приготовил несколько портфелей с ученическими принадлежностями. Каждый подарок стоил 5 руб. За все уплатили 35 руб. Сколько подарков приготовили первоклассникам?»

Для решения задачи надо знать таблицу умножения $5 \cdot 7 = 35$; запись задачи: $5 \cdot x = 35$. Решение задачи: $35 : 5 = 7$.

Здесь таблица деления по содержанию изучается на основании знания таблицы умножения по постоянному множителю.

При объяснении таблицы деления на равные части можно предложить следующие примеры и задачи. Задача без конкретного содержания читается так: «Какое число надо умножить на 5, чтобы получилось 35?» Для решения задачи надо знать таблицу умножения $7 \cdot 5 = 35$. Запись задачи: $x \cdot 5 = 35$. Решение задачи: $35 : 5 = 7$. Задача с конкретным содержанием читается так: «В бидоне несколько литров молока, а в баке в 5 раз больше, чем в бидоне. Сколько было литров молока в бидоне, если в баке было 35 *л*?» Для решения задачи надо знать таблицу умножения $7 \cdot 5 = 35$. Запись задачи: $x \cdot 5 = 35$. Решение задачи: $35 : 5 = 7$.

Здесь таблица деления на равные части изучается на основании знания таблицы умножения по постоянному множимому. (Более подробно о решении простых задач, выраженных в косвенной форме, можно найти выше, в параграфе «Простые задачи» и после каждого концентра.)

§ 71. ВНЕТАБЛИЧНОЕ УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

К внетабличному умножению относятся случаи умножения двузначного числа на однозначное и обратные случаи. К внетабличному же делению — случаи деления двузначного числа на однозначное при двузначном частном и деление двузначного числа на двузначное.

В пределе 100 различаются следующие случаи внетабличного умножения и деления.

I. Умножение и деление двузначного числа на однозначное:

1. Умножение без перехода через десяток: $10 \cdot 4$; $30 \cdot 3$; $23 \cdot 3$.
2. Деление без раздробления десятков: $40 : 4$; $60 : 3$; $86 : 2$.
3. Умножение с переходом через десяток: $35 \cdot 2$; $18 \cdot 2$.
4. Деление с раздроблением десятков: $50 : 2$; $36 : 2$; $76 : 2$.

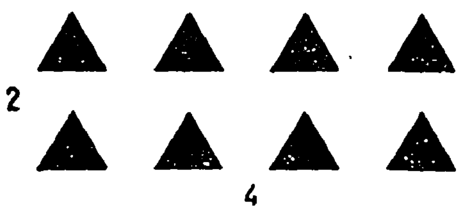
II. Умножение однозначного числа на двузначное и деление двузначного числа на двузначное:

1. Умножение без перехода через десяток: $6 \cdot 10$; $4 \cdot 20$; $3 \cdot 23$.
2. Деление без раздробления десятков: $70 : 10$; $60 : 30$; $88 : 22$.
3. Умножение с переходом через десяток: $4 \cdot 15$; $4 \cdot 14$.
4. Деление с раздроблением десятков: $60 : 15$; $56 : 14$; $76 : 19$.

Внетабличное умножение и деление изучаются одновременно, т. е. за внетабличным умножением на 2 следует изучать внетабличное деление на 2 и т. д. При этом необходимо сохранять в каждом умножении и делении на 2, 3, 4 и т. д. последовательность изучения, которая указана выше.

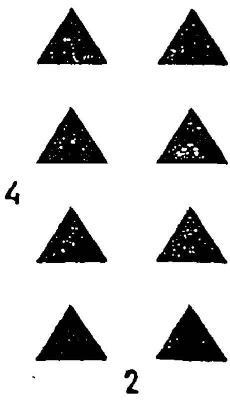
Разберем некоторые случаи внетабличного умножения и деления.

Умножение. Умножение круглых десятков на однозначное число детям известно, его придется лишь повторить. Значит, основным здесь будет умножение двузначного числа на однозначное. Это умножение, как известно, сводится к поразрядному умножению (распределительный закон умножения).



$4 \times 2 = 8$

Черт. 62



$2 \times 4 = 8$

Черт. 63

Подвести учащихся к этому приему можно, исходя из сложения. Например, пусть надо решить задачу: «Ручка стоит 24 коп. Ученик купил 3 ручки. Сколько он заплатил денег?»

«Что надо сделать, чтобы решить эту задачу?» (Надо 24 · 3.) «Запишем это». (24 · 3.) «Как по-другому можно записать?» (24 · 3=24+24+24.) «Как сложить эти числа?» (Надо сложить сначала десятки, а затем единицы и полученные числа сложить.) «Чтобы узнать, сколько будет всех десятков, вы к 2 десяткам прибавили 2 десятка и еще 2 десятка. Нельзя ли это сделать скорее?» (Можно: надо 2 десятка повторить три раза, будет 6 десятков, или 60.) «А как узнать сразу, сколько будет всех единиц?» (4 единицы повторить три раза, получится 12.) «Что дальше надо сделать?» (К 60 прибавить 12, получится 72.) «Запишем это». (Получается запись: $24 \cdot 3=(20 \cdot 3)+(4 \cdot 3)=60+12=72$.) «Значит, чтобы 24 помножить на 3, как надо поступить?» (Сначала десятки этого числа помножить на 3, потом единицы, а после этого сложить полученные числа.) Применяется поразрядное умножение (распределительный закон).

Случаи обратного умножения, например: 8 · 10; 3 · 30 и 3 · 24, можно свести к рассмотренным, применяя здесь приемы перестановки сомножителей (переместительный закон умножения).

Для иллюстрации переместительного закона умножения можно предварительно проделать такую работу; на доске (а дети в тетрадях) чертят, например, квадратики или треугольники в таком виде, как указано на чертежах 62 и 63.

«На первом чертеже по скольку брали треугольников в каждом ряду?» (По 4.) «Сколько раз?» (2.) «А на втором чертеже по скольку треугольников взято в ряду и сколько раз?» (По 2 треугольника 4 раза.) «В том и другом случае по скольку получается треугольников?» (По 8.) «Значит, 2 · 4 равно чему?» (4 · 2.) «Запишем это так: $2 \cdot 4=4 \cdot 2$. Значит, если при умножении двух чисел эти числа переставить, то изменяется ли от этого получаемое от умножения число?» (Нет.)

«Пусть надо 3 помножить на 24. Здесь нам приходится множить меньшее число на большее, а мы до сих пор множили большее на меньшее. Что можно сделать с числами 3 и 24 до умножения?» (Их переставить.) «Сделайте и перемножьте. Какое число получилось?» (72.) «Решите следующий пример: 5 · 18. Расскажите, как это сделать. Решите еще примеры: 3 · 32; 4 · 21; 2 · 48;... Когда же надо переставлять числа, прежде чем их перемножить?» (Когда меньшее число множим на большее.)

Деление. При повторении и для связи с предыдущим концентром деление следует начать с деления круглых десятков: 60 : 6; 80 : 4.

Далее изучаем следующие случаи:

а) деление двузначного числа на однозначное при двузначном частном, например: 84 : 4; 96 : 4;

б) деление двузначного числа на двузначное при однозначном частном, например: 84 : 12.

Первый вид внетабличного деления а) в свою очередь распадается на два случая:

1) когда десятки и единицы делимого в отдельности делятся на делитель, например: 84 : 4, 96 : 3;

2) когда десятки делимого не делятся на делитель, например: 72 : 6, 98 : 7.

Разберем два первых вида внетабличного деления на примерах уроков. Решим задачу: «На экскурсию отправились 84 учащихся. Они выстроились в 4 колонны. Сколько человек в каждой колонне?»

«Как решить эту задачу?» (Надо 84 разделить на 4 равные части.) «Почему?» (Потому что в одной колонне будет людей в 4 раза меньше.) «Из чего состоит 84?» (Из 8 десятков и 4 единиц.) «Как же разделить 84 на 4 части?» (Надо сначала 80 разделить на 4, а затем 4 на 4; получится 20+1, всего 21.) «Что же здесь мы сначала делили?» (Десятки.) «А потом?» (Единицы.)

Запись: $84 : 4 = (80+4) : 4 = (80 : 4) + (4 : 4) = 20+1 = 21$ (деление суммы на число.)

«Разделите 96 на 3 части, 55 на 5 частей».

Второй вид внетабличного деления труднее рассмотренного: здесь делимое приходится разлагать на два слагаемых, из которых первое представляет собой круглые десятки, делящиеся на делитель, например:

$$72 : 6 = 60 : 6 + 12 : 6$$

«Разделим 72 на 6 частей. Сделаем это на палочках. Сколько надо взять пучков и сверх того палочек, чтобы получилось число 72?» (7 пучков и 2 палочки.) «Раздай все эти палочки шестерым товарищам поровну. Сколько надо взять из 7 пучков, чтобы дать каждому по одному пучку?» (6.) «Возьми и раздай. Что осталось раздать?» (1 пучок и 2 палочки.) «Как их раздать?» (Надо один пучок развязать, прибавить 2 палочки и 12 палочек раздать шестерым.) «Сделай. Сколько получилось у каждого?» (1 пучок и 2 палочки.) «Сколько это палочек?» (12.) «Повтори, как же делили 72 палочки на 6 частей».

Для проверки усвоения этого приема деления предлагается детям проделать на брусках или кубиках арифметического ящика деление, например, 42 на 3 части, причем учитель по возможности не вмешивается в работу учащихся. После этого можно перейти уже к делению на примерах.

«Разделим 65 на 5. Припомните, как вы делили на палочках и кубиках, и сообразите, как разделить это число». В случае затруднений даются наводящие вопросы: «Что будете делить сначала?» (Десятки.) «Сколько возьмете десятков?» (5.) «Почему?» (Потому что 5 десятков делятся на 5.) «По скольку получится?» (По одному десятку.) «Что дальше надо делить на 5?» (15.) «Откуда взяли вы 15?» (1 десяток из шести десятков и 5 единиц.) «Разделите, сколько получится?» (По 3.) «Сколько всего?» (13.)

Для закрепления приема решается еще несколько примеров и дается задание на дом.

Изучение деления на двузначное число проходит в таком порядке:

а) 80 : 20. Если деление 80 на 20 рассматривалось выше в разделе действий с круглыми десятками, то на этом случае подробно здесь останавливаться не следует;

б) 63 : 21; в) 80 : 16; г) 76 : 19.

Случаи в) и г) имеют большое значение при дальнейшем изучении деления в пределе 1000 и чисел любой величины.

Деление двузначного числа на двузначное при однозначном частном сводится к сложению или к вычитанию.

«Решим задачу: «Нужно перевезти 63 ящика. На каждую подводу можно поставить 21 ящик. Сколько понадобится подвод, чтобы перевезти все ящики?» Что надо сделать, чтобы решить эту задачу?» (63 разделить на 21.) «Почему?» (Потому что подвод надо столько, сколько раз можно взять от 63 по 21.) «Как это сосчитать? Давайте сделаем это на палочках. Отсчитайте 63 палочки.

Как же теперь поступить, чтобы узнать, сколько раз можно взять от 63 по 21?» (Взять из 63 сначала один раз 21 палочку.) «Сделайте это. Дальше что надо сделать?» (Еще раз взять из кучки 21 палочку.) «А дальше?» (Еще раз.) «Остаются еще палочки?» (Нет.) «Сколько же раз можно взять от 63 по 21 палочке?» (3 раза.) «Значит, если 63 разделить на 21, сколько получится?» (3.) «Запишите: 63 : 21=3. Чтобы разделить 63 на 21, мы отнимали от 63 по 21. А нельзя ли сосчитать по-другому?»

В случае затруднения учитель проводит беседу так:

«Будем набирать по 21, пока не получится 63. Возьмем 2 раза по 21. Сколько получится?» (42.) «Возьмите еще раз 21 и прибавьте к 42. Сколько получится?» (63.) «Сколько же раз мы брали по 21, чтобы получить 63?» (3.) «Следовательно, как же 63 разделить на 21?» (Надо или отнимать от 63 по 21, или набирать по 21, пока не получится 63.)

«Пусть надо 80 : 16. Найдем результат сложением. Как будете делать?» (Возьмем 16+16.) «Сколько получится?» (32.) «Дальше?» (Прибавим еще 16.) «Сколько получится?» (48.) (Проделывают до конца.) «Сколько получилось?» (5 раз.) «Как видите, так отыскивать результат деления долго. Мы набирали по 16. Это какое действие?» (Сложение.) «Каким действием можно заменить?» (Умножением.) «Как это сделать?» (Надо догадаться, на сколько надо помножить 16, чтобы получить 80.) «Да, надо догадаться, или, как говорят, надо угадать это число. Попробуем теперь разделить 84 на 12. Будем угадывать, какое число получится. Какое, по-вашему, получится число?» (Пусть получится 5.) «Как проверить?» (Надо 12 помножить на 5.) «Сколько получится?» (60.) «Верно?» (Нет, мало.)

Продолжая угадывать, доходят до правильного ответа.

Так можно познакомить детей с нахождением результата деления двузначного числа на двузначное с помощью умножения (угадывания частного).

Полезно давать упражнения по составу числа, например: $72=8\cdot9=24\cdot3=$ $=18\cdot4=12\cdot6=4\cdot3\cdot6$ и т. д.

§ 72. ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ

Этот случай деления по справедливости считается трудным как для усвоения детьми, так и по методической его разработке. В программе он поставлен в пределах 100 (на третьем году обучения). К этому времени дети уже значительно развиваются вообще и математически в частности. Деление с остатком имеет большое значение как подготовительная ступень деления в пределе 1000, а также чисел любой величины. В задаче с небольшими числами выясняется возможность деления с остатком.

Этот вид деления нужно начинать с деления двузначного числа на однозначное.

Работу можно провести примерно так: сначала нужно повторить бегло таблицу деления, останавливаясь по преимуществу на более трудных случаях, после чего можно перейти к случаю деления с остатком. Нужно предложить детям конкретное задание; например, учитель дает такую задачу: 13 тетрадей раздать 2 ученикам.

В результате одна тетрадь окажется лишней (в остатке). Отсюда заключение, что при делении 13 на 2 получается остаток.

Деление с остатком записывается так: 13 : 2=6 (ост. 1).

Сначала сам учитель читает эту запись, а потом ученики: «13 разделить на два, получится 6 и в остатке один». Предлагается ученикам записать это решение в свои тетради. После этого дается решить две-три задачи с наглядными пособиями и записью решения в тетради.

При делении больших чисел на однозначное число надо базироваться на твердом знании таблицы деления. Например, перед решением примера 46 : 8 надо повторить таблицу деления на 8.

Ученики выписывают на доске и в тетрадях числа, делящиеся на 8: 8; 16; 24; 32; 40; 48; 56; 72.

«В нашем примере надо 46 делить на 8. Какое ближайшее меньшее число делится на 8 без остатка?» (Это число 40: 40 : 8 = 5.) «На сколько 46 больше 40? Какой же получится остаток?» Записывают: 46 : 8 = 5 (ост. 6).

Затем даются две-три задачи, в которых получается решение с остатком.

В задачах должно быть деление на части и деление по содержанию. Например:

а) «Надо разменять 47 коп. пятикопеечными монетами. Сколько получится таких монет и сколько копеек останется?»

Записывают решение: 47 коп. : 5 коп. = 9 (мон.) (ост. 2 коп.) «На какое число делили? Какое число в остатке? Как проверить?» Надо научить учащихся проверять деление путем умножения делителя на частное (или частного на делитель) и прибавления остатка. Пишут: $5\times9+2=47$.

б) «49 яблок надо разложить поровну на 8 тарелок. Сколько яблок будет на каждой тарелке? Сколько яблок останется?» Записывают решение: 49 ябл. : 8 = 6 ябл. (1 ябл.) «На какое число делили? Какое число в остатке? Как проверить решение?»

Решаются примеры: 28 : 9; 32 : 7; 45 : 6 и т. д.

Задачи решаются и записываются учениками в тетради. Учащиеся далее по предложению учителя сами приводят примеры деления, когда получается остаток.

Разъяснение техники деления с остатком можно провести так: деление ведется параллельно с умножением: например, сначала дети решают такой пример: $3\cdot10+1=30+1=31$, а затем учитель предлагает 31 разделить на 3.

Здесь придется навести учащихся на способ нахождения остатка: чтобы найти остаток, надо полученное число (10) помножить на делитель[1] (3), результат вычесть из 31.

Наибольшую трудность для вывода представляет последняя часть, а потому разберем ее подробнее.

«Мы взяли 30 и 31 и разделили на 3. Возьмем из 31 не 30, а, например, 24 и разделим на 3. Сколько получится?» (8.) «А в остатке?» (7.) «Почему?» (Потому что $3\cdot8=24$; $31-24=7$.) «Верно решили?» (Нет.) «Почему?» (Потому что из 7 можно взять 6 и разделить на 3.) «Значит, для деления 31 на 3 надо взять от 31 столько, чтобы в остатке получилось какое число?» (Меньшее 3.)

---

[1] Термин «делитель» затрудняет учащихся; его можно заменить словами «число, на которое делим», или «второе число при делении».

При делении двузначного числа на двузначное с остатком детей затрудняет лишь подбор (угадывание) частного. Остальной же процесс, т. е. умножение полученного частного на делитель, вычитание этого числа из делимого и проверка остатка, затруднений не встретит, если основательно изучать деление с остатком на однозначное число.

§ 73. РАЗНОСТНОЕ СРАВНЕНИЕ ЧИСЕЛ

В связи со сложением и вычитанием в пределе 100 рассматривается вопрос о разностном сравнении чисел. Под этим термином понимается решение задач, в которых надо ответить на вопрос: на сколько одно число больше или меньше другого? Вопросы эти для детей не новы: им в своей даже дошкольной жизни приходилось сравнивать между собой два числа и в играх, при дележе, например, яблок, бабок и т. п. В школе придется обратить внимание на уяснение сущности, терминологии и способа решения этих вопросов, т. е. на выбор действий.

К вопросу о разностном сравнении чисел учащиеся подготовлены решением задач, где разность чисел дается в условии, например: «Один ученик решил 5 примеров, а другой на 2 примера меньше. Сколько примеров решил второй ученик?»

В задачах на разностное сравнение даются два числа, их разность является искомым числом.

Здесь особенно необходима наглядность. В качестве наглядных пособий могут служить любые предметы счета (палочки, кубики, камешки, карандаши и т. п.). Эту работу можно вести примерно так:

Учитель вызывает одного ученика к столу.

Ученик кладет направо и налево по нескольку карандашей (налево больше). Карандаши пересчитываются (отдельно в каждой кучке). Указывают, что карандашей налево больше. На вопрос, как узнать, на сколько больше карандашей в левой кучке, отвечают, что из левой кучки (8 карандашей) надо отложить столько карандашей, сколько их в правой (5 карандашей). Отсюда выводят: чтобы узнать, на сколько 8 больше 5, надо из 8 отнять 5.

Подобный пример проделывается на косточках счетов, на кубиках, на полосках бумаги, а также на палочках, спичках и т. п., имеющихся на руках у учеников. Например, предлагается взять в левую руку 6 палочек, в правую 9. Сравнив эти числа, ученики узнают, что второе число больше на 3, и объясняют, что узнали это вычитанием, отняв от 9 палочек 6 палочек.

После этого следует перейти к задачам. Например:

«В 1 классе школы 45 учащихся, а во втором 38. Где учащихся больше и на сколько?» «В каком же классе больше учащихся?» (В первом.) «На сколько больше?» (На 7.) «Как это узнали?» (От 45 отняли 38.)

После усвоения понятия «на столько-то больше» таким же примерно способом сравниваются два числа по вопросу: «на столько-то меньше».

В качестве контрольного задания могут служить задачи, где приходится сравнивать два числа по обоим вопросам. Например: «На одном поле 35 плугов и 15 борон, а на другом 28 плугов и 18 борон. Сравните число плугов и борон на первом и втором полях».

§ 74. УВЕЛИЧЕНИЕ ЧИСЛА В НЕСКОЛЬКО РАЗ

Кроме задач на умножение, в которых по величине одной из равных частей и числу частей определяется целое, и задач на деление, в которых по целому и числу равных частей находится величина одной части или по величине целого и одной из частей находится число частей, на числах в пределе 100 надо показать учащимся употребление умножения при увеличении числа в несколько раз и употребление деления при уменьшении в несколько раз.

Понятие «во столько-то раз больше или меньше» выясняется сначала на наглядных пособиях. Это объяснение ведется примерно так. Сначала на двух проволоках счетов откладывается косточек поровну, например по 2 косточки. Затем, сбросив эти косточки, снова кладут на верхней проволоке 2 косточки, а на нижней 4 раза по 2 косточки, оставляя между парами промежутки. Количество косточек сравнивают: на нижней проволоке косточек в 4 раза больше, чем на верхней проволоке.

Объяснение повторяется на других наглядных пособиях, например на кубиках, на палочках и т. п. Предлагается ученикам проделать пример на имеющихся у них пособиях, например: они откладывают 3 палочки, а потом в 2 раза больше палочек, объясняют, что они должны отложить 3 и еще 3 палочки, или два раза по 3 палочки. Это и значит «в 2 раза больше трех».

Учитель сообщает, что вместо «в 2 раза больше» говорят «вдвое больше», вместо «в три раза больше» — «втрое больше» и т. д.

Применяют это выражение к примерам: «Отложите 3 палочки налево и вдвое больше палочек направо»; «Отложите 2 палочки налево и втрое больше палочек направо»; «Нарисуйте в одном ряду 4 квадратика, а в следующем нарисуйте вчетверо больше» и т. д.

Выяснив, например, что число, большее двух в 4 раза,— это есть $2+2+2+$ $+2$, переходят к увеличению чисел в 2, 3... раза посредством умножения: надо 2 помножить на 4. Решают задачи вроде следующей: «В одной тетради 16 страниц, а в другой — в 2 раза больше. Сколько страниц в другой тетради?» Выясняют смысл выражения «в 2 раза больше».

В примерах и задачах надо ввести термин «увеличить в 2, 3, 4 раза». Для этого сравнивают первоначальное число и число после увеличения, например 2 и $2 \cdot 4$. Так как 8 больше 2, значит, число 2 увеличили в 4 раза. Решаются примеры: «Увеличьте 3 в 4 раза, 2 в 7 раз» и т. д.

Ознакомление с увеличением числа в несколько раз необходимо закончить сопоставлением увеличения на несколько единиц и в несколько раз.

Для этого даются задачи вроде следующих:

а) «Учительница раздала в классе 5 ручек, а карандашей на 2 больше, чем ручек. Сколько она раздала карандашей?»

б) «Учительница раздала в классе 5 ручек, а карандашей вдвое больше, чем ручек. Сколько карандашей она раздала?»

Решение подобных задач заканчивается выводом: увеличение на несколько единиц делается сложением, увеличение в несколько раз — умножением.

§ 75. УМЕНЬШЕНИЕ ЧИСЛА В НЕСКОЛЬКО РАЗ

Уменьшение числа в несколько раз объясняется на наглядных пособиях. Откладывается на одной проволоке счетов, например, 6 косточек, на другой проволоке 2 косточки, выясняют, что на верхней проволоке в 3 раза больше (6 косточек раздвигают по 2), значит, на нижней проволоке в 3 раза меньше, чем на верхней. Говорят иначе: На «нижней проволоке третья часть тех косточек, которые на верхней».

Решают еще примеры. Откладывают на верхней проволоке 8 косточек, на нижней в 2 раза меньше, т. е. 8 косточек делят пополам, или узнают половину восьми косточек.

Повторяют объяснение на других пособиях. Например, откладывают 8 кубиков и еще в 4 раза меньше. Объясняют, что 8 кубиков надо делить на 4 равные части и взять одну такую часть, и откладывают другое число — 2 кубика. Чертят 6 палочек и в 2 раза меньше палочек (на доске и в тетрадях).

Переходят к решению задач. Например: «Альбом стоит 10 коп., а карандаш в 5 раз дешевле. Сколько стоит карандаш?» Объясняют, что цена карандаша меньше 10 коп. в 5 раз, или составляет пятую часть 10 коп. Поэтому 10 коп. надо разделить на 5 равных частей. Записывают решение: 10 коп. : 5=2 коп.

Решают еще одну-две подобные задачи. Например: «Поезд проходит в час 40 *км*, а велосипедист проезжает в 4 раза меньше. Сколько километров велосипедист проезжает в час?»

После решения задач вводят термин «уменьшить число в несколько раз», сравнив числа: 10 и 10 : 5=2; 40 и 40 : 4=10.

Для сознательного усвоения учащимися уменьшения на несколько единиц и в несколько раз необходимо давать задачи на сопоставление того и другого вида уменьшения чисел.

Например: а) «С огорода сняли 15 арбузов, а дынь на 3 меньше. Сколько сняли дынь?»

б) «С огорода сняли 15 арбузов, а дынь в 3 раза меньше. Сколько сняли дынь?»

Решение таких задач заканчивается выводом: уменьшение на несколько единиц делается вычитанием, уменьшение в несколько раз — делением.

§ 76. КРАТНОЕ СРАВНЕНИЕ ЧИСЕЛ

После изучения умножения и деления в пределе 100 необходимо познакомить детей с кратным сравнением чисел, т. е. с вопросами: во сколько раз одно число больше или меньше другого.

Эти вопросы являются новыми для учащихся этого возраста, их детская житейская практика этих вопросов перед ними не ставит.

Здесь особенно необходима полная наглядность.

Наглядными пособиями, как и при изучении разностного сравнения, могут быть те же предметы счета. Общий план разработки этого материала может быть таков:

а) разъяснение нового понятия на наглядных пособиях; б) применение к решению задач; в) сопоставление обоих новых понятий (во столько-то раз больше или меньше).

Урок можно построить так. Учитель предлагает выйти к столу и стать направо о д н о й п а р е учащихся, а налево — д р у г о й п а р е.

«По скольку ребят стоит направо и налево от стола: поровну или нет?» (Поровну.) «Выйдите еще двое и станьте направо. Сколько пар теперь направо?» (2.) «А налево? (Одна.) «Пусть выйдет еще одна пара и станет тоже направо. Сколько там теперь пар?» (3.) «А налево?» (Одна.) «В этом случае говорят, что направо ребят в 3 раза больше, чем налево. Почему?» (Потому что направо три пары, а налево одна.) «Иди к счетам и положи на верхней проволоке 3 косточки, а на нижней в два раза больше. Как ты это сделаешь?» (Положу сначала 3 косточки, а потом еще 3.) «Значит, 6 больше 3 во сколько раз?» (В 2 раза.) «Почему?» (Потому что в 6 — две тройки.)

«Слушайте задачу: «На одной полке стоят 8 книг, а на другой 72. Где книг больше и во сколько раз?» На какой же полке книг больше?» (Где стоят 72 книги.) «Во сколько раз больше?» (В 9 раз.) «Почему?» (Потому что в 72 содержится 9 восьмерок.) «А каким действием можно это узнать?» (Делением.) «Какое число на какое надо разделить?»(72 на 8.)

Решаются еще одна-две подобные задачи.

После этого для проверки усвоения учитель предлагает детям взять в одну руку, например, 4 палочки, а в другую 20 и сказать, во сколько раз в одной руке больше палочек, чем в другой.

Таким же примерно способом разъясняется вопрос о сравнении чисел, когда одно из них в несколько раз меньше другого. В заключение решаются задачи, где имеются оба вида кратности и сопоставляются оба вида сравнения: разностное и кратное.

ГЛАВА XII

ПЕРВАЯ ТЫСЯЧА

§ 77. ПРИЧИНЫ ВЫДЕЛЕНИЯ ПЕРВОЙ ТЫСЯЧИ В ОСОБЫЙ КОНЦЕНТР

Этот концентр характеризуется следующими особенностями. На этой ступени обучения учащиеся получают понятие о новой сложной единице счета — сотне; получают представление о новой единице счета — тысяче; этим заканчивается изучение нумерации чисел первого класса, являющегося основой всей дальнейшей нумерации. В концентре тысячи учащиеся переходят на письменное выполнение действий. Таким образом, концентр «первая тысяча» является переходной ступенью к числам любой величины.

§ 78. НАГЛЯДНЫЕ ПОСОБИЯ

В качестве наглядных пособий на этой ступени обучения наиболее пригодны следующие: 1) палочки, пучки палочек по 10, 100 и один в 1000 шт.; 2) 10-метровая лента (рулетка) с делением на дециметры и сантиметры; 3) вертикальные счеты (4 проволоки), подобные описанным в главе IV; 4) счетная доска; 5) абак с 4 клеточками на руках у детей; 6) классные счеты; 7) счетный ящик. Полоса из 10 квадратов в виде шахматных досок (10×10 клеток). Набор палочек: 1—10—100—1000, связанных между собой. Десять сотен палочек, в каждой сотне связаны десять десятков.

Наглядные пособия в концентре первой тысячи делятся на две группы. В первой группе п. 1, 2 пособия указывают отношения между разрядами, например: 10 палочек (десяток) по величине в 10 раз больше одной палочки, пучок в 100 палочек (сотня) по величине в 10 раз больше пучка в 10 палочек (десяток) и в 100 раз больше одной палочки (единица). Эту группу относят к наглядно-предметной.

Вторая группа наглядных пособий п. 3, 4, 5, 6 и 7 показывает соотношение разрядов не по величине, а на основании поместного значения. Например: вертикальные счеты на всех проволоках имеют по размеру равные косточки, но если 2 косточки находятся на первой проволоке справа, то означают простые единицы, если на второй справа, то — десятки, если на третьей справа, то — сотни. Эту группу называют условной наглядностью. Таким образом, в концентре первой тысячи применяются наглядные пособия, которые были при изучении 1-го, 2-го десятков и сотни (1 и 2 пп.), или полная предметная наглядность, и те, которые будут применяться при изучении многозначных чисел, или условная наглядность.

§ 79. УСТНАЯ НУМЕРАЦИЯ

При изучении нумерации в концентре тысячи дети должны получить ясное и отчетливое понятие о первом классе — классе единиц.

Порядок изучения нумерации:

1 Устная нумерация: а) круглых сотен; б) трехзначных чисел.

2. Письменная нумерация в таком же порядке.

План. I. Нумерация круглых сотен: а) образование сотни (повторение); б) набирание сотен до тысячи; в) образование тысячи; г) прямой и обратный счет сотнями; д) определение места каждой сотни. II. Нумерация трехзначных чисел: а) полное трехзначное число; б) трехзначное число из сотен и десятков; в) трехзначное число из сотен и единиц.

При изучении нумерации трехзначных чисел следует соблюдать такую последовательность:

1) Образование числа на наглядных пособиях и чтение его.
2) Разложение названного учителем числа на разрядные единицы без наглядных пособий.
3) Образование числа без наглядных пособий и чтение его.
4) Прямой и обратный счет.

I. а), б) и в). Изучение устной нумерации и круглых сотен начинается с повторения образования сотни (связь с пройденным). За первой сотней дети набирают и связывают вторую, третью и т. д. сотню палочек вплоть до 1000. После этого они считают полученные пучки по 100. Название числительных обычно детям знакомо; дело учителя здесь — лишь разъяснить этимологический состав слова, т. е. что двести, триста есть сокращенное название двух, трех сотен и т. д. Полезно процесс образования сотен сопровождать записью на доске в таком, например, виде: две сотни — двести; три сотни — триста..., десять сотен — тысяча.

Для образования тысячи дети набирают из палочек пучки по 100 (можно предложить им приготовить их заранее, например из обыкновенных спичек). На уроке дети, насчитав 10 сотен (тысячу), связывают их в один пучок; этот пучок сравнивают с пучком из 100 спичек и таким образом получают представление о сравнительной величине тысячи.

г) Прямой и обратный счет сотнями надо вести сначала на наглядных пособиях (на пучках палочек, на метровой ленте), а затем отвлеченно. Счет может быть проведен с теми вариантами, что указаны выше в отношении прямого и обратного счета круглых десятков, т. е. не сплошной, а лишь с переходом от сотни к сотне.

д) В заключение необходимо остановиться на определении места каждой сотни среди остальных сотен, т. е. учащиеся должны знать, после какого числа сотен стоит, например, число 700, какое число следует за 500, между какими числами стоит число 600 и т. д.

II. Указанный в плане порядок изучения трехзначных чисел выдержан методически. В самом деле, дети, получив понятие о новой единице счета — сотне, изучив нумерацию круглых сотен, переходят к полному трехзначному числу и уже после этого рассматривают два остальных его варианта, причем самым трудным здесь является число, состоящее из сотен и единиц, а потому оно и поставлено в конце.

Устную нумерацию трехзначных чисел можно изучать в таком порядке: а) образование полных трехзначных чисел на наглядных пособиях; б) чтение полного трехзначного числа по данным разрядным единицам; в) разложение полных трехзначных чисел на разрядные единицы; г) прямой и обратный счет.

Материал этой части плана разрабатывается так:

а) Учитель предлагает вызванному ученику взять, например, 3 пучка палочек, по сотне в каждом, 5 десятков и 2 отдельные палочки и назвать взятое число; учащийся после прочтения числа должен сказать, сколько в нем отдельно сотен, сколько десятков и сколько единиц.

б) Далее учитель называет разряды полного трехзначного числа, а дети читают числа, причем разряды называют в полном порядке — сначала начиная с сотен (в порядке чтения числа), затем с единиц; например, прочитать число: если в нем 5 сотен, 7 десятков и 2 единицы; если в нем 3 единицы, 6 десятков и 2 сотни.

в) Разложение названного учителем полного трехзначного числа делается так: учитель, назвав полное трехзначное число, предлагает учащимся сказать, сколько в этом числе отдельно сотен, десятков и единиц; затем разряды называются не в порядке чтения числа, а вразбивку, например: сказать, сколько десятков, единиц и сотен (в отдельности) в числе 638.

г) Прямой и обратный счет. Наибольшую трудность и интерес представляет счет при переходе через круглые сотни, а потому на этих моментах и следует особо остановить внимание детей. Например, пусть учащийся считает: 192, 193, ... Учитель прерывает его и говорит: «Подожди. 198. Считай дальше». (Ученик считает.) После 202, 203,... учитель снова прерывает его, говоря: «297. Считай дальше». При обратном счете перерывы делаются так. Учащийся считает: 999, 998, ... Учитель прерывает его и говорит: «993. Считай дальше назад».

Типичной ошибкой при прямом счете бывает употребление таких «числительных», как «двести сто», «девяносто сто». При обратном счете дети останавливаются после, например, 901, 900, затрудняясь назвать следующее число, на единицу меньше.

В этих случаях при прямом счете нужно прибегать к помощи наглядных пособий; например, использовать те же пучки палочек. Ученик считает и говорит: «Двести девяносто девять, двести сто...» Учитель останавливает его и предлагает набрать это число из пучков и палочек. Получаются 2 связанных пучка по 100 и, кроме того, 100 отдельных палочек. Учитель спрашивает: «Что образуют 100 отдельных палочек сверх 200?» (Одну сотню.) «Значит, какое число получится?» (3 сотни.) «Какое же число следует за 299?» (300.)

Подобным же образом учитель оказывает помощь детям в случае их затруднения при переходе через круглую сотню при обратном счете.

Завершающими упражнениями в устной нумерации трехзначных чисел должны быть определения каждого трехзначного числа в натуральном ряду чисел. Задача этих упражнений — научить учащихся отвечать на такие вопросы: «Какое число следует за каждым из чисел: 399, 299, 799, 499?», «Какое число находится перед каждым из чисел: 400, 700, 1000, 840, 730?», «Какое число находится между каждыми из двух чисел: 399 и 401, 201 и 199, 599 и 601?», «Между какими числами находится каждое из следующих чисел: 500, 700, 200, 650, 980?» и т. д.

Ответы на эти вопросы обнаружат степень сознательности усвоения устной нумерации трехзначных чисел.

§ 80. ПИСЬМЕННАЯ НУМЕРАЦИЯ

План. I. Нумерация круглых сотен. II. Нумерация трехзначных чисел:
а) полных (615, 253,...); б) чисел, состоящих из сотен и десятков (320, 340,...);
в) чисел, состоящих из сотен и единиц (305, 702,...).

При изучении письменной нумерации круглых сотен и трехзначных чисел можно держаться такого порядка: а) чтение чисел, отложенных на вертикальных счетах или абаке и написанных в таблице разрядов; б) чтение чисел, написанных учителем на доске (без прибора); в) запись чисел детьми под диктовку учителя и учащихся.

Чтение каждого числа также следует сопровождать объяснением состава числа, т. е. учащиеся должны безошибочно указывать, из каких разрядов состоит данное число, сколько в нем единиц каждого разряда. Перед записью названного числа учащиеся должны рассказать, сколько единиц каждого разряда имеется, на каком месте их следует написать. Вначале производится разбор каждого числа, в дальнейшем это надо делать время от времени для контроля.

В целях активизации работы в этом месте изучения нумерации можно применить самодельный абак и таблицу разрядов.

Дети на своих абаках обозначают, например, кружочками сначала те числа, которые учитель набирает на счетах, затем числа под диктовку учителя.

При откладывании чисел на абаке вызываемые по очереди учащиеся также объясняют состав получаемого числа.

В неполных трехзначных числах дети должны понимать значение нуля и уметь определять перед записью таких чисел место нуля.

Общий характер ведения занятия должен быть примерно такой же, какой указан в главе о нумерации двузначных чисел в концентре сотни.

Изучение нумерации следует закончить весьма важным упражнением: учащиеся должны уметь определять, сколько в с е г о д е с я т к о в содержится в данном трехзначном числе. Начинать это следует с круглых десятков, например, с таких чисел: 720, 650, 800, а затем перейти к числам с нулем в середине: 605, 201 и т. д. и в заключение брать полные трехзначные числа: 684, 256.

При определении всего количества десятков в числе, например 320, учащийся должен сосчитать, сколько десятков в 3 сотнях, и прибавить 2 десятка, стоящие на втором месте.

Эти упражнения ценны тем, что вместе с повторением нумерации дети усваивают способ определения всего количества единиц того или иного разряда в данном числе, что весьма важно при определении высшего разряда частного. Необходимы обратные упражнения: раздробление круглых десятков в единицы и составление числа по его десяткам и единицам.

Объяснение этих вопросов начинается на наглядных пособиях. Ученикам предлагается отложить брусками 14 десятков; они объясняют, что 10 десятков составляют сотню, или 100 единиц, а 4 десятка — 40 единиц; итак, 14 десятков все равно, что 140 единиц.

Дальше эти упражнения проводятся на отвлеченных числах: «48 десятков — какое это число?» Объясняют, что 40 десятков —

это 4 сотни, или 400 единиц, да 8 десятков — это 80 единиц, а всего 480 единиц.

В дальнейшем берутся числа, состоящие из десятков и единиц, например: 34 десятка и 2 единицы составят 340 единиц и 2 единицы, всего 342.

После изучения устной и письменной нумерации желательно повторить ее на русских счетах. Этим достигаются две цели:

1) повторение и закрепление пройденного;

2) применение русских счетов как весьма полезного прибора в дальнейшем изучении арифметики.

Со счетами дети уже познакомились при изучении чисел в пределе 100[1]. Здесь придется начинать с повторения откладывания двузначных чисел. Набрав 100 косточек на второй проволоке, дети заменяют их одной косточкой (одной сотней) на третьей проволоке. После этого идет чтение чисел, отложенных учителем на счетах, и откладывание их под диктовку учителя и учащихся.

При этом следует соблюдать ту же последовательность, какая указана выше («Нумерация трехзначных чисел»). И здесь необходимо проверять сознательность усвоения; дети разбирают состав отложенного числа, а также и чисел, которые им даются для откладывания.

§ 81. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

В концентре 1000 необходимо перейти на письменное выполнение всех действий. Однако отдельные случаи сложения и вычитания следует выполнять устно и полуписьменно, поскольку это быстрее ведет к цели. Равным образом нельзя забывать и усвоенные до этого приемы действий с двузначными числами. Основой для устного сложения и вычитания в пределе 100 является сложение и вычитание в пределе 10, 20, 100, например:

I. В пределе 10: 700+200; 400+400; 200+600; 900—200; 600—300; 800—600. Таким образом, здесь мы имеем сложение и вычитание круглых сотен.

II. В пределе 20: 100+50; 160+30; 170+30; 70+120; 60+140; 80+40; 170—70; 170—100; 190—20; 120—30; 140—120. Следовательно, в этот раздел войдут все случаи сложения и вычитания круглых десятков, не превышающих числа 1000, а компоненты и результаты действий не должны превышать 20 десятков. Сюда же войдут сложение и вычитание круглых десятков с однозначными числами, например: 160+5, а также и с двузначными числами, не превышающими число 20, и наоборот, например: 170+15.

III. В пределе 100. Этот раздел особенно богат устными вычислениями: 300+80; 380—80; 360+30; 670—30; 370+30;

[1] Если же знакомство со счетами начинается в концентре тысячи, то это надо провести так, как изложено выше.

400—20; 480+40; 650—60; 70+500; 780—700; 70+320; 590—520; 500+230; 760—260; 70+430; 400—330; 80+430; 420—340.

В данных случаях мы имеем устные вычисления на сложение и вычитание, в которых компоненты и результаты действий имеют предел 100 для круглых десятков.

При таком вычислении учащиеся не будут забывать устные вычисления на сложение и вычитание, и область применения устных вычислений становится шире.

Кроме того, приведенные случаи устных вычислений на сложение и вычитание явятся и хорошей подготовкой к устным вычислениям в пределе чисел любой величины.

В этом же концентре надо обучать учащихся не только вышеуказанным общим приемам устных вычислений, но необходимо научить учащихся и особым приемам устных вычислений на основании переместительного, сочетательного законов и свойств арифметических действий, указанных в программе по арифметике начальной школы.

Кроме того, сюда же входит сложение и вычитание круглых десятков и круглых сотен с однозначным и полным двузначным числом, например: 470+3; 340+27.

Из приведенных примеров мы видим, что сложение и вычитание в пределе 1000 имеют большой материал для устных вычислений. В то же время приведенные примеры устных вычислений на сложение и вычитание имеют большое значение для повторения и закрепления вычислительных навыков в пределе 10, 20 и 100.

При изучении приведенных случаев в пределе 1000 повышается умение производить устные вычисления в пределе 1000.

Мы не останавливаемся подробно на всех приемах устных вычислений сложения и вычитания, а покажем только некоторые из них:

1) 700+200;	7 сот.+ 2 сот.= 9 сот.;	или	700+200=900
2) 80+ 40;	8 дес.+ 4 дес.=12 дес.;		80+ 40=120
3) 120— 30;	12 дес.— 3 дес.= 9 дес.;		120— 30= 90
4) 480+ 40;	48 дес.+ 4 дес.=52 дес.;		480+ 40=520
5) 420—340;	42 дес.—34 дес.= 8 дес.;		420—340= 80

Остальные случаи мы не разбираем, так как объяснение их такое же, как и в приведенных пяти примерах.

При изучении действий сложения и вычитания надо брать те случаи на устное и письменное сложение и вычитание, которые указаны в последней программе по арифметике для начальной школы. Порядка же изучения сложения и вычитания следует держаться такого, который указан в школьном задачнике. То же следует делать и при умножении и делении.

§ 82. ПИСЬМЕННОЕ СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

Основное различие в выполнении письменного и устного сложения и вычитания заключается в том, что устное сложение и вычитание начинается с высших разрядов, а письменное — с низших; при устном сложении и вычитании в основном применяются случаи сложения и вычитания в пределе 100; при письменном — табличное сложение и вычитание.

Чтобы дети лучше поняли смысл перехода от устных вычислений к письменным, следует показать им, что устные вычисления в отдельных случаях трудно выполнимы, а отсюда необходимо знать более легкий способ вычислений; таким способом является письменное выполнение действий; далее следует показать неизменяемость результата при том и другом способах вычислений и преимущество письменных вычислений в более трудных случаях.

Сложение. Переход к письменному сложению можно провести по следующему плану:

I. Решение трудных случаев сложения (устно).

II. Переход на письменное их выполнение: а) сложение, начиная с высших разрядов и с записью в строчку; б) запись столбиком; в) сравнение этих способов; г) сложение, начиная с низших разрядов; д) преимущества последнего способа; е) вывод правила письменного сложения трехзначных чисел; ж) упражнения.

Отдельные пункты разберем на примерах уроков. Рассмотрим урок перехода к письменным приемам сложения.

«Сегодня повторим устное сложение трехзначных чисел и начнем изучать сложение письменно. Решите такой пример: $353 + 214$ (записывается на доске). Расскажите, как будете складывать». (Сотни с сотнями, десятки с десятками, единицы с единицами.)

«А теперь сложите так же 489 и 267». (Дети пытаются решать и убеждаются, что устное вычисление трудно.) «Легко решать устно такие примеры?» (Нет.) «До сих пор в подобных случаях мы складывали устно и записывали окончательный результат. Запишем отдельно, что получится от сложения сотен, затем десятков и единиц». (Получается такая запись: $489 + 267 = 600 + 140 + 16 = 756$.) «Легче стало складывать?» (Легче.) «Почему?» (Мы записывали результаты сложения сотен, десятков и единиц.) «Теперь эту запись упростим. Пусть надо сложить 324 и 435. Запишем эти числа не рядом одно с другим, а столбиком, так, чтобы сотни стояли под сотнями, десятки — под десятками, единицы — под единицами, и сложим, начиная также с сотен». (Учащиеся производят сложение.) «Легче стало складывать?» (Легче.) «Почему?» (Сотни стоят под сотнями, десятки под десятками, единицы под единицами.) «Теперь сложите эти же числа, но начиная с единиц, и сравните результаты». (Результат не изменился.)

Дальше решается еще несколько примеров того же типа, т. е. когда сложение по разрядам не дает единицы следующего разряда, причем каждый пример решается тем и другим путем, начиная с сотен и единиц. После этого делается вывод: сложение можно начинать с сотен и с единиц.

«Теперь посмотрим, с чего удобнее начинать сложение. Сложим числа 549 и 236. Начните сложение с сотен». (5 сотен да 2 сотни будет 7 сотен; подписываем их под сотнями; 4 десятка да 3 десятка будет 7 десятков; подписываем их под десятками; 9 единиц да 6 единиц получается 15 единиц.) «Что образуется из 15 единиц?» (1 десяток и 5 единиц.) «Где подпишете 5 единиц?» (Под единицами.) «А что сделаете с 1 десятком?» (Прибавим к 7 десяткам.) «Сколько получится десятков?» (8.) «Что надо сделать с цифрой 7, стоящей под десятками?» (Стереть и заменить цифрой 8.) «Сложите эти же числа, начиная с единиц». (9 единиц и 6 единиц будет 15 единиц.) «Что образуется из 15 единиц?» (1 десяток и 5 единиц.) «Где подпишете 5 единиц?» (Под единицами.) «А один десяток будем подписывать[1] над десятками данных для сложения чисел. Продолжайте сложение». (Дети заканчивают.) «Эти числа мы начинали складывать и с сотен и с единиц. Как удобнее было складывать: начиная с сотен или с единиц?» (Начиная с единиц.) «Почему?» (Не приходится стирать и переписывать цифры.)

После этого следует дать примеры, в которых и десятки при сложении дают число, большее 10, например: 358+473; 637+284 и т. д., для того чтобы учащиеся окончательно убедились, что письменное сложение удобнее начинать с единиц. Часть таких примеров решается на доске, а часть — самостоятельно в тетрадях.

«Теперь повторим, что узнали мы сегодня о сложении. Как можно складывать числа?» (Устно и письменно.) «Когда надо складывать числа письменно?» (Когда трудно вычислить в уме.) «Возьмите учебник и прочтите, как складывать числа письменно».

Вычитание. После усвоения письменного сложения разработка письменного вычитания упрощается. Здесь нет надобности так детально подходить к вопросу — надо широко использовать аналогию.

Перед объяснением письменного вычитания с раздроблением десятков и сотен необходимо повторить вычитание из двузначного числа однозначного (85—7) и из двузначного числа двузначного (93—68) в пределе 100.

Если учащиеся забыли прием вычитания с раздроблением десятков, то полезно напомнить им на наглядных пособиях. Но надо сохранить здесь чувство меры при использовании наглядных пособий. Если же учащиеся хорошо помнят вычитание с раздроблением десятков, то не следует применять наглядные пособия. Можно начинать со случая, где раздробляются или только сотни, или только десятки.

---

[1] Это допустимо на первых уроках по изучению письменного сложения. Дальше надо приучать учащихся прибавлять единицу следующего разряда, полученную от сложения чисел данного разряда, к первому слагаемому следующего разряда, например:

$$+\begin{array}{r}638\\ \underline{244}\end{array}$$

От сложения единиц получится 1 десяток. Учащийся должен приложить его к 3 десяткам первого слагаемого и сразу говорить: «4 десятка да 4 десятка будет 8 десятков», или еще короче: «4 да 4 будет 8» (десятков).

Урок строится примерно так:

«Мы научились складывать письменно, теперь будем вычитать также письменно. Пусть надо решить такой пример: 845—231. Как записать эти числа, чтобы удобнее было вычитать?» (Столбиком: сотни под сотнями, десятки под десятками, единицы под единицами.) «Сделайте вычитание, начиная с сотен, а потом с единиц, и затем сравните результаты».

Дети проделывают это и убеждаются, что результат получился один и тот же. Отсюда делается вывод, что вычитание письменно можно производить, начиная и с сотен, и с единиц.

«Решим такой пример: 723—546. Решите его, начиная с сотен. Что получится от вычитания сотен?» (2 сотни.) «Далее, что надо вычесть?» (Десятки.) «Из двух десятков вычесть 4 десятка. Можно это сделать?» (Нет.) «В этом случае берут 1 сотню и раздробляют ее в десятки. Сколько десятков в одной сотне?» (10.) «А сколько еще имеется десятков в верхнем числе?» (2.) «Сколько же всего десятков?» (12.) «Сколько останется, если из 12 десятков вычесть 4?» (Останется 8 десятков.) Подпишем это число под десятками. «Что надо сделать с двумя сотнями, которые получились от вычитания сотен?» (Надо стереть и записать одну сотню.) «Почему?» (Одна сотня взята для вычитания десятков.) «Так же вычитают и единицы. Теперь сделаем это же вычитание, начиная с единиц. Можно ли из 3 единиц вычесть 6?» (Нет.) «Как надо поступить?» (Взять 1 десяток, раздробить его в единицы, прибавить 3 единицы и получится 13 единиц.) «Сколько останется, если из 13 вычтем 6?» (Останется 7.) «Где подпишете 7?» (Под единицами.) «Чтобы не забыть, что для вычитания единиц мы взяли 1 десяток, над цифрой десятков верхнего числа ставят точку. Дальше также выполняется вычитание десятков и сотен. Повторим, как мы делаем вычитание: откуда его начинали? (И с сотен, и с единиц.) «Изменился от этого результат?» (Нет.) «Значит, вычитание, как и сложение, можно начинать и с сотен, и с единиц, но откуда удобнее это делать?» (Начиная с единиц.) «Почему?» (Не приходится стирать и поправлять цифры.)

При вычитании трехзначных чисел нужно особо разобрать случай, когда в уменьшаемом на месте десятков стоит нуль и единицы вычитаемого больше единиц уменьшаемого.

Нужно решить такой пример: 802—326. Что нужно сделать, чтобы вычесть 6 единиц?» (Взять 1 десяток.) «Можно это сделать?» (Нет, так как в первом числе десятков нет.) «Что же придется взять?» (1 сотню.) «Что с нею надо сделать?» (Раздробить в десятки). «Сколько получится десятков?» (10.) «Дальше что сделаете?» (Из 10 десятков возьмем один, раздробим в единицы, прибавим 2, получится 12, вычтем 6, останется 6.) «Из какого числа будете вычитать 2 десятка?» (Из 9 десятков.) «Значит, если при вычитании над нулем стоит точка, то какое число в этом случае подразумевается на месте нуля?» (Число 9.) «Продолжайте вычитание».

Для закрепления выводов, как и в сложении, решаются задачи и примеры (не только на вычитание, но и на сложение).

§ 83. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ НА СЧЕТАХ

При изучении сложения и вычитания в пределе 1000 следует проделать упражнения на счетах. Со счетами дети познакомились при прохождении концентра сотни, т. е. они знают поместное значение косточек двух нижних проволок, умеют складывать и вычитать двузначные числа.

Упражнения на счетах в концентре тысячи можно пройти так:

I. Повторение чтения и откладывание на счетах двузначных чисел.

II. Чтение и откладывание трехзначных чисел в такой последовательности: а) круглые сотни; б) полное трехзначное число; в) круглые десятки (230, 350); г) трехзначное число без десятков (308, 506).

III. Сложение трехзначных чисел: а) повторение сложения двузначных чисел без перехода через десяток и с переходом через него (35+24; 38+26); б) сложение трехзначных чисел без перехода через десяток и сотню (324+253; 405+243; 630+254); в) сложение трехзначных чисел с переходом через десяток (348+226); с переходом через сотню (542+373); с переходом через десяток и сотню (285+369).

IV. При вычитании трехзначных чисел можно держаться такого порядка: а) вычитание полных трехзначных чисел без «занимания» и с «заниманием» (856—342; 784—565; 656—283; 832—564); б) вычитание из круглых десятков (740—324; 720—560; 720—356); в) вычитание из неполного трехзначного числа (806—302; 809—342; 802—345; 802—309).

Чтобы навыки вычислений на счетах не забывались, к выкладкам на них следует прибегать не только во время изучения этого материала по плану, но и в дальнейшем, предлагая иногда во время решения задач и примеров некоторые случаи сложения и вычитания проделать на счетах.

§ 84. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

Случаи умножения и деления в концентре 1000, выполняемые устно, можно распределить на следующие типы:

Умножение

Тип	Содержание	Характеристика: первый сомножитель	Характеристика: второй сомножитель	Приемы вычисления
1	30×10 35×10	Круглые десятки Полное двузначное число	10	3 десятка×10= =30 дес.=300 30×10+5×10= =300+50

Эти случаи умножения представляют повторение уже известных детям случаев умножения круглых десятков в пределе 100; разница лишь в величине произведения, выходящего за пределы 100; поэтому перед разбором этих случаев умножения следует повторить умножение таких чисел, как, например, 20×3; 4×10.

Случаи деления, как и только что разобранные случаи умножения, представляют собой распространение на числа в пределе тысячи приемов, известных детям из концентра сотни; таким образом, и здесь работу надо начать с повторения, например, деления 40 : 10, 9 : 3 и применить приемы, указанные при разработке этого вопроса в концентре 20 и 100.

Деление

Тип	Содержание	Делимое	Делитель	Приемы вычисления
1	300:10	Круглые сотни	Десяток	30 десятков:1 десяток=30
	400:100		Сотня	4 сотни:1 сотню=4
	900:300		Круглые сотни	9 сотен:3 сотни=3

Деление круглых сотен на круглые сотни рассматривается как деление по содержанию и начинается с решения соответствующих задач; для выяснения техники деления следует само деление проделать на пособиях, например, применяя пучки палочек или бруски арифметического ящика.

Умножение в первых двух случаях сводится к умножению сотен и десятков и записи полученного результата в виде полного числа. Но вместе с тем это подготовляет учащихся к следующим случаям данного раздела, так как последние сводятся к умножению сотен и круглых десятков на одно и то же число.

Умножение

Тип	Содержание	Первый сомножитель	Второй сомножитель	Приемы вычисления
II	200×3	Круглые сотни	Однозначное число	2 сот.×3=6 сот.==600
	80×4	Круглые десятки		8 дес.×4=32 дес.==320
	34×6	Двузначное число		30×6+4×6==180+24
	6×34	Однозначное число	Двузначное число	6×30+6×4==180+24
	102×6	Неполное трехзначное число	Однозначное число	100×6+2×6==600+12
	6×102	Однозначное число	Неполное трехзначное число	6×100+6×2==600+12

Остальные случаи умножения выполняются по плану: производится поразрядное умножение, начиная с сотен, а затем складываются полученные частные произведения.

В следующей таблице в первую очередь рассматриваются случаи деления трехзначного числа на однозначное при трехзначном частном. Подобно умножению, первый вид деления (когда число круглых сотен делится на делитель) основывается на знании учащимися нумерации.

Деление

Тип	Содержание	Делимое	Делитель	Приемы вычисления
II	400:2 500:2	Круглые сотни	Однозначное число	4 сот.:2=2 сот.=200 400:2+100:2=200+50
	505:5	Неполное трехзначное число		505:5=500:5+5:5==100+1
	260:2	Круглые десятки		200:2+60:2=100+30
	464:2	Полное трехзначное число		400:2+60:2+4:2==200+30+2

Умножение

Тип	Содержание	Первый сомножитель	Второй сомножитель	Приемы вычисления
III	40·20	Круглые десятки	Круглые десятки	40·2·10, или 40·10·2
	24·30	Полное двузначное число		24·3·10, или 24·10·3
	30·24	Круглые десятки	Полное двузначное число	3 дес.·24=72 дес.==720

Деление

Тип	Содержание	Делимое	Делитель	Приемы вычисления
III	800:40	Круглые сотни	Круглые десятки	800:4:10, или 800:10:4
	540:60	Круглые десятки		540:6:10, или 540:10:6
	720:30			720:3:10, или 720:10:3 или 80 дес.:4 дес.=20 54 дес.:6 дес.=9 72 дес.:3 дес.==60:3+12:3==20+4=24
	720:24	Круглые десятки	Полное двузначное число	72 дес.:24==3 дес.=30

В остальных же случаях применяется один основной прием — поразрядное деление, начиная с сотен, и сложение полученных результатов. Но, кроме этого приема, в отдельных случаях можно применять и другие. Так, например, 500 : 2 можно разделить так: 50 дес. : 2 = 25 дес. = 250. Деление на 8 можно свести к последовательному делению на 2, т. е. 560 : 2 = 280; 280 : 2 = 140; 140 : 2 = 70.

Как умножение, так и деление в отмеченных случаях основываются на сочетательном законе умножения: чтобы умножить или разделить на произведение, нужно умножить или разделить сначала на один сомножитель, затем полученное число — на другой.

Разберем подробнее, как подвести учащихся к усвоению этого приема умножения.

«40 надо умножить на 20. На какое круглое число мы уже умеем множить?» (На 10.) «Сколько получится, если мы 40 умножим на 10?» (400.) «Нам нужно было 40 умножить на 20, а мы помножили только на 10, на сколько еще надо помножить полученное число?» (На 2.) «Сколько получится?» (800.) «Запишем это:

$$40 \cdot 20 = 40 \cdot 10 \cdot 2;\ 40 \cdot 10 = 400;\ 400 \cdot 2 = 800$$ [1].

Решите так же и запишите, как мы записали: 30 · 20; 30 · 30. Чтобы умножить число 40 на 20, мы умножили его сначала на 10, а затем полученное число на 2. Сделайте наоборот, т. е. сначала 40 умножьте на 2, а затем полученное число на 10 и сравните полученный результат с первым: каковы они?» (Равны между собой.) «Значит, чтобы умножить число на 20, как можно умножить?» (Сначала на 10, а затем на 2, или же сначала на 2, а затем на 10.) «Теперь пусть надо 24 умножить на 30. Как можно умножить на 30?» (Сначала 24 умножить на 3, а затем полученное число на 10.) «Сделаем и запишем на доске, а затем в тетради». (24 · 30 = 24 · 3 · 10; 24 · 3 = 72; 72 · 10 = 720.)

«Решите так же и запишите: 32 · 20; 26 · 30; 45 · 20».

Усвоенный прием умножения нетрудно применить и к делению трехзначного числа на круглые десятки.

«Надо 800 : 20. Припомните, как мы умножали на 20, и деление 800 на 20 сделайте так же, т. е. на сколько сначала разделим 800?» (На 10.) «Сколько получится?» (80.) «Дальше: на сколько надо разделить 80?» (На 2.) «Сколько получится?» (40.) «Решите такие примеры: 900:30; 600:30; 800:40;...».

Тот же прием дети сумеют применить и к делению трехзначного числа, состоящего из круглых десятков, на круглые десятки менее 100; например: 720 : 30; 720 : 10 = 72; 72 : 3 = 24.

В этих случаях можно применить и другой прием, а именно: 800 : 20 можно свести к делению 80 дес. на 2 дес. или 720 : 30 к делению 72 дес. на 3 дес. Однако целесообразно в этом месте ограничиться одним изложенным общим приемом как для деления, так и для умножения.

---

[1] Такие записи делаются лишь при разъяснении приема, а в дальнейшем достаточно обыкновенной записи: 40 · 20 = 800.

§ 85. ПИСЬМЕННОЕ УМНОЖЕНИЕ

Перед изучением письменного умножения необходимо повторить таблицу умножения и внетабличное умножение в пределе 100.

Письменное умножение и деление в пределе 1000 применяется в тех случаях, когда трудность применения уже изученных приемов устных вычислений убеждает учащихся в необходимости искать более легкие способы вычислений, т. е. перейти к письменному выполнению.

Начинать письменное умножение надо с легкого случая в зависимости от программы по арифметике начальной школы и стабильного сборника арифметических задач.

Рассмотрим случай умножения трехзначного числа на однозначное. Берется случай, где устное умножение затрудняет учащихся, например: $248 \cdot 4$.

«Велосипедный завод выпустил 248 мужских велосипедов, а детских в 4 раза больше. Сколько детских велосипедов выпустил завод?» (Задача повторяется.) «Как узнать, сколько выпущено детских велосипедов?» (Надо 248 умножить на 4.) «Почему?» (Потому что число 248 надо увеличить в 4 раза, а в этих случаях применяется умножение.) «Мы до сих пор выполняли умножение в уме. Как это сделать?» (Надо 200 умножить на 4, затем 40 умножить на 4 и, наконец, 8 умножить на 4.) «Легче это сделать письменно. Надо поступить так: подпишем 4 под 248 так, чтобы это число стояло под единицами: $\times\begin{array}{r}248\\4\end{array}$. Начнем умножать с единиц: 8 взять 4 раза, будет 32, т. е. 3 десятка и 2 единицы. Подпишем 2 единицы под единицами, а 3 десятка будем держать в уме. Дальше умножим 4 десятка на 4, получим 16 десятков, да 3 десятка имеем от умножения единиц (в уме), всего будет 19 десятков, т. е. 9 десятков и 1 сотня; 9 десятков подпишем под десятками, 1 сотню будем держать в уме. Наконец, умножим 2 сотни на 4, получим 8 сотен, да в уме 1 сотня, всего будет 9 сотен; подпишем 9 сотен под сотнями, всего получилось 992».

Решается еще несколько подобных примеров, причем в дальнейшем не следует так подробно разбирать получаемые отдельные произведения, т. е. не следует каждый раз требовать, чтобы учащийся говорил, сколько в полученном числе десятков и единиц, сколько сотен и десятков; например, при умножении 326 на 3 можно ограничиться таким объяснением: «6 взять 3 раза, получится 18, 8 пишем, а один в уме. Трижды 2 будет 6, да 1 будет 7». (Подписывают под десятками.) «Трижды 3 будет 9». (Подписывают.) «Всего получилось 978».

Время от времени следует требовать и подробного объяснения всего процесса умножения.

Перед разбором случая умножения на двузначное число необходимо дать письменное умножение следующих случаев:

$$1)\ 240 \cdot 3;\quad 2)\ 203 \cdot 4;\quad 3)\ 27 \cdot 20;$$

после этого дать объяснения письменного умножения на двузначное число.

Разберем случай умножения двузначного числа на двузначное.

«Какие числа и на какие мы научились множить письменно?» (Трехзначное на однозначное.) «Посмотрим теперь, как умножить письменно двузначное число на двузначное.

Пусть надо умножить 34 на 26.

Подпишем данные нам для умножения числа столбиком.

Чтобы обозначить, что надо эти числа перемножить, сбоку слева ставят косой крест. Начнем умножать 34 на единицы второго числа и подпишем под чертой так, чтобы разряд стоял под разрядом. Какое число получилось?» (204.)

$$\begin{array}{r} \times\ 34 \\ 26 \\ \hline 204 \\ +68 \\ \hline 884 \end{array}$$

«На что теперь надо умножить 34?» (На 20.) «Или по-другому как сказать?» (На 2 десятка.) «Если мы 4 единицы помножим на 2 десятка, то сколько получится?» (8 десятков.) «Где подписать их?» (Под десятками полученного числа.) «Дальше что будем умножать?» (Три десятка на 2 десятка.) «Или какое число на какое?» (30 на 20.) «Сколько получится?» (600.) «Сколько тут сотен?» (6.) «Где подписать их?» (Под сотнями первого числа.) «Что теперь надо сделать с полученными числами?» (Сложить.) «Какое число получится? (884.) «Повторите, как же мы умножим 34 на 26 при записи их столбиком?» (Повторяют.)

§ 86. ПИСЬМЕННОЕ ДЕЛЕНИЕ

Перед изучением письменного деления необходимо основательно повторить таблицу умножения и деления (устно) с остатком и без остатка в пределе 100.

К письменному делению относятся следующие случаи:

I. *Деление трехзначного числа на однозначное при двузначном частном.* Сначала рассматриваются случаи деления, когда десятки делимого делятся без остатка на делитель: 324 : 4; а затем случай, когда от деления десятков получается остаток.

$$\begin{array}{r|l} -324 & 4 \\ \underline{32} & \overline{81} \\ -4 & \\ \underline{4} & \\ 0 & \end{array}$$

Первый случай сводится к последовательному делению (32 дес. : 4+4:4) и усваивается учащимися без труда. Здесь уже следует применить указанную запись (см. столбик).

Второй случай можно объяснить так:

«Разделим 656 на 8. Запись: $656\,|\,\underline{8}$

С какого разряда начнем деление?» (С сотен.)

«Получим ли при делении сотен в частном хотя бы одну сотню?» (Нет.) «Что надо сделать?» (Раздробить 6 сотен в десятки и прибавить 5 десятков делимого, получится 65 дес.)

«Что получится от деления 65 дес. на 8?» (В частном 8 дес.)

«Это записывается так: $656\,|\,\underline{8}$ Проверим частное, для этого множим
8
его на делитель, получается 64 дес.

Вычитаем 64 дес. из 65 дес. делимого; получается в остатке 1 дес. Что с ним надо сделать?» (Раздробить в единицы и прибавить 6 единиц делимого, получится 16.) «Что дальше надо сделать?» (Разделить 16 на 8, получим 2 единицы.) Это записывается так (см. столбик):

$$\begin{array}{r|l} -656 & 8 \\ \underline{64} & \overline{82} \\ -16 & \\ \underline{16} & \\ 0 & \end{array}$$

II. *Деление трехзначного числа на однозначное при трехзначном частном.* Здесь могут быть два случая: а) каждый разряд делимого делится без остатка на делитель: 684 : 42; б) число отдельных сотен и отдельных десятков не делится на делитель: 772 : 4.

Первый случай выполняется полуписьменно, и прием деления указан выше. Второй случай объясняется так:

$$\begin{array}{r|l} 772 & 4 \\ -4 & \overline{1} \\ \hline 3 & \end{array}$$

«Разделим 772:4. С чего начнем делить?» (С сотен.) «Что получится?» (1 сотня и в остатке 3 сотни.) «Что дальше надо сделать?» (Раздробим оставшиеся 3 сотни в десятки, прибавим 7 десятков и получим 37 десятков.) «Что получится в частном от деления 37 десятков на 4?» (9 десятков.) «Как проверить эту цифру частного?» (Надо 9 десятков помножить на 4, получим 36 десятков, вычтем их из 37 десятков остатка.) «Дальше что будем делать?» (1 десяток раздробим в единицы, прибавим 2 единицы делимого, получится 12 единиц, разделим их на 4, в частном получится 3 единицы.) «Как проверить эту цифру частного?» (Помножим 3 на 4 и полученное число вычтем из 12 единиц делимого.)

$$\begin{array}{r|l} 772 & 4 \\ -4 & \overline{193} \\ \hline 37 & \\ -36 & \\ \hline 12 & \\ -12 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

III. *Деление трехзначного числа на двузначное при однозначном частном.* Этот случай деления (540 : 60) выполняется полуписьменно.

IV. *Деление трехзначного числа на двузначное при однозначном частном.*

Трудность деления в этом случае заключается в определении цифры частного. Подготовительными примерами служат разобранные выше примеры деления круглых десятков на круглые десятки, например: 540 : 60. Определив число десятков в делимом и делителе, делят двузначное число на однозначное: 54 дес. : 6 дес. = 54 : 6 = 9 (деление по содержанию). Частное проверяется умножением 6 дес. на 9. Запись остается в строчку.

Следует обратить внимание на деление с остатком, которое послужит подготовкой к делению на двузначное число при двузначном частном. Например:

$$\begin{array}{r} 248:30=8 \\ -240 \\ \hline 8 \end{array}$$

Вычисление остатка можно сделать устно.

При делении на двузначное число, не оканчивающееся нулем, начинают с примеров, где делитель оканчивается на 1, 2, 3; в таких примерах нетрудно округлить делитель, например: 217 : 31; 256 : 32; 344 : 43. Разделив десятки делимого на десятки делителя (3 дес., 4 дес.), проверяют частное путем умножения двузначного делителя на частное. В примерах с остатком умножение выполняется устно, результат записывается под делимым и вычитается:

$$\begin{array}{r|l} 311 & 53 \\ -265 & \overline{5} \\ \hline 46 & \end{array}$$

Потом переходят к примерам, где двузначный делитель оканчивается на 7, 8, 9. Здесь при определении цифры частного округляют делитель до ближайшего большего числа круглых десятков, например в делении 288 на 48, 552 на 69, деля 28 дес. на 5 дес., 55 дес. на 7 дес., проверяют частное путем умножения. Если делитель оканчивается на 4, 5, 6, то его округляют до ближайшего меньшего и до ближайшего большего числа круглых десятков, например: 272 : 34. В 27 десятках 3 десятка содержатся 9 раз, а 4 десятка 6 раз, берем 8. Проверим намеченное частное умножением. В этих случаях деления должны быть рассмотрены также примеры на деление с остатком.

V. *Деление трехзначного числа на трехзначное.* Изучению этого раздела должно предшествовать повторение случаев внетабличного устного деления в пределе 100.

Подготовительными упражнениями к этому случаю деления являются разобранные выше случаи деления круглых сотен на круглые сотни.

При делении трехзначного числа на трехзначное ученики определяют частное путем деления сотен делимого на сотни делителя: «872 : 218; 2 сотни содержатся в 8 сотнях 4 раза. Не будет ли и весь делитель содержаться в делимом также 4 раза? Проверим, умножив 218 на 4; полученное произведение сравним с делимым».

Можно предложить учащимся сравнить число десятков делителя с числом десятков делимого, например: 872 : 218. Ученики должны сообразить, сколько раз 21 десяток делителя содержится в 87 десятках делимого. Проверяем дальше полученное число (4) путем умножения его на 218.

VI. *Деление трехзначного числа на двузначное при двузначном частном.* Этому случаю деления должно предшествовать повторение деления двузначного числа на двузначное с остатком (например, 86 : 21).

Это наиболее трудный случай деления.

$$\begin{array}{r|l} -792 & 36 \\ \underline{72} & \overline{22} \\ -72 & \\ \underline{72} & \\ 0 & \end{array}$$

Надо 792 разделить на 36. Записываем: 792 | 36. «Получатся в частном сотни?» (Нет.) «Почему?» (Потому что число сотен делимого меньше делителя.) «Что надо сделать?» (Раздробить их в десятки и прибавить 9 дес. делимого. Получится 79 дес.) «Сколько десятков получится в частном?» (2.) «Проверьте и запишите. Что дальше будем делать?» (7 дес. раздробим в единицы, прибавим 2 единицы делимого. Получим 72 единицы, разделим на 36, получим 2.) «Проверьте и запишите».

ГЛАВА XIII

МНОГОЗНАЧНЫЕ ЧИСЛА

§ 87. ПРИЧИНЫ ВЫДЕЛЕНИЯ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ В ОСОБЫЙ КОНЦЕНТР

Концентр чисел любой величины завершает курс целых чисел, а так как основная цель начальной школы в области арифметики — научить вычислениям над целыми числами, то понятным становится требование особенной тщательности изучения этого концентра. Нужно добиться, чтобы учащиеся вполне свободно, сознательно, правильно и быстро могли обращаться с многозначными числами в пределе миллиардов, хотя при изучении действий следует по преимуществу иметь дело с числами в объеме двух первых классов, так как эта область чисел чаще встречается на практике.

Целевой установкой изучения концентра многозначных чисел является усвоение детьми в целом устной и письменной нумерации, а затем окончательное усвоение приемов письменного выполнения всех четырех арифметических действий.

§ 88. НАГЛЯДНЫЕ ПОСОБИЯ

При изучении нумерации многозначных чисел можно применять следующие наглядные пособия; а) вертикальные проволоки классных счетов (в количестве 9; черт. 2, глава IV); б) русские счеты; в) счетную доску; г) счетный ящик (черт. 4).

Из этих пособий следует считать обязательными первые два, потому что на вертикальных проволоках легче объяснить детям и устную и письменную нумерацию, а русские счеты имеют большое практическое значение. Кроме того, в тетрадях учащихся должна быть таблица разрядов по образцу, имеющемуся в учебнике.

Применение на этой ступени изучения нумерации таких наглядных пособий, как пучки палочек, излишне по следующим причинам: 1) очень громоздко иметь такой большой набор палочек; 2) ясного представления о сравнительной величине больших чисел при помощи этого пособия дети все равно не получат; 3) наглядное представление сравнительной величины единиц больших чисел не имеет значения при изучении нумерации этих чисел: здесь дети применяют усвоенный ими наглядно в концентре сотни и тысячи основной принцип десятичной системы (10 единиц одного разряда дают единицу соседнего высшего разряда).

К русским счетам можно рекомендовать такое простое добавление: каждые 3 проволоки, соответствующие классу числа, перевязываются цветной ленточкой или полоской цветной бумаги разных оттенков, а на рамке счетов укрепляются против каждой проволоки цифры из цифровой кассы, показывающие порядковый номер проволоки.

Изучение нумерации в концентре многозначных чисел необходимо связать с изучением метрических мер. Эта связь может выразиться в следующем: при изучении нумерации целых чисел решаются задачи на раздробление метрических мер (1 *т* 5 *ц* раздробить в килограммы; 123 *м* — в миллиметры) и на превращение (превратить в высшие меры: 2570 *ц*; 14 540 *см*; 27 380 *кг*).

§ 89. НУМЕРАЦИЯ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ (Общие положения)

В нумерации многозначных чисел дети изучают основы десятичной системы счисления и состав десятичного числа.

Все это необходимо для успешного изучения арифметических действий, так как устное и письменное производство действий основано на особенностях десятичной системы счисления. Твердое знание десятичной системы помогает избежать многих ошибок в производстве действий. Например, в случае деления с нулями в частном, когда при вычислении какой-либо цифры частного учащиеся называют разряд делимого и разряд получающейся цифры частного, они не пропускают нуля в частном. Особенно полезно при этом делении указать разряд первой цифры частного, на каком месте справа она должна стоять и сколько всего разрядов должно быть в частном.

В дополнение к усвоенным ранее принципам устной нумерации на этой ступени прибавляется новое, а именно: 1) каждые три разряда числа составляют класс; 2) в каждом классе, начиная со второго, числа образуются и читаются, как в первом; здесь необходимо ввести и объяснить термины «разряд», «класс».

Что касается порядка изучения устной и письменной нумерации, то он и здесь иной, нежели при изучении нумерации в пределе 100 и 1000. Письменная и устная нумерация здесь изучается совместно, как взаимно дополняющая одна другую.

Существуют различные взгляды на порядок прохождения нумерации многозначных чисел: 1) числа изучают в порядке нарастания разрядов, т. е. начинают изучать четырехзначные числа, затем идут пятизначные, шестизначные и т. д., и уже после этого дается понятие о классе; 2) изучают числа по классам, после первого класса идет второй, затем присоединяют первый класс и изучают числа двух первых классов вместе; после этого изучается также отдельно класс миллионов, а затем к нему присоединяются первые два класса и, наконец, вводится класс миллиардов.

Второй порядок изучения нумерации следует признать более желательным по следующим соображениям: 1) в основе нумерации многозначных чисел лежит понятие «класс»; 2) нумерация внутри каждого класса строится по одному плану; она основана на десятичном соотношении единиц соседних разрядов. Изучение нумерации чисел свыше 1000 распадается на два этапа: а) нумерация чисел в пределе миллиона и б) нумерация чисел миллиона.

При изучении письменной нумерации наибольшую трудность представляет умение записать неполное многозначное число, т. е. число, в котором нет единиц отдельных разрядов. Эта трудность значительно облегчится, если при изучении нумерации дети усвоят, что количество цифр в числе определяется местом высшего разряда этого числа; отсюда понятно, что при изучении нумерации нужно особое внимание обратить на умение правильно определять место **высшего разряда** числа. Учащийся должен безошибочно отвечать на такие, например, вопросы: а) какой высший разряд в данном числе; б) на каком месте в числе он стоит; в) сколько поэтому должно быть цифр при записи данного числа.

Учащиеся должны ясно различать смысл слов «число» и «цифра». Часто учащиеся ошибочно говорят: «отделим в делимом два числа» вместо «две цифры» или: «в частном получим два числа» вместо «число, выраженное двумя цифрами». Учащиеся должны безошибочно отвечать на вопросы, сколько всего чисел, сколько всего цифр, написать все цифры, уметь записать различные трех- или четырехзначные числа одними и теми же цифрами и т. п.

При записи многозначных чисел необходимо требовать от учащихся, чтобы они класс от класса отделяли несколько большими промежутками, нежели разряд от разряда. Никаких дополнительных значков в числе для разделения классов допускать не следует.

§ 90. УСТНАЯ И ПИСЬМЕННАЯ НУМЕРАЦИЯ

По намеченному выше плану изучение нумерации в пределе миллиона распадается на две ступени: 1) нумерация чисел второго класса; 2) нумерация чисел второго и первого классов вместе.

План этой работы может быть таков:

I. Повторение нумерации трехзначных чисел. II. Нумерация чисел второго класса.

1. Значение единиц, стоящих на первом, втором, третьем местах справа (повторение).

2. Выяснение понятий «разряд», «класс».

3. Выяснение значения единиц четвертого, пятого и шестого разрядов.

4. Нумерация чисел второго класса в такой последовательности: 4000; 35 000; 40 000; 268 000; 300 000; 250 000; 402 000 [1].

При рассмотрении каждого типа чисел работа ведется в таком порядке:

а) чтение учащимися чисел, отложенных учителем на приборе; б) откладывание учащимися на приборе чисел и чтение этих чисел; в) запись откладываемых на приборе чисел; г) письмо чисел под диктовку учителя и учащихся.

---

[1] Здесь приводятся **типы** чисел в последовательном порядке их усложнения.

5. Упражнение в раздроблении именованных чисел, упражнение на русских счетах.

При изучении каждого из намеченных типов необходимо проделать следующие упражнения: а) назвать числа, которые на единицу меньше, например, чисел: 2000; 4800; 40 000; 500 000; 600 840 и т. д.; б) назвать числа, на единицу больше чисел: 8 999; 45 999; 199 999 и т. п.; в) определить, сколько единиц каждого разряда, или разложить на разрядовые единицы числа: 485 618; 30 560; 79 097 и т. п.; г) определить, сколько всего сотен, сколько всего тысяч, сколько всего десятков тысяч и т. д. в данном числе, т. е. данное число выразить в более крупных разрядных единицах. Например, дано число 650. Выразить это число в десятках. Зная, что в сотне 10 десятков, вычисляют, что 6 сотен — это 60 десятков да 5 десятков, всего 65 десятков. Дано число 7500. Определить, сколько сотен в этом числе. В тысяче 10 сотен, в 7 тысячах 70 сотен и 5 сотен, всего 75 сотен.

Дальше разбираются и более трудные случаи.

Сколько всего десятков в 521? в 4532? в 63 412?

Из разбора примеров делается вывод: чтобы выделить все десятки числа, надо откинуть в числе одну цифру справа; чтобы выделить все сотни — две цифры справа и т. д.

На основании вывода определяют в ряде примеров число всех десятков, всех сотен и т. д.

Обратные упражнения состоят в том, что данное число круглых десятков, сотен и т. д. выражают в единицах.

Например: «Дано 67 десятков. Выразить это число в единицах». Объясняют так: 60 десятков — это 6 сотен, или 600 единиц, 7 десятков — это 70 единиц, а всего 670 единиц; 48 сотен — это 40 сотен, или 4 тысячи, т. е. 4000 единиц, 8 сотен — это 800 единиц, а всего 4800 единиц. Разобрав ряд примеров: «52 сотни, 78 десятков тысяч и т. д. выразить в единицах», делают вывод: чтобы число, выраженное в десятках, заменить единицами, надо приписать один нуль справа, вместо слова «сотни» — два нуля, вместо слова «тысяч» — три нуля и т. д.

Вывод применяется к решению ряда примеров.

«Мы умеем писать и читать числа до 1000. На этом уроке будем учиться читать и писать числа, больше 1000. Отложи на этом приборе (вертикальные проволочки классных счетов) число 328. Что означают 8 косточек на первой проволоке справа, 2 на второй, а 3 на третьей?» (3 сотни, 2 десятка и 8 единиц, так как простые единицы мы откладываем на первой проволоке справа, десятки — на второй, сотни — на третьей). «Запишите число 328». (Дети записывают в тетрадях.) «Слушайте: каждое место в числе называется р а з р я д о м. Разряды считают по порядку с правой руки к левой. Скажите, как же называют единицы третьего разряда?» (Сотни.) «Единицы второго разряда?» (Десятки.) «А единицы первого разряда?» (Простые единицы.) «Слушайте дальше: три разряда вместе составляют к л а с с. Первые три разряда составляют первый класс. Значит, в первый класс какие по порядку разряды входят?» (Первый, второй, третий.) «А как называются единицы п е р в о г о класса?» (На первом месте простые единицы, на втором — десятки, на третьем — сотни.) «Чтобы отметить первый класс на приборе, прикрепим на нем кнопками, например, красную полоску бумаги. Положите на прибор 9 сотен и прибавьте 1 сотню. Чем заменим мы 10 косточек первой проволоки?» (Одной косточкой на второй.) «А 10 косточек второй?» (Одной косточкой на третьей.) «А 10 косточек на третьей?» (Одной косточкой на четвертой.) «Что заменяет одна косточка на четвертой проволоке?» (10 сотен.) «Как по-другому называются 10 сотен?» (Одна тысяча.) «Значит, на четвертой проволоке справа что будем откладывать?» (Тысячи.) «Следовательно, тысяча — единица которого разряда?» (Четвертого.) Учитель откладывает 8000. «Прочитайте число, которое я отложил». (8000.) «Почему?» (Потому что на четвертом месте откладывают тысячи.) «Отложите 7000, 9000, 5000,... Теперь запишем 8000». (Вызванный ученик записывает.) «Почему после 8 надо поставить 3 нуля?» (Потому что в этом числе нет отдельных сотен, десятков и простых единиц)[1]. «Значит, на четвертой проволоке на счетах и на четвертом месте при письме что мы будем ставить?» (Тысячи.)

Таким же способом учащиеся знакомятся с десятком тысяч. После этого переходим к двузначному числу второго класса.

Учитель откладывает, например, число 35 000. «Прочитайте отложенное число. Почему вы так прочитали?» (Потому что в этом числе 3 десятка тысяч и 5 единиц тысяч.) «Отложите числа: 64 000; 78 000; 25 000. Теперь запишем число 64 000. Какой в этом числе высший разряд?» (Десятки тысяч.) «На каком месте ставятся десятки тысяч?» (На пятом.) «Значит, в числе сколько должно быть цифр?» (5.) «Запишите и объясните, почему вы так написали».

Дальше идут упражнения в откладывании и записи остальных типов чисел в том порядке, который указан в п. II плана этого урока.

Эта часть урока заканчивается указанием учителя, что четвертый, пятый и шестой разряды образуют в т о р о й класс — класс тысяч. На приборе рядом с прикрепленной полоской цветной бумаги помещают полоску другого цвета. Подробный разбор чисел перед их записью и объяснение записанных чисел следует делать лишь на первых порах, когда дети еще только знакомятся с этим материалом. В дальнейшем это делается время от времени для контроля.

Урок заканчивается упражнениями в раздроблении и превращении именованных чисел и упражнениями на русских счетах.

Дальнейшую работу по изучению нумерации многозначных чисел можно построить так:

1. Повторяется откладывание и запись чисел второго класса.

2. Учащиеся в тетрадях чертят таблицы разрядов.

3. Делается разбор этой таблицы: дается понятие о первом и втором классах; о количестве разрядов и месте их в каждом классе.

4. Выводится правило чтения второго класса и правило письма этих чисел.

5. Выполняются упражнения на русских счетах.

При изучении этого материала основной задачей должно быть усвоение детьми таблицы разрядов и классов, а затем усвоение правила чтения и записи чисел второго класса. Таблица вычерчивается учителем на доске при повторении материала первого урока, а учащиеся записывают ее в свои тетради. Таблицу следует вычерчивать, начиная с первого класса, не сразу, а постепенно: сначала первый класс, а затем второй.

---

[1] Для лучшего усвоения можно первые записи чисел делать под прибором.

Формулировку правил записи чисел следует взять из учебника арифметики.

После усвоения нумерации чисел второго класса переходим к нумерации чисел двух классов вместе.

План урока может быть таков:

I. Повторение записи и чтения чисел одного первого и одного второго классов.

II. Нумерация чисел первого и второго классов вместе в такой последовательности: а) полные числа обоих классов (342 516); б) неполные числа первого класса (342 520; 342 900; 342 508); в) неполные числа второго класса (2564; 38 564; 320 564; 300 564; 302 564); г) неполные числа обоих классов (32 008; 230 560; 204 500) и т. д.

III. Изучение чисел третьего и четвертого классов сначала в отдельности, а затем вместе с остальными классами.

При разработке п. II этого плана нужно держаться порядка, указанного в п. 5 плана первого урока по изучению нумерации чисел второго класса. Обязательным и здесь должен быть предварительный разбор чисел (перед откладыванием их на приборе и перед записью названного учителем числа); этот разбор должен дать ответ на два вопроса: 1) какой высший разряд в числе (а тем самым определить количество цифр в числе); 2) каких разрядов нет в числе (где ставить нули).

На разборе полных шестизначных чисел учащиеся убеждаются, что числа второго класса читаются так же, как числа первого класса, с добавлением слова «тысяч». Формулировку же правила записи таких чисел следует взять из учебника.

Разработка нумерации третьего и четвертого классов, а затем этих классов вместе с остальными должна идти по образцу приведенных разработок нумерации чисел двух первых классов [1], причем работу надо вести быстрее: учащиеся сущность десятичной системы счисления к этому времени обычно усваивают достаточно сознательно; надо рассмотреть наиболее трудные случаи, в меньшей степени прибегать к откладыванию чисел на приборе, а обратить больше внимания на чтение и запись чисел.

После изучения чисел трех классов следует показать образование единицы следующего класса (миллиарда) и проделать несколько упражнений с такими числами.

Так же как при изучении тысячи, учащимся надо дать конкретное представление о счетных единицах — миллионе и миллиарде, например: 1) расстояние от Москвы до Ленинграда равно

---

[1] Порядок следования чисел должен быть такой:

а) Числа третьего класса (8 000 000; 38 000 000; 382 000 000; 300 000 000; 320 000 000; 502 000 000).

б) Числа трех классов вместе (324 682 516; 324 840 000; 324 000 652; 300 300 300 и т. п.).

в) Такой же порядок соблюдается и при изучении четвертого класса.

приблизительно одному миллиону шагов взрослого человека; 2) 1900 лет равны приблизительно одному миллиарду минут; миллиард секунд больше 31 года.

Необходимо указать практическое применение больших чисел в бюджете СССР, в науке: в астрономии, биологии[1] и т. д

§ 91. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

Переход к письменному выполнению действий не означает отказа от устных вычислений; и при письменных вычислениях все, что можно, следует вычислить в уме.

В этом концентре сложение и вычитание изучаются отдельно, так как все приемы производства этих действий учащиеся усвоили в предыдущих концентрах, а здесь они применяют их к большим числам, что удобнее сделать при раздельном изучении этих действий.

Сложение. План изучения сложения чисел в пределе миллиона может быть следующий:

I. Повторение устного сложения разрядных чисел: 5 тысяч + +7 тысяч; 9 дес. тыс. + 6 дес. тыс.; 4 сотни тыс. + 8 сотен тыс. и т. д.

II. Повторение письменного сложения в пределе 1000[2].

III. Письменное выполнение простейших случаев сложения многозначных чисел (поразрядное сложение, начиная с низшего).

IV. Разбор случаев сложения с превращением, т. е. когда от сложения единиц данного разряда получается единица следующего, высшего разряда.

V. Решение примеров и задач на сложение различных чисел двух первых классов с тремя и более слагаемыми.

VI. Вывод правила и чтение его по учебнику.

VII. Упражнения в решении примеров и задач.

При сложении многозначных чисел с «превращением» единиц одного разряда в единицы соседнего, высшего, когда последние дают число, равное или большее 10, особенно важно соблюдать постепенное нарастание трудностей.

Можно наметить такой порядок:

а) $\left.\begin{matrix} 62\,514 + 31\,345 \\ 712\,327 + 252\,562 \end{matrix}\right\}$ без перехода в соседний разряд;

---

[1] Ряд интересных задач на представление миллиона и миллиарда учитель найдет в статье А. Пескова (журн. «Начальная школа», 1944, № 3).

[2] Если не все случаи сложения и вычитания пройдены в пределе 1000, то их следует перенести в концентр многозначных чисел и начать по возможности каждый случай в пределе 1000 перед изучением сложения или вычитания многозначных чисел.

б) 48 646+ 21 234
448 652+ 21 263
648 642+210 623 — единицы одного из разрядов при сложении дают число, равное или большее 10;

в) 48 656+ 21 264
284 746+321 362
148 646+ 21 354 — единицы двух и более разрядов при сложении дают число, равное или большее 10;

г) 13 247+ 4 508
128 456+ 40 803
490 035+409 960 — числа с нулями в середине и на конце.

Необходимо прорешать примеры, где второе слагаемое имеет больше разрядов, чем первое, так как правильное расположение разрядов в столбиках заставляет учащихся внимательнее относиться к значению цифр числа, к его разрядам.

Каждый новый вид примеров решается сначала с подробным объяснением, с указанием разрядов складываемых единиц, с объяснением превращения полученной суммы в высший разряд. Потом переходят к краткому пояснению, и сложение выполняется быстро на основании таблицы сложения.

В заключение отдела сложения должны быть даны упражнения в сложении нескольких чисел. Здесь сложение делается более трудным, так как суммы выходят за пределы чисел второго десятка.

Полезно давать примеры, записанные в строчку.

Чтобы правильно расположить числа в столбик, ученики определяют разряд каждой цифры.

Сложение удобнее выполнять, когда столбик начинается с самых длинных чисел, а остальные идут в порядке постепенного уменьшения числа цифр.

Если при сложении единиц какого-либо разряда приходится сделать превращение в единицы следующего разряда, то сложение единиц следующего, высшего разряда удобнее начинать с полученного от превращения числа. Запоминание его ведет иногда к тому, что это число забывают прибавить.

Разберем пример:

$$\begin{array}{r} 15\,941 \\ 1\,438 \\ +\quad 707 \\ 89 \\ \hline 18\,175 \end{array}$$

1+8+7+9=25, т. е. 5 единиц и 2 десятка
2 дес.+4 дес.+3 дес.+8 дес.=17 дес., т. е. 7 дес.+1 сотня
1 сот.+9 сот.+4 сот.+7 сот.=21 сот., т. е. 1 сот.+2 тыс.
2 тыс.+5 тыс.+1 тыс.=8 тыс.

Вычитание. Подобно сложению, вычитание многозначных чисел может быть разработано по такому же плану:

I. Повторение устного вычитания разрядных чисел, например: 7 тыс.—5 тыс.; 12 тыс.— 8 тыс.; 11 млн.—4 млн. и т. д.

II. Повторение вычитания трехзначных чисел.

III. Распространение приема вычитания трехзначных чисел на многозначные (без «запоминания»)[1].

IV. Рассмотрение случаев вычитания с «запоминанием» высшего разряда.

V. Решение примеров и задач.

VI. Вывод правила вычитания и чтение его по учебнику.

VII. Упражнения в решении примеров и задач.

При вычитании наиболее трудными являются те случаи, когда число единиц отдельных разрядов в уменьшаемом меньше числа единиц соответствующего разряда вычитаемого, когда приходится «занимать».

Начиная вычитание чисел, где приходится «занимать», первые примеры объясняют подробно.

Возьмем пример: 5243 — 2598.

$$\begin{array}{r} -\,5243 \\ 2598 \\ \hline 2645 \end{array}$$

Ученик объясняет: «От 3 единиц 8 единиц отнять нельзя, берем десяток: $10+3=13$, вычитаем 8, остается 5; из 3 десятков нельзя вычесть 9 десятков, берем сотню: 10 дес. + 3 дес. = 13 дес.; из 13 десятков отнимаем 9 десятков, остается 4 десятка». И т. д.

В дальнейшем примеры решаются с кратким пояснением, результаты получаются быстро на основании таблицы вычитания.

Трудные случаи вычитания выясняют при помощи наглядных пособий, например на счетах.

Необходимо соблюдать правильное чередование случаев вычитания в порядке нарастания трудностей.

Порядок этот должен быть таков:

а) 94 546 — 32 415; 495 726 — 231 415 } без раздробления;

б) 48 646 — 21 329; 48 646 — 21 363 } раздробление единицы одного разряда;

в) 48 646 — 21 728; 48 646 — 29 352; 48 646 — 23 954; 48 646 — 23 987 } раздробление единиц нескольких разрядов;

г) 12 508 — 8 206; 35 045 — 21 352; 234 002 — 25 131; 234 002 — 12 351; 57 000 — 39 006 } числа с нулями на разных местах и т. д.

Примеры, в которых уменьшаемое и вычитаемое имеют различное число цифр, необходимы, чтобы приучить учащихся правильно подписывать числа.

---

[1] Вместо довольно распространенного термина «занять» лучше употреблять: «взять один десяток, одну сотню, одну тысячу...» (в зависимости от того, какой разряд берется).

По окончании изучения сложения и вычитания многозначных чисел следует познакомить учащихся с проверкой этих действий: сложения — сложением и вычитанием, вычитания — сложением и вычитанием.

§ 92. НАЗВАНИЕ ДАННЫХ И РЕЗУЛЬТАТОВ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ

В связи с изучением сложения и вычитания многозначных чисел следует познакомить учащихся с названиями данных и результата этих двух действий. При этом для лучшего запоминания этих терминов следует разъяснить этимологический состав их.

Сложение. Решается пример на сложение, например 2456+1432, с записью столбиком.

Учитель говорит: «Прочтите числа, которые мы складывали (2456 и 1432). Слушайте: эти числа мы складывали (подчеркивает голосом), поэтому их называют слагаемыми. Запишем это на доске, а вы — в тетрадях против чисел 2456 и 1432. Какие же числа при сложении называются слагаемыми?» (Те числа, которые мы складывали, называются слагаемыми.) «Какое число получилось от сложения?» (3888.) «Это число называется суммой. Повторите. Запишем его против 3888».

Получается запись:

$$\begin{array}{r l} +\begin{array}{r} 2456 \\ 1432 \end{array}\Big\} & \text{слагаемые} \\ \hline 3888 & \text{сумма} \end{array}$$

«Повторите, какое число называется суммой? Какие числа называются слагаемыми? Посмотрите решенные вами раньше примеры и укажите в них слагаемые и суммы».

Вычитание. «Решим пример: 8457—2234. Запишем его столбиком. Укажите, какое число мы вычитаем» (2234.) «Мы это число вычитаем, а потому его называем вычитаемым. Повторите. Скажите, какое же число называется вычитаемым?» (Вычитаемым называется число, которое вычитаем.) «Укажите число, от которого мы вычитаем». (8457.) «Мы от 8457 вычитаем 2234, или по-другому: мы его уменьшаем на 2234, так как первое число мы уменьшаем, то его называют уменьшаемым. Запишем вычитаемое против числа 8457. Назовите число, которое получилось от вычитания» (6223.) «Число 6223 остается после вычитания, а потому его называют остатком. Запишем и это против числа 2234. Остаток называется еще иначе; число 2234 разнится от числа 8457 на какое число?» (На 6223.) «Значит, число 6223 показывает, на сколько 2234 разнится от 8457, показывает разницу, разность этих чисел, а потому его и называют иначе разностью. Запишем и это слово, а вы все перепишите в ваши тетради». Получается запись:

$$\begin{array}{r l} -\begin{array}{r} 8457 \\ 2234 \end{array} & \begin{array}{l} \text{— уменьшаемое} \\ \text{— вычитаемое} \end{array} \\ \hline 6223 & \text{— остаток, или разность} \end{array}$$

«Рассмотрите ранее решенные примеры на вычитание. Укажите и запишите в них уменьшаемое, вычитаемое и разность. Повторите еще раз, как называются числа при вычитании». Названия «остаток» и «разность» можно объяснить и на соответствующих видах простых задач.

§ 93. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

Умножение и деление в данном концентре изучаются в таком порядке: после изучения одного случая умножения идет изучение аналогичного случая деления; например, вслед за случаями умножения многозначного числа на однозначное идет деление многозначного числа на однозначное.

Этим мы достигаем нескольких целей:

1. Каждый случай рассматривается отдельно, дети имеют возможность сосредоточить внимание на небольшом круге вопросов, т. е. им дается по одной трудности за раз.

2. Усвоение приемов умножения в некоторых случаях помогает пониманию приемов соответствующего случая деления (например, деление на 10, 100, 1000 легче усваивается после изучения умножения на 10, 100 и 1000).

3. Чередование действий дает возможность разнообразить задачи, связанные с этими действиями.

На этой ступени обучения главное внимание нужно обратить на письменное выполнение умножения и деления, но вместе с тем и устные вычисления должны применяться непрерывно, перемежаясь с письменными, причем эти упражнения также должны проводиться в определенной, постепенно усложняющейся системе; большое внимание следует уделять сокращенным приемам умножения и деления.

§ 94. УСТНОЕ СЛОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

Как уже указано выше, упражнения в устных вычислениях на практике не выделяются в особый отдел. Мы же рассматриваем этот вопрос изолированно, исключительно в целях уяснения методических особенностей его изучения.

Наметим следующие случаи устного умножения и деления многозначных чисел, кроме сокращенных приемов, указанных в отделе «Устный счет» (гл. VIII).

I. *Умножение.* Умножение круглых сотен, тысяч, десятков тысяч и т. д. на однозначное число: 400 · 6; 8000 · 3; 40 000 · 4 и т. п.

II. *Деление.* а) Деление круглых сотен, тысяч, десятков тысяч на однозначное число: 4000 : 2; 60 000 : 3; 800 000 : 5 и т. п. б) Более простые случаи деления многозначных чисел на однозначное: 2400 : 4; 8000 : 8 и т. п. Приемы вычисления те же, что указаны в концентре тысячи.

§ 95. ПИСЬМЕННОЕ УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ
(Общие положения)

Основной прием письменного умножения (поразрядное умножение, начиная с низших, и деление — с высших разрядов) усвоен детьми при умножении и делении в пределе тысячи[1]. При умножении многозначных чисел учащиеся должны применить этот прием к большим и тем его окончательно закрепить; кроме того, здесь должны быть разобраны все случаи, осложняющие умножение и деление, например: нули на конце и в середине сомножителей, нули в делимом и в частном.

Все случаи письменного умножения и деления можно изучить в таком порядке:

Умножение

а) Умножение многозначного числа на однозначное:
64 315·7; 628 000·8.

б) Умножение на 10, 100, 1000 и т. д.: 3486·10; 25 142·100.

в) Умножение на значащую цифру с нулями:
2564·30; 7415·200.

г) Умножение на двузначное число:
3486·32.

д) Умножение многозначного числа на многозначное:
3254·252.

е) Частные случаи умножения:
36 005·125; 3008·402.

Деление

а) Деление многозначного числа на однозначное:
848 526:6; 728 000:8.

б) Деление на 10, 100, 1000 и т. д.:
32 500:10; 486 000:100.

в) Деление на значащую цифру с нулями:
30 600:300; 72 000:8000.

г) Деление на двузначное число:
3724:24.

д) Деление многозначного числа на многозначное:
31 524:148; 150 924:4586.

е) Частные случаи деления:
822 600:457; 729 000:16 200.

Рассмотрим детали изучения указанных случаев письменного умножения и деления.

§ 96. УМНОЖЕНИЕ

а) *Умножение многозначного числа на однозначное.* Изучение этого случая следует начать с повторения умножения трехзначного числа на однозначное, знакомого учащимся из концентра тысячи, после чего перейти к умножению многозначного числа на однозначное. При умножении отдельных разрядов нужно требовать от учащихся объяснения, какие получаются разряды, что из них образуется и что делать с полученным числом; например, при умножении 3468 на 7 дети должны уметь дать такие объяснения: $8 \cdot 7 = 56$ единиц, из них получится 5 десятков и 6 единиц; 6 единиц пишем под единицами, а 5 десятков удерживаем в уме (замечаем); 6 десятков, умноженные на 7, дают 42 десятка да 5 десятков, полученных от умножения единиц,— всего 47 десятков; они образуют 4 сотни и 7 десятков; 7 десятков подписываем под десятками, а 4 сотни будем держать в уме и т. д.

В дальнейшем процесс умножения упрощается: получаемые разряды уже не называются.

После объяснения нескольких примеров выводится правило:

[1] Если не все случаи умножения и деления изучались в пределе 1000, то их следует перенести в концентр многозначных чисел и начать по возможности каждый случай в пределе 1000 перед изучением умножения или деления многозначных чисел.

чтобы умножить многозначное число на однозначное, надо умножить каждый разряд множимого на однозначное число, начиная с единиц.

Кроме полного многозначного числа, следует разобрать несколько примеров умножения чисел с нулями в середине, например: 48 056 · 9 или 40 064 · 7.

По мнению некоторых методистов, не надо множить нуль. Тогда пример 2307×2 был бы объяснен так: «Дважды семь — 14, 4 пишем на месте единиц; десятков во множимом нет, их не умножаем, но от умножения единиц получился 1 десяток, пишем 1 на месте десятков» и т. д.

Такое объяснение возможно, но неудобно, так как поразрядное умножение здесь не выдерживается.

Возможно другое объяснение умножения, основанное на свойствах нуля. Учащиеся должны знать, что от умножения нуля на любое число и любого числа на нуль получается нуль.

Повторение нуля слагаемым любое число раз дает в сумме нуль, например.

$$0 \times 3 = 0 + 0 + 0 = 0.$$

Здесь надо рассмотреть и обратный случай: умножение на нуль дает в произведении нуль, например: $0 \times 4 = 0$; делаем перестановку сомножителей, отчего произведение не изменяется:

$$4 \times 0 = 0.$$

После такой подготовки умножения многозначного числа с нулями в середине на однозначное число может быть объяснено как умножение поразрядное.

П р и м е р: 2307×2 объясняется так:

«Дважды 7 — 14; записываем 4, 1 в уме;
дважды 0 — 0; нуль да 1 будет 1;
дважды 3 — 6; дважды 2 — 4».

Заслуживает внимания случай умножения многозначного числа с нулями на конце на однозначное число, например:

$$324\,000 \cdot 8.$$

Записываем это в виде:

$$1)\quad \times\begin{array}{l}324 \text{ тыс.}\\ 8\end{array} \qquad 2)\quad \times\begin{array}{l}324\,000\\ 8\end{array}$$

1) Множим 324 тыс. на 8, получаем 2592 тыс. 2) Вместо слова «тысяч» ставим 3 нуля, запись данных изменяем и выводим правило:

Е с л и м н о ж и м о е о к а н ч и в а е т с я н у л я м и, т о м н о ж и т е л ь п о д п и с ы в а е м т а к, ч т о б ы н у л и э т и о с т а л и с ь в п р а в о о т н е г о: ч а с т ь ч и с л а б е з н у л е й у м н о ж а е м н а м н о ж и т е л ь, а к п о л у ч е н н о м у ч и с л у п р и п и с ы в а е м с п р а в а н у л и м н о ж и м о г о.

В умножении однозначного числа на многозначное применяется свойство перестановки сомножителей. Решается задача: «Если на каждую корову надо заготовить в год 5 *т* силоса, то сколько силоса надо заготовить на 238 коров?»

Ученик объясняет: «На одну корову надо запасти 5 *т* силоса, на 238 коров — в 238 раз больше. Надо умножить на 238».

Записав 5 *т*·238, ученик выполняет умножение 238·5 (без наименования), так как от перестановки сомножителей величина произведения не изменяется.

Но умножение однозначного числа на многозначное без перестановки сомножителей также должно быть показано; запись вычисления получается такая:

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times\,238 \\ \hline 1190 \end{array}$$

б) *Умножение многозначного числа на единицу с нулями* (на 10, 100, 1000 и т. д.). Этот случай умножения, как известно, основан на том, что от умножения на 10 единицы превращаются в десятки, десятки — в сотни, сотни — в тысячи и т. д. Механически же умножение на 10, 100, 1000 и т. д. выполняется при помощи приписывания к числу одного, двух, трех и т. д. нулей.

Подвести детей к такому выводу удобно путем сравнения записи данных результатов умножения дву-, трехзначного несложного числа на 10, 100. Например:

$$\begin{array}{ll} 14\cdot 10 = 140 & 35\cdot 10 = 350 \\ 14\cdot 100 = 1400 & 35\cdot 100 = 3500 \\ & 35\cdot 1000 = 35\,000 \end{array}$$

Умножение производится в уме, на доске записываются данные и результат, как указано. Дальше учитель предлагает сравнить результат умножения с данными числами и сказать, чем отличается произведение от множимого. В результате такого сравнения получается вывод:

Чтобы умножить какое-либо число на 10, 100 и т. д., надо приписать к нему справа столько нулей, сколько их было во множителе.

в) *Умножение многозначного числа на значащую цифру с нулями* [1].

Здесь следует отдельно разобрать, когда множимое — неполное многозначное число и когда оно оканчивается в свою очередь нулями.

[1] Более точная формулировка: «Умножение на число, обозначенное значащей цифрой с нулями»; для краткости применяется приведенная выше формулировка. То же надо иметь в виду и в соответствующих случаях деления.

Так как умножение на значащую цифру с нулями было уже проделано учащимися в пределе 1000, то работу надо начать с повторения умножения таких, например, чисел, как $24 \cdot 30$. Это сводится к умножению на 3, затем на 10.

Повторив данный случай, учитель дает пример: $342 \cdot 40$.

«Как умножить 342 на 40?» (Сначала 342 умножим на 4, а затем полученное число на 10.) «Мы решили этот пример устно, а теперь я расскажу вам, как это делать письменно Числа подписывают столбиком так: $\times\begin{array}{r}342\\40\end{array}$, чтобы цифра 4 стояла под единицами первого числа, а нуль — правее нее. Умножим 342 на 4. Сделайте это. Получилось 1368; к этому числу приписываем нуль, или, как говорят, «сносим» нуль. Скажите, что мы сделали с числом 1368, когда приписали к нему нуль?» (Умножили на 10.) «Решите так же следующие примеры: $1826 \cdot 30$; $4738 \cdot 20$.» И т. д.

Дальше разбираются примеры умножения на числа, оканчивающиеся на два, на три и больше нулей (на 600, 7000 и т. д.), после чего делается вывод правила и оно читается по учебнику.

Чтобы умножить число на значащую цифру с нулями, надо умножить число на значащую цифру и к полученному произведению приписать столько нулей, сколько их во множителе.

При умножении на значащую цифру с нулями на практике употребляются различные способы записи данных. Наиболее рациональной нужно признать такую, когда последняя значащая цифра множителя пишется под единицами множимого, так как в подобных случаях приходится фактически умножать лишь на значащую часть множителя:

$$\times\begin{array}{r}6452\\3\,00\end{array} \qquad \times\begin{array}{r}12\,563\\38\,0\end{array}$$

г) *Умножение многозначного числа на двузначное.* С приемом письменного умножения на двузначное число учащиеся ознакомились в концентре тысячи[1]. Здесь этот прием будет применен к умножению многозначных чисел на двузначное и окончательно закреплен. Естественно, что изучение этого случая умножения следует начать с повторения письменного умножения двузначного числа на двузначное, например: $35 \cdot 23$; $56 \cdot 34$ и т. д. После этого переходим к умножению сначала трехзначных чисел на двузначное, а затем и многозначных.

Как известно, при умножении на двузначное число можно сначала помножить на десятки множителя, а затем на единицы, и наоборот: сначала на единицы, а затем и на десятки. Последний прием наиболее практичен и имеет исключительное рас-

[1] Если же знакомство с умножением $35 \cdot 23$ начинается с концентра многозначных чисел, то это надо проводить так, как указано в концентре 1000. То же самое надо делать и в других случаях умножения.

пространение, а потому он должен быть закреплен в практике изучения на данной ступени.

«Решим задачу: «На заводе работают 324 женщины, а мужчин в 23 раза больше. Сколько мужчин работает на заводе? Как узнать, сколько мужчин работает на заводе?» (Надо 324 умножить на 23.) «Почему?» (Потому что здесь надо число 324 увеличить в 23 раза. Это делается при помощи умножения.) «Как мы записывали числа при письменном умножении?» (Столбиком.) «Сделайте это».

$\times\begin{array}{r}324\\23\end{array}$ «С чего начнем умножение?» (Умножим 324 на 3.) Умножают с объяснением получаемых чисел. «На что дальше будем множить?» (На 20, или на 2 десятка.) «Где начнем подписывать получаемые произведения?» (Под десятками.) «Почему?» (Потому что от умножения 4 на 20, или на 2 десятка, получается 8 десятков.) Заканчивают нахождение и запись второго произведения. «Что надо сделать с полученными произведениями?» (Сложить.) Складывают и получают 7452.

После решения достаточного количества примеров и задач на умножение на двузначное число необходимо разобрать с учащимися и второй прием умножения на двузначное число, начиная с умножения на десятки множителя. Этим мы расширяем кругозор учащихся.

«Мы начали умножение с единиц множителя. Умножим теперь 324 на 23 иначе: сначала умножим 324 на 20. Получается запись (см. столбик):

$\times\begin{array}{r}324\\20\end{array}$ Дальше будем множить на 3. Где начнем подписывать второе произведение?» (Под единицами первого.) «Почему?» (Потому что мы множим на 3 простые единицы, значит, в произведении получатся тоже простые единицы.) «Сравните результаты умножения. Что оказывается?» (Произведение получилось то же, что и в первом случае.) Решается еще несколько примеров. После этого обобщаем результаты этой работы.

«Значит, при умножении на двузначное число можно начинать множить на что?» (И на единицы множителя, и на его десятки.) «Меняется от этого результат?» (Нет.) «Заметьте: на практике применяется первый прием умножения на двузначное число. Мы его и будем применять».

д) *Умножение многозначного числа на многозначное.* Этот случай в простейшем виде (умножение двузначного числа на двузначное) уже рассмотрен в концентре 1000, а потому изучению данного случая нужно предпослать повторение умножения двузначных чисел. При повторении особое внимание обращается на сознательность выполнения умножения.

Для первого примера умножения многозначных чисел нужно взять такие числа, которые не составили бы трудности в нахождении отдельных частных произведений, например $3212 \cdot 223$. Изучение идет в таком примерно виде:

«До сих пор мы умножали на двузначное число, а в этом примере на какое число нужно помножить?» (На трехзначное.) «На что же сначала помножим?» (На 3 единицы множителя.) «Где будете подписывать полученное число?» (Единицы под единицами, десятки под десятками и т. д.) «На что станете умножать после умножения на 3?» (На два десятка.) «Сколько получится от умножения 2 единиц множимого на 2 десятка множителя?» (4 десятка.) «Где нужно подписать эти 4 десятка?» (Под 3 десятками первого произведения.) «Дальше что на что помножим?» (1 десяток множимого на 2 десятка множителя.) «Как по-другому сказать: 1 десяток, 2 десятка?» (10 и 20.)

«Сколько получится, если 10 помножить на 20?» (200.) «Сколько это сотен?» (2.) «Где подпишем эти две сотни?» (Под сотнями первого произведения.) «Что дальше надо умножить?» (2 сотни на 2 десятка.) «Как по-другому можно это сказать?» (200 на 20.) «Сколько получится, если мы 200 помножим на 20?» (4000.) «Сколько тут тысяч?» (4.) «Где надо подписать эти 4 тысячи?» (Под 6 тысячами первого произведения.) И т. д. «Что теперь надо сделать с полученными произведениями?» (Сложить.)

Умножение на многозначное число обычно затрудняет детей. Можно упростить объяснение. При переходе к умножению на десятки, сотни достаточно разъяснить детям, что от умножения на десятки получаются десятки, от умножения на сотни — сотни, а потому второе произведение надо начинать подписывать под десятками первого, а третье — под сотнями и т. д.

Детальное объяснение процесса умножения проводится лишь в начале изучения этого случая умножения до тех пор, пока преподаватель не убедится, что дети сущность дела поняли; после этого нужно применять обычный прием умножения с краткими объяснениями.

Кроме записи множимого и множителя столбиком, практикуется запись их строчкой. При умножении многозначных чисел такую запись рекомендовать нельзя: разряды множителя стоят далеко от соответствующих разрядов множимого, и это составляет излишние трудности для детей.

е) *Частные случаи умножения многозначных чисел.* К таким случаям следует отнести случаи умножения многозначных чисел с нулями в середине. Здесь, как и везде, нужно соблюдать методическую последовательность перехода от более легких к более трудным примерам. Эти частные случаи можно рассматривать в такой последовательности:

1. Нули только во множимом:

а) 4062·384 — один нуль
б) 36 005·125 — два нуля
в) 60 009· 75 — три нуля

2. Нули только во множителе:

а) 4643·205 — один нуль
б) 6215·3003 — два нуля
в) 17 481·40 009— три нуля

3. Нули и во множимом и во множителе:

а) 408· 302 — по одному нулю
б) 4008· 305 — два нуля во множимом
в) 4605·3008 — два нуля во множителе
г) 5006·2003 — по два нуля в обоих числах и т. д.

Перед разработкой первого вида упражнений этого отдела следует повторить, что от умножения нуля на какое-либо число и любого числа на нуль в произведении получается нуль.

Большие трудности составляет второй вид упражнений; он является вместе с тем подготовительным и для третьего вида. Остановимся на нем детальнее, для этого рассмотрим пример урока.

«Пусть требуется умножить 4643 на 205. С чего начнете умножать?» (Умножим первое число на 5 единиц.) Умножают и подписывают уже известным детям способом. «На что дальше нужно умножить?» (На 2 сотни.) «Сколько получится, если мы 3 единицы умножим на 2 сотни?» (6 сотен.) «Где надо подписать эти 6 сотен?» (Под сотнями первого произведения.)

Дальше идет умножение 4 десятков на 2 сотни и т. д., а затем сложение двух полученных произведений.

По окончании умножения обращается внимание учащихся на то, что второе произведение подписывалось под первым не под второй цифрой этого произведения, а через одну.

Разобрав подобным же образом случай умножения, когда во множителе два нуля в середине, и произведя разбор способа подписывания второго произведения (отступя на 2 цифры влево), делают вывод, что если во множителе имеются нули в середине, то при умножении на цифру, стоящую после нулей, полученное от этого произведение подписывается под первым с отступлением на столько знаков влево, сколько было нулей во множителе.

Разберем примеры на умножение многозначных чисел с нулями на конце множимого и множителя.

Имеем пример: 32 700 · 60. Объясняем так: множимое — 327 сотен, множитель — 6 десятков. Чтобы умножить 327 сотен на какое-либо число, надо умножить на это число 327 и к результату приписать два нуля. Чтобы умножить на 6 десятков, надо умножить на 6 и к результату приписать нуль. Итак, перемножим 327 и 6, к результату приписываем два нуля и один нуль, т. е. три нуля.

Вычисления постепенно записываются на доске:

$$\times\begin{array}{r}327\\6\\\hline 1962\end{array}\qquad\times\begin{array}{r}32\,700\\6\\\hline 196\,200\end{array}\qquad\times\begin{array}{r}32\,700\\60\\\hline 1\,962\,000\end{array}$$

Ученикам предлагается сделать в тетрадях последнюю запись.

Разбираются примеры, где число нулей в сомножителях изменяется: 170×4800; 5100×3700.

За разбором примеров следует вывод правила, состоящего из двух частей; а) первая часть о том, как подписывать сомножители, оканчивающиеся нулями, б) вторая — как их перемножать.

Правило. Чтобы перемножить числа, оканчивающиеся нулями, надо значащие цифры подписывать под значащими, нули писать в стороне; после этого значащие цифры перемножаются, а к произведению приписывается справа столько нулей, сколько их было в обоих сомножителях вместе.

§ 97. ДЕЛЕНИЕ

Как мы видели при делении в пределе 1000, значение таблицы деления, внетабличное деление в пределе 100 и деление с остатком (табличное и внетабличное) имеют очень большое значение.

Для деления многозначных чисел необходимо хорошо знать деление в пределе 1000. Поэтому все случаи деления в пределе 1000, данные в § 80 и 82, обязательно надо повторить. Если некоторые случаи не изучались, то с них надо начинать в соответствующих местах деления многозначных чисел. Например, деление многозначного числа на однозначное начинать с деления трехзначного на однозначное и т. д.; деление трехзначного числа на двузначное и, наконец, деление трехзначного числа на трехзначное надо повторить при делении многозначного числа на двузначное и трехзначное числа.

Конечно, кроме деления в пределе тысячи, учащиеся должны хорошо знать нумерацию, сложение, вычитание и умножение многозначных чисел.

Деление многозначных чисел — одно из самых трудных арифметических действий. Усвоение его дается детям нелегко и требует большого количества упражнений. Здесь особенно необходима строго методическая последовательность в работе.

А) *Деление многозначного числа на однозначное.* Прием деления таких чисел дети усвоили в концентре 1000 при делении трехзначного числа на однозначное; здесь этот прием будет повторен и окончательно закреплен. При этом следует держаться такого порядка:

а) все разряды делимого делятся на делитель, и число цифр частного равно числу цифр делимого (68 428 : 2);

б) не все разряды делимого делятся, и в частном столько же цифр, сколько в делимом (467 289 : 3);

в) не все разряды делятся, и в частном одной цифрой меньше, чем в делимом (467 541 : 9);

г) то же, но в частном не будет единиц некоторых промежуточных разрядов (722 112 : 3);

д) делимое оканчивается нулями, но частное не имеет нулей (2 765 000 : 8);

е) делимое оканчивается нулями, и значащая часть делится на делитель (248 400 : 6).

Необходимо остановиться на разъяснении того, как определить высший разряд частного. Это даст учащимся возможность решить вопрос о количестве цифр в нем, следовательно, и умение ставить нули в случае отсутствия единиц какого-либо разряда в частном. Эти две детали деления достаточно близки одна к другой, связаны между собой, а потому в процессе обучения они разъясняются одновременно. Разберем подробнее оба намеченных вопроса на примере уроков.

1-й урок. *Тема: Разъяснение выражения: «данный разряд не делится на делитель».*

«Какой случай деления мы с вами рассмотрели на прошлом уроке?» (Деление многозначного числа на однозначное.) «Какова была цифра высшего разряда делимого по сравнению с высшей цифрой делителя?» (Больше его.) «Сегодня будем продолжать деление, рассмотрим другой случай. Возьмем пример: 25 676 : 7. Какой здесь высший разряд?» (Десятки тысяч.)

«Сколько их?» (Два.) «Если 2 десятка тысяч разделим на 7 равных частей, придется ли на каждую часть хотя бы по одному десятку тысяч?» (Нет.) «Эти 2 десятка тысяч не делятся на 7, их раздробляют в тысячи и прибавляют тысячи этого числа. Сколько всего получится тысяч?» (Получится 25 тысяч.) «Можно 25 тысяч разделить на 7, чтобы пришлось на каждую часть хотя бы по одной тысяче?» (Можно, получится 3 тысячи.) «Значит, высший разряд частного — тысячи. Тысячи ставятся в числе на каком месте?» (На четвертом.) «Значит, в данном случае в частном сколько должно быть цифр?» (Четыре.) «Поставим в частном 4 точки, на месте их будем при делении записывать цифры частного:

$$\begin{array}{r|l} 25\,676 & \underline{\quad 7 \quad} \\ & \ldots\ldots \end{array}$$

Где записать эти 3 тысячи?» (На месте первой точки слева.) «Мы нашли для частного число 3. Верно ли оно? Как проверить?» (Надо 3 помножить на 7, полученное число вычесть из делимого и посмотреть на цифру остатка: она меньше делителя, значит, деление сделано верно.)

Продолжая таким же образом, заканчиваем деление. Сообщенное закрепляется на решении подобранных соответствующим образом примеров.

2-й урок. *Тема: Определение числа цифр частного при делении многозначного числа на однозначное.*

Урок строится по такому плану:

а) решение примеров, когда высший разряд делимого делится на делитель;

б) решение примеров, когда высший разряд делимого не делится на делитель;

в) сопоставление полученных частных и вывод признака для определения количества цифр частного.

Например: а) Разбираются примеры на деление многозначного числа на однозначное, например: 84 624 : 4, 92 154 : 3; 6125 : 5 и т. д.

В решении первого примера при нахождении каждой цифры частного указывается, какой разряд делимого делится и какой разряд получается в частном. Окончив деление, сравнивают число цифр частного с числом цифр делимого, отмечают, что высший разряд делимого разделился на делитель.

Даются примеры для самостоятельного решения, например: 6125 : 5; 92 154 : 3 и т. д. Предлагается при решении обратить внимание на число цифр частного и делимого, а также на то, делится ли высший разряд делимого на делитель. После самостоятельного решения учащимися данных примеров делается частный вывод: если высший разряд делимого делится на делитель, то число цифр частного будет равно числу цифр делимого.

б) Дальше выполняют деление: 25 626 : 6, сравнивают число цифр частного и делимого (в частном на одну цифру меньше), выясняют причину этого (высший разряд делимого не делится на делитель).

Предлагается решить ряд примеров: 48 625 : 5; 24 924 : 6 и т. д.

При решении предварительно до деления определяют число цифр частного, сравнивают его с числом цифр делимого. Из решения примеров делается второй частный вывод: число цифр частного на одну меньше числа цифр делимого, если высший разряд делимого не делится на делитель.

в) Два случая объединяются: если при делении многозначного числа на однозначное высший разряд делимого делится на делитель, то число цифр частного равно числу цифр делимого; если же высший разряд делимого не делится, то в частном будет на одну цифру меньше, чем в делимом.

Дается еще несколько подобных вопросов. Затем вопрос видоизменяется. «В частном при делении многозначного числа на однозначное получилось четыре цифры, причем высший разряд делимого не делится на делитель; сообразите, какой был высший разряд делимого». (Десятки тысяч.) «Почему?» (Потому что в этом случае в делимом должно быть на одну цифру больше частного.)

Такая проверка покажет степень сознательности усвоения этого вопроса учащимися.

В делении на однозначное число необходимо рассмотреть примеры деления с остатком, когда последняя цифра делимого не делится на делитель и в частном на конце ставится нуль. Например: 8765 : 6.

Решается, например, задача:

«За 6 недель завод выпустил продукции на 14 103 руб. На какую сумму выпускалось продукции за неделю?»

Сделав приблизительный расчет, учащиеся видят, что продукции за неделю выпускается на 2 тысячи с излишком.

После этого выполняют письменное деление:

```
14 103 руб.| 6
21         |2350 руб. 50 коп.
  30
    3 руб.=300 коп.
```

Учащиеся видят, что пропуск нуля в частном дал бы совершенно неверный ответ: 235 руб.

При делении многозначного числа на однозначное, как и на всех ступенях изучения арифметики в начальной школе, следует приучать детей избегать лишних записей, производя все доступные вычисления в уме. В школьной практике, к сожалению, до сих пор еще не изжит обычай при делении все вычитаемые записывать, не исключая и тех случаев, когда это гораздо легче сделать в уме и достаточно записать лишь остаток. Так, весьма типичной является, например, такая запись:

```
_84 965 | 5
 5      |16 993
_34
 30
 _49
  45
  _46
   45
    _15
     15
      0
```

Тогда эта запись может быть сокращена:

```
84 965 | 5
 34    |16 993
  49
   46
    15
     0
```

Преимущество последней записи очевидно. Такой прием должен быть **о б я з а т е л ь н о** проведен прежде всего при делении на однозначное число, а затем распространен на другие случаи деления, например при делении на двузначное и даже многозначное число, когда вычитание легко сделать в уме.

Б) *Деление на 10, 100 и т. п. числа, оканчивающиеся нулями.* Этот случай следует начать с повторения деления трехзначного числа на 10, 100, а затем распространить этот прием на многозначное число. Здесь уже можно указать детям и механический прием деления таких чисел на 10, 100 и т. д., заключающийся, как известно, в зачеркивании в делимом стольких нулей, сколько их было в делителе. Но этот прием должен быть показан детям лишь после того, как они вполне сознательно усвоят этот случай деления.

«Разделите письменно 8400 на 10, на 100; 135 000 : 10; 135 000 : 100; 135 000 : 1000. Сравните в каждом примере полученные частные с делимыми и скажите, чем они отличаются.» (При делении на 10 в частном на один нуль меньше, при делении на 100 — меньше на два нуля, при делении на 1000 — меньше на три нуля.) «Откройте учебник арифметики и прочтите, как разделить на 10, 100, 1000 и т. п. числа, оканчивающиеся нулями, и запомните.»

При делении на 10, 100, 1000 должны быть рассмотрены примеры на деление с остатком:

372 : 10; 4781 : 100; 51 241 : 1000 и т. п.

В) *Деление чисел, оканчивающихся нулями, на значащую цифру с нулями.* Изучение этого вопроса сводится к повторению деления на круглые десятки в пределе тысячи и распространению этого приема на числа любой величины.

Учитель говорит: «Сегодня будем делить числа, оканчивающиеся нулями, на круглые сотни, тысячи и т. д., например: 84 000 : 300. Припомним сначала, как разделить, например, 600 на 30.» (Учащиеся повторяют.) «Нельзя ли здесь так поступить? На какое число сначала надо разделить 84 000 и на какое потом?» (Сначала на 100, а потом на 3.) «Почему?» (Потому что 300=100 · 3.) «А как разделить 84 000 на 100?» (Отбросить в нем два нуля.) «Сколько получится?» (840.) «Как теперь 840 разделить на 3?» (Сначала 600 разделим на 3, а затем — 240.)

Подобным же образом разбираются и другие примеры деления, а в заключение делается вывод.

Чтобы разделить число на круглые десятки, сотни, тысячи, надо сначала разделить его на 10, 100 или на 1000, а затем полученное число снова разделить на число десятков, сотен или тысяч делителя.

В делении многозначного числа на круглые десятки, сотни и т. д. должны быть рассмотрены примеры с нулем в частном; 21 150 : 30 = 705; 283 600 : 400 = 709, а также деление с остатком:

5734 : 20 = 286 (ост. 14); 89 415 : 300 = 298 (ост. 15).

На этой ступени обучения необходимо возможно шире использовать учебник, поэтому можно предложить учащимся прочитать правила по книге, а затем повторить без нее или, наоборот, сначала формулировать без книги, а затем прочитать по книге.

Г) *Деление многозначного числа на многозначное.* Этот случай деления целесообразнее изложить самому преподавателю в виде связного рассказа с последующим повторением учащимися. Сначала рассматривается деление многозначного числа на двузначное, а затем на трехзначное и четырехзначное.

Во всех случаях учитель должен научить учащихся:

1) определять часть делимого, которую надо разделить на делитель для нахождения первой цифры частного; 2) определять отсюда количество цифр в частном; 3) находить каждую цифру частного.

1. Деление многозначного числа на двузначное. При делении многозначного числа на двузначное могут быть два случая: 1) первые две цифры делимого составляют число, делящееся на делитель, например: 5325 : 25; 2) первые две цифры делимого составляют число, не делящееся на делитель, например: 13 875 : 25.

Урок излагается примерно так:

«До сих пор мы делили многозначное число на однозначное, а сегодня будем делить многозначное число на двузначное. Пусть надо разделить 5325 на 25. Запишем, как делали при делении на однозначное число: 5325 : 25.

В делителе — две цифры, а потому для нахождения первой цифры частного возьмем в делимом тоже две цифры, т. е. 53 сотни; это число делится на 25, значит, высшим разрядом частного будут сотни, т. е. в частном будет число трехзначное. Поставим в частном 3 точки. Разделим 53 сотни на 25, получим в частном 2 сотни, подпишем 2 под 25. Для проверки помножим 2 сотни на 25, получится 50 сотен, вычтем это число из 53, останется 3 сотни. Запишите в свои тетради то, что у меня на доске. Дальше раздробим 3 сотни в десятки и прибавим (снесем) 2 десятка, получится 32 десятка; разделим это число на 25, получим один десяток, подпишем это число под 25, рядом с 2 сотнями; затем для проверки 1 десяток помножим на 25, получится 25 десятков, вычтем 25 десятков из 32 десятков, останется 7 десятков. Запишите это. Слушайте дальше: раздробим 7 десятков в единицы, прибавим (снесем) 5 единиц, получится 75, разделим 75 на 25, в частном получим 3; для проверки помножим 3 на 25, получим 75, вычтем из числа 75 в делимом, в остатке получим нуль, а в частном 213». Следует запись.

Возникает вопрос, как организовать запись учащимися в свои тетради того, что выполняет преподаватель на доске. Здесь возможны два варианта:

1) учащиеся в течение всего времени объяснения преподавателя не записывают, а следят за записью на доске; в свои же тетради делают записи по окончании всех объяснений преподавателя;

2) записи ведутся по частям, по мере появления их на доске; например, после записи данных то же самое делают и учащиеся в своих тетрадях; затем они выслушивают объяснение, как найти первую цифру частного, и записывают эту часть перед переходом преподавателя к объяснению нахождения второй цифры частного и т. д.

Последний вариант более целесообразен. Здесь работа распределяется равномернее, учащиеся более активны, им не придется долгое время быть только слушателями.

Конечно, и при этой форме ведения урока не исключается возможность частичного участия учащихся в работе; например, они могут производить умножение найденных разрядов на делитель, вычитание произведения из делимого. Но это надо применять частично, чтобы не превратить урок в беседу с учащимися, т. е. не перейти на эвристический метод работы.

Далее следует вызвать 1—2 учащихся и предложить им разделить многозначное число на двузначное, взяв аналогичный случай с изложенным; при этом надо требовать от учащихся подробного рассказа о всех стадиях выполняемых вычислений.

Второй случай деления, когда для нахождения первой цифры частного надо взять три цифры делимого, следует провести при максимальной активности учащихся. Это делают сами вызванные по очереди учащиеся при участии всего класса. Преподаватель лишь помогает в затруднительных случаях. Для закрепления на уроке даются в качестве самостоятельной работы подобные же примеры.

2. Деление многозначного числа на трехзначное. Деление многозначного числа на трехзначное сводится к ряду делений трех- и четырехзначных чисел на трехзначное при однозначном частном. Например, деление числа 1 337 154 сводится к следующим делениям:

$$\begin{array}{r|l} 1337 & 237 \\ \hline 152 & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1521 & 237 \\ \hline 99 & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 995 & 237 \\ \hline 47 & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 474 & 237 \\ \hline 0 & 2 \end{array}$$

Поэтому деление на трехзначное число надо начать с деления четырехзначного числа на трехзначное при однозначном частном. Трудность этого деления — в нахождении цифры частного.

Необходимо указать учащимся упрощенный способ нахождения частного, состоящий в том, что в делимом и делителе отбрасываются десятки и единицы, число сотен делимого делится на число сотен делителя, частное проверяется умножением.

Подготовить к этому способу можно решением примеров вроде следующих:

а) 1540 : 300; 3 сотни могут содержаться только в сотнях делимого, в 15 сотнях 3 сотни содержатся 5 раз (15 : 3). Полученное частное проверяется умножением 300 на 5, произведение вычитается из 1540, находится остаток 40.

Итак, частное найдено делением сотен делимого на сотни делителя.

б) 2460 : 615; делитель близок к 600. Поэтому делят 2400 на 600, или 24 на 6, частное проверяют умножением 615 на 4, получается 2460. Отмечают, что частное найдено делением сотен делимого на сотни делителя.

Иногда проверка обнаруживает, что полученная цифра велика, приходится вносить поправку, уменьшая полученную цифру на 1 или больше, и снова проверять. Например:

в) 2436 : 348; деление 24 на 3 дает 8, но проверка 348×8 — число больше делимого. Поэтому частное 8 уменьшают на 1:

$$348 \times 7 = 2436.$$

Если делитель близок к большому круглому числу, его округляют до этого большого числа. Например:

г) 3160 : 395; округляют 395 до 400; делят 31 на 4. Деление 31 : 3 дало бы цифру частного, далекую от настоящей.

Необходимо рассмотреть следующие случаи:

1) В делимом достаточно взять 3 цифры для получения первой цифры частного: 95 658 : 298.

2) В делимом надо взять 4 цифры для получения первой цифры частного: 101 916 : 298.

Разберем нахождение первой цифры частного в примере 875 688 : 248. Отделяем три цифры делимого 875; для деления 875 на 248 делим сотни делимого на сотни делителя: 8 : 2; частное 4 проверяем умножением: 248×4=992; уменьшаем на 1 частное 4; снова проверяем: 248×3=744. Итак, первая цифра частного 3.

Возьмем еще пример: 274 938 : 367. Отделяем 4 цифры делимого: 2749 : 367; делим сотни делимого на сотни делителя: 27 : 3=9; проверяем первую цифру частного, умножив 9 на 367, получим 3303; уменьшаем 9 на 1; 367×8=2936; уменьшаем частное еще на единицу: 8 — 1=7; проверяем: 367×7=2569; итак, первая цифра частного 7.

Самая трудная часть этой работы — устная проверка намеченной цифры частного, т. е. устное умножение трехзначного числа на однозначное и вычитание произведения из делимого (875 в первом примере, 2749 — во втором). Для облегчения этой работы достаточно на цифру частного множить число десятков делителя и полученное произведение сравнивать с десятками делимого (с 87 в первом примере, с 274 — во втором). В первом примере для проверки множим 24 на 4, получаем 96; потом проверяем цифру 3: 24 · 3 = 72.

Во втором примере проверим цифру 9: умножив 36 на 9, получаем 324; дальше проверяем цифру 8: 36 · 8 = 288; и это число больше 274; тогда переходим к 7: 36 · 7 = 252.

В этой проверке умножаются на первую цифру частного сотни и десятки делителя потому, что из десятков при умножении могут составиться сотни.

В процессе деления многозначного числа на трехзначное приходится остатки от деления высших разрядов раздроблять в низшие разряды. Возможны ошибки в делении в связи с тем, что ученики забывают, что остаток при делении должен быть меньше делителя.

Большое внимание должно быть обращено на случаи деления, когда в середине частного или на конце его должны получаться нули. Наиболее трудный — последний случай. В этих примерах учащиеся часто пропускают нули в частном. Например: 6812 : 17; здесь может получиться ответ: 4 в частном вместо 400, остаток 12.

Для предупреждения таких ошибок делается приближенное вычисление частного путем деления высших разрядов на делитель. Например: 72 485 : 12; высший разряд частного 72 : 12=6 тысячам, в частном 4 цифры; 72 485 : 12=6040 (ост. 5); 6 250 981 : 125; высший разряд частного — десятки тысяч (625 : 125), в частном 5 цифр: 6 250 981 : 125=50 007 (ост. 106).

И здесь следует применить прием связного рассказа преподавателя.

«Разделим 540'44 | 118. Отделим запятой сверху в делимом три цифры, так как в делителе 3 цифры. Получим 540 сотен; это число делится на 118. Значит, в частном высшим разрядом будут сотни, т. е. в нем получится трехзначное число. Поставим в частном 3 точки. Чтобы найти первую цифру частного, не будем обращать внимания на последнюю цифру в делителе, т. е. на 8, то же самое сделаем со взятой для деления частью делимого, т. е. в числе 540; теперь число 11 делителя сравним с числом 54 в делимом и сообразим, сколько получится, если 54 разделим на 11. Очевидно, не больше 4. Поставим это число в частном и проверим. Для этого 4 сотни помножим на 118, получим 472 сотни, вычтем это число из 540, останется 68, это число меньше делителя, значит, первая цифра частного найдена правильно». (Учащиеся записывают в тетради эту часть вычислений.) «Раздробим оставшиеся 68 сотен в десятки, прибавим 4 десятка из делимого, получив 684 десятка; далее поступим так же, как при нахождении первой цифры частного, т. е. сообразим, сколько получится, если 68 разделим на 11; очевидно, не более 6; ставим 6 на место второй точки частного; дальше 6 десятков частного помножим на 118, получим 708 десятков, а у нас было 684 десятка; значит, цифра 6 велика; возьмем 5, умножим на 118, получим 590; вычтем это число из 684, останется 94. Это число меньше делителя, значит, и вторая цифра частного (5) найдена». (Учащиеся дополняют свои записи.) «Наконец, 94 десятка остатка раздробим в единицы, прибавим 4 единицы, получим 944; разделим это число на 118. Для нахождения цифры частного поступим так же, как это делали при нахождении первых двух цифр частного, т. е. 94 сравним с 11 и сообразим, сколько получится, если 94 разделим на 11. Больше 8 получиться не может. Ставим эту цифру на месте последней точки в частном, проверяем, оказывается, что и эта цифра частного верна. Таким образом, в частном получилось 458.» (Окончательная запись учащимися в тетради.)

Как и в предыдущем случае, для проверки степени усвоения сообщенного и для закрепления его решаются 1—2 примера на подобные же случаи деления коллективно, с вызовом одного из учащихся к доске. В заключение необходимо, помимо задания на дом, дать 1—2 примера в классе для самостоятельной работы под наблюдением преподавателя.

3. Деление многозначного числа на четырехзначное. Тот же прием нахождения частного следует применять и при делении на четырехзначное число. Разделим 212 135 на 7315; 21213'5 | 7315. Если отделим в делимом 4 цифры слева, то полученное число (2121) не делится на 7315; значит, надо взять 5 цифр, т. е. 21 213 десятков, а потому в частном получится двузначное число. Для нахождения первой цифры частного поступим так: не будем обращать внимание на 2 последние цифры в делителе, то же самое сделаем во взятой части делимого, сравним остающееся число делителя (73) с оставшейся частью делимого (212) и сообразим, сколько получится, если 212 разделим на 73; очевидно, получится 2 (десятка); поставим это число в частное и проверим, умножив 2 десятка на 7315, получится 14 630; вычтем это число из 21 213, останется 6583; это число меньше делителя, значит, найденная цифра частного верна. Раздробим оставшиеся 6583 десятка в единицы, прибавим (снесем) 5 единиц из делимого, получится 65 835. Поступим так же, как при нахождении первой цифры частного, т. е. сравним часть делителя (72)

с частью делимого (658) и узнаем, сколько получится в частном; нетрудно сообразить, что это будет 9. Проверим при помощи умножения 9 на делитель, получится 65 835, т. е. цифра частного найдена правильно.

Дальше поступаем так же, как указано выше при делении на двузначное и трехзначное числа.

4. *Частные случаи деления многозначных чисел.* К таким случаям следует отнести деление многозначных чисел с нулями в делимом, делителе, частном.

Остановимся далее на том случае деления, когда в частном получаются нули.

Пусть требуется разделить 14 516 608 на 4826. «Сколько отделите цифр в делимом для нахождения первой цифры частного?» (5.) «Почему?» (Потому, что число из первых 4 цифр не делится на делитель.) «Как узнать первую цифру частного?» [Надо в делителе взять два старших разряда (48), а в отдельной части делимого (145).] «Сколько получится в частном?» (3.) «Что дальше сделаете?» (Умножим 3 на делитель и полученное число 14 478 вычтем из отделенной части делимого, останется 38.) «Какой разряд получится в частном?» (3 тысячи, так как мы делили тысячи.) «Что дальше будете делать?» (38 тысяч раздробим в сотни и прибавим 6 сотен из делимого.) «В этом случае говорят короче: *сносим к остатку 88 следующую цифру делимого.* Какое число получилось?» (386 сотен.) «Можно разделить это число на 4826?» (Нет.) «Значит, в частном получится сколько-нибудь сотен?» (Нет, не получится.) «Как это отметить?» (Надо в частном поставить нуль.) «Что дальше надо сделать?» (Снести к остатку цифру следующего разряда делимого — десятков, т. е. 0, и получится число 3860 десятков.) «Разделится оно на 4826?» (Нет.) «Что же надо сделать?» (В частном на месте десятков поставить нуль.) «Как дальше надо поступить?» (Снести к остатку последнюю цифру делимого — 8 единиц и получится 38 608.) «Разделится это число на 4826?» (Разделится, получится 8 единиц.) «Как вы это сообразили?» (Мы сравнили два старших разряда делителя 48 с тремя старшими цифрами остатка — 386.) «Почему в остатке вы взяли 3 цифры, а в делителе 2?» (Потому что в том и другом числе мы не обращаем внимание на единицы и десятки.)

При записи деления в этом случае нужно держаться такого порядка. Как видно из примера записи, при «сносе» каждой цифры делимого нужно писать особой строчкой каждый отдельный остаток делимого, который в данный момент делится. При такой записи легко проверить весь ход деления как учителю, так и ученику. Кроме того, это способствует воспитанию четкости выполнения записи.

$$
\begin{array}{r|l}
-\,14\,516\,608 & 4826 \\ \cline{2-2}
\underline{14\,478} & 3008 \\
\underline{386} & \\
\underline{3860} & \\
-\,38608 & \\
\underline{38608} & \\
0 &
\end{array}
$$

Из других случаев деления заслуживает внимания деление числа с нулями на конце в делимом, когда значащая часть его делится на делитель. Например: 822 600 : 457; после деления 8226 получается точное частное 18.

«В частном получилось 18. Это какой разряд?» (18 сотен.) «Как показать, что это сотни?» (Приписать к 18 два нуля.) «А сколько нулей осталось в делимом?» (Два.) «В этом случае говорят: *переносим оставшиеся нули делимого в частное.*»

В заключение надо остановиться на делении многозначных чисел, когда делимое и делитель оканчиваются нулями, напритысячам, в частном 4 цифры; 72 485 : 12=6040 (ост. 5); 6 250 981 : 125; высший разряд частного — десятки тысяч (625 : 125), в частном 5 цифр: 6 250 981 : 125=50 007 (ост. 106).

И здесь следует применить прием связного рассказа преподавателя.

«Разделим 540'44 | 118. Отделим запятой сверху в делимом три цифры, так как в делителе 3 цифры. Получим 540 сотен; это число делится на 118. Значит, в частном высшим разрядом будут сотни, т. е. в нем получится трехзначное число. Поставим в частном 3 точки. Чтобы найти первую цифру частного, не будем обращать внимания на последнюю цифру в делителе, т. е. на 8, то же самое сделаем со взятой для деления частью делимого, т. е. в числе 540; теперь число 11 делителя сравним с числом 54 в делимом и сообразим, сколько получится, если 54 разделим на 11. Очевидно, не больше 4. Поставим это число в частном и проверим. Для этого 4 сотни помножим на 118, получим 472 сотни, вычтем это число из 540, останется 68, это число меньше делителя, значит, первая цифра частного найдена правильно». (Учащиеся записывают в тетради эту часть вычислений.) «Раздробим оставшиеся 68 сотен в десятки, прибавим 4 десятка из делимого, получив 684 десятка; далее поступим так же, как при нахождении первой цифры частного, т. е. сообразим, сколько получится, если 68 разделим на 11; очевидно, не более 6; ставим 6 на место второй точки частного; дальше 6 десятков частного помножим на 118, получим 708 десятков, а у нас было 684 десятка; значит, цифра 6 велика; возьмем 5, умножим на 118, получим 590; вычтем это число из 684, останется 94. Это число меньше делителя, значит, и вторая цифра частного (5) найдена». (Учащиеся дополняют свои записи.) «Наконец, 94 десятка остатка раздробим в единицы, прибавим 4 единицы, получим 944; разделим это число на 118. Для нахождения цифры частного поступим так же, как это делали при нахождении первых двух цифр частного, т. е. 94 сравним с 11 и сообразим, сколько получится, если 94 разделим на 11. Больше 8 получиться не может. Ставим эту цифру на месте последней точки в частном, проверяем, оказывается, что и эта цифра частного верна. Таким образом, в частном получилось 458.» (Окончательная запись учащимися в тетради.)

Как и в предыдущем случае, для проверки степени усвоения сообщенного и для закрепления его решаются 1—2 примера на подобные же случаи деления коллективно, с вызовом одного из учащихся к доске. В заключение необходимо, помимо задания на дом, дать 1—2 примера в классе для самостоятельной работы под наблюдением преподавателя.

3. Деление многозначного числа на четырехзначное. Тот же прием нахождения частного следует применять и при делении на четырехзначное число. Разделим 212 135 на 7315; 21213'5 | 7315. Если отделим в делимом 4 цифры слева, то полученное число (2121) не делится на 7315; значит, надо взять 5 цифр, т. е. 21 213 десятков, а потому в частном получится двузначное число. Для нахождения первой цифры частного поступим так: не будем обращать внимание на 2 последние цифры в делителе, то же самое сделаем во взятой части делимого, сравним остающееся число делителя (73) с оставшейся частью делимого (212) и сообразим, сколько получится, если 212 разделим на 73; очевидно, получится 2 (десятка); поставим это число в частное и проверим, умножив 2 десятка на 7315, получится 14 630; вычтем это число из 21 213, останется 6583; это число меньше делителя, значит, найденная цифра частного верна. Раздробим оставшиеся 6583 десятка в единицы, прибавим (снесем) 5 единиц из делимого, получится 65 835. Поступим так же, как при нахождении первой цифры частного, т. е. сравним часть делителя (72)

с частью делимого (658) и узнаем, сколько получится в частном; нетрудно сообразить, что это будет 9. Проверим при помощи умножения 9 на делитель, получится 65 835, т. е. цифра частного найдена правильно.

Дальше поступаем так же, как указано выше при делении на двузначное и трехзначное числа.

4. *Частные случаи деления многозначных чисел.* К таким случаям следует отнести деление многозначных чисел с нулями в делимом, делителе, частном.

Остановимся далее на том случае деления, когда в частном получаются нули.

Пусть требуется разделить 14 516 608 на 4826. «Сколько отделите цифр в делимом для нахождения первой цифры частного?» (5.) «Почему?» (Потому, что число из первых 4 цифр не делится на делитель.) «Как узнать первую цифру частного?» [Надо в делителе взять два старших разряда (48), а в отдельной части делимого (145).] «Сколько получится в частном?» (3.) «Что дальше сделаете?» (Умножим 3 на делитель и полученное число 14 478 вычтем из отделенной части делимого, останется 38.) «Какой разряд получится в частном?» (3 тысячи, так как мы делили тысячи.) «Что дальше будете делать?» (38 тысяч раздробим в сотни и прибавим 6 сотен из делимого.) «В этом случае говорят короче: *сносим к остатку 88 следующую цифру делимого.* Какое число получилось?» (386 сотен.) «Можно разделить это число на 4826?» (Нет.) «Значит, в частном получится сколько-нибудь сотен?» (Нет, не получится.) «Как это отметить?» (Надо в частном поставить нуль.) «Что дальше надо сделать?» (Снести к остатку цифру следующего разряда делимого — десятков, т. е. 0, и получится число 3860 десятков.) «Разделится оно на 4826?» (Нет.) «Что же надо сделать?» (В частном на месте десятков поставить нуль.) «Как дальше надо поступить?» (Снести к остатку последнюю цифру делимого — 8 единиц и получится 38 608.) «Разделится это число на 4826?» (Разделится, получится 8 единиц.) «Как вы это сообразили?» (Мы сравнили два старших разряда делителя 48 с тремя старшими цифрами остатка — 386.) «Почему в остатке вы взяли 3 цифры, а в делителе 2?» (Потому что в том и другом числе мы не обращаем внимание на единицы и десятки.)

При записи деления в этом случае нужно держаться такого порядка. Как видно из примера записи, при «сносе» каждой цифры делимого нужно писать особой строчкой каждый отдельный остаток делимого, который в данный момент делится. При такой записи легко проверить весь ход деления как учителю, так и ученику. Кроме того, это способствует воспитанию четкости выполнения записи.

```
_14 516 608 | 4826
 14 478     |------
 ------     | 3008
    386
    ---
    3860
    ----
   _38608
    38608
    -----
        0
```

Из других случаев деления заслуживает внимания деление числа с нулями на конце в делимом, когда значащая часть его делится на делитель. Например: 822 600 : 457; после деления 8226 получается точное частное 18.

«В частном получилось 18. Это какой разряд?» (18 сотен.) «Как показать, что это сотни?» (Приписать к 18 два нуля.) «А сколько нулей осталось в делимом?» (Два.) «В этом случае говорят: *переносим оставшиеся нули делимого в частное.*»

В заключение надо остановиться на делении многозначных чисел, когда делимое и делитель оканчиваются нулями, например: 642 000 : 3200; практикуется прием зачеркивания в делителе и делимом одинакового числа нулей. От применения этого приема в начальной школе следует воздержаться и перенести его в V класс, где можно обосновать теоретически этот прием, изучая изменение частного с изменением делимого и делителя.

В IV классе деление можно проводить обычно:

$$\begin{array}{r|l} 642\,000 & 3200 \\ \underline{-6400} & \overline{200 \text{ (ост. } 200)} \\ 2000 & \end{array}$$

В делимом отделяем число из 4 цифр — 6420 (сотен), в частном получаем 2 сотни. Множим делитель на 2, получаем 6400, вычитаем из делимого, в остатке получается 20; 20 сотен раздробляем в десятки (сносим 0), получается 200 десятков, на делитель не делится, т. е. в частном десятков не будет, поэтому на месте десятков в частном пишем 0; 200 десятков раздробляем в единицы (сносим 0), получается 2000 простых единиц, которые на делитель не делятся, а потому в частном на месте единиц ставим 0. Получилось в частном 200 и остаток 2000.

В связи с изучением умножения и деления следует познакомить учащихся с названиями данных и результата умножения и деления. Прием изучения должен быть в общем такой же, какой указан в § 92 («Названия данных и результата сложения и вычитания»).

§ 98. ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ЭЛЕМЕНТАМИ ДЕЙСТВИЙ В КОНЦЕНТРЕ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ. ПРОВЕРКА ДЕЙСТВИЙ

При решении простых задач, выраженных в косвенной форме, учащиеся решали задачи с конкретным содержанием и без него, а также и примеры на зависимость между элементами действий в пределе 10, 20, 100 и 1000.

В отделе многозначных чисел зависимость между членами действий изучается как самостоятельный вопрос. Здесь даются и запоминаются учащимися все формулировки этой зависимости — она применяется при проверке четырех действий.

1. Для выяснения зависимости слагаемых и суммы решается пример: $7+13=20$. Так как названия чисел: *слагаемые*, *сумма* — известны учащимся, то вопросы можно формулировать так:

«Найти сумму 7 и 13. Как получить слагаемое 7 из суммы 20 и слагаемого 13? Значит, чему равно слагаемое в этом примере?» (Слагаемое 7 равно сумме 20 без другого слагаемого 13.) «А как получить слагаемое 13 из суммы 20 и слагаемого 7?»

Для такого же разбора учитель дает еще задачу на сложение двух слагаемых.

Из разбора задачи дети выясняют, что каждому сложению соответствует два вычитания, в которых по сумме и одному из слагаемых находится другое слагаемое (для того чтобы найти слагаемое, надо из суммы вычесть другое слагаемое).

Ф. И. Егоров рекомендует для выяснения зависимости между членами действий сделать сопоставление задач, причем сначала учащиеся разбирают и изменяют задачу, данную учителем, потом сами придумывают задачу и разбирают ее так же, как задачу, данную учителем. Дается, например, задача:

«При постройке избы заплачено 2500 руб. за материал и 1500 руб. за работу. Во что обошлась постройка избы?»

Решив задачу сложением: 2500+1500=4000 (руб.), учащиеся получают другие задачи: а) «Изба стоила 4000 руб., причем за материал уплачено 2500 руб. Остальные деньги уплачены за работу. Сколько стоила работа?» и б) «Изба стоила 4000 руб., причем за работу уплачено 1500 руб., остальные деньги уплачены за материал. Сколько стоил материал?»

Сопоставляя решения трех задач: 2500+1500=4000 (руб.), 4000 — 2500= =1500 (руб.), 4000 — 1500=2500 (руб.), учащиеся видят, что в 1-й задаче находится сумма двух данных чисел, а во 2-й и 3-й задачах — по сумме и слагаемому находят другое слагаемое.

После рассмотрения нескольких примеров или задач учащиеся под руководством учителя делают вывод: «Если дана сумма двух слагаемых и одно из них, то неизвестное слагаемое равно сумме без другого слагаемого».

Полученный вывод закрепляется рядом упражнений.

2. Ознакомление детей с зависимостью чисел при вычитании можно сделать и на примерах, и на задачах.

Дается задача на вычитание. «В корзине было 70 помидоров, продали 50. Сколько помидоров осталось в корзине?»

После решения задачи вычитанием (70 — 50=20) учитель предлагает ученикам на основании этой задачи составить обратные задачи, из которых в одной определялось бы, сколько помидоров было в корзине, а в другой — сколько помидоров продали. Из сопоставления решения трех задач (70 — 50= =20; 50+20=70; 70 — 20=50) учащиеся делают вывод, что каждой задаче на вычитание соответствуют 2 задачи: одна на сложение, другая на вычитание. В задаче на сложение по вычитаемому и остатку находится уменьшаемое, в задаче на вычитание по уменьшаемому и остатку определяют вычитаемое.

Отсюда выводится формулировка зависимости членов вычитания: «Уменьшаемое равно вычитаемому плюс остаток (разность), вычитаемое равно уменьшаемому минус остаток».

Выводы повторяются на задачах, например: «Отцу 50 лет, сын на 20 лет моложе отца. Сколько лет сыну?»

Решив задачу: 50 — 20=30 (лет), учащиеся составляют обратные задачи. В первой задаче, решаемой посредством сложения, определяются лета отца, т. е. находится уменьшаемое посредством сложения вычитаемого и разности; во второй задаче, решаемой вычитанием, определяют, на сколько лет отец старше сына, т. е. вычтя из уменьшаемого остаток, находят вычитаемое. Сделанные выводы закрепляются рядом упражнений (устных и письменных).

3. Для рассмотрения зависимости между членами умножения берется пример: 12×8=96.

Задаются вопросы: «Как называются числа при умножении?», «Как получить множимое 12 из произведения 96 и множителя 8?» (Произведение 96 разделить на множитель 8.) Дальше рассматривается нахождение множителя: «Как получить множитель 8 из произведения 96 и множимого 12?» (Надо произведение 96 разделить на множимое 12.) Рассматривается и разбирается несколько примеров.

После разбора примеров учащиеся под руководством учителя формулируют выводы: «Множимое равно произведению, деленному на множитель; множитель равен произведению, деленному на множимое». Зависимость между членами умножения можно рассматривать и на задачах.

Берется задача: «8 рабочих заработали каждый по 75 руб. Сколько заработали все рабочие?»

После решения задачи умножением: $75 \times 8 = 600$ (руб.), детям предлагается на основании этой задачи составить обратные: в первой — по общему заработку и числу рабочих узнать заработок каждого; во второй — по общему заработку и заработку каждого рабочего узнать число рабочих. Сопоставив решение трех задач: $75 \times 8 = 600$ (руб.), $600 : 8 = 75$ (руб.), $600 : 75 = 8$ (рабочих), учащиеся видят, что каждой задаче на умножение соответствуют две задачи на деление, в которых по произведению и одному сомножителю находится другой сомножитель, а для нахождения неизвестного сомножителя надо произведение разделить на другой сомножитель. Выводы повторяются на другой задаче. Например: «Мешок картофеля весит 65 *кг*. Сколько весят 10 мешков картофеля?»

Решив задачу умножением: $65 \times 10 = 650$ (*кг*), ученики изменяют условие и составляют две новые задачи. В одной — по общему весу картофеля (произведение) и по числу мешков (множитель) находят вес одного мешка (множимое). В другой задаче по общему весу (произведение) и весу одного мешка картофеля (множимое) находят число мешков (множитель). Из решения задач делается вывод: «Чтобы найти неизвестный сомножитель, надо произведение разделить на другой сомножитель». Выводы закрепляются решением примеров сначала устных, потом письменных.

4. Для выяснения зависимости между членами деления (без остатка) берется пример на деление (на небольших числах): $48 : 3 = 16$.

Учитель задает вопросы: «Какое действие дано в этом примере?», «Как называются числа 48, 3, 16?», «Как составить делимое 48 из делителя 3 и частного 16?»

Разобрав несколько подобных примеров, дети под руководством учителя делают выводы: «Делимое равно делителю, умноженному на частное, или частному, умноженному на делитель. Делитель равен делимому, разделенному на частное».

Зависимость чисел при делении можно вывести и на задачах. Например:

1) «В начальной школе 336 учащихся, в каждом классе по 42 человека. Сколько классов в начальной школе?»

Берутся обратные задачи (их предлагает учитель или составляют учащиеся).

2) «Ученики в начальной школе распределены в 8 классах, по 42 ученика в каждом классе. Сколько учеников в школе?»

3) «В начальной школе 336 учащихся распределены поровну в 8 классах. Сколько учащихся в каждом классе?»

Отсюда учащиеся делают вывод, что каждой задаче на деление соответствуют две задачи: одна — на умножение, в ней по делителю и частному находится делимое; другая на деление, в ней по делимому и частному находится делитель; для определения делимого надо перемножить делитель и частное, а для определения делителя надо делимое разделить на частное.

В разобранной задаче основным был вопрос: сколько раз делитель содержится в делимом? Дальше берется задача на деление на равные части, и на ней повторяются разбор и выводы. Например: 1) «Годовая зарплата рабочего равна 1140 руб. Сколько зарабатывает этот рабочий в месяц?»

По предложению учителя ученики к этой задаче составляют две другие: 2) «Рабочий получает в месяц 95 руб. Сколько зарабатывает он в год?» и 3) «Рабочий заработал 1140 руб.; в месяц он зарабатывал 95 руб. Сколько месяцев он работал?»

Решив задачи, учащиеся видят, что задаче на деление (на равные части) соответствуют две другие задачи: одна — на умножение, где посредством умножения частного на делитель находится делимое, а другая задача на деление, где посредством деления делимого на частное находится делитель. Выведенные правила применяются к решению примеров и задач — сначала устных, потом письменных.

Чтобы выяснить зависимость между числами при делении с остатком, можно взять пример: 35 : 4=8 (ост. 3). Этот пример и 2—3 других разбираются под руководством учителя по образцу предыдущих. Делаются выводы: а) в случае деления с остатком делимое равно делителю, умноженному на частное, плюс остаток; б) в случае деления с остатком делитель равен делимому без остатка, деленному на частное.

Можно для вывода этих правил использовать задачу, например: «Расстояние между городами 610 *км*; поезд проходит это расстояние со скоростью 40 *км* в час. Сколько полных часов идет поезд и сколько километров останется ему пройти в следующий неполный час?»

Ученики составляют задачи, обратные этой: а) «Когда поезд шел от одного города до другого 15 час. со скоростью 40 *км* в час, ему осталось еще 10 *км* пути. Какое расстояние между городами?» б) «От одного города до другого 610 *км*. После того как поезд был в пути 15 час., ему осталось еще 10 *км* пути. По скольку километров в час проходил поезд?»

Решение записывается:

Задача а) 40 *км*×15=600 *км*;
600 *км* + 10 *км* = 610 *км*.
б) 610 *км* — 10 *км* = 600 *км*;
600 *км* : 15 = 40 *км*.

Из сопоставления этих задач и их решения дети делают вывод, что задаче на деление с остатком соответствуют две задачи: одна — на умножение и сложение: в ней по делителю, частному и остатку определяется делимое; другая — на вычитание и деление: в ней по делимому, остатку и частному находится делитель.

Из решения этих задач делают выводы: а) для определения делимого надо перемножить делитель и частное и это произведение сложить с остатком; б) для определения делителя надо из делимого вычесть остаток и эту разность разделить на частное.

Здесь зависимость между числами сложнее, чем в делении без остатка, поэтому надо обратить особое внимание на то, чтобы дети умели объяснить, почему именно так они должны находить делимое и делитель.

Во всех случаях к выводу нужно приступить только тогда, когда на достаточном количестве задач и примеров дети вполне осознают зависимость между числами.

Способы проверки действий основаны на зависимости между элементами действий и на законах действий.

Для каждого действия существуют два способа его проверки: тем же самым действием и обратным ему.

Проверка сложения делается: а) сложением тех же слагаемых в другом порядке (на основании переместительного закона сложения должна получиться та же сумма), б) вычитанием слагаемого из суммы, в результате чего должно получиться другое слагаемое (на основании зависимости между слагаемыми и суммой).

Проверка вычитания делается: а) вычитанием остатка из уменьшаемого, в результате чего должно получиться вычитаемое, и б) сложением остатка и вычитаемого, в результате чего должно получиться уменьшаемое (на основании зависимости между элементами вычитания).

Приемы проверки выводятся учащимися после решения и разбора примеров.

Например, сложив 75+328+22=425, ученики для проверки результата складывают те же числа в другом порядке: 328+22+75=425. Или 398+ +245=643 проверяют вычитанием: 643 — 398=245. Точно так же проверяют примеры на письменное сложение больших чисел, например:

$$\begin{array}{r} 1241 \\ +\;3075 \\ 5418 \\ 1955 \\ \hline 11719 \end{array}$$

При проверке складывают слагаемые в другом порядке, не переписывая их, например: 1+8+5+5=19; 4 дес.+4 дес.+7 дес.+ +5 дес.+1 дес. и т. д.

Вычитание проверяется также на примерах. Возьмем пример: 400 — 136=264. Для проверки вычитания надо к 264 прибавить 136 (на основании зависимости между членами вычитания). Получим 400. Можно проверить и так: 400 — 264=136. Получилось вычитаемое 136.

Самый естественный способ проверки — это повторение того же вычисления. Если оба результата будут равны, то можно с некоторой вероятностью думать, что вычисление сделано верно, но этот способ ненадежен, потому что можно незаметно для себя повторить сделанную ошибку.

Нельзя считать, что какой-либо из способов проверки дает гарантию правильности вычислений, потому что можно допустить ошибки и в вычислениях, связанных с проверкой. Поэтому очень важно приучить детей к проверке, состоящей в нахождении пределов, между которыми должны заключаться полученные результаты. Чтобы применять этот прием, учащиеся должны владеть устным счетом и уметь округлять числа; грубые ошибки легко обнаруживаются этим приемом.

Разберем примеры. При сложении 398 и 245 должно получиться >500 (так как $398>300$, а $245>200$) и <700 (потому что $398<400$, а $245<300$).

Проверка умножения проходится на примерах или задачах. Берем пример: $75\times4=300$. Учитель ставит вопросы: «Как проверить это умножение умножением?» Ответ: «Надо 4 помножить на 75, получится 300». (Проверка эта основана на переместительном законе умножения.) Учитель спрашивает дальше: «Как проверить это умножение делением?» (Произведение делим на 4, получаем 75; или произведение делим на 75, получаем 4.) Этот способ основан на зависимости между сомножителями и произведением: каждый сомножитель равен произведению, деленному на другой сомножитель.

Письменная проверка умножения многозначных чисел путем перестановки сомножителей и нового умножения неудобна в том случае, если приходится умножать число с небольшим количеством цифр на многозначное. Например, умножение 21 378 на 37 неудобно проверять путем умножения 37 на 21 378. В этих случаях лучше применять проверку посредством деления.

Проверка деления проводится также на примерах.

Дается пример на деление: $120:3=40$ и проверяется или умножением $3\times40=120$, или делением $120:40=3$. Здесь проверка основана на зависимости между делимым, делителем и частным.

Для проверки деления с остатком берут пример: $35:8=4$ (ост. 3). Зная зависимость между элементами деления, проверяют его умножением 8 на 4 и прибавлением к произведению 3, отчего получается 35 (делимое равно делителю, умноженному на частное, плюс остаток). Тот же пример можно проверить, сделав вычитание $35-3$ и разделив 32 на 4, в результате получается 8 (в случае деления с остатком делитель получится, если разность делимого и остатка разделим на частное).

§ 99. ИЗМЕНЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ДЕЙСТВИЙ ОТ ИЗМЕНЕНИЯ ДАННЫХ

(Изменение компонента действий)

Значение этого раздела в курсе арифметики следующее: на изменении результатов арифметических действий основан ряд особых приемов вычислений, им пользуются при изучении свойств дробей и правил действий над дробями, обыкновенными и десятичными. Изменение результатов действий в зависимости от изменения членов действий помогает усвоению зависимости между элементами действий.

Изменения результатов действий надо излагать в простой форме, начиная с конкретных вопросов и задач. Их формулировка имеет не главное значение. Важнее добиться того, чтобы дети поняли изменения результатов в зависимости от изменения членов действий и умели воспользоваться ими для упрощения вычислений.

1. Изменение суммы. Разбирается случай, когда сумма изменяется от прибавления к одному из слагаемых нескольких единиц.

Берется задача: «В двух школах было 800 учащихся, осенью в одну школу поступило 110 новичков, а в другую — 100. Сколько учащихся стало в каждой школе? В которой больше? На сколько больше? Почему на 10 больше?»

Задача дается в другом варианте: «В одной школе было 800 учащихся, а в другой — 810. В ту и в другую школу поступило по 100 учащихся. В которой школе стало больше учащихся? На сколько больше? Почему?»

Запись решения:

а)	1) $800+100=900$	б) 1) $800+100=900$
	2) $800+110=910$	2) $810+100=910$
	3) $910-900=10$	3) $910-900=10$

Дальше разбирается пример: в первый раз к 25 прибавили 40 и во второй раз к 25 прибавили 43. Какая сумма больше? На сколько единиц? Потом к 28 прибавили 40. Почему сумма увеличилась на 3 единицы? Затем учащимся предлагаются вопросы: как изменится сумма от прибавления к слагаемому 8 единиц? 12? 19? И, наконец, общий вопрос как изменится сумма от прибавления к одному из слагаемых нескольких единиц? Отчего происходит это изменение?

Выводится правило: «Если к какому-либо слагаемому прибавим несколько единиц, то сумма увеличится на столько же единиц».

Подобным же образом рассматривается изменение суммы при уменьшении одного из слагаемых.

Затем переходят к изучению изменения суммы при изменении двух слагаемых.

Особо следует остановиться на случае, когда одно слагаемое увеличивается, а другое уменьшается на столько же единиц, т. е. сумма не изменяется.

Можно взять сначала конкретную задачу, например: «На одном дровяном складе 1150 *куб. м* дров, а на другом — 2100 *куб. м*. Сколько дров на двух складах? А если со второго склада перевезти на первый 280 *куб. м* дров, сколько дров будет на двух складах?»

Количество дров на двух складах — это сумма. Сумма эта не изменилась потому, что от одного слагаемого отняли 280 и прибавили к другому слагаемому.

А если со второго склада продадут 300 *куб. м*, а на первый склад привезут 300 *куб. м*, сколько дров будет на двух складах?

Здесь количество дров — сумма двух слагаемых также не изменилась, так как от одного слагаемого отняли 300, зато к другому слагаемому прибавили столько же.

Делается вывод: «Если к одному слагаемому прибавить несколько единиц, а от другого отнять столько же единиц, то сумма не изменится».

2. Изменение разности. В самом начале надо обратить внимание учащихся на то, что уменьшаемое есть сумма вычитаемого и разности, или что уменьшаемое показывает, сколько было всего единиц, вычитаемое — сколько единиц отнято, разность, или остаток,— сколько единиц осталось. Такое выяснение делается на каком-либо числовом примере (1050 — 300=750). Первым упражнением на изменение разности должна быть задача, например:

«Два колхоза, из которых один собрал 6000 *т* зерна, а другой — 6600 *т*, продали государству 4600 *т* каждый. В каком колхозе осталось больше зерна и на сколько?»

Решение задачи сводится к сравнению двух разностей при одном и том же вычитаемом. Если учащиеся начинают решение обычным способом, сделав три вычитания, не надо называть решение неверным, но необходимо указать более короткий способ решения путем одного вычитания, для чего достаточно сравнить уменьшаемое (при равных вычитаемых). При объяснении вопрос ставится конкретно: продажа зерна каждым колхозом 4600 *т*, но второй колхоз собрал на 600 *т* больше, значит, у него должно оставаться на 600 *т* больше.

После этого дается пример на изменение разности при увеличении уменьшаемого на одну, две и т. д. единиц.

После сравнения остатков и уменьшаемых учащиеся делают вывод: «Если к уменьшаемому прибавить несколько единиц, то остаток увеличивается на столько же единиц.»

75 — 50=25	77 — 50=27
76 — 50=26	78 — 50=28

Подобным же образом делается вывод правила изменения остатка при уменьшении уменьшаемого сначала на одну, две, потом на несколько единиц: «Если от уменьшаемого отнимем несколько единиц, то остаток уменьшится на столько же единиц». В этом случае общее количество (сумма единиц вычитаемого и остатка) уменьшается, а вычитаемое не изменяется, следовательно, остаток уменьшается на столько же единиц.

Дальше рассматривается изменение остатка при изменении вычитаемого.

Вопрос об изменении остатка при изменении вычитаемого является сравнительно трудным. Поэтому надо больше остановиться на разборе примеров на увеличение вычитаемого на одну, две и т. д. единиц, тщательно разъясняя в каждом примере, что все единицы вычитаемого отнимаются от уменьшаемого, всякая единица, прибавленная к вычитаемому, в остаток не войдет, и потому остаток на эту единицу уменьшится. Приводятся конкретные случаи увеличения или уменьшения вычитаемого, например: если из имеющихся денег истратить больше, то останется меньше, если истратить меньше, то останется больше. Эти примеры помогают разъяснить закон изменения остатка и должны приводиться во всех затруднительных случаях.

Точно так же разбираются примеры на увеличение вычитаемого на несколько единиц:

$70 - 40 = 30$; $70 - 41 = 29$; $70 - 42 = 28$; $70 - 43 = 27$.

После сравнения вычитаемых и остатков учащиеся делают вывод: «Если к вычитаемому прибавим несколько единиц, то остаток уменьшится на столько же единиц».

Изменение остатка при уменьшении вычитаемого объясняется аналогично. Сначала дается задача, например: «Одному ученику дали вычесть 348 из 720, а другому — 330 из 720. У кого получится остаток больше? На сколько единиц? Почему?»

Задача должна решаться сравнением вычитаемых при одном и том же уменьшаемом. Уменьшаемое 720 заключает в себе единицы вычитаемого и остатка. Вычитаемое во втором случае меньше на 18 единиц, поэтому в остатке должно быть больше на 18 единиц. Дальше подробно разбираются примеры. Если от вычитаемого отнимем одну, две и т. д. единиц, то их не придется вычитать из уменьшаемого, и остаток будет больше на одну, две и т. д. единиц; следовательно, разность увеличится на столько же единиц. $100 - 80 = 20$; $100 - 79 = 21$; $100 - 78 = 22$; $100 - 77 = 23$. Сравнив вычитаемое и остатки в этих примерах, учащиеся делают вывод: «Если от вычитаемого отнимем несколько единиц, то остаток увеличится на столько же единиц».

Изменение остатка при изменении уменьшаемого и вычитаемого дается учащимся труднее разобранных случаев.

Здесь надо обратить внимание на тот случай, когда остаток не изменяется, если к уменьшаемому и вычитаемому прибавляют одно и то же число или от обоих членов отнимают одно и то же число.

Берется задача: «Рабочий из ежемесячного заработка в 80 руб. вносил в сберкассу каждый месяц по 5 руб. Когда заработок его увеличился на 10 рублей, то он стал вносить в сберкассу на 10 руб. больше. Сколько оставалось ему на расходы каждый месяц до и после увеличения заработка?»

Решение задачи должно объясняться так: 80 руб. — это уменьшаемое, 5 руб. — вычитаемое, 75 руб. — деньги на расходы — разность. Во втором случае к уменьшаемому и вычитаемому прибавляется по 10 руб., разность не изменяется. Действительно, если к уменьшаемому прибавить 10 руб., то остаток увеличится на 10 руб.

1) 80 руб. — 5 руб. = 75 руб.
2) 90 руб. — 5 руб. = 85 руб.

Но к вычитаемому тоже прибавилось 10 руб., от этого новый остаток должен уменьшиться на 10 руб., т. е. 90 руб. — 15 руб. = 75 руб. Итак, остаток не изменился. Хорошо иллюстрировать этот случай изменения уменьшаемого и вычитаемого задачами на сравнение возраста двух человек в данный момент и через несколько лет.

Дальше прибавление к уменьшаемому и вычитаемому одного и того же числа иллюстрируется на примерах:

$$750 - 380 = 370$$
$$770 - 400 = 370$$

Другие случаи изменения уменьшаемого и вычитаемого на несколько единиц приводят также к последовательному изменению остатка, сначала от изменения уменьшаемого, потом от изменения вычитаемого.

Задания на изменение разности можно записывать кратко в виде таблицы:

Изменение уменьшаемого	Изменение вычитаемого	Изменение остатка
+12	—8	?
?	+5	—17
+1	?	0

а) Здесь в первой строчке записан пример: уменьшаемое увеличено на 12, вычитаемое уменьшено на 8. Как изменился остаток?

б) Во второй строчке: вычитаемое увеличено на 5. Что надо сделать с уменьшаемым, чтобы остаток уменьшился на 17?

в) В третьей строчке: уменьшаемое увеличено на 1. Что надо сделать с вычитаемым, чтобы остаток не изменился?

Приведем объяснение первого примера.

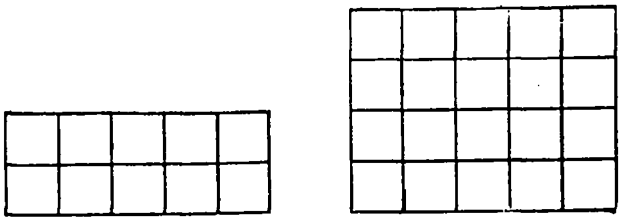
При увеличении уменьшаемого на 12 единиц остаток увеличится на 12 единиц, при уменьшении вычитаемого на 11 единиц, остаток увеличится на 11 единиц, в итоге остаток увеличится на 12 + 11 = 23 единицы.

3. Изменение произведения. Вопрос об изменении произведения является трудным вопросом для учащихся, так как умножение есть действие, к которому нельзя применить наглядность. Поэтому в затруднительных случаях, когда выяснение преобразований требует наглядности, приходится сводить умножение к сложению равных слагаемых. Учение об

изменении произведения надо начинать с повторения (на примерах) определения умножения.

а) Увеличение произведения при увеличении множителя в несколько раз можно иллюстрировать с помощью прямоугольника.

На чертеже (черт. 64) дан прямоугольник, длина которого 5, ширина 2 единицы, площадь его $5 \times 2 = 10$ (кв. единиц). Не изменяя длины, увеличим ширину до 4 единиц. Площадь нового прямоугольника будет равна $5 \times 4 = 20$ (кв. единиц).



Черт. 64

Задаются вопросы: какова длина первого прямоугольника? Какова ширина? Какова площадь? Задаются те же вопросы относительно второго прямоугольника: во сколько раз ширина второго прямоугольника больше ширины первого? Во сколько раз площадь второго прямоугольника больше площади первого?

Далее разбирается пример. В произведении 15×3 увеличим множитель в 2 раза. Сделаем вывод, что произведение тоже увеличится в 2 раза. Действительно, умножение 15×3 есть сложение трех равных слагаемых $15 + 15 + 15 = 45$, тогда как умножение 15×6 есть нахождение суммы шести таких слагаемых:

$$15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15,$$

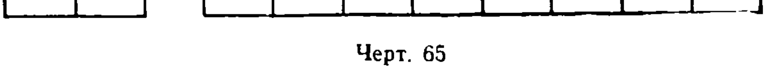
а эта сумма больше первой в 2 раза.

После этого делается вывод: «Если множитель увеличить в несколько раз, произведение увеличится во столько же раз».

б) Изменение произведения при увеличении множимого в несколько раз лучше всего объяснить учащимся наглядно с помощью прямоугольника.

На чертеже (черт. 65) даны два прямоугольника с равной высотой (2 единицы), но с различными основаниями (2 и 8 единиц).

Под руководством учителя дети сравнивают длину, ширину и площади прямоугольников. Площадь первого прямоугольника равна $2 \times 2 = 4$ (кв. единиц). Площадь второго равна



Черт. 65

$8 \times 2 = 16$ (кв. единиц). Множимое 8 больше двух в 4 раза, а произведение 16 больше четырех в 4 раза, что видно из чертежа.

Дальше разбираем задачу:

«Пешеход шел со скоростью 5 *км* в час, велосипедист ехал со скоростью 15 *км* в час. Какое расстояние прошел пешеход за 4 часа? Какое расстояние проехал велосипедист за 4 часа? Во сколько раз велосипедист проедет больше, чем пройдет пешеход? Почему в 3 раза?»

Решение запишем так: $5 \times 4 = 20$ (*км*); $15 \times 4 = 60$ (*км*); 60 *км* : 20 *км* $= 3$. Учащиеся сравнивают множимые, множители и произведения и делают вывод: «Если множимое увеличить в 3 раза, произведение увеличится в 3 раза».

Разбирается пример: $20 \times 3 = 60$. Увеличим множимое в 2 раза: $40 \times 3 = 120$. Произведение увеличилось в 2 раза. Действительно, первое произведение можно заменить суммой трех равных слагаемых: $20 + 20 + 20 = 60$. Второе произведение равно $40 + 40 + 40 = 120$, но здесь каждое слагаемое в 2 раза больше, чем слагаемое первой суммы; поэтому вторая сумма, т. е. второе произведение, больше первого произведения в 2 раза.

Из разобранных задач и примеров делается вывод: «Если множимое или множитель увеличить в несколько раз, то произведение увеличится во столько же раз». Выводы относительно увеличения произведения при увеличении множимого или множителя в несколько раз можно объединить: «Если один из сомножителей увеличить в несколько раз, то произведение увеличится во столько же раз».

в) Изменение произведения в результате уменьшения одного из сомножителей в несколько раз.

Этот случай изменения произведения можно формулировать так: «Если один из сомножителей уменьшить в несколько раз, то произведение уменьшится во столько же раз». Изучение этого вопроса ведется так же, как изучение изменения произведения от умножения одного из сомножителей. Лучше всего начать с графической иллюстрации вопроса на прямоугольниках, потом разбираются задачи и затем примеры с отвлеченными числами. Числовые примеры ограничиваются случаями, когда данный сомножитель делится нацело.

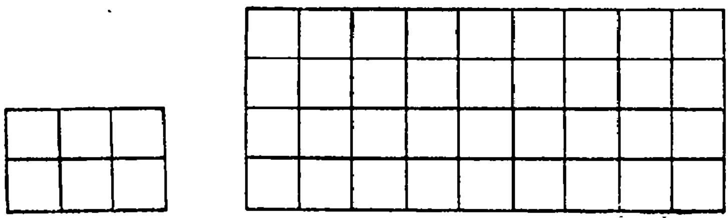
г) Изменение произведения при изменении обоих сомножителей.

Изменение произведения при изменении обоих сомножителей легко понимается учащимися, если требуется определить лишь характер изменения произведения без указания, во сколько раз оно увеличивается или уменьшается. Если же требуется определить точно, как изменится произведение при данных изменениях сомножителей, то в большей части случаев учащиеся ошибаются, полагая, что при умножении множимого на одно число и множителя на другое произведение умножится на сумму этих чисел; что при делении каждого сомножителя произведение делится на сумму делителей; что при умножении одного сомножителя на какое-нибудь число и при делении другого сомножителя на другое число произведение умножится или разделится на разность этих чисел. Исправить эти ошибки, исходя из понятия об умножении, трудно; более понятным для учащихся является сопоставление измененных произведений с данными.

Так, взяв пример $30 \times 10 = 300$ и найдя, во что обратится произведение 300, когда множимое умножим на 3, а множитель на 4, дети из сравнения полученного произведения 3600 (90×40) с начальным 300 могут сделать вывод, что данное произведение увеличивалось в 12 раз, т. е. на произведение $4 \times 3 = 12$, а не на сумму $4 + 3 = 7$.

Если изменяются оба сомножителя, то произведение иногда увеличится, иногда уменьшится или же останется без перемены. Чтобы определить, что делается с произведением при изменении обоих сомножителей, следует рассмотреть, что произойдет с произведением, если сначала изменится только множимое, потом — как изменится произведение от изменения множителя.

Увеличим в несколько раз и множимое и множитель. Этот случай иллюстрируется чертежом (черт. 66). Берутся два прямоугольника: один с размерами 3 *см* и 2 *см*, длина другого больше в 3 раза, ширина — в 2 раза. Сравнив длину, ширину и площадь двух прямоугольников, учащиеся видят, что если длину увеличить в 3 раза, а ширину — в 2 раза, то площадь увеличится в 6 раз.



Черт. 66

Дальше разбираются задачи и примеры.

«Турист прошел некоторое расстояние за 2 часа, идя со скоростью 5 *км* в час, а велосипедист проехал в 4 раза большее расстояние, чем турист, со скоростью, в 3 раза большей. Во сколько раз расстояние, сделанное велосипедистом, больше, чем расстояние, пройденное туристом?»

Решение:	$5 \times 2 = 10$		
	$15 \times 2 = 30$	(множимое увеличено в 3 раза)	$120 : 10 = 12$
	$15 \times 8 = 120$	(множитель увеличен в 4 раза)	(произведение увеличилось в 12 раз)

Изменение произведения объясняется последовательно.

Решается численный пример $4 \times 5 = 20$. Умножив множимое на 3 и на 5, получим: $12 \times 5 = 60$; $12 \times 25 = 300$.

Сравнивая полученное произведение с начальным, делаем вывод: если один сомножитель умножить на 3, а другой на 5, то произведение увеличится в 15 раз (3×5); $300 : 20 = 15$.

Из рассмотренных примеров должен быть сделан вывод: «Если множимое и множитель умножить на некоторые числа, то произведение будет умножено на произведение этих чисел».

Поясним на втором примере, когда уменьшаем в несколько раз множимое и множитель. Изучение этого вопроса может быть проведено по образцу изучения изменения произведения при увеличении обоих сомножителей в несколько раз, т. е. можно использовать графический способ решения задач и числовых примеров.

Остановимся на разборе примера: $18 \times 8 = 144$.

Уменьшим множимое в 6 раз, множитель — в 4 раза. При уменьшении множимого в 6 раз произведение уменьшится в 6 раз, получится не 144, а $3 \times 8 = 24$. Теперь 3 надо умножить не на 8, а на 2, отчего произведение 24 уменьшится в 4 раза; получится 6. Итак, начальное произведение 144, последнее 6. Произведение уменьшилось в $144 : 6 = 24$ раза; $24 = 6 \times 4$.

Уменьшение обоих сомножителей можно иллюстрировать тем же чертежом. Уменьшив длину большого прямоугольника в 3 раза, а ширину в 2 раза, получим новый прямоугольник, площадь которого меньше в 6 раз.

Формулировка вывода необязательна вследствие затруднительности ее для учащихся.

Увеличим в несколько раз один сомножитель и уменьшим в отличное от первого число раз второй сомножитель. Пример: $15 \times 8 = 120$.

Увеличим множимое в 6 раз, а множитель уменьшим в 2 раза: $90 \times 4 = 360$. Если множимое увеличится в 6 раз, то произведение тоже увеличится в 6 раз. Но если после этого множитель уменьшим в 2 раза, то произведение уменьшится в 2 раза и будет больше первоначального уже не в 6 раз, а только в 3 раза $(6 : 2)$.

Формулировка вывода необязательна: необходимо только, чтобы учащиеся разобрались в числовых примерах, произведя последовательно изменение множимого, потом множителя.

Увеличим один сомножитель и уменьшим другой в одинаковое число раз. Пример: $15 \times 6 = 90$. Увеличим множимое и уменьшим множитель в 2 раза: $30 \times 3 = 90$. Или уменьшим множимое и увеличим множитель в 3 раза: $15 \times 6 = 90$; $5 \times 18 = 90$.

При увеличении множимого в 2 раза и произведение увеличится в 2 раза $(30 \times 6 = 180)$. Новое произведение $(30 \times 6 = 180)$ при уменьшении множителя в 2 раза уменьшится в 2 раза $(30 \times 3 = 90)$. В результате двух изменений произведение остается тем же. Если уменьшить множимое в 3 раза, произведение уменьшится в 3 раза $(15 \times 6 = 90;\ 5 \times 6 = 30)$; если увеличить множитель в 3 раза, то новое произведение $(5 \times 6 = 30)$ должно увеличиться в 3 раза $(5 \times 18 = 90)$; в общем произведение не изменилось.

Закон о неизменяемости произведения можно формулировать так: «Если один сомножитель увеличить в несколько раз, а другой уменьшить во столько же раз, то произведение не изменится». Для облегчения понимания этого надо применить графический прием (на прямоугольниках), причем длину прямоугольника можно увеличить, а ширину уменьшить во столько же раз (или наоборот).

Для закрепления раздела об изменении произведения при изменении обоих сомножителей даются примеры и задачи.

Задания на изменение произведения можно записывать в виде таблицы, где увеличение в несколько раз обозначается знаком умножения «$\times$», уменьшение в несколько раз — знаком деления «:».

Здесь записаны примеры: 1) Множимое увеличено в 3 раза, множитель уменьшен в 12 раз. Как изменилось произведение?

2) Множитель увеличен в 2 раза, произведение увеличилось в 8 раз. Что сделано со множимым?

№	Изменение множимого	Изменение множителя	Изменение произведения
1	$\times 3$	$:12$	?
2	?	$\times 2$	$\times 8$

4. Изменение частного. Изменение частного представляет одно из самых трудных мест программы. Объясняется это более сложной, чем в других действиях, зависимостью между числами и двояким смыслом деления (на части и по содержанию).

а) Изменение частного от изменения делимого. Для объяснения изменения частного от увеличения делимого можно использовать задачи:

«Бригада из 6 рабочих заработала за неделю 960 руб. Сколько заработал за следующую неделю каждый рабочий, если общий заработок был в 2 раза больше?» Учащиеся объясняют решение:
1) $960:6=160$ (руб.); 2) $1920:6=320$ (руб.); 3) $160\times 2=320$ (руб.). При увеличении делимого 960 в 2 раза частное увеличилось в 2 раза.

Учащиеся сравнивают делимые и частные следующих примеров:

$20:4=5$ $\qquad$ $160:4=40$
$40:4=10$ $\qquad$ $320:4=80$
$80:4=20$

Из разбора задач и примеров делается вывод: «Если делимое увеличить в несколько раз, то частное увеличится во столько же раз» и «Если делимое уменьшить в несколько раз, то частное уменьшится во столько же раз».

б) Изменение частного от уменьшения делителя можно объяснить на примерах:

$3600:12=300$ $\qquad$ $3600:12=300$ $\qquad$ $3600:12=300$
$3600:(12:4)=1200$ $\qquad$ $3600:(12:3)=900$ $\qquad$ $3600:(12:2)=600$

Из решения примеров делаются выводы: «Если делитель уменьшить в 2, 3, 4, 6 раз, то частное увеличится в 2, 3, 4, 6 и т. д. раз. Отмечается, что при делении делителя на 4 мы соединяем 4 прежние части в одну, поэтому частное должно увеличиться в 4 раза.

После разбора задачи решаются примеры:

$$\frac{96}{24}=4;\quad \frac{96}{12}=8;\quad \frac{96}{8}=12;\quad \frac{96}{6}=16;\quad \frac{96}{4}=24.$$

Наконец, формулируется правило: «Если уменьшить делитель в какое-нибудь число раз, то частное увеличится в то же число раз».

в) Изменение частного при изменении делимого и делителя.

Изменение частного при изменении делимого и делителя вызывает у учащихся такие же недоразумения, как при изменении произведения. Разъяснения можно делать тем же путем, как указано для изменения произведения: для того, чтобы определить изменение частного, надо изменить сначала только делимое, затем проследить изменение нового измененного частного в связи с изменением делителя.

При совместных изменениях надо обратить особое внимание на случаи неизменяемости частного. На остальных случаях не следует останавливаться долго, потому что в полном объеме этот вопрос не может быть пройден до изучения дробей.

Увеличение делимого и делителя в одно и то же число раз можно рассмотреть на примере.

Например:

8 : 4=2	80 : 40=2
24 : 12=2	120 : 60=2
40 : 20=2	

В каждом примере изменение данных делается последовательно: сначала увеличивается делимое, отчего частное увеличивается во столько же раз, потом увеличивается делитель. Тогда увеличенное частное во столько же раз уменьшается. Пример: $8:4=2$; если делимое увеличить в 5 раз (40), то частное увеличится в 5 раз (10), но когда делитель увеличится в 5 раз (40 : 20), то новое частное уменьшится в 5 раз (не 10, а 2).

Формулируется правило: «Если делимое и делитель увеличить в одно и то же число раз, то частное не изменится». Точно так же изучается вопрос об уменьшении делимого и делителя одновременно в одно и то же число раз.

Берется задача: «Пешеход и велосипедист отправились одновременно в одно и то же селение из двух разных мест. Велосипедист, проезжавший по 16 *км* в час, должен проехать 128 *км;* пешеход, проходящий по 4 *км* в час, должен пройти 32 *км*. Кто из них раньше явится в назначенное место и на сколько часов раньше» (не считая время отдыха).

Решение объясняется так: 128 *км* — делимое, 16 *км* — делитель, 8 (раз) — частное. Велосипед. ехал 8 час. Если расстояние (делимое) уменьшить в четыре раза (32 *км* вместо 128 *км*), то при той же скорости 16 *км* (делитель) велосипедист проедет его за 2 часа (32 *км* : 16 *км* = 2), т. е. частное уменьшилось в 4 раза. Но если расстояние в 32 *км* проходить со скоростью 4 *км* (32 *км* : 4 *км*), т. е. делитель уменьшить в 4 раза, то время движения в 4 раза увеличится, т. е. частное 2 увеличится в 4 раза. Значит, частное не изменится, если делимое и делитель уменьшаются в 4 раза.

Дальше можно дать другой вариант задачи, например: «Если в то же селение из города, отстоящего в 64 *км* от места встречи велосипедиста и пешехода, едет крестьянин со скоростью 8 *км* в час, то за сколько часов он проедет все расстояние?» Оказывается, частное не изменилось, когда делимое и делитель уменьшились в 2 раза.

Рассмотрим примеры на разбираемый случай изменения частного:

800 : 200=4
400 : 100=4
200 : 50=4
100 : 25=4

Сравнив делимые, делители и частные между собой, устанавливаем, что делимое и делитель уменьшились в одно и то же число раз, причем частное не изменилось. Этот вывод и формулируется так: «Если делимое и делитель уменьшить в одно и то же число раз, то частное не изменится».

Разберем некоторые случаи изменения делимого и делителя, когда частное изменяется.

Если делимое увеличить в 5 раз, а делитель уменьшить в 2 раза, то частное увеличится в 10 раз. Пример: $60:12=5$; $300:6=50$.

Решение: если делимое увеличить в 5 раз, то частное увеличится в 5 раз: $300:12=25$; если при измененном делимом уменьшить в 2 раза делитель, то частное, увеличенное в 5 раз, увеличится еще в 2 раза; значит, сравнительно с данным оно увеличится в 10 раз.

Если делимое уменьшить в 2 раза, а делитель увеличить в 5 раз, то частное уменьшится в 10 раз. Пример: $200:5=40$; $100:25=4$. Решение объясняется изменением сначала только делимого, потом в измененном примере делается увеличение в 5 раз делителя. В результате частное сначала уменьшилось в 2 раза, потом это уменьшенное частное уменьшилось в 5 раз. Во втором делении частное в 10 раз меньше, чем в первом. Так же изучаются с учащимися и другие случаи изменения частного от изменения делимого и делителя.

Запись примеров на изменение частного можно сделать в виде таблицы, обозначая увеличение в несколько раз знаком умножения ($\times$), а уменьшение в несколько раз — знаком деления (:).

§ 100. ЭЛЕМЕНТЫ ПРИБЛИЖЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В I—IV КЛАССАХ

В начальной школе при изучении подготовительного курса арифметики (в пределе 10, 20, 100 и 1000) учащиеся при решении примеров и задач выполняют округление чисел и производят прикидку ответов, не употребляя этого выражения.

При изучении систематического курса арифметики, выполняя действия с многозначными числами, учащиеся употребляют терминологию «округление чисел», «приближенные числа», но не применяют знаков «$>$» или «$<$», а заменяют их словами «больше» или «меньше».

Для установления преемственности по этой теме между I и IV классами и V и VI классами остановимся на округлении чисел, прикидке чисел и приближенных числах, которые применяются в начальной школе.

Мы сначала остановимся на округлении чисел, прикидке (ожидаемый результат какого-либо действия) и приближенных числах, полученных в результате вычисления.

Округление и прикидка при изучении арифметики в пределе 10, 20, 100 и 1000.

Подготовительные работы и приближенные вычисления начинаются при изучении первого десятка. При изучении сложения и вычитания проходится состав числа, а также решаются примеры и задачи с обратным ходом решения; примеры и задачи, выраженные в косвенной форме, например: $3+?=7$. Учащиеся решают этот пример способом подбора чисел (прикидка результата). Они ставят число вместо знака «?», делают прикидку ответа. Некоторые учащиеся могут поставить вместо знака «?» число 3. При проверке они обнаруживают неверное решение. После этого они снова делают прикидку, ставят вместо знака вопроса какое-либо другое число. Снова делают прикидку. Так продолжается до тех пор, пока не получат верного решения. Таким же способом учащиеся решают примеры и задачи на вычитание.

При изучении сложения в пределе сотни учащиеся выполняют действия, применяя округление чисел, например: $37+49=$ $=37+50-1=86$. Здесь выполнено округление числа 49.

При изучении таблицы деления в пределе 20 и 100 учащиеся прикидывают частные. Например: 24 : 6, учащиеся подбирают числа, делают прикидку ответа. Они могут взять три, для проверки умножают 3 на 6, но получается число 18. После этого пробуют умножить число 4. Так отыскивают частное 4.

В пределе 100 учащиеся изучают внетабличное деление: деление двузначного числа на двузначное. Как известно из методики арифметики, при этом ознакомляют сначала с делением круглых десятков, а затем с делением двузначных чисел, например 76 : 19. Для вычисления подобного случая учащиеся округляют 76 до 8 десятков и 19 до 2 десятков. После этого прикидывают частное 4 и проверяют правильность решения примера.

В пределе 100 в начальной школе учащиеся изучают деление с остатком на однозначное, двузначное числа. При этом учащиеся встречаются с понятиями: «округление чисел», «прикидка чисел» и «приближенное вычисление».

Надо заметить, что при делении двузначного числа на двузначное число с остатком учащихся затрудняет подбор (угадывание) частного; но этому необходимо научить их. Умножение полученного частного на делитель, вычитание этого числа из делимого и проверка остатка затруднений не встретят, если основательно изучить деление с остатком на однозначное число. При делении трехзначного числа на трехзначное большое значение имеет округление компонентов и прикидка результатов в делении двузначного числа на двузначное без остатка и с остатком.

При делении полного трехзначного числа на полное трехзначное, например 872 : 218, числа округляются до 8 сотен и 2 сотен и затем делается прикидка частного 4. Число 4, полученное от деления 8 сотен на 2 сотни, проверяется. Произведение 218 на 4 равно 872, результат умножения сравнивают с делимым.

В начальной школе ученикам предлагается округлять числа до десятков и сравнивать число десятков делимого с числом десятков делителя, например 872 : 218. Ученики на основании округления в пределе 100 при делении двузначного числа на двузначное должны прикинуть, сколько раз 21 десяток делителя содержится в 87 десятках делимого. Затем проверяется полученное число 4 путем умножения его на 218.

Покажем это на примерах деления многозначных чисел.

Изучение работы школ показывает, что если учащиеся в подготовительном курсе арифметики плохо усвоили округление и прикидку чисел, то при изучении деления многозначных чисел они встречаются с большими трудностями.

Приведем примеры деления многозначных чисел.

875 688 : 248. Отделяем три цифры делимого и делим 875 : 248; для деления 875 на 248 округляем до сотен эти числа и делим сотни делимого на сотни делителя: 8 : 2; делаем прикидку частного 4, частное проверяем умножением: $248\times4=992$. Прикидка показала, что ответ 4 велик, потому что 992 больше 875. Уменьшаем на единицу частное 4 и делаем прикидку числа 3. Снова проверяем: $248\times3=744$, оказалось 744 меньше 875. Вторая прикидка (числа, частного 3) верна, потому что 744 меньше 875.

274 938 : 367. Отделяем четыре цифры делимого и делим 2749 : 367. Округляем до сотен эти числа и делим сотни делимого на сотни делителя: 27 сот. : 3 сот. Делаем прикидку частного, получаем 9, частное проверяем: умножив 9 на 367, получим 3303. Прикидка числа 9 оказалась неправильной, потому что 3303 больше 2749. Уменьшаем на единицу частное 9 и делаем вторую прикидку — числа 8. Частное проверяем: умножим 8 на 367, получим 2936. Вторая прикидка (числа 8) оказалась неправильной, потому что 2936 больше 2749. Уменьшаем на единицу частное 8 и делаем третью прикидку — числа 7. Частное проверяем; умножим 7 на 367, получим 2569. Прикидка частного 7 верна, потому что 2569 меньше 2749.

Самая трудная часть этой работы — устная проверка намеченной цифры частного, т. е. устное умножение трехзначного числа на однозначное и вычитание произведения из делимого (875 в первом примере, 2749 — во втором).

Для облегчения этой работы достаточно на прикидку числа частного умножить не весь делитель (248), а число десятков делителя и полученное произведение сравнивать с десятками делимого (с 87 в первом примере, с 274 — во втором).

Так, в первом примере для проверки умножаем 24 на 4, получаем 96, затем — 24 на 3, получаем 72.

Во втором примере проверяем цифру 9; умножив 36 на 9, получаем 324; дальше проверяем цифру 8: $36\times8=288$, и это число больше 274; тогда переходим к 7: $36\times7=252$.

В этой проверке (36×9, 36×8 и 36×7) умножаются на первую цифру частного сотни и десятки делителя, потому что из десятков при умножении могут составиться сотни.

В процессе деления многозначных чисел на трехзначное приходится остатки от деления высших разрядов раздроблять в низшие разряды. Возможны ошибки в делении, в связи с тем, что ученики забывают свойства остатка, остаток при делении должен быть меньше делителя.

В начальной школе на уроках арифметики ежедневно учителя занимаются 5—7 минут устными вычислениями. При этом они применяют особые приемы, основанные на округлении чисел.

Приведем несколько случаев устных вычислений, в которых используется округление чисел.

I. **Округление слагаемых:** $197+65$.

Первое слагаемое заменяют разностью двух чисел: $197=200-3$, получают $(200-3)+65=200+65-3=262$.

II. **Округление уменьшаемого или вычитаемого:**

1) $394-28=400-28-6=366$,
2) $235-198=235-200+2=37$.

III. **Округление при умножении:** 198×4.

$$198=200-2;\ 198\times4=(200-2)\times4=800-8=792$$

IV. **Округление слагаемых и замена сложения умножением:**

$$83+82+86+85+78+77=80\times6+3+2+6+5-2-3=480+11=491$$

V. **Округление уменьшаемого и умножение:**

$$618-18\times12=618-18-18\times11=600-198=402$$

Округление и приближенное вычисление особенно большое значение имеют при делении, когда в середине частного или на конце его должны получиться нули. Наиболее трудный случай последний. В этих примерах учащиеся часто пропускают нули в частном. Например: 6812 : 17; здесь учащиеся делают ошибки, получают ответ: 4 в частном вместо 400 (ост. 12).

Для предупреждения таких ошибок делается приближенное вычисление частного путем деления округленных высших разрядов на делитель. Например: 72 485 : 12; округляем высшие разряды частного до тысячи и получаем: 72 : 12=6 тысячам, в частном 4 цифры: 72 485 : 12 = 6040 (ост. 5).

6 250 981 : 125; округляем делимое до десятков тысяч, высший разряд частного — десятки тысяч (625 : 125), в частном 5 цифр: 6 250 981 : 125 = 50 007 (ост. 106).

При изучении метрических мер надо научить учащихся применять приближенные числа.

Уже в подготовительном курсе арифметики при ознакомлении с метром учащиеся получают приближенные числа в результате измерения. Например, допустим, что при измерении длины класса метр уложился 8 раз, а девятый раз метр полностью не укладывается. В таких случаях учащийся должен научиться говорить: «Длина класса больше 8 *м* и меньше 9 *м*». В результате измерения получены приближенные числа. При измерении допущена ошибка меньше одного метра, следовательно, измерение проведено с точностью до 1 *м*. При первых упражнениях учащиеся называют два числа со словами «больше» и «меньше», две границы, между которыми находится искомое расстояние. Ряд упражнений на измерение с точностью до 1 *м* надо соединить с определением длины на глаз с последующей проверкой метром.

Затем надо научить учащихся измерять с точностью до 0,5 *м*, т. е. допускать ошибку меньше 0,5 *м*. Например, если длина бревна 5 *м* 3 *дм*, то учащиеся скажут: «Длина бревна больше 5 *м*» (называют приближенное число с недостатком). Если же длина бревна 5 *м* 80 *см*, учащиеся говорят: «...около 6 *м*» (называют приближенное число с избытком), т. е. учащиеся определяют, к какому из целых приближенных чисел измеряемое расстояние ближе.

Аналогичные упражнения проводятся при ознакомлении учащихся с дециметром. Из двух приближенных значений учащиеся должны выбрать то, где ошибки меньше, например 8 *дм* 3 *см* ≈ 8 *дм* (ошибка равна 3 *см*) и 6 *дм* 8 *см* ≈ 7 *дм* (ошибка равна 2 *см*). Знак ≈ читается «приблизительно равно».

При ознакомлении с мерами веса учащиеся также применяют приближенные числа, называя, например, вес «больше 2 *кг* и меньше 3 *кг*» или «2 *кг* 700 *г* ≈ 3 *кг*, а 4 *кг* 100 *г* ≈ 4 *кг*».

Большое применение имеют приближенные числа в измерениях на местности. Учащиеся сначала определяют расстояние на глаз, а потом проверяют его при помощи инструментов.

По соображениям практической целесообразности полезно познакомить учащихся с округлением целых чисел. Начать эту работу следует с округления многозначных чисел до одной тысячи. Например, учитель говорит: «Вместимость водохранилища — 34 176 *куб. м*. Можем ли мы утверждать, что воды в этом водохранилище точно 34 176 *куб. м*? Количество воды изменяется от испарения, от дождей. Если отбросить сотни, десятки, единицы, получим 34 000 кубометров — число, округленное до одной тысячи. В водохранилище приблизительно 34 000 *куб. м*. воды». Под руководством учителя учащиеся подсчитывают допущенную ошибку. Проведя ряд упражнений на округление до одной тысячи с недостатком, учитель переходит к округлению числа с избытком. Можно предложить такую задачу: «В 1951 г. в океане была открыта впадина глубиной 10 863 *м*. Все цифры этого числа трудно запомнить. Как точнее округлить: глубина впадины приблизительно 10 000 *м* или 11 000 *м*?» Учитель подчеркивает, что 11 000 точнее, так как в этом случае допускается меньшая ошибка. После ряда примеров на округление чисел до одной тысячи учитель дает примеры на округление до одной сотни, до одного десятка.

Богатый материал для округления чисел дают количественные показатели культурной и хозяйственной деятельности, отраженные в печати, а также количественные показатели в физике, астрономии и других науках.

С выводом правила округления торопиться не следует. После достаточного количества упражнений учащихся формулируют правило примерно так: «При округлении числа вместо отбрасываемых разрядов ставим нули, причем если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то последний оставляемый разряд не изменяется; если же первая отбрасываемая цифра 5 или больше 5, то последний оставляемый разряд увеличивается на единицу».

Простейшие уравнения

При изучении первого десятка ведется подготовка к решению задач с помощью составления уравнений. Первая ступень подготовки к решению уравнений — это примеры с незаполненными квадратиками, со знаками вопроса, составление числовой формулы решения задачи с обозначением искомой величины буквой x, задачи на угадывание чисел. При записи решения задачи в виде числовой формулы учащиеся привыкают математически выражать зависимость между искомой величиной и другими величинами, входящими в условие задачи.

Для решения уравнений необходимо использовать знание учащимися составления числовых формул и знания зависимости между компонентами и результатами действий.

Рассмотрим задачу: «В школе было 540 учащихся. При слиянии двух школ в одну учащихся прибавилось и стало 874 человека. Сколько учащихся пришло из другой школы?»

Составляя формулу решения задачи, обозначаем число учащихся другой школы через x, записываем равенство: $540+x=$ $=874$ (учащ.).

Это равенство указывает и способ его решения: имеется сумма двух слагаемых, из которых одно неизвестное обозначено буквой x, и сумма равна 874. Из арифметики учащиеся знают, что каждое из двух слагаемых равно сумме без другого слагаемого. Поэтому $x=874-540$; $x=334$ (учащ.).

Проверка. $540+334=874$.

Использовано свойство сложения, запись которого в общем виде может быть такая: если $a+b=c$, то $a=c-b$ и $b=c-a$.

Задачи на вычитание: «После того, как вспахали 530 *га*, в совхозе осталось вспахать 740 *га*. Сколько гектаров пашни в совхозе?»

Обозначив гектары пашни в совхозе буквой x, записываем формулу решения задачи: $x-530=740$. Эта запись указывает и способ решения. Поэтому $x=530+740$; $x=1270$ (*га*). Проверка. $1270-530=740$ (*га*).

Использовано свойство вычитания, которое в общем виде может быть записано так: если $a-b=c$, то $a=b+c$.

«По пятилетнему плану в городе должно быть построено 310 детских садов. Часть плана по постройке детских садов выполнена. Осталось построить 80 детских садов. Сколько детских садов построено?»

Обозначив число построенных садов через x, записываем условие задачи в виде равенства. Должно быть построено 310 детских садов, построено x, осталось построить $310-x$ (невычисленная разность), по условию задачи осталось построить 80 детских садов (значение разности): $310-x=80$. x — неизвестное вычитаемое, 310 — уменьшаемое и 80 — остаток (разность). Из арифметики известно, что вычитаемое равно уменьшаемому минус разность (остаток). Итак: $x=310-80$; $x=230$. Проверка. $310-230=80$ (дет. сад.). Использованное свойство вычитания в общем виде записывается так: если $a-b=c$, то $b=a-c$.

Задача на умножение. «Теплоход шел со средней скоростью 24 *км* в час. За несколько часов он прошел расстояние, равное 168 *км*. Сколько часов шел теплоход?»

Неизвестное число часов обозначаем через x. Записываем условие в виде равенства. За час теплоход пройдет 24 *км*, за x часов пройдет расстояние $24 \cdot x$. Но по условию оно равно 168 *км*. Запись равенства: $24 \cdot x=168$. Имеем невычисленное произведение, где один из сомножителей обозначен буквой x, а значение этого произведения равно 168. Из арифметики известно, что каждый из двух сомножителей равен произведению, деленному на другой сомножитель (при условии, что другой сомножитель не равен нулю). Следовательно, $x=168:24$; $x=7$ (час.). Проверка. $24 \cdot 7=168$ (*км*). Использовано свойство произведения: если $a \cdot b=c$ и $b \neq 0$, то $a=\frac{c}{b}$.

Задача на деление. «Некоторое расстояние автомобиль прошел за 4 часа. Средняя скорость его 45 *км* в час. Какое расстояние прошел автомобиль?»

Неизвестное расстояние обозначим буквой x. Время движения (в часах) равно расстоянию, деленному на скорость, т. е. $x:45$ (невычисленное частное); его значение равно 4. Имеем неизвестное делимое x, делитель 45 и частное 4. Из арифметики известно, что делимое равно делителю, умноженному на частное. Поэтому $x=45 \cdot 4$; $x=180$ (*км*). Проверка. $180:4=45$ (*км*). Использовано свойство деления: если $a:b=c$, то $a=bc$.

Решая каждую задачу, мы записывали равенство. В каждом равенстве была буква, буквой обозначали неизвестное и находили значение неизвестной величины (334 учащ., 1270 *га*, 230 дет. сад., 7 час., 180 *км*).

После этого дается определение: *Уравнением называется равенство, содержащее неизвестное число, обозначенное буквой, значение которой надо найти.*

ГЛАВА XIV

ИМЕНОВАННЫЕ ЧИСЛА И МЕТРИЧЕСКИЕ МЕРЫ

§ 101. ИМЕНОВАННЫЕ ЧИСЛА В КУРСЕ АРИФМЕТИКИ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ И ОСОБЕННОСТИ ИХ ИЗУЧЕНИЯ

В дореволюционной школе именованные числа занимали весьма видное место в задачниках и в методиках. Так, например, в методике арифметики Гольденберга (изд. 13) на них отведено около $^1/_4$ книги. Это объясняется особенностями «старой» системы мер с ее разнообразием единиц и единичных отношений мер. Все это требовало большой затраты труда и времени для усвоения материала.

С введением метрической системы мер отпала необходимость выделения именованных чисел в особый отдел. Задачи с именованными числами распределяются по всему курсу арифметики наряду с задачами на отвлеченные числа.

При изучении преобразований и действий с именованными числами большое внимание следует уделить двухсоставным числам, так как они преимущественно встречаются в жизненной практике, реже употреблять трехсоставные и лишь в виде исключения четырехсоставные.

При изучении всех вопросов, связанных с именованными числами, надо позаботиться о последовательно усложняющемся характере вопросов и материала (это обеспечивается расположением материала в учебнике) и о наглядности преподавания.

§ 102. НАГЛЯДНЫЕ ПОСОБИЯ

В этом разделе арифметики наглядные пособия имеют большое значение. Желателен набор следующих пособий: а) весы с разновесом; б) литр с подразделением на пол-литра и четверть литра (в виде кружки); в) денежные знаки; г) мензурка (градуированная) для вычисления объема тел неправильной формы; д) образцы линейных мер (метр с подразделением на дециметры, сантиметры и миллиметры); е) сантиметровая лента; ж) рулетка; з) образцы квадратных и кубических мер (квадратный метр, квадратный дециметр, квадратный сантиметр; кубический дециметр и кубический сантиметр); полый кубический дециметр; и) часовой циферблат с подвижными стрелками; табель-календарь или отрывной календарь; к) термометр с двойной шкалой.

Часть этих пособий должна быть и на руках учащихся, например: метр с делениями, квадратный дециметр, квадратный сантиметр, килограмм (в виде мешочка с песком). Эти пособия должны приготовить сами учащиеся на уроках ручного труда.

Метрические меры

Ознакомление с мерами проводится в основном по следующему плану:

1) Беседа учителя и показ изучаемой меры.
2) Практическое применение изучаемой меры.
3) Работа учащихся по изготовлению пособий.
4) Упражнения для закрепления.

Все преобразования и действия с именованными числами тесно связаны с метрическими мерами и имеют большое практическое значение, поэтому на изучение раздела метрических мер учителю следует обратить особое внимание. Учащиеся должны усвоить не только названия мер, но и самые меры, должны уметь измерять линии, площади и объемы, взвешивать, а также применять эти умения в жизни.

Это будет достигнуто только в том случае, если весь процесс изучения мер будет пройден с применением действительных мер и если дети сами изготовят меры, например: метр, дециметр, сантиметр, килограмм, квадратный дециметр, квадратный метр.

Даже такие единицы мер, как килограмм, ар, гектар, также должны быть измерены в натуре, чтобы учащиеся имели представление о действительной величине километра, как о расстоянии, например, от школы до какого-либо определенного пункта, о размере площади в 1 *а* и в 1 *га*.

§ 103. ЗНАКОМСТВО С МЕТРОМ

В качестве примера рассмотрим ознакомление детей с метром. Прежде чем познакомить с метром как единицей измерения, учащиеся упражняются в пользовании естественными мерами, например: шагом, ладонью, пальцами рук. С помощью шага они определяют расстояние до какого-либо предмета. Путем наложения четверти (расстояние между концами вытянутых большого и указательного пальцев) на предмет они узнают, какова его длина. На таких работах учащиеся убеждаются, что эти меры у различных людей различны. Возникает потребность иметь общую меру, обязательную для всех. Этому требованию удовлетворяет общепринятая мера длины — метр. Употребление метра детям известно, но, как показывает проверка, точного представления о длине метра обычно у детей не бывает. Для проверки учитель предлагает показать длину метра руками, начертить на доске линию длиной в 1 *м* и т. п.

Само собой разумеется, что учащимся в I классе преждевременно сообщать, что такое метрическая система мер, что метр приблизительно равен длине одной сорокамиллионной доли земного меридиана и т. п. Учитель предлагает детям шагами измерить длину класса. Тут окажется, что количество шагов будет неодинаково. Следовательно, и шаг не годится как единица измерения: величина его неодинакова. В целях большей точности употребляется метр. Преподаватель показывает две метровые линейки. Одну из них он укрепляет вертикально на стене, а другую кладет на полу. Ученики подходят к этим линейкам и узнают, больше или меньше метра их рост, каков по сравнению с метром их шаг. После этого детям предлагается самим приготовить самодельные метры (из палки, из картона, газетной бумаги). Ими они будут производить ряд измерений.

Для усвоения представления о метре можно провести следующее упражнение: учащиеся, выстроившись в ряд, берут (каждый) в правую руку метр, ставят его на пол, запоминают расстояние руки от пола, потом руку с метром отводят за спину, а левой показывают по памяти расстояние от пола, равное метру. Это расстояние проверяется при помощи правой руки, держащей метр. Для ознакомления с метром можно предложить учащимся указать в классе предметы длиной в 1 *м*, сравнить с метром расстояние от левого плеча до концов пальцев правой руки (приблизительно метр) и др.

Учащиеся должны при помощи метра проделать измерения различных расстояний, например, в классе, в коридоре, во дворе и т. п. Чтобы эта работа заинтересовала учащихся, надо измерения метром соединить с упражнениями в глазомерном измерении. Дети на глаз определяют данное расстояние, а затем проверяют метром, каково расстояние в действительности. Таким путем они не только будут приобретать навык в определении расстояния на глаз, но и будут упражняться в измерении метром. Наконец, можно перейти к таким вопросам: «Выше или ниже метра обеденный стол?», «На какой высоте от пола (ниже или выше метра) делается сиденье стула или табуретки?», «Какой длины обыкновенная кровать?», «Какой ширины тротуар и мостовая на большой улице?» и т. д.

После ознакомления с нумерацией в пределе 100, со счетом десятками надо познакомить учащихся с сантиметром.

Заготовив полоски бумаги в 10 *см*, разделенные на сантиметры, учитель предлагает учащимся сосчитать, сколько раз в полосе, равной метру, уложится полоска, содержащая 10 *см*. Следует на метровой полосе первые 10 *см* и каждый следующий десяток сантиметров раскрасить в разные цвета. Такая полоса может служить наглядным пособием для изучения единичного отношения 1 *м* к 1 *см*, а также нумерации в пределе 100 (в сотне 10 десятков, в десятке 10 единиц). Учащиеся сосчитают, что в 1 *м* содержится 100 сантиметров. Учитель записывает на доске, учащиеся в тетради: «В 1 метре 100 сантиметров, или 100 *см*. Метр, разделенный на десятки сантиметров (они пока не называются дециметрами) и на сантиметры (первый десяток), должен быть у каждого ученика».

Для закрепления представления о сантиметре выполняют упражнения: вычерчивают в тетради отрезки в 1, 3 и т. д. сантиметров, определяют на глаз расстояние, выражая его в сантиметрах, проверяют линейкой; измеряют сантиметровой лентой размеры небольших предметов: книг, тетрадей, длины платья, окружности шеи и т. д. Надо сказать учащимся, что две клеточки тетради составляют один сантиметр. Решают примеры: сколько сантиметров в половине метра, в четверти, в пятой части; решают задачи. Учитель обращает внимание учащихся на сокращенное обозначение слова сантиметр: *см* без точки.

Решение задач с мерами длины полезно связывать с развитием глазомера. Например, решается задача: «Катя купила 3 *м* тесьмы, а Надя 6 *м*. Сколько метров тесьмы купили девочки?» При решении такой задачи надо предложить ученику начертить на глаз на доске или показать на стене расстояние 3 *м* и затем проверить это расстояние линейкой. Или, допустим, при решении задачи получился ответ «60 *см*». Надо предложить учащимся начертить на доске отрезок в 60 *см* на глаз с последующей его проверкой.

При изучении нумерации в пределе 1000 надо ознакомить учащихся с километром и его отношением к метру (1 *км* = 1000 *м*).

Необходимо приготовить в школе рулетку, 10-метровую веревку с делениями на метры. Отдельные метры отмечаются цветными нитками, медными бляшками или кусочками картона. Полезно с помощью рулетки отмерить расстояния в 100 *м* ($^1/_{10}$ *км*), 250 *м* ($^1/_4$ *км*), 500 *м* ($^1/_2$ *км*), а также 1000 *м*, или 1 *км*.

Если позволяет погода и местные условия, учитель выводит учащихся на открытую местность, проходит с ними расстояние, равное 1 *км*, замечает по часам время прохождения 1 *км*.

Зная, во сколько минут можно пройти 1 *км* средним шагом, и зная время, затрачиваемое, например, на прохождение расстояния от дома до школы, легко определить это расстояние. С учащимися надо составить таблицу средних скоростей движения пешехода (4 *км*), лыжника (7 *км*), велосипедиста (12 *км*), лошади рысью (10 *км*), парохода (18 *км*), поезда (40 *км*), самолета (600 *км*) и т. п. Такие данные предохраняют учащихся от составления задач с нереальными скоростями.

Учащимся предлагается назвать по памяти знакомые расстояния, равные приблизительно 1 *км*. Учитель сам называет такие расстояния.

Полезно провести такие упражнения: предварительно подсчитать среднее число шагов на расстоянии 20 *м*, примерное расстояние по длине троллейбусной линии, по длине шоссе и т. п. расстояние в 1 *км*. Для этого надо измерить шагом по 100 *м*, через каждые 100 *м* ставить учащегося, и таким образом отмеряется 1 *км*.

Учащиеся измеряют на глаз некоторые расстояния, например от школы до какого-нибудь дома и т. п.

Чтобы учащиеся усвоили отношение километра к метру, им задаются вопросы: «Сколько метров в половине километра? В одной четверти километра? В одной пятой части километра?»

§ 104. ЗНАКОМСТВО С ЛИТРОМ И КИЛОГРАММОМ

При знакомстве с литром сначала ведутся измерения вместимости сосудов при помощи стаканов, кружек. Сравнение двух стаканов покажет, что их вместимость различна. Следовательно, нужна другая, более точная мера. Такой мерой является литр. Детям показываются литровая, полулитровая, четвертьлитровая кружки. Путем пересыпания речного песка, переливания воды они узнают, сколько литров вмещается в ведре, сколько стаканов, чайных чашек вмещается в литре. В ведре 12 литров, в литре 4 стакана; определяют вместимость консервной банки, 2-, 3-литрового бидона, кастрюли сначала на глаз, потом проверяют измерением. Результаты измерения сначала записываются с полным наименованием (2 литра), потом показывается сокращенная запись: *л* без точки (2 *л*). Учащиеся должны знать, что измеряется литром. Так же производится ознакомление с килограммом. Нужно показать учащимся разновес, провести с ними ряд взвешиваний гирями, поупражнять учащихся в приблизительных измерениях веса с последующей проверкой предположений.

Учащимся можно дать на дом такого рода задания: заготовить несколько мешочков, которые один ученик наполняет дома древесными опилками, другой — песком, третий — зерном и т. д. весом в 1 *кг* (окончательный вес проверяется в классе на весах).

При знакомстве с новой единицей измерения следует записать на доске ее название полностью и сокращенно, например: 1 килограмм, или 1 *кг* (без точки). В концентре 1000 учащиеся знакомятся с граммом.

Путем взвешивания монеты в 1 копейку знакомятся с весом в 1 *г*. Потом взвешивают монеты в 2 коп., 3 коп., 5 коп., весящие соответственно 2 *г*, 3 *г*, 5 *г*. Учитель объясняет, как сокращенно записывать число граммов: 4 грамма — 4 *г*.

Учитель сообщает, что 1000 монет по 1 коп. весят 1000 *г*, или 1 *кг*. Отсюда практический способ подсчета медных монет по весу: 1 *кг* медных монет, или 1000 *г*, стоит 1000 коп., или 10 руб. На отношение в 1 *кг* — 1000 *г* учащиеся решают примеры: сколько граммов в половине килограмма? В одной четверти килограмма? В одной пятой килограмма?

Учащиеся знакомятся с гирями в 20, 50, 100, 200, 500 *г*, производят взвешивание, пользуясь весами с чашками. Гири надо класть в известном порядке, иначе трудно установить равновесие. Начинают с большей гири, например 500 *г*. Если она велика, заменяют ее следующей гирей в 200 *г*. Если мало, прибавляют 200 *г*; если много, заменяют 200 *г* гирей в 100 *г*; если много, вместо 100 *г* кладут 50 *г*; если мало, добавляют 20 *г*; если мало, кладут еще 20 *г*; если мало, добавляют 5 *г*. Положили, равновесие установилось. Вес предмета равен $200+50+20+20+5=$ $=295$ (*г*).

Имея весы с чашками, можно научить учащихся изготовлять весы из спичечных коробок, затем провести игру в магазин с продажей различных предметов и с соответствующими денежными расчетами.

§ 105. ПРОСТЫЕ И СОСТАВНЫЕ ИМЕНОВАННЫЕ ЧИСЛА

После изучения нумерации чисел в пределе миллиона заканчивается изучение метрических мер.

Из мер длины проходится дециметр и миллиметр.

Повторив известные им меры длины — километр, метр, сантиметр — на примерах, задачах и измерениях, учащиеся останавливаются на единичном отношении метра и сантиметра. В 1 *м* — 100 сантиметров, 1 сантиметр — 100-я часть метра. Учитель предлагает разделить метровую ленту на части по 10 *см*, сосчитать, сколько в метре таких частей, и сообщает, что эта десятая часть метра называется дециметром. Учащиеся запоминают, что в дециметре 10 сантиметров, чертят отрезки длиной в 1 *дм*, измеряют дециметром различные предметы в классе: длину и ширину классной доски, стола, журнала и т. п.; чертят на доске линии заданной в дециметрах длины, чертят и измеряют отрезки в тетради на клетчатой бумаге, записывают их длину, употребляя сокращенный способ записи, например 3 *дм*, 2 *дм*.

Далее учащиеся знакомятся с миллиметром, разделив сантиметр на 10 равных частей. Деления сантиметра на миллиметры следует показать на линейках, которые должны быть у учащихся. Эта мера должна применяться при черчении отрезков, измерении отрезков и размеров небольших предметов (перья, булавки, иголки).

После знакомства с миллиметром учащиеся читают в задачнике, потом записывают в тетради таблицу мер длины, а именно:

1 *км* = 1000 *м*	1 *дм* = 10 *см*
1 *м* = 10 *дм* = 100 *см*	1 *см* = 10 *мм*

Соотношения между мерами длины следует использовать для закрепления знания нумерации. Учащиеся должны устно определить, сколько в километре дециметров, сантиметров, миллиметров.

В этом же разделе — нумерация в пределе миллиона — заканчивается изучение мер веса. Из мер веса здесь изучается центнер и тонна.

Прежде чем знакомить учащихся с новой мерой веса, учитель предлагает повторить изученные меры веса, затем объясняет, что 100 *кг* называется центнером. Итак, 1 центнер = = 100 *кг*, сокращенная запись: 1 *ц* = 100 *кг*.

В сельских школах можно предложить учащимся узнать вес мешка муки, зерна, овса, воза сена.

Изучение мер веса заканчивается ознакомлением учащихся с тонной. 1 тонна = 1000 *кг*, или сокращенная запись: 1 *т* = = 1000 *кг*.

Учащимся предлагается вычислить, сколько в 1 *т* центнеров. 1 *т* = 10 *ц*. Полезно закрепить у учащихся представление о весе

1 *ц*, например, как о весе двух мешков картофеля, по 50 *кг* в каждом мешке, о весе 1 *т*, как о весе 20 таких мешков картофеля. Учащимся знакомы названия грузовых машин, например трехтонная, пятитонная и т. п.

Учащиеся читают по задачнику и пишут в своих тетрадях таблицу мер веса, а именно: 1 *т* = 10 *ц* = 1000 *кг*.

1 *ц* = 100 *кг* 1 *кг* = 1000 *г*

Для закрепления знания нумерации следует использовать таблицу мер веса, учащиеся могут устно сосчитать, сколько в 1 *т* граммов, сколько килограммов, сколько центнеров. При составлении таблиц за основную меру длины принимается метр, основная мера веса — грамм, мера емкости — литр.

Названия мер, бóльших и меньших основной, составляются из названий основных мер с добавлением слов: кило — 1000, гекто — 100, дека — 10, деци — десятая часть, санти — сотая часть, милли — тысячная часть.

Приступая к изучению *простых* и *составных именованных чисел*, необходимо прежде всего довести учащихся до понимания разницы между *отвлеченными* и *именованными числами*; после этого уже можно остановиться на разъяснении разницы между простыми и составными именованными числами. Наиболее простым и понятным для детей будет определение именованного числа как числа, при котором стоит название мер. Число без названия мер или предметов называется отвлеченным. Этот термин следует ввести в школьную практику, подойдя к нему следующим образом. Если мы станем считать, не обращая внимания на то, какие предметы считаем (один, два, три, четыре, пять, шесть, семь, восемь и т. д.), то получим число, например восемь, единицы которого названия не имеют,— число неименованное. Такое число называется отвлеченным, потому что здесь мы не обращаем внимания на то, что считаем,— отвлекаемся от того, какие предметы считаем.

Для вывода понятия о простом и составном именованных числах измеряем длину класса метром.

«Пусть метр отложился ровно 8 раз. Чему равна длина класса? Записываем: 8 *м*. Затем измеряем ширину класса: метр отложился 6 раз, но с остатком. Чем можно измерить этот остаток?» (Дециметром.) «Дециметр отложился в остатке 4 раза. Чему равна ширина класса? Записываем: 6 *м* 4 *дм*. У нас здесь два именованных числа: одно (8 *м*) показывает длину класса, другое (6 *м* 4 *дм*) — ширину класса». Дети указывают разницу между этими числами. В первом числе (8 *м*) — метры, во втором (6 *м* 4 *дм*) — метры и дециметры. Далее дается определение простого и составного именованных чисел по учебнику арифметики. В качестве упражнения для уточнения и закрепления сообщенного можно рекомендовать такие работы: а) детям дается ряд чисел, например: 7 *м*; 40 *км*; 8 *м* 2 *дм*; 10 *кг* и т. д.: они выбирают из них сначала простые именованные числа, а затем составные, б) придумывают сами примеры на те и другие числа.

§ 106. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ИЗУЧЕНИЯ ИМЕНОВАННЫХ ЧИСЕЛ, ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И ДЕЙСТВИЯ С ИМЕНОВАННЫМИ ЧИСЛАМИ

Ознакомление учащихся с именованными числами начинается при изучении чисел *первого десятка*. Здесь учащиеся знакомятся практически с метром, имея его на руках (из бумаги, картона) и производя ряд измерений. Вместе с тем решаются задачи такого вида:

а) «Из ткани сшили платье и передник. На платье пошло 4 *м*, на передник 2 *м* ткани. Сколько ткани пошло на обе вещи?»

б) «Из доски в 9 *м* сделали стол и табуретки. На стол пошло 4 *м*. Сколько метров доски пошло на табуретки?»

Задачи должны носить конкретный характер, и в случае затруднений решение их должно иллюстрироваться наглядными пособиями.

В этом же разделе курса учащиеся знакомятся с монетами в 1, 2, 5, 10 коп. и решают практические вопросы на сложение, вычитание, например:

а) «Ручка стоит 5 коп., перья стоят 2 коп. Сколько надо заплатить за всю покупку?»

б) «Ученик покупает книжку за 8 коп. Сколько сдачи получит он с 10 коп.?»

Простые именованные числа берутся также в задачах и примерах во *втором десятке*. Здесь учащиеся знакомятся с весами и с гирями в 1, 2, 10 *кг*, с процессом взвешивания, а после упражнений в сложении и вычитании с переходом через десяток знакомятся с литром и измерением при помощи литра, а также с монетами в 15 и 20 коп.

В этом разделе можно давать задачи в два действия, например:

а) «Ученик имел 20 коп. на покупку книги и карандаша. Книга стоила 10 коп., карандаш 6 коп. Сколько денег осталось у ученика?»

б) «В мешке 16 *кг* муки. Израсходовали всю эту муку в 8 дней поровну. Сколько муки израсходовано за два дня?»

в) «Какими гирями можно отвесить 17 *кг*? 13 *кг*?»

г) «На рубашку идет 3 *м* ткани. Сколько рубашек можно сшить из 15 *м*?»

В разделе чисел *первой сотни* учащиеся знакомятся с рублем, а также с делениями метра — дециметром и сантиметром. Метр, разделенный на дециметры и сантиметры, они должны иметь в руках. В содержание задач здесь вводятся новые вопросы — увеличение и уменьшение в разностном и кратном отношениях.

В разделе тысячи учащиеся знакомятся с километром и килограммом.

Нередко в сознании учащихся при изучении именованных чисел создается представление о том, что раздробление, превращение именованных чисел — тоже действия. Во избежание этого необходимо изучение этих двух преобразований соединить с изучением действий, рассматривая эти операции как подсобные, связанные с действиями.

Для уяснения практического смысла преобразований раздробления и превращения надо выполнить измерение различных предметов. Объясняя **раздробление** именованных чисел, измеряют, например, длину стола, в которой оказалось 1 *м* и 5 *дм*, это число выражают в дециметрах: 10 *дм*+5 *дм*=15 *дм*; так как эти числа выражают одну и ту же длину, то надо считать их равными: 1 *м* 5 *дм*=15 *дм*. Отмечают различие этих чисел: первое выражено крупной мерой — 1 *м*, второе более мелкой — дециметрами. Вводят термин: «метр **раздробили** в дециметры».

Решают пример: на детское платье пошло 2 *м* 80 *см* ткани. Заменяют 2 *м* сантиметрами, рассуждая так: в метре 100 *см*, в двух метрах в 2 раза больше, т. е. 200 *см* да 80 *см*, всего 280 *см*. Здесь метры раздробили в более мелкие меры, но числа 2 *м* 80 *см* и 280 *см* означают одну и ту же длину. Поэтому можно написать: 2 *м* 80 *см*=280 *см*.

Пример: длина поля 3 *км* 200 *м*. Раздробите это число в метры. В 1 *км* 1000 *м*, в 3 *км* 3000 *м* да еще 200 *м*, всего 3200 *м*. Записывают: 3 *км* 200 *м*=3200 *м*.

Делается вывод: *раздробить именованное число — значит заменить крупные меры мелкими.*

Вычисления при раздроблении метрических мер делаются устно. При подборе примеров соблюдается последовательность: сначала задают примеры, в которых единичное отношение мер 10, потом 100, затем 1000.

Объяснение **превращения** именованных чисел начинают также с измерений. Отмерив на метре 80 *см*, выражают эту длину в дециметрах. Объяснение дается такое: 10 *см* — это 1 *дм*, в 80 *см* столько дециметров, сколько раз 10 *см* содержится в 80 *см*. Делим 80 *см* на 10 *см*, получилось 8. Поэтому 80 *см*=8 *дм*.

Числа эти равны, так как ими выражена одна и та же длина, но мелкие меры 80 *см* заменили крупными — 8 *дм*.

За овощи заплатили 400 коп. Но эту цену можно выразить иначе. 100 коп.— это рубль. 400 коп.— 4 руб. Эти именованные числа равны между собой, так как показывают одну и ту же цену. Записывают: 400 коп.=4 руб. Здесь меньшие меры заменены — **превращены** в крупные.

Длина стола оказалась 120 *см*. Заменим эти меры более крупными. 100 *см* — это 1 *м* и еще 20 *см*. Всего 120 *см*=1 *м* 20 *см*. Здесь сантиметры превращены в метры.

Делается вывод: *превратить именованное число — значит выразить его в более крупных мерах.*

Превращение метрических мер делается устно. При подборе примеров соблюдается последовательность: в примерах берется сначала единичное отношение 10; потом 100, затем 1000. Кроме того, в первых примерах полученное от превращения число должно быть простым именованным, потом берутся примеры, где результат — составное именованное число.

Познакомив учащихся с каждым преобразованием в отдельности, необходимо подобрать примеры для сравнения их. Этим отчетливее выясняется противоположность раздробления и превращения: в первом крупные меры заменяются мелкими (дробятся на мелкие), во втором, наоборот, мелкие заменяются крупными. Для уяснения практического смысла этих преобразований их следует применить на решении задач, например такой:

«Купили 30 тетрадей по 2 коп. В уплату дали 1 руб. Сколько получили сдачи?»

Для решения задачи надо произвести вычитание 60 коп. (2 коп.$\times$30) из одного рубля, а для этого рубль надо выразить также в копейках. Здесь важно подчеркнуть мысль, что от раздробления числа только принимают другой вид. То же относится и к превращению именованных чисел.

Чтобы навести учащихся на необходимость превращения, решается, например, такая задача: «Сколько метров тесемки надо купить, чтобы сделать вешалки к 10 полотенцам, употребив на каждую вешалку 10 *см*?»

При решении этой задачи нужно 10 *см* заменить 1 *дм*, а 10 *дм*, необходимые для 10 полотенец, заменить 1 *м*; или 10 *см*, повторенные 10 раз, заменить 1 *м*, т. е. сделать превращение.

В разделе *первой сотни* можно взять двусоставные именованные числа, состоящие из единиц двух соседних наименований. Приемы вычислений с именованными числами усваиваются довольно легко, когда дети проходят их вместе с действиями над отвлеченными числами. Требование производить устно или полуписьменно все вычисления в пределе 100 относится и к именованным числам.

Некоторые особенности имеют записи действий с составными именованными числами, когда в результате получается число, превышающее единичное отношение мер, или когда приходится делать раздробление:

$$5\ \text{м}\ 7\ \text{дм}+3\ \text{м}\ 5\ \text{дм}=8\ \text{м}\ 12\ \text{дм}=9\ \text{м}\ 2\ \text{дм}$$
$$1\ \text{м}\ 2\ \text{дм}\cdot 6=6\ \text{м}\ 12\ \text{дм}=7\ \text{м}\ 2\ \text{дм}$$
$$8\ \text{м}\ 5\ \text{дм}-4\ \text{м}\ 6\ \text{дм}=7\ \text{м}\ 15\ \text{дм}-4\ \text{м}\ 6\ \text{дм}=3\ \text{м}\ 9\ \text{дм}$$

Такая запись вычитания применяется на первых порах, пока учащиеся усваивают технику вычислений. В дальнейшем достаточно ставить точку над тем числом, из которого берется единица для раздробления в меры соседнего, низшего разряда.

Запись действий с составными именованными числами возможна другая:

$$5\ \text{м}\ 7\ \text{дм}+3\ \text{м}\ 5\ \text{дм}=9\ \text{м}\ 2\ \text{дм} \qquad \begin{array}{r} 57\\ +\ 35\\ \hline 92\end{array} \qquad 12\cdot 6=72$$
$$1\ \text{м}\ 2\ \text{дм}\cdot 6=7\ \text{м}\ 2\ \text{дм} \qquad 85-39=46$$
$$8\ \text{м}\ 5\ \text{дм}-3\ \text{м}\ 9\ \text{дм}=4\ \text{м}\ 6\ \text{дм} \qquad 56:4=14$$
$$5\ \text{м}\ 6\ \text{дм}:4=1\ \text{м}\ 4\ \text{дм}$$

Последняя форма записи более приемлема, так как здесь четко разграничена запись решения от вычисления.

Поэтому полезно изучить действия составных именованных чисел, выраженных в метрических мерах, с раздроблением и превращением.

Образцы задач на составные именованные числа в пределе 100.

а) «Чтобы измерить глубину воды в колодце, в него опустили веревку с грузом. Длина всей веревки 6 *м* 2 *дм*, над водой 2 *м* 7 *дм*. Какова глубина воды в колодце?»

б) «Для ремонта забора купили досок на 22 руб. 25 коп., гвоздей на 7 руб. 50 коп. и проволоки на 17 руб. 20 коп. Сколько стоит покупка?»

Запись решения последней задачи должна быть сделана так: записать данные числа строчкой, сложить отдельно числа, обозначающие копейки, и отдельно — рубли.

В отделе чисел первой тысячи наряду с устными вычислениями вводятся письменные.

Раздробление рублей в копейки, метров в сантиметры надо делать устно.

Порядок изучения может быть такой:

Сложение и вычитание (устно):

а) Сложение (без превращения):

2 руб. 20 коп.+60 коп.; 40 *м* 30 *см*+4 *см*

б) Сложение с применением превращения:

4 руб. 70 коп.+30 коп.	2 *м* 50 *см*+50 *см*
3 руб. 60 коп.+70 коп.	3 *м* 70 *см*+ 5 *м* 60 *см*
1 руб. 70 коп.+ 4 руб. 80 коп.	3 *м* 47 *см*+ 2 *м* 53 *см*
3 руб. 32 коп.+ 2 руб. 68 коп.	2 *м* 58 *см*+ 4 *м* 69 *см*
2 руб. 75 коп.+ 6 руб. 45 коп.	

в) Вычитание (без раздробления):

5 *м* 80 *см* — 60 *см*

г) Вычитание (с раздроблением):

4 *м* — 60 *см*
3 *м* 10 *см* — 70 *см*
9 *м* — 7 *м* 40 *см*
8 *м* 20 *см* — 3 *м* 80 *см*

Задача: «Доску длиной в 5 *м* распилили на 3 части так, что в первой части 1 *м* 75 *см*, во второй 2 *м* 20 *см*. Какова длина третьей части?» Запись решения задачи возможна такая:

1) 1 *м* 75 *см*+2 *м* 20 *см*=3 *м* 95 *см*
2) 5 *м* — 3 *м* 95 *см*=1 *м* 5 *см*

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}175\\220\\\hline 395\end{array} \qquad -\begin{array}{r}500\\395\\\hline 105\end{array}\end{array}$$

а) Умножение и деление простого именованного числа на однозначное число:

107 *т*·8=856 *т*;	200 час.·4=800 час. (без превращения);
600 *т*:3=200 *т*;	560 руб.:8 руб.=70 (без раздробления);

40 *дм*·7=280 *дм*=28 *м* (с превращением);
38 коп.·9=342 коп.=3 руб. 42 коп. (с превращением);
2 *м*:5 *см*=200 *см*:5 *см*=40 (с раздроблением).

б) Умножение и деление простого именованного числа на круглые десятки и круглые сотни (устно):

2 *кг*·400=800 *кг*=8 *ц* 720 *ц*:120 *ц*=6

150 *кг*:30 *кг*=5
300 *м*:100=3 *м*

6 руб.:50 коп.=600 коп.:50 коп.=12
(с раздроблением)
1 *т*:200 *кг*=1000 *кг*:200 *кг*=5
(с раздроблением).

в) Умножение и деление простого именованного числа на двузначное и трехзначное числа:

9 *т*·81=729 *т*
36 руб.·15=540 руб.

600 *м*:15=40 *м* (без раздробления)
432 *кг*:18=24

$$\begin{array}{r|l} 432 & 18 \\ \underline{-36} & \overline{24} \\ 72 & \\ \underline{-72} & \\ 0 & \end{array}$$

81 *г*·125=1000 *г*=1 *кг*
625 *т* : 125 *т*=5

30 *дм*:25 *см*=12 300:25=12 (устно)
8 руб.:16 коп.=50 (устно) 800:16=50 (устно)

г) Умножение и деление составного именованного числа на однозначное число и круглые десятки:

13 *т* 8 *ц*·5=690 *ц*=69 *т*

Запись вычислений:

$$\begin{array}{r} \times\ 138 \\ \underline{5} \\ 690 \end{array}$$

3 *т* 5 *ц*·20=700 *ц*=70 *т*
5 *м* 40 *см*:9=60 *см*
9 руб. 6 коп.:6 коп.=151
7 руб. 56 коп.:6=1 руб. 26 коп.
6 *м* 40 *см*:40 *см*=16

Запись вычислений:
35·20=700
540:9=60
906:6=151
756:6=126 (600:6+120:6+36:6)
640:40=16

д) Умножение и деление составного именованного числа на двузначное и трехзначное:

5 *дкл* 4 *л*·13=702 *л*=60 *дкл* 2 *л*

$$\begin{array}{r} \times\ 54 \\ \underline{13} \\ +\ 162 \\ \underline{54\ } \\ 702 \end{array}$$

3 руб. 24 коп.:36=9 коп.

Вычисления:

$$\begin{array}{r|l} 324 & 36 \\ & \overline{9} \end{array}$$

(Меры одного названия)

6 *дм* 48 *мм* : 18 *мм* = 36
7 *м* 23 *см* : 2 *м* 41 *см* = 3

$$\begin{array}{l|l} 648 & 18 \\ \overline{108} & \overline{36} \end{array}$$

723:241=3

(Меры различных названий)

9 *м* : 1 *м* 80 *см* = 5 900 : 180 = 5
6 руб. : 1 руб. 20 коп. = 5 600 : 120 = 5

В разделе многозначных чисел в действия над именованными числами нужно брать двусоставные именованные числа.

При составлении таблиц за основную меру длины принимается мера веса — грамм, мера емкости — литр.

Названия мер, больших и меньших основной, составляются из названий основных мер с добавлением слов: *кило* — 1000, *гекто* — 100, *дека* — 10; *деци* — десятая часть, *санти* — сотая часть, *милли* — тысячная часть.

Вычисления, связанные с раздроблением и превращением метрических мер, выполняются в уме — записываются лишь результаты этих вычислений в таком виде:

а) 120 *кг*=120 000 *г*; в) 14 850 *м*=14 *км* 850 *м*.
б) 120 000 *г*=120 *кг*;

Раздробление и превращение именованных чисел, связанных с мерами времени, с числами выше 100, выполняются письменно, но запись вычислений отделяют от записи данных и результата, например:

а) 124 сут. 18 час. = 2994 час.,
б) 2994 час. = 124 сут. 18 час.

а)
$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r}124\\24\end{array}\\ \hline 496\\ +\,248\\ \hline 2976 \end{array} \qquad \begin{array}{r} +\begin{array}{r}2976\\18\end{array}\\ \hline 2994 \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r|l} 2994 & 24 \\ \cline{2-2} \underline{59} & 124 \text{ (сут.)} \\ \underline{114} & \\ 18 & \end{array}$$

Раздробление и превращение входят в задачи как подсобные операции, связанные с действиями. При изучении действий с именованными числами применяются два приема вычислений:

а) данные числа записываются в строчку, затем выражаются в мерах одного наименования (раздробляются); после этого над полученными числами производится то или иное действие, как над отвлеченными числами;

б) числа записываются столбиком, и выполняются действия, как над составными именованными числами.

Следует практиковать оба приема, но предпочтение отдать первому.

Примеры на сложение и вычитание:	Запись вычислений:
1) 2 *км* 420 *м*+5 *км* 580 *м*=8 *км*	$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}2420\\5580\end{array}\\ \hline 8000\end{array}$
2) 8 *км* 15 *м* — 4 *км* 327 *м*=3 *км* 688 *м*	$\begin{array}{r} -\begin{array}{r}8015\\4327\end{array}\\ \hline 3688\end{array}$

Сложить:

$$+\begin{array}{r}127\ \textit{кг}\ 328\ \textit{г}\\ 452\ \textit{кг}\ 656\ \textit{г}\\ \hline 579\ \textit{кг}\ 984\ \textit{г}\end{array}\qquad +\begin{array}{r}15\ \textit{м}\ \ 68\ \textit{см}\\ 3\ \textit{м}\ \ 59\ \textit{см}\\ \hline 18\ \textit{м}\ 127\ \textit{см}\\ \hline 19\ \textit{м}\ \ 27\ \textit{см}\end{array}$$

Вычесть: 1) 5 *км* — 375 *м*=4 *км* 625 *м*

$$-\begin{array}{r}5000\\ 375\\ \hline 4625\end{array}$$

2)
$$-\begin{array}{r}15\ \textit{м}\qquad\quad\\ 9\ \textit{м}\ 64\ \textit{см}\\ \hline \end{array}\qquad -\begin{array}{r}14\ \textit{м}\ 100\ \textit{см}\\ 9\ \textit{м}\ \ 64\ \textit{см}\\ \hline 5\ \textit{м}\ \ 36\ \textit{см}\end{array}$$

Такая запись вычитания применяется на первых порах; в дальнейшем достаточно ставить точку над тем числом, из которого берется единица для раздробления в меры соседнего, низшего разряда.

При вычитании составных именованных чисел встречается в записи случай, когда число отдельных данных вычитаемого больше соответствующего числа уменьшаемого. В этом случае надо практиковать такую запись:

$$\begin{array}{r}1064\ \textit{г}\\[4pt] -\begin{array}{r}145\ \textit{кг}\ \ 64\ \textit{г}\\ 97\ \textit{кг}\ 156\ \textit{г}\\ \hline 47\ \textit{кг}\ 908\ \textit{г}\end{array}\end{array}$$

Умножение можно рассматривать в таком же порядке, какой указан выше для чисел в пределе 1000; при записи также нужно вычисления записывать отдельно.

Примеры: 183 *т* 9 *ц*· 8=1471 *т* 2 *ц*
183 *т* 9 *ц*·28=5149 *т* 2 *ц*

$$\times\begin{array}{r}1839\\ 8\\ \hline 14712\end{array}$$

$$\times\begin{array}{r}1839\\ 28\\ \hline 14712\\ +3678\ \\ \hline 51492\end{array}$$

Деление можно изучать в следующем порядке.

Деление п р о с т ы х именованных чисел:

а) Данные числа одного наименования, частное — или отвлеченное число, или число другого наименования.

Например, при решении задачи: «В колхозе 4200 *га* посева. В среднем в день убирают 175 *га*. Во сколько дней закончат уборку?»

4200 *га*:175 *га*=24 (дня)

$$\begin{array}{r|l}4200 & 175\\ \cline{2-2} -350\ \ & 24\\ \hline 700 & \\ -700 & \\ \hline \end{array}$$

б) Деление чисел разного наименования. В частном получается отвлеченное число. Здесь выясняется необходимость раздробления делимого и делителя в низшие меры одного наименования:

20 *км*:125 *м*=160

$$\begin{array}{r|l} \underline{20000} & \underline{125} \\ \underline{750} & 160 \end{array}$$

в) Деление именованного числа на отвлеченное:

36 *т*:24=1 *т* 500 *кг*

$$\begin{array}{r|l} \underline{36000} & \underline{24} \\ \underline{120} & 1500 \end{array}$$

Деление с о с т а в н ы х именованных чисел:

а) Деление составного именованного числа на простое:

76 *ц* 80 *кг*:48 *кг*=160

$$\begin{array}{r|l} \underline{7680} & \underline{48} \\ \underline{288} & 160 \end{array}$$

б) Деление простого именованного числа на составное:

45 *т*:3 *т* 750 *кг*=12

$$\begin{array}{r|l} -45000 & \underline{3750} \\ \underline{3750} & 12 \\ -7500 & \\ \underline{7500} & \end{array}$$

в) Делимое и делитель — составные именованные числа:

«Из 90 *м* 75 *см* ситца сшили рубашки, употребив на каждую 2 *м* 75 *см*. Сколько вышло рубашек?»

Узнаем, сколько раз в 90 *м* 75 *см* содержится 2 *м* 75 *см*.

90 *м* 75 *см*:2 *м* 75 *см*=33 (рубашки)

$$\begin{array}{r|l} -9075 & \underline{275} \\ \underline{825} & 33 \\ \underline{825} & \end{array}$$

г) Составное именованное число делится на отвлеченное число:

68 *км* 224 *м*:32=2 *км* 132 *м*

$$\begin{array}{r|l} \underline{68224} & \underline{32} \\ \underline{42} & 2132 \\ \underline{102} & \\ 64 & \end{array}$$

Из общего правила действий над именованными числами приходится, однако, делать исключение для деления именованных чисел, связанных с мерами времени, так как применение к ним общего правила предварительного раздробления и последующего превращения создает громоздкость вычислений. Запись действий делается без предварительного раздробления.

Возьмем пример: 955 час.:25=38 час. 12 мин.

$$\begin{array}{r|l} 955 \text{ час.} & 25 \\ \hline \underline{205} & 38 \text{ час. } 12 \text{ мин.} \\ \underline{5 \text{ час.}} & \\ \underline{300 \text{ мин.}} & \\ 50 & \end{array}$$

§ 107. МЕРЫ ВРЕМЕНИ

Кроме метрических мер, в курсе арифметики начальной школы изучаются и меры времени. Эти меры отличаются от метрических тем, что единичное отношение их не связано с числом 10; кроме того, эти меры не допускают непосредственного измерения (если не считать таких промежутков времени, как секунда, минута и несколько секунд и минут, которые можно проследить по часам). Все это определяет и методику прохождения этих мер,— при изучении их преобладают вычисления без демонстрации самих мер.

Изучение мер времени в начальной школе должно положить начало воспитанию привычки ценить и беречь время.

Воспитательная работа по выработке привычки беречь и ценить время не должна носить кампанейского характера. Привычки вырабатываются только в результате длительной и упорной работы.

Надо учащихся научить распределять время на приготовление уроков, на отдых, на развлечение, на еду, на сон, т. е. составить режим дня и следить за его выполнением. Учащихся надо научить пользоваться табелем-календарем. Такой календарь нетрудно сделать самим учащимся на каждый месяц.

Сначала дети получают первое понятие об единице времени, о *неделе*, как об определенном промежутке времени. Потом при обучении прибавляются новые единицы времени: *год*, *месяц*, *сутки*, *час* и *минута*, определение времени проходят уже с точностью до минуты. Двойное обозначение времени (2 часа дня=14 час.).

Изучение мер времени продолжается, и, наконец, учащиеся получают сведения о новых мерах — *столетии* и *секунде*. Здесь все накопленные до этого времени знания мер времени приводятся в систему, составляется таблица этих мер.

Изучение мер времени следует выделить, чтобы тем самым дать возможность учащимся сосредоточить на этих мерах внимание в течение некоторого времени. Конечно, дальше эти меры входят в задачи наряду с метрическими.

В качестве наглядного пособия употребляется модель часов (картонный циферблат со стрелками); каждый ученик должен иметь такие же часы, сделанные им самим.

Из вопросов, характерных для этого раздела, наибольшую трудность и ценность в практическом отношении представляет вопрос об определении промежутка времени между двумя событиями.

Этот вопрос можно изучать в такой последовательности.

Первый этап обучения.

а) Определить промежуток времени между двумя событиями.

1) В пределах от 12 час. ночи до 12 час. дня или от 12 час. дня до 12 час. ночи:

«Занятия в I классе школы начинаются в 8 час. утра, заканчиваются в 12 час. дня. Сколько времени продолжаются занятия?»

2) В течение целых суток:

«Ученик пришел в школу в 11 час. дня, а ушел в 5 час. вечера. Сколько времени он был в школе?»

3) В течение двух смежных суток:

«Сторож вышел на дежурство в 9 час. вечера, а его сменили в 4 час. утра. Сколько времени он дежурил?»

Все эти вопросы разъясняются при помощи часового циферблата. Дети отмечают на нем начало и конец промежутка и подсчитывают количество часов; все эти задачи решаются устно; например, в последней задаче дети должны рассуждать так: от 9 час. вечера до 12 час. ночи прошло 3 часа, а от 12 час. ночи до 4 час. утра — еще 4 часа, а всего 7 час. Возможны еще такие два типа задач на вычисление времени.

б) Определить время последующего события, зная момент предшествующего события и промежуток времени между двумя событиями.

в) Определить время предшествующего события, зная момент последующего события и промежуток времени между двумя событиями.

Приведем образцы задач этих двух типов. (Пределы времени остаются такие же, какие были указаны для задач на определение промежутка времени между двумя событиями.)

1. а) «Уроки в школе начались в 8 час. утра, окончились через 4 часа. Когда окончились уроки?»

б) «На станции выгружали товарный поезд в течение 5 час. Выгрузка кончилась в 9 час. вечера. Когда она началась?»

2. а) «Ученик пришел в школу в 8 час. утра, а ушел домой через 6 час. Когда он ушел домой?»

б) «Магазин закрыли в 7 час. вечера, он работал в течение 9 час. Когда открыли магазин?»

3. а) «Сторож вышел на дежурство в 9 час. вечера, его сменили через 7 час. Когда его сменили?»

б) «Поезд пришел в Москву из Ленинграда в 9 час. утра. Он был в пути 10 час. Когда он вышел из Ленинграда?»

Эти же задачи следует предложить в другой форме: «На станции выгружали товарный поезд в течение 5 час. Выгрузка кончилась в 21 час. Когда она началась?»

«Магазин закрыли в 19 час. Он был открыт в течение 9 час. Когда открыли магазин?»

На втором этапе обучения дети знакомятся с названием месяцев, узнают количество дней в каждом месяце, знакомятся с минутой. Здесь необходимо объяснить, как запомнить число дней в каждом месяце при помощи пальцев руки.

Объяснение можно дать следующее. «Левую руку поместите перед собой ладонью вниз, сожмите пальцы в кулак, и вы увидите четыре выступа костей ваших пальцев и между ними три углубления. Указательным пальцем правой руки начинайте считать эти выступы и углубления; вы насчитаете 7 выступов и углублений. Считайте снова, но не говорите «один», «два», «три» и т. д., а говорите «январь», «февраль», «март», «апрель», «май», «июнь», «июль». Больше нет на вашей руке ни углублений, ни выступов, а поэтому начинайте счет их сначала, говоря: «август», «сентябрь», октябрь», «ноябрь», «декабрь». После этого у нас остаются лишними одно углубление и один выступ.

Теперь запомните: если название месяца пришлось на выступ, то этот месяц имеет 31 день, если — на впадину, то 30 дней. Нужно обратить внимание только на месяц февраль: он имеет 28 дней в простом году и 29 дней в високосном году [1]. Само собой понятно, что надо уметь перечислить, не путаясь, месяцы года, начиная с января».

Задачи на определение промежутка времени усложняются в такой постепенности:

1) Определение промежутка времени в течение суток с точностью до минуты: а) «Уроки начались в 9 час. утра и окончились в 1 час 50 мин. дня. Сколько времени дети занимались?»

б) «Работница отнесла ребенка в ясли в 6 час. 45 мин. утра, а взяла в 3 часа 20 мин. дня. Сколько времени был ребенок в яслях?»

2) Промежуток времени в течение двух суток: «Поезд вышел из Ленинграда в 22 часа 30 мин., прибыл в Москву в 9 час. 30 мин. утра на другой день. Сколько времени шел поезд?» [2].

3) Промежуток времени в течение месяца: «Сколько времени от 2 до 28 декабря?»

Здесь, как и на первом году обучения, следует решать и другие варианты задач на вычисление времени, а именно:

1. а) «Уроки в школе начались в 8 час. 30 мин. утра и продолжались 4 часа 45 мин. Когда окончились уроки?»

Задача решается так: от 8 час. 30 мин. до 12 час. прошло 3 часа 30 мин. (12 час.— 8 час. 30 мин.), после 12 час. прошло 4 часа 45 мин.— 3 часа 30 мин., т. е. 1 час 15 мин. Итак, конец занятий был в 1 час 15 мин. Если принять счет часов от 0 до 24 час., задача решается одним действием:

8 час. 30 мин.+4 часа 45 мин.=13 час. 15 мин.

б) «Работница отвела ребенка в детский сад, где он пробыл 5 час. 45 мин., и взяла его оттуда в 2 часа 15 мин. дня. Когда ребенок был отведен в детский сад?»

После 12 час. ребенок был в детском саду 2 часа 15 мин.; до 12 час. он был там 3 часа 30 мин. (5 час. 45 мин.— 2 часа 15 мин.). Следовательно, он был отведен за 3 часа 30 мин. до 12 час., т. е. в 8 час. 30 мин. (12 час.— — 3 часа 30 мин.).

2. а) «Трамвайное движение началось в 5 час. 10 мин. утра и продолжалось 20 час. 55 мин. Когда оно кончилось?»

Движение трамвая от начала его до 24 час. продолжалось 24 часа — — 5 час. 10 мин.=18 час. 50 мин. После 24 час. оно продолжалось еще

---

[1] Здесь следует дать учащимся понятие о простом и високосном годе и научить их определять, каков данный год.

[2] Со счетом времени по 24-часовому циферблату учащиеся должны быть знакомы.

20 час. 55 мин.— 18 час. 50 мин.=2 часа 05 мин. Движение кончилось в 2 часа 05 мин. ночи.

б) «Пароход пришел к пристани в 3 часа 20 мин. утра, а от последней пристани он шел 6 час. 45 мин. Когда он отошел от последней пристани?» От выхода парохода с пристани до полуночи прошло 6 час. 45 мин.— — 3 часа 20 мин.=3 часа 25 мин.

Значит, он отошел в 8 час. 35 мин. вечера (12 час.— 3 часа 25 мин.).

3. а) «Весенние каникулы начались 24 марта и продолжались 6 дней. Когда они кончились?»

б) «Ученик не посещал школу в течение 15 дней по болезни и пришел в школу 12 марта. Когда он был в школе в последний раз (выходные дни не входят в счет 15 дней)?»

На третьем этапе обучения учащиеся заканчивают изучение таблицы мер времени со всеми единичными отношениями мер высшего и низшего наименования: век, столетие= =100 годам; год=12 месяцам=365 или 366 дням, месяц=30 или 31 дню (в феврале 28 или 29 дней); сутки=24 часам; час= =60 минутам; минута=60 секундам. Разбираются следующие типы задач на определение промежутка времени.

1) Между двумя соседними месяцами: «Пахоту начали 28 апреля, закончили 5 мая. Сколько времени пахали?»

2) Между двумя несмежными месяцами: «Полет первого космонавта Ю. Гагарина на корабле «Восток» был произведен 12 апреля 1961 г., а полет второго космонавта Г. Титова на корабле «Восток-2» начался 6 августа того же года. Сколько времени прошло от первого полета до начала второго полета?»

3) То же, но в пределах двух лет: «Снег выпал 10 ноября, растаял к 24 апреля. Сколько времени лежал снег?»

4) В пределах одного столетия — в круглых числах годов: «Первая революция в России была в 1905 г., Великая Октябрьская социалистическая революция — в 1917 г. Сколько лет разделяют эти события?»

Особо решаются задачи, в которых требуется определить:

а) Конечную дату по начальной и промежутки времени между ними: «Санный путь установился 12 ноября и держался 4 мес. 6 суток. Когда он кончился?»

б) Начальную дату по конечной и промежутку между ними: «Навигация закончилась 12 ноября, продолжалась 6 мес. 15 дней. Когда она открылась?»

При решении всех указанных типов задач дело сводится к выполнению сложения и вычитания. Например, при решении последней задачи дети должны отсчитать назад от 12 ноября сначала 6 месяцев — будет 12 мая. Далее до 1 мая — 12 дней, и, наконец, 3 дня назад от 1 мая, что даст 28 апреля.

На четвертом этапе обучения решаются более сложные задачи:

а) на определение конечной даты по начальной и промежутку времени между ними; б) на определение начальной даты по конечной и промежутку времени между ними и в) на определение промежутка времени между событиями в пределах двух и нескольких столетий (числа выражены в годах, месяцах и днях).

В данных задачах, как более сложных, необходимо вначале научить учащихся переводить календарное обозначение времени на арифметические числа и обратно.

Можно дать и определение календарного числа в такой форме: календарным числом при решении задач на вычисление времени называется такое число, которое отвечает на вопрос: когда произошло событие? Например: Великая Октябрьская социалистическая революция произошла 7 ноября 1917 г. (н. с.). Это число календарное.

Арифметическое число отвечает на вопрос: сколько времени прошло от одного момента до другого? Например, от начала летосчисления до Великой Октябрьской социалистической революции прошло 1916 лет 10 месяцев 6 дней.

Если в задаче даны календарные числа, то для решения задачи их можно перевести в арифметические. Покажем это на примере.

Великая Отечественная война кончилась 9 мая 1945 г.— число календарное. Чтобы перевести его в арифметическое, надо определить, сколько полных лет, месяцев и дней прошло от начала летосчисления до конца Великой Отечественной войны. Наступил 1945 год, значит, от начала летосчисления прошло полных 1944 года. Шел пятый (май) месяц, значит, прошло полных 4 месяца. Наступил девятый день мая, значит, прошло полных 8 дней. Итак, от начала летосчисления до конца Великой Отечественной войны прошло полных 1944 года 4 месяца и 8 дней — число арифметическое.

Возьмем обратный пример. От начала летосчисления до окончания империалистической войны прошло полных 1917 лет 2 месяца 2 дня. Когда окончилась империалистическая война?

Прошло 1917 лет, наступил 1918 год; из них прошло два месяца, т. е. январь и февраль, наступил март, из которого прошло два дня. Итак, конец войны 3 марта 1918 г. Перевод арифметического обозначения времени на календарное приходится делать после выполнения действия в задачах на определение времени начала и конца события.

Упражнения в переводе чисел календарных в арифметические и обратно должны быть даны в достаточном количестве.

После усвоения этих вопросов можно перейти к решению задач.

З а д а ч и п е р в о й г р у п п ы. Определить конечную дату по начальной и промежутку времени между ними:

«Петр I родился в 1672 г. и жил 52 года 7 месяцев и 29 дней. Когда он умер?»

Р е ш е н и е:

1. Сколько времени прошло от начала нашего летосчисления до рождения Петра I? 1671 год. Это число арифметическое, потому что отвечает на вопрос сколько.

2. Сколько времени прошло от начала нашего летосчисления до года смерти Петра I?

Число 52 г. 7 мес. — приближенно 53 года, потому что 7 мес. и 29 дн. больше $\frac{1}{2}$ года; 7 мес. 29 дн. считаем приближенно за 1 год.

$$1671 \text{ г.} + 53 \text{ г.} = 1724 \text{ г.}$$

3. Когда умер Петр I? Переводим арифметическое число 1724 г. в календарное.

В 1725 году.

З а д а ч и   в т о р о й   г р у п п ы. Здесь определяется начальная дата по конечной дате и промежутку времени между ними.

«Поэт А. С. Пушкин умер в 1837 г. Он жил 38 лет (37 лет 8 мес.) Когда он родился?»

Р е ш е н и е:

1. Сколько времени прошло от начала нашего летосчисления до года смерти А. С. Пушкина?

1836 лет.

2. Сколько времени прошло от начала нашего летосчисления до года рождения А. С. Пушкина?

1836 л. — 38 л.=1798 л.

3. Когда родился А. С. Пушкин?

В 1799 году.

Здесь арифметическое число перешло в календарное.

З а д а ч и   т р е т ь е й   г р у п п ы. Даются начальная и конечная даты, определяется промежуток между ними.

«Великий русский математик Н. И. Лобачевский родился в 1793 г., а умер в 1856 г. Сколько времени он жил?»

Р е ш е н и е:

1. Сколько времени прошло от начала нашего летосчисления до года рождения Н. И. Лобачевского? 1792 года.

2. Сколько времени прошло от начала нашего летосчисления до года смерти Н. И. Лобачевского? 1855 лет.

3. Сколько времени жил Н. И. Лобачевский?

1855 г.— 1792 г.=63 г.

Даем образцы записей наиболее трудных случаев сложения и вычитания, связанных с задачами на вычисление времени.

На первых порах обучения:

а)
$$\begin{array}{r}
+\begin{array}{r} 4 \text{ сут. } 12 \text{ час.} \\ 6 \text{ » } 17 \text{ »} \end{array} \\
\hline
10 \text{ сут. } 29 \text{ час.} \\
\hline
11 \text{ сут. } 5 \text{ час.}
\end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r}
+\begin{array}{r} 7 \text{ час. } 48 \text{ мин.} \\ 3 \text{ » } 29 \text{ »} \end{array} \\
\hline
10 \text{ час. } 77 \text{ мин.} \\
\hline
11 \text{ час. } 17 \text{ мин.}
\end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r}
-\begin{array}{r} 11 \text{ сут. } 8 \text{ час.} \\ 8 \text{ » } 5 \text{ »} \end{array} \\
\hline
3 \text{ сут. } 3 \text{ часа.}
\end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r}
-\begin{array}{r} 6 \text{ мин. } 22 \text{ сек.} \\ 4 \text{ мин. } 15 \text{ сек.} \end{array} \\
\hline
2 \text{ мин. } 7 \text{ сек.}
\end{array}$$

В дальнейшем:

$$\begin{array}{r}
-\begin{array}{r} 12 \text{ сут. } 4 \text{ часа} \\ 8 \text{ » } 15 \text{ час.} \end{array} \\
\hline
3 \text{ сут. } 13 \text{ час.}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
-\begin{array}{r} 7 \text{ мин. } 12 \text{ сек.} \\ 4 \text{ » } 25 \text{ »} \end{array} \\
\hline
2 \text{ мин. } 47 \text{ сек.}
\end{array}$$

Умножение и деление:

12 час. 39 мин.×34=17 сут. 22 часа 6 мин.

$$\begin{array}{r}
\times\begin{array}{r} 39 \\ 34 \end{array} \\
\hline
+\begin{array}{r} 156 \\ 117 \end{array} \\
\hline
1326
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
1326 & 60 \\
\cline{2-2}
\underline{126} & 22 \text{ (часа)} \\
6 & \text{(мин.)}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
\times\begin{array}{r} 34 \\ 12 \end{array} \\
\hline
+\begin{array}{r} 68 \\ 34 \end{array} \\
\hline
408
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
+\begin{array}{r} 408 \\ 22 \end{array} \\
\hline
430
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
430 & 24 \\
\cline{2-2}
\underline{190} & 17 \text{ (сут.)} \\
-\underline{168} & \\
22 & \text{(часа)}
\end{array}$$

$$
\begin{array}{l|l}
167 \text{ сут. } 3 \text{ часа} & 21 \\ \cline{2-2}
\underline{147} & 7 \text{ сут. } 23 \text{ часа} \\
20 \text{ сут.} & \\
\underline{483 \text{ часа}} & \\
\underline{63} &
\end{array}
$$

Промежуточное раздробление суток в часы и прибавление числа часов делимого выполняются в уме:

20 час. 15 мин.: 2 часа 15 мин. = 9

$$
\times\begin{array}{r} 60 \\ \underline{20} \\ 1200 \end{array}
\quad
+\begin{array}{r} 1200 \\ \underline{15} \\ 1215 \end{array}
\quad
\begin{array}{r|l} -1215 & 135 \\ \cline{2-2} \underline{1215} & 9 \\ 0 & \end{array}
$$

(раздробление 2 час. 15 мин. в минуты делается в уме).

ГЛАВА XV

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ (ПРОПЕДЕВТИКА)

§ 108. МЕСТО ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ В КУРСЕ АРИФМЕТИКИ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ

Факты из истории арифметики свидетельствуют, что понятие о дроби такого же древнего происхождения, как и понятие о целом числе, но самое развитие учения о дроби шло медленно: и в теории, и в практике применения дробей было много неясного, путаного.

Это отразилось и на методике преподавания. Спорным был вопрос о том, какие дроби изучать в школе в первую очередь: обыкновенные или десятичные. Он решался различно. Были сторонники прохождения десятичных дробей ранее обыкновенных. Они указывали, что десятичные дроби тесно связаны с целыми числами (нумерация их и действия над ними производятся по тем же правилам, что и над целыми числами). Их противники указывали, что исторически и практически обыкновенные дроби предшествуют десятичным (дети уже в дошкольной своей жизни имеют дело с простейшими долями: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$).

В русской дореволюционной школе также были сторонники прохождения десятичных дробей раньше обыкновенных, но таких было меньшинство; в практике русской начальной школы обыкновенные дроби занимали главное место, десятичным дробям уделялось мало внимания.

Основным мотивом в пользу первоочередности изучения обыкновенных дробей должно быть то соображение, что десятичные дроби являются только особым, частным видом обыкновенных дробей и техника вычислений с десятичными дробями логически вытекает из техники вычислений с дробями обыкновенными.

§ 109. НАГЛЯДНЫЕ ПОСОБИЯ

Вопрос о наглядности и наглядных пособиях при изучении дробей особенно важен ввиду того, что понятие *дробь* является для детей необычным понятием: для уяснения его и для облегчения свойств дробей и действий над ними особенно необходима полная наглядность преподавания.

Употребляющиеся в практике пособия в значительной своей части неудовлетворительны. Наиболее часто применяются на практике линии, полоски бумаги, цилиндрики так называемых дробных счетов. Все они страдают одним существенным недостатком: полученные после каждого деления, например, половинки линии, бумажной полоски, цилиндрика тождественны по форме с целым, т. е. их снова можно принять за целую единицу.

В этом отношении большую ценность имеют такие объекты, части которых по своему виду отличаются от целого предмета и поэтому не могут быть приняты за единицу. В практике школ применяются круги, квадратики, но ограничиться одними кругами и квадратами нельзя: будет слишком однообразно,— нужно применять картофель, репу, яблоки и другие наглядные пособия.

Для уяснения понятия о дроби целесообразно применять сначала круг, квадрат, а затем палочки, линии, бумажные полоски, причем, применяя последние, необходимо рядом с ними (точнее, над или под ними) иметь целую линию, целую палочку и т. д., чтобы дети, видя рядом дробь и целую единицу, могли понять разницу между ними.

Круг и квадрат применяются в тех случаях, когда нужно устранить опасность нечеткости представлений о дроби, например при сравнении величины дробей.

Познакомимся с наиболее распространенными наглядными пособиями для изучения дробей.

Круги. Круги делаются из картона, из фанеры, оклеенной бумагой, и из бумаги. Круги все одинакового диаметра — 40—50 *см*. Первый круг целый, а остальные разделены на части: второй круг — на 2 части, третий — на 4, четвертый — на 8 и т. д. неподвижными и вынимающимися секторами. Все секторы круга желательно окрасить в различные цвета.

Дробные счеты. За неимением дробных счетов можно воспользоваться как наглядным пособием веревочкой, палочками, прямой линией, которые делятся на равные части полосками бумаги, квадратом, прямоугольником, правильным шестиугольником, шаром, чертежами, иллюстрирующими соотношение между различными долями. Метр, разделенный на дециметры, сантиметры, миллиметры.

§ 110. ПЕРВОНАЧАЛЬНОЕ ОЗНАКОМЛЕНИЕ С ДРОБЯМИ

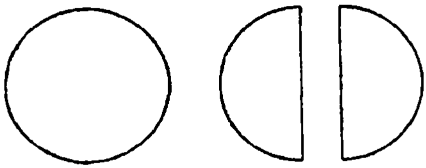
Изучение дробей начинается с III класса. Дети знакомятся с долями $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, получают навык находить половину, четверть, восьмую и т. д. части предмета (например, листочка бумаги), а потом и числа.

Тема: Знакомство с половиной.

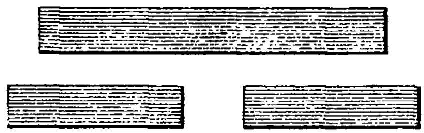
План. I. Наглядное ознакомление с $\frac{1}{2}$. II. Воспроизведение $\frac{1}{2}$ учащимися. III. Чтение и письмо $\frac{1}{2}$. IV. Нахождение $\frac{1}{2}$ от числа.

Наглядные пособия: 1) кружки, 2) квадратики из бумаги, 3) полоски бумаги.

«Сегодня мы узнаем новое число. Что у меня в руке (учитель показывает один из двух заготовленных из бумаги кругов)?» (Кружок.) «Смотрите,



Черт. 67.



Черт. 68.

что я с ним сделаю» (перегибает круг и разрезает его пополам). (Перегнули и разрезали на 2 равные части.) «Как можно назвать каждую часть?» (Половина круга.) «А это (показывает целый круг)?» (Целый круг.) «Сколько же в целом круге половин?» (Две половины круга.) «Теперь возьмите по листочку бумаги, карандаш и монетку». (Если учащиеся имеют циркуль, то при помощи циркуля вычерчивают круг.) «Обведите на бумаге два кружка и вырежьте их. Один целый кружок наклейте на тетрадку, а с другим сделайте то же, что я сделал со своим кругом, т. е. что надо сделать?» (Перегнуть пополам и разрезать.) «Полученные половинки наклейте на своих тетрадях так же, как я сделаю это на доске».

Учитель располагает кружок и половинки так, как показано на чертеже 67.

«Укажите на доске целый круг. Укажите половинки круга. Теперь возьмите две полоски бумаги, равные между собой, одну из них перегните пополам и разрежьте. Как назовете вы каждую из полученных частей полоски?» (Половиной.) «Наклейте в своих тетрадях целую полоску, а под нею — половинки полоски, как у меня на доске» (черт. 68).

«Вспомните, где вы встречали половины $\left(\frac{1}{2}\ \textit{л},\ \frac{1}{2}\ \textit{кг}\right)$. Теперь поучимся записывать половины. (Учитель берет целый круг.) Что я держу в руке?» (Круг.) «А это?» (Показывает половину круга.) (Половина круга.) «Смотрите, как записывается половина круга (показывает обратную сторону половины круга, где записано $\left.\frac{1}{2}\right)$. Запишите это на доске». (Вызванные ученики записывают.)

Теперь возьмите из имеющихся у вас квадратиков по одному, разделите его пополам и на каждой половинке запишите половинку квадрата, как это сделано на круге. Наклейте в своих тетрадях целый квадратик, а рядом с ним — разделенный пополам с записанными на них числами. Возьмите две половинки круга и сложите их рядом. Что получится?» (Целый круг.) «Значит, если взять половину круга да половину круга, что получится?» (Целый круг.) «Возьмите половину квадрата да половину квадрата, сложите их и скажите, что получится?» (Целый квадрат.) «Значит, половина круга да половина круга чему равны?» (Целому кругу.) «Половина квадрата да половина квадрата?» (Целому квадрату.)

Такое же упражнение можно проделать с бумажной полоской, разделенной на две части.

По такому же примерно плану изучаются доли $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{8}$, причем они сопоставляются только с единицей (с кругом, квадратом, целой полоской бумаги и т. п.).

Н а х о ж д е н и е п о л о в и н ы ч и с л а. «Скажите, что получается, если мы круг разделим на 2 равные части?» (Половина круга.) «Решим задачу: «У мальчика было 4 бабки. Половину их он отдал товарищу. Сколько бабок он отдал товарищу? Сколько бабок было у мальчика?» (4.) «Сколько он отдал товарищу?» (Половину.) «Как найти половину от 4?» (Надо разделить 4 на 2 равные части.) «Сколько получится?» (2.) «Найдите половину 6, 10, 14, 18».

На таких же примерно задачах дети находят $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{8}$ числа.

§ 111. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ДОЛЕЙ

«$\frac{1}{2}$ литра сливок разлили в бутылки емкостью $\frac{1}{4}$ литра каждая. Сколько получилось бутылок по $\frac{1}{4}$?»

Для решения этой задачи предлагается взять половину круга и сравнить его с двумя четвертями такого же круга. Затем проводится следующая беседа: «Сколько в половине четвертей?» (Две четверти.) «Значит, в половине литра сколько содержится четвертей литра?» (Две четверти литра.) «Сколько же бутылок по $\frac{1}{4}$ литра надо взять, чтобы разлить пол-литра сливок?» (Две бутылки емкостью $\frac{1}{4}$ литра каждая.)

Полезно сопровождать разъяснение преобразования долей графической иллюстрацией; для этого обычно употребляется простое пособие в виде ряда прямоугольников, разделенных на части, например:

$\frac{1}{2}$				$\frac{1}{2}$			
$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

По этому образцу можно построить пособие для иллюстрации дробей $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ или $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$. В качестве примеров для самостоятельного решения могут быть даны: $\frac{1}{2}=\frac{?}{4}$, или $\frac{2}{8}=\frac{?}{4}$.

В связи с вопросом о преобразовании долей следует рассмотреть вопрос о раздроблении их, что необходимо для сложения дробей с разными знаменателями.

Здесь же уместно разъяснить учащимся термины *числитель* и *знаменатель* дроби.

Это можно сделать так: из полоски бумаги, разделенной на 8 частей, берем три части, не показывая еще записи дроби, например $\frac{3}{8}$, изображаем ее на линии.

«Что сделано с этой линией?» (Она разделена на 8 равных частей.) «Запишем это так: берем дробную черту, а под нею пишем число 8, т. е. $\overline{8}$. Число 8 что показывает?» (На сколько равных частей разделена единица.) «Да, это число показывает (подчеркивает голосом), знаменует, говорили раньше, а потому оно называется знаменателем. Запишем это слово против числа 8. Сколько взято восьмых частей?» (Три части.) «Запишем это число над чертой: $\frac{3}{8}$. Что показывает число 3?» (Сколько взято восьмых.) «Это число показывает число частей, а потому называется числителем. Запишем и его против числа 3». Получается запись:

$$\frac{3 \text{ — числитель}}{8 \text{ — знаменатель}}$$

«Посмотрите, как называется верхнее и нижнее числа дроби. Что показывает числитель? Что показывает знаменатель?» Числитель и знаменатель должны записываться цифрами равной величины, разделяющая черта (обязательно горизонтальная) ставится на равном расстоянии от числителя и знаменателя (члены дроби не должны касаться черты).

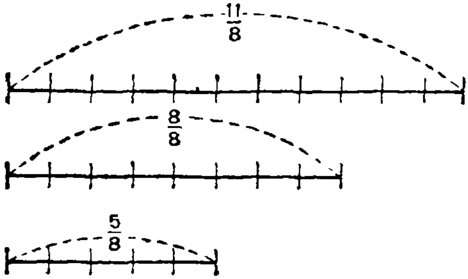
Ознакомление с раздроблением долей следует начать с повторения о преобразовании долей (на примерах), после чего путем сравнения таких дробей, как $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{4}$ и $\frac{6}{8}$ и т. д., дети убеждаются, что крупные доли можно раздроблять в более мелкие.

Дальше необходимо познакомить учащихся с такими вопросами, как виды дробей и преобразование неправильной дроби и смешанного числа, так как это понадобится при прохождении сложения и вычитания дробей.

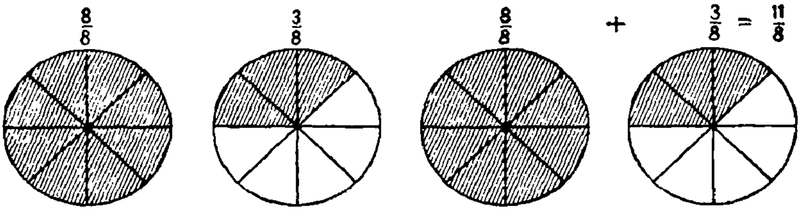
§ 112. ВИДЫ ДРОБЕЙ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ НЕПРАВИЛЬНОЙ ДРОБИ И СМЕШАННОГО ЧИСЛА

Постепенно у детей накапливается запас сведений о дробях, но эти сведения не приведены в систему, не дана классификация дробных чисел. К понятию о правильной и неправильной дроби можно подвести детей путем анализа накопившегося материала. Учитель выписывает, например, три дроби: $\frac{5}{8}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{11}{8}$, и предлагает изобразить их графически на линии. Получается чертеж (черт. 69). Из рассмотрения чертежа делается вывод, что дробь

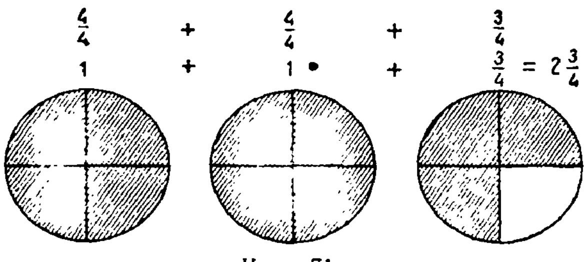
$\frac{5}{8}$ меньше единицы, $\frac{8}{8}$ равна единице, а $\frac{11}{8}$ больше единицы; даются общепринятые названия каждой из полученных дробей. Для проверки степени четкости усвоения даются задания, предлагают детям записать, например, по три правильные и неправильные дроби. В качестве иллюстрированного материала можно предложить следующий способ обозначения указанных видов чисел (черт. 70).



Черт. 69



Черт. 70

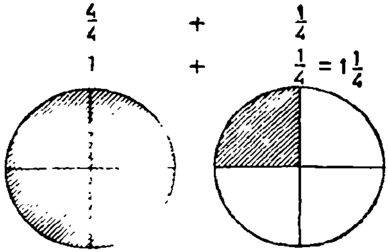


Черт. 71

Это же пособие можно использовать и при разъяснении следующих за этим преобразований:

а) Исключение целого числа из неправильной дроби, например $\frac{11}{4}$ (черт. 71).

б) Замена смешанного числа неправильной дробью (черт. 72).



Черт. 72

После разъяснения этих двух преобразований на пособиях и решения примеров делается вывод правила, которое читается затем по учебнику.

§ 113. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ОДНОИМЕННЫХ ДОЛЕЙ

На данной ступени изучения дробей, понятно, не может быть и речи о «правиле» сложения дробей. Вычисление с дробями дети должны вести по «свободному соображению», с максимальным использованием наглядных пособий. Так, например, для сложения $\frac{3}{8}$ и $\frac{2}{8}$ можно применить круг, разделенный детьми путем перегибания на 8 равных частей. Закрашивая сначала $\frac{3}{8}$ круга одним цветом и $\frac{2}{8}$ другим, дети без труда сосчитывают сумму закрашенных долей единицы. Действия над дробями сопровождают записями в тетрадях:

$$\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5}{8}.$$

Для уяснения необходимости и смысла сложения и вычитания одноименных долей разбор отдельных случаев следует начинать с решения задач и закрепить решение задач при помощи наглядных пособий.

Порядок изучения должен быть примерно следующий:

1. После сложения дробь не сокращается:

$$\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5}{8}$$

2. Сумма — дробь правильная, сокращается:

$$\frac{5}{8}+\frac{1}{8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$$

3. После вычитания дробь не сокращается:

$$\frac{5}{8}-\frac{2}{8}=\frac{3}{8}$$

4. Сумма дробей равна единице:

$$\frac{5}{8}+\frac{3}{8}=\frac{8}{8}=1$$

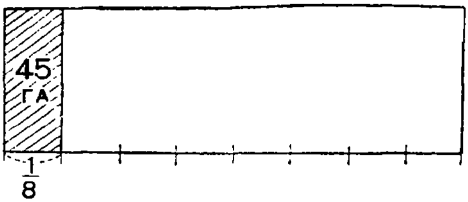
как на них рельефнее выступает жизненный смысл данного вопроса; численные же примеры нужно давать преимущественно для домашней работы в качестве материала, закрепляющего вычислительную технику.

§ 115. НАХОЖДЕНИЕ ЦЕЛОГО ПО ЧАСТИ

Перед нахождением целого по части полезно решить задачи примерно такого содержания:

«3 общие тетради стоят 30 коп. Сколько стоят 53 такие тетради?» Или: «4 школьные авторучки стоят 32 коп. Сколько стоят 27 таких авторучек?»

Пусть дети научатся понимать, что, если по цене нескольких предметов требуется найти цену большего количества предметов, надо знать цену одного предмета.



Черт. 73

После этого следует перейти к нахождению по одной части целого числа.

При изучении этого вопроса надо позаботиться о возможной наглядности и конкретности.

Целесообразнее начать разъяснение с задачи, допускающей иллюстрации чертежом. Например, возьмем такую задачу:

«В совхозе засеяно гречихой 45 *га*, что составляет $\frac{1}{8}$ часть поля, отведенного под посев яровых культур. Как велика площадь ярового поля?»

«Зарисуем это поле и отметим на нем часть, засеянную гречихой (черт. 73). Как найти площадь всего поля?» (Надо 45 *га*$\times$8.) «Почему?» (Потому что если $\frac{1}{8}$ часть поля равна 45 *га*, то все поле будет в 8 раз больше.)

«Сколько получится от умножения 45 на 8?» (360.) «Сколько же гектаров содержит поле под яровыми культурами?» (360 *га*.)

«Решите в уме такую задачу: «На урок не пришли 4 человека, это составляет $\frac{1}{10}$ всех учащихся в классе. Сколько учащихся в классе?»

«Как решить эту задачу?» (Надо 4 помножить на 10, получится 40.)

«Почему надо 4 помножить на 10?» (Потому что если $\frac{1}{10}$ часть числа равна 4, то все число будет в 10 раз больше.) «Сколько же учащихся в классе?» (40 человек.)

Дальше решается еще несколько подобных задач.

ГЛАВА XVI

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

§ 116. МЕСТО ГЕОМЕТРИИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ И ХАРАКТЕР ЕЕ ИЗУЧЕНИЯ

Объем геометрического материала и последовательность его прохождения указываются в программе Министерства просвещения РСФСР.

Объяснительная записка к этой программе так определяет характер изучения геометрии в начальной школе.

«Главная задача работы над геометрическим материалом в начальных классах состоит в том, чтобы дать детям четкие зрительные образы отрезка прямой, углов, фигур (прямоугольника и квадрата), куба, прямоугольного параллелепипеда, рассмотреть некоторые свойства фигур и использовать эти знания для вооружения детей практическими навыками измерения для площадей и объемов» (Программа начальной школы 1960 г., стр. 55).

Выполнение приведенных указаний объяснительной записки об изучении геометрического материала требует выяснения ряда вопросов общего характера, от разрешения которых зависит в значительной степени выбор метода и приемов разработки этого материала.

§ 117. ОСОБЕННОСТИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У ДЕТЕЙ

Начало образования геометрических представлений у детей надо отнести к дошкольному периоду. Представления эти характеризуются прежде всего своей конкретностью: каждое из них ребенок связывает с тем или иным предметом из окружающей жизни.

Изучение курса геометрии в школе расширяет объем представлений, уточняет их, вводит первые определенные геометрические понятия и дает материал для первых попыток абстрагирования.

Так, имеющийся у детей запас представлений о фигурах даст возможность распределить их по группам в зависимости от числа углов (треугольники, четырехугольники), выделить из группы четырехугольников квадрат и прямоугольник; на этой ступени является возможность ввести определения хотя бы и в описательной форме; наконец, геометрические представления постепенно освобождаются от связи с тем или иным предметом; дети начинают, например, квадрат представлять в виде определенной фигуры независимо от того или иного предмета, т. е. делают первые шаги по пути выработки навыков абстрактного мышления.

§ 118. ИСТОЧНИКИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ

Геометрические знания получаются из одного источника — опыта. Столкновение с окружающей действительностью в форме игры, детских работ и т. д. дает первые основные геометрические представления. Опыт и наблюдения, таким образом, являются первоисточником геометрических знаний.

Вторым источником геометрических знаний является логическое мышление.

Таковы источники получения геометрических знаний. Практически же такого разделения быть не может. В самом деле, как бы ни просты были наблюдение и опыт, как бы ни были они конкретны, и в этом случае ученик не может рассуждать хотя бы в примитивной форме, не может обойтись без цепи логических положений. Например, при сопоставлении построенных из спичек треугольника и квадрата, чтобы ответить на вопрос: «Чем разнятся построенные фигуры?» — ученик должен подумать, т. е. проделать какую-то умственную работу. Используя наблюдения и опыт для получения геометрических знаний, следует, однако, избегать уклона в грубый эмпиризм. Надо избегать такой организации изучения геометрического материала, когда вся работа сводится к постановке ряда наблюдений и опытов без достаточного участия мышления, без установления тех связей и взаимосвязей, которые существуют между изучаемыми фактами.

Нередко, например, выведя из наблюдений и опыта правило вычисления площади квадрата, оставляют без внимания вопрос, как увеличится площадь квадрата с увеличением в несколько раз его стороны, а между тем именно на этот вопрос и следует обратить внимание.

Другим недостатком при использовании опыта в геометрии является такая постановка работы, когда на основании одного наблюдения или факта делают общие выводы. Например, рассмотрев превращение одного прямоугольного треугольника в прямоугольник, уже делают вывод формулы площади треугольника. Такой подход к выводам может создать вредную привычку делать выводы недостаточно обоснованно. Во избежание этого следует наблюдения и опыты для обоснования выводов проделывать неоднократно и над разнообразными объектами.

Так, в данном случае это превращение следует сначала проделать на большом прямоугольном треугольнике (деревянном или картонном) перед всем классом; затем каждый учащийся должен сделать это у себя на своем бумажном треугольнике; затем дети сравнивают друг у друга полученные результаты и только на основании всех наблюдений делают нужный вывод.

У учащихся средней школы обычно слабо развиты пространственные представления. На эту сторону надо обратить особое внимание при изучении геометрии в начальной школе. С этой целью следует прежде всего использовать школьную обстановку для отыскания изучаемых форм; необходимо также уделить должное внимание развитию пространственного воображения. Для этого по возможности на каждом уроке учитель предлагает учащимся называть изучаемый объект в окружающей обстановке, не находящийся в данный момент перед глазами ребенка; например, вспомнить при изучении круга, где они видели предмет, имеющий форму круга (на улице, дома, в книге и т. п.).

Изложенные общие предпосылки дают основание сделать следующие выводы для методики преподавания геометрии в начальной школе:

1. Основным источником геометрических знаний в начальной школе являются наблюдение и опыт.

2. Опыт и наблюдение должны быть разнообразны и повторяться достаточное количество раз.

3. Полученные тем или иным путем геометрические знания должны быть осмыслены жизненными наблюдениями.

§ 119. ПРЯМАЯ И КРИВАЯ ЛИНИИ

Первые работы по геометрии в начальной школе имеют целью, с одной стороны, проверить наличие геометрических представлений, с которыми дети приходят в школу, с другой стороны, выравнить и уточнить эти представления. Работа должна носить опытный характер.

Первыми работами геометрического характера обучения учащихся является ознакомление с квадратом, прямоугольником, треугольником, кругом (наглядно).

После ознакомления с фигурами можно перейти к линиям.

При ознакомлении с прямой линией для учащихся нужны пособия: тетрадь в клетку, карандаш и сантиметровая линейка. Если учащиеся не имеют сантиметровых линеек, то учитель предлагает каждому из них сделать ее из обыкновенной газетной бумаги.

Учитель проводит на доске прямую линию и спрашивает у детей, что они видят на доске. Дети отвечают обычно: «Черту, черточку». Может быть, некоторые скажут: «Прямую линию». Учитель говорит, что эта черта называется прямой линией. После этого он вызывает двоих учащихся, дает им веревочку, предлагает натянуть ее и спрашивает: «На что похожа натянутая веревочка?» Дети ответят: «Натянутая веревочка похожа на прямую линию». Эту веревочку они натирают мелом, туго натягивают на классной доске или на полу, поднимают и быстро опускают, тогда на классной доске или на полу получается прямая линия.

После этого учитель показывает детям, как проводить прямые линии с помощью линейки на классной доске. Ученики проводят с помощью линейки прямые линии в тетради. В заключение дети показывают прямые линии в классе, называют прямые линии в своих квартирах (работа на воображение) и т. д.

Представление о кривой линии может дать согнутый гибкий прут; следует предложить детям зарисовать прут до сгибания, а затем после сгибания. Сопоставление этих двух линий и даст представление о прямой и кривой линиях. В заключение этой части урока дети указывают кривые линии в классе и вспоминают их из домашней обстановки. Чтобы показать ломаную линию, нужно взять тот же прут (или кусок проволоки) и тут же на глазах детей надломить его в нескольких местах. Затем учитель рисует полученную ломаную линию на классной доске. Ученики зарисовывают ее в своих тетрадях, а затем отыскивают ломаные линии в классе. Чтобы дать понятие детям, что через две точки можно провести только одну прямую линию, а кривых и ломаных — сколько угодно, учитель предлагает поставить в тетради две точки, а затем к этим точкам приложить край линейки и соединить их прямой линией. Один из учеников эту работу с помощью учителя должен проделать на классной доске. Потом учитель через эти две точки проводит на доске несколько кривых и ломаных линий. Один ученик у доски, а остальные в своих тетрадях повторяют эту работу несколько раз, до тех пор, пока учитель не увидит, что учащиеся могут ответить на вопросы: «Сколько прямых можно провести между двумя точками?», «Сколько кривых можно провести между двумя точками?»

§ 120. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ

С геометрическими фигурами (квадрат, прямоугольник, треугольник и круг) знакомят детей еще в первой четверти первого года обучения, когда употребляют эти фигуры как дидактический материал при изучении целых чисел. В результате этих работ дети научатся правильно называть различные фигуры, вырезывать из бумаги, складывать из палочек, вычерчивать на бумаге по клеточкам прямоугольник, квадрат, треугольник и по шаблону — круг, научатся находить и отличать данные фигуры в окружающей обстановке, например: дно ведра — круг, стена класса, крышка стола — прямоугольник и т. д.

В I классе надо больше давать упражнений на преобразование фигур. Например, в четырехугольнике провести линии так, чтобы получить 2 треугольника, 4 треугольника, из трапеции — 2 треугольника и 1 прямоугольник и т. п. Нужно практиковать перегибание фигур, разрезание целой фигуры на части и складывание новых фигур из отдельных разрезных частей.

Из фигур в первую очередь нужно рассмотреть *прямоугольник* и *квадрат*; необходимо уточнить имеющиеся у детей представления о фигурах, сопоставить их, вывести черты сходства и различия; на этих же фигурах дается понятие о прямом угле, а затем вводятся углы острые и тупые.

Прямоугольник и квадрат следует рассмотреть по следующему плану:

I. Черчение прямоугольника и квадрата.
II. Сравнение этих фигур и выводы, что: а) они имеют по 4 угла, б) по 4 стороны, в) углы прямоугольника и квадрата равны, г) у квадрата все стороны равны между собой, д) у прямоугольника равны противоположные стороны, е) углы квадрата и прямоугольника называются прямыми.
III. Изучение углов: а) изготовление прямого угла из бумаги, б) равенство прямых углов, в) черчение прямых углов при помощи угольника в разных положениях, г) острые и тупые углы.
IV. Изучение квадрата: а) повторение свойств квадрата, б) построение квадрата, в) нахождение квадрата в окружающей обстановке (в классе, дома, на улице).
V. Изучение прямоугольника — по тому же плану, что и квадрата.

Работа проводится так:

I. Учитель предлагает детям вспомнить, что им уже известно о прямоугольнике и квадрате; при этом они в своих тетрадях вычерчивают эти фигуры, указывают их в окружающей обстановке, припоминают, где они их наблюдали.

II. При изучении этого пункта плана наиболее ценным является процесс сравнения прямоугольника и квадрата.

Следует прежде всего предложить детям указать, в чем сходство и различие этих фигур. После этого можно и необходимо проверить высказанные суждения путем измерения сторон этих фигур и сравнения углов с помощью наложения.

После получения вывода, что углы прямоугольника и квадрата равны между собой, учитель объясняет, что такие углы, как у квадрата или прямоугольника, называются прямыми. Здесь мы имеем пример описательного определения геометрического понятия, причем это определение не противоречит точному определению прямого угла [1].

Далее идет детальное изучение прямого, тупого и острого углов.

Для изучения углов необходим чертежный треугольник. Его могут изготовить сами дети следующим образом.

Берут бумагу в восьмую или четвертую часть листа и складывают как можно плотнее сначала вдвое (по произвольному направлению), а затем очень осторожно и тщательно сгибают вдвое еще раз, и получается прямой угол (сначала учитель сам показывает, как это надо сделать).

Этим простейшим угольником и будут пользоваться учащиеся на дальнейших уроках, определяя, каков данный угол: прямой, острый или тупой. Для вывода равенства прямых углов надо предложить сидящим рядом ученикам сравнить свои углы путем наложения.

Учитель спрашивает: «А можно ли узнать, какими по величине получились прямые углы у всех учеников в классе? Как это

[1] Чтобы не допустить здесь «логического круга» (квадратом называется четырехугольник с прямыми углами, а прямым углом — угол квадрата), надо при изучении квадрата констатировать лишь факт равенства его углов, не называя их прямыми.

5. Из единицы вычесть дробь:

$$1-\frac{3}{8}=\frac{8}{8}-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$$

Этот случай вычитания удобно изучать после сложения дробей, дающих в сумме единицу, так как учащиеся на сложении повторяют, что единица может быть выражена в любых долях.

6. Сумма — сначала неправильная дробь, потом смешанное число:

$$\frac{5}{8}+\frac{4}{8}=\frac{9}{8}=1\frac{1}{8}$$

7. Сложение смешанных чисел; сумма дробей — правильная дробь:

$$1\frac{2}{5}+3\frac{1}{5}=4\ \frac{2+1}{5}=4\frac{3}{5}$$

8. Из смешанного числа вычесть смешанное число или дробь, **не занимая** целой единицы:

$$8\frac{7}{8}-6\frac{5}{8}=2\frac{2}{8}=2\frac{1}{4}$$

9. Сложение смешанных чисел; сумма дробей — неправильная дробь:

$$3\frac{3}{5}+6\frac{4}{5}=9\frac{3+4}{5}=9\frac{7}{5}=10\frac{2}{5}$$

10. Из смешанного числа вычесть смешанное число или дробь, занимая целую единицу:

$$4\frac{1}{8}-2\frac{5}{8}=1\frac{1}{2}$$

1) $1\frac{1}{8}-\frac{5}{8}=\frac{9}{8}-\frac{5}{8}=\frac{4}{8}$;

2) $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$; 3) $3-2=1$[1];

4) $4\frac{1}{8}-2\frac{5}{8}=1\frac{4}{8}=1\frac{1}{2}$;

5) $1\frac{1}{8}-\frac{5}{8}=\frac{9}{8}-\frac{5}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$.

Здесь обращается внимание учащихся на то, что $\frac{5}{8}$ придется вычесть из единицы, взятой из 4 единиц уменьшаемого.

Большое внимание уделяется изучению тех случаев вычитания, где приходится занимать единицу и раздроблять ее в доли.

При сложении и вычитании смешанных чисел нужно приучить детей производить действия отдельно над целыми числами и дробями.

§ 114. НАХОЖДЕНИЕ НЕСКОЛЬКИХ ЧАСТЕЙ ОТ ЦЕЛОГО ЧИСЛА

Этот вопрос можно изучать в таком порядке:

1) Повторение нахождения одной части числа.

2) Нахождение нескольких частей числа: а) решение соответствующей задачи, б) объяснение нахождения нескольких частей числа; в) решение примеров.

[1] Такие подробные записи применяются лишь во время разъяснения; в дальнейшем их следует сократить.

Решение указанных задач полезно сопровождать графической иллюстрацией. Для этой цели можно использовать прямоугольник, начерченный на клетчатой бумаге. На нем можно отмечать как дроби с числителем 1, т. е. одну какую-либо часть единицы, так и дроби вида: $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{3}{10}$ и т. п.

Рассмотрим урок.

Решим такую задачу: «Колхоз должен был засеять 64 *га* картофелем. В первый день он засеял $\frac{1}{8}$ этого количества. Сколько гектаров было засеяно в первый день? Что требуется узнать в этой задаче?» (Сколько гектаров засеяно в первый день.) «Чтобы решить эту задачу, нужно от 64 найти какую часть?» (Одну восьмую.) «Как это сделать?» (64 разделить на 8.) «Сколько получится?» (8.) «Значит, сколько гектаров засеяно в первый день?» (8 *га*.) «Как найти $\frac{1}{4}$ от 60? $\frac{1}{5}$ от 80? $\frac{1}{10}$ от 120?» (Дети отвечают.) Теперь. решим такую задачу: «При ручном посеве на 1 *га* высевается 50 *кг* ржи, а рядовой сеялкой — $\frac{4}{5}$ этого количества. Сколько килограммов ржи высевается на 1 *га* рядовой сеялкой?» (Задача повторяется.) «Что нужно узнать в этой задаче?» (Сколько килограммов ржи высевается на 1 *га* рядовой сеялкой.)

«Чтобы решить задачу, какие части надо найти от 50 *кг* и сколько их?» $\left(\frac{4}{5}\right.$ от 50 *кг.*$\left.\right)$ «Можем ли мы сразу найти все четыре пятых от 50 *кг*?» (Нет, не можем.) «А одну пятую сумеем найти?» (Сумеем.) «Как это сделать?» (50 *кг* разделить на 5.) «Сколько получится?» (10 *кг*.) «Как теперь найти $\frac{4}{5}$ от 50 *кг*?» (Надо 10 *кг* помножить на 4.) «Почему?» (Потому что $\frac{4}{5}$ больше $\frac{1}{5}$ в четыре раза.) «Сколько получится?» (40 *кг*.) «Что показывает число 40?»

Для лучшего усвоения нахождения нескольких долей числа после решения приведенной задачи можно применить графический прием объяснения. Например, решить такую задачу:

«Для изготовления болтов от куска проволоки в 15 *м* отрезали $\frac{2}{5}$ его. Сколько метров проволоки отрезали?»

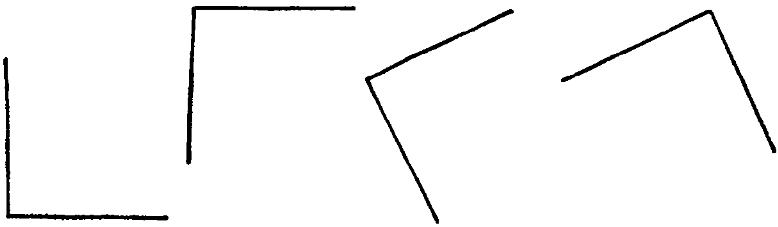
Чтобы узнать, чему равны $\frac{2}{5}$ куска, надо сначала узнать величину $\frac{1}{5}$ его:

$$\frac{1}{5} \text{ от } 15 \text{ м} = 15 \text{ м} : 5 = 3 \text{ м}$$

$$\frac{2}{5} \text{ от } 15 \text{ м будут равны: } 15 \text{ м} : 5 \times 2 = 6 \text{ м}$$

Для закрепления этого материала следует решить достаточно большое количество задач, именно задач, а не примеров, так сделать? Сделайте. Что видите? А вы старались их сделать равными? Что же вы только что делали? Какими они оказались? Что это значит?» (Это значит, что все прямые углы равны между собой.)

Если ученики будут иметь разной величины листы бумаги, то заметят, что равны именно углы, а не куски бумаги; учащиеся далее указывают углы в классе. Затем учитель на классной доске, а ученики в своих тетрадях сначала проводят горизонтальную линию, пересекают ее вертикальной линией, получается прямой угол. Прямой угол дети чертят с помощью угольника на доске и в тетрадях в различных положениях (черт. 74).



Черт. 74

Чтобы познакомить учащихся с острыми и тупыми углами, учитель на классной доске, а ученики в своих тетрадях проводят сначала горизонтальную линию, потом к ней наклонную линию. Ученики скажут, что получился косой угол. Нужно уточнить это название, сказав: острый угол.

Затем берут две полоски бумаги, скрепленные, например, булавкой, ставят их под прямым углом и сдвигают полоски. Учитель спрашивает: «Какой получился угол: больше или меньше прямого?» Предлагает детям изменять острый угол (делать больше или меньше).

Наконец, на полосках бумаги учитель показывает угол больше прямого и называет его тупым углом. На доске и в тетрадях учитель предлагает начертить прямой угол, острый угол и тупой угол при помощи линейки и угольника. Наконец, проводит горизонтальную линию и к ней в середине наклонную и предлагает определить, какие получились углы. В дальнейшем измерение углов фигур при помощи сделанных бумажных прямых углов или угольников приводит учащихся к мысли, что прямой угол, как величина постоянная, действительно должен приниматься за единицу при измерении углов; ученики далее будут пользоваться им как единицей, подобно тому как они пользуются, например, дециметром, сантиметром и т. п. при измерении длины, килограммом, граммом и т. п. при измерении веса.

Учитель показывает детям малку — инструмент, которым пользуются столяры при проверке углов и переносе их на детали. Малку можно приготовить в мастерской: две подвижные линейки, соединенные на одном конце шарнирным винтом.

§ 121. КВАДРАТ

Урок на тему: Ознакомление учащихся с квадратом.

План. I. Наблюдение квадрата на предметах (кубик арифметического ящика, чернильница с квадратным основанием, крышка табурета и т. п.). II. Очерчивание *грани* кубика на тетради, а грани большого куба — на доске. III. Черчение квадрата на клетчатой бумаге, складывание его из спичек. IV. Рисование предметов, имеющих форму квадрата. V. Называние предметов квадратной формы из окружающей обстановки и из обстановки вне класса.

Когда будет изучено несколько фигур, необходимо заняться с детьми изготовлением аппликаций из цветной бумаги, например сделать вагон. Детям придется вырезать прямоугольник, круги и наклеить их. Такая работа, помимо помощи в деле усвоения основных форм, весьма полезна для развития комбинаторных способностей детей.

Работа по изучению других фигур проводится примерно по такому же плану.

Построение квадрата. Изучение этого материала начинается с повторения изученных свойств квадрата (углы прямые, стороны равны между собой).

После этого переходят к построению квадрата сначала с помощью линейки, угольника (бумажного) и циркуля. Последний вводится впервые, и здесь учащиеся знакомятся с первым назначением этого прибора (откладывание отрезков).

Само построение квадрата можно провести так:

«Мы повторили, что знали о квадрате, а теперь будем строить квадрат на бумаге. Приготовьте линейку, угольник. Построим квадрат такой, чтобы его сторона была равна 10 *см*. Подумайте и скажите, с чего следует начать строить квадрат в тетрадях — с углов или со сторон?» (Со сторон.) «Почему?» (Потому что угол без сторон не бывает.) «Значит, что сначала надо провести?» (Прямую линию.) «Дальше что надо сделать?» (Отмерить одну сторону.) «Сколько в данном случае следует отмерить, или, по-другому говоря, отложить?» (10 *см*.) «Почему?» (Потому что и другие стороны квадрата будут тоже по 10 *см*.) «Чем вы отмеряли 10 *см* на первой линии?» (Линейкой.) «А здесь я покажу вам, как можно по-другому отмерить эти же 10 *см*». Учитель демонстрирует отложение стороны квадрата с помощью классного циркуля, а дети проделывают то же самое в своих тетрадях с помощью простой «козьей ножки», надетой на карандаш. «Что остается еще сделать, чтобы получился квадрат?» (Надо соединить прямой линией концы двух образовавшихся сторон квадрата.) «Как проверить, что у нас получился квадрат?» (Измерить все 4 стороны и 4 угла.) «Проделайте это».

При такой организации работы ученики не только наблюдают и отвечают на вопросы, но также чертят, работают с карандашом и линейкой, с циркулем в руках, записывают и считают.

§ 122. ИЗМЕРЕНИЕ И ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ ПРЯМОУГОЛЬНИКА

Этот раздел программы является одним из наиболее сложных в курсе арифметики начальной школы. Учащиеся часто усваивают этот материал механически, не умеют объяснить сущности процесса измерения площадей.

Изучение этого раздела должно проводиться путем действительного измерения площадей самими учащимися.

Учитель готовит к уроку набор прямоугольников и квадратов для вычисления площади (раздаточный материал).

Изучение площади прямоугольника можно провести примерно по такому плану.

План. I. Разъяснение понятия «площадь» (площадь прямоугольника). II. Разъяснение, что площадь прямоугольника следует измерять тоже площадью. III. Выбор единицы для измерения площади. IV. Непосредственное измерение площади прямоугольника. V. Неудобство такого способа измерения площади прямоугольника. VI. Переход на вычисление площади прямоугольника. VII. Правило вычисления площади прямоугольника. VIII. Задачи на вычисление площади прямоугольника по данным основанию и высоте[1].

Урок строится так:

«Вы часто слышите, например, такие выражения: «посевная площадь», «площадь класса», «жилплощадь»[2]. Нам нужно научиться измерять площади разных фигур. Сегодня мы и будем измерять площадь прямоугольника. Повторим сначала, чем измеряем мы длину класса». (Метром.) «Да, метром, или, можно сказать, **длиной** метра. А вес какого-нибудь предмета мы чем измеряем?» (Килограммом.) «Да, гирями весом в килограмм, или, лучше сказать, **весом** гирь. Значит, **вес** мы измеряем **весом**, **длину** — **длиной**. Чем же мы должны измерять площадь?» (Площадью же.) «Теперь посмотрим, можно ли площадь нашей классной доски измерить, например, площадью вот этой книги? Как это сделать?» (Надо книгу накладывать на площадь доски и сосчитать, сколько раз она там уложится.) «Допустим, что книга уложилась 15 раз. Теперь вы придете домой и скажете: «Площадь нашей классной доски равна 15 книгам». Понятно ли будет вашим домашним, как велика наша классная доска?» (Нет.) «Почему?» (Потому что книги бывают разные.) «Чтобы всем было понятно, когда речь идет об измерении площадей, площадь прямоугольника и других фигур измеряют **площадью квадрата**. Для измерения площадей применяют такой квадрат, сторона которого равна или 1 *м*, или 1 *дм*, или 1 *см*. Сложим, например, квадратный дециметр из бумаги». (Дети складывают из ранее приготовленной бумаги квадратный дециметр, а учитель показывает имеющийся у него квадратный дециметр, сделанный из картона, с ручкой для держания его при обчерчивании в дальнейшем на доске; учащиеся сравнивают свои дециметры с дециметром учителя и убеждаются в их равенстве.)

«Значит, что же называется квадратным дециметром?» (Квадрат, у которого каждая сторона равна дециметру.) «А что называется квадратным

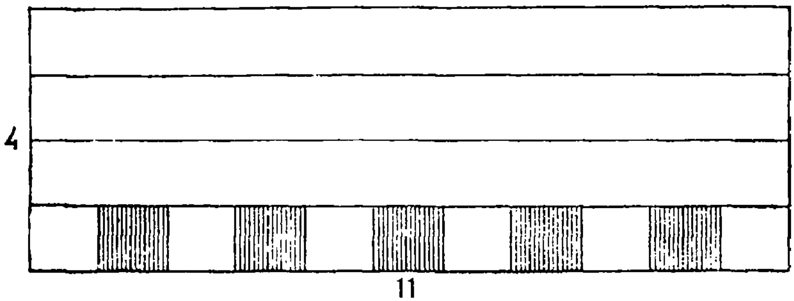
---

[1] Этот план выполняется в течение двух уроков: на первом — с п. I по IV включительно, а на втором — с п. V по VIII.

[2] Добиваться определения площади на этой ступени обучения не следует; достаточно, если дети показом обнаружат наличие у них представления о площади.

метром?» (Квадрат, сторона которого равна метру.) «Метр, дециметр, которыми измеряют стороны (линии), называются линейными. Значит, у квадратного дециметра каждая сторона чему равна?» (Линейному дециметру.) «А у квадратного метра?» (Линейному метру.) «Наша классная доска имеет какую форму?» (Прямоугольника.) «Измерим площадь классной доски квадратным дециметром. Как бы вы стали это делать?» (Отложим квадратный дециметр на площади классной доски). «А как сделать, чтобы видно было, сколько раз мы откладывали квадратный дециметр на площади доски?» (Надо всякий раз обводить отложенный квадратный дециметр на доске мелом.) «А потом?» (Сосчитать число квадратов [1].)

Дети измеряют площадь классной доски наложением квадратного дециметра, очерчивая его каждый раз мелом. После этого учащиеся по предложению учителя чертят в своих тетрадях прямоугольник со сторонами, например, 11 *см* и 4 *см* и измеряют площадь этого прямоугольника с помощью квадратного сантиметра, сделанного из картона, обводя его каждый раз карандашом, а затем подсчитывают количество квадратиков. Это непосредственное измерение площади прямоугольника.



Черт. 75

«Теперь скажите: если бы мы захотели квадратным дециметром измерить площадь, например, коридора в школе, удобно это было бы сделать или нет?» (Нет.) «Почему?» (Долго пришлось бы откладывать и очерчивать квадраты.) «Как можно ускорить такое измерение?» (Надо взять большую меру, например квадратный метр.) «А если бы мы захотели этим способом измерить площадь пола, например, в нашем классе, занятом партами, можно это сделать?» (Нет, нельзя.) «Почему?» (Мешают парты.) «Итак, вы видите, что наложением квадрата и очерчиванием его не всегда можно измерить площадь: надо поискать другой, более удобный способ измерения площади прямоугольника. Смотрите, что я сделаю». (Учитель стирает квадратики на всех полосках, кроме нижней, и получается фигура, изображенная на чертеже 75.) «А теперь можно сосчитать, сколько квадратных дециметров уложится на площади нашей доски?» (Можно.) «Как?» (Сосчитать число квадратов в одной полоске, затем сосчитать число полос и полученные числа перемножить.) «А теперь можно сосчитать количество квадратных дециметров?» (Учитель стирает полосы, кроме одной, нижней, с квадратами.) (Нет, нельзя.) «Почему?» (Не видно, сколько полос в этом прямоугольнике.) «А нельзя ли узнать,

[1] Учитель должен заранее проверить, содержит ли доска квадратный дециметр целое число раз. Если нет, то нужно заранее выделить на доске площадь (например, 11 *дм*$\times$4 *дм*), в которой квадратный дециметр уложился бы целое число раз.

сколько полос, не проводя самые полосы?» (Можно.) «Как?» (Измерить линейным дециметром ширину нашего прямоугольника.) Дальше учитель стирает деление на квадратики с последней полосы. «Я стер деление на квадратики с нижней полосы. Можно узнать без этих делений, сколько в этой полосе квадратиков?» (Можно.) «Как?» (Надо линейным дециметром измерить длину полосы.) «Теперь сообразите, нужна ли и эта оставленная полоса для измерения площади прямоугольника?» (Не нужна.) Учитель стирает и эту последнюю черту деления. «Как же, не откладывая квадратиков, можно узнать, чему равна площадь доски?» (Надо линейным дециметром измерить длину и ширину доски, а затем полученные числа перемножить.)

«Когда мы линейным дециметром измеряем ширину прямоугольника, что мы этим узнаем?» (Сколько полос шириной в 1 *дм* будет в площади прямоугольника.) «А когда тем же линейным дециметром измерим длину прямоугольника, что узнаем?» (Сколько квадратов уложится в одной полосе.) «Что надо сделать с полученными числами?» (Их надо перемножить.)

«Значит, вместо того чтобы измерять площадь прямоугольника квадратной мерой, эту площадь в ы ч и с л я ю т, для этого что надо сделать?» (Измерить линейной мерой длину и ширину прямоугольника и полученные числа перемножить.) «Повторим еще раз, что показывает число, полученное при измерении линейной мерой длины прямоугольника?» (Сколько уложится квадратных мер в одной полосе.) «Что обозначает число, полученное от измерения ширины?» (Число таких полос.)

«Площадь каких фигур мы измеряли?» (Прямоугольников.) «При помощи каких мер это делается?» (Квадратных.) «А как в ы ч и с л и т ь площадь прямоугольника?» (Перемножить числа, полученные от измерения линейной мерой длины и ширины прямоугольника.)

З а п и с ь: 11 *кв. дм*$\cdot$4=44 *кв. дм.*

После этого таким же способом вычисляется площадь пола класса, площадь окна, дверей, стола и т. п. Сделанные измерения дают возможность перейти к выводу правила измерения и вычисления площади всякого прямоугольника.

Далее решаются задачи практического характера. Для домашней работы можно дать задание — вычислить площадь пола комнаты, площадь окна, двери и т. п.

§ 123. КВАДРАТНЫЕ МЕРЫ

План изучения: 1) повторение измерения площади прямоугольника; 2) измерение площади произвольно выбранного квадрата; 3) правило измерения площади квадрата; 4) понятие о квадратном метре, квадратном дециметре, квадратном сантиметре; 5) сравнение этих мер между собой; 6) единичное отношение квадратных мер; 7) задачи и упражнения.

Рассмотрим примерный урок.

«Сегодня будем вычислять площадь квадрата, но сначала повторим, как вычислить площадь прямоугольника». (Учащиеся повторяют.) «Можно таким же способом вычислить площадь квадрата?» (Можно.) «Почему вы так думаете?» (Потому что квадрат тоже четырехугольник с прямыми углами.) «Начертите в своих тетрадях квадрат, сторона которого равна, например, 8 *см*, и вычислите его площадь». (Учащиеся вычисляют.) «Начертите еще один квадрат со стороной в 15 *см* и вычислите его площадь». (Учащиеся чертят.) «Теперь вычислите площадь квадрата, сторона которого равна 20 *см*. Как это делать?» (Надо 20$\cdot$20.) «Почему?» (Потому что у квадрата длина равна ширине.) «Значит, для вычисления площади любого квадрата что надо сделать?» (Измерить одну его сторону и полученное число помножить на такое же число.) «Найдите в учебнике место, где приводится правило вычисления площади квадрата, прочтите и запомните».

Далее решаются задачи практического характера на применение выведенного правила измерения площади квадрата отдельно и совместно с площадью прямоугольника.

После этого ученики детальнее знакомятся с квадратным метром, дециметром и сантиметром. Эти единицы измерения должны быть приготовлены заранее.

«Измерьте каждую сторону вот этого квадрата». (Учитель показывает квадратный метр.) «Чему они равны?» (Линейному метру.) «Как же назвать такой квадрат?» (Квадратным метром.) «Измерьте стороны вот этого квадрата (показывает квадратный дециметр) и скажите, как его назвать». (Квадратный дециметр.) «Начертите у себя в тетрадях квадратный дециметр».

«Мы узнали, что такое квадратный метр, квадратный дециметр, квадратный сантиметр. Какая же из этих мер самая большая?» (Квадратный метр.) «А самая малая?» (Квадратный сантиметр.) «Сравним между собой квадратный дециметр и квадратный сантиметр и узнаем, сколько квадратных сантиметров в 1 квадратном дециметре. Начертите в своих тетрадях квадратный дециметр и разбейте его на квадратные сантиметры». (Дети выполняют.) «Сколько же в квадратном дециметре квадратных сантиметров?» (100.) «Мы нашли это при помощи чертежа. А нельзя ли это найти без чертежа?» (Можно: надо $10 \cdot 10$.) «Почему?» (Потому что одна сторона квадратного дециметра содержит 10 линейных сантиметров, а потому площадь такого квадрата равна $10 \cdot 10$.) «Запишем это так: 1 *кв. дм* = 10 *кв. см* · 10 = 100 *кв. см*. Сосчитайте, сколько квадратных дециметров в 1 *кв. м*». (Тоже 100.) «Почему?» (Потому что на стороне квадратного метра дециметр укладывается 10 раз.) «Значит, и площадь квадратного метра равна 10 *кв. дм* · 10 = =100 *кв. дм*. Запишем и это: 1 *кв. м* = 10 *кв. дм* · 10 = 100 *кв. дм*. Сосчитайте, сколько квадратных миллиметров содержится в 1 *кв. см*». (Тоже 100.) «Почему?» (Потому что в 1 линейном сантиметре 10 линейных миллиметров; значит, 1 *кв. см* = 10 *кв. мм* · 10 = 100 *кв. мм*.) «Запишем и это. Сосчитайте, сколько квадратных сантиметров в 1 *кв. м*». (10 000.) «Как вы сосчитали?» (100 *кв. см* × 100 = 10 000 *кв. см*, потому что в 1 линейном метре 100 *см*; значит, квадратный метр будет равен 100 *кв. см* × 100 = 10 000 *кв. см*.)

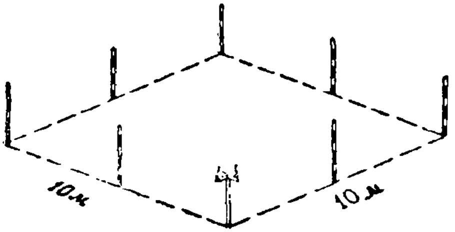
1 *м* = 10 *дм*	1 *кв. м* = 10 *кв. дм* × 10 = 100 *кв. дм*
1 *дм* = 10 *см*	1 *кв. дм* = 10 *кв. см* × 10 = 100 *кв. см*
1 *см* = 10 *мм*	1 *кв. см* = 10 *кв. мм* × 10 = 100 *кв. мм*
1 *м* = 100 *см*	1 *кв. м* = 100 *кв. см* × 100 = 10 000 *кв. см*

Для закрепления навыков вычислений с квадратными мерами нужно решать достаточное количество задач практического характера, дать задание на дом измерить площадь комнаты, окна, двери, стола и т. п.

§ 124. ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ НА МЕСТНОСТИ

Ознакомление детей с земельными мерами — аром, гектаром — надо проводить весной, когда можно делать экскурсии. Изучение ара и гектара должно носить чисто наглядный характер. Нужно разъяснить учащимся неудобство непосредственного измерения площади земельного участка даже такой сравнительно крупной квадратной единицей, как квадратный метр, после этого перейти к ознакомлению с аром. Последний, как и гектар, надо прежде всего изучить в натуре, а уж потом перейти к вычерчиванию его в масштабе и вычислениям на бумаге.

При проведении экскурсии необходимо иметь следующее оборудование: а) несколько вешек, т. е. кольев, длиной около 2 *м*; б) рулетку, а за неимением ее — веревку длиной в 10 *м*, можно также применить мерный циркуль (он делается из двух нешироких дощечек — шириной 3—4 *см* — и такой длины, чтобы расстояние между его ножками было равно 1 *м*, см. черт. 12), в) эккер для построения прямого угла (см. черт. 13). Как пользоваться этими приспособлениями, указывается дальше, в главе «Землемерные работы в начальной школе».



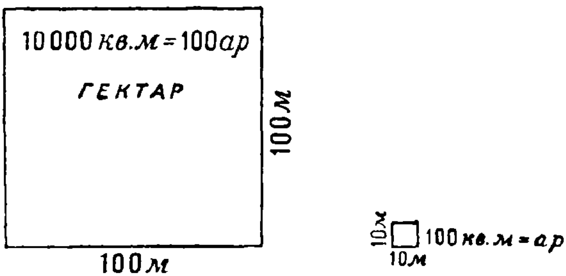
Черт. 76

При помощи перечисленных инструментов дети под руководством учителя строят ар (черт. 76), вычисляют и записывают его площадь: 1 *а* = 10 *кв. м* · 10 = = 100 *кв. м*, затем так же строится гектар и записывается его площадь в таком виде:

1 *га* = 100 *а* = 100 *кв. м* · 100 = = 10 000 *кв. м*

При ознакомлении с аром и гектаром надо разъяснить учащимся, что эти единицы земельных мер не обязательно имеют форму квадрата: их можно представить в виде прямоугольника с такими размерами длины и ширины, произведение которых равно для ара 100 *кв. м*, для гектара 10 000 *кв. м*. Например: 5 *м* × 20 *м*; 40 *м* × 250 *м* и т. п.

В тетрадях полезно вычертить ар и гектар в таком виде, как изображено на чертеже 77.



Черт. 77

При таком подходе к изучению земельных мер у детей получаются сначала конкретные представления об этих мерах; они возникают на глазах учащихся в процессе их практической работы и уже после этого становятся орудием, инструментом для вычислений.

Окружающая жизнь дает много материала для применения полученных сведений о земельных мерах. Но учитель сделает большую ошибку, если использует этот материал только как материал для вычислений и закрепления сообщенного. Его необходимо использовать и в воспитательных целях; надо задачи подбирать так, чтобы числовые выкладки ярко иллюстрировали и оттеняли динамику социалистического строительства; например, на этих задачах следует показать в живых цифрах прирост площадей под техническими культурами, увеличение площади улучшенных мостовых (в городе), улучшенных дорог и т. д.

§ 125. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА

Рассмотрим порядок изучения геометрических тел. Для этой работы необходимы следующие пособия: кубический дециметр, предметы, имеющие форму куба, квадратный дециметр, глина, картофель, бумага, ножницы, жидкий клей, воск, 12 палочек равной длины (1 *дм*), арифметический ящик (каждый кубик = 1 *см*^{3}), шар, цилиндр, угольник, отвес, 12 планок длиной по 1 *м* каждая, миллиметровая линейка, куб и параллелепипед с гранями, окрашенными в разные цвета.

С геометрическими телами (кубик, прямоугольный параллелепипед и шар) детей знакомят еще в I классе, когда употребляют эти тела как дидактический материал (арифметический ящик — кубик и прямоугольный параллелепипед) при изучении целых чисел. В результате этих работ дети приобретают навык правильно называть эти тела, находить и отличать их в окружающей обстановке. Но в I классе не сообщаются детям ни определения, ни точные описания этих геометрических тел. К этому переходят только в IV классе.

Изучение тел начинается с рассмотрения куба примерно в таком порядке: поверхность грани, ребра, вершины; изготовление куба из палочек, вычерчивание куба, развертка куба, складывание куба из бумаги, изготовление куба из картофеля, моркови, репы, свеклы и вообще из легко режущегося материала. Учитель показывает детям кубический дециметр и спрашивает, как называется это тело. Дети уже знают, что это — куб. После этого учитель дает понятие о поверхности, а затем знакомит их с понятием поверхности куба. С понятием «поверхность» ребята знакомы из обыденной жизни. Чтобы убедиться в этом, достаточно указать им на поверхность стены (пола, потолка).

«Проведите рукой по поверхности вот этого шарика (мячика), кубика, чернильницы, книги и т. п. Покажите поверхность бруска. Проведите рукой по поверхности книги. Положите книгу на стол. Проведите рукой по верхней поверхности вашего стола, по передней поверхности доски. Проведите по поверхности круглой печи, которая стоит в углу класса. Проведите по поверхности вот этого граненого карандаша, по поверхности круглого карандаша». И т. д.

Исполняя требования учителя, ученики вникают в сущность понятия «поверхность».

«Возьмите линейки и накладывайте их ребром на показываемые вами части поверхности в разных местах и несколько раз. Смотрите, имеется ли просвет между ребром линейки и рассматриваемой частью поверхности. Теперь попробуйте наложить ребро линейки на поверхность шарика, имеющегося у каждого из вас. Что видите? Да, с поверхностью шарика ребро линейки не совпадает, как оно совпало с поверхностью стола, доски и т. п. Теперь заметьте, что такая поверхность, как, например, верхняя часть поверхности стола, книги, куба и т. п., с которой ребро линейки совпадает во всех направлениях, называется плоской поверхностью или плоскостью. Как же узнать плоскую поверхность?» (Надо приложить к ней в разных направлениях линейку и если не будет просвета, то это плоскость.)

«Как можно назвать поверхность стены? Почему? Проверьте это. Как можно назвать переднюю и заднюю поверхности классной доски? Почему? Проверьте это. Назовите сами предметы, которые имеют хоть какую-либо часть поверхности в форме плоскости. Повторите, какая поверхность называется плоской».

Познакомив учеников с понятием поверхности, а также с понятием плоской поверхности, или плоскости, учитель, указывает им, что поверхность шара, которой ребро линейки касается только в одной точке, называется кривой поверхностью.

Затем возвращаются к изучению куба. Учитель обращает внимание на то, что куб ограничен шестью плоскими гранями.

Для более скорого определения числа граней куба хорошо иметь такой куб, отдельные грани которого окрашены в различные цвета или оклеены разноцветной бумагой. В равенстве граней куба дети убеждаются при такой работе: учитель предлагает обвести на доске одну грань куба, затем приложить к ней остальные. Учащиеся приходят к выводу, что у куба шесть равных граней и каждая грань куба — квадрат. Выводится определение: кубом называют тело, ограниченное шестью равными квадратами.

Ученики уже знают, что каждая грань куба — плоскость, теперь можно провести с ними беседу о том, что 2 соседние грани куба пересекаются по прямой линии, которая называется р е б р о м куба. Необходимо обратить внимание детей, что куб имеет 4 ребра наверху, 4 ребра внизу и 4 ребра боковых; проверить, что все 12 ребер равны между собой.

Указывают на кубе длину, ширину и высоту. Берут три ребра, выходящие из одной нижней вершины, и учитель сообщает, что одно из нижних ребер называется д л и н о й, другое — ш и р и н о й, а третье ребро, идущее вверх,— в ы с о т о й.

Когда дети подробно ознакомились с кубом, следует перейти к изготовлению куба из палочек и показу на нем вершин куба. Нужно начинать с повторения известного о ребрах, обратить внимание на верхнюю и нижнюю грани (основания куба) и изготовить из палочек два равных квадрата. Потом, держа горизонтально один квадрат над другим, соединить углы квадратов равными вертикальными палочками [1]. Нужно обратить внимание детей на те места, где сходятся три палочки, и подсчитать, сколько таких мест. Таким образом, составляя куб из палочек, ученики попутно знакомятся с вершинами куба, а также видят, что в каждой вершине сходятся три ребра и три грани. Необходимо предложить учащимся сделать дома куб из палочек.

Перед черчением развертки куба учитель должен повторить на готовом кубе, сколько у него граней, какую форму они имеют. Переходя к склеиванию куба по бумажной выкройке, учитель вместе с учащимися вычерчивает на классной доске эту

[1] Палочки можно скрепить шариками из пластилина, воска, в крайнем случае, из хлеба.

выкройку на бумаге и указывает, какие места выкройки предназначаются для подклеивания и по каким линиям следует сделать сгибы. Затем учащиеся вычерчивают ее на куске картона, вырезают по указанным линиям и склеивают куб.

На места для подклейки, так называемые «запасы», можно добавить по 0,5 *см*. Кроме классной работы, учащимся предлагается дома склеить куб из бумаги.

Изучение параллелепипеда (бруса) ведется примерно так же.

§ 126. ОБЪЕМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

Вся работа по изучению объема параллелепипеда строится при самом активном участии детей в измерении и должна сопровождаться решением практических задач.

План. I. Выяснение понятия «объем», «вместимость». II. Разъяснение, что объем тела следует измерять объемом же. III. Единица для измерения объема (куб). IV. Непосредственное измерение прямоугольного параллелепипеда. V. Неудобство, а иногда и невозможность такого способа измерения. VI. Вычисление объема прямоугольного параллелепипеда. VII. Вывод правила вычисления объема прямоугольного параллелепипеда. VIII. Решение задач. IX. Задание на дом — измерить и вычислить объем комнаты.

Наглядные пособия: а) кубики арифметического ящика, б) модели куба и прямоугольного параллелепипеда, в) коробка в виде прямоугольного параллелепипеда, вмещающая целое число кубиков арифметического ящика (изготовляется заранее самим учителем), г) линейный метр, дециметр и сантиметр.

Изучение отдела «объем тел» также сопровождается решением практических задач; здесь имеется богатый воспитательный материал, который следует использовать так же, как это указывалось в главе об измерении площадей. Для выяснения понятия «объем», «вместимость» можно применить такой прием.

Учитель приносит несколько коробок в форме параллелепипеда различного объема. Вызванные учащиеся на глазах всего класса наполняют одну из этих коробок песком, а затем пересыпают его в остальные. При этом обнаружится, что в коробки вмещается неодинаковое количество песка.

Это дает основание сделать вывод в такой форме: «Когда мы пересыпали песок из одной коробки в другую, оказалось, что в них входит неодинаковое количество песка: в одни коробки больше, в другие — меньше. Про такие коробки говорят, что они имеют разную в м е с т и м о с т ь, разный о б ъ е м. Одни коробки имеют бо́льшую вместимость, бо́льший объем, другие — меньшую вместимость, меньший объем».

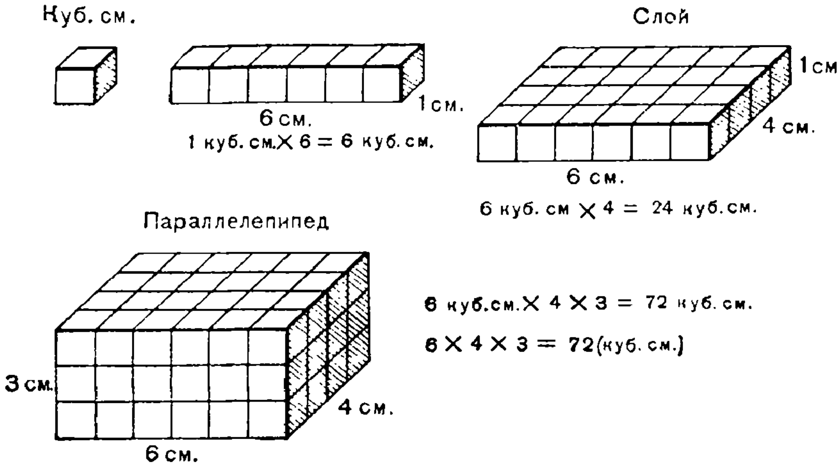
Чтобы узнать, какой объем больше, какой — меньше, объемы измеряют (п. II плана). По вопросам учителя, учащиеся повторяют уже известное им: что д л и н а и з м е р я е т с я д л и н о й, п л о щ а д ь — п л о щ а д ь ю. Учитель сообщает, что о б ъ е м и з м е р я е т с я о б ъ е м о м.

При выборе единицы для измерения объема (п. III плана) также по аналогии с квадратными единицами учащиеся приходят к заключению, что для измерения объемов нужно выбрать за единицу измерения объем определенного тела. Учитель сообщает, что за единицу измерения объемов тел принимается куб, ребро которого равно какой-либо линейной единице.

Дальнейшая работа по плану проводится при самом активном участии детей. Примерно так. Берется коробка с открытым верхом размерами, например, 6 *см*, 4 *см*, 3 *см*.

Чтобы определить, сколько кубических сантиметров поместится в этой коробке, ученики по указанию учителя укладывают на дне коробки кубические сантиметры рядами по длине коробки (черт. 78). Таких рядов на дне коробки уложится 4, получается слой объемом 6 *куб. см* · 4=24 *куб. см* (см. черт. 78). Так как высота коробки 3 *см*, то в ней поместится еще 2 таких слоя. Таким образом, в коробке поместится всего 24 *куб. см* · 3=72 *куб. см.*

Дальше выясняется практическое неудобство и даже невозможность такого способа измерения объема, например, классной комнаты. Значит, перед учащимися встанет задача найти более простой способ измерения объема. Учитель обращает внимание детей на то, что нет надобности наполнять всю коробку кубиками; достаточно уложить один слой (пласт) и сосчитать число таких слоев. Последнее можно сделать или при помощи поставленных один на другой



Черт. 78

кубиков в одном из углов коробки, или, еще проще, измерением линейным сантиметром ребра коробки. После этого, идя тем же путем, учитель приводит учащихся к выводу, что нет надобности весь нижний слой наполнять кубиками: достаточно уложить около одной стенки ряд кубиков, подсчитать количество кубиков в ряду и количество рядов. То и другое можно сделать и без кубиков, с помощью линейного сантиметра.

Вычисление объема записывается так:

6 *куб. см* · 4×3=72 *куб. см*, или 6 · 4 · 3=72 (*куб. см*).

В заключение учащиеся читают по учебнику правило измерения объема куба или прямоугольного параллелепипеда. Для практики в измерении объемов учащиеся измеряют вместимость классной комнаты, коридора. По заданию измеряют дома объем своей комнаты.

§ 127. КУБИЧЕСКИЕ МЕРЫ

План. I. Измерение объема по правилу измерения объема прямоугольного параллелепипеда. II. Вывод правила измерения объема куба. III. Нахождение единичного отношения кубических мер. IV. Составление таблицы кубических мер. V. Решение задач на измерение объемов и на их вычисление.

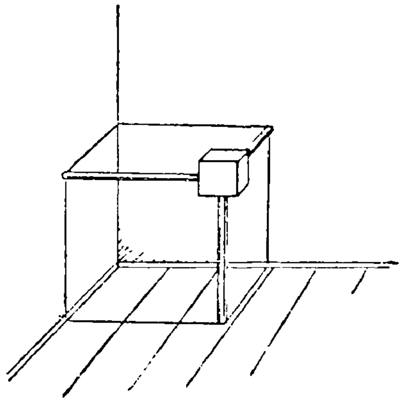
При изучении кубических мер в качестве обязательных *наглядных пособий* должны быть кубический сантиметр, кубический дециметр, кубический метр, кубический дециметр и в нем 1000 *куб. см.*

Кубический сантиметр легко сделать (вырезать) например, из картофеля, моркови, можно использовать кубики арифметического ящика; кубический дециметр каждый учитель может сделать из картона; желательно, чтобы и дети имели эти меры.

Кубический метр можно приготовить двумя способами: 12 палочек (круглых или квадратного сечения в 1 *см*) скрепляются при помощи 8 деревянных кубиков с ребром 5—6 *см*, с просверленными на трех смежных гранях отверстиями диаметром в 1 *см*; длина палочек должна быть такова, чтобы вершины куба отстояли одна от другой на 1 *м*.

Второй способ проще: при помощи кубика скрепляются только три палочки длиной в 1 *м*. Эту «систему» ставим в пустой угол класса (черт. 79), причем недостающие ребра обозначаются мелом на полу и стенах.

В разделе «Кубические меры» центральным местом будет выяснение единичного отношения кубических мер.



Черт. 79

Сначала делают вывод, что объем куба можно измерить так же, как и объем прямоугольного параллелепипеда, т. е. измерить линейной единицей длину, ширину, высоту куба и полученные числа перемножить.

Зная, что все ребра куба равны между собой, дети должны уже сами сделать вывод, что достаточно измерить одно ребро и полученное число взять сомножителем три раза. Вывод о единичном отношении кубических мер делается путем сравнения, например, кубического дециметра и кубического сантиметра. Зная прием вычисления объема куба, легко найти объем кубического дециметра. Найдя объем кубического метра, учащиеся получат достаточно данных для составления обычной таблицы метрических мер.

1 *м* = 10 *дм*	1 *куб. м* = 10 *куб. дм* $\cdot 10 \times 10 = 1\,000$ *куб. дм*	
1 *дм* = 10 *см*	1 *куб. дм* = 10 *куб. см* $\cdot 10 \times 10 = 1\,000$ *куб. см*	
1 *см* = 10 *мм*	1 *куб. см* = 10 *куб. мм* $\cdot 10 \times 10 = 1\,000$ *куб. мм*	

Для закрепления этой таблицы необходимо решать задачи как из задачника, так и составленные учителем. Значительные затруднения испытывают учителя начальных школ при записях, связанных с вычислением площадей и объемов.

Разберем несколько примеров:

«Длина комнаты 3 *м* 20 *см*, ширина 2 *м* 50 *см*. Найти ее площадь». Решение задачи объясняется так: если длина комнаты 3 *м* 20 *см*, или 320 *см*, то каждая продольная полоса шириной в 1 *см* заключает в себе 320 *кв. см*. Если ширина комнаты 2 *м* 50 *см*, или 250 *см*, то таких полос будет 250. Площадь заключает в себе 320 *кв. см*, повторенные 250 раз.

Запись: 320 *кв. см* $\cdot 250 = 80\,000$ *кв. см* $= 8$ *кв. м*.

Определение объема прямоугольного параллелепипеда.

«Найти объем ящика, длина которого 1 *м*, ширина 5 *дм*, высота 60 *см*». Для удобства вычисления выражаем длину, ширину и высоту в мерах одного названия, именно в дециметрах. Получаем 10 *дм*, 5 *дм* и 6 *дм*.

Если длина ящика 10 *дм*, то вдоль ящика поместится 1 ряд кубиков по 1 *куб. дм*, а так как ширина ящика 5 *дм*, то таких рядов будет 5, следовательно, на дне ящика в один слой поместится 10 *куб. дм* · 5 = 50 *куб. дм*; высота ящика 6 *дм*, значит, таких слоев будет 6 и в ящик поместится 50 *куб. дм* · 6 = = 300 *куб. дм*.

Таким образом, вся запись должна иметь такой вид:

10 *куб. дм*·5 = 50 *куб. дм*
50 *куб. дм*·6 = 300 *куб. дм*

В дальнейшем эти две записи можно объединить в одну:

10 *куб. дм*·5·6 = 300 *куб. дм*

§ 128. РЕШЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ И ОБЪЕМОВ

Особенность в решении задач с геометрическим содержанием заключается в обязательной зарисовке (от руки) тех геометрических объектов, которые входят в содержание данной задачи.

Задачи на определение площадей прямоугольников

Упражнения на определение площадей прямоугольников должны состоять в решении практических задач на определение площадей из школьной обстановки, домашней обстановки и т. д. Сначала в задачах ставится вопрос: как по данным размерам прямоугольника определить его площадь?

Вычисление площадей входит в некоторые типовые задачи.

Задача. «В колхозе имеется прямоугольный участок земли. Вся граница этого участка равна 1500 *м*, причем длина в два раза больше ширины. Найти площадь этого участка».

Учащиеся делают чертеж прямоугольника, соблюдая приблизительно условие, что длина вдвое больше ширины, и с помощью учителя устанавливают, что граница прямоугольника содержит 2 раза его длину и 2 раза ширину. Поэтому длина и ширина составляют вместе половину границы.

Анализ задачи. Чтобы определить площадь прямоугольного участка, надо перемножить его длину и ширину, выраженные в одинаковых линейных единицах. Чтобы определить длину и ширину участка, надо узнать, чему равна сумма длины и ширины и во сколько раз длина больше ширины (дано в условии). Сумма длины и ширины прямоугольника составляет половину границы (дано в условии).

План решения задачи:

1) Сколько метров составляют ширина и длина участка вместе?
2) Сколько равных частей составляют длина и ширина вместе?
3) Сколько метров приходится на одну часть или сколько метров в ширине участка?
4) Сколько метров в длине участка?
5) Какова площадь участка в гектарах?

Задачи на вычисление объема прямоугольного параллелепипеда.

В этой группе задач основными являются задачи на вычисление объема прямоугольного параллелепипеда по данным его измерениям. После ознакомления с этим геометрическим телом решаются практические задачи на несложные вычисления измерений предметов школьной обстановки, домашней обстановки и т. д. Учащиеся делают измерения предметов, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда, и вычисляют их объемы. Размеры берутся в приближенных целых числах. Решим задачу.

1. «Сколько весит земля, извлеченная при выкапывании колодца, глубина которого 12 *м* 5 *дм*, а длина и ширина по 1 *м* 2 *дм*, если 1 *куб. м* земли весит 2 *т*?»

При решении этой задачи три измерения должны быть выражены простыми именованными числами одного и того же названия.

Решение: 1) 125 *дм*·12·12=18 000 *куб. дм*=18 *куб. м*, или 18 $м^3$.

2) 2 *т*·18=36 *т*.

Ответ. Вес земли 36 *т*.

Если измерения параллелепипеда выражены в различных мерах, их приводят в меры одного названия. Решим задачу:

2. «Длина класса 8 *м* 10 *см*, ширина 5 *м*, высота 4 *м*.

Сколько учеников можно поместить в этом классе, если на каждого ученика полагается не меньше 4 *куб. м* 500 *куб. дм*?»

Решение: 1) 1 $дм^3$·50·40=162 000 $дм^3$ — объем класса.

2) 162 000 *куб. дм*:4 500=36 (учеников).

Ответ. 36 учеников.

ГЛАВА XVII

ПРОСТЕЙШИЕ ЗЕМЛЕМЕРНЫЕ РАБОТЫ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Одним из видов практического применения геометрических знаний в начальной школе являются простейшие землемерные работы.

При распределении землемерных работ нужно стремиться к тому, чтобы можно было выполнить все измерения вне класса (экскурсионно), т. е. весной или осенью.

При проведении каждой землемерной работы нужно указать ее возможное практическое применение.

Приборы, необходимые для землемерных работ, описаны выше (гл. VII). Остановимся на описании некоторых землемерных работ в начальной школе.

§ 129. ПРОВЕШИВАНИЕ НА ЗЕМЛЕ ПРЯМЫХ ЛИНИЙ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ

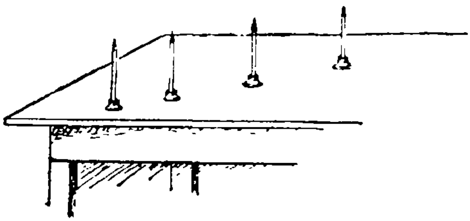
Пособия: не менее трех *вех, бирки, мерная веревка* или *полевой циркуль*.

Перед проведением прямых линий на местности полезно провести провешивание прямых в классе при помощи настольных вешек — карандашей, вставленных в половинки катушек (черт. 80).

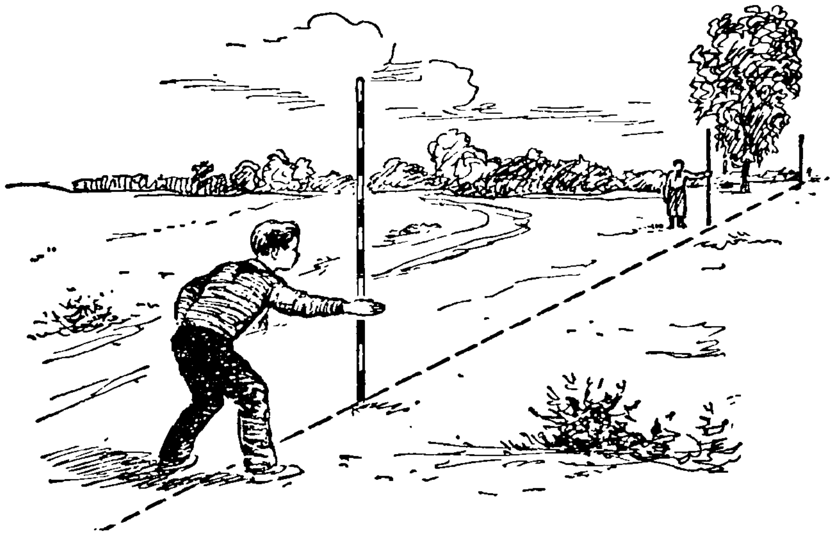
Провешивание прямых линий на земле применяется при постройке дорог, рытье траншей, постройке забора (размечается место для столбов) и т. п.

Работа на местности начинается с провешивания, потом следует перейти к измерению провешенных линий.

Для провешивания линии намечаются точки, между которыми нужно провешивать линию. В эти точки вбивают по одной вехе. Один ученик (измеряющий) становится у начальной вехи, поместив правый глаз по линии вех (начальной и конечной), и намечает (визирует) линию. Другой ученик берет третью веху, отходит с ней по направлению второй вехи шагов на 10—15 от первой и ставит свою веху вытянутой рукой отвесно к земле, стоя сбоку линии, чтобы не загородить своим туловищем конечной вехи. Первый ученик дает указания, правильно ли поставлена веха; для этого он поднимает ту руку, в сторону которой нужно сместить веху (черт. 81). Когда веха установлена правильно, первый ученик машет рукой. Второй укрепляет ее отвесно (если же вех мало, то вместо вехи вколачивает колышек), берет четвертую веху и, пройдя дальше по линии, устанавливает эту



Черт 80



Черт. 81

веху уже без помощника так, чтобы она покрывала первые две вехи. Когда линия будет провешена, берут полевой циркуль, мерную веревку, рулетку и измеряют по провешенной линии расстояние между начальной и конечной точками. Измерение делают другие два ученика; один удерживает конец веревки около начального кола, другой уходит вперед вдоль линии провешивания и натягивает веревку с помощью кола. Первый ученик, глядя на этот кол, следит за тем, чтобы веревка ложилась точно вдоль провешенной линии. Натянув веревку, передний ученик втыкает у своего кола бирку. Затем оба ученика подвигаются с веревкой вперед, пока задний конец веревки не приблизится к бирке. Идущий сзади ученик вытаскивает бирку, а на ее место ставит кол, на который надет конец веревки, и т. д. Число подобранных учеником бирок покажет, сколько раз откладывалась веревка. Если веревка имеет 10 *м* и подобрано учеником 7 бирок, то расстояние провешенной линии равняется 70 *м*.

Необходимо организовать работу так, чтобы после этого каждые четыре ученика провели эту же работу. Когда первая четверка закончит работу, необходимо спросить учеников, как они будут работать самостоятельно. Учитель, убедившись, что дети усвоили порядок работ, предлагает одной четверке измерить расстояние, например, между кочкой и деревом на лугу, другой четверке — бросить камень как можно дальше и определить это расстояние. Работу необходимо всячески разнообразить, чтобы дети не скучали, например поменять задачи между четверками: одной четверке поручить проверить работу, другой продолжить провешенную линию на 30—50 *м*, провешить линию в заданном направлении и т. п.

Вместо мерной веревки для измерения линии можно применить полевой циркуль. Работа эта несложна: взяв циркуль за ручку, ученик идет с ним по провешенной линии, считая отложения, а его помощник проверяет его.

§ 130. ИЗМЕРЕНИЕ РАССТОЯНИЯ ШАГАМИ И НА ГЛАЗ

Пособия: *колья, бирки, мерная веревка, полевой циркуль.*

Когда дети научатся провешивать и измерять прямые линии на земле, необходимо познакомить их с измерением расстояния шагом и на глаз.

Чтобы определить расстояние на глаз, выбирается расстояние между двумя точками, предлагается детям определить это расстояние не измеряя. Учащиеся говорят примерные числа, затем делается измерение и определяются ошибки. После ряда таких упражнений, а также при всяком измерении инструментами необходимо приучать детей сначала определять расстояние на глаз, а потом уже измерять.

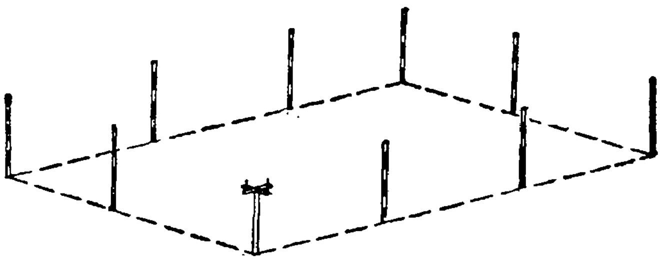
При измерении расстояния шагами сначала нужно познакомить детей, как определить среднюю длину шага в метрах или дециметрах. Для этого берем расстояние между двумя точками, узнаем, какое число шагов между этими точками, стараясь идти ровным вольным шагом. Затем определяют это расстояние при помощи инструментов. Наконец, полученное число метров (лучше раздробить в дециметры) делят на количество шагов каждого ученика. Промер расстояния шагами каждый ученик делает несколько раз, и тогда находится среднее арифметическое, определяющее длину его шага.

§ 131. ПОСТРОЕНИЕ ПРЯМОГО И ПРЯМОУГОЛЬНОГО УЧАСТКА НА МЕСТНОСТИ

Пособия: *вехи, бирки, эккер, мерная веревка, отвес.*

Эту работу следует связать с выполнением какого-либо конкретного задания, например: наметить прямоугольную площадку для игры в футбол, участок для школьного огорода и т. п.

Придя на место работы, учитель ведет такую беседу: «Какое задание мы имеем?» (Наметить площадку для игр.) «Какой формы должна быть эта площадка?» (Прямоугольной.) «Какой четырехугольник называется прямоугольником?» (Такой, у которого углы прямые, а противоположные стороны равны.) «Значит, чтобы наметить площадку, что нам придется сделать?» (Провести 4 линии и построить 4 прямых угла.) «С чего нам надо начать работу?» (С проведения одной из четырех линий.) «Вы уже это умеете делать и сделаете, начиная от того места, которое нам указано». (Ученики проводят линию.) «Что дальше надо сделать?» (Отметить на ней одну сторону площадки.) Дети отмеряют сторону и ставят на концах вехи. «Что дальше надо сделать?» (Построить на концах по прямому углу.) «На бумаге вы как строили прямые углы?» (С помощью угольника.) «На земле же это удобнее делать с помощью вот такого инструмента, который называется эккером. Рассмотрим его устройство». Учитель объясняет устройство эккера. «Куда надо воткнуть кол с эккером?» (В эту точку.) «Кол должен стоять отвесно. Проверить это можно с помощью отвеса». (Дети проверяют.) «Теперь надо линейку эккера направить по провешенной линии, чтобы она шла по направлению первой линии. Как теперь найти линию, которая с первой линией образовала бы прямой угол?» (Надо провешить линию по направлению второй линейки эккера.) Учащиеся делают это. «Какой угол составляют две провешенные линии?» (Они составляют прямой угол, черт. 82.)



Черт. 82

«Таким же способом проводим перпендикуляр и во второй точке. Мы провели перпендикуляры. Что дальше надо сделать?» (Отмерить на них короткие стороны.) «А где пройдет четвертая сторона?» (Между двумя конечными точками коротких сторон.) «Итак, мы наметили площадку. Теперь надо вычислить ее площадь. Как это сделать?» (Надо перемножить длину на ширину.) «Высчитайте, сколько тут аров, какую часть гектара это составляет?»

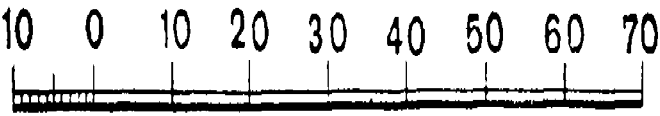
Продолжением этой работы должно быть нанесение измеренной площади на план, что проделывается уже в классе.

§ 132. ЧЕРЧЕНИЕ ПЛАНА

После того как тот или иной земельный участок будет зарисован с натуры, полученный материал используется в классной работе для нанесения на план. Чтобы выполнить эту работу, надо иметь следующие инструменты и наглядные пособия: 1) линейку с делением на сантиметры и миллиметры, 2) чертежный угольник, 3) циркуль-ножку. Рассмотрим урок по вычерчиванию плана школьного огорода.

План. I. Разбор записей, сделанных при работе на местности. II. Выяснение понятия п л а н участка. III. Выяснение необходимости уменьшения размеров натуры для нанесения на план. IV. Выбор масштаба. V. Вычерчивание (техника построения).

«Нам надо начертить план нашего огорода. Посмотрите в ваших тетрадях, что мы записали». (Длина огорода 100 *м*, его ширина 60 *м*.) «Что еще мы отметили при съемке плана нашего огорода?» (Могут быть на участке колодец, караулка и т. п., часть участка может быть занята деревьями, кустами и т. д. Все это должно быть отмечено в записях.) «Сегодня будем чертить план снятого нами огорода. Припомните, как вы чертили план класса». (Измерили метром длину и ширину класса, потом по клеточкам в тетради начертили прямоугольник.) «Каков был этот прямоугольник по сравнению с классом?» (Меньше.) «Как мы его уменьшили?» (Вместо метра брали две клеточки тетради.) «Займемся теперь планом нашего огорода. Какую форму он имеет?» (Прямоугольную.) «Может он уместиться на бумаге?» (Нет.) «Значит, чтобы начертить план нашего огорода, что с ним надо сделать?» (Уменьшить.) Чтобы всем было понятно, какая линия на плане заменяет метр в длине или ширине огорода (в *натуре*), берется, например, 1 *см* вместо метра, или 1 *см* вместо 10 *м*, или 1 *см* вместо 100 *м*. На чертеже это делается так: проводят, обычно внизу чертежа, линию, на ней откладывают несколько сантиметров и обозначают их цифрами с указанием, какое расстояние на местности соответствует 1 *см* на плане (черт. 83).



Черт. 83

«Вот такая малая мера на плане, заменяющая большую меру на местности, называется *линейным масштабом*. Будем чертить план нашего огорода, пользуясь этим масштабом».

Если на план нужно будет нанести, например, имеющийся на огороде колодец, то по записанным размерам его и расстоянию от сторон прямоугольника учащиеся, пользуясь начерченным масштабом, делают соответствующее построение на плане.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Яков Федорович Чекмарев и *Валериан Тимофеевич Снигирев*

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ АРИФМЕТИКИ

Редактор *Л. А. Сидорова*

Художник обложки *Н. Н. Румянцев*. Художественный редактор *В. С. Эрденко*.
Технический редактор *М. Г. Чацкая*. Корректор *З. И. Почаева*

Сдано в набор 23/VIII 1967 г. Подписано к печати 28/II 1968 г. 60×90 1/16.
Типографская № 2. Печ. л. 22. Уч.-изд. л. 24,55. Тираж 150 тыс. экз.
(Тем. план 1968 г. № 3.)

Издательство «Просвещение» Комитета по печати при Совете Министров РСФСР. Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Типография изд-ва «Уральский рабочий», г. Свердловск, проспект Ленина, 49.
Заказ 497
Цена без переплета 56 к., переплет 18 к.