

СБОРНИК ЗАДАЧ

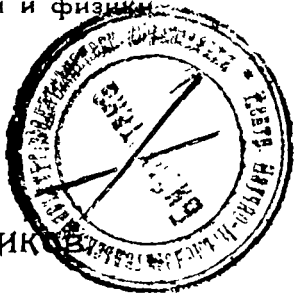
ПО МАТЕМАТИКЕ

ДЛЯ СТАРШИХ КЛАССОВ ШКОЛ I-й СТУПЕНИ.

-
- I. Диаграммы и графики.
 - II. Задачи из геометрии.
 - III. Задачи по алгебре.
 - IV. Задачи из географии и физики.

СОСТАВИЛ

К. П. ДРЖЕНИК



КОСТРОМСКОЕ ГУБ. ИЗДАТЕЛЬСТВО.

1922.

СОДЕРЖАНИЕ.

Отдел I. Диаграммы и графики. Стр.

§ 1. Приближенное число	7
§ 2. Среднее число	8
§ 3. Диаграммы и графики	9

Отдел II. Задачи из геометрии.

Площади и поверхности.

§ 4. Квадрат и прямоугольник	15
§ 5. Параллелограмм	17
§ 6. Треугольник	—
§ 7. Трапеция	18
§ 8. Четыреугольник вообще. Многоугольник	20
§ 9. Правильный многоугольник	21
§ 10. Длина окружности. Площадь круга	→
§ 11. Поверхность цилиндра и конуса	24

Объемы.

§ 12. Призма и цилиндр	26
§ 13. Пирамида, конус; шар	28
§ 14. Зависимость между сторонами прямоугольного треугольника	29
§ 15. Сведения по тригонометрии	31

Отдел III. Задачи по алгебре.

§ 16. Положительные и отрицательные числа	35
§ 17. Четыре действия над алгебраическими суммами	39
§ 18. Коэффициент. Приведение подобных членов	42

§ 19. Степень	42
§ 20. Пропорции	46
§ 21. Уравнения с одним неизвестным	48
§ 22. Координаты	52
§ 23. Графики	53
§ 24. Построение уравнений вида $y = ax$	55
§ 25. Построение уравнений вида $y = ax + b$	56
§ 26. Графическое решение задач	58
§ 27. Уравнения с двумя неизвестными	62
§ 28. Графическое решение уравнений	63

Отдел IV. Задачи из географии и физики.

§ 29. География	64
§ 30. Физика	68



Предисловие.

Главная цель обучения математике состоит в том, чтобы научить разбираться в вопросах количественного характера, которые постоянно встречаются в различных областях знания и в практической жизни, развить осмысленное отношение к окружающему миру с количественной стороны.

Для этого учащиеся должны быть постепенно вводимы в мир разнообразных величин и взаимных соотношений между ними. Приобщение к этому миру величин лучше всего может быть достигнуто путем иллюстрации этого мира посредством диаграмм и графиков, которые, таким образом, должны занять видное место при обучении математике.

Для решения вопросов количественного характера надо знать зависимость между величинами, входящими в данный вопрос. Поэтому все обучение математике должно быть проникнуто идеей функциональной зависимости величин.

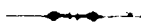
Задачи следует брать из практической жизни и из доступной учащимся области других знаний: географии, космографии, физики, механики.

Имея в виду развитие воли и самостоятельности, обучение надо вести по наглядно-лабораторному методу, отводя видное место активной работе уча-

щихся: по измерению, изготовлению пособий, иллюстрированию задач рисунками, составлению диаграмм и графиков, черчению, с'емке планов.

Собственные наблюдения и опыты, а затем пользование разными справочниками, могли бы дать учащимся обильный материал для составления задач по математике, и употребление в школе какого либо другого задачника могло бы оказаться излишним. Но при настоящих условиях обойтись в школе без печатного задачника было бы крайне трудно и для учащихся и для учителя. Во всяком случае такой задачник окажет помощь при разборе и систематизации собственного материала.

Выпускаемый сборник назначен для старших классов школ 1-й ступени. При этом предполагается, что учащиеся прошли всю арифметику, имеют понятие о буквенном обозначении чисел и первых четырех действий над ними, знакомы с тем геометрическим материалом, который предшествует вычислению площадей, поверхностей и об'емов.



Отдел I. Диаграммы и графики.

§ 1. Приближенное число.

Круглым числом называется такое число, письменное обозначение которого оканчивается нулями. *Округлить* число значит заменить его ближайшим круглым числом. Напр., 72 округляется до 70, 78 округляется до 80; 324, округленное до десятков, заменится числом 320, а округленное до сотен — числом 300; 578, округленное до десятков, заменится числом 580; округленное до сотен — числом 600.

Когда число, напр. 7341, округляется до тысяч; то в нем отбрасываются сотни, десятки и единицы, которые вместе составляют меньше 1 тысячи; число 7000 будет число, приближенное к числу 7341, *точное до 1 тысячи*: будучи менее 7341, оно отличается от него меньше, чем на 1 тысячу. Когда число, напр. 6839, округляется до тысяч, то сотни, десятки и единицы заменяются 1 тысячей; число 7000 будет число, приближенное к 6839, *точное до 1 тысячи*: превышая число 6839, оно отличается от него меньше, чем на 1 тысячу. В первом случае, будет число, приближенное *с недостатком*, во втором случае *с избытком*.

Когда число, округляемое напр. до тысяч, содержит, кроме тысяч, часть, меньшую 500, то оно округляется с недостатком; а если содержит часть, большую 500 или равную 500, то округляется с избытком. В обоих случаях ошибка будет меньше $\frac{1}{2}$ тысячи.

1. Округлить числа: 62, 37, 85, 96. Указать предел ошибки.

2. Округлить до десятков: 523, 748, 385.

3. Те же числа округлить до сотен.

4. Округлить до сотен: 5 386, 41 732, 72 585.

5. Те же числа округлить до тысяч.

6. Округлить до десятков тысяч: 135 248, 17 659, 625 555.

7. Округлить до сотен тысяч: 201 849, 9 463 526, 1 283 241.

8. Округлить до миллионов: 243 815 627, 57 861 100, 14 527 000, 261 325 000, 74 561 070.

9. Куплен кусок сукна в 25 арш. за 69, 6 р. Во что обошелся аршин? Ответ дать в рублях и копейках, без долей копейки. *Отв.* 2 р. 78 к.

10. Куплен кусок сукна в 25 арш. за 81, 2 р. Во что обошелся аршин? Ответ дать в рублях и копейках, без долей копейки. *Отв.* 3 р. 25 к.

11. Частное от деления 1378 на 47 выразить целым числом с точностью до единицы (до $\frac{1}{2}$ единицы).

Реш. $1378 : 47 = 29, 3\dots$ Отбрасываем десятые доли: будет 29.

12. Частное от деления 8546 на 59 выразить целым числом с точностью до единицы (до $\frac{1}{2}$ единицы).

Реш. $8546 : 59 = 144,8\dots$ Заменяем десятичные доли единицей: будет 145.

13. Найти с точностью до единицы (до $\frac{1}{2}$ единицы) частные: 1) $1631 : 74$; 2) $357 : 23$. *Отв.* 1) 22; 2) 16.

14. Частное от деления 2162 на 28 найти с одним десятичным знаком, т. е. с точностью до 1 десятой (до $\frac{1}{2}$ десятой).

Реш. $2162 : 28 = 77,21\dots$ *Отв.* 77,2.

15. Частное от деления 1744 на 39 найти с точностью до одной десятой (до $\frac{1}{2}$ десятой). *Отв.* 44,7.

16. Частное от деления 355 на 113 найти с точностью: 1) до 0,01; 2) до 0,001; 3) 0,0001; 4) 0,00001. *Отв.* 1) 3,14; 2) 3,142; 3) 3, 1416; 4) 3,14159.

§ 2. Среднее число.

17. Хозяин собрал капусту с двух гряд: с одной гряды снял он 42 кочна, с другой 38 кочней. По сколько кочней собрал он *средним числом* с каждой гряды? *Отв.* По 40.

18. Хозяйка обобрала 3 куста смородины: с одного куста собрала она $3\frac{1}{4}$ фунта ягод, с другого $3\frac{1}{8}$ фунта и с третьего $2\frac{5}{8}$ фунта. По сколько фунтов собрала она *средним числом* с каждого куста? *Отв.* По 3 фунта.

19. В классе отсутствовало в понедельник 4 ученика, во вторник 3, в среду и в четверг по 1, в пятницу 3, в субботу все были в классе. По сколько человек отсутствовало *средним числом* в день на этой неделе? *Отв.* По 2.

20. Утром было 3 градуса тепла, в полдень 12 градусов и вечером 6 градусов. Какова была *средняя температура* этого дня? *Отв.* 7 градусов.

21. Средняя температура дна была в воскресенье 9° тепла, в понедельник 10° , во вторник 12° , в среду 8° , в четверг 7° , в пятницу 11° и в субботу 13° тепла. Какова была средняя температура этой недели? *Отв.* 10° .

22. Некоторая длина измерена три раза, и всякий раз получались разные числа: 127,7 см., 128,2 см. и 127,5 см. Найти среднее значение. На сколько отдельные измерения отклоняются от среднего значения? *Отв.* 127,8 см.; первое измерение меньше среднего значения на 0,1 см., второе больше на 0,4, третье меньше на 0,3 см.

§ 3. Диаграммы и графики.

23. В одной школе учащиеся распределены по классам так:

I		II		III		IV		V	
Мальч.	Девоч.	Мальч.	Девоч.	Мальч.	Девоч.	Мальч.	Девоч.	Мальч.	Девоч.
20	15	16	12	10	9	8	7	6	5

Начертить диаграмму распределения мальчиков и девочек по классам.

Указание. Число учащихся в каждом классе изобразить вертикальными столбиками одинаковой ширины, напр. в $1\frac{1}{2}$ дюйма; высота столбиков должна соответствовать числу учащихся, при чем за 1 можно взять 0,1 дюйма; так число учащихся в I классе изобразится столбиком высотой в 3,5 дм. Каждый столбик разделить на две части по числу мальчиков и девочек, назначив напр. нижнюю часть для мальчиков, а верхнюю для девочек; тогда первый столбик разделится на две части, высотой—одна в 2 дм., другая в $1\frac{1}{2}$ дм. Эти части можно сделать цветными, напр. нижнюю сделать зеленою, верхнюю розовою; или нижнюю покрыть штрихами, верхнюю оставить чистою. Внизу столбиков написать номера классов, вдоль столбиков — числа мальчиков и девочек.

24. Годичный сбор в России главнейших хлебов (за время 1906—1910) выражался в миллионах пудов так:

ржи	1250	млн.	пуд.
пшеницы	1040	"	"
овса	840	"	"
ячменя	530	"	"

Начертить круговую диаграмму.

Указание. Округляя числа до сотен и складывая, получим 3600. Делим окружность на 36 равных частей: сначала на 4 части двумя взаимно перпендикулярными диаметрами, потом каждую часть на 3 и еще на 3 — на глаз; или так: проводим два взаимно перпендикулярных диаметра и из концов их отсекаем окружность дугами, радиус которых равен радиусу взятой окружности; окружность разделилась на 12 равных частей; каждую из них делим на глаз на 3 равные части.

Принимая $\frac{1}{36}$ окружности за 100 миллионов, откладываем по окружности 13, 10, 8, 5 таких частей; отмеченные точки соединяем с центром. Полученные секторы представляют сравнительную величину сбора каждого из названных хлебов. Внутри круга надо начертить небольшой концентрический круг, в котором написать общее количество всего собранного хлеба; на секторах отметить количество хлеба каждого рода. Секторы можно сделать разноцветными.

25. Начертить круговую диаграмму распределения угодий в Европейской России, по следующим данным:

лес	занимает	40%	всей	площади
пашня	"	33%	"	"
луга	"	17%	"	"
неудобные земли	"	10%	"	"

Вся площадь 395 миллионов десятин.

Указание. Делим окружность на 100 равных частей, (сначала на 4, потом каждую часть на 5 и еще на 5 равных частей — на глаз). Начертив секторы и небольшой концентрический круг, пишем в последнем общее число десятин, а на секторах отмечаем отдельные площади в десятинных и в процентах.

26. Начертить круговую диаграмму сравнительной длины разных путей сообщения в России, по следующим данным:

шоссейные дороги	3%	длины	всех	путей	сообщения
железные дороги	6%	"	"	"	"
водные пути	26%	"	"	"	"
грунтовые дороги	65%	"	"	"	"

27. По переписи 1897 г. в России числилось жителей: мужского пола 62 477 348, из них грамотных 17 469 880; жен-

ского пола 63 162 673, из них грамотных 7 715 562. Начертить, столбиками, две диаграммы грамотности: одну для мужского населения, другую для женского.

↓ Указание. Округлив числа до миллионов, взять 0,1 дюйма для изображения 1 миллиона. Нижнюю часть столбика назначить для грамотных, верхнюю для неграмотных; эту часть заштриховать. (См. № 23).

↓ 28. По тем же данным начертить две круговые диаграммы.

↓ Указание. Найти процентное отношение числа грамотных к общему числу: мужчин грамотных 17 милл., всех мужчин 62 милл., умножаем 17 на 100 и делим на 62; $1700:62=27,4$; 27%.

29. Начертить диаграмму сравнительной величины населения главнейших государств по следующим данным:

Россия	178 миллионов душ
Соед. Штаты	100 " "
Германия	72 " "
Австрия	57 " "
Англия	50 " "
Франция	40 " "
Италия	36 " "

Начертить диаграмму: а) столбиками, округлив числа до десятков миллионов и изображая 2 десятка миллионов 1 сантиметром; б) секторами, вычислив сначала процентное отношение населения каждой страны к населению всех названных стран вместе.

30. Плотность населения называется число жителей, приходящееся в среднем на 1 кв. версту.

Плотность населения различных государств такова:

Голландия	200 чел. на 1 кв. версту.
Англия	158 " " "
Италия	132 " " "
Германия	128 " " "
Австрия	86 " " "
Франция	83 " " "
Россия	29 " " "
Соед. Штаты	11 " " "

Начертить столбиками диаграмму плотности населения, округлив числа до десятков и принимая 0,2 дюйма для изображения 1 десятка.

31. Начертить столбиками диаграмму населенности главнейших городов мира по данным (до войны 1914 г.):

Лондон 7½ мил. жителей.

Берлин	3 1/4	млн. учителей.
Париж	3 1/2	" "
Вена	3	" "
Петроград	2,2	" "
Москва	2	" "

Указание. Взять 1 сантиметр для изображения 1 миллиона.

32. Начертить круговую диаграмму сравнительного числа учителей начальных школ в разных странах, по данным (1903 г.):

Соед. Штаты	578 464
Россия	209 394
Англия	183 478
Франция	159 073
Германия	144 484
Австрия	113 546
Италия	57 009

Указание. Округлив числа до тысяч, найти процентное отношение числа учителей в каждой стране к общему числу учителей.

33. Начертить столбиками диаграмму среднего урожая картофеля в разных странах, по следующим данным:

Бельгия	1172	пуд. с 1 десятины
Голландия	1079	" "
Англия	908	" "
Германия	900	" "
Франция	725	" "
Австрия	607	" "
Россия	400	" "

Указание. Округлив числа до сотен, взять 1 сантиметр для изображения 1 сотни.

34. Начертить столбиками диаграмму выработки сахара в разных странах, по следующим данным, показывающим годовую выработку сахара в миллионах пудов:

Германия	157	млн. пудов.
Россия	128	" "
Австрия	92	" "
Франция	43	" "
Соед. Штаты	27	" "

Указание. Округлив числа до десятков миллионов, взять 1/2 сантиметра для изображения 1 десяти миллиона.

35. Начертить столбиками диаграмму сравнительного улова рыбы в разных странах, по данным.

Англия	70	млн. пуд.
Соед. Штаты	59	" "

Россия	57	млн. пуд.
Канада	49	" "
Япония	47	" "

Указание. Округлив числа до десятков миллионов, взять 1 сантиметр для изображения 1 десятиа миллионов.

36. Начертить столбиками диаграмму сравнительного количества крупного рогатого скота в разных странах, по следующим данным.

Соед. Штаты	72	млн. голов.
Россия	49	" "
Германия	21	" "
Австрия	18	" "
Франция	14	" "
Италия	6	" "

Указание. Взять 1 сантиметр для изображения 10 миллионов.

37. Начертить столбиками диаграмму количества крупного рогатого скота в разных странах, приходящегося на 100 жителей, по следующим данным.

Аргентина	449	голов.
Канада	133	" "
Дания	87	" "
Соед. Штаты	82	" "
Болгария	52	" "
Швейцария	43	" "
Россия	31	" "

Указание. Округлив числа до десятков, взять 0,1 дюйма для изображения 1 десятиа.

38. Начертить столбиками диаграмму количества лошадей в разных странах, по данным

Россия	33	млн. голов.
Соед. Штаты	21	" "
Австрия	4	" "
Германия	3	" "
Франция	3	" "
Англия	2	" "
Италия	1	" "

Указание. Для изображения 1 миллиона взять 0,2 дм.

39. Начертить столбиками диаграмму количества лошадей в разных странах, приходящегося на 100 жителей, по следующим данным:

Аргентина	116	голов.
Канада	41	" "
Соед.-Штаты	25	" "

Россия	21	голов.
Австрия	20	"
Франция	8	"
Германия	7	"

Указание. Взять 1 миллиметр для изображения 1 единицы.

40. Начертить диаграмму (график) роста населения России с 1850 г. по 1913 г., на основании следующей таблицы:

1850 г.	70	млн.	1885 г.	105	млн.
1855 "	73	"	1890 "	115	"
1860 "	77	"	1895 "	122	"
1865 "	87	"	1900 "	135	"
1870 "	90	"	1905 "	152	"
1875 "	95	"	1910 "	170	"
1880 "	97	"	1813 "	175	"

Указание. Проводим две взаимно перпендикулярные прямые—горизонтальную и вертикальную. По горизонтальной откладываем отрезки напр. в 8 мм. для обозначения пяти-летних, по вертикальной—отрезки напр. в 4 мм. для обозначения каждых 5 миллионов населения. Из концов отрезков, отложенных по горизонтальной линии, проводим вертикальные прямые, на которых отмечаем соответствующую величину населения. Концы этих отрезков соединяем.

41. На одном вертикальном графике представить добычу нефти в Соед. Штатах и в России с 1899 г. по 1913 г., на основании следующей таблицы:

Годы.	Соед. Штаты.	Россия.
1899	400 млн. пуд.	750 млн. пуд.
1900	450 " "	640 " "
1901	500 " "	700 " "
1902	650 " "	650 " "
1903	740 " "	640 " "
1904	870 " "	650 " "
1905	980 " "	450 " "
1906	1000 " "	500 " "
1907	1400 " "	510 " "
1908	1550 " "	530 " "
1909	1500 " "	560 " "
1910	1750 " "	600 " "
1911	1850 " "	550 " "
1912	1750 " "	550 " "
1913	1975 " "	560 " "

Указание. По горизонтальной оси откладывать отрезки в 8 мм. для обозначения отдельных годов, по вертикальной отрезки в 4 мм. для обозначения каждых 50 пудов, начиная с 400 пуд. (См. № 40).

Отдел II. Задачи из геометрии.

ПЛОЩАДИ и ПОВЕРХНОСТИ.

§ 4. Квадрат и прямоугольник.

42. Сад, занимающий квадратный участок земли, обнесен со всех сторон изгородью, длина которой равна 66 метр. Найти площадь сада. *Отв.* 272,25 кв. м.

Начертить план этого сада в масштабе: в сантиметре 1 метр.

43. Ребро куба имеет длину в 15 см. Как велика полная поверхность этого куба? *Отв.* 1350 кв. см.

44. Площадь квадрата содержит $23\frac{1}{2}$ кв. арш. Как велика площадь другого квадрата, сторона которого в 2 раза длиннее? в 3 раза длиннее? *Отв.* 94 кв. арш.; $211\frac{1}{2}$ кв. арш.

45. Какую поверхность имеет прямоугольная гряда длиной в 5 м. и шириною в 1,2 м? *Отв.* 6 кв. м.

46. Начертить на клетчатой бумаге три прямоугольника с разными периметрами, но с одинаковой площадью— в 24 кв. см. Вычислить периметры.

47. Начертить три прямоугольника с разными площадями, но с одинаковым периметром в 20 см. Вычислить площади.

48. Начертить квадрат и несколько прямоугольников, площади которых были бы одинаковы по 36 кв. см. Какой из этих четырехугольников имеет наименьший периметр? *Отв.* Квадрат.

49. Измерить поверхность окна в классной комнате и вычислить поверхность всех стекол в окне, скинув известную процент на перецвет. Вычислить всю световую поверхность классной комнаты. Измерить площадь пола. Найти отношение световой поверхности к площади пола.

50. Десятина=2400 кв. саж. Какую длину и ширину (в десятых числах) может иметь прямоугольный участок земли, площадь которого=1 десятина?

51. Сколько сена собрано с прямоугольного дуга, длиной в 160 саж. и шириною в 120 саж., если с десятины получено средним числом по 180 пуд.? *Отв.* 1440 пуд.

52. Комната имеет в длину 18 ар., в ширину 14 ар. Если бы пол в комнате был квадратный, но имел бы тот же

самый периметр, то как изменилась бы его площадь и на сколько? *Отв.* Увеличилась бы на 4 кв. ар.

53. На открытом месте отметить кольями какой-нибудь прямоугольник (при помощи эккера). Измерить его длину и ширину; вычислить площадь. Вычислить площадь школьного сада, огорода.

54. Отметить кольями прямоугольник в $\frac{1}{4}$ десятины.

55. Прямая призма, высотой в 35 см., имеет своим основанием равносторонний треугольник, сторона которого 18 см. Вычислить боковую поверхность призмы. *Отв.* 1890 кв. см.

56. Какая зависимость существует между площадью S квадрата и его стороной a , т. е. 1) как найти площадь квадрата, когда известна его сторона? 2) как найти сторону квадрата, когда известна его площадь? *Отв.* 1) $S=a^2$; 2) $a=\sqrt{S}$.

57. Какая зависимость существует между площадью S прямоугольника и его сторонами — основанием b и высотой h , т. е. 1) как найти площадь прямоугольника, когда известны его стороны, и 2) как найти одну из сторон, когда известна площадь и другая сторона? *Отв.* 1) $S=bh$; 2) $b=\frac{S}{h}$, $h=\frac{S}{b}$.

58. Одна из сторон прямоугольника увеличивается или уменьшается в несколько раз, а другая сторона остается без перемены. Как изменяется площадь его?

59. Одна сторона прямоугольника увеличивается в несколько раз, а другая уменьшается во столько же раз. Как изменяется площадь?

60. Ребро куба равно a фут. Какова полная поверхность его? *Отв.* $S=6a^2$.

61. Прямая призма имеет основанием квадрат, сторона которого равна a ; высота призмы h . Найти 1) боковую поверхность S_1 ; 2) полную поверхность S призмы. *Отв.* 1) $S_1=4ah$; 2) $S=4ah+2a^2$.

62. Прямая призма имеет основанием прямоугольник со сторонами a и b ; высота призмы h . Найти 1) боковую поверхность S_1 призмы; 2) полную поверхность S . *Отв.* 1) $S_1=(2a+2b)h=2(a+b)h$; 2) $S=2(a+b)h+2ab=2(ab+ah+bh)$.

§ 5. Параллелограмм.

63. Вырезать из бумаги два одинаковых параллелограмма. Один из них разрезать по направлению высоты и обе части сложить так, чтобы получился прямоугольник. В неразрезанном параллелограмме и в полученном прямоугольнике сравнить основания и высоты. Как вычислить площадь параллелограмма?

64. Найти площади параллелограммов, у которых:

Основание. Высота.

1) 10 сж. 2 арш. 4 сж. 1 арш. *Отв.* 46 кв. сж. 2 кв. арш.

2) 264 м. 87, 75 м. *Отв.* 231,66 кв. декаметра (ара).

65. Засаживая картофелем участок земли в виде параллелограмма, у которого длина (основание)=20 сж., ширина (высота)=15 сж. На какой сбор можно рассчитывать, если десятина дает 480 пуд. картофеля? *Отв.* 60 пуд.

66. Две параллельные стороны параллелограмма имеют длину по 42 м., расстояние между ними 20 м. Другие две параллельные стороны имеют длину по 35 м. Как велико расстояние между ними? *Отв.* 24 м.

§ 6. Треугольник.

67. Вырезать из бумаги два одинаковых треугольника. В одном из этих треугольников через середину высоты провести прямую, параллельную основанию. Разрезать треугольник по этой линии и обе части сложить так, чтобы получился параллелограмм. Сравнить основание и высоту этого параллелограмма с основанием и высотой неразрезанного треугольника. Как найти площадь треугольника?

68. Вычислить площади треугольников по данным основаниям и высотам:

Основание. Высота.

1) 24¹/₂ м. 8 м. *Отв.* 196 кв. м.

2) 69³/₄ фут. 48 фут. *Отв.* 68 кв. сж. 16 кв. ф.

3) 0.147 килом. 0.076 км. *Отв.* 0,01 кв. км. (прибл.)

4) 1.25 верс. 0.4 верс. *Отв.* 52¹/₂ десят.

69. Крыша садовой беседки имеет вид правильной шестигульной пирамиды, т. е. состоит из шести одинаковых треугольников; основание каждого треугольника = 1,5 м. Высота треугольника = 1,5 м. Что стоит покрыть эту крышу оцинкованным железом, считая материал и работу по 2 р. 25 к. с кв. метра? *Отв.* 12 р. 15 к.

70. Вычислить площадь равнобедренного прямоугольного треугольничка, у которого гипотенуза = 8 см. *Отв.* 16 кв. см.

Указание. Взять квадрат, сторона которого = 8 см. и провести обе диагонали.

71. Площадь треугольничка = 1152 кв. м.; высота 24 м. Как велико основание? *Отв.* 96 м.

72. Вычислить высоту треугольничка, у которого площадь = 8643 кв. м., а основание = 134 м. *Отв.* 129 м.

73. Вычислить площадь ромба, у которого одна диагональ равна 1 ар., S верш., а другая 12 верш. *Отв.* 144 кв. верш.

74. Треугольничок, у которого основание 2¹/₂ дм., высота 1,1 дм., представляет план земельного участка, начерченный в масштабе 40 сажен в дюйме. Как велика площадь этого участка? *Отв.* 2200 кв. саж.

75. Как велик был бы участок, если бы планом его служил тот же треугольничок (№ 74), но масштаб был бы 1) 80 сажен в дюйме; 2) 100 сажен в дюйме; 3) 10 сажен в дюйме? *Отв.* 1) 3 дес. 1600 кв. саж.; 2) 5 дес. 1750 кв. саж., 3) 137¹/₂ кв. саж.

76. Основание треугольничка равно b фут., высота h фут. Выразить его площадь S. *Отв.* $S = \frac{bh}{2}$.

77. Основание треугольничка увеличивается или уменьшается в несколько раз, а высота остается без переменны. Как изменяется площадь?

78. Основание треугольничка увеличивается в несколько раз, а высота уменьшается во столько же раз. Как изменяется площадь?

§ 7. Трапеция.

79. В треугольничке проведена прямая, параллельная одной из сторон. На какие две фигуры делит она треугольничок?

80. Начертить на бумаге трапецию ABCD, у которой параллельные стороны (основания) AD = 5 см., BC = 3 см., а высота 3¹/₂ см. Разделить одну из боковых сторон пополам, напр. правую CD в точке O; соединить точку O с левой вершиной B верхнего основания. Вырезать трапецию. Отрезать треугольничок BOC и приложить его к оставшейся части так, чтобы получился треугольничок. Если за основание этого треугольничка принять ту его сторону, которая направлена

по большему основанию трапеции, то как велико будет основание этого треугольника сравнительно с основаниями трапеции? Какова высота треугольника сравнительно с высотой трапеции? Как вычислить площадь трапеции, зная оба основания ее и высоту?

81. Вычислить площади следующих трапеций: 1) параллельные стороны 19 м. и 17 м., высота 12 м.; 2) параллельные стороны 82,8 м. и 77,2 м., высота 47,4 м. *Отв.* 1) 216 кв. м.; 2) 3792 кв. м.

82. Подоконник (в каменном здании) имеет вид равнобедренной трапеции, высота которой (ширина подоконника) = 30 см., а параллельные стороны 130 см. и 124 см. Что будет стоить выкрасить 20 таких подоконников, если платить по 1 рублю с кв. метра? *Отв.* 7 р. 62 к.

83. Скат крыши имеет форму трапеции, ширина (высота) которой 6 м., а параллельные стороны $19\frac{1}{2}$ м. и $16\frac{1}{2}$ м. Сколько надо черепиц, чтобы покрыть этот скат, если черепица имеет длину 40 см., ширину 20 см., и если черепицы должны покрывать друг друга на $\frac{1}{4}$ своей поверхности? *Отв.* 1800.

84. Одна из боковых сторон трапеции, имеющая длину в 30 саж., перпендикулярна к параллельным сторонам, длина которых 100 саж. и 60 саж. Вычислить площадь трапеции. *Отв.* 1 десятина.

85. Какая зависимость существует между площадью S трапеции, ее параллельными сторонами a и b и ее высотой h : 1) как найти площадь S трапеции, когда известны параллельные стороны a и b и высота h ? 2) как найти высоту h , когда известна площадь S и параллельные стороны a и b ? 3) как найти одну из параллельных сторон a , когда известна площадь S , высота h и другая параллельная сторона b ? *Отв.* 1) $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$; 2) $h = \frac{2S}{a+b}$; 3) $a = \frac{2S}{h} - b$.

86. Параллельные стороны трапеции имеют длину 15 фут. и 11 фут.; площадь ее = 104 кв. фут. Как велика высота трапеции? *Отв.* 8 фут.

87. Одна из параллельных сторон трапеции 23 м., высота 10 м., площадь 290 кв. м. Как велика другая параллельная сторона? *Отв.* 35 м.

88. Вырезать из бумаги две одинаковых трапеции; в каждой трапеции провести *среднюю линию*, т. е. соединить середины боковых сторон. Приложить одну трапецию к другой так, чтобы получился параллелограмм. Сравнить удво-

енную среднюю линию s суммой параллельных сторон. Как найти среднюю линию m трапеции, зная параллельные стороны a и b ? *Отв.* $m = \frac{a+b}{2}$.

89. Как найти площадь S трапеции, зная среднюю линию ее m и высоту h ? *Отв.* $S = mh$.

90. Вычислить площадь трапеции, у которой высота 8,5 м., а средняя линия 25,4 м. *Отв.* 215,9 кв. м.

91. Площадь трапеции = 2 десятин., высота ее 50 саж. Найти среднюю линию. *Отв.* 96 саж.

92. Площадь трапеции 1 кв. километр., средняя линия 1 км. 250 м. Найти высоту. *Отв.* 800 м.

§ 8. Четыреугольник вообще. Многоугольник.

93. Внутри треугольника проведена прямая, пересекающая две стороны его, но не параллельная третьей стороне. На какие фигуры разбивает она треугольник? Чем отличается полученный четырехугольник от трапеции?

94. В четырехугольнике ABCD (не имеющем параллельных сторон) проведена диагональ BD, равная d фут.: на нее опущены перпендикуляры из вершин A и C, длина этих перпендикуляров h_1 и h_2 . Как узнать площади треугольников, на которые диагональ разбила четырехугольник? Как потом узнать площадь S четырехугольника? Как можно упростить вычисление? *Отв.* $S = \frac{dh_1}{2} + \frac{dh_2}{2} = \frac{d}{2} (h_1 + h_2)$.

95. Поле имеет вид четырехугольника, одна из диагоналей которого равна 125 м. Эта диагональ принята за основание двух треугольников, на которые она разбила четырехугольник. Высоты этих треугольников равны 74 м. и 66 м. Какой урожай принесло это поле, если каждый ар. (100 кв. м.) дал по два пуда зерна и по 6 пуд. союмы? *Отв.* 175 пуд. зерна и 525 пуд. союмы.

96. На открытом месте отметить колышками какой-нибудь четырехугольник. Провести в нем большую диагональ. При помощи эккера опустить на нее перпендикуляры из двух вершин. Измерить рулеткой 1) длины этих перпендикуляров и длину диагонали, 2) расстояния точек пересечения перпендикуляров с диагональю от ближайшего конца ее. Выбрать масштаб. Начертить план четырехугольного участка. Направление диагонали определить по компасу. Нанести диагональ на бумагу при помощи транспортира, полагая

север вверху листа, восток направо и т. д. Вычислить площадь участка.

97. Начертить какой-нибудь неправильный пятиугольник. Разбить его на треугольниками диагоналями, проведенными из одной какой-либо вершины. Сделать нужные измерения для вычисления площадей этих треугольников. Вычислить эти площади. Вычислить площадь всего пятиугольника.

98. Начертить какой-нибудь неправильный шестиугольник. Провести большую диагональ и опустить на нее перпендикуляры из вершин. Сделать нужные измерения для вычисления площадей полученных треугольников и трапеции. Вычислить площадь шестиугольника.

§ 9. Правильный многоугольник.

99. Сторона правильного шестиугольника $b = 3,85$ м. Перпендикуляр a , опущенный из центра многоугольника на сторону (апофема) $= 3,32$ м. Найти 1) периметр шестиугольника, 2) площадь каждого из треугольников, на которые шестиугольник разбивается прямыми, соединяющими центр с вершинами; 3) площадь шестиугольника. *Отв.* 1) 23,1 м.; 2) 6,39 кв. м; 3) 38,5 кв. м.

100. Правильный многоугольник имеет n сторон. Длина стороны b , апофема a . Найти площадь каждого из треугольников, на которые разбивается многоугольник прямыми, соединяющими центр с вершинами. Найти площадь всего многоугольника. Выразить периметр p многоугольника через n и b . Выразить площадь S многоугольника через периметр p и апофему a . *Отв.* $S = p \frac{a}{2}$

§ 10. Длина окружности. Площадь круга.

101. Вырезать по линейке миллиметровой бумаги и измерить ее окружность какого-нибудь круга, напр. окружность дна у круглой картонки, банки и т. п. Той же полоской измерить диаметр. Вычислить, во сколько раз окружность длиннее своего диаметра.

102. На окружности кружка отметить точку. Покатить кружок по плоскости в прямом направлении; заметить число оборотов; измерить пройденный путь; измерить диаметр кружка. Вычислить, во сколько раз окружность длиннее своего диаметра.

103. Число, показывающее, во сколько раз окружность длиннее диаметра, т. е. *отношение окружности к диаметру*, обозначается греческой буквой π (пи). Радиус окружности равен R . Выразить длину C окружности. *Отв.* $C = 2\pi R$.

104. Приблизительно, π равно 3,14 с точностью до 0,01. Более точно $\pi = 3,1415926$. Написать значение π , точное до 0,001 (до $\frac{1}{2}$ тысячной), точное до 0,000001 (до $\frac{1}{9}$ миллионной). Часто употребляется $\pi = \frac{22}{7}$. Обратить эту дробь в десятичную и указать верные десятичные знаки. На сколько точно число $\frac{22}{7}$? *Отв.* до 0,01.

105. Вычислить длину окружности по данному диаметру D : 1) $D = 7$ дм.; 2) $D = 8,2$ см.; 3) $D = 42$ см.; 4) $D = 24,5$ см.; 5) $D = 348$ см. *Отв.* 1) 22 дм.; 2) 25,7 см.; 3) 132 см.; 4) 77 см.; 5) 1090 см. = 10 м. 90 см.

Примечание. Для вычисления длины окружности умножаем π на величину диаметра. Возьмем $\pi = 3,14$, или $\pi = \frac{22}{7}$. Здесь есть ошибка, которая меньше 0,01: если диаметр больше 1, то ошибка эта увеличивается при умножении на диаметр: если диаметр выражается числом, целая часть которого есть число однозначное, то можно сказать, что ошибка увеличивается в 10 раз и становится меньше 0,1: результат будет вычислен с точностью до 0,1: все доли после десятых можно отбросить (примеры 1 и 2); если диаметр выражен двузначным числом, то можно сказать, что ошибка увеличивается в 100 раз и будет меньше 1 единицы; результат вычислен с точностью до единицы: все десятичные доли можно отбросить (примеры 3 и 4); если диаметр выражен трехзначным числом, ошибка увеличивается в 1000 раз и становится меньше 10: результат вычислен будет с точностью до 10: его можно округлить до десятков (пример 5).

Если бы в последнем случае мы хотели вычислить окружность с точностью до единицы, то должны бы взять π , точное до 0,001, $\pi = 3,142$.

106. Самые большие часы в мире (в Филадельфии, в Америке) имеют циферблат, диаметр которого равен 4 саж. 2 арш. Какой путь проходит конец минутной стрелки в минуту? *Отв.* 12 верш.

107. Ведущее колесо локомотива имеет в диаметре 1,75 м. Сколько раз обернется такое колесо на расстоянии 11 км.? *Отв.* 2000 раз.

108. Начертить на бумаге круг. Разделить окружность на 12 равных частей (см. № 24): точки деления соединить с центром. Вырезать круг и разрезать на секторы. Из полученных секторов составить фигуру, близкую к параллелограмму: расположить каждые 6 секторов в виде зубчатой полоски, зубцы одной полоски вставлять в промежутки между зубцами другой полоски. Сравнить основание этой фигуры с длиной окружности, а высоту — с радиусом. Как

вычислить площадь круга, зная длину окружности и радиус?

109. Если вписать в круг правильный многоугольник, у которого очень много сторон, и стороны очень малы, то площадь круга будет приблизительно равна площади многоугольника. Периметр многоугольника будет близок к длине окружности, апогема близка к радиусу. Как выражается площадь правильного многоугольника через периметр и апогема? (см. № 100). Как выражается площадь S круга через длину окружности C и ее радиус R ? *Отв.* $S = C \cdot \frac{R}{2}$.

110. Радиус круга равен R . Как выражается длина окружности через радиус? (№ 103). Как выразится площадь S круга через радиус? *Отв.* $S = \pi R^2$.

111 Вычислить площадь круга по данному радиусу: 1) $R = 9$ м.; 2) $R = 15$ м.; 3) $R = 0,8$ м. ($\pi = 3,14$). *Отв.* 1) 254 кв. м.; 2) 710 кв. м.; 3) 2,01 кв. м.

Примечание. Принимаем во внимание примечание к задаче № 105. 1) $R^2 = 9^2 = 81 =$ двухзначному числу; ошибка в результате меньше 0,01 . 100, меньше 1; ограничиваемся целым числом; результат точен до 1; 2) $R^2 = 15^2 = 225 =$ трехзначному числу; ошибка меньше 0,01 . 1000, меньше десяти; результат точен до 1 десятка; округляем до десятков; 3) $R^2 = 0,8^2 = 0,64$; ошибка меньше 0,01 . 0,64, меньше 0,0064, т. е. меньше 0,01; ограничиваемся сотыми долями.

112. Радиус круга $R = 4,5$ м. Вычислить площадь круга с точностью до 0,1. *Отв.* 63,6 кв. м.

Примечание: $R^2 = 4,5^2 = 20,25$. Здесь целая часть есть число двузначное; для того чтобы найти результат с точностью до 0,1, надо взять π точное до 0,001: $\pi = 3,142$.

113. Вычислить длину окружности, у которой $R = 7$ дм. ($\pi = \frac{22}{7}$). Вычислить длину окружности, у которой радиус в 3 раза больше. Во сколько раз вторая окружность длиннее первой?

114. Как изменяется длина окружности, когда радиус увеличивается или уменьшается в несколько раз?

115. Вычислить площадь круга, у которого $R = 7$ дм. ($\pi = \frac{22}{7}$). Вычислить площадь круга, у которого радиус в 3 раза больше. Во сколько раз площадь второго круга больше площади первого?

116. Как изменяется площадь круга, когда радиус увеличивается или уменьшается в 2 раза, в 3 раза, в 5 и т. д. раз? *Отв.* Увеличивается или уменьшается в 4 раза, в 9 раз, в 25 раз.

117. Вычислить площадь кругового кольца, у которого внешний радиус 3,6 м., внутренний 2,4 м. ($\pi = 3,14$). *Отв.* 22,6 кв. м.

118. Диаметры двух concentрических окружностей имеют длину в 9,8 м. и 7,6 м. Вычислить площадь кольца, заключенного между этими окружностями ($\pi = 3,14$). *Отв.* 30 кв. м.

119. Вычислить площадь кругового сектора, если 1) радиус $\hat{=} 3$ м., угол $= 45^\circ$; 2) радиус $= 3$ м., угол $= 60^\circ$; 3) радиус $= 3$ м., угол $= 20^\circ$. ($\pi = 3,14$). *Отв.* 1) 3,5 кв. м.; 2) 4,7 кв. м.; 3) 1,6 кв. м.

120. Радиус сектора R , угол n° . Выразить площадь S сектора. *Отв.* $S = \frac{\pi R^2 \cdot n}{360}$

121. Радиус сектора R , угол n° . Выразить длину L дуги.
(Отв. $L = \frac{2\pi R \cdot n}{360}$). Умножить длину дуги на $1/2$ радиуса.
(Отв. $\frac{2\pi R \cdot n}{360} \cdot \frac{R}{2} = \frac{\pi R^2 \cdot n}{360}$). Сравнить с ответом на задаче № 120.

122. Как вычислить площадь S сектора, зная длину L дуги и радиус R ? *Отв.* $S = L \cdot \frac{R}{2}$.

123. Сектор можно сравнить с треугольником, у которого основание есть дуга, а высота равна радиусу. Применимо ли к сектору правило вычисления площади треугольника? (№ 76).

124. Вычислить площадь сектора, у которого радиус равен 8 м., а длина дуги равна 12,75 м. *Отв.* 51 кв. м.

§ 11. Поверхность цилиндра и конуса.

125. Какую фигуру изображает боковая поверхность цилиндра, развернутая на плоскости? Сравнить основание и высоту этого прямоугольника с длиной окружности основания цилиндра и с образующей его. *) Как найти боковую поверхность S_1 цилиндра, у которого радиус основания R , образующая L ? *Отв.* Надо длину окружности основания умножить на образующую: $S_1 = 2\pi R \cdot L$.

*) Образующая прямого круглого цилиндра равна его высоте, но лежит она на боковой поверхности. Название это происходит от того, что при вращении какого-нибудь прямоугольника около одной из его сторон противоположная сторона *образует* боковую поверхность цилиндра.

126. Как велика поверхность круглой печки, высота которой 1,75 м., диаметр 0,52 м. ($\pi = 3,14$). *Отв.* 2,86 кв. м.

127. Вычислить полную поверхность цилиндра, у которого радиус основания 15 см., образующая 70 см. ($\pi = 3,142$). *Отв.* 0,8 кв. м.

128. Радиус основания цилиндра R, образующая L. Выразить полную поверхность S цилиндра. *Отв.* $S = 2\pi RL + 2\pi R^2$.

129. Какую фигуру изображает боковая поверхность конуса, развернутая на плоскости? Сравнить дугу этого сектора с окружностью основания конуса и радиус сектора с образующей *) конуса. Как найти боковую поверхность S_1 конуса, зная длину C окружности основания и образующую L? (№ 122). *Отв.* $S_1 = C \cdot \frac{L}{2}$

130. Радиус основания конуса R, образующая L. Выразить боковую поверхность S_1 через радиус основания и образующую. *Отв.* $S_1 = 2\pi R \cdot \frac{L}{2} = \pi RL$.

131. Палатка имеет вид конуса, у которого радиус основания 3 ар., образующая 5 ар. Сколько аршин полотна потребовалось на эту палатку, если ширина полотна $\frac{3}{4}$ ар., и 5% пошло на швы? *Отв.* 66 ар.

132. Вычислить полную поверхность конуса, у которого радиус основания 7 см., образующая 9,4 см. ($\pi = \frac{22}{7}$).

Отв. 361 кв. ар.

133. Радиус основания конуса R, образующая L. Выразить полную поверхность S конуса через R и L. *Отв.* $S = \pi RL + \pi R^2$.

134. Поверхность шара в 4 раза больше площади *большого круга*, т. е. круга, плоскость которого проходит через центр шара. Радиус шара R. Как выразится поверхность S шара? *Отв.* $S = 4\pi R^2$.

135. Радиус земного шара равен 6000 верс. (приблизит.). Как велика поверхность земного шара? *Отв.* 450 мил. кв. вс.

*) *Образующая* конуса есть прямая, идущая по его боковой поверхности от вершины до основания. Это название происходит от того, что при вращении прямоугольного треугольника около одного из катетов гипотенуза *обращает* боковую поверхность конуса.

О Б ' Е М Ы.

§ 12. Призма и цилиндр.

- 136.** Вычислить об'ем куба, у которого ребро равно 1,5 м.
Отв. 3,375 куб. м.
- 137.** Прямая призма, основанием которой служит прямоугольник (такая призма есть *прямоугольный параллелепипед*) имеет длину в 5 см., ширину в 4 см. и высоту в 6 см. Найти об'ем? *Отв.* 120 куб. см.
- 138.** Прямоугольная призма имеет длину a м., ширину b м. и высоту c м. Как выразится ее об'ем V ? (*Отв.* $V=abc$). Как изменится об'ем призмы, если каждое измерение ее (длина, ширина, высота) увеличится или уменьшится в 2 раза, в 3 раза, в 5 раз? *Отв.* Увеличится или уменьшится в 8 раз, в 27 раз, в 125 раз.
- 139.** Дно призматического сосуда имеет площадь в 6 кв. дцм. Сколько литров воды надо налить в этот сосуд, чтобы она стояла на высоте 1 дцм.? 2 дцм.? 3 дцм.? Об'ем литра—1 куб. дцм. *Отв.* 6 литр.; 12 литр.; 18 литр.
- 140.** Как найти об'ем V прямой призмы, зная площадь B основания и высоту H . *Отв.* $V=BH$.
- 141.** Сколько весит чугунная балка, у которой поперечный разрез равен 36 кв. см., а длина 12,8 м.? Куб. сантим. воды весит 1 грамм, чугун тяжеле воды в 7,3 раза.
Отв. 336 килограмм. (приблизит.).
- 142.** Стоимость постройки зданий часто определяется с кубической сажени, при чем берут в расчет высоту здания до крыши. Сколько будет стоить выстроить деревянный дом длиною в 7 саж., шириною в 6 саж. и вышиною в 3 саж., если считать по 45 р. с кубической сажени (с кубика)? *Отв.* 5670 р.
- 143.** Сколько кубич. метров воздуха содержит комната длиною в 8,4 м., шириною в 7,5 м. и вышиною в 3,8 м.? *Отв.* 239,4 куб. м.
- 144.** Сколько учеников могут заниматься в этой комнате (зад. № 143), если на каждого ученика должно приходится, по крайней мере, по 5 куб. м. воздуха? *Отв.* 47.
- 145.** Основание прямой призмы есть правильный шестиугольник, сторона которого равна 78 см., апофема 67,5 см. Высота призмы 2,8 м. Вычислить об'ем призмы? *Отв.* 4,42 куб. м. (приблизит.).

146. Дно цилиндрического сосуда имеет площадь в 1 кв. см. Сколько куб. сантиметров воды надо влить в этот сосуд, чтобы она стояла на высоте 1 см.? 2 см.? 5 см.?

Отв. 1 куб. см.; 2 куб. см.; 5 куб. см.

147. Площадь основания цилиндра равна 150 куб. дм.; высота цилиндра 20 дм. Найти объем цилиндра?

Отв. 3000 куб. дм.

148. Как найти объем V цилиндра, зная площадь S его основания и его высоту H ? *Отв.* $V=SH$.

149. Как найти объем V цилиндра, зная радиус основания R и высоту H ? *Отв.* $V=\pi R^2 H$.

150. В стеклянную цилиндрическую банку налита вода до некоторой высоты. В воду погрузили кусок железа и заметили, что вода поднялась на 2 см. Дно банки имеет в диаметре 20 см. Вычислить объем этого куска железа. ($\pi=3,14$).

Отв. 630 куб. см. (приблизит.).

151. На газовом заводе есть два цилиндрических газохранилища; каждое из них имеет диаметр в 39 м. и высоту в 34,5 м. Сколько килограмм. каменного угля потребуется для того, чтобы наполнить газом оба хранилища, если 100 килограмм. угля дают 30 куб. метров газа? *Отв.* 275000 килограмм.

152. Пожарная труба имеет два одинаковых цилиндра, диаметр которых 16 см. Сколько воды дает эта труба а) при одном качании, если поршень поднимается на 28 см.? б) в час, если каждый цилиндр опорожняется 25 раз в минуту? *Отв.* а) 5600 куб. см. = 5,6 литр.; б) 168 гектолитр. *).

153. Сколько весит бетонная (цементная) труба длиной в 1,5 м., у которой просвет 58 см., а толщина стенок 8 см.? Цемент тяжелее воды в 2,66 раза. *Отв.* 600 килограмм. (приблизит.).

154. Сколько ведер воды дает в час водопровод, труба которого имеет просвет в 21 дм.; скорость течения воды 1 ар. (или 28 дм.) в секунду; вода наполняет трубу только до половины? Объем ведра = 750 куб. дм. *Отв.* 20 тысяч ведер (приблизит.).

155. Чугунный вал, длиной в 2 м., имел в диаметре 52 см. Этот вал обточили так, что диаметр его стал на 2 см. меньше. Чугун тяжелее воды в 7,3 раза. На сколько уменьшился вес вала? *Отв.* на 234 килограмм. (приблиз.).

*) 1 литр = 0,03 ведра (приблиз.).

156. Как изменится объем цилиндра, если 1) радиус увеличится в 2 раза, высота увеличится в 3 раза? 2) радиус увеличится в 3 раза, высота увеличится в 2 раза? 3) радиус увеличится в 2 раза, высота уменьшится в 2 раза? 4) радиус уменьшится в 2 раза, высота увеличится в 2 раза? 5) радиус увеличится в 6 раз, высота уменьшится в 4 раза? *Отв.* 1) увеличится в 12 раз; 2) увеличится в 18 раз; 3) увеличится в 2 раза; 4) уменьшится в 2 раза; 5) увеличится в 9 раз.

157. Для вычисления объема бочки принимают бочку за цилиндр, высота которого равна длине бочки; а диаметр цилиндра определяют так: складывают диаметр дна с удвоенным диаметром в середине (удвоенной глубиной у втулки) и сумму делят на 3. Сколько ведер помещается в бочке, длина которой 2 ар., диаметр дна 22 дюйма, глубина у втулки 1 ар.? *Отв.* 39 вед. (полных).

§ 13. Пирамида, конус; шар.

158. Из толстой бумаги сделать призму и пирамиду с одинаковыми высотами и основаниями (за основание удобно взять квадрат). Наполнять пирамиду песком и пересыпать его в призму. Сколько раз придется пересыпать, чтобы наполнить призму?

159. Как узнать объем V пирамиды, когда известен объем призмы, имеющей такое же основание B и такую же высоту H ? *Отв.* $V = \frac{1}{3} BH$.

160. Основание пирамиды есть прямоугольник со сторонами в 3 ар. и в 2 ар.; высота пирамиды 5 ар. Вычислить объем пирамиды. *Отв.* 10 кв. ар.

161. Сколько весит чугунная пирамида высотой в 47 см., если основание ее есть правильный шестигульник, сторона которого 19 см., апофема 16,4 см.? Чугун тяжелее воды в 7,3 раза. *Отв.* 107 килограмм. (приблиз.).

162. Пирамида из гранита имеет основанием квадрат, сторона которого 6 м.; высота пирамиды 4 м.; высота боковой грани (апофема пирамиды) 5 м. Вычислить 1) боковую поверхность; 2) полную поверхность; 3) объем; 4) вес (гранит тяжелее воды в 2,8 раза). *Отв.* 1) 60 кв. м.; 2) 96 кв. м.; 3) 48 кв. м.; 4) 134400 килограмм.

163. Как узнать объем конуса, когда известен объем цилиндра, имеющего такое же основание и такую же высоту? См. №№ 158 и 159.

164. Радиус основания конуса R , высота конуса H . Как выразится объем V ? *Отв.* $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$.

165. Сколько весит гранит, обделанный в форме конуса, диаметр которого 0,24 м., высота 0,96 м.? (см. № 162). *Отв.* 40½ килограмм. (приблиз.).

166. Как изменится объем конуса, если 1) радиус основания увеличить, а высоту уменьшить в 4 раза? 2) если радиус уменьшить в 3 раза, а высоту увеличить в 2 раза?

Отв. 1) увеличится в 4 раза; 2) уменьшится в 4½ раза.

167. Чтобы найти объем V шара, надо его поверхность S умножить на $\frac{1}{3}$ радиуса R : $V = S \cdot \frac{1}{3} R$. Как выразится объем шара через радиус? (№ 134). *Отв.* $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

168. Вычислить объем шара, диаметр которого 9 см. Потом вычислить вес, если шар 1) свинцовый, 2) железный, 3) пробковый. Свинец тяжелее воды в 11 раз, железо в 7 раз; пробка легче воды в 4 раза. *Отв.* 1) 4 килограмм.; 2) 2,7 килограмм.; 3) 0,1 килограмм.

169. Как изменится объем шара, если радиус увеличить или уменьшить в 2 раза? в 3 раза? *Отв.* Увеличится или уменьшится в 8 раз, в 27 раз.

§ 14. Зависимость между сторонами прямоугольного треугольника.

170. BAC — равнобедренный прямоугольный треугольник (рис. 1). На гипотенузе его BC построен квадрат $BMNC$, на катетах AB и AC построены квадраты $ABED$ и $ACGF$. Сравнить квадрат, построенный на гипотенузе, с суммой квадратов, построенных на катетах.

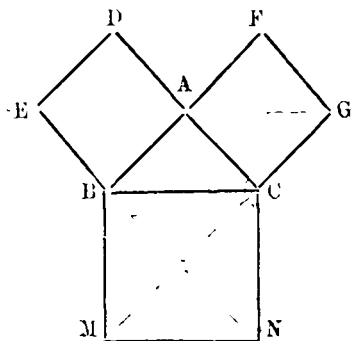


Рис. 1.

171. ABC — какой-нибудь прямоугольный треугольник (рис. 2). На его гипотенузе BC построен квадрат $BDEC$. Из вершин D и E опущены перпендикуляры DM и EN на сторону AC и ее продолжение; из вершин B и E опущены перпендикуляры BH и EG на линию DM . Если от квадрата $BDEC$ отрезать треугольники BHD и DGE и приложить

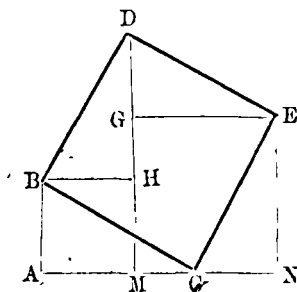


Рис. 2.

их к оставшейся фигуре так, чтобы они заняли положение ABC и CNE, то полученная фигура составит два квадрата ABNM и MGEN. Сравнить стороны этих квадратов с катетами треугольника ABC. Что можно сказать о величине квадрата, построенного на гипотенузе всякого прямоугольного треугольника, сравнительно с квадратами, построенными на катетах?

172. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна a , один катет b , другой c . Как выразятся площади квадратов, построенных на a , b и c ? *Отв.* a^2 , b^2 , c^2 .

173. Какая существует зависимость между сторонами прямоугольного треугольника? *Отв.* Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов: $a^2 = b^2 + c^2$.

174. Вычислить гипотенузу, если катеты равны 9 см. и 12 см.

Реш. $9^2 = 81$; $12^2 = 144$; $81 + 144 = 225$; $\sqrt{225} = 15$. $\sqrt{225}$, т. е. корень квадратный из 225, означает число, которое, будучи помножено само на себя, дает 225. Найти (извлечь) квадратный корень бывает иногда возможно так: разложить число на первоначальных множителей ($225 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$) и каждого множителя взять вдвое меньшее число раз ($3 \cdot 5 = 15$).

175 Гипотенуза треугольника равна 13 фут., один из катетов 5 фут. Найти другой катет. *Отв.* 12 фут.

176. Вычислить:

	катет	катет	гипотенуза
1)	8	15	?
2)	7	24	?
3)	20	?	29
4)	?	12	37

Отв. 1) 17; 2) 25; 3) 21; 4) 35.

177. Чтобы на открытой местности восстановить перпендикуляр к прямой линии из какой-нибудь ее точки А, отмериваем по прямой от точки А 3 сажени. В точке А укрепляем начало рулетки (рулетка имеет длину 10 сажени), а в конце отложенных 3-х сажени укрепляем конец 9-ой сажени рулетки. Берем рулетку за конец ее 4-ой сажени и вытягиваем. Какой получился треугольник? Почему он прямоугольный?

178. Вычислить диагональ прямоугольника, у которого стороны 9 ар. и 40 ар. *Отв.* 41 ар.

179. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 53 см., основание 56 см. Найти высоту. *Отв.* 45 см.

180. Диагонали ромба равны: одна 126 м., другая 32 м. Найти сторону ромба. *Отв.* 65 м.

181. Чтобы найти объем конической кучи песка, перекинули через ее вершину рулетку и этим узнали длину двух образующих; она оказалась 10 саж.: затем измерили окружность основания; в ней оказалось 25, 12 сажени. Как велик объем кучи? ($\pi = 3,14$). *Отв.* 50 куб. сж.

§ 15. Сведения по тригонометрии.

182. На одной из сторон угла A взята гденибудь точка M , и из нее опущен перпендикуляр MP на другую сторону (рис. 3). В прямоугольном треугольнике AMP сторона MP есть катет, *противолежащий* углу A , сторона AP есть катет, *прилежащий* к углу A .

Отношение $\frac{MP}{AM}$ противолежащего катета к гипотенузе есть синус угла A — $\sin A$. Гипотенуза треугольника равна 5 см., катеты равны 3 см. и 4 см. Чему равен синус угла A , лежащего против меньшего катета?

Отв. $\sin A = \frac{3}{5} = 0,6$.

183. Отношение $\frac{AP}{AM}$ прилежащего катета к гипотенузе есть косинус угла A — $\cos A$. Как велик косинус того же угла A (№ 182). *Отв.* $\cos A = \frac{4}{5} = 0,8$.

184. Отношение $\frac{MP}{AP}$ противолежащего катета к прилежащему катету есть тангенс угла A — $\operatorname{tg} A$. Как велик тангенс того же угла A ? *Отв.* $\operatorname{tg} A = \frac{3}{4} = 0,75$.

185. Отношение $\frac{AP}{MP}$ прилежащего катета к противолежащему катету есть котангенс угла A — $\operatorname{cotg} A$. Чему равен котангенс того же угла A ? *Отв.* $\operatorname{cotg} A = \frac{4}{3} = 1,3$.

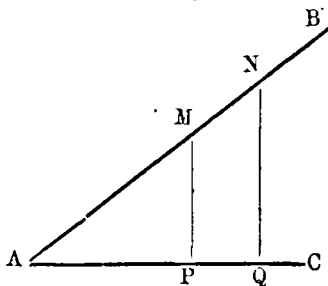


Рис. 3.

186. Найти синус, косинус, тангенс и котангенс другого острого угла в том же прямоугольном треугольнике (№ 182). *Отв.* $\sin M = \frac{4}{5} = 0,8$; $\cos M = \frac{3}{5} = 0,6$; $\operatorname{tg} M = \frac{4}{3} = 1,3$; $\operatorname{cotg} M = \frac{3}{4} = 0,75$.

187. Чему равна сумма обоих острых углов прямоугольного треугольника? Такие углы называются *дополнительными*. Почему? Один из острых углов прямоугольного треугольника содержит 1) 30° , 2) 17° , 3) 48° , 4) 65° , 5) 45° . Сколько градусов содержит другой острый угол? *Отв.* 1) 60° , 2) 73° , 3) 42° , 4) 25° , 5) 45° .

188. $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$. Как велик $\cos 60^\circ$? $\cos 25^\circ = 0,906$. Чему равен $\sin 65^\circ$? $\operatorname{Tg} 20^\circ = 0,364$. Как велик $\operatorname{cotg} 70^\circ$? $\operatorname{Cotg} 35^\circ = 1,428$. Чему равен $\operatorname{tg} 55^\circ$?

189. Из двух каких-нибудь точек M и N, лежащих на стороне угла A, опущены перпендикуляры на другую его сторону (рис. 3). Если взять треугольник AMP, то отношения каких линий будут синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом угла A? Если взять треугольник ANQ, то отношения каких линий будут синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом того же угла A? Изменились ли синус, косинус, тангенс и котангенс угла A? Синус, косинус, тангенс и котангенс зависят ли от длины сторон угла A от величины угла?

Синус, косинус, тангенс и котангенс называются *тригонометрическими функциями* угла.

Т А Б Л И Ц А
тригонометрических функций.

0	sin	tg	cotg	cos	0
0	0,000	0,000	—	1,000	90
1	0,017	0,017	57,290	1,000	89
2	0,035	0,035	28,636	0,999	88
3	0,052	0,052	19,081	0,999	87
4	0,070	0,070	14,301	0,998	86
5	0,087	0,087	11,430	0,996	85
6	0,105	0,105	9,514	0,995	84
7	0,122	0,123	8,144	0,993	83
8	0,139	0,141	7,115	0,990	82
9	0,156	0,158	6,314	0,988	81
0	cos	cotg	tg	sin	0

o	sin	tg	cotg	cos	o
10	0.174	0.176	5.671	0.985	80
11	0.191	0.194	5.145	0.982	79
12	0.208	0.213	4.705	0.978	78
13	0.225	0.231	4.331	0.974	77
14	0.242	0.249	4.011	0.970	76
15	0.259	0.268	3.732	0.966	75
16	0.276	0.287	3.487	0.961	74
17	0.292	0.306	3.271	0.956	73
18	0.309	0.325	3.078	0.951	72
19	0.326	0.344	2.904	0.946	71
20	0.342	0.364	2.747	0.940	70
21	0.358	0.384	2.605	0.934	69
22	0.375	0.404	2.475	0.927	68
23	0.391	0.424	2.356	0.921	67
24	0.407	0.445	2.246	0.914	66
25	0.423	0.466	2.145	0.906	65
26	0.438	0.488	2.050	0.899	64
27	0.454	0.510	1.963	0.891	63
28	0.469	0.532	1.881	0.883	62
29	0.485	0.554	1.804	0.875	61
30	0.500	0.577	1.732	0.866	60
31	0.515	0.601	1.664	0.857	59
32	0.530	0.625	1.600	0.848	58
33	0.545	0.649	1.540	0.839	57
34	0.559	0.675	1.483	0.829	56
35	0.574	0.700	1.428	0.819	55
36	0.588	0.727	1.376	0.809	54
37	0.602	0.754	1.327	0.799	53
38	0.616	0.781	1.280	0.788	52
39	0.629	0.810	1.235	0.777	51
40	0.643	0.839	1.192	0.766	50
41	0.656	0.869	1.150	0.755	49
42	0.669	0.900	1.111	0.743	48
43	0.682	0.933	1.072	0.731	47
44	0.695	0.966	1.036	0.719	46
45	0.707	1.000	1.000	0.707	45
o	cos	cotg	tg	sin	o

190. Найти по таблице: 1) $\sin 15^\circ$; 2) $\sin 62^\circ$; 3) $\cos 18^\circ$; 4) $\cos 60^\circ$; 5) $\operatorname{tg} 39^\circ$; 6) $\operatorname{tg} 56^\circ$; 7) $\operatorname{cotg} 40^\circ$; 8) $\operatorname{cotg} 65^\circ$.
Отв. 1) 0,259; 2) 0,883; 3) 0,951; 4) 0,500; 5) 0,810; 6) 1,483; 7) 1,192; 8) 0,466.

Отношение катета a к гипотенузе c есть синус угла A , лежащего против катета a : $\frac{a}{c} = \sin A$. Отсюда $a = c \cdot \sin A$, т. е. катет равен гипотенузе, умноженной на синус противолежащего угла. Отношение катета a к гипотенузе c есть косинус другого острого угла B , для которого a есть прилежащий катет: $\frac{a}{c} = \cos B$. Отсюда $a = c \cdot \cos B$, т. е. катет равен гипотенузе, умноженной на косинус прилежащего угла.

Катет равен гипотенузе, умноженной на синус противолежащего или на косинус прилежащего угла.

191. Неравнопокатая двухскатная крыша образует у конька прямой угол; один скат наклонен к горизонтальной плоскости под углом 65° . Основание крыши (гипотенуза треугольника) равно 5 м. Какой угол образует с горизонтальной плоскостью другой скат, и чему равна длина каждого ската? *Отв.* 25° ; 2 м. 12 см., 4 м. 53 см.

192. Для изображения на плане линии, наклонной к горизонту, находят горизонтальную проекцию этой линии и изображают эту проекцию в избранном масштабе.

Измерили длину улицы; оказалось 725 саж. Определили, при помощи угломерного прибора, угол подъема, т. е. угол, составляемый направлением улицы с горизонтальной линией; этот угол равен 10° . Вычислить длину горизонтальной проекции улицы. Какой длиной будет изображена эта улица на плане в масштабе 100 саж. в дюйме? *Отв.* 739 саж.; 7,4 дюйма.

Отношение катета a к катету b есть тангенс угла A , лежащего против катета a ; $\frac{a}{b} = \operatorname{tg} A$. Отсюда $a = b \cdot \operatorname{tg} A$, т. е. катет равен другому катету, умноженному на тангенс противолежащего угла. Отношение катета a к другому катету b есть котангенс другого острого угла B , для которого a есть прилежащий катет: $\frac{a}{b} = \operatorname{cotg} B$. Отсюда $a = b \cdot \operatorname{cotg} B$, т. е. катет равен другому катету, умноженному на котангенс прилежащего угла.

Катет равен другому катету, умноженному на тангенс противолежащего или на котангенс прилежащего угла.

193. Чтобы измерить высоту предмета, напр. башни, отмерили от ее основания горизонтальную прямую в 15 саж.:

в конце ее поставили угломерный прибор, высота которого 4 фута. Луч зрения, направленный на вершину башни, составляет угол в 40° с горизонтальным направлением. Найти высоту башни. *Отв.* 13,2 саж. (приблиз).

194. Односкатная крыша, покрывающая строение шириною в 5 м., должна иметь наклон в 15° . На сколько одна стена должна быть выше другой, и чему равна длина ската? *Отв.* 1,34 м.; 5,18 м.

195. Железнодорожная насыпь, высотой в 7 м., должна иметь ширину поверху 5,5 м. Угол откоса 42° . Найти основание насыпи. *Отв.* 21,06 м.

196. Прямая тропинка, пролегающая по скату холма до вершины, имеет длину 200 м. Высота холма 45 м. Найти угол под'ема тропинки *Отв.* 13° .

197. Вертикальный шест, укрепленный на горизонтальной плоскости (гномон), имеет высоту 1,5 м. Он отбрасывает тень длиной в 2,4 м. Найти высоту солнца, т. е. угол, составляемый солнечными лучами с горизонтальной плоскостью. *Отв.* 32° .

Отдел III. Задачи по алгебре.

§ 16. Положительные и отрицательные числа.

198. Ртуть в термометре стоит выше нуля на 5, 8, 12 делений. Какова температура? *Отв.* $+5^\circ$; $+8^\circ$; $+12^\circ$.

199. Ртуть в термометре стоит ниже нуля на 3, 6, 10 делений. Какова температура? *Отв.* -3° ; -6° ; -10° .

200. В течение некоторого времени наблюдали прибывь и убыль воды в реке сравнительно с обычным средним уровнем. Каким знаком надо отметить прибывь? каким убыль? Как построить график: в каком направлении надо откладывать прибывь и убыль?

201. Термометр показывал $+5^\circ$. Потом ртуть поднялась на 2° . Сколько теперь показывает термометр? *Отв.* $+5^\circ + 2^\circ = +7^\circ$.

202. Термометр показывал -7° . Потом ртуть опустилась на 3° . Сколько стал показывать термометр? *Отв.* $-7^\circ - 3^\circ = -10^\circ$.

203. Вычислить. 1) $8 + 4$; 2) $12 + 6 + 3$.

204. Вычислить: 1) $— 6 — 5$; 2) $— 4 — 9 — 1$. *Отв.* 1) $— 11$; 2) $— 14$.

205. Термометр показывал $+ 1^\circ$, потом ртуть опустилась на 1° . Сколько стал показывать термометр? *Отв.* $+ 1^\circ — 1^\circ = 0^\circ$.

206. Термометр показывал $— 1^\circ$, потом ртуть поднялась на 1° . Сколько стал показывать термометр? *Отв.* $1^\circ + 1^\circ = 0^\circ$.

207. Термометр показывал $+ 3^\circ$, потом ртуть опустилась на 3° . Сколько показывает термометр? *Отв.* $+ 3^\circ — 3^\circ = 0^\circ$.

208. Термометр показывал $— 2^\circ$, потом ртуть поднялась на 2° . Сколько показывает термометр? *Отв.* $— 2^\circ + 2^\circ = 0^\circ$.

209. Термометр показывал $+ 12^\circ$. Потом ртуть опустилась на 3° . Сколько стал показывать термометр? *Отв.* $+ 12^\circ — 3^\circ = + 9^\circ$.

210. Термометр показывал $+ 2^\circ$. Потом ртуть опустилась на 5° . Сколько стал показывать термометр? *Отв.* $+ 2^\circ — 5^\circ = — 3^\circ$.

211. Термометр показывал $— 10^\circ$. Потом ртуть поднялась на 3° . Сколько показывает термометр? *Отв.* $— 10^\circ + 3^\circ = — 7^\circ$.

212. Термометр показывал $— 4^\circ$. Потом ртуть поднялась на 7° . Сколько показывает термометр? *Отв.* $— 4^\circ + 7^\circ = + 3^\circ$.

213. Вычислить: 1) $15 — 8$; 2) $12 — 20$; 3) $— 9 + 6$; 4) $5 + 11$. *Отв.* 2) $— 8$; 3) $— 3$; 4) $+ 6$.

214. Выражение $10 — 15 + 3 — 8 + 12$ вычислить двояко: 1) в том порядке, в каком написаны числа; 2) найти отдельно сумму положительных и сумму отрицательных чисел. *Отв.* $+ 2$.

215. Когда термометр поднимается, тогда к прежнему показанию надо прибавить число, показывающее, на сколько градусов поднялся термометр. Термометр показывал 1) $+ 2^\circ$; 2) $— 4^\circ$; 3) $— 8^\circ$. Потом ртуть поднялась на $+ 5^\circ$. Сколько стал показывать термометр? *Отв.* 1) $+ 2 + (+ 5) = + 2 + 5 = 7$; 2) $— 4 + (+ 5) = — 4 + 5 = 1$; 3) $— 8 + (+ 5) = — 8 + 5 = — 3$.

216. Как прибавить положительное число? *Отв.* Надо прибавить его абсолютную величину.

217. Сделать сложения: 1) $8 + (+ 3)$; 2) $— 10 + (+ 7)$; 3) $— 4 + (+ 9)$. *Отв.* 1) $8 + 3 = 11$; 2) $— 10 + 7 = — 3$; 3) $— 4 + 9 = 5$.

218. Что значит выражение: термометр поднялся на -2° ? *Отв.* Опустился на 2° .

219. Термометр поднялся на -2° . Какое действие надо сделать, чтобы узнать новое показание? *Отв.* Так как термометр *поднялся*, то к прежнему показанию надо *прибавить* -2° . Это все равно, что из прежнего показания вычесть 2° .

220. Как прибавить отрицательное число? *Отв.* Вычесть его абсолютную величину.

221. Сделать сложения: 1) $10 + (-3)$; 2) $12 + (-15)$; 3) $8 + (-2)$. *Отв.* 1) $10 - 3 = 7$; 2) $12 - 15 = -3$; 3) $-8 - 2 = -10$.

222. Когда термометр *опускается*, тогда из прежнего показания надо *вычесть* число, показывающее, на сколько градусов опустился термометр. Термометр показывал 1) $+11^\circ$; 2) $+3^\circ$; 3) -2° . Потом ртуть опустилась на $+5^\circ$. Сколько градусов стал показывать термометр? *Ответ.* 1) $+11 - (+5) = +11 - 5 = 6$; 2) $3 - (+5) = 3 - 5 = -2$; 3) $-2 - (+5) = -2 - 5 = -7$.

223. Как вычесть положительное число? *Отв.* Вычесть его абсолютную величину.

224. Сделать вычитания: 1) $12 - (+3)$; 2) $10 - (+15)$; 3) $-7 - (+3)$. *Отв.* 1) $12 - 3 = 9$; 2) $10 - 15 = -5$; 3) $-7 - 3 = -10$.

225. Что означают выражения: 1) $\uparrow 100$ р. прибыли? 2) -15 р. выигрыша? 3) часы бегут вперед на -3 минуты? 4) отстают на -5 минут? 5) термометр опустился на -5° ?

226. Термометр опустился на -2° . Какое действие надо сделать, чтобы узнать новое показание? *Отв.* Так как термометр *опустился*, то из прежнего показания надо *вычесть* -2° . Это все равно, что к прежнему показанию прибавить 2° .

227. Термометр показывал 1) 2° ; 2) -3° ; 3) -8° . Потом ртуть опустилась на 5° . Сколько стал показывать термометр? *Отв.* 1) $2 - (-5) = 2 + 5 = 7$; 2) $3 - (-5) = 3 + 5 = 8$; 3) $-8 - (-5) = -8 + 5 = -3$.

228. Как вычесть отрицательное число? *Отв.* Прибавить его абсолютную величину.

229. Сделать вычитания: 1) $18 - (-12)$; 2) $-11 - (-20)$; 3) $15 - (-14)$. *Отв.* 1) $18 + 12 = 30$; 2) $-11 + 20 = 9$; 3) $-15 + 14 = -1$.

230. Кусок меди весит в воздухе 18 фунтов. Сколько

теряет он в весе, будучи погружен в воду? Сколько весит он в воде? Удельный вес меди = 9. *Отв.* 2 фун.; 16 фун.*).

231. Сосновый брусок весом в 30 фун. погружен в воду. Удельный вес = $1\frac{1}{2}$. Сколько весит брусок в воде? *Отв.* Вес вытесненной воды 60 фун.; вес бруска в воде 30 фун.—60 фун.= — 30 фун. Отрицательный вес означает силу, направленную снизу вверх. Под действием этой силы погруженный в воду брусок, если его пустить, будет подниматься вверх до тех пор, пока вес бруска сравняется с весом вытесненной воды. Брусок будет плавать, погруженный в воду на $\frac{1}{2}$ своей высоты.

232. Как найти удельный вес тела? *Отв.* Надо взвесить тело в воздухе и в воде, и один вес разделить на другой.

233. Чтобы найти удельный вес пробки, к куску пробки, весом в 4 грамма, прикрепили кусок свинцу в 69 грамм и это составное тело взвесили в воде. В нем оказалось весу 51 грамм. Удельный вес свинца 11,5. Найти удельный вес пробки.

Реш. Свинец теряет в воде $\frac{1}{11,5} = \frac{2}{23}$ своего веса; 69 граммов потеряют 6 грам. и будут весить 63 грамма. Так как свинец и пробка вместе весят в воде 51 грамм, то пробка весит в воде $51 - 63 = -12$ грам. Вес пробки в воздухе 4 грамма, в воде — 12 грам.; след. потеря в весе будет $4 - (-12) = 16$ грам. Столько весит вода, вытесненная пробкой. Удельный вес пробки будет $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.

234. Произведение двух положительных чисел и произведение двух отрицательных чисел, т. е. произведение чисел, имеющих одинаковые знаки, считается положительным. Сделать умножения: 1) $25 \cdot 4$; 2) $(-48) \cdot (-3)$; 3) $36 \cdot \frac{2}{3}$; 4) $(-2^5) \cdot (-1^2)$; 5) $(-0,75) \cdot (-0,4)$.

Отв. 2) 144; 4) $3^7/4$; 5) 0,3.

235. Произведение двух чисел, имеющих разные знаки, считается отрицательным. Сделать умножения: 1) $35 \cdot (-2)$; 2) $(-28) \cdot 3$; 3) $18 \cdot (-5^2)$; 4) $(-2,5) \cdot (-1,2)$. *Отв.* 1) —70; 2) —84; 3) —102; 4) —3.

236. Когда делимое и делитель имеют одинаковые знаки, тогда частное считается положительным. Сделать деле-

) При погружении в жидкость тело теряет в своем весе столько, сколько весит вытесненная им жидкость.

Удельный вес тела есть число, показывающее, во сколько раз тело весит больше или меньше, чем вода в таком же объеме, т. е. вода, вытесняемая телом при погружении в нее.

ния: 1) $48:3$; 2) $(-56):(-28)$; 3) $36:1^4$; 4) $(-9):(-0,18)$.

Отв. 2) 2; 4) 5.

237. Когда делимое и делитель имеют разные знаки, тогда частное считается отрицательным. Сделать деления:

1) $(-100):10$; 2) $96:(-16)$; 3) $(-26^4):3^4$; 4) $30:(-3,75)$.

Отв. 1)—10; 2) 6; 3)—7; 4) 8.

§ 17. Четыре действия над алгебраическими суммами.

238. Выражение $a-b-c+d$ написать в виде алгебраической суммы. *Отв.* $a+(b)+(c)+d$.

239. Чем отличается алгебраическая сумма от арифметической суммы? *Отв.* В арифметической сумме все слагаемые положительны, в алгебраической сумме слагаемые могут быть и положительными и отрицательными.

240. В алгебраической сумме $10-7+5-2$ сделать различные перестановки членов, всякий раз вычисляя сумму.

241. Как прибавить к какому-нибудь числу арифметическую сумму, напр. к 8-ми прибавить 37 (т. е. сумму $30+7$)? *Отв.* Прибавить одно за другим все слагаемые.

242. Вычислить $7+(3+5+8)$. Сначала раскрыть скобки, потом сделать вычисление. Для проверки вычислить сумму, стоящую в скобках, и прибавить ее к 7-ми.

243. Как сложить две арифметические суммы, например $524(500+20+4)$ и $75(70+5)$? Вычислить $(3+2+7)+(4+9+5)$. Сначала раскрыть скобки, потом сделать вычисление. Как сделать проверку?

244. Как прибавить алгебраическую сумму? *Отв.* Так же, как и арифметическую, соблюдая правила прибавления положительных и отрицательных чисел. (№№ 216 и 220).

245. В следующих примерах сначала раскрыть скобки, потом произвести вычисления; сделать проверку: 1) $25+(12-10-5+6)$; 2) $(3-8+1)+(-4+6-10)$. *Отв.* 1) 28; 2) -12.

246. Раскрыть скобки: 1) $m+(a-b-c+d)$; 2) $(a-b+c)+(-m+n)$. *Отв.* 1) $m+a-b-c+d$; 2) $a-b+c-m+n$.

247. Как вычесть арифметическую сумму, напр., как вычесть число 37, т. е. сумму $30+7$? *Отв.* Вычитать одно за другим все слагаемые.

248. Сделать вычисления: 1) $20-(8+3+5)$; 2) $(15+3+2)-(20+8+5)$. Сначала раскрыть скобки, потом вычислять. Сделать проверку. *Отв.* 1) 4; 2) -13.

249. Как вычесть алгебраическую сумму? *Отв.* Так же, как арифметическую, соблюдая правила вычитания положительных и отрицательных чисел (№№ 223 и 228).

250. Вычислить: 1) $10 (8 \ 3+2 \ 4)$; 2) $(5+33 - 10) - (-4 -5+3 -6)$. Сначала раскрыть скобки, потом вычислять. (Сделать проверку. *Отв.* 1) 7; 2) -40.

251. Раскрыть скобки: 1) $m (a \ b \ c)$; 2) $(a+b \ c) (-m -n+p)$. *Отв.* 1) $m \ a+b+c$; 2) $a+b \ c+m+n \ p$.

252. Как умножить арифметическую сумму на какое-нибудь число, напр., как умножить 54, т. е. сумму $50+4$, на 3? *Отв.* Умножить отдельно каждое слагаемое.

253. Вычислить: 1) $(5+8+7) \cdot 3$; 2) $(9+11) \cdot 2$. Раскрыть скобки, т. е. сначала сделать умножения. Проверить: сделать сначала сложения. *Отв.* 1) 60; 2) 40.

254. Как умножить алгебраическую сумму на какое-нибудь число? *Отв.* Так же, как и арифметическую, соблюдая правила умножения положительных и отрицательных чисел. (№№ 234 и 235).

255. Вычислить: 1) $(12 \ 5 \ 2) \cdot 4$; 2) $(20 \ 15 \ 12) \cdot (-3)$; 3) $(16+3 -17) \cdot (-5)$; 4) $(11 \ 20+6) \cdot 7$. Сначала раскрыть скобки. Для проверки сделать вычисления в обратном порядке. *Отв.* 1) 20; 2) 21; 3) 10; 4) 21.

256. Раскрыть скобки: 1) $(a \ b+c) \cdot m$; 2) $(a \ b+c) \cdot (-m)$. *Отв.* 1) $am \ bm+cm$; 2) $-am-bm-cm$.

257. Раскрыть скобки: 1) $s+(a^2 \ b \ c) \cdot m$; 2) $s \cdot (a -b -c) \cdot m$. *Отв.* 1) $s+am -bm \ cm$; 2) $s \cdot -am+bm+cm$.

258. Вычислить: 1) $40+(5 -7+6) \cdot 5$; 2) $6^2 \cdot (8+2 \cdot 5) \cdot 3$. (Сначала раскрыть скобки, т. е. сделать умножения; а потом сложения и вычитания. *Отв.* 1) 60; 2) 100.

259. Как умножить какое-нибудь число на арифметическую сумму, напр. 8 умножить на 23, т. е. на сумму $20+3$? *Отв.* Умножить на каждое слагаемое.

260. Вычислить: 1) $5 \cdot (2+7+4)$; 2) $4 \cdot (3+5+6)$. Сначала раскрыть скобки, т. е. сделать умножения. *Отв.* 1) 65; 2) -56.

261. Как умножить число на алгебраическую сумму? *Отв.* Так же, как и на арифметическую, соблюдая правило знаков.

262. Вычислить: 1) $9 \cdot (11 - 5 - 2)$; 2) $-7 \cdot (5 - 2 - 8)$; 3) $8 \cdot (10 \ 12)$; 4) $-6 \cdot (11 - 8)$. Сначала раскрыть скобки, т. е. сделать умножения. Для проверки произвести действия в обратном порядке. *Отв.* 1) 36; 2) 35; 3) 16; 4) -18.

263. Раскрыть скобки: 1) $a(m+n-p)$; 2) $a(m+n-p)$.
Отв. 1) $am+an-ap$; 2) $am-an+ap$.

264. Раскрыть скобки: 1) $s+m(a-b+c)$; 2) $s-m(a-b+c)$.
Отв. 1) $s+ma-mb+mc$; 2) $s-ma+mb-mc$.

265. Вычислить: 1) $24+8 \cdot (4-5+3)$; 2) $29-7 \cdot (2+4-5)$.
 (Сначала раскрыть скобки, т. е. сделать умножения; а потом сложения и вычитания. *Отв.* 1) 40; 2) 50.

266. Как умножить арифметическую сумму на арифметическую сумму, напр. как умножить число 327 (т. е. сумму $300+20+7$) на число 48 (т. е. на сумму $40+8$)? *Отв.* Все слагаемые одной суммы умножить на каждое слагаемое другой суммы.

267. Вычислить: $(3+5+7) \cdot (6+8)$. Раскрыть скобки, т. е. сначала сделать умножения; а потом сложения. Для проверки сделать вычисления в обратном порядке. *Отв.* $18+30+42+24+40+56=210$.

268. Как умножить алгебраическую сумму на алгебраическую сумму? *Отв.* Так же, как арифметическую на арифметическую, соблюдая правила знаков.

269. Вычислить: 1) $(15-8) \cdot (10-6)$; 2) $(13-20) \cdot (8-10)$; 3) $(-8+2) \cdot (15-9)$; 4) $(11-6) \cdot (17-20)$. Сначала раскрыть скобки, т. е. сделать умножения. Для проверки сделать вычисления в обратном порядке. *Отв.* 1) 28; 2) 14; 3) -36; 4) -15.

270. Раскрыть скобки: $(a-b+c)(m-n)$; 2) $(a-b)(m+n-p)$.
Отв. 1) $am-bm+cm-an+bn-cn$; 2) $am+bn+an-bn-ap+bp$.

271. Как разделить арифметическую сумму на какое-нибудь число, напр. как разделить 48 , т. е. сумму $40+8$, на 2 ? Надо разделить каждое слагаемое.

272. Вычислить $(12+15+21):3$. Раскрыть скобки, т. е. сначала сделать деления; а потом сложения. Проверить вычислением в обратном порядке. *Отв.* 16.

273. Как разделить алгебраическую сумму на какое-нибудь число? *Отв.* Так же, как и арифметическую сумму, соблюдая правила деления положительных и отрицательных чисел. (№№ 236 и 237).

274. Вычислить $(35-28-14+21):7$. Раскрыть скобки, т. е. сначала сделать деления; а потом сложения и вычитания. Проверить вычислением в обратном порядке. *Отв.* 2.

275. Раскрыть скобки: 1) $(am+bm-cm-dm):m$; 2) $(an-bn+cn):(n)$. *Отв.* 1) $a+b-c-d$; 2) $-a+b-c$.

276. Сделать деление и сложение: $s + \frac{am + bm - cm}{m}$.
Отв. $s + a + b - c$.

277. Сделать деление и вычитание: $s - \frac{am + bm - cm}{m}$.
Отв. $s - a - b + c$.

278. В выражении $20 + 45 - 80$ вынести за скобку общего множителя. *Отв.* $5 \cdot (4 + 9 - 16)$.

279. Куплено m пудов муки по a руб. пуд и m пудов по b руб. пуд. Сколько заплачено за всю муку? Решить задачу двумя способами. *Отв.* 1) $am + bm$; 2) $(a + b)m$.

§ 18. Коэффициент. Приведение подобных членов.

280. Написать число, которое состоит из a десятков и b единиц. *Отв.* $10a + b$.

281. Написать число, которое состоит из a сотен, b десятков и c единиц. *Отв.* $100a + 10b + c$.

282. a пудов b фунтов раздробить в фунты.
Отв. $40a + b$.

283. a саж. b ар. раздробить в аршины. *Отв.* $3a + b$.

284. Написать короче при помощи коэффициентов:
 1) $a + a + a + a + a$; 2) $\frac{b}{4} + \frac{b}{4} + \frac{b}{4}$ *Отв.* 1) $5a$; 2) $\frac{3b}{4}$ или $\frac{3}{4}b$.

285. Комната имеет в длину a арш., в ширину b арш. и высоту c арш. Чтобы узнать, сколько обоев потребуется для оклейки этой комнаты, надо найти поверхность всех стен. Определить эту поверхность. (См. № 62). *Отв.* $ac + ac + bc + bc = 2ac + 2bc = 2(a + b)c$. Какая из этих формул удобнее для вычисления? Вычислить по этим формулам поверхность стен комнаты длиной в 10 арш., шириною в 8 арш. и высотой в 4 арш.

286. Сделать приведение: 1) $2a + 5a$; 2) $-6b - 3b$; 3) $8 - 3a$; 4) $9b - 10b$; 5) $-5c + 12c$; 6) $-13d + 8d$. *Отв.* 1) $7a$; 2) $-9b$; 3) $5a$; 4) $-b$; 5) $7c$; 6) $-5d$.

287. Сделать приведение: 1) $3ab + 5ab$; 2) $-6cd - 2cd$; 3) $12mn - 5mn$; 4) $10ab - 11ab$; 5) $-3cd + 4cd$; 6) $-10mn + 3mn$.
Отв. 1) $8ab$; 2) $-8cd$; 3) $7mn$; 4) $-ab$; 5) cd ; 6) $-7mn$.

288. Сделать приведение: $-7ab - 8ab + 2cd - 5cd$.
Отв. $-15ab - 3cd$.

§ 19. Степень.

289. Сторона квадрата равна a . Как выразится его площадь? *Отв.* a^2 .

290. Возвести в квадрат умножением: 1) 3^2 ; 2) 15^2 ;
3) $(-6)^2$; 4) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$; 5) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$; 6) $\left(1\frac{2}{3}\right)^2$. *Отв.* 1) 9; 2) 225;
3) 36; 4) $\frac{9}{16}$; 5) $\frac{1}{4}$; 6) $2\frac{7}{9}$.

291. Возвести в квадрат умножением: 1) $0,1^2$; 2) $1,2^2$;
3) $(-0,4)^2$; 4) $(-2,1)^2$. *Отв.* 1) 0,01; 2) 1,44; 3) 0,16; 4) 4,41.

292. Прямая призма имеет основанием квадрат, сторона которого равна a ; высота призмы равна b . Как выразится объем? *Отв.* a^2b .

293. Ширина прямой призмы равна a , длина вдвое больше, высота b . Выразить объем. *Отв.* $2a^2b$.

294. По выведенной формуле вычислить объем этой призмы, если $a=1,4$ м, $b=0,8$ м. *Отв.* 3,136 куб. м.

295. Ребро куба равно a . Как выразится объем куба? *Отв.* a^3 .

296. Возвести в куб умножением: 1) 2^3 ; 2) $(-3)^3$;
3) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; 4) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$; 5) $\left(1\frac{1}{2}\right)^3$. *Отв.* 1) 8; 2) -27; 3) $\frac{1}{8}$;
4) $-\frac{27}{64}$; 5) $3\frac{3}{8}$.

297. Возвести в куб: 1) $0,1^3$; 2) $(0,2)^3$; 3) $1,5^3$; 4) $(-1,1)^3$.
Отв. 1) 0,001; 2) 0,008; 3) 3,375; 4) -1,331.

298. Высота прямой призмы равна a , ширина вдвое больше высоты, длина вдвое больше ширины. Выразить объем? *Отв.* $8a^3$.

299. Вычислить объем этой призмы по выведенной формуле, если высота $a=1,5$ м. *Отв.* 27 куб. м.

300. Найти числовые значения выражений:

1) $2a+3b$ при $a=4$, $b=5$.

2) $4a^2-3ab+2b^2$ при $a=1$, $b=2$.

3) $2a^3+4a^2b-5ab^2-b^3$ при $a=2$, $b=-1$.

4) $\frac{2a^2b+3ab^2}{5cd^2-2c^2d}$ при $a=3$, $b=4$, $c=1$, $d=2$.

Отв. 1) -7; 2) 18; 3) -9; 4) $13\frac{1}{2}$.

301. Сделать умножения: 1) $a^2 \cdot a$; 2) $m \cdot m^2$; 3) $3a^2b \cdot 2ab^2$;
4) $\frac{1}{2}abc^2 \cdot 6a^2b$. *Отв.* 1) a^3 ; 2) m^3 ; 3) $6a^3b^3$; 4) $3a^3b^2c^2$.

302. Сделать умножение: $(3a^2-2ab+b^2) \cdot 4ab$.
Отв. $12a^3b-8a^2b^2+4ab^3$.

303. Разделить: 1) $a^3 : a$; 2) $m^3 : m^2$; 3) $c^2 : c$; 4) $8a^3b^2 : 2a^2b$; 5) $12a^3b^2c : 3ab^2$. *Отв.* 1) a^2 ; 2) m ; 3) c ; 4) $4ab$; 5) $4a^2c$.

304. Сдѣлать деленіе: $(15a^3 - 12a^2b + 18ab^2) : 3a$.
Отв. $5a^2 - 4ab + 6b^2$.

Станем изображать число a прямолинейным отрезком, имеющим длину a единиц. Тогда a^2 будет изображено площадью квадрата, сторона которого равна a . Произведение ab будет изображено площадью прямоугольника, одна сторона которого a , другая b . Формулу a^3 изобразит куб, ребро которого $= a$. Формулу abc изобразит прямоугольная призма, у которой длина, ширина и высота равны a, b, c .

305. Какое геометрическое значение могут иметь формулы: 1) $3a$; 2) $\frac{2}{3}b$; 3) $2ab$; 4) $4a^2b$; 5) $2ab^2$; 6) $12abc$?

Отв. 1) прямолинейный отрезок длиной $a+a+a=3a$; 2) $\frac{2}{3}$ отрезка, длина которого b ; 3) площадь прямоугольника, у которого одна сторона $2a$, другая b , или a и $2b$; 4) объем прямоугольной призмы, у которой основание есть квадрат со стороной $2a$, высота b , или квадрат со стороной a , высота $4b$; 5) объем прямоугольной призмы, у которой одна грань есть квадрат со стороной b , а перпендикулярное к ней ребро $2a$; 6) объем прямоугольной призмы с ребрами $12a, b$ и c , или $2a, 2b, 3c$, или $3a, 2b, 2c$ и т. д.

306. Посредством умножения возвести в квадрат сумму двух чисел $a+b$. (См. № 268).

Отв. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Квадрат суммы двух чисел равен квадрату первого числа + удвоенное произведение первого на второе + квадрат второго числа.

На рис. 4 эта формула выведена геометрически. ABCD есть квадрат, сторона которого равна $a+b$, и след. он изображает $(a+b)^2$. Этот квадрат, как видно на рис. 4, состоит из квадрата $AFGK = a^2$, из двух равных прямоугольников $FBOG = ab$ и $KGED = ab$ и из квадрата $GOCE = b^2$.

307. По выведенной формуле возвести в квадрат числа: 1) 37; 2) 42; 3) 85. *Отв.* 1) $37^2 = (30+7)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 7 + 7^2 = 1369$; 2) 1764; 3) 7225.

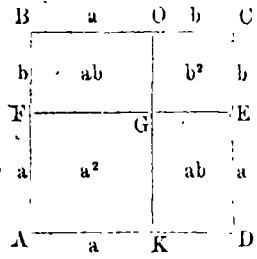


Рис. 4.

308. Посредством умножения возвести в квадрат разность двух чисел a и b .

Отв. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Квадрат разности двух чисел равен квадрату первого числа удвоенное произведение первого на второе + квадрат второго числа.

На рис. 5 эта формула выведена геометрически. ABCD — квадрат, сторона которого равна $a - b$, и след. он изображает $(a - b)^2$. К квадрату MBNP $= a^2$ прибавляется квадрат LKAM $= b^2$. Получается $a^2 + b^2$. От этой фигуры отнимается прямоугольник OCMN $= ab$ и еще прямоугольник LKDO $= ab$. Остается квадрат ABC'D $= (a - b)^2$.

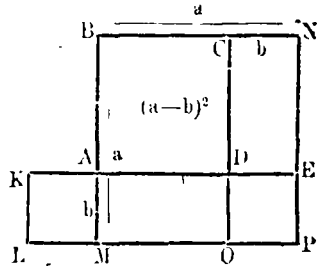


Рис. 5.

309. По выведенной формуле возвести в квадрат число, близкое к круглому, представляя это число в виде разности: 1) 99^2 ; 2) 68^2 ; 3) 57^2 .

Отв. 1) $99^2 = (100 - 1)^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$; 2) 4624 ; 3) 3249 .

310. Умножить сумму двух чисел $a + b$ на разность тех же чисел $a - b$.

Отв. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

Произведение суммы двух чисел на их разность равно разности квадратов этих чисел.

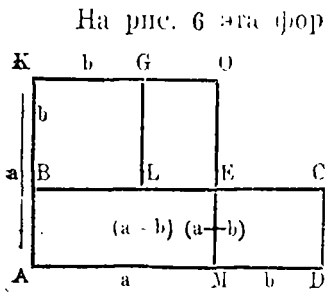


Рис. 6.

ABCD — квадрат, сторона которого $= a$, и след. площадь $= a^2$. Внутри этого квадрата строим квадрат BKGL, сторона которого $= b$, и след. площадь $= b^2$. От квадрата AKOM (a^2) отнимаем квадрат BKGL (b^2). Получается фигура ABLCOM, площадь которой $= a^2 - b^2$. От этой фигуры отнимаем прямоугольник LGOE и ставим его в положение MEC'D. Образуется фигура ABC'D, имеющая

ту же площадь $a^2 - b^2$. Но фигура эта есть прямоугольник, у которого одна сторона $a + b$, другая сторона $a - b$, и след. площадь $(a + b)(a - b)$.

311. По выведенной формуле перемножить два числа, из которых одно немного больше некоторого круглого числа,

а другое на столько же меньше того, круглого числа:
1) $62 \cdot 58$; 2) $81 \cdot 79$; 3) $103 \cdot 97$.

Отв. 1) $62 \cdot 58 = (60+2)(60-2) = 60^2 - 2^2 = 3600 - 4 = 3596$;
2) 6399 ; 3) 9991 .

§ 20. П р о п о р ц и и.

312. Можно ли составить пропорции из отношений
1) $\frac{36}{24}$ и $\frac{9}{6}$? 2) $\frac{3}{15}$ и $\frac{7}{42}$.

313. Сравнить произведение крайних и произведение средних членов в пропорциях: 1) $100 : 8 = 75 : 6$; 2) $\frac{6}{20} = \frac{21}{70}$.

314. Решить пропорции: 1) $57 : 15 = 76 : x$;
2) $x : \frac{2}{3} = 10,2 : \frac{4}{5}$; 3) $4,2 : 7 = x : 10$; 4) $2\frac{1}{3} : x = 7 : \frac{3}{4}$.

Отв. 1) 20; 2) 8,5; 3) 6; 4) $\frac{1}{4}$.

315. Составить все возможные пропорции из равных произведений: 1) $3 \cdot 27 = 18 \cdot 4,5$; 2) $2 \cdot 35 = 7 \cdot 10$; 3) $0,5 \cdot 3 = 6 \cdot 0,25$.

316. Найти четвертое пропорциональное к числам 3,4,6, которое 1) относилось бы к 6, как 3 к 4; 2) относилось бы к 6, как 4 к 3; 3) относилось бы к 3, как 4 к 6; 4) относилось бы к 4, как 6 к 3. *Отв.* 1) $4\frac{1}{2}$; 2) 8; 3) 2; 4) 8.

317. Как называется пропорция, в которой равны между собою средние (или крайние) члены? Как называется каждый из таких равных членов по отношению к неравным?

318. Решить непрерывные пропорции: 1) $9 : x = x : 4$;
2) $x : 144 = 4 : x$. *Отв.* 1) $x = \sqrt{9 \cdot 4} = 6$; 2) $x = \sqrt{144 \cdot 4} = 24$.
(См. № 174).

319. Найти среднее пропорциональное между числами 1) 48 и 108; 2) 15 и 135. *Отв.* 1) 72; 2) 45.

320. Найти среднее арифметическое тех же чисел (§ 2). Сравнить по величине среднее арифметическое и среднее пропорциональное между одними и теми же двумя числами.

321. Две величины называются *прямо пропорциональными*, когда два значения одной величины относятся между собою так же, как соответствующие им значения другой величины. Поезд идет с постоянной скоростью 30 верст

в час. Взять два значения времени (напр. 3 часа и 5 часов), найти соответствующие значения проходимого пути и составить пропорцию. Какими величинами надо назвать путь и время при равномерном движении?

322. Знаменатель каждого из отношений, составляющих пропорцию, называется знаменателем пропорции. Каков знаменатель пропорции 1) $\frac{20}{4} = \frac{15}{3}$? 2) $\frac{12}{36} = \frac{7}{21}$?

Отв. 1) 5; 2) $\frac{1}{3}$.

323. Знаменатель пропорции называется **коэффициентом пропорциональности**. Найти коэффициент пропорциональности в пропорциях 1) $5 : 2 \frac{1}{2} = 6 : 3$; 2) $6 : 9 = 10 : 15$.

Отв. 1) 2; 2) $\frac{2}{3}$.

324. Найти сначала коэффициент пропорциональности k , а потом x : 1) $x : 20 = 6 : 8$; 2) $4 : 10 = 8 : x$. *Ответ:* 1) $k = \frac{3}{4}$; $x = 20 \cdot \frac{3}{4} = 15$; 2) $k = \frac{2}{5}$; $x = 8 \cdot \frac{5}{2} = 20$.

325. Поезд идет со скоростью 40 верст в час. Путь и время пропорциональны. Каков коэффициент пропорциональности? *Отв.* 40.

326. Пуд товара стоит 2 руб. Стоимость товара пропорциональна его количеству. Каков коэффициент пропорциональности? *Отв.* 2.

327. Два числа называются *взаимно обратными*, когда одно из них равно единице, деленной на другое, напр. 2 и $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ и 4, $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{2}$, $2 \frac{1}{2}$ и $\frac{2}{5}$. Найти числа, обратные числам 1) 5; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{3}{4}$; 4) $3 \frac{1}{3}$; 5) 0,1.

328. Два отношения будут взаимно обратны, когда они выражаются взаимно обратными числами, как напр. отношения $4 \frac{1}{2}$ и $\frac{2}{9}$. Найти отношения, обратные отношениям 1) $\frac{3}{5}$; 2) $8 \frac{1}{3}$; 3) 0,75; 4) 1,25. *Отв.* 1) $1 \frac{2}{3}$; 2) $\frac{3}{25}$; 3) $1 \frac{1}{3}$; 4) 0,8

329. Две величины называются *обратно пропорциональными*, когда отношение двух значений одной величины равно обратному отношению соответствующих значений другой величины. Напр. когда площадь прямоугольника не изменяется, тогда длина и ширина его будут величина-

ми обратно пропорциональными. Если длина = 12 арш., ширина 8 арш., то площадь = 96 кв. арш. Если длина будет 24 арш., а площадь остается без перемены, то ширина должна быть 4 арш. Два значения длины — 12 и 24 арш.; соответствующие им значения ширины — 8 и 4 арш.; отношение двух значений длины ($12 : 24 = \frac{1}{2}$) равно обратному отношению соответствующих значений ширины ($8 : 4 = 2$).

Длина прямоугольника увеличивается в 2, 3, 5 раз. Как изменяется ширина, если площадь остается без перемены? *Отв.* Уменьшается в 2, 3, 5 раз.

330. Одну и ту же работу могут сделать или *a* работников в *m* дней, или *b* работников в *n* дней. Из чисел *a*, *b*, *m*, *n* составить пропорцию. *Отв.* $a : b = n : m$.

331. Некоторый путь можно проехать в *a* часов, проезжая в час по *m* верст. Во сколько часов можно проехать тот же путь, проезжая в час по *n* верст? Обозначая искомое через *x*, составить и решить пропорцию.

Отв. $x : a = m : n$; $x = \frac{am}{n}$.

332. Для задач №№ 330 и 331 составить задачи с числовыми данными.

§ 21. Уравнения с одним неизвестным.

333. Как найти одно из двух слагаемых, зная сумму и другое слагаемое? Найти *x*, если 1) $x + 7 = 20$; 2) $11 + x = 15$. *Отв.* 1) $x = 13$; 2) $x = 4$.

334. Как найти уменьшаемое, зная вычитаемое и разность? Найти *x*, если $x - 15 = 45$. *Отв.* $x = 60$.

335. Как найти вычитаемое, зная уменьшаемое и разность? Найти *x*, если $65 - x = 40$. *Отв.* $x = 25$.

336. Как найти множимое, зная произведение и множителя? Найти *x*, если $x \cdot 7 = 35$. *Отв.* $x = 5$.

337. Как найти множителя, зная произведение и множимое? Найти *x*, если $2^3 \cdot x = 66$. *Отв.* $x = 24$.

338. Как найти делимое, зная делителя и частное? Найти *x*, если $x : 1,8 = 15$. *Отв.* $x = 27$.

339. Как найти делителя, зная делимое и частное? Найти *x*, если $0,4 : x = 0,25$. *Отв.* $x = 1,6$.

340. Задумано число (*x*). Умножено на 5. К произведению прибавлено 7. Получилось 22. Найти задуманное число. *Реш.* $x \cdot 5 + 7 = 22$; $x \cdot 5 = 22 - 7 = 15$; $x = 15 : 5 = 3$.

341. Задумано число. Умножено на 8; из произведения вычтено 12; получилось 28. Найти задуманное число. *Отв.* 5.

342. Задумано число. Умножено на 2; произведение вычтено из 20; получилось 6. Найти задуманное число. *Отв.* 7.

343. Задумано число. Умножено на 2^3 ; к произведению прибавлено 7; сумма умножена на 8; получилось 120. Найти задуманное число. *Отв.* 12.

344. Задумано число. Умножено на 1^3 ; из произведения вычтено 17; разность разделена на 6; получилось 3. Найти задуманное число. *Отв.* 20.

345. Задумано число. Умножено на 1^2 ; произведение вычтено из 35; разность умножена на 4; получилось -100. Найти задуманное число. *Отв.* 6.

346. Решить уравнения:

1) $2x + 11 = x + 18.$

2) $10x - 57 = 2x + 7.$

3) $15x + 20 = 7x + 92.$

4) $8x - 41 = 3x - 5.$

5) $11x + 7 = 14x - 10.$

6) $16 + 2x = 76 - 3x.$

7) $45 - 3x = 2x - 5.$

8) $75 - 5x = 42 - 2x.$

9) $15x + 27 - 8x = 43 - 3x + 44.$

10) $7x - 25 - 9x = 60 - x - 95.$

Отв. 1) 7; 2) 8; 3) 9; 4) 7,2; 5) 5^2 ; 3; 6) 12; 7) 10; 8) 11; 9) 6; 10) 10.

347. Решить уравнения:

1) $2(3x - 1) = 28.$

2) $6(2x - 5) = 5(7x - 52).$

3) $7(6x + 11) = 13(34 - 8x).$

4) $5(12x - 4) = 12(9 - 3x).$

5) $5x + 2(x + 7) = 7(12 - 5x) + 14.$

6) $4(3x - 5) + 3(10 - 2x) = 34.$

7) $3(4x - 5) - 5(22 - 6x) = 22.$

8) $10x - 24 + 3(15 - 2x) - 2(7x - 15) = 1.$

9) $6x - 7(62 - 8x) = 0.$

10) $4(3x - 15) - 5(7x - 58) = 0.$

Отв. 1) 5; 2) 10; 3) 2^1 ; 3; 4) 1^1 ; 3; 5) 2; 6) 4; 7) $3^{1/2}$; 8) 5; 9) 7; 10) 10.

348. Решить уравнения.

1) $\frac{x}{3} = 5.$

2) $\frac{2}{3x} = 8.$

3) $\frac{x}{4} + 2 = 10.$

4) $\frac{x}{5} - 1 = 8.$

5) $3,5x - 21,3 = 6,7.$

6) $11,2 - 0,4x = 9,12.$

7) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 25.$

8) $\frac{x}{3} + \frac{3x}{2} - \frac{5x}{4} + 3^1 2 = \frac{2x}{5} + 5,7.$

9) $1^1 3x - 1^1 6x + 1^1 2 = 61^1 2 - 2^2 9x.$

10) $0,1x + 8 + 1,25x = 35,6 - 0,03x.$

11) $\frac{3x - 12}{9} = \frac{50 - 4x}{5}$

12) $\frac{5x + 20}{12} + 4 = \frac{18 - 2x}{3} + 8^1 3.$

13) $\frac{9x + 65}{25} - \frac{145 - 7x}{20} = \frac{3x - 10}{5} - \frac{20 - x}{5}$

14) $\frac{2x - 7}{5} - \frac{2}{3}(x + 4) + 3x = \frac{96 - 4x}{2}.$

15) $8 + \left(\frac{3x - 15}{3} - \frac{55 \cdot 2x}{5} \right) = 7x - \left(9x - \frac{220 - 5x}{2} \right).$

Отв. 1) 15; 2) $1^1 12$; 3) 32; 4) 45; 5) 8; 6) 5,2; 7) 60;
8) 12; 9) 18; 10) 20; 11) 10; 12) 8; 13) 15; 14) 11; 15) 20.

349. Решить уравнения:

1) $x - a + b = c.$

2) $x - a = b - x.$

3) $ax + m = bx + n.$

4) $3a + 5x = 9x - 2b.$

5) $m(x - a) = n.$

6) $(a - 1)x = b - x.$

7) $ax = b - x.$

8) $\frac{x}{a} - \frac{x}{b} = m.$

$$9) \frac{a-x}{b} = \frac{x-b}{a}.$$

$$10) \frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} = \frac{x-a-b}{b} + 2.$$

Отв. 1) $x = a - b + c$; 2) $x = \frac{a-b}{2}$; 3) $x = \frac{n-m}{a-b}$.

4) $x = \frac{3a-2b}{4}$; 5) $x = \frac{a-am}{m}$; 6) $x = \frac{b}{a}$; 7) $x = \frac{b}{a+1}$; 8)

$x = \frac{abm}{b-a}$; 9) $x = \frac{a^2+b^2}{a+b}$; 10) $x = a - b$.

Составление уравнений.

350. Отрезок прямой линии, имеющий длину в 22 см. разделен на две части, из которых одна на 4 см. больше другой. Как велика каждая часть? *Отв.* 13 см. и 9 см.

351. Отрезок длиной в 15 см. разделен на две части, из которых одна в 2 раза больше другой. Как велика каждая часть? *Отв.* 10 см. и 5 см.

352. Отрезок, длиной в 1 метр, разделен на 3 части, из которых первая на 3 см. больше второй, а вторая на 2 см. больше третьей. Как велики эти части? *Отв.* 36 см., 33 см., 31 см.

353. Отрезок длиной в 1 арш. (28 дюйм.) разделен на 3 части, которые относятся между собою, как 7 : 5 : 2. Как велики эти части? *Отв.* 14 дюйм., 10 дюйм., 4 дюйма.

354. Отрезок длиной в s фут. разделен на 3 части, пропорционально числам a , b , c . Определить эти части.

Отв. $\frac{as}{a+b+c}$; $\frac{bs}{a+b+c}$; $\frac{cs}{a+b+c}$.

355. Один из смежных углов на 48° больше другого. Найти эти углы. *Отв.* 66° и 114° .

356. Один из смежных углов в 3 раза больше другого. Найти эти углы. *Отв.* 45° и 135° .

357. Периметр равнобедренного треугольника содержит 28 дюйм. Боковая сторона на 2 дюйма длиннее основания. Как велики стороны этого треугольника? *Отв.* 8 дюйм., 10 дюйм., 10 дюйм.

358. Угол при основании равнобедренного треугольника на 15° больше угла при вершине. Найти углы этого треугольника. *Отв.* 50° , 65° , 65° .

359. Угол при основании равнобедренного треугольника в 2 раза больше угла при вершине. Найти углы треугольника. *Отв.* 36° , 72° , 72° .

360. Два парохода вышли в одно время из двух пристаней навстречу друг другу. Один пароход проходит в час по 18 верст, другой по 12 верст. Между пристанями, из которых они вышли, 180 верст. Через сколько часов пароходы встретятся? *Отв.* Через 6 час.

361. От деревни до города втрое дальше, чем до села. Если проходить в час по $3\frac{1}{2}$ верст, то ходьбы от деревни до города будет на 4 часа больше, чем до села. Сколько верст от деревни до села и сколько верст до города? *Отв.* 7 верст; 21 верста.

362. От двух пристаней, между которыми 54 верст, отвалили в одно время два парохода и оба пошли вниз по реке. Один пароход проходит в час по 12 верст, другой по $19\frac{1}{2}$ верст. Через сколько времени один пароход догонит другой? *Отв.* Через 8 час.

363. Из Москвы в Рязань вышел товарный поезд, а спустя 2 часа вышел вслед за ним пассажирский поезд, который догнал товарный в 74 верст. от Рязани. Товарный поезд проходил в час по $18\frac{1}{2}$ верст, а пассажирский по $27\frac{3}{4}$ верст. Сколько верст от Москвы до Рязани? *Отв.* 185 верст.

364. Пассажирский поезд шел со скоростью 30 верст в час. Навстречу ему, по параллельному пути, шел товарный поезд. Пассажир заметил, что товарный поезд проходил мимо него в течении 18 секунд. Длина товарного поезда 105 сажен. С какою скоростью шел товарный поезд? *Отв.* 12 верст.

365. Пассажирский поезд, идущий со скоростью 30 верст в час, обогнал товарный поезд длиной в 80 сажен. Пассажир, наблюдавший из окна вагона, заметил, что его поезд обгонял товарный в течении 36 секунд. С какою скоростью шел товарный поезд? *Отв.* 14 верст.

366. Скорый поезд проходит (Гоггардский туннель (Швейцария) в 16 минут. Обыкновенный поезд, делаящий в минуту на $335\frac{1}{4}$ метра меньше скорого, проходит этот туннель в 25 минут. Какова длина туннеля? *Отв.* 14 км. 900 м.

§ 22. Координаты.

Чтобы определить положение точки на плоскости, берут две взаимно перпендикулярные прямые Ox и Oy

(рис. 7), которые называются осями: осью x —ов и y —ов. Находят расстояния точки от осей. Так, точка A отстоит от оси y на расстоянии 4-х единиц, считая за единицу сторону клетки. Это расстояние AM , или OP , считаемое по оси x , называется *абсциссой* точки A . Расстояние точки A от оси x будет $AP=3$ ед. Это расстояние называется *ординатой* точки A . Абсцисса и ордината называются *координатами* точки. Прямые Ox и Oy называются *осями координат*. Точка O их пересечения есть *начало координат*. Абсцисса, откладываемая вправо от начала координат, и ордината, откладываемая вверх от оси x , считаются положительными; абсцисса, откладываемая влево от начала, и ордината, откладываемая вниз от оси x , считаются отрицательными. Так, абсцисса точки B равна -3 , ордината $+2$; абсцисса точки C равна $+2$, ордината -2 ; абсцисса точки D равна -2 , ордината -3 . Точка A , имеющая абсциссу 4 и ординату 3, обозначается $A(4,3)$.

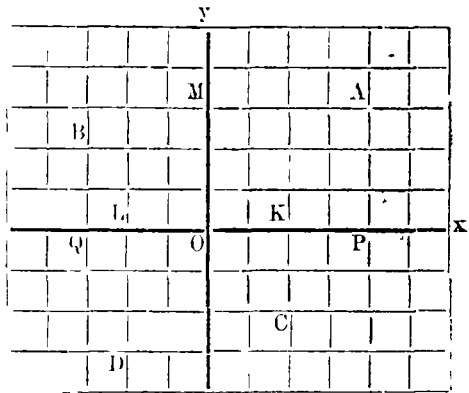


Рис. 7.

367 На клетчатой бумаге, считая сторону клетки за 1, нанеси точки: $(8,10)$; $(-5,4)$; $(9,-7)$; $(-6,-3)$; $(3,0)$; $(0,2)$; $(-4,0)$; $(0,-6)$; $(0,0)$.

§ 23. Г р а ф и к и.

368. Начертить график, показывающий, как изменяется стоимость товара в зависимости от количества его, когда цена единицы товара остается постоянной, напр., $\frac{1}{2}$ рубля за фунт.

Реш. По оси x откладываем отрезки OP , PQ , $QS...$, равные 1, считая за единицу сторону клетки (рис. 8). Пусть на единицу изображает 1 пуд. На перпендикулярах откладываем отрезки $PM=\frac{1}{2}$ (стоимость 1 пуда), $QN=1$ (стоимость 2 пудов), $SR=1\frac{1}{2}$ (стоимость 3 пудов) и т. д., причем 1 единица (сторона клетки) изображает здесь 1 руб. Соединяя концы этих отрезков, получим линию, которая и

будет искомым графиком. Этот график есть прямая OA .

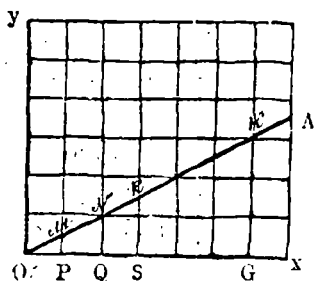


Рис. 8.

и стоимость его o . Поэтому для вычерчивания графика достаточно найти только одну точку его: напр. отложить по оси x отрезок $OG=6$ едн. (6 фун.), а на перпендикуляре — отрезок $GK=3$ едн. (3 руб.) Затем провести прямую через точки O и K .

Примечание. Точку K надо брать не очень близко к точке O , так как при черчении прямой по двум близким точкам может произойти погрешность в направлении прямой.

Если бы пуд товара стоил дороже, то прямая OA составляла бы с осью x больший угол, т. е. *подъем* графика был бы больше, и наоборот.

369. Начертить график, показывающий величину заработка работника в зависимости от времени работы, полагая, что почасная плата равна 3 руб.

370. На миллиметровой бумаге начертить график для перевода фунтов в килограммы, полагая, что 1 фунт = 0,4 килограмма. (Рис. 9).

Указание. Изобразить фунты отрезками на оси x , принимая 4 миллиметра за фунт. Килограммы изобразить вертикальными отрезками, принимая 1 сантиметр за 1 килограмм. Для вычерчивания графика можно взять точку, изображающую число килограммов, соответствующее 10 фунтам, т. е. точку с координатами 4 см. и 4 см. (10 фунт — $4 \text{ мм} \times 10 = 4 \text{ см.}$; 10 фунтам соответствует 4 килограмма — 4 сантиметр). Через эту точку и через начало координат провести прямую.

Используя начерченный график, перевести в килограммы 1) 4 фун.; 2) 5 фун.; 3) 8 фун.
Отв. 1) 1,6 кг.; 2) 2 кг.; 3) 3,2 кг.

371. По тому же графику обратить в килограммы 1) $3\frac{1}{4}$ фун.; 2) $4\frac{1}{4}$ фун.; 3) $3\frac{3}{4}$ фун.; 4) $5\frac{5}{8}$ фун.

Отв. 1) 1,4 кг.; 2) 1,7 кг.; 3) 1,5 кг.; 4) 2,25 кг.

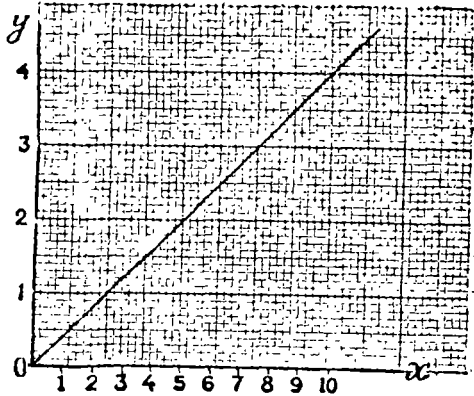


Рис. 9.

Примечание. Число $5\frac{5}{8}$ фун. не отмечено на оси x : это промежуточное число. Отыскание промежуточных значений наз. *интерпроектием*.

372. Воспользоваться тем же графиком для обратного перевода килограммов в фунты: взять число килограммов на оси y (1 см.—1 килогр.), идти вправо до пересечения с графиком, затем спуститься вниз к оси x . Обратить в фунты: 1) 0,5 кг.; 2) 1,8 кг.; 3) 3 кг.; 4) 4,2 кг.

Отв. 1) $1\frac{1}{4}$ фун.; 2) $4\frac{1}{2}$ фун.; 3) $7\frac{1}{2}$ фун.; 4) $10\frac{1}{2}$ фун.

373. На миллиметровой бумаге начертить график для перевода дюймов в сантиметры, полагая 1 дюйм=2,5 см.

§ 24. Построение уравнений вида $y=ax$.

Стоимость товара и количество его при постоянной цене единицы товара (напр. $\frac{1}{2}$ руб. за фунт; задача № 368), величина заработка и время работы при постоянной почасовой плате (напр. 3 руб.; задача № 369)—будут величинами прямо пропорциональными (№ 321). В первом случае коэффициент пропорциональности равен $\frac{1}{2}$, во втором случае равен 3 (№ 323). Если одну из этих величин—количество товара, время работы—обозначим через x , а другую—стоимость товара, величину заработка—обозначим через y , то будем иметь уравнения $y=\frac{1}{2}x$, $y=3x$. Точно также число

килограммов (y) пропорционально числу фунтов (x), число сантиметров (y) пропорционально числу дюймов (x). (№№ 370 и 373). Имеем уравнения: $y=0,4x$; $y=2,5x$.

Когда две величины прямо пропорциональны, тогда график, показывающий изменение одной величины в зависимости от другой, есть прямая линия. Коэффициент пропорциональности показывает подъем этой прямой: коэффициент пропорциональности равен тангенсу угла, образуемого этой прямой с осью x (№ 184).

- 374.** Построить уравнение $y = ax$, полагая 1) $a = 1\frac{1}{2}$;
2) $a = \frac{3}{4}$.

Указание. Отложить на оси x какой-нибудь отрезок, напр. 6 ед.; в конце его восстановить перпендикуляр и отложить на нем $6 \times 1\frac{1}{2} = 9$ ед. Провести прямую через конец этого отрезка и через начало координат.

- 375.** Построить уравнения: 1) $2y = x$; 2) $4y = 5x$;
3) $5y = 8x$.

Указание. Построить напр. такие точки: 1) (6,3); 2) (4,5); 3) (5,8).

- 376.** Построить уравнение $y = -3x$.

Указание. Отложить по оси x влево от начала какой-нибудь отрезок, напр. -1; в конце отрезка восстановить перпендикуляр и отложить на нем вверх 3 ед. Через полученную точку и через начало координат провести прямую. Эта прямая составит тупой угол с положительным направлением оси x .

- 377.** Построить прямые: 1) $y = -\frac{2}{3}x$; 2) $4y = -3x$;
3) $9x + 5y = 0$.

Указание. Построить точки: 1) (-3,2); 2) (-4,3); 3) (-5,9).

§ 25. Построение уравнений вида $y = ax + b$.

Уравнение вида $y = ax + b$ изображает прямую, проходящую через начало координат. На рис. 10 OX есть прямая, уравнение которой: $y = \frac{2}{3}x$. Прямая BM параллельна OX и проходит через точку B , лежащую на оси y в расстоянии 2-х единиц от начала координат. Если на прямых BM и OX взять две точки M и N , имеющие одну и ту же абсциссу,

то ордината точки М будет на 2 ед. больше ординаты точки N; ординатк всех точек прямой ВМ на 2 ед. больше ординат точек прямой ОX при одной и той же абсциссе. Ординаты точек прямой ОX равны $\frac{2}{3}x$ (ордината составляет $\frac{2}{3}$ абсциссы), след. ординаты точек прямой ВМ будут равны $\frac{2}{3}x + 2$; $y = \frac{2}{3}x + 2$. Если

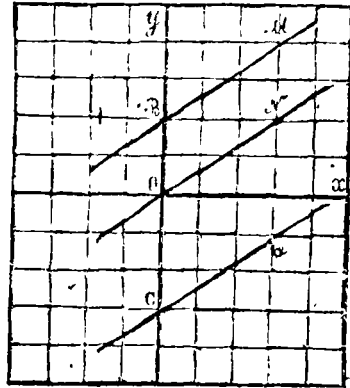


Рис. 10

уравнение прямой ОX есть $y = ax$, а прямая ВМ пересекает ось у на расстоянии b от начала координат, то ординаты точек прямой ВМ будут равны $ax + b$; $y = ax + b$. Это и есть уравнение прямой ВМ. В уравнении $y = ax + b$ известный член b называется начальной ординатой, которая показывает, на каком расстоянии от начала прямая пересекает ось у. Множитель a при x показывает наклонение прямой к оси x, или подъем прямой. Этот множитель называется *угловым коэффициентом*. Он равен тангенсу угла, образуемого прямой с осью x (№ 184). На рис. 10 прямая (СQ) пересекает ось у на расстоянии 3-х ед. книзу от начала координат; поэтому уравнение прямой СQ будет $y = \frac{2}{3}x - 3$.

378. Построить уравнения: 1) $y = 2x + 3$; 2) $y = -3x + 4$; 3) $y = x - 5$; 4) $y = -5x - 2$.

Указание. Пример 4-й: строим точку $(-1, 5)$; проводим прямую через эту точку и через начало координат. Параллельно этой прямой проводим прямую через точку, лежащую на оси у на расстоянии 2-х ед. книзу от начала.

379. Построить уравнения: 1) $4y = 3x + 8$; 2) $6y = -3x + 2$; 3) $6y = 4x - 3$; 4) $2y = -4x - 5$.

Указание. Сначала приведем уравнения к виду $y = \frac{3}{4}x + 2$ и т. д.

380. Построить уравнения: 1) $4y - 3x = 20$; 2) $4x + 2y = 3$; 3) $4y - 3x = -2$; 4) $9x + 15y = -5$.

Указание. Сначала приведем уравнения к виду $y = \frac{3}{4}x + 5$ и т. д.

381. Какие отрезки образует на осях координат прямая $3x + 5y = 30$?

Реш. Чтобы узнать отрезок на оси x , надо положить $y = 0$; тогда $3x = 30$; $x = 10$. Это — отрезок на оси x . Чтобы узнать отрезок на оси y , надо положить $x = 0$; тогда $5y = 30$; $y = 6$. Это отрезок на оси y . Отложив эти отрезки на осях и проведя прямую через концы отрезков, построим уравнение $3x + 5y = 30$.

382. Построить прямую $2x - 3y = 6$ по отрезкам, образуемым ею на осях.

383. Построить по отрезкам на осях прямые: 1) $x + y = 1$; 2) $5x + 2y = 10$; 3) $7x - 4y = 56$.

§ 26. Графическое решение задач.

384. Из двух деревень, отстоящих одна от другой на 30 верс., отбыли в одно и то же время, напр. в 12 час. дня, два путника навстречу друг другу. Один шел пешком и проходил по 3 верс. в час, другой ехал на лошади и проезжал по 7 верс. в час. Когда и где они встретятся?

Реш. На миллиметровой бумаге по оси x откладываем часы, обозначая 1 час 4-мя миллиметрами, вдоль оси y откладываем версты, обозначая 1 верс. 1-м миллиметром. (рис. 11). Строим график движения первого путника, полагая, что он выходит из

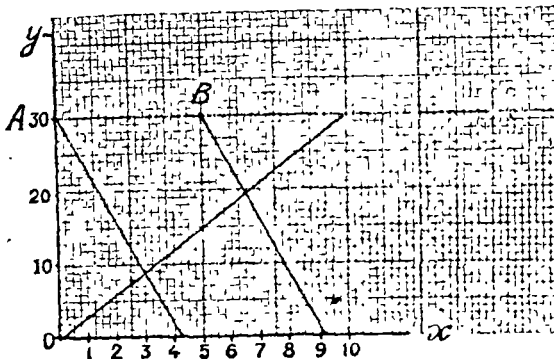


Рис. 11.

начала координат. Строим график второго путника. Так как он вышел в одно время с первым, то место его отправления лежит на оси y , на расстоянии 3 см. от начала. Отмечаем

*) См. примечание к № 363.

начала координат. Этот график будет прямая линия с угловым коэффициентом 3: берем напр. 5 час.^{*)} (20 мм. = 2 см.) и на перпендикуляре откладываем 15 верс. (15 мм. = 1 см. 5 мм.); проводим прямую через конец этого перпендикуляра и через начало

выравно от этой точки напр. 8 мм. (2 часа) и на перпендикуляре откладываем вниз 14 мм. (14 верст.). Проводим прямую через точку отправления и через конец перпендикуляра. Находим точку пересечения обоих графиков. Видим, что встреча произошла в 3 часа дня, на расстоянии 9 верст от оси x , т. е. от того места, откуда отбыл первый путник.

Если бы второй путник выехал не одновременно с первым, т. е. не в полдень, а напр. в 5 час. дня, то точка его отправления (начало графика) была бы не на оси y , а выравно от нее на расстоянии 2 см. (5 час.). Для построения этого графика отложим, попережнему, выравно от точки отправления напр. 8 мм. (2 часа), а на перпендикуляре отложим вниз 14 мм. (14 верст.). Проводим прямую через конец перпендикуляра и через точку отправления. (Эта прямая будет параллельна прежнему графику второго путника). Находим точку пересечения графиков обоих путников, видим, что встреча произошла бы в 6 час. 30 мин. вечера, на расстоянии 19½ верст. от того места, откуда отбыл первый путник.

385. Решить графически эту же задачу при таких числовых данных: один путник отправляется в 1 час 30 мин. пополудни, другой в 2 ч. 45 мин. пополудни; первоначальное расстояние 55 верст.; скорость первого 8 верст. в час, скорость второго 10 в.

Указание. Начало координат пусть попережнему обозначает полдень. Масштаб остается прежний.

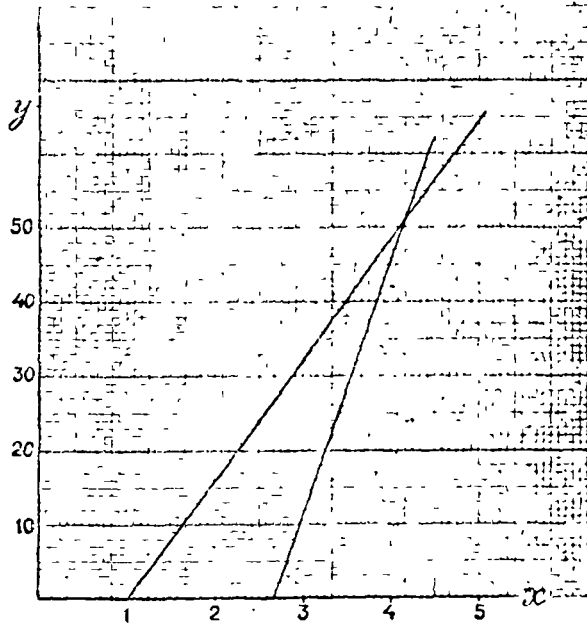


Рис. № 12.

386. Со станции в 1 час. дня отправлен товарный поезд, проходящий по 16 верс. в час. В 2 час. 40 мин. дня с той же станции по тому же направлению отошел пассажирский поезд, делающий по 34 верс. в час. Когда и где они встретятся? *Отв.* В 4 час. 10 мин. дня, на расстоянии 51 верс. от станции отправления. (Рис. 12). (Реш. прил. 13)

Указание. Полдень считать в начале координат. Масштаб: по оси x взять 12 мм. для изображения 1 часа, по оси y 1 мм. для 1 версты.

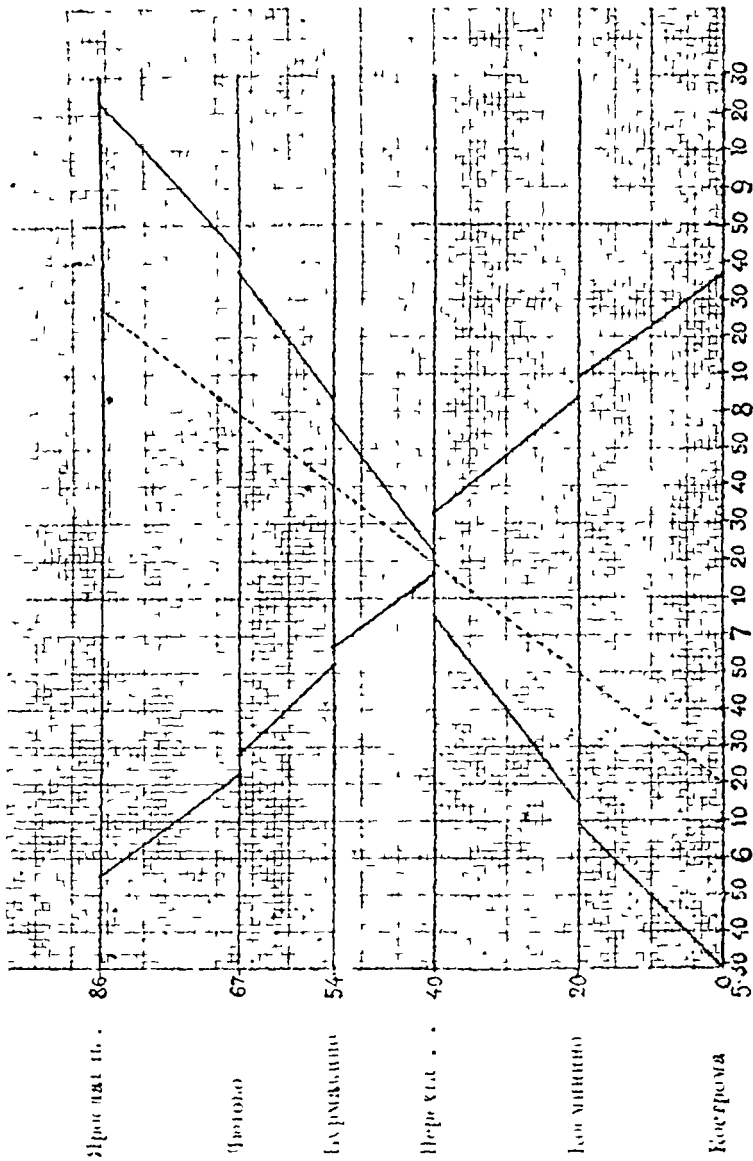
387. Сделать железнодорожный график, или графическое расписание движения двух поездов между Костромой и Ярославлем: товарно-пассажирского № 13 из Костромы в Ярославль и почтового № 4, из Ярославля в Кострому, по следующей таблице:

Т. п. № 13.		Верста.		Верста	Почт. № 4	
Приход.	Уход.				Приход.	Уход.
-	5.30	0	Кострома	86	8.37	—
6.09	6.14	20	Косминино	66	8.04	8.09
7.05	7.22	40	Перелта	46	7.17	7.35
7.58	8.03	54	Бурмалино	32	6.52	6.57
8.37	8.42	67	Люгово	19	6.23	6.28
9.23	—	86	Ярославль	0		5.55

Указание. В приведенной таблице обозначено время от 5 час. 30 мин. вечера до 9 час. 23 мин. вечера. При построении графика в начале координат считать Кострому и время 5 час. 30 мин. Масштаб: по оси x 1 мм. пусть изображает 2 минуты, по вертикальному направлению 1 мм. принять для изображения 1 версты. Остановки на станциях обозначаются горизонтальными линиями. (Рис. 13)

388. Определить на глаз, по подему графика, какой поезд идет скорее: товарно-пассажирский, или почтовый?

389. Определить на глаз, по подему графика, с одинаковой ли скоростью идет каждый поезд между отдельными промежуточными станциями?



390 Путь между Костромой и Ярославлем однокольный. В промежутке от 6 до 7 часов надо послать из Костромы в Ярославль экспрессный поезд со скоростью 40 верс.

в час, не останавливающийся ни на одной промежуточной станции. Когда именно этот поезд должен быть отправлен из Костромы?

Реш. По графику видно, что поезд этот должен срезываться с другими в Нерехте, примерно в 7 час. 20 мин. Взявши от этой точки влево 1 час и затем вниз 40 верс., находим время отправления поезда из Костромы — 6 час. 20 мин. График покажет, что в Ярославль он придет в 8 час. 29 мин.

§ 27. Уравнения с двумя неизвестными.

391. Решить уравнения:

- 1) $x + y = 70$; $x - y = 30$.
- 2) $x + 3y = 16$; $x + y = 10$.
- 3) $5x + y = 29$; $7x - y = 19$.
- 4) $3x + 2y = 54$; $x + 5y = 57$.
- 5) $4x - 3y = 19$; $5x + y = 38$.
- 6) $2x + 3y = 25$; $7x - 6y = 38$.
- 7) $9x + 17y = 88$; $3x + 11y = 40$.
- 8) $8x + 5y = 75$; $3x + 2y = 29$.
- 9) $11x - 7y = 26$; $9x + 5y = 32$.

Отв. 1) 50 и 20; 2) 7 и 3; 3) 4 и 9; 4) 12 и 9; 5) 7 и 3; 6) 8 и 3; 7) 6 и 2; 8) 5 и 7; 9) 3 и 1.

392. Решить уравнения:

- 1) $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 6$; $\frac{x+y}{7} - \frac{y}{3} = 2$.
- 2) $\frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{4} = 13$; $\frac{x-y}{11} - \frac{x-y}{8} = 1$.
- 3) $7x + \frac{3x-y}{4} = 38$; $10y - \frac{3x-2y}{3} = 27$.
- 4) $\frac{7x-2y}{2} - 3y = 8$; $6x - \frac{2x-y}{11} = 47$.
- 5) $\frac{5x+2y}{2} - \frac{3x-2y}{3} + 2x = 19$; $\frac{7x-2y}{2} + \frac{4x-3y}{5} = 16$.
- 6) $\frac{100}{x-y} = 4$; $\frac{100}{x-y} = 20$.

Отв. 1) 9 и 12; 2) 15 и 7; 3) 5 и 3; 4) 8 и 5; 5) 4 и 3; 6) 15 и 10.

Составление уравнений с двумя неизвестными.

393. Найти двузначное число по следующим условиям: если переставить в нем цифры и обращенное число вычесть

из искомого, то получится 27; если обратенное число прибавить к искомому, то в сумме будет 165. *Отв.* 96.

394. Найти дробь по следующим условиям: если к числителю и знаменателю прибавить по 1, то искомая дробь обратится в $\frac{1}{2}$; если от числителя и знаменателя отнять по 1, то она обратится в $\frac{2}{3}$. *Отв.* $\frac{5}{7}$.

395. Гребец делает по течению реки 6 верст в час, а против течения 2 версты в час. Сколько верст в час сделал бы он в стоячей воде, и какова скорость течения реки? *Отв.* 4 верст; 2 верст.

396. При погружении в воду золото теряет $\frac{1}{19}$ своего веса, серебро $\frac{1}{10}$. Слиток из золота и серебра, весом в 3 фн. 7 зол. потерял в воде 25 золотн. Сколько в этом слитке золота и сколько серебра? *Отв.* Золота 95 золотн., серебра 2 фн. 8 зол.

§ 28. Графическое решение уравнений.

397. Решить графически два уравнения с двумя неизвестными: $y = -2x + 3$; $y = 3x + 2$. *Отв.* 1 и 5.

Указание. Построить данные уравнения и по чертежу найти координаты точки пересечения построенных линий.

398. Решить графически уравнения:

1) $y = x + 1$; $y = 3x + 5$.

2) $y = x - 3$; $y = -2x - 9$.

3) $y = \frac{2}{3}x + 1$; $y = -\frac{1}{2}x + 8$.

4) $y = \frac{3}{4}x - 13$; $y = -\frac{2}{3}x + 4$.

5) $3y - 2x = 24$; $x + 3y = 3$.

Те же уравнения решить вычислением. (Сравнить ответы. *Отв.* 1) $x = 1$, $y = 2$; 2) $x = 2$, $y = 5$; 3) $x = 6$, $y = 5$; 4) $x = 12$, $y = 4$; 5) $x = 9$, $y = 2$.)

399. Решить графически уравнения: $x - 0,97y = 0,43$; $0,83x + y = 1,27$. Сделать построения на миллиметровой бумаге.

Реш. Находим две точки, через которые проходит первая прямая. Положив $y = 0$, имеем $x = 0,43$; положив $y = 1$, имеем $x = 0,97 + 0,43$, откуда $x = 1,40$. Итак, первая прямая проходит через точки $(0,43; 0)$ и $(1,40; 1)$. Берем 1 миллиметр для изображения одной сотой и строим эти точки; через них проводим прямую. Таким же образом находим две точки, через которые проходит вторая прямая. При $x = 0$ имеем $y = 1,27$; при $x = 1$ имеем $0,83 + y = 1,27$, откуда

$y=0,44$. Вторая прямая проходит через точки $(0; 1,27)$ и $(1; 0,44)$. Строим эти точки и через них проводим прямую. По чертежу находим координаты точки пересечения двух построенных прямых: они будут $x=0,92$ и $y=0,51$ с точностью до 1 миллиметра. Графическое решение дало приближенные значения неизвестных с точностью до 0,01.

Когда уравнения содержат довольно большие числа — целые и десятичные дроби со многими знаками, — и требуется найти только приближенные значения неизвестных, то графическое решение удобнее, чем решение посредством вычисления.

Отдел IV. Задачи из географии и физики.

§ 29. География.

400. Поверхность и население частей света выражаются следующими числами:

Европа	9.697.000 кв. км.	жителей	425.927.000
Азия	44.285.000 " "	" "	827.381.000
Америка	38.720.000 " "	" "	160.824.000
Африка	30.016.000 " "	" "	133.579.000
Австралия	8.955.000 " "	" "	6.707.000
Полярные страны	12.670.000 " "	" "	82.000

Вычислить: 1) поверхность суши земного шара; 2) число всех жителей на земле. *Отв.* 1) 144.343.000 кв. км.; 2) 1.554.500.000 челов.

401. Принимая величину Европы за 1, найти числа, выражающие величины других частей света, с одним десятичным знаком. *Отв.* Европа 1, Азия 4,6, Америка 4, Африка 3,1, Австралия 0,9, Полярные страны 1,3.

402. Начертить, столбиками, диаграмму сравнительной величины частей света (№ 401), принимая 1 дюйм для изображения 1 единицы.

403. Вода занимает на земном шаре 374.490.000 кв. км. Сколько процентов земной поверхности занимает суша и сколько вода? (См. № 400). *Отв.* 28% и 72%.

404. Длина главнейших рек мира выражается в километрах так:

Миссиссиппи	≤ 6.500 км.
Нил	6.000 "
Амазонка	5.700 "
Енисей	5.200 "

Амур	4.400 км.
Волга	3.700 ..
Дунай	2.800 ..
Днепр	2.100 ..

Принимая длину Волги за 1, найти, с одним десятичным знаком, числа, выражающие длину других рек.

Отв.

Миссиссипи	1,8
Ил	1,6
Амазонья	1,5
Енисей	1,4
Амур	1,2
Дунай	0,8
Днепр	0,6

405. Начертить, столбиками, диаграмму сравнительной величины этих рек, изображая 1 единицу 1-м дюймом.

406. Высоты наибольших гор выражаются в метрах так:

Эверест	8.840 м.
Эльбрус	5.630 ..
Казбек	5.040 ..
Монблан	4.810 ..
Везувий	1.300 ..

Начертить, столбиками, диаграмму сравнительной высоты этих гор. Масштаб: в 1 миллиметре 100 метров.

407. Поверхности океанов выражаются в миллионах кв. верст так:

Северный Ледовитый	13	млн.	кв. верст.
Южный Ледовитый	27
Индийский	64
Атлантический	72
Великий	147

Найти процентное отношение поверхности отдельных океанов к поверхности всех океанов вместе. *Отв.* 4%, 8%, 20%, 22%, 46%.

408. Начертить круговую диаграмму сравнительной величины океанов.

409. Наибольшая глубина океанов и морей в метрах:

Великий океан	9.788 м.
Атлантический	8.431 ..
Индийский	6.205 ..
Средиземное море	4.000 ..
Северный Ледовитый океан	3.390 ..
Южный Ледовитый океан	3.000 ..
Черное море	1.870 ..
Балтийское море	400 ..

Начертить, столбиками, диаграмму сравнительной глубины океанов и названных морей.

Указание. Данные числа округлить до сотен. Масштаб: в 1 миллиметре 100 метров.

410. Земля совершает полный оборот вокруг солнца в 365 сут. 5 час. 48 мин. Этот путь содержит 968.797.000 км. Сколько килом. проходит земля при этом движении в 1 минуту? *Отв.* 1842 км.

411. Петроград и Киев лежат на одном меридиане и оба имеют северную широту: Петроград 60° , Киев $50^\circ 30'$. Принимая градус меридиана в 105 верст, найти расстояние между Петроградом и Киевом, считаемое по меридиану. *Отв.* 997 верст.

412. По карте России или Зап. Европы найти города, лежащие на одном меридиане и определить расстояния между ними.

413. Нансен в своем путешествии к северному полюсу достиг $86^\circ 14'$ северной широты. На каком расстоянии был он от полюса? *Отв.* 395 верст.

414. Корабль находится в Атлантическом океане на $10^\circ 25'$ восточной долготы и $42^\circ 50'$ северной широты. Затем он проходит 180 узлов прямо на юг. На какой долготы и широте он теперь находится? Узел, или морская миля, $= 1 \frac{3}{4}$ верст. *Отв.* $10^\circ 25'$ восточн. долготы и $39^\circ 50'$ северной широты.

415. Земля вращается около оси с запада на восток. Вследствие этого солнце раньше восходит для мест, лежащих восточнее, нежели для мест, лежащих западнее. Как велика разница во времени для мест, отстоящих 1) на 1° долготы? 2) на $1'$ долготы? *Отв.* 1) 4 минуты; 2) 4 секунды.

416. В следующей таблице приведена долгота некоторых городов России, считаемая от Пулковского меридиана, проходящего через Пулковскую обсерваторию, близ Петрограда. Долгота Петрограда принята за 0. Все перечисленные города имеют восточную долготу:

Петроград	$0^\circ 0'$	Н.-Новгород	$13^\circ 40'$
Москва	$7^\circ 16'$	Астрахань	$17^\circ 42'$
Ярославль	$9^\circ 34'$	Томск	$54^\circ 38'$
Кострома	$10^\circ 36'$	Владивосток	$101^\circ 35'$

Пользуясь этой таблицей, узнать, какое время считают в каждом из этих городов тогда, когда в Москве бывает полдень? (№ 415).

Отв.

Петроград	11 чс. 31 мин. утра.
Ярославль	12 чс. 9 мин. дня.
Кострома	12 чс. 13 мин. дня.
Н.-Новгород	12 чс. 26 мин. дня.
Астрахань	12 чс. 42 мин. дня.
Томск	3 чс. 9 мин. дня.
Владивосток	6 чс. 17 мин. вечера

417. В следующей таблице показано, какое время считают в некоторых городах, когда в Москве бывает полдень.

Киев	11 чс. 32 мин. утра.
Казань	12 чс. 46 мин. дня.
Самара	12 чс. 50 мин. дня.
Иркутск	4 чс. 27 мин. дня.
Якутск	6 чс. 9 мин. вечера.

Пользуясь этой таблицей, узнать на сколько градусов западнее или восточнее Москвы лежат эти города? (№ 415).

Киев	на 7° к западу.
Казань	„ 11°30' к востоку.
Самара	„ 12°30' „
Иркутск	„ 66°45' „
Якутск	„ 92°15' „

418. Солнце отстоит от земли на расстоянии 150 миллионов километров. Ближайшая неподвижная звезда в 225.000 раз дальше от земли, чем солнце. На сколько миллионов километров отстоит от земли ближайшая неподвижная звезда? *Отв.* 33.750.000 миллионов километров.

419. Расстояния планет от солнца таковы:

Меркурий	58 м.л. км.	Юпитер	778 м.л. км.
Венера	108 „ „	Сатурн	1428 „ „
Земля	149 „ „	Уран	2872 „ „
Марс	228 „ „	Нептун	4501 „ „

Принимая расстояние земли за 1, найти числа, выражающие расстояния от солнца прочих планет: для Меркурия, Венеры и Марса с десятичными долями, для остальных целые числа. *Отв.* 0,4; 0,7; 1; 1,5; 5; 10; 19; 30.

420. Полагая, что планеты обращаются около солнца по окружностям, начертить эти окружности для всех планет, кроме двух последних, принимая расстояние земли=1 см.

§ 30. Физика.

Рычаг.

421. Двуплечий рычаг имеет плечи длиной в 60 см. и $1\frac{1}{2}$ метра. Какую силу надо приложить к длинному плечу, чтобы удержать в равновесии груз в 80 килограмм., приложенный к короткому плечу? *Отв.* 32 килограмм.*)

422. На двуплечем рычаге груз в 60 килограмм. должен быть удержан в равновесии силою 1) 10 килограмм.; 2) 12 килограмм.; 3) $12\frac{1}{2}$ килограмм. Короткое плечо, к которому приложен груз, равно 0,75 метра. Найти длину другого плеча. *Отв.* 1) 4,5 м.; 2) 3,75 м.; 3) 3,6 м.

423. Два мальчика устроили качели из доски длиной в 5 арш., положив эту доску на перекладину. Один мальчик весит 1 пуд, другой 1 пуд 20 фунт. На каком расстоянии от перекладины должны находиться концы доски, на которые садятся мальчики? *Отв.* 3 арш. и 2 арш.

424. Взрослый человек и мальчик должны отнести груз, привешенный к шесту длиной в 3 арш. 6 верш. Где надо привесить груз, если взрослый может нести вдвое больше, нежели мальчик? *Отв.* От одного конца на расстоянии 1 арш. 2 верш.; от другого на 2 арш. 4 верш.

425. Чтобы свешать груз, положенный на платформу десятичных весов, на чашку весов пришлось положить гири в 5 фунт., 2 фунт., 1 фунт. и $\frac{1}{2}$ фунт. Сколько весит груз? *Отв.* 2 пуд. 5 фунт.

426. К одному плечу двуплечего рычага привешены три груза: 64 килограмм. на расстоянии 15 см. от точки опоры, 54 килограмм. на расстоянии 25 см. и 84 килограмм. на расстоянии 45 см. Какую силу надо приложить к другому плечу на расстоянии 30 см. от точки опоры, чтобы удержать в равновесии названные три груза? *Отв.* 203 килограмм.

427. К одному плечу двуплечего рычага привешены три груза: 60 килограмм. на расстоянии 28 см. от точки опоры, 85 килограмм. на расстоянии 40 см. и 48 килограмм. на расстоянии 65 см. На другое плечо действуют силы: в 45 килограмм. на расстоянии 16 см. от точки опоры и 60 килограмм. на расстоянии 30 см. а) Какую еще силу надо приложить ко второму плечу на расстоянии 40 см., чтобы рычаг был в равновесии? б) На каком расстоянии от точки опоры надо при-

*) Для равновесия должны быть равны между собой произведения силы на длину плеча, к которому она приложена.

положить ко второму плечу только одну силу в 164 килограмм., чтобы рычаг был в равновесии? *Отв.* а) 142 килограмм.; б) 50 см.

428. Какую силу надо приложить к концу одноплечего рычага длиной в $2\frac{1}{2}$ метра, чтобы удерживать в равновесии груз, приложенный на расстоянии 70 см. от точки опоры, если этот груз равен 1) 100 килограмм.? 2) 85 килограмм.? *Отв.* 1) 28 килограмм.; 2) 23,8 килограмм.

429. К одноплечему рычагу длиной в 39 см. приложены три груза: 85 килограмм. на расстоянии 12 см. от точки опоры, 128 килограмм. на расстоянии 21 см. и 93 килограмм. на расстоянии 35 см. Какую силу надо приложить к концу рычага, чтобы уравновесить эти грузы? *Отв.* 178,5 килограмм., с точностью до 0, 1.

430. К одноплечему рычагу привешены два равных груза на расстояниях 20 см. и 30 см. от точки опоры. На расстоянии 45 см. приложена сила в 60 килограмм., направленная вверх. Рычаг в равновесии. Как велик каждый из привешенных грузов? *Отв.* 54 килограмм.

Блок

431. Всякая лампа весит $4\frac{1}{2}$ килограмм. Сколько кусочков свинцу, весом каждый в 50 грамм., надо положить в шар, служащий для равновесия и весищий 500 грамм., чтобы лампа была в равновесии? *Отв.* 80.

432. Какая требуется сила, чтобы на подвижном блоке удержать в равновесии груз: 1) 70 килограмм.; 2) 80 килограмм.; 3) $35\frac{1}{2}$ килограмм.; 4) $26\frac{1}{2}$ килограмм.? Трение и вес подвижного блока в расчет не принимаются. *Отв.* 1) 35 килограмм.; 2) 40 килограмм.; 3) $17\frac{1}{2}$ килограмм.; 4) $13\frac{1}{2}$ килограмм.

433. Груз в 480 килограмм. надо поднять при помощи сложного блока, состоящего из 3-х подвижных и 1-го неподвижного блоков? Какая для этого потребуется сила? *Отв.* Немного более 60 килограмм.

Ворот.

434. Вал ворота имеет радиус в $10\frac{1}{2}$ см.; а радиус его колеса равен $73\frac{1}{2}$ см. Какой груз может быть удержан в равновесии силой 1) в 12 килограмм., 2) 26 килограмм., 3) 50 килограмм., 4) 71,5 килограмм.? *Отв.* 1) 84 килограмм., 2) 182 килограмм., 3) 350 килограмм., 4) 500,5 килограмм.

435. Какую силу надо употребить на том же вороте, чтобы поднять груз 1) 133 килограмм.; 2) 320,6 килограмм.; 3) 432,8 килограмм.? *Отв.* Немного более: 1) 19 килограмм.; 2) 45,8 килограмм.; 3) 61,83 килограмм.

Наклонная плоскость.

436. Высота наклонной плоскости относится к длине ее, как 1: 4. Какова должна быть сила, параллельная наклонной плоскости, если сила эта удерживает в равновесии груз 1) 331,2 килогр.; 2) 89,6 килогр.; 3) 315,72 килогр.?)
Отв. 1) 82,8 килогр.; 2) 22,4 килогр.; 3) 78,93 килогр.

437. Длина наклонной плоскости 24 м., высота 5 м. Какова должна быть сила, параллельная плоскости, если сила эта уравнивает груз 1) 75 килогр.; 2) 192 килогр.; 3) 25? килогр.?)
Отв. 1) 15,625 килогр.; 2) 40 килогр.; 3) 52,5 килогр.

438. Длина наклонной плоскости 16 м., высота 2,5 м. Какой груз может быть удержан в равновесии силою, параллельною плоскости и равною 1) 35 килогр.; 2) 12 килогр.?)
Отв. 1) 224 килогр., 2) 76,8 килогр.

439. На наклонной плоскости, длина которой 6,4 м., сила в 15 килогр., параллельная плоскости, удерживает в равновесии груз в 80 килогр. Какова высота наклонной плоскости? *Отв.* 1,2 м.

440. Из досок сделан в погреб спуск, представляющий наклонную плоскость, верхний конец которой отстоит от дна погреба на 1,2 м. На этом спуске груз в 72 килогр. удерживается в равновесии силою в 27 килогр., параллельною наклонной плоскости. Какова длина спуска? *Отв.* 3,2 м.

441. Основание наклонной плоскости равно 3 м., высота 0,8 м. Как велика должна быть сила, параллельная основанию наклонной плоскости, чтобы удерживать в равновесии груз 1) 165 килогр.; 2) 84 килогр.?) *Отв.* 1) 44 килогр.; 2) 22,4 килогр.

Т р е н и е.

442. Повозка, весящая 10 пудов, нагружена 50-ью пудами каменного угля. Эту повозку приводят в движение по горизонтальной дороге два человека. Какую силу должен употребить каждый из них, если трение, которое надо преодолеть, составляет $\frac{1}{40}$ веса повозки и груза? *Отв.* $\frac{3}{4}$ пуда.

*) Если сила параллельна наклонной плоскости, то сила относится к грузу, как высота относится к длине наклонной плоскости.

**) Если сила параллельна основанию наклонной плоскости, то сила относится к грузу, как высота относится к основанию наклонной плоскости.

443. Повозка вместе с грузом весит 492 килограмм. Ее приводят в движение по песчаной дороге два человека, из которых каждый прилагает силу в 82 килограмма. Как велик коэффициент трения? *Отв.* $\frac{1}{25}$.

444. Подъем дороги составляет 1 м. на 15 м. длины. Какая потребуется сила, чтобы двигать по этой дороге, на подъем, груз в 900 килограмм, если трение равно $\frac{1}{25}$ груза? *Отв.* 96 килограмм.

445. Груз в 750 килограмм, на до отвезти на санях от подножия холма к его вершине по дороге длиной в 200 м. Высота холма 30 м. Какая для этого потребуется сила, если трение $= \frac{1}{100}$ груза? *Отв.* 120 килограмм.

446. Груз в 1200 килограмм, надо поднять по рельсовому пути на высоту 15 м. Для этого требуется сила в 84,8 килограмм, часть этой силы идет на преодоление трения, которое $= \frac{1}{250}$ груза. Какова длина пути? *Отв.* 225 м.

Свободное падение.

447. Свободное падение тела есть такое движение тела сверху вниз, которое происходит только от действия тяжести, напр. телу не дается никакого толчка. Скорость свободно падающего тела увеличивается с каждой секундой на 10 метров (точнее на 9,809 м.). Скорость в конце 1-ой секунды 10 м., в конце 2-ой секунды 20 м., в конце 3-ей секунды 30 м. Найти скорость свободно падающего тела в конце 5-ой секунды, 7-ой секунды, 12-ой секунды. *Отв.* 50 м., 70 м., 120 м.

448. Скорость в начале какой-либо секунды равна скорости в конце предыдущей секунды, напр. скорости в начале 5-ой секунды и в конце 4-ой секунды одинаковы—40 м. Среднее арифметическое скоростей в начале какой-либо секунды и в конце этой секунды дает путь, проходимый в эту секунду:

Секунды	Скорость в начале секунды.	Скорость в конце секунды.	Путь, проходимый в секунду.
1-ая.	0	10 м.	5 м. = $5 \text{ м.} \times 1$
2-ая.	10 м.	20 м.	15 м. = $5 \text{ м.} \times 3$
3-ья.	20 м.	30 м.	25 м. = $5 \text{ м.} \times 5$
	п	г. д.	

Пути, проходимые в отдельные секунды, возрастают пропорционально нечетным числам 1, 3, 5 и т. д.: эти пути равны 5 м., умноженным на соответствующее нечетное число. Напр. путь, проходимый в одну 6-ю секунду, равен $5 \text{ м.} \times 11$, где 11 есть 6-ое нечетное число. *) Какой путь проходит свободно падающее тело 1) в 4-ую секунду? 2) в 7-ую секунду? 3) в 10-ую секунду? *Отв.* 1) 35 м.; 2) 65 м.; 3) 95 м.

449. Пути, проходимые свободно падающим телом в продолжение нескольких секунд, выразятся так:

Истекшее время.	Пронденный путь.
1 сек.	$5 \text{ м.} \times 1 = 5 \text{ м.}$
2 "	$5 \text{ м.} \times 1 + 5 \text{ м.} \times 3 = 5 \text{ м.} \times 4 = 20 \text{ м.}$
3 "	$5 \text{ м.} \times 1 + 5 \text{ м.} \times 3 + 5 \text{ м.} \times 5 = 5 \text{ м.} \times 9 = 45 \text{ м.}$
	и т. д.

Путь, проходимый свободно падающим телом в течение нескольких секунд, равен 5 м., умноженным на квадрат числа секунд.

Найти путь, проходимый свободно падающим телом в течение 1) 4 сек.; 2) 8 сек.; 3) 10 сек.; 4) 15 сек. *Отв.* 1) 80 м.; 2) 320 м.; 3) 500 м.; 4) 1125 м.

450. Падающий камень достигает земли со скоростью 70 м. Сколько секунд он падал? С какой высоты он упал? *Отв.* 7 сек.; 245 м.

451. С воздушного шара спустился на землю камень (без толчка). Он летел до земли 18 сек. На какой высоте находился шар? *Отв.* 1 км. 620 м.

*) Чтобы найти нечетное число по его номеру, надо номер числа умножить на 2 и из произведения вычесть 1. Напр. 20-ое нечетное число будет $20 \times 2 - 1 = 39$.

452. Во сколько секунд свободно падающее тело упадет с высоты 980 м.? *Отв.* 14 сек.

453. В колодезь, глубиною в 180 м., пущен камень (без толчка). Через сколько времени будет услышан звук от падения камня? Звук распространяется со скоростью 340 м. в секунду. *Отв.* 6¹/₂ сек. (приблиз.).

Движение тел, брошенных вертикально.

454. Если тело брошено вертикально вниз, то к скорости свободного падения прибавляется скорость, с какою оно брошено. Напр. если тело брошено вниз со скоростью 8 м. в секунду, то оно проходит

в 1-ую сек.	5 м. × 1 + 8 м. =	13 м.
" 2-ую "	5 м. × 3 + 8 м. =	23 м.
" 3-ью "	5 м. × 5 + 8 м. =	33 м.
и т. д.		

В этом случае весь путь, пройденный в течение нескольких секунд, равен 5 м., умноженным на квадрат числа секунд, + начальная скорость, умноженная на число протекших секунд.

Камень брошен отвесно вниз со скоростью 15 м. в секунду. Какой путь пройдет он в 8 секунд? *Отв.* 440 м.

455. Камень, брошенный отвесно с вершины скалы со скоростью 20 м., упал через 6 сек. Какова высота скалы? *Отв.* 300 м.

456. Камень, брошенный вертикально с высоты 245 м., упадет через 5 сек. С какою скоростью он брошен? *Отв.* 24 м.

457. С высоты 630 м. брошено отвесно тело, которое падает в течение 9-ти секунд. а) С какою скоростью брошено тело? б) Какова его скорость в конце движения?

Ответ. а) 25 м.; б) 115 м.

458. С какою скоростью брошено тело вертикально вниз, если оно упало по истечении 3 сек. со скоростью 50 м.? *Отв.* 20 м.

459. Если тело брошено вертикально вверх, то оно поднимается столько же времени, сколько ему надо для обратного падения вниз. Скорость при движении вверх равномерно уменьшается. Чтобы найти пути, проходимые в отдельные секунды, надо из начальной скорости вычесть пути, проходимые в отдельные секунды при свободном падении (№ 448). Напр. если тело брошено вверх со скоростью 50 м., то оно проходит:

в 1-ую сек.	50 м.	— 5 м.	$\times 1 = 45$ м.
„ 2-ую „	50 м.	— 5 м.	$\times 3 = 35$ м.
„ 3-ью „	50 м.	— 5 м.	$\times 5 = 25$ м.
„ 4-ую „	50 м.	— 5 м.	$\times 7 = 15$ м.
„ 5-ую „	50 м.	— 5 м.	$\times 9 = 5$ м.

125 м.

Потом оно падает и проходит:

в 1-ую сек	5 м.	$\times 1 = 5$ м.
„ 2-ую „	5 м.	$\times 3 = 15$ м.
„ 3-ью „	5 м.	$\times 5 = 25$ м.
„ 4-ую „	5 м.	$\times 7 = 35$ м.
„ 5-ую „	5 м.	$\times 9 = 45$ м.

125 м.

Чтобы узнать, сколько времени поднимается тело, брошенное вертикально вверх, надо определить, через сколько времени исчезает, т. е. обращается в нуль, начальная скорость. По истечении 1-ой секунды она уменьшается на 10 м., через 2 секунды на 20 м., через 3 секунды на 30 м. и т. д. (№ 447). Напр. если тело брошено со скоростью 50 м., а время поднятия обозначим через t , то скорость в конце поднятия будет $v = 50 - 10t$. Приравняв ее нулю, имеем $50 - 10t = 0$, откуда $t = 5$.

Чтобы определить, на какую высоту поднимается тело, надо сначала найти время поднятия, а потом вычислить, какой путь проходит в это время свободно падающее тело.

На какую высоту поднимается тело, брошенное вертикально вверх со скоростью 80 м. в секунду? *Отв.* 320 м.

460. Сделан выстрел из ружья отвесно вверх. Скорость 300 м. в секунду. 1) Сколько секунд будет подниматься пуля? 2) на какую высоту она поднимется? 3) Через сколько секунд после выстрела она упадет на землю? *) *Отв.* 1) 30 сек.; 2) $4\frac{1}{2}$ км.; 3) 1 мин.

461. Сделан выстрел отвесно вверх. Пуля упала обратно на землю через 40 сек. после выстрела. На какую высоту она поднялась? *Отв.* 2 км.

*) Сопротивление воздуха в расчет не принимается, как и во всех задачах двух последних групп.

462. Тело, брошенное отвесно вверх, падает обратно через 6 сек. С какой скоростью оно было брошено? *Отв.* 30 м.

463. С какой скоростью надо бросить тело отвесно вверх, чтобы оно поднялось на 245 м.? *Отв.* 70 м.

Маятник.

464. Времена качаний двух маятников относятся между собою, как квадратные корни из их длины.

Один маятник имеет длину 36 см., другой 64 см. Как относятся времена качаний этих маятников?

Отв. $\sqrt{36} : \sqrt{64} = 3 : 4$.

465. Маятник длиной в 1 метр делает известное число качаний в $\frac{1}{4}$ часа. Во сколько времени делает то же число качаний другой маятник, длина которого 64 см.?

Отв. В 12 минут.

Реш. $\sqrt{64} : \sqrt{100} = 4 : 5$. Второй маятник короче первого, качается быстрее и то же число качаний делает в $\frac{4}{5}$ того времени, какое употребляет на это первый маятник.

466. Один маятник делает 6 качаний в 5 сек., другой маятник делает 3 качания в 4 сек. Какой маятник длиннее и во сколько раз? *Отв.* Второй в 2,56 раза.

Реш. Время одного качания первого маятника $\frac{5}{6}$ сек., второго $\frac{4}{3}$ сек.: $\frac{5}{6} : \frac{4}{3} = 5 : 8$. Длины маятников относятся как $5^2 : 8^2$.

467. Маятник длиной в 12 см. в известное время делает 20 качаний. Какой длины должен быть другой маятник, чтобы в то же время он сделал 5 качаний?

Отв. 1 м. 92 см.

468. Маятник делает 3 качания в 4 сек. На какую часть длины надо укоротить этот маятник, чтобы в то же самое время он сделал 6 качаний? *Отв.* На $\frac{3}{4}$ длины.

469. Секундный маятник, т. е. маятник, делающий 1 качание в 1 секунду, имеет длину почти в 1 метр (точнее 994 мм.) Сколько качаний в минуту делает маятник длиной в 4 метра? *Отв.* 30 качаний.

Механическая работа.

470. Когда тело движется под действием приложенной к нему силы, тогда произведение силы на пройденный путь называется механической работой силы. Единица механиче-

ской работы есть *пудо-фут* или *килограмметр*, т. е. работа, необходимая для поднятия 1 пуда на высоту 1 фута или 1 килограмма на высоту 1 метра.

Как велика работа, затрачиваемая на поднятие воды из колодца глубиною в 10 м., если вес сосуда с водою равен 30 килограмм? *Отв.* 300 килограмметров.

471. Как велика работа, совершаемая человеком при ходьбе (по горизонтальной дороге) на протяжении 8 верст, если длина его шага 2 фута, и при каждом шаге он поднимает собственный вес, равный 4 пудам, на высоту $1\frac{1}{2}$ дюйма? *Отв.* 7000 пудофут.

472. Работа, доставляемая силою в секунду, называется секундною работою. Для значительных секундных работ принимается за единицу секундной работы работа, равная 15-ти пудо-футам или 75-ти килограмметрам. Эта единица работы называется *лошадиною силою*.

Какую работу, т. е. сколько килограмметров, дает 1 лошадиная сила в минуту? *Отв.* 4500 килограмметров.

473. Как велика сила машины, поднимающей молот весом в 200 килогр. на высоту 0,75 м., если молот делает 120 ударов в минуту? *Отв.* 4 лошадиных силы

474. Машина поднимает груз в 300 килогр. на 6 метров в 3 секунды. Во сколько лошадиных сил эта машина? *Отв.* 8 лошади. сил.

475. Сколько ведер воды поднимает машина в 7 лошадиных сил на 1 сажень в 1 секунду? Ведро воды весит 30 фун. *Отв.* 20 вед.

Давление жидкости на дно сосуда.

476. Давление воды на дно сосуда равно весу водяного столба, который основанием имеет дно сосуда, а высотой — расстояние дна от поверхности воды.

В цилиндрический сосуд, диаметр которого равен 28 дюйм., налита вода до высоты 25 дюйм. Как велико давление на дно? 1 куб. дюйм воды весит 0,04 фунта. $\pi = \frac{22}{7}$.
Отв. 15,4 пуд.

477. Какое давление испытывает дно прямоугольного призматического сосуда, который на $\frac{5}{6}$ наполнен молоком, если дно сосуда имеет внутри длину в 30 см., ширину в 20 см., высота сосуда 40 см., и 1 куб. см. молока весит 1,03 грамм? *Отв.* 20 кг. 600 г.

478. Какое давление испытывает каждый квадратный сантиметр морского дна на глубине 1) 300 м.; 2) 2000 м.; 3) 9788 м. (наибольшая морская глубина), если 1 куб. см. морской воды весит 1,03 грамма? *Отв.* 1) 30,9 кг.; 2) 206 кг.; 3) 1 тонна (приблиз.).

Удельный вес.

479. Удельным весом тела называется отношение веса тела к весу такого же объема воды.

Пустой сосуд весит 0,65 килограмм. Наполненный водой, он весит 2,5 килограмм; а наполненный льняным маслом, весит 2,389 килограмм. Найти удельный вес льняного масла.

Отв. 0,94.

480. В следующей таблице приведены удельные веса некоторых тел:

Алмаз . . . 3,5	Керосин . . 0,89	Сахар . . . 1,6
Вода морская . . 1,03	Лед при 0°. 0,9	Свинец . . 11,3
Дерево	Медь . . . 8,7	Серебро . . 10,4
береза . . . 0,7	Молоко . . 1,03	Соль . . . 2,1
липа . . . 0,6	Олово . . . 7,3	Спирт . . . 0,8
ель 0,5	Платина 21,5	Стекло . . 2,6
Железо . . . 7,2	Пробка . . 0,2	Цинк . . . 7,2
Золото . . 19,3	Ртуть . . 13,6	Чугун . . . 7,3

Пользуясь этой таблицей, начертить диаграмму удельного веса 1) твердых тел; 2) жидких тел.

Указание. Удельные веса изобразить вертикальными отрезками, принимая 1 сантиметр за 1 единицу.

481. Сколько весит сплошной золотой куб, ребро которого равно 5 см.? 1 куб. см. воды весит 1 грамм.

Отв. 2 кг. 413 гр.

482. Сколько весит железная полоса длиной в 5 фут., шириной в 5 дюйм. и толщиной в 1 дюйм? (См. № 476).

Отв. 86,4 фун.

483. Сколько весит ведро молока? Объем ведра равен 750 куб. дюйм. *Отв.* 30,9 фун.

484. Какой объем имеет кусок золота весом в 77,2 грам..
Отв. 4 куб. см.

485. Сплошной железный шар весит 28,8 килогр. Как велик его объем? *Отв.* 4000 куб. см.

486. Тело, погруженное в жидкость, теряет в своем весе столько, сколько весит вытесненная им жидкость.

Сколько теряет в своем весе тело, погруженное в воду, если объем тела равен 1) 100 куб. см.? 2) 3,8 куб. см.? 3) 0,84 куб. см.? *Отв.* 1) 100 грам.; 2) 3,8 грам.; 3) 0,84 грам.

487. Сколько теряет в своем весе тело, погруженное в воду, если объем тела равен 1) 25 куб. дюйм.? 2) 87 $\frac{1}{2}$ куб. дюйм.? 3) 56 $\frac{1}{4}$ куб. дюйм.? (См. № 476). *Отв.* 1) 1 фунт; 2) 3 $\frac{1}{2}$ фун.; 3) 2 $\frac{1}{4}$ фун.

488. Кусок цинка весит в воздухе 11,88 килогр., а в воде 10,23 килогр. Определить удельный вес цинка. *Отв.* 7,2.

489. Тело теряет в воде 8,4 килогр., а в спирту 6,72 килогр. Определить удельный вес спирта. *Отв.* 0,8.

490. Золотое кольцо весит в воздухе 7,2 грам., в воде 6,8 грам. Состоит ли оно из чистого золота?

Реш. Удельный вес золота равен, приблизительно, 19; след. золото теряет в воде $\frac{1}{19}$ своего веса (даже несколько менее). Кольцо потеряло в воде 0,4 грам., что составляет $\frac{1}{18}$ веса кольца ($0,4 : 7,2 = \frac{1}{18}$). Кольцо не состоит из чистого золота.

491. Плавающее тело погружается в жидкость на такую глубину, что вес вытесненной жидкости становится равным весу всего тела.

Липовая балка (удельный вес 0,6) имеет в длину 3,5 м., ширину 0,4 м. и толщину 0,25 м. На какую глубину погружается она в воду, если большая ее грань находится наверху? *Отв.* На 15 см.

492. Березовый брус, толщиною в 18 см., плавает в воде, возвышаясь над нею на 5,4 см. Найти удельный вес березы.

Реш. Брус погружен в воду на 12,6 см. ($18 - 5,4 = 12,6$). Определяем, какую часть 12,6 составляет от 18; $12,6 : 18 = 0,7$. Удельный вес березы 0,7.

493. Сплошной деревянный куб, ребро которого 30 см., плавает в воде, погружаясь на 16,8 см. Найти удельный вес дерева, из которого он сделан? *Отв.* 0,56.

494. Деревянный ящик длиною в 2,4 м. и шириною в 1,5 м. весит 46 килогр. В нем находится груз, весящий 494 килогр. Ящик погружается в воду на $\frac{1}{5}$ своей высоты. Какова высота ящика? *Отв.* 0,75 м.

495. Воздушный шар имеет объем 150 кв. метр. Он наполнен нечистым водородом, 1 кв. метр которого весит 100 грам. Оболочка шара весит 50 килогр. Найти вес шара вместе с оболочкой. *Отв.* 65 килогр.

496. Сколько весит воздух, вытесняемый этим шаром, если 1 кв. метр воздуха весит 1,3 килогр.? Какой груз может поднять этот шар? *Отв.* 195 килогр.; удерживается в равновесии грузом в 130 килогр.

Давление воздуха.

497. Среднее показание барометра принимается в 760 миллиметров. След. давление воздуха равно весу ртутного столбика высотой в 760 миллиметров, или 76 сантиметров.

Какова высота водяного столба, производящего такое же давление, т. е. высота водяного барометра? *Отв.* 10,33 м.

498. Как велико давление воздуха на 1 кв. сантиметр? (№ 497). *Отв.* 1,03 килогр.

Указание. Надо найти вес ртутного столбика, имеющего основание в 1 кв. см. и высоту в 76 см.

499. Как велико давление воздуха на тело взрослого человека, поверхность которого равна 1,5 кв. метра? *Отв.* 15 450 килогр.

500. В русских мерах среднее показание барометра принимается в 30 дюймов. Как велико давление воздуха на 1 кв. дюйм? *Отв.* 16 фунтов. См. № 476 и указание к № 498.

501. С удалением от поверхности земли давление воздуха уменьшается: в нижних слоях атмосферы барометр падает на 1 миллиметр с поднятием на каждые 10,5 метр.

Некоторое место лежит выше уровня моря - на 157,5 метр. Каково среднее показание барометра в этом месте? *Отв.* 745 мм.

502. На какой высоте лежит место, в котором среднее показание барометра равно 1) 751 мм.? 2) 734 мм.? *Отв.* 1) 94,5 м.; 2) 273 м.

Состав воздуха.

503. Атмосферный воздух на 100 частей объема содержит 21 часть кислорода, 78 частей азота и 1 часть водяных паров и углекислоты.

Комната имеет в длину 7 м., в ширину 5 м. и в высоту 4 м., при чем мебель занимает 2,5 куб. м. 1) Сколько литров кислорода находится в этой комнате? Объем литра = 1 куб. дециметру. 2) Сколько весит этот кислород, если 7 литров кислорода весят 10 граммов? *Отв.* 1) 28875 литров; 2) 41,250 килограмм.

504. Здоровый взрослый человек употребляет в 24 часа, средним числом, 744 грамма кислорода. Сколько литров кислорода надо для 25 человек в 1 час? *См.* № 503.

Отв. 542,5 литров.

505. Школьник вдыхает в 1 час, средним числом, 100 литров воздуха. 1) Сколько весит кислород, употребляемый 1 школьником в 1 час? 2) В какое время 40 школьников употребят 10-ую часть кислорода, находящегося в классной комнате, объем которой равен 180 куб. метр.? *См.* № 503. *Отв.* 1) 30. грам.; 2) 45 часов.

506. Воздух непригоден для дыхания, когда 1 куб. метр его содержит более 2-х граммов углекислоты. Человек выдыхает в 24 часа, средним числом, 900 грам. углекислоты. 1) Сколько углекислоты выдыхают 4 человека в 1 час? 2) Сколько углекислоты содержит 1 куб. метр воздуха в непроветриваемой комнате, объем которой 150 куб. метр., если в ней находились 4 человека в продолжении 2 часов? *Отв.* 1) 150 грам.; 2) 2 грам.

Теплота.

507. Средняя температура дня с 1-го по 7 октября была такова:

1 октября	+4°	5 октября	0°
2 " 	+2°	6 " 	+2°
3 " 	-1°	7 " 	+1°
4 " 	- 2°		

Начертить график изменения температуры за это время.

508. Наиболее употребительны термометры Реомюра (R) и Цельсия (С). Точка таяния льда обозначена на них через 0, точка кипения воды обозначена на R через 80, а на С через 100. След. 80° R=100° С, или 4° R=5° С.

1) Термометр R показывает 16°. Сколько показывает термометр С? 2) Термометр С показывает 15°. Сколько показывает термометр R? *Отв.* 1) 20°; 2) 12°.

509. Кровь здорового человека имеет температуру 37° С. Сколько это градусов по Реомюру? *Отв.* 29,6°.

510. Начертить график для перевода градусов R в градусы C и обратно.

Указание. На клетчатой бумаге с возможно мелкими клетками (если только нет миллиметровой бумаги) отложить по горизонтальной оси числа 4, 8, 12 и т. д. (через 4), принимая за 1 сторону клетки; на перпендикулярах отложить числа 5, 10, 15 и т. д. (через 5). Концы перпендикуляров соединить. Получится прямая, проходящая через начало координат. Этот график можно начертить проще: отложить по горизонтальной оси напр. число 16, а на перпендикуляре $\frac{5}{4}$ этого числа, т. е. 20. Провести прямую через конец этого перпендикуляра и через начало координат. (См. № 368).

При помощи построенного графика 1) перевести на градусы C: 12°R, 20°R, 28°R; 2) перевести на градусы R: 20°C, 30°C, 35°C, 40°C. (См. №№ 370—372).

511. Температура больного измеряется обыкновенно два раза в день: утром и к вечеру. В следующей таблице приведена температура больного возвратным тифом за 24 дня: от начала заболевания до выздоровления. Температура измеряется по термометру C, показывающему десятые части градуса.

Дни.	Утро.	Вечер.	Дни.	Утро.	Вечер.	Дни.	Утро.	Вечер.
1	—	37°	9	37,2	37	17	42	39
2	40,2	40	10	37,2	37	18	40,4	40,2
3	41,2	40,6	11	37,3	37	19	40,6	40,2
4	41	40,6	12	37,4	36,8	20	40,4	39,4
5	41,4	37,4	13	37,4	37,2	21	39,6	35,3
6	39,4	39,2	14	37,4	37	22	36,2	36
7	41	35,2	15	37,2	37	23	36	36,6
8	36,6	36,2	16	37,2	36,8	24	36,5	37

Используя эту таблицу, начертить температурную кривую при возвратном тифе.

Указание. Чертеж сделать на клетчатой бумаге с возможно мелкими клетками. По оси X откладывать время, отводя для каждого суток по два деления: левое для обозначения первой половины суток и правое для второй половины суток. В вертикальном направлении откладывать температуру, принимая сторону клетки за 2 десятых градуса. Нормальную температуру 37° взять на ось X.

512. Свинец плавится при $+330^{\circ}\text{C}$, серебро при $+1000^{\circ}\text{C}$. Найти температуру плавления свинца и серебра по Реомюру. *Отв.* 264°R ; 800°R .

513. Ртуть замерзает при 39°C . Найти температуру замерзания ртути по Реомюру. *Отв.* $31,2^{\circ}\text{R}$.

514. Единица теплоты—*калория*—есть количество теплоты, необходимое для нагревания 1 килограмма воды на 1°C .

Сколько единиц теплоты содержат: 1) 7 килогр. воды при 16°C ? 2) 10 килогр. воды при 12°C ? Здесь подразумевается не вся теплота воды, а только та, которая прибавилась при нагревании от 0° до 16° или до 12° . *Отв.* 1) 112 калорий; 2) 120 калорий.

515. Смешали 5 килогр. воды при 12°C и 3 килогр. при 40°C . Какую температуру имеет смесь? *Отв.* $22\frac{1}{2}^{\circ}\text{C}$.

516. Сколько литров воды при 7° надо смешать с 15 литрами воды при 25° , чтобы температура смеси была 12° . Литр (1 куб. дециметр) воды весит 1 килограмм. *Отв.* 39 литров.

517. Пока тело под действием нагревания переходит из твердого состояния в жидкое (или из жидкого в газообразное), температура его не изменяется: вся теплота идет на превращение тела из одного состояния в другое. Эта теплота называется *скрытой теплотой*. Скрытая теплота таяния льда равна 80, т. е. для обращения 1 килогр. льда при 0°C в воду также при 0° надо затратить 80 калорий, или столько единиц теплоты, сколько их требуется для нагревания 1 килогр. воды при 0° до температуры 80°C .

В сосуд, содержащий 20 килогр. воды при 40°C , брошен кусок льду в 5 килогр. при 0° . Когда лед растает, какова будет температура смеси? *Отв.* 16°C .

С в е т .

518. Свет распространяется со скоростью 300 000 километров в секунду. Во сколько времени свет доходит от солнца до земли? Расстояние от земли до солнца 150 миллионов километров. *Отв.* 8 мин. 20 сек.

519. Полярная звезда отстоит от земли в 2 267 000 раз дальше, чем солнце. Во сколько времени доходит свет от полярной звезды до земли? Ответ только в целых годах. *Отв.* 36 лет.

520. Отвесный стержень вышиною в 80 см. дает тень длиною 41,6 см. В то же самое время тень от башни имеет длину 33,8 метра. Найти высоту башни? *Отв.* 65 м.

521. Лист бумаги находится от лампы на расстоянии 1 метра. Какая часть света, падающего теперь на бумагу, упадет на нее, если бумага будет удалена от лампы на расстоянии 1) 5 м.; 2) 3, 5 м.; 3) $3^3,4$ м.; 4) 17 м.? *Отв.* 1) $\frac{1}{25}$; 2) $\frac{1}{49}$; 3) $\frac{1}{225}$; 4) $\frac{1}{289}$.

522. Предмет удален от источника света на 15 см. Во сколько раз уменьшится освещение, если предмет будет удален от источника света на 50 см.? *Отв.* В $1\frac{1}{3}$ раза.

523. Сила света различных источников света измеряется свечами: за единицу принимается сила света стеариновой четвериковой свечи.

Какова сила света электрической лампочки, которая на расстоянии 4 см. освещает поверхность бумаги так же, как свеча на расстоянии 1 см.? *Отв.* 16 свечей.

524. Электрические лампочки, одна на расстоянии 5 см., другая на расстоянии 10 см., освещают поверхность бумаги так же, как свеча на расстоянии 1 см. Во сколько свечей эти лампочки? *Отв.* В 25 свечей, в 100 свечей.

З в у к.

525. Звук распространяется в воздухе со скоростью 333 метра в секунду при 0°C .

Какое расстояние проходит звук при 0°C : 1) в 18 сек.? 2) в 45 сек.? *Отв.* 1) около 6 килом. (5 994 м.); 2) около 15 килом. (14 985 м.).

226. С каждым повышением температуры на 1°C скорость звука увеличивается на $\frac{1}{2}$ метра в секунду.

Какое расстояние проходит звук 1) в 18 сек. при 14°C ? 2) в 35 сек. при 10°C ? 3) в 1 минуту при 16°C ?

Отв. 1) 6 км. 120 м.; 2) 11 км. 830 м.; 3) 20 км. 460 м.

527. Сколько времени употребляет звук, чтобы при 14°C пройти: 1) 3 230 км.? 2) 51 км.? 3) 8 840 км.?

Отв. 1) $9\frac{1}{2}$ сек.; 2) $2\frac{1}{2}$ мин.; 3) 26 сек.

528. Наблюдатель слышит гром спустя 20 сек. после блеска молнии. Как далеко от грозы находится наблюдатель, если температура воздуха 25°C ? Считать, что свет на этом расстоянии распространяется мгновенно. *Отв.* 6 910 км.

В следующих четырех задачах считать температуру воздуха 14°C .

529. Человек произносит слово, обратясь лицом к скале, которая находится от него на расстоянии 255 м. Через сколько секунд услышит он эхо? А если бы скала находилась на расстоянии 1360 м.? *Отв.* 1) через $1\frac{1}{2}$ сек.; 2) через 8 сек.

530. Как далеко находится отражающая скала, если эхо от пушотетного выстрела слышно через $2\frac{3}{4}$ сек.?

Отв. $467\frac{1}{2}$ м.

531. Отражающая звук скала находится на расстоянии 510 м. Эхо услышано через 3 секунды. Как найти скорость звука? *Отв.* $510 \text{ м.} : \frac{3}{2} = 340 \text{ м.}$

532. Человеческое ухо может различить в секунду самое большее 10 слогов. Самое меньшее — на каком расстоянии надо стать от отражающей скалы, чтобы слышать эхо от слова: 1) в 1 слог? 2) в 5 слогов? 3) в 8 слогов?

Отв. 1) 17 м.; 2) 85 м.; 3) 136 м.

Решение. Первый слог эхо можно различить только по прошествии $\frac{1}{10}$ сек. Во столько времени звук совершает путь до скалы и обратно; а путь в одну сторону он пройдет в $\frac{1}{20}$ сек. Чтобы различить слово в 5 слогов, надо времени $\frac{5}{10}$ сек. $= \frac{1}{2}$ сек.; путь до скалы звук проходит в $\frac{1}{4}$ сек.
