АКАДЕМИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ НАУК РСФСР
Институт методов обучения

ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕКА УЧИТЕЛЯ

А. Д. СЕМУШИН

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ ПО СТЕРЕОМЕТРИИ

ИЗДАТЕЛЬСТВО
АКАДЕМИИ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ НАУК РСФСР
Москва 1959

Печатается по решению
Ученого совета
Института методов обучения
АПН РСФСР

Предлагаемая работа представляет собой один из возможных вариантов перестройки системы обучения решению задач на построение в курсе стереометрии.

Автор книги подробно излагает методику построений на стереометрическом чертеже, используя собственный опыт работы в школе, а также идеи Ж. Адамара и Н. Ф. Четверухина.

Книга предназначена для учителей математики, преподавателей и студентов педагогических институтов.

ВВЕДЕНИЕ

Задачи на построение в пространстве решаются двумя принципиально различными методами: в воображении и эффективно [1].

В процессе решения задач на построение в воображении устанавливается лишь факт существования решения, само же построение искомого элемента не выполняется. По идее метода элементы, определяемые условием задачи, не задаются ни непосредственно в пространстве, ни на плоском чертеже, а удерживаются в воображении. Решение задачи сводится к перечислению такой совокупности геометрических операций, фактическое выполнение которых (в случае если их можно было бы выполнить) приводит к построению искомого элемента. Задача считается решенной, если удается отыскать рассматриваемую совокупность построений.

Проиллюстрируем прием решения задач на построение в воображении на примере решения следующей задачи.

Задача 1. Построить плоскость, параллельную данной плоскости β и проходящую через данную точку B.

Решение. Допустим, что точка B не лежит в плоскости β Решение задачи в этом случае свелось бы к перечислению следующей совокупности построений: 1) в плоскости β проводим две пересекающиеся прямые a и b; 2) через прямую a и точку B проводим плоскость γ_1; 3) в плоскости γ через точку B проводим прямую a_1, параллельную прямой a; 4) через прямую b и точку B проводим плоскость γ_2; 5) в плоскости γ_2 через точ-

[1] Такая классификация могла бы быть проведена и для методов решения задач на построение на плоскости.

ку B проводим прямую b_1, параллельную прямой b; 6) через две пересекающиеся прямые a_1 и b_1 проводим плоскость β. Плоскость β' — искомая.

Перечисленные шесть операций не только не выполняются, но некоторые из них не могут быть выполненными. В самом деле, если прямые a и b в первоначально заданной плоскости могли бы быть проведены с помощью линейки и карандаша, то для построения плоскостей γ_1, γ_2 и β' в практике не существует инструментов, с помощью которых можно было бы вычерчивать непосредственно в пространстве плоскости и проводить построения в них. Невозможно, следовательно, в плоскостях γ_1 и γ_2 провести и прямые a_1 и b_1.

Из приведенного примера видно, что в воображении удерживаются не только заданные элементы, но и элементы, получаемые в процессе построения, а также решение задачи. В этом смысле воображаемыми являются и сами построения.

Чертеж при решении в воображении задач на построение может не выполняться. В тех же случаях, когда к нему прибегают, он играет вспомогательную роль: чертеж необходим только для облегчения работы воображения, когда пространственное воображение плохо развито или когда построения оказываются громоздкими.

В процессе решения стереометрических задач на построение эффективными методами искомые элементы строятся по некоторому числу заданных фактическим выполнением построений на чертеже с помощью фиксированного набора инструментов. В отличие от задач на построение, решаемых в воображении, при эффективном решении задача не может считаться решенной без выполнения чертежа.

В элементарной геометрии за последние 10—20 лет достаточно четко выделились два подхода к эффективному решению стереометрических задач на построение. Первый по времени опубликования представлен в курсе стереометрии Ж. Адамара [1][1]; второй разработан проф. Н. Ф. Четверухиным [22, 23]. В дальнейшем первый подход называется эффективным методом решения задач на

[1] См. список литературы в конце книги.

построение, а второй — решением задач на построение на проекционном чертеже.

При решении задач на построение эффективным методом (по Адамару) элементы, определяемые условием, задаются на плоском чертеже в натуральную величину, без искажений. Для построения искомого элемента в воображении отыскивается последовательность плоских сечений заданного геометрического тела, каждое из которых при помощи заданных элементов и элементов, получаемых в процессе решения, строится в натуральную величину. Последовательность плоских сечений отыскивается так, чтобы хотя бы в одно из них входили искомые элементы, построением которых в сечении заканчивается решение задачи.

Рассмотрим пример решения задачи на построение эффективным методом.

Задача 2. Построить радиус шара, вписанного в правильную треугольную пирамиду со стороной основания a и высотой H.

Решение. Сторона основания a и высота H пирамиды задана на рис. 1 в натуральную величину. По ним строим основание ($\triangle ABC$) и высоту (BD) основания пирамиды (рис. 2). По определившейся высоте (BD) основания и высоте ($SO_1 = H$) пирамиды (рис. 3) строим сечение пирамиды плоскостью, проходящей через апофему SD грани и высоту пирамиды. В этом сечении радиус (OT) шара определится как перпендикуляр, опущенный на апофему грани из точки (O) пересечения высоты ($SO_1 = H$) пирамиды с биссектрисой (OD) угла, образованного апофемой грани и высотой основания пирамиды.

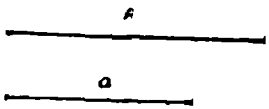

Рис. 1

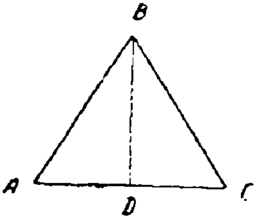

Рис. 2

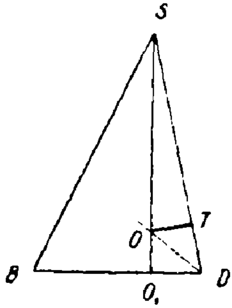

Рис. 3