СОБРАНІЕ
СТЕРЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ,
ТРЕБУЮЩИХЪ ПРИМѢНЕНІЯ
ТРИГОНОМЕТРІИ.

составилъ
Н. РЫБКИНЪ.

ИЗДАНІЕ ПЯТНАДЦАТОЕ.

(Напечатано безъ измѣненій съ тринадцатаго изданія, допущеннаго Уч. К. М. Н. П. для среднихъ учебныхъ заведеній).

Складъ при книгоиздательствѣ
„ШКОЛА“.
Москва, Спиридоновка, д. № 14.

МОСКВА.
Рижская Типо-Литографія (К. Я. Мишке)
Покровка, д. № 43. Тел. 5-71-23.
1916.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Изъ предисловія къ первому изданію.

По правиламъ о письменныхъ испытаніяхъ зрѣлости къ геометрической задачѣ, назначаемой для абитуріентовъ, «присоединяются такія данныя и условія, которыя дали бы возможность ученику обнаружить умѣнье вводить въ выкладки тригонометрическія функціи, пользоваться тригонометрическими таблицами и рѣшать треугольники» (Прав. объ испыт. 1891 г. § 57 *г*).

Настоящій небольшой сборникъ представляетъ собою опытъ учебнаго пособія, соотвѣтствующаго указаннымъ экзаменнымъ требованіямъ. Содержащіяся въ немъ задачи служатъ для совмѣстнаго примѣненія геометріи и тригонометріи; при этомъ въ однѣхъ задачахъ преобладаетъ элементъ геометрическій, въ другихъ — тригонометрическій, въ третьихъ — я старался ввести оба элемента равномѣрно.

По отношенію къ геометрическому элементу я предпочиталъ тѣ задачи, въ которыхъ удачное рѣшеніе вытекаетъ изъ соображеній вполнѣ геометрическаго характера и которыя требуютъ отъ рѣшающаго отчетливыхъ геометрическихъ представленій.

Что касается видовъ примѣненія тригонометріи, то я заботился о возможномъ ихъ разнообразіи и интересѣ; съ этою цѣлью въ число задачъ включено также нѣсколько такихъ, которыя приводятъ къ рѣшенію тригонометрическихъ уравненій.

Изъ предисловія къ третьему изданію.

При третьемъ изданіи въ книгѣ сдѣланы значительныя измѣненія, согласно указаніямъ опыта и совѣтамъ гг. преподавателей. Прежде всего — присоединены *вновь* планиметрическія задачи и тотъ отдѣлъ, который я назвалъ введеніемъ; такой отдѣлъ мнѣ казался полезнымъ, какъ подготовительный и справочный. Изъ другихъ измѣненій отмѣч. слѣдующія: 1) въ стереометрическихъ задачахъ уничтожено раздѣленіе на двѣ группы различной трудности; взамѣнъ этого я старался уравнять и уменьшить трудность задачъ, увеличивъ для этого число указаній къ нимъ; 2) стереометрическія задачи расположены, какъ и прежде, по курсу, но — для ясности — отдѣлы стереометріи теперь озаглавлены; 3) отведено видное мѣсто логариѳмическимъ вычисленіямъ, для чего я пользовался преимущественно планиметрическими задачами (вообще же я присоединялъ числовыя данныя тамъ, гдѣ ихъ подборъ можетъ вліять на ходъ рѣшенія или гдѣ вычисленіе буквенной формулы не лишено интереса).

Пятнадцатое изданіе перепечатано съ тринадцатаго.

ВВЕДЕНІЕ.

Нѣкоторыя теоремы, формулы и преобразованія, которыя потребуются далѣе въ задачахъ.

I. Въ правильномъ треугольникѣ: 1) высота равна половинѣ стороны, умноженной на $\sqrt{3}$; 2) радіусъ описаннаго круга равенъ двумъ радіусамъ вписаннаго круга.

II. Діагональ квадрата равна сторонѣ, умноженной на $\sqrt{2}$.

III. Если величина a раздѣлена въ среднемъ и крайнемъ отношеніи, то бóльшая часть равна $\frac{a}{2}(\sqrt{5}-1)$.

IV. Площадь треугольника равна половинѣ основанія, умноженной на высоту *).

V. Для опредѣленія высоты треугольника иногда удобно пользоваться двоякимъ выраженіемъ его площади.

VI. Площадь прямолинейной фигуры, описанной около круга, равна произведенію радіуса на половину периметра.

VII. *Теоремы о трехъ* **) *перпендикулярахъ:* 1) Если наклонная перпендикулярна къ прямой, проходящей на плоскости черезъ ея основаніе, то проекція наклонной также перпендикулярна къ этой прямой. 2) Если прямая проходитъ на плоскости черезъ основаніе наклонной и перпендикулярна къ ея проекціи, то она перпендикулярна и къ наклонной.

---

*) Для задачъ *такая форма* теоремы удобнѣе обычной.

**) Два перпендикуляра упоминаются въ самомъ текстѣ теоремъ; третьимъ будетъ перпендикуляръ къ плоскости, проводимый для полученія проекціи.

VIII. Если треугольникъ или многоугольникъ проектируется на плоскость, то площадь проекціи равна проектируемой площади, умноженной на косинусъ ея угла съ плоскостью проекціи.

IX. Боковыя поверхности цилиндра, конуса и усѣченнаго конуса можно выразить *одной* формулой съ помощью высоты ихъ h и перпендикуляра c, возставленнаго изъ *средины* образующей до пересѣченія съ осью. Эта формула есть

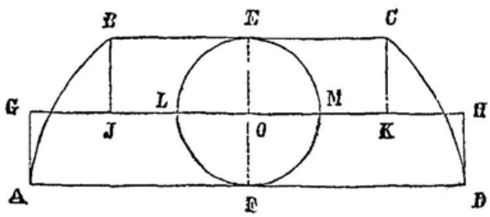
$$P = 2\pi c \,.\, h.$$

X. Пусть треугольникъ ABC вращается около оси, лежащей въ его плоскости и проходящей черезъ вершину A не внутри угла BAC, и пусть будетъ AD высота треугольника, проведенная къ сторонѣ BC. Тогда

$$\text{об. } (ABC) = \text{пов. } (BC) \cdot \frac{AD}{3}.$$

XI. Сферическимъ секторомъ *2-го рода* называютъ такую часть шара, которая самостоятельно можетъ быть получена вращеніемъ кругового сектора около *внѣшняго* діаметра. Объемъ такого тѣла равенъ поверхности шарового пояса, умноженной на $\frac{1}{3}$ радіуса шара.

XII. Выраженіе для объема сферическаго слоя удобно помнить съ переводѣ на такой чертежъ:



Черт. 1.

Здѣсь представлены своими *осевыми сѣченіями* четыре тѣла: сферическій слой ($ABCD$), два цилиндра половинной высоты ($AGHD$ и $IBCK$) и шаръ ($EMFL$): сферическій слой равновеликъ суммѣ цилиндровъ и шара.

Для сферическаго сегмента полагаемъ радіусъ верхняго основанія равнымъ нулю.