РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ГЕОМЕТРІИ

А. КИСЕЛЕВА.

(На построеніе).

Составилъ
студ. техн. В. И. Храбровицкій.

(Доказательства теоремъ, геометрическія мѣста и задачи на построеніе)

П. И. БОНАДУРЕРЪ,
влад. Южно-Русск. Книгоиздательства Ф. А. Юганс
КІЕВЪ—ПЕТРОГРАДЪ—ОДЕССА.
1915.

П. И. БОНАДУРЕРЪ

влад. Южно-Русск. К-ва Ф. А. Іогансонъ.

В НЫЙ СКЛАДЪ: Кіевъ, Татарская ул. д. № 35/37

СОБРАНІЯ СОЧИНЕНІЙ.

Полное собраніе сочиненій А. С Пушкина, богато иллюстр., *подъ редак.* и съ историко-литер. коммент. къ важн. произв., поясниг. примѣч. къ тексту и вступ. статьей *Г. В. Александровскиго* (автора «Чтеній по новѣйшей русской литературѣ»). Въ перепл. Ц. 3 р.

Учен. Комит. М. Н. П. допущенъ въ ученич. библ.

Полное собраніе сочиненій Н. В. Гоголя, богато иллюстр., *подъ ред.* и съ ист лит. ком. къ важн. проиа., поясн. прим. къ тексту и вступ. статьей *Г В. Александровскаго* Въ перепл. Ц. 3 р

Полное собраніе сочиненій М. Ю. Лермонтова, богато иллюстрирован., съ вступительной статьей профессора Арабажина, провѣренное по Академическому изданію. Въ пер. 2 р. 50 к.

В. Г. Бѣлинскій, 4 больш тома. Ц. 3 р.

Г. Ф. Квитка-Основьяненко, въ 2-хъ томахъ 1 р. 35 к.

Т. Шевченко, Полный *Кобзарь*, въ редакц Доманицкаго, съ илл., съ матер по политич. дѣлу. Ц. 85 к. Въ папкѣ 1 р. 10 к. Въ переплетѣ. Ц. 1 р 35 к. На лучшей бумагѣ. Ц. 1 р. 25 к. Въ папкѣ 1 р. 50 к. Въ переплетѣ Ц. 2 р

И. А. Крыловъ. Полное собр. басенъ Ц. 35 к. Въ папкѣ. Ц. 50 к На лучш. бум. въ роск пер. Ц. 1 р Миніатюрн. издан. Ц. 15 к.

Учен. Комит. М. Н. П. допущенъ въ ученич. библ.

КОЛЛЕКЦІЯ КАРМАННЫХЪ СЛОВАРЕЙ въ коленкоровыхъ переплетахъ.

1) Французско Русскій карманный словарь. Составилъ Е Яковлевъ. Одобренъ Ученымъ Комитетомъ. Ц. 75 к.

2) Нѣмецко-Русскій карманный с Одобренъ Ученымъ Комитетомъ Л. Д фонъ-Циглеръ. Ц. 75 к.

3) Англійско-русскій карманный с Одобренъ Ученымъ Комитетомъ. вилъ Э. Гокинсъ. Ц. 75 к.

4) Латинско-русскій карманный с Состав. Ѳомицкій. Одобренъ У Комитетомъ. Ц. 75 к.

5) Русско-латинскій словарь. Мал. та. Въ переп. Ц. 45 к.

6) Русско-французскій карман. сл Составилъ Н. Г. Синяковъ. Одо Ученымъ Комитетомъ, Ц. 75 к.

7) Русско-нѣмецкій карманный сл Составилъ Левенсонъ. Одобренъ нымъ Комитетомъ. Ц. 75 к.

8) Русско-англійскій карманный сл Сост Д. Сеславинъ. Одобренъ Комитетомъ. Ц 75 к.

9) Словарь иностранныхъ словъ. С Н. Гавкинъ. Ц. 85 к.

10) Итальяно-русскій карманный сл Ц. 1 р.

безъ переплетовъ на 15 коп. дешевл

11) Словарь иностранныхъ писателе портретами біографіями и кр тик извед Въ 2-хъ томахъ. Ц 1 р. 5(

12) Д. Н Сеславинъ. Карманная энц педи и словотолкователь по н шимъ источникамъ, безъ пер. Ц.

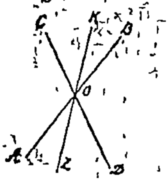
КОЛЛЕКЦІЯ МИНІАТЮРНЫХЪ ВАРЕЙ «ЛИЛИПУТЪ»

Нѣмецко-русскій, русско-нѣм фран.-русскій, русско-франц по 3 Латино-русск. русско-лат., рус ческ., греческо-русскій по 45 к.

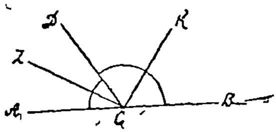
1. Пусть OK и OZ суть биссектрисы; требуется, что KOZ есть прямая линія. $\angle COB + \angle BOD = 2d$, какъ смежные, а $\angle KOC = \angle DOZ$, какъ половины вертикальныхъ угловъ, слѣд., вмѣсто $\angle COB$ можно вставить: $\angle COK + \angle KOB = \angle DOZ + KOB$, и равенство 1-е обратится въ: $\angle DOZ + \angle KOB + \angle BOD = 2d$, значитъ, на основаніи обратной теоремы о смежныхъ углахъ KO и OZ составляютъ прямую линію.

2. Пусть CK и CZ будутъ биссектрисами смежныхъ угловъ ACD и DCB; требуется доказать, что $ZCK = d$; уголъ ZCK составленъ изъ двухъ угловъ ZCD и DCK, которые = половинѣ смежныхъ угловъ, и въ совокупности составляютъ полусумму смежныхъ угловъ, т. е. $= \frac{2d}{2} = d$.

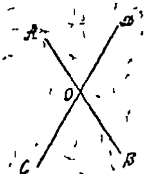
3. По условію $\angle AOD = \angle BOC$; $\angle AOD + \angle DBO = 2d$, какъ смежные, подставимъ въ это равенство, вмѣсто $\angle AOD = BOC$, получимъ $\angle BOC + \angle DOB = 2d$, что на основаніи обратной теоремы о смежныхъ углахъ доказываетъ теорему.



зад. 1.



зад 2.



зад 3.

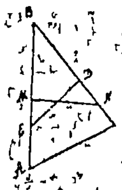
4. По условію: $\angle AOC = \angle DOB$ (см. предыдущ. чертежъ) и $\angle AOD = \angle COB$; $\angle AOD + \angle DOB + \angle COB + \angle AOC = 2\angle AOD + 2\angle DOB = d$, какъ сумма угловъ вокругъ одной точки; слѣд., сокративъ послѣднее равенство на 2, получимъ: $\angle AOD + \angle DOB = d$, что на основаніи обратной теоремы о смежныхъ углахъ доказываетъ, что AO есть продолженіе OB.

5. 1) AM и AN суть медіаны; въ треуг. AMC и ANC ест общая сторона AC, $\angle ACM = \angle CAN$, какъ углы при основаніи ра нобедреннаго треуг., стороны MC и NA равны, какъ половины ра ныхъ боковыхъ сторонъ, итакъ, треугольники: AMC и ANC равны слѣд. и $AM = CN$; 2) AK и CZ — биссектрисы: $\triangle AKC = \triangle AZ($ (AC — общая, $\angle ACK = \angle CAZ$, по упомянутому и $\angle KAC = \angle ZCA$ какъ половины равныхъ угловъ), изъ равенства треуг-овъ слѣдуетъ что $AK = CZ$; 3) AD и CE — высоты, $\triangle ADC = \triangle AEC$, какъ прямо угольные, имѣющіе общую гипотенузу и острый уголъ $DCA = \angle CAE$; значитъ $AD = CE$.

6. $DE \perp BC$, $MN \perp AB$, $AM = MB$, $BD = DC$ по условію, $MN = DE$? $\triangle BDE = \triangle BMN$ (катеты BD и BM равны, какъ половины равныхъ боковыхъ сторонъ равнобедреннаго $\triangle$-ка, $\angle B$ — общій слѣд. $DE = MN$.

7. Согласно условію $AZ = AK$, $KM \perp AC$, и $MZ \perp AB$; требует ся доказать, что $\angle CAM = \angle BAM$? $\triangle$-ки AKM и AZM имѣютъ об щую гипотенузу AM и катетъ $AK = AZ$, значитъ $\triangle$-ки равны $\angle KAM = \angle MAZ$.


зад 5


зад 6

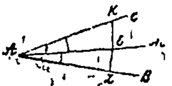

зад 7.

8. По условію $\angle 1 = \angle 2$, и $KZ \perp AM$; значитъ $\triangle$-къ $AKE = \triangle AEZ$, по общему катету AE и по равному острому углу, слѣд. $AK = AZ$.

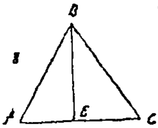
9. По условію $AE = EC$, требуется доказать, что

$BE < \frac{AB + BC + CA}{2}$, изъ $\triangle$-ка ABE имѣемъ: $BE < AB + AE$, а изъ $\triangle$-ка EBC, $BE < BC + CE$ складывая почленно эти два неравенства, получимъ: $2BE < AB + AE + BC + CE$ или $2BE < AB + BC + AC$, откуда $BE < \frac{AB + BC + CA}{2}$.

10. Четыреугольникъ ABCD есть параллелограмъ, такъ какъ діагонали AC и BD дѣлятся пополамъ въ точкѣ E ($AE = EC$ по условію, и $BE=ED$ по построенію): изъ Δ-ка DBC имѣемъ $BD<BC+CD$ или $2BE<BC+AB$ (т. к. $CD=AB$, какъ противоположныя стороны парал-грама) откуда получимъ $BE<\frac{AB+BC}{2}$.



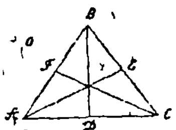
зад 8



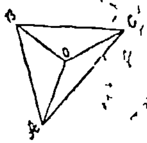
зад 9.

зад 10

10a. Согласно предыдущей теоремѣ $BD<\frac{AB+BC}{2}$, $AE<\frac{AB+AC}{2}$, $CF<\frac{CB+CA}{2}$; складывая эти три неравенства, получимъ: $AE+BD+CF<\frac{2AB+2BC+2AC}{2}$, откуда $AE+BD+CF<AB+BC+AC$; чтобы доказать вторую половину теоремы, мы разсмотримъ Δ-ки: ABD, BCF, AEC, изъ которыхъ имѣемъ: $BD>BC-CD$, $AE>AB-BE$, $CF>AC-AF$, складывая почленно, получимъ. $BD+AE+CF>BC-CD+AB-BE+AC-AF$; или $BD+AE+CF>AB+BC+AC-\frac{AB}{2}-\frac{BC}{2}-\frac{AC}{2}$, или: $BD+AE+CF>\frac{AB+BC+AC}{2}$.



зад 10а



зад 11.

11. $AO+OB+OC<AB+BC+AC$? Зная что объемлемая ломаная меньше объемлющей, мы можемъ написать $AO+OC<AB+BC$, $AO+OB<AC+CB$, $OB+OC<AC+AB$, складывая почленно эти неравенства, получимъ: $2(AO+OB+OC)<2(AB+BC+AC)$, откуда имѣемъ: $AO+OB+OC<AB+BC+AC$; кромѣ того, надо доказать $AO+OB+OC>\frac{AB+BC+AC}{2}$, изъ Δ-овъ AOB, BOC и AOC