Я. А. ШОР

ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА В КУРСЕ АРИФМЕТИКИ IV КЛАССА

УЧПЕДГИЗ • 1963

Я. А. ШОР

ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА В КУРСЕ АРИФМЕТИКИ IV КЛАССА

Пособие для учителей III и IV классов

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР

МОСКВА 1963

Данная брошюра рекомендована к изданию УМСом Министерства просвещения РСФСР.

ОТ АВТОРА

В настоящей работе дано изложение вопроса — изучение темы «Целые числа» во втором полугодии IV класса. Однако ряд вопросов в той или иной степени входит в программу III класса (некоторые свойства сложения и умножения, проверка арифметических действий, нахождение неизвестных компонентов арифметических действий), что позволяет адресовать излагаемый материал и учителям III класса. Отметим, что подготовка к усвоению элементов арифметической теории имеет место и в первом, и во втором классе, что должны учитывать преподаватели при работе в этих классах.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Автор в данной работе основное внимание уделил всемерной активизации умственной деятельности учащихся: они участвуют в подготовке к выводам, в процессе получения этих выводов и в их применении. Закрепление строится в значительной мере не на готовых примерах и задачах, а на составляемых самими учащимися, причем сам характер этих примеров покажет учителю, в какой степени сознательно и умело учащиеся применяют на практике элементы изученной теории.

Приводимое в отдельных случаях примерное изложение некоторых уроков не носит характера поурочных планов. Здесь нет схемы построения урока, отдельных этапов урока, не затрагиваются, например, вопросы проверки домашних заданий или вопросы заданий на дом и т. д. Освещаются лишь вопросы, связанные с изучением нового материала, причем в ряде случаев дано изложение одного и того же момента урока в различных вариантах, отнюдь не рассчитывая исчерпать этим возможные варианты. Мы этим хотели лишь подчеркнуть ту мысль, что отыскание лучшего варианта — одна из важнейших задач преподавателя.

Некоторые вопросы изложены в несколько ином плане, чем в учебнике или в «Методике». К таким вопросам относятся, например, введение определений действий, изучение зависимости между компонентами действий, формулировка способов проверки действий и др. Считая весьма полезным, чтобы учащиеся убедились в целесообразности применения свойств арифметических действий (переместительного, сочетательного, распределительного) не только при вычислениях, но и при решении задач, образцы которых нами даны. Полагая, что надо возможно чаще выяснять степень усвоения материала, нами через сравнительно небольшие промежутки даны примерные самостоятельные работы, рассчитанные на часть урока.

Изучение каждого арифметического действия завершается итоговым уроком, имеющим своей целью повторить и обобщить все пройденное о данном действии. Учитель может заранее предупредить о предстоящем уроке и его теме, дать учащимся план, по которому будет проводиться урок, подчеркнуть его значение.

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА» В IV КЛАССЕ

В программе по арифметике для начальной школы по-новому ставится вопрос об изучении целых чисел в IV классе. В отличие от прежней, когда изучение целых чисел было отнесено к началу учебного года в IV классе, теперь в начале IV класса заканчивается изучение действий в пределе миллиона, а затем, после продолжительного промежутка, уже во втором полугодии дается тема «Целые числа», на которую отводится значительное время — 50 часов. Чем же обусловливается такая перестройка программы?

Введение новой темы было вызвано необходимостью решить ряд важных вопросов в деле преподавания арифметики в восьмилетней школе, а именно: 1) создать преемственность в преподавании, обеспечивающую успешное продолжение изучения курса детьми, переходящими из IV в V класс; 2) поднять теоретический уровень изучения арифметики, разумеется, с учетом возрастных особенностей учеников начальной школы; 3) углубить материал в области целых чисел и некоторые обобщения давать тогда, когда они уже накопили достаточное количество фактов, подготовляющих возможность таких обобщений, т. е. насколько возможно ближе к периоду перехода в V класс.

Вопрос о преемственности курса арифметики IV и V классов является одним из наиболее острых вопросов и не сходит со страниц печати в течение долгих лет. Программа по арифметике в V и VI классах чрезвычайно насыщена материалом и уделить бо́льшее количество времени на изучение целых чисел не предоставляется возможным. Опыт работы в начальных классах показывает возможность в пределах программы усилить подготовку учащихся и облегчить работу V класса.

Вопрос о необходимости поднять теоретический уровень преподавания арифметики в начальной школе также в течение ряда лет ставится как первоочередная задача.

Усиление связи с жизнью не только не снижает, но, наоборот, усиливает значение вопросов теории в курсе арифметики.

Потребность в кадрах математиков в нашей стране чрезвычайно велика. Их надо растить в школе, начиная с первых лет обучения. Поднятие теоретического уровня, способствуя развитию логического мышления учащихся, будет служить и этой задаче.

В программе значение темы «Целые числа» определяется так: «Задача изучения этого раздела — расширить, а главное систематизировать, обобщить и глубже осмыслить знания, полученные учащимися за предыдущие годы... с тем, чтобы создать прочную базу для успешного изучения систематического курса арифметики в V классе...» и далее «...устанавливается преемственность в работе IV и V классов и устраняется существовавший до сих пор разрыв в программах этих классов» (журнал «Начальная школа», 1959, № 7, стр. 74).

Приступая в IV классе к работе над темой «Целые числа», учитель должен серьезно продумать те цели и то новое, что вносится программой в ее изучение. Между тем опыт работы по новой программе показывает, что далеко не все учителя отдают себе отчет в значении данной темы, а полагают, что она, как и раньше, имеет своей главной целью тренировку в области вычислительных навыков. Отсюда возникают недоуменные вопросы, вроде таких: «Зачем это расчленение изучения целых чисел в IV классе на два этапа: один раз в первом полугодии, другой раз во втором полугодии?» Отсюда вытекает недооценка элементов теории в этой теме, недостаточно тщательная работа над сознательным усвоением учащимися этих разделов. Понимание задач, поставленных данной темой, поможет учителю построить работу так, чтобы обеспечить выполнение этих задач. В настоящем пособии имеется в виду осветить лишь вопросы, связанные с элементами теории при изучении темы «Целые числа» в IV классе.

Прежде чем перейти к детальному разбору отдельных разделов темы, укажем на некоторые общие методические требования к изучению элементов теории [1].

Имеющийся в этой теме целый ряд определений, правил, выводов должен быть дан четким, по возможности простым, математическим языком. В математике различают понятия: определение, правило и теорема. В начальной школе не вводится термин «определение», однако необходимо построить работу так, чтобы и учитель, и ученики не смешивали этих понятий. Под определением в математике понимают такое предложение, в котором новое понятие, новые термины разъясняются при помощи известных уже ранее понятий.

Под арифметическим правилом следует понимать описание строго установленного процесса, по которому выполняется та или иная операция. Это как бы инструкция, которой надо следовать.

Так, например, правило письменного сложения многозначных чисел указывает, в каком порядке надо подписывать слагаемые, с чего начинать сложение, где подписывать результат. Это же относится и к правилам, по которым выполняются другие действия или по которым отыскиваются неизвестные компоненты действий. Для того чтобы ученики научились различать определение и правило, надо чаще ставить им такие вопросы, ответы на которые выражают определения: как называются числа при умножении? Как называются числа при делении? Также надо ставить вопросы, ответы на которые выражают правила: как найти неизвестное делимое? Как надо вычислить площадь прямоугольника? квадрата? Или в такой формулировке: «Скажи правило умножения чисел на 10, 100, 1000».

Как и в других разделах арифметики, основным методом изучения элементов теории остается индуктивный метод. Ученики приходят к определенным выводам на

[1] Некоторые вопросы, связанные с изучением элементов теории в начальной школе в курсе арифметики, освещены в журнале «Начальная школа» в статьях:

Н. Н. Никитин, Математические понятия, правила и определения в курсе арифметики, 1944, № 3.

К. и А. Рупасовы, О прочном и сознательном усвоении учащимися математических определений, 1947, № 12.

А. С. Пчелко, О теории и практике в преподавании начальной арифметики, 1951, № 1.

основании удачно подобранных учителем или ими самими составленных примеров или задач. В некоторых случаях объяснение сопровождается иллюстрациями в виде чертежей, графиков. Прежде чем делать какой-либо вывод, следует проделать несколько упражнений, провести ряд наблюдений. Это будет предостерегать учащихся от того, чтобы делать обобщение на основании рассмотрения одного лишь примера. Надо добиваться, чтобы в большинстве случаев учащиеся сами или с небольшой помощью учителя формулировали выводы. Это тем более возможно, что в значительной мере этот материал уже известен учащимся из предыдущего курса.

Пусть выводы, сделанные самими учениками, будут недостаточно четкими, иметь погрешности в стиле, но они должны отражать самое главное, существенное, а затем учитель уточнит формулировки, доведя их до той строгости, которая нужна для заучивания. Не следует спешить с требованием заучить правило, формулировку. На ранней стадии это иногда даже вредно. Пусть это придет позже, на основе неоднократного применения какого-либо свойства или правила. Весьма полезно, когда ученик на первых порах пользуется правилом, читая его по учебнику. Пусть, например, ученик должен выполнить упражнение на нахождение неизвестного компонента действия или на проверку действия каким-нибудь способом. Ученикам предлагается до выполнения операции внимательно прочесть правило по учебнику. Это приучает к более вдумчивому чтению учебника, а сами формулировки правил или свойств, после того как ученик их несколько раз применил на практике, становятся его достоянием.

Математическая речь должна быть строгой, лаконичной, и к этому надо приучать учеников. Нельзя оставлять без внимания неточности в формулировках, следует привлекать класс к исправлению допущенных ошибок.

Ученик должен видеть, что каждое правило, вывод, свойство «работает», что оно не мертво, что его можно с успехом использовать, что оно либо облегчает вычисления, помогая более быстрому и легкому способу решения примеров и задач, либо дает возможность проверять действия. Поэтому надо немедленно подкреплять все выводы удачно подобранными примерами и задачами.

Самым настоящим формализмом будет, если ученик IV класса для подтверждения переместительного свойства суммы или произведения приведет примеры вида $3+5=5+3$ или $8\times4=4\times8$. Надо показать ученику, что приведенные им примеры нисколько не облегчают вычислений. Ученики должны приводить яркие, убедительные примеры, иллюстрирующие ту мысль, что теория служит практике.

В работе школ обычно свойство действий используется при решении примеров. Следует, однако, специально подбирать и задачи с такими данными, чтобы их решение на основе применения элементов теории было бы значительно облегчено. Таким путем мы будем с самого младшего возраста воспитывать сознание того, что теория служит практике. Надо всемерно развивать инициативу учащихся, используя не только готовые примеры и задачи, но предлагая им самим составлять их.

Опыт показывает, что такие задания интересуют учащихся и что такая форма работы заставляет учащихся глубже задумываться над материалом и, следовательно, более сознательно его усваивать. В связи со спецификой данной темы надо основное внимание сосредоточить на элементах теории, подчиняя этому все этапы урока, связывая по возможности решение задач с материалами данной темы.

Следует после изучения каждого действия подводить итог, обобщающий все вопросы, связанные с изучением этого действия.

Примерное распределение материала по данной теме

Нумерация — 8 часов, из них 1 час на контрольную работу.

Сложение — 6 часов, включая 1 час на самостоятельную или контрольную работу.

Вычитание — 8 часов, из них 1 час на обобщение пройденного о вычитании и 1 час на контрольную работу.

Умножение — 14 часов, из них 1 час на обобщение пройденного об умножении, 1 час на контрольную работу и 1 час на закрепление пройденного и подведение итогов.

Деление — 16 часов, из них 1 час на обобщение пройденного о делении, 1 час на контрольную работу и 1 час на закрепление пройденного и подведение итогов.

Примечание. Можно, в случае необходимости, добавить 3—5 часов за счет темы «Меры времени», так как измерение мер времени облегчено исключением из программы наиболее трудного вопроса — умножения и деления составных именованных чисел, выраженных в мерах времени.

Нумерация многозначных чисел

Нумерация — один из наиболее трудных вопросов арифметики. Знание нумерации является необходимым условием сознательного усвоения вычислений с многозначными числами.

Ученик лучше усвоит выполнение арифметических действий, если хорошо поймет суть десятичной системы счисления. Анализ ошибок показывает, что значительная их часть связана со слабым пониманием основ системы. Необходимо, чтобы учащиеся поняли: во-первых, то, что каждая единица высшего разряда содержит 10 единиц низшего разряда, и, во-вторых, позиционный характер десятичной системы счисления. Из этих основных понятий вытекают и другие важные следствия. Это вопросы о счетных единицах, о разрядах, о группировке разрядов в классы, об образовании чисел и разложении их на десятичные группы, о чтении, записи и анализе состава чисел.

В связи с тем что теме «Нумерация» в программе III и IV классов предшествует большая предварительная работа по изучению чисел в пределе миллиона, характер прохождения материала меняется. Изучение ведется не только по разрядам, но и по классам. Это дает возможность обозревать класс чисел в целом, а главное — это позволяет сделать те обобщения, которые нужны для понимания структуры десятичной системы счисления.

Наглядными пособиями здесь главным образом будут: нумерационная таблица (с кармашками для цифр) и счеты.

В дальнейшем даются методические советы к отдельным урокам. Эти советы не носят характера поурочных разработок. В них не рассматриваются все этапы урока, нет ссылок на номера примеров и задач для классных домашних работ. В частности, ничего не говорится о материале, не относящемся к теме «Целые числа» (задачах и примерах повторительного характера и др. разделов), хотя этот материал и будет иметь место как на уроках, так в еще большей степени в домашних заданиях. Мы ставим своей целью сосредоточить внимание на тех моментах уроков, которые связаны с материалом темы «Целые числа», а это, на наш взгляд, самое главное на этих уроках. (Все остальное должно носить второстепенный, подчиненный характер.)

1-й урок

На этом уроке следует повторить все, что ученики знают о нумерации[1]. Для повторения понятия о счетной единице предложить ученикам считать единицами, десятками, сотнями, тысячами, десятками тысяч и сотнями тысяч. Ученики откладывают на счетах на первой проволоке 9 косточек, прибавляют одну косточку и заменяют десять косточек одной косточкой на 2-й проволоке, т. е. одним десятком. Затем считают десятками, заменяя 10 десятков одной сотней и т. д., вплоть до одного миллиона.

Надо добиться, чтобы учащиеся различали понятия: число и цифра. Смешение этих понятий ведет к искажению математической речи, к нечеткости в объяснении действий. Ученики нередко говорят: «Эта цифра больше» или «Эта цифра не делится». Цифра — это знак, обозначающий количество единиц в разряде числа или их отсутствие, а число — это совокупность однородных единиц. Цифр — десять (девять значащих цифр и нуль), а чисел — бесконечное множество. Для закрепления этих понятий учитель показывает 5 карандашей и спрашивает: «Сколько карандашей у меня в руке? Запишите это число цифрой. Назовите число учащихся в классе. Запишите это число цифрами. Назовите какое-нибудь трех-, четырех-, пятизначное число. Запишите это число цифрами. Сколько единиц в числе 379? Сколько нужно цифр, чтобы его записать? Сколько различных цифр

[1] О подготовке учащихся к изучению нумерации класса миллионов и миллиардов в процессе изучения нумерации в пределе миллиона см. статью Г. В. Суслопаровой, «Изучение нумерации многозначных чисел в III классе», «Начальная школа», 1961, № 9.

нужно, чтобы записать число 8456? 977? 955? 10 001? Сколько цифр вы знаете? Сколько чисел можно записать этими цифрами?»[1] Учитель предлагает записать несколько таких различных пятизначных чисел, чтобы сумма цифр равнялась двум (трем, четырем...), например 10 210 — сумма цифр равна четырем $(1+0+2+1+0=4)$.

Необходимо, чтобы учащиеся понимали, что нуль — это число. При записи чисел следует подчеркнуть, что нуль — это число, показывающее отсутствие единиц того или иного разряда. Вместе с тем на ряде примеров надо показать, что приписывание или отбрасывание нулей изменяет величину числа. Можно показать также изменение числа, если отбросить нуль (или нули), стоящий между значащими цифрами, или вписать нули между значащими цифрами. В дальнейшем следует возвращаться к этому понятию и ставить перед учащимися такие вопросы: «Какое число получится, если от 18 отнять 18? Какое число получится, если 0 умножить на 12?» Далее надо повторять понятия разряда, класса. Откладывать на счетах, записывать в нумерационной таблице, в тетрадях учащихся различные числа и выяснять, сколько они содержат единиц каждого разряда. Давать задания: «Запишите число 258 367. Сколько оно содержит единиц 1-го разряда, 2-го разряда и т. д.». Аналогичные упражнения для чисел 304 063 и др. Откладывать числа на счетах, установив соответствие проволок счетов разрядам чисел. Спрашивать: «Что означает цифра 7, записанная на четвертом месте справа, цифра 6 — на шестом месте справа?» Упражнения вида: «Записать число, в котором 6 единиц 5-го разряда и 3 единицы 2-го разряда». Придумывать с учениками подобные упражнения. Повторять: «Из каких разрядов состоит первый класс? второй класс?» Отложить на счетах и записать числа, содержащие:

325	единиц	2-го	и	216	единиц	1-го класса
8	»	»		109	»	»
40	»	»		40	»	»
600	»	»				»

---

[1] См. статью: В. И. Михельсон, О двояком значении цифр, «Начальная школа», 1960, № 10.

Раздробление:	Упражнения вида:	
64 дес. = 640	3 сот. = 300	26 тыс. = 26 000
367 дес. =	12 сот. =	406 тыс. =
705 дес. =	640 сот. =	800 тыс. =

Объяснение на счетах. Отложим 265 сотен. Мы не слышали слов: десятки, единицы, а потому закроем две нижние проволоки и отложим число 265. Какой разряд означает цифра 2, отложенная на 5-й проволоке? Цифра 6 — на 4-й проволоке? Цифра 5 — на 3-й проволоке? Как прочесть отложенное число? Как записать?

Превращение. Рассмотрим задачу: «70 яблок разложим в пакеты, по одному десятку в каждый. Сколько потребуется пакетов?» Следовательно, 70 = 7 дес. Аналогичные упражнения составляют учащиеся сами.

Таково примерно содержание урока повторения. В зависимости от класса, от степени прочности знания нумерации усиливается или ослабляется элемент наглядности. При повторении надо уделить внимание наиболее слабо усвоенным вопросам. Урок дает широкие возможности для развития активности учащихся. Они могут, например, диктовать числа, придумывать числа, в которых отсутствовали бы единицы какого-либо разряда, анализировать числа, устанавливать их состав и т. д.

В домашнее задание полезно включать вычерчивание таблицы для первых трех классов чисел, не внося в нее никаких записей. Образец такой таблицы имеется в учебнике. Это сэкономит значительное время на следующем уроке. Кроме того, при вычерчивании таблицы учащиеся самостоятельно, по аналогии с прежним материалом, будут наблюдать структуру чисел первых трех классов.

2-й и 3-й уроки

Они отводятся на изучение устной и письменной нумерации чисел первых трех классов.

Мы оставляем в стороне вопросы проверки домашнего задания, выяснения слабых мест, которые, быть может, оказались еще в знании нумерации чисел первых двух классов, и переходим к новому материалу. Полезно начать с жизненных примеров, указывающих на то, что тех чисел, которые до сих пор изучены, оказывается иногда недостаточно, что в ряде случаев надо прибегать к бо́льшим числам. Можно взять числа из местлиардов ничего принципиально нового не содержит, поэтому методика остается прежней. Надо также начать с примеров, иллюстрирующих жизненную необходимость пользоваться числами, превосходящими миллионы. Данные можно взять из материалов семилетнего плана и из Программы КПСС. Далее идет работа по образованию класса миллиардов, устная и письменная нумерация класса миллиардов, а затем чисел первых четырех классов. Сначала изучаются числа, содержащие все классы и разряды, а затем числа, в которых отсутствуют все разряды какого-либо класса и, наконец, числа других видов.

Преобразование чисел помогает ученикам глубже понять состав числа, сущность десятичной системы счисления и имеет важное значение при работе с именованными числами, выраженными в метрической системе мер.

Начинают устное и письменное повторение с примеров на раздробление чисел первых двух классов: «Сколько единиц в одном десятке? в 7 десятках? в 52 десятках? в 374 десятках? в 2538 десятках?»

Аналогичные вопросы ставятся в отношении сотен, тысяч и т. д. Полезно до проведения этих упражнений установить, что происходит с числом, когда к нему приписывают справа нули. Сравним числа 3 и 30, 54 и 540. «Что означает цифра 4 в числе 54? в числе 540? цифра 5 в числе 54? в числе 540? Что означает цифра 6 на третьем месте? цифра 3 на шестом месте? Что означает цифра 9 на пятом месте? цифра 5 на девятом месте?» Аналогичным путем можно установить изменение числа, если в конце его отбросить нули. При раздроблении чисел дается такая запись:

38 дес. = 380; 76 сот. = 7600.

«Сколько единиц в 86 тысячах?» При этом рассуждают:

«Единицами какого разряда являются десятки тысяч? На каком месте они пишутся?» Замечают, что 8 десятков тысяч — это 8 единиц 5-го разряда, и они пишутся на 5-м месте справа. Аналогично — 6 тысяч пишутся на 4-м месте справа. Какие же разряды отсутствуют? Сколько разрядов отсутствует? Сколько нулей надо будет записать в конце числа? Эти упражнения можно иллюстрировать на счетах и на нумерационной таблице.

При превращении чисел удобно, закрывая одну, две... нижние проволоки на счетах, закрывать одну, две ... последние цифры записанного на доске числа.

Рассуждение. 70 — это 7 десятков; 840=... Сколько десятков в одной сотне? в 8 сотнях? Сколько всего десятков в числе 840? Запись: 840=84 дес. Для чисел, которые оканчиваются значащими цифрами, дается такая запись: 32 168=3216 дес.+8 ед.; 53 246=532 сот.+46 ед.

Можно рекомендовать и такого рода упражнения:

84 753	84 тысячи
	847 сотен
	8475 десятков

Раздробление и превращение следует применить и к решению задач: «2570 яиц надо разложить в пакеты, по одному десятку в каждый. Сколько потребуется пакетов?», «Магазин получил 42 сотни лимонов, 1575 лимонов продано. Сколько лимонов осталось?»

Подводя итоги изучению нумерации, необходимо сосредоточить внимание на сознательном усвоении основных понятий. Десять — основное число в нашей нумерации, поэтому система счисления называется десятичной. При подсчете предметов получают целые числа. Если располагать числа по порядку, то получим ряд чисел, в котором каждое следующее число больше предыдущего на одну единицу: 1, 2, 3, 4, 5 ...

Ряд этих чисел не имеет конца или, можно сказать, что ряд чисел бесконечен.

Сделаем замечание в адрес учителя по вопросу о месте нуля в ряду чисел. В учебнике по арифметике для IV класса читаем: «При счете получаются числа: один, два, три, четыре и т. д., которые называются целыми числами. Наименьшее целое число — единица» (стр. 84, изд. 1961 г.). Из этого следует, что натуральный ряд чисел начинается с единицы, как наименьшего целого числа. Каково же место нуля? Об этом более подробно можно найти в курсах арифметики. Например, в учебнике по арифметике для педагогических училищ находим: «Нуль есть число, дающее понятие о классе пустых множеств. Обычно нуль не относится к натуральным числам и не вводится в натуральный ряд чисел. Однако если бы по теоретическим соображениям пожелали ввести нуль в натуральный ряд чисел, что часто бывает полезно, то следовало бы поместить нуль вначале, перед числом единица, и написать: 0; 1; 2; 3; 4; 5; ...» (Б. А. Тулинов и Я. Ф. Чекмарев, Арифметика, Учпедгиз, 1961, стр. 14). Разумеется, что это разъяснение дано нами только для учителя.

Надо еще раз повторить вопросы о счетных единицах, разрядах, классах, о записи чисел, о числе и цифре, о нуле, о структуре классов чисел.

Десятичная система счисления называется позиционной, так как использует принцип поместного значения цифр. Это важнейшее свойство имеет исключительное значение для письменной нумерации. Чтобы довести эту идею до сознания учеников, можно сопоставить записи чисел в римской нумерации и в десятичной нумерации.

Записав числа VIII и 8 или XXVIII и 28, можно выяснить, почему в десятичной системе записываются эти числа, и вообще почти всякое число, меньшим количеством цифр. Ученики почувствуют рациональность структуры десятичной системы счисления. Для этого ученики должны ясно понимать, что величина числа зависит от мест, на которых находятся обозначающие число цифры. Для этой цели полезны такие упражнения: а) разбор значения каждой цифры в том или ином числе; б) анализ какого-нибудь числа, записанного различными цифрами, и ряда других чисел, записанных теми же цифрами, но расположенными в другом порядке. Проще это сделать для трехзначного числа, так как уже четырехзначное число допускает 24 различных преобразования.

Надо иметь в виду, что нумерация многозначных чисел — один из наиболее трудных разделов и к нему надо неоднократно возвращаться в дальнейшем.

7-й урок

Исключительно важное значение имеет вопрос об округлении чисел. Этот материал служит для подготовки учащихся к изучению приближенных вычислений. Сначала надо предложить учащимся приводить примеры круглых чисел, а потом примеры устных вычислений с применением округления, как-то: 99+38; 89+49; 150−99; 140−98 ... Затем можно сделать несколько измерительных работ, округлив результаты. Для этого надо подобрать подходящие объекты. Пусть результаты измерения получаются 2 *м* 93 *см* или 2 *м* 4 *см*. Можно сказать, что в первом случае мы имеем почти 3 *м*, во втором — около 2 *м*. Если надо будет округлить до целых метров, то возьмем в первом случае 3 *м*, во втором — 2 *м*. Если надо округлить 187 до круглых десятков, то возьмем 190. Это ближе к 187, чем 180. Если надо округлить 232 до круглых десятков, то лучше взять 230, чем 240.

Решим задачу. Длина прямоугольного участка 249 *м* 8 *дм*, ширина 120 *м* 3 *дм*. Найти площадь участка.

Указание. Сначала округлим данные до целых метров.

Решение: 249 *м* 8 *дм* ближе к 250 *м*, чем к 249 *м*.
120 *м* 3 *дм* здесь ближе к 120, чем к 121 *м*.

Получаем: 250 *кв. м*$\times$120= 30 000 *кв. м*=3 *га*.

В учебнике даны упражнения на округление отвлеченных чисел. Желательно их дополнить примерами на округление именованных чисел, а также задачами, решение которых связано с округлением.

Приведем несколько таких задач практического характера.

1. Колхоз обязался произвести на каждые 100 *га* пашни 112 *ц* мяса и 345 *ц* молока. Сколько мяса и сколько молока должен получить колхоз с площади 894 *га* земли?

Указание. 894 *га* округлить до сотен гектаров.

2. Один шофер обязался на каждые 100 *км* пробега сэкономить 1 *кг* 250 *г* бензина, а другой шофер — 1 *кг* 175 *г*. Оба шофера выполнили свои обязательства. Сколько они вместе сэкономили бензина, если первый проехал 1188 *км*, а второй — 1604 *км*?

Указание. Числа 1188 *км* и 1604 *км* округлить до сотен километров.

3. Из каждой тонны картофеля получили 162 *кг* крахмала. Сколько килограммов крахмала можно получить из 5986 *кг* картофеля?

Указание. 5986 *кг* округлить до тысяч килограммов и полученное число превратить в тонны.

4. На укладку каждой 1000 штук кирпичей у каменщика уходило 3 часа. За сколько рабочих дней каменщик уложит 14 018 кирпичей?

Указание. Количество кирпичей округлить до целых тысяч.

Вопросы для повторения

1. Назвать значащие цифры, назвать незначащие цифры.

2. Указать различие между числом и цифрой.

3. Назвать наименьшее целое число. Можно ли назвать наибольшее целое число?

4. Назвать по порядку классы от первого до четвертого.

5. Назвать по порядку разряды от 1-го до 12-го.

6. Сколько разрядов в каждом классе?

7. Почему наша нумерация называется десятичной?

8. Назвать число, которое: 1) на одну единицу больше числа 999; 2) на одну тысячу больше числа 999 тысяч; 3) на один миллион больше числа 999 миллионов?

9. Как изменится число, если в конце его приписать один нуль? два нуля? четыре нуля? Что будет с числом, если к нему прибавить нуль?

10. Как изменится число, если в конце его отбросить один нуль? два нуля? три нуля? Что будет с числом, если от него отнять нуль?

11. Как определить, сколько в числе всего десятков? сотен? тысяч? десятков тысяч? сотен тысяч?

12. Сколько всего существует двузначных чисел? трехзначных чисел?

13. Округлить: 2875 *кг* до тонн; 15 785 до целых тысяч; 8 руб. 96 коп. до рублей.

8-й урок

Примерные варианты для самостоятельной или контрольной работы.

1. Написать при помощи цифр числа: двести миллионов пятнадцать тысяч сорок; триста восемь миллиардов; двадцать четыре миллиарда двадцать четыре миллиона двадцать четыре тысячи.

2. Написать при помощи цифр числа, содержащие 148 единиц третьего класса и 25 единиц второго класса; 6 единиц четвертого класса, 120 единиц второго класса и 12 единиц первого класса.

3. Сколько всего десятков, сотен, тысяч, десятков тысяч в числе 32 406 507?

4. Как называются единицы 5-го разряда? 8-го разряда? 11-го разряда?

5. Сколько единиц в 86 сотнях? в 3578 десятках?

6. Записать число 3748 в виде суммы сотен и остальной части числа.

7. Написать одним числом: $7\,000\,000+6\,000+400+5$.

8. Написать римскими цифрами: 7, 9, 12, 18, 25, 30.

9. 5 *кг* 876 *г* округлить так, чтобы получилось целое число килограммов.

10. Записать число, которое на одну единицу меньше миллиона.

11. а) Напишите 3 числа, следующих за числом 99 998.
б) Напишите три числа, предшествующие числу 100 000.

12. Сколько различных цифр нужно, чтобы записать: а) наибольшее пятизначное число? б) наименьшее шестизначное число?

При самостоятельной или контрольной работе отнюдь не обязательно давать все эти упражнения. Можно выделить часть из них. Это зависит от времени, отводимого на работу.

ИЗУЧЕНИЕ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ

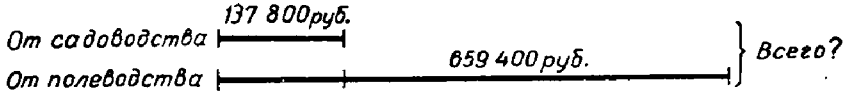
В теме «Целые числа» дается обобщающий материал об арифметических действиях, дополняется он и некоторыми новыми данными. При изучении каждого действия учитель должен учесть то, что уже изучено учащимися в предыдущих классах, и то, что они должны заново пройти. Методический подход в том или ином случае не будет одинаковым. Если речь идет о материале в большей или меньшей степени известном учащимся, то усиливается роль самостоятельной работы. Учитель в этих случаях обращает внимание на углубление материала, на усложнение примеров и задач, на более трудный случай применения свойств к устным, полуписьменным и письменным вычислениям. В тех случаях, когда речь идет о новом материале, усиливается роль объяснения учителя, что, разумеется, не снижает значения самостоятельных работ учащихся.

СЛОЖЕНИЕ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

Выше было дано примерное распределение материала по урокам. Само собой разумеется, что, уделяя на этих уроках главное внимание вопросам, связанным с изучением сложения, нельзя забывать необходимости включать примеры и задачи из других разделов. Остановимся на некоторых вопросах, связанных с изучением сложения. В начальной школе, да и в V классе не представляется возможности дать определение действия сложения. Лучше начать с учащимися с составления простых задач, решаемых сложением. Можно предложить учащимся составить задачи на нахождение суммы и увеличение числа на несколько единиц. Чтобы резче выделить характер этих задач, желательно предложить учащимся первый вид задач преобразовать во второй. Например: «В одной коробке 5 карандашей, а в другой 2 карандаша. Сколько карандашей в двух коробках?» Сохранив эти данные, измените условие так, чтобы получить задачу на увеличение числа на несколько единиц.

«В одной коробке 5 карандашей, а в другой на 2 карандаша больше. Сколько карандашей во второй коробке?» Обращаем внимание: «во второй коробке», а не в двух коробках вместе. Учащиеся придумывают несколько аналогичных задач. Попутно повторяются названия компонентов сложения. Известные трудности представляют собой задачи, выраженные в косвенной форме. Между тем понимание таких задач очень важно, так как в составных задачах очень часто условие выражает собой в том или ином виде задачи, выраженные в косвенной форме. Работа над этими вопросами должна вестись еще с первых лет обучения[1]. Надо целой системой задач и упражнений добиваться того, чтобы учащиеся не связывали определенные слова с определенным действием. Нередко ученики полагают, что слова: всего, еще, стало, больше, дороже, старше и т. д — выражают необходимость применить сложение, а слова: меньше, осталось, дешевле, моложе и т. д. — вычитание. Разнообразие формулировок, решение сходных по условию задач, но требующих применения различных действий, подготавливают учеников к овладению решением задач, выраженных в косвенной форме. Трудности в решении задач в косвенной форме встречаются и в IV классе. Для их преодоления полезны такие упражнения: «Таня на 5 лет моложе Вити» или можно сказать по-другому: «Витя на 5 лет старше Тани». То же упражнение, но в более общем виде: «Сестра на 5 лет моложе брата» или «Брат на ... лет ... сестры». «Скорость грузового автомобиля на 30 *км* в час меньше скорости легкового автомобиля». Предложить учащимся прочесть так: «Скорость легкового автомобиля ...». Затем учащиеся составляют аналогичные задачи с тематикой: дороже, длиннее, выше и т. д. При решении задач, выраженных в косвенной форме, можно использовать как этот прием, так и графическую запись условия. Рассмотрим задачу № 581[2].

«Колхоз получил от садоводства 137 800 руб. дохода. Это на 659 400 руб. меньше того, что получено от полеводства. Вычислить общий доход от полеводства и садоводства». Условие, если это нужно, можно изобразить графически:



[1] См. статью: М. И. Моро, О решении задач, выраженных в косвенной форме, «Начальная школа», 1958, № 1.

[2] Все те задачи, номера которых нами указаны, взяты из учебника по арифметике для IV класса А. С. Пчелко и Г. Б. Поляка, Учпедгиз, изд. 1961 г.

Переместительное свойство сложения

Это свойство уже известно учащимся, остается лишь восстановить его в их памяти. Можно предложить учащимся решить примеры вида: 46+87 и 87+46; 29+53+ +171; 171+53+29; 29+53+171; 29+171+53; 171+29+ +53, и указать замеченное ими свойство сложения. Формулировка уточняется, читается по учебнику. Как только свойство установлено, оно должно немедленно начать «работать» в области устных и письменных вычислений. Решаются устно примеры с постепенным усложнением: 87+59+13; 76+68+124, затем 247+169+153 и если это посильно, то и такие: 3586+2655+1414. Следует включить упражнения и с именованными числами: 147 *га*+86 *га*+53 *га*; 2 *м* 76 *см*+1 *м* 48 *см*+1 *м* 24 *см*. Затем учащиеся сами придумывают аналогичные примеры. Им предъявляются определенные требования, например, чтобы слагаемые были не меньше, чем двузначные числа или трехзначные числа, а кто может, тот пусть составляет примеры и с большими числами. Можно потребовать, чтобы слагаемые были именованными числами (простыми или составными). Следует обратить внимание учащихся на такой подбор чисел, чтобы применение переместительного свойства сложения было рационально, а именно надо подбирать числа так, чтобы рядом стоящие числа были неудобны для сложения (переходы через десятки, сотни и т. д.), а при перестановке слагаемых сложение выполнялось бы легко. Лучшие из придуманных примеров записываются на доске, чтобы показать их всему классу. На этом этапе надо ограничиться примерами, содержащими три слагаемых, так как при наличии четырех слагаемых будет обычно иметь место применение не только переместительного, но и сочетательного свойства, а сейчас надо иллюстрировать переместительное свойство в его чистом виде. Для тренировки можно раздать учащимся карточки или написать на доске ряд примеров, причем ученики пишут только ответы. Примерное содержание одной из карточек:

1) 73+ 38+ 27
2) 56+167+ 44
3) 329+186+271
4) 248 *т*+174 *т*+152 *т*
5) 2 руб. 65 коп.+1 руб. 59 коп.+2 руб. 35 коп.

В зависимости от состояния навыков устного счета примеры могут быть усложнены или упрощены. Переместительное свойство сложения должно получить применение и к устному решению задач или же к полуписьменному, когда решение записывается в строчку, но выполняется устно. Например: «Книжный магазин в течение дня продал 285 учебников по арифметике, 158 по географии и 115 по истории. Сколько всего учебников продано за день?» Решение: 285 уч.+158 уч.+115 уч.=558 уч. Можно предложить учащимся составить задачи к примерам: 147 *км*+76 *км*+153 *км*; 3 руб. 25 коп.+2 руб. 78 коп.+1 руб. 75 коп.

Следующим шагом явится применение переместительного свойства для проверки сложения путем перестановки слагаемых. Особое внимание надо обратить на те случаи, когда дается несколько слагаемых, так как практика показывает, что здесь обычно встречается немало ошибок. Надо показать учащимся, что для проверки нет необходимости переписывать слагаемые; достаточно выполнить сложение в одном случае снизу вверх (а при проверке сверху вниз), или наоборот. Схематически это можно изобразить так:

$$\begin{array}{r} 34\,058 \\ 6\,493 \\ 128\,506 \\ 4\,394\,809 \end{array} \left\uparrow\vphantom{\begin{array}{r}1\\1\\1\\1\end{array}}\right. \left\downarrow\vphantom{\begin{array}{r}1\\1\\1\\1\end{array}}\right.$$

Ученики сами придумывают аналогичные примеры и решают их с проверкой. Вообще надо шире привлекать учащихся к составлению примеров, в особенности таких, подбор которых связан с определенным заданием. Составление примеров учащимися и проверка вычислений способствуют также привитию навыков самоконтроля. Сам же учитель должен иметь в виду, что никакая проверка не дает полной гарантии в правильности вычислений, так как ошибка может иметь место и при вычислении, и при проверке. Это, однако, нисколько не снижает роли проверки, которая в значительной мере сокращает вероятность ошибок и помогает их устранению.

Сочетательное свойство сложения

В учебнике и в программе не вводится термин «сочетательное свойство», однако если учитель найдет удобным, то может применить этот термин. К понятию сочетательного свойства сложения можно подвести учащихся при помощи решения примеров и задач. Сначала решается пример (брать для первых примеров небольшие числа) на нахождение суммы нескольких чисел двумя способами: а) последовательно; б) соединяя слагаемые в группы. Найдем, например, двумя способами сумму чисел 9, 11, 37 и 13. Первый способ: $9+11=20$; $20+37=57$; $57+13=70$. Второй способ: соединим слагаемые в группы $(9+11)+(37+13)=20+50=70$. Учащиеся сами составляют аналогичные примеры, выполняя вычисления двумя способами, и убеждаются, что сумма получается одна и та же.

Они делают вывод о возможности объединения слагаемых в группы, самостоятельно излагают подмеченное ими свойство, выражая это обычно недостаточно четко. Постепенно эта формулировка уточняется и в конце концов выражается кратко: «Слагаемые можно соединять в какие угодно группы; при этом сумма не изменяется». Спешить с заучиванием этой формулировки не следует. Пусть учащиеся проделают ряд упражнений и задач, после чего они без труда запомнят указанное свойство. Мы полагаем, что для учеников IV класса нетрудно будет усвоить и термин «сочетательное свойство». Его можно пояснить так: «Слагаемые можно соединять (а по-другому говорят «сочетать») в какие угодно группы, поэтому это свойство сложения называется сочетательным». Опять-таки новое свойство сложения должно сейчас же найти применение для устных и письменных вычислений как с отвлеченными, так и с именованными числами. Чтобы разграничить оба свойства сложения, надо сначала решать примеры, где применяется только сочетательное свойство, а потом уже переместительное и сочетательное свойства вместе. Удобнее начать с примеров, в которых даны три слагаемых: $45+89+11$; $53+78+122$; 68 *т* + 154 *т* + 146 *т*. Надо объяснить учащимся, что если бы они не владели способом соединения слагаемых в группы, то пришлось бы сначала к 45 прибавить 89, а потом к полученной сумме прибавить 11, что затруднило бы вычисления. Вместе с тем надо обратить внимание учащихся на то, что применение сочетательного и переместительного свойств вовсе не обязательно, что ими надо пользоваться лишь тогда, когда они облегчают вычисления. Поэтому надо решать и такие примеры, в которых применение свойств сложения нерационально, например 29+53+39. От группировки при наличии трех слагаемых переходят к четырем слагаемым, причем и в этом случае учащиеся сами составляют и решают свои примеры. Учитель обращает внимание учащихся на подбор чисел: они должны быть двузначные и трехзначные, не круглые числа, и подобраны так, чтобы соединение их в группы позволило легко и быстро выполнить сложение устно. Полезно вызвать к доске нескольких учеников, с тем чтобы они записали составленные ими примеры, и вместе с классом сделать анализ этих примеров. На следующем этапе решаются примеры, в которых удобно сначала переставить слагаемые (это можно сделать в уме), а потом соединить их в группы: 73+58+27+42 или 68+57+43+22. В качестве примеров для закрепления и тренировки можно на карточках или на доске написать ряд примеров, которые учащиеся решают устно и пишут только ответы. Приведем примерное содержание одной из карточек:

1) 69+37+63
2) 157 *га*+166 *га*+34 *га*
3) 63 *км*+37 *км*+54 *км*+46 *км*
4) 83+64+36+17
5) 153+147+85+315

Сочетательное свойство сложения можно использовать и для письменных вычислений, в частности, в тех случаях, когда надо найти сумму ряда слагаемых. Решение примера вида:

5249+11 647+3256+12 446+17 852+3859, удобно выполнить так:

$$+\begin{array}{r} 5\,249 \\ 11\,647 \\ 3\,256 \\ \hline 20\,152 \end{array} \qquad +\begin{array}{r} 12\,446 \\ 17\,852 \\ 3\,859 \\ \hline 34\,157 \end{array} \qquad +\begin{array}{r} 20\,152 \\ 34\,157 \\ \hline 54\,309 \end{array}$$

Учащиеся должны видеть, что свойствами действий выгодно пользоваться на практике. Поэтому наряду с примерами следует решать и задачи с применением указанных свойств. Например: «Вычислить количество учеников в шести классах начальной школы, если в отдельных классах 42 уч., 39 уч., 38 уч., 37 уч., 41 уч., 43 уч.» Эта задача записывается так:

42 уч.+39 уч.+38 уч.+37 уч.+41 уч.+43 уч.=240 уч.

Вычисления выполняются устно.

К задаче «На элеватор в течение 6 дней поступало зерно в следующем количестве: 3846 *ц*, 2957 *ц*, 2869 *ц*, 3073 *ц*, 3348 *ц*, 2953 *ц*. Сколько всего зерна поступило на элеватор за 6 дней?» дается указание: при сложении соединять слагаемые в группы, по три слагаемых в каждой.

Проверка сложения при помощи вычитания

Основанием второго способа проверки сложения служит зависимость между слагаемыми и суммой. К нахождению неизвестного слагаемого можно подойти путем устного решения примеров, записанных в таком виде: $28+x=40$; $x+35=60$.

Буква x написана на листочке бумаги, на обороте которого дан ответ. Пример решается устно, а затем листочек поворачивается обратной стороной и тем самым подтверждается правильность решения. Материал этот не является новым для учащихся и в подробном объяснении не нуждается. В качестве упражнений могут служить задачи, выраженные в косвенной форме, и примеры с отвлеченными и именованными числами. На карточках или на доске может быть дана группа примеров вида:

Одно слагаемое	Другое слагаемое	Сумма
3658	x	10 000
2 *м* 46 *см*	x	3 *м* 25 *см*
x	5 *ц* 65 *кг*	2 *т*
15 час. 30 мин.	x	1 сутки
x	206×105	30 000

При решении примеров с x запись оформляется так:

$$x+514=648$$
$$648-514=134$$
$$x=134$$

В некоторых случаях вычисления делаются столбиком. Если пример решается с проверкой, то запись принимает вид:

$256+x=410$
$410-256=154$ Проверка: $256+154=410$
$x=154$

Не следует все примеры на нахождение неизвестного слагаемого сопровождать проверкой, а тем более записывать так:

$$256+x=410$$
$$410-256=154$$
$$x=154$$
$$256+154=410$$

При такой записи у учащихся складывается впечатление, что последняя строчка также относится к решению.

Примеры и задачи на нахождение неизвестного слагаемого могут быть и усложненного характера и, в частности, связаны с порядком выполнения арифметических действий. Например: $x+78\times315=24\,000$; $22\,048:106+x=750$; $(3567-1849)+x=5000$.

Придерживаясь того мнения, что учащиеся, изучив какое-либо свойство, должны сейчас же увидеть его применение, надо перейти к проверке сложения при помощи вычитания. Следует предложить учащимся составить примеры на нахождение суммы двух слагаемых, выраженных многозначными числами (сотнями миллионов или десятками миллиардов), и выполнить проверку при помощи вычитания. С целью повторения действий с именованными числами надо включить для проверки и примеры вида: 5 *т* 475 *кг*+12 *т* 847 *кг*; 325 руб. 58 коп.+249 руб. 76 коп.; 3 *м* 5 *см*+6 *м* 4 *дм*.

При изучении сложения решаются примеры с использованием округления. Применению округления можно предпослать следующее упражнение:

Число	Округленное число	На сколько единиц взято больше или меньше
98	?	?
79	?	?
103	?	?
296	?	?
394	?	?
502	?	?

При сложении на счетах может найти применение прием округления чисел.

При устных и письменных вычислениях следует самым различным образом варьировать применяемые формулировки: найти сумму; увеличить; одно слагаемое..., другое..., найти сумму; найти число, которое на ... больше числа...; сколько получится, если к ... прибавить...; сложить числа...; от какого числа надо отнять ..., чтобы получить ...?

Это нужно делать не только в IV классе, но и раньше.

Усложняя эти задания, можно предложить учащимся записать и решить примеры, изложенные в такой форме: произведение чисел 85 и 46 увеличить на 3250; к сумме чисел 387 и 516 прибавить разность чисел 2167 и 938. К частному от деления числа 44 616 на 143 прибавить 8357. Такие упражнения сначала проводятся с объяснением учителя. Эти упражнения можно проводить и в таком виде. На доске пишутся примеры: $28\times37+69$; $47\times53+86\times27$ и т. п., потом зачитывается словесная формулировка. Выполнение таких упражнений возможно, если им предшествовала известная подготовка.

Изучение темы «Сложение многозначных чисел» завершается самостоятельной или контрольной работой.

Приводим один из возможных вариантов.

1. Составить задачу на сложение, в которой нужно найти сумму двух чисел (или увеличить число на несколько единиц).

2. Вычислить устно наиболее удобным способом: $173+68+27$; 64 *км*$+157$ *км*$+136$ *км*; $274+67+33+126$.

3. Выполнить сложение и сделать проверку при помощи сложения (или вычитания, или двумя способами): $647\,208+353\,792$.

4. Найти сумму, соединив слагаемые в группы по три слагаемых в каждой: $4787+23\,405+7080+8649+30\,083+2024$.

5. Огород имеет ширину 60 *м*, и это на 20 *м* меньше его длины. Вычислить площадь огорода.

В зависимости от времени, которое учитель имеет в виду отвести для самостоятельной или контрольной работы, объем и содержание работы соответственно изменится. В частности, полезно включить задание на составление самими учащимися примеров, в которых удобно было бы применить переместительное или сочетательное свойство сложения. Задание может быть дано как наряду с имеющимися примерами (пункт 2), так и взамен их и изложено так: «Составить и решить устно примеры, в которых удобно применить: а) переместительное свойство сложения; б) соединение слагаемых в группы».

Можно уточнить задание, указав, какие примеры брать (с двузначными или трехзначными числами, неокругленными) и сколько брать слагаемых (в первом случае лучше 3 слагаемых, а во втором — четыре). Задание на составление примеров может быть связано с требованием взять именованные числа. Можно и не связывать учащихся никакими требованиями или ограничениями. Сам характер составленных учениками примеров покажет, в какой степени они поняли целесообразность применения изученных ими свойств сложения и умеют это иллюстрировать на убедительных примерах. Это покажет учителю, в каком направлении нужна доработка этих вопросов. Само собой разумеется, что при изучении данной темы вопросы теории и практики должны быть тесно связаны между собой. При решении примеров и задач на сложение многозначных чисел естественно привлечь материалы из народнохозяйственной жизни страны, из семилетнего плана, из Программы КПСС, из области завоевания космоса.

При повторении темы «Сложение многозначных чисел» следует повторить вопросы о простых задачах, решаемых сложением, об увеличении числа на несколько единиц и в несколько раз, о свойствах сложения и их применении к устным и письменным вычислениям, о способах нахождения неизвестного слагаемого, о двух способах проверки сложения. Ко всем ответам учащиеся должны приводить убедительные примеры.

ВЫЧИТАНИЕ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

Сознательное усвоение определения вычитания представляет собой значительные трудности для учащихся. Впервые ученики встречаются с определением арифметического действия. Формулировка определения сложна. Кроме того, в этом определении, по существу говоря, имеются две части определения вычитания: а) как нахождения одного из слагаемых по сумме и другому слагаемому; б) как действия, обратного сложению. При этом за второй частью определения кроется серьезное математическое понятие о взаимно обратных операциях, которое будет постепенно расширяться и пополняться. Все это заставляет тщательно продумать вопрос о методике введения определения вычитания. Было бы целе сообразно расчленить обе части определения, т. е. сначала познакомить учащихся с определением действия вычитания, а потом уже с тем, что оно является действием, обратным сложению. Первую часть определения удобнее дать, исходя из примеров, а вторую часть,— ориентируясь на задачи. Дадим примерное изложение хода урока по этой теме.

Определение вычитания

Мы не излагаем всех этапов урока, а концентрируем внимание на объяснении нового материала. Цель урока можно поставить либо до проведения устного счета, либо после него. Устный счет должен быть связан с вычитанием. Предлагается учащимся решить ряд примеров или задач. Примеры: 68 уменьшить на 29; найти разность чисел 150 и 48; на сколько 215 руб. больше 72 руб.? На сколько 57 *кг* меньше 1 *ц*? Сколько нужно прибавить к 43 *кв. м*, чтобы получить 1 *а*? Сколько получится, если от 200 отнять 76? Вместо примеров или наряду с ними можно дать простые задачи аналогичного характера:

«На складе было 70 *т* цемента, 28 *т* отправили на стройки. Сколько тонн цемента осталось?»

«С одного участка собрали 130 *т* картофеля, а с другого 67 *т*. На сколько тонн картофеля собрали с первого участка больше, чем со второго?»

«Покупатель дал 3 руб. и получил 1 руб. 40 коп. сдачи. Сколько стоит покупка?»

«Костюм стоит 63 руб., а ботинки на 45 руб. меньше. Сколько стоят ботинки?»

После этого учитель говорит: «Видите, какие различные примеры и задачи вы решали, и все они решаются вычитанием. С этим действием вы знакомы уже с I класса, а сегодня вы узнаете новое о вычитании, о том, что называется вычитанием. Это позволит вам полнее, глубже понять смысл этого действия».

Затем решается пример вида $28+32=?$ Какое действие в этом примере? Как называются числа, которые мы складываем? Что было неизвестно? На доске появляется запись: $28+32=60$. Учитель закрывает число 28 и спрашивает:

— А в этом примере что неизвестно? что известно?

— Сумма и одно слагаемое (ученики могут сказать — первое слагаемое).

— Как его найти?

— Надо от 60 (учитель: «от суммы») вычесть 32 (учитель: «другое слагаемое»).

— Каким же действием мы найдем неизвестное слагаемое?

— Мы от 60 (учитель: «от суммы») отнимем 32 (учитель: «другое слагаемое»). Аналогично проводится беседа в отношении другого слагаемого. На доске запись принимает вид:

$$28+32=60 \qquad \begin{cases} 60-32=28 \\ 60-28=32 \end{cases}$$

Можно вызвать ученика к доске и предложить ему оформить таким же образом еще один пример или несложную задачу: «Альбом стоит 40 коп., а книга 35 коп. Сколько стоят альбом и книга вместе?» Затем решаются две задачи, в которых нужно узнать, сколько заплатили за книгу (или за альбом), если мы знаем всю стоимость, и сколько заплатили за одну вещь. Аналогично с первым примером записывается на доске второй пример (или задача). На доске имеем теперь записи:

Сложение	Вычитание
1) $28+32=$ 60	$\begin{cases} 60-28= 32 \\ 60-32= 28 \end{cases}$
2) $40+35=$ 75	$\begin{cases} 75-40= 35 \\ 75-35= 40 \end{cases}$

Чтобы не отвлекать внимания учащихся, запись решения задачи лучше сделать без наименований. Эти записи учащиеся вносят в свои тетради. Обращаясь к записям в левой части доски, учитель закрывает ответы (мы их обвели пунктиром), и учащиеся говорят, что было известно, что неизвестно и каким действием найдена неизвестная величина. Теперь ответы 60 и 75 открываются, а числа 28 и 40 закрываются, и переходим к правой части доски, в которой числа 32 и 28, 35 и 40 закрыты. Учитель проводит беседу, которая должна подвести учащихся к определению вычитания. Не следует ставить вопроса о названии чисел в правой части доски, так как ученики скажут «уменьшаемое, вычитаемое, разность», и это даже затруднит подход к определению вычитания. Лучше, когда ответы в правой части доски еще закрыты, предложить учащимся сравнить обе записи: «Чем являлись числа 60 и 28? (Показываем на запись слева)».— «Суммой и одним из слагаемых».— «Чем являлось в этом примере число 32?» — «Одним из слагаемых». Обращаемся к записи справа и показываем на числа 60 и 28. «Каким же действием мы находим неизвестное слагаемое (32) по сумме (60) и известному слагаемому (28)?» Можно повторить эти рассуждения в отношении второго примера, а затем перейти к формулировке определения вычитания. По наводящим вопросам учителя ученики могут дать определение вычитания примерно в таком виде: «Если мы знаем сумму двух чисел и если мы знаем одно из слагаемых, то при помощи действия вычитания мы можем найти другое слагаемое». Учитель соглашается с такой формулировкой, но указывает, что обычно говорят короче: «Вычитанием называется арифметическое действие, посредством которого по сумме двух слагаемых и одному из них находится другое слагаемое». Остается указать, что в новом действии, в вычитании, сумма называется уменьшаемым, известное слагаемое — вычитаемым, а неизвестное слагаемое — разностью или остатком. Прежде чем зачитать определение по учебнику, необходимо установить, что вычитание есть действие, обратное сложению. В некоторой степени это уже подготовлено предыдущей работой, остается сделать это понятие более четким, доступным. Для этой цели надо рассмотреть задачи, обратные задачам на сложение. Учеников еще задолго до этого надо знакомить с составлением обратных (или проверочных) задач. Это имеет большое значение как один из наиболее ценных приемов проверки решения и в то же время помогает более глубокому пониманию зависимости между величинами. В учебниках по арифметике имеется ряд упражнений, которые помогают составлению обратных задач. Имело бы смысл ввести термин «обратная задача» и давать задания в виде: «составить обратную задачу». Это вполне доступно в несложных задачах, в особенности когда речь идет о таких зависимостях, которые уже хорошо известны учащимся[1]. Следует предложить учащимся придумать задачи на сложение двух чисел и со-

[1] Этому важному вопросу посвящены статьи П. М. Эрдниева в журнале «Начальная школа» «Обратная задача в курсе арифметики», 1960, № 6; «О приемах активизации процесса обучения по арифметике», 1958, № 11.

ставить к ним обратные задачи. Вслед за этим одну из предложенных задач решают и оформляют так.

Задача: «Ученики в школьной мастерской изготовили для детского сада сначала 12 табуреток, а потом еще 8 табуреток. Сколько всего табуреток изготовили ученики для детского сада?» Эта задача решается сложением:

12	+	8	=	20
известно		известно		отыскиваем сумму

Итак, в этой задаче известны слагаемые, а неизвестна сумма и ее находим сложением. Ученики составляют обратную задачу: «Ученики взялись изготовить в школьной мастерской для детского сада 20 табуреток. Из них сделали 12 табуреток. Сколько табуреток осталось изготовить?»

В этой задаче мы знаем все количество табуреток (20), т. е. сумму и одно из слагаемых (12), а нужно найти другое слагаемое. Задача решается вычитанием:

20	—	12	=	8
известно		известно		надо найти

Сравним эти задачи, из которых одна решается сложением, а другая (обратная) задача решается вычитанием:

Сложение					Вычитание				
12	+	8	=	$\boxed{20}$	20	—	12	=	$\boxed{8}$
известно		известно		надо найти	известно		известно		надо найти

Эти записи ученики вносят в тетради. Сравнивая эти задачи (прямую и обратную), видим то, что при сложении неизвестно, при вычитании известно и, наоборот, то, что в вычитании неизвестно, в сложении известно. К сказанному ранее о вычитании надо добавить: «Вычитание есть действие, обратное сложению». После этого ученики читают по учебнику определение вычитания и составляют задачи на сложение и обратные им задачи, решаемые вычитанием. Не следует говорить учащимся: «Скажи правило», так как определение не является правилом. Можно поставить вопрос: «Какое арифметическое действие называется вычитанием?»

Таково примерное построение урока, выделяемого для ознакомления учащихся с определением вычитания.

Задачи, решаемые вычитанием

Примерный ход урока

Учитель сообщает тему урока: «Задачи, решаемые вычитанием».

Далее отмечает, что сегодня будем изучать различные случаи применения действия вычитания.

Сначала будем решать примеры на вычитание. «Какой получится остаток, если от 143 отнимем 29? Каким действием мы находим остаток?» На левой стороне доски учитель пишет: «Нахождение остатка». Аналогично решаются примеры вида: «Уменьшить 218 на 56 или 123 *ц* на 35 *ц*» — и появляется запись: «Уменьшение числа на несколько единиц» и, наконец, пример: «На сколько 72 *кг* больше 37 *кг* (или на сколько 47 руб. меньше 132 руб.). В результате на доске будут заголовки:

Нахождение остатка	Уменьшение числа на несколько единиц	Нахождение разности. На сколько больше? На сколько меньше?

Теперь приступим к составлению различных видов простых задач, решаемых вычитанием.

Затем учащиеся составляют задачи указанных видов. Чтобы тематика была разнообразной, учитель может дать несколько пар именованных чисел, выраженных в мерах длины, веса, площади, времени и др., учащиеся используют эти данные при составлении задач. Допустим, что один из учеников (Саша) составил задачу: «Пионеры нашей школы решили собрать 250 *кг* бумажной макулатуры. Они уже собрали 175 *кг*. Сколько макулатуры осталось еще собрать?» Другие ученики говорят, какой вид задачи составил Саша: «Это простая задача на вычитание, на нахождение остатка». Можно в графах записать, кто какую составил задачу. Теперь уже не заслушиваются придуманные задачи на нахождение остатка, а слово предоставляется тем, кто составил другие виды простых задач. Когда все виды составлены, можно заслушать другие задачи на те же случаи вычитания, отметив наиболее интересные задачи. Полезным является решение задачи № 591, в которой сосредоточено несколько различного вида простых задач на вычитание:

«Решите следующую задачу и ответьте на вопросы: 1) что особенного в решении этой задачи? 2) какой смысл имеет вычитание при решении каждого вопроса?

Для кормления кроликов школьники заготовили 1280 *кг* корнеплодов, а картофеля на 125 *кг* меньше. За полгода было израсходовано корнеплодов 790 *кг*, а картофеля — 620 *кг*. Какого корма осталось больше и на сколько больше?» Пока ученики читают условие задачи по учебнику, учитель может записать на доске условие задачи в виде таблицы (или заранее заготовить эту таблицу на доске):

	Заготовлено	Израсходовано	Осталось
Корнеплодов	1280 *кг*	790 *кг*	? 490 *кг*
Картофеля	На 125 *кг* меньше	620 *кг*	? 535 *кг*

Какого корма осталось больше и на сколько больше?

После повторения условия можно начать разбор так: «Что надо узнать? Каким действием узнают на сколько одно число больше другого? О каких кормах идет речь в этой задаче? Прежде чем узнать, какого корма осталось больше, что нужно узнать про эти корма?» Учитель показывает на графу «Осталось» и на стоящие там вопросительные знаки и спрашивает: «Как же будем решать задачу?» Составляется план и решение записывается с пояснением каждого вида простой задачи на вычитание:

1. 1280 *кг* — 790 *кг* = 490 *кг* — нахождение остатка;
2. 1280 *кг* — 125 *кг* = 1155 *кг* — уменьшение числа на несколько единиц;
3. 1155 *кг* — 620 *кг* = 535 *кг* — нахождение остатка;
4. 535 *кг* — 490 *кг* = 45 *кг* — нахождение разности.

Теперь можно ответить на вопросы, поставленные в учебнике:

Сколько действий выполнено при решении задачи? Какие это действия? Какой смысл имеет вычитание при решении каждой простой задачи? Итак, особенное в этой задаче то, что все 4 действия — вычитание и что вычитание применяется в различном смысле (нахождение остатка, уменьшение числа на несколько единиц, нахождение разности).

Нахождение неизвестного уменьшаемого

Проще и доступнее для учащихся, если подойти к нахождению неизвестного уменьшаемого при помощи примеров. Сначала проводятся устные упражнения вида: от какого числа надо отнять 70, чтобы получить 20? От какого числа надо вычесть 35, чтобы в остатке получилось 15? После этого учитель пишет на доске:

$$x-28=32$$

Какое действие в этом примере? Как называются числа при вычитании? Что неизвестно? От какого числа надо отнять 28, чтобы осталось 32?

Решив еще один-два аналогичных примера, учащиеся формулируют вывод: «Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, достаточно к вычитаемому прибавить разность». Разумеется, что первоначальная формулировка, сделанная учащимися, может быть и не столь четкой. Этот вывод закрепляется решением примеров. Учитель пишет на доске примеры: 1) $x—18=65$; 2) x *км*—72 *км*= =108 *км*; 3) x руб.—167 руб.=133 руб.; 4) x *ц*—249 *ц*= =231 *ц*; 5) $x—140=590$, учащиеся решают их устно, а в тетрадях пишут только ответы: 1) $x=83$ и т. д. Затем решается у доски пример и дается образец записи:

$$x - 3157 = 8\,269 \qquad\qquad \text{Проверка:}$$

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r} 3\,157 \\ 8\,269 \end{array} \\ \hline 11\,426 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} -\begin{array}{r} 11\,426 \\ 3\,157 \end{array} \\ \hline 8\,269 \end{array}$$

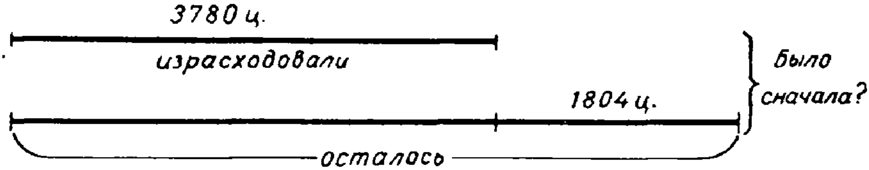
$$x = 11\,426$$

Если пример решается с проверкой, то справа делается об этом запись. Напоминаем, что надо чередовать решение примеров с проверкой и без проверки. На примерах вида: x *км*—75 *км* 28 *м*=12 *км* 972 *м*, x *кг*—24 *кг* 46 *г*=15 *кг* 984 *г* и т. д., можно попутно повторить сложение составных именованных чисел.

Нахождение неизвестного уменьшаемого можно связать с решением задач на вычитание, выраженных в косвенной форме. Повторив с учащимися основные виды простых задач на вычитание, учитель говорит о том, что нередко встречаются и такие задачи, которые тоже решаются вычитанием (или делением), хотя на первый взгляд может показаться, что их надо решать сложением (или умножением). Не следует думать, что если слышишь слова больше, дороже, старше, выше, увеличить и т. д., то это уже означает, что надо применять сложение (или умножение), а слова меньше, уменьшить, осталось, дешевле, короче, моложе и т. д. непременно связаны с вычитанием (или делением). Всегда надо внимательно прочесть условие задачи, продумать решение и лишь на основе этого выбирать действие. Можно предложить учащимся составить простые задачи, в которых будут слова дороже, больше... и чтоб их надо было решать вычитанием. Подобного рода задачи мы предлагаем включать и тогда, когда мы изучаем сложение. В случае затруднений учитель сам предлагает задачу: «Шкаф стоит 90 руб., и это на 20 руб. дороже стоимости дивана. Сколько стоит диван? Как можно было бы прочесть задачу по-другому?» Возможно такое преобразование задачи: «Шкаф стоит 90 руб., а диван на 20 руб. дешевле, чем шкаф. Сколько стоит диван?» Затем учащиеся составляют задачи, решаемые вычитанием, применяя в тексте слова: тяжелее, быстрее, больше... Рассмотрим решение задач № 598, 600, выраженных в косвенной форме. Решению этих задач надо предпослать устные задачи: «Мама принесла в корзине несколько яблок. Дети съели 8 яблок, после чего в корзине осталось 12 яблок. Сколько яблок принесла мама в корзине?» Очевидно, что сначала там были и те 8 яблок, которые дети съели, и те 12 яблок, которые остались, т. е. 8 ябл.+12 ябл.=20 яблок. Следующая задача: «Школьники выехали из села в город. Когда они проехали 8 *км*, то до города осталось еще на 4 *км* больше, чем они проехали. Чему равно расстояние от села до города?» В случае затруднений можно дать график к условию задачи. Ученики сами составляют похожие задачи, меняя тематику. Перейдем к решению задачи из учебника:

«Колхоз заготовил на зиму сено. Когда 3780 *ц* израсходовали, осталось на 1804 *ц* больше, чем израсходовали. Сколько центнеров сена было заготовлено?»

По аналогии с задачей о яблоках в беседе с учащимися выясняем, что сначала сена было больше: оно состояло из того, что израсходовано, и того, что осталось. Условие можно записать графически:

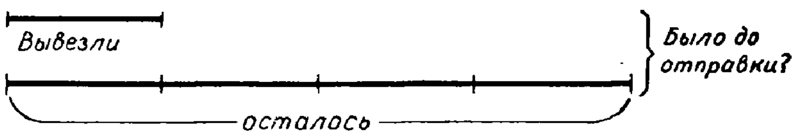


Задаче № 600 можно предпослать также задачи: «Ученик заплатил за тетрадь 2 коп. У него осталось столько денег, что он мог бы купить еще 4 тетради (или: «У него осталось в 4 раза больше денег, чем он истратил»). Сколько денег у него было сначала?»

«Магазин продал 30 учебников по арифметике, после чего осталось в 5 раз больше, чем было продано. Сколько учебников было в магазине до продажи?»

Перейдем к задаче из учебника: «На складе был запас овощей. Когда со склада вывезли в магазин на 3 грузовиках по 1900 *кг* и на 5 грузовиках по 2100 *кг* овощей на каждом, то на складе осталось в 4 раза больше того, что было вывезено. Сколько тонн овощей было на складе до отправки в магазины?»

Графическая иллюстрация:



Проверка вычитания

Повторяется способ нахождения неизвестного уменьшаемого. Затем решается пример со следующим оформлением записи:

Проверка

$$\begin{array}{rl} & 30\,400 \text{ — уменьшаемое} \\ - & 6\,543 \text{ — вычитаемое} \\ \hline & 23\,857 \text{ — разность} \end{array} \qquad \begin{array}{rl} & 6\,543 \text{ — вычитаемое} \\ + & 23\,857 \text{ — разность} \\ \hline & 30\,400 \text{ — уменьшаемое} \end{array}$$

Вопросы: Что мы должны получить, если к вычитаемому прибавим разность? Как же проверить вычитание? Каким действием? Что надо сложить для этого? Затем зачитывается по учебнику правило, выражающее способ проверки вычитания: «Чтобы проверить вычитание, достаточно сложить вычитаемое с разностью. Если получится уменьшаемое, то действие выполнено верно». После этого над правой частью делается надпись: «Проверка».

Нам казалось бы, что второе предложение лучше сформулировать так: «Если действия выполнены верно, то получится уменьшаемое». Дело в том, что проверка еще не гарантирует правильности выполнения действия. При выполнении действия и при проверке могли быть (и это нередко бывает) ошибки, которые взаимно компенсируют друг друга, и ошибка в вычислении останется незамеченной, вернее необнаруженной. При решении примеров на вычитание с проверкой сложением следует подбирать наиболее трудные примеры с отвлеченными и именованными числами. Это будет убедительным доказательством для учащихся о полезной роли проверки. Можно указать примерно на такие упражнения: 23 080—6292; 300 100—64 523; 125 *т* 35 *кг*—56 *т* 148 *кг*; 25 *км* 46 *м*—18 *км* 54 *м* и т. п. Надо дать задание самим ученикам составить примеры на вычитание, предъявляя к этим примерам специальные требования, как-то: придумать пример на вычитание, в котором уменьшаемое было бы пятизначным числом, содержащим два нуля (или один нуль, или три нуля), а все цифры вычитаемого, кроме первой, были бы больше соответствующих цифр уменьшаемого. Разумеется, что задания можно варьировать, изменяя количество цифр уменьшаемого и вычитаемого, требуя, чтобы в уменьшаемом были нули подряд или вперемежку со значащими цифрами. Аналогичные задания могут быть даны и для составления примеров с именованными числами. Эти задания можно упрощать или усложнять. Ученики составляют свои примеры, решают их вычитанием и проверяют сложением. Составление учащимися своих примеров, во-первых, повышает активность учащихся (они с бо́льшим интересом решают свои собственные примеры, чем готовые) и, во-вторых, что не менее важно, составление примеров, в особенности со специальными требованиями,— полезная работа. Такие упражнения развивают логическое мышление учащихся, заставляют их вдумчиво подходить к вычислениям, помогают понять структуру чисел и специфику того или иного вычислительного приема. Эти упражнения повышают теоретический уровень знаний учащихся. Мы бы усиленно советовали использовать такие задания. Даже в первом классе задание: придумайте такие два числа, что если к одному прибавить другое, то получится больше десяти — будет способствовать умственному развитию детей. Итак, решая и составляя примеры на вычитание и проверяя их на основе зависимости между компонентами, учащиеся убеждаются в том, что эта зависимость имеет практическое значение. Говоря о проверке действий, надо обратить внимание на то, что учитель должен использовать все случаи, все возможности, чтобы воспитать у учащихся понимание роли проверки, привить привычку, скажем больше, потребность к проверке решаемых ими примеров, выполненных измерений и по возможности задач. Надо иметь в виду, что проверка имеет воспитательное, образовательное и практическое значение. Воспитательная роль проверки заключается в том, что человек привыкает ответственно относиться к порученному делу. Прежде чем считать работу законченной, человек должен со всей тщательностью ее проверить. Нередко можно наблюдать, как многие ученики, наспех выполнив контрольную или самостоятельную работу, спешат ее сдать, не проверив, не беспокоясь о том, есть ли ошибки, или их нет. У таких учеников не воспитано чувство ответственности, а его надо воспитывать с самого детства. Образовательное значение проверки примеров состоит в том, что таким образом раскрывается взаимная связь арифметических действий. Что касается проверки решения задач и в особенности путем составления обратных задач, то ее образовательное значение очень велико, так как при помощи обратных задач значительно полнее раскрывается зависимость между величинами. Вот почему надо терпеливо и упорно повседневно бороться за привитие учащимся навыков самоконтроля. Надо напомнить учащимся, что если будут допускаться ошибки, то это приведет к плохим последствиям. Можно привести ряд примеров из различных областей практики. Нужно, например, подсчитать количество кормов, которое необходимо заготовить для прокормления скота, количество топлива для отопления школы, количество материалов для ремонта или постройки, для пошивки платьев и т. д. Поэтому те, которым поручена та или иная работа, всегда стараются тщательно проверять все расчеты, чтобы не допускать ошибок. Недаром народная мудрость гласит: «Семь раз отмерь, один раз отрежь». Так на различных примерах учитель убеждает учеников в важности проверки. Разумеется, что и здесь нужно чувство меры: далеко не каждый пример нужно проверять.

Очень полезно приучать к примерной проверке, так называемой «прикидке», которая вместе с тем является и формой устного счета. Приведем несколько примеров на сложение, вычитание и проверку их при помощи прикидки (примеры взяты из учебника IV класса) 1268+5476. Сделаем прикидку в тысячах: 1 тысяча+5 тысяч=6 тысяч. Ответ больше 6 тысяч, но меньше 7 тысяч (268+ +476 не наберется целой тысячи). Можно сделать прикидку в сотнях. Первое слагаемое близко к 13 сотням, второе к 55 сотням, значит сумма будет содержать около 13 сот. + 55 сот. = 68 сот., или 6800. Рассмотрим: 20 007—9678. Если считать в тысячах, то имеем 20 тыс.— 10 тыс.=10 тыс. Если считать сотнями, то имеем 200 сот.—96 сот.=104 сотни, или 10 400. Еще пример: 275 026+308 724—49 678. Будем считать тысячами, получим 275 тыс.+309 тыс.—50 тыс., т. е. примерно 534 тыс. Учащиеся уже знакомы с округлением, поэтому они могут понять, что 308 724 ближе к 309 тысячам, чем к 308 тысячам. Понятно, что такие трудные примеры могут оказаться непосильными для учащихся, но если еще с младших классов вводить такого рода упражнения, то у них будет в некоторой степени развиваться умение в отдельных случаях определять примерную величину ожидаемого результата, хотя бы по наводящим вопросам учителя. Так, например, во II классе можно ставить вопросы такого характера: «Если к 24 прибавить 38, то получится ли больше, чем 50? чем 60? меньше чем 70?» Аналогичные вопросы могут иметь место и при других операциях во всех классах.

Самостоятельная работа

На всех уроках при изучении темы «Целые числа» можно обеспечить применение разнообразных форм самостоятельной работы: составление примеров с различными заданиями, устный счет по карточкам или в других формах, ряд выводов, которые делают сами учащиеся и т. д. Кроме того, не дожидаясь окончания изучения темы, необходимо в процессе ее изучения давать самостоятельные работы, выполнение которых рассчитано примерно на 10—15—20 минут. Самостоятельная работа дается не в конце темы, а тогда, когда уже накопится известный материал, усвоение которого учитель считает нужным проверить, или же когда учитель желает проверить усвоение одного вопроса, в понимании которого учащимися он сомневается. В последнем случае она может быть очень краткой, рассчитанной на несколько минут. Иногда самостоятельная работа может быть дана полностью или частично не по данной теме, а по ранее пройденному материалу с целью проверки прочности усвоения. На основе анализа работ намечается дополнительная коллективная доработка некоторых вопросов со всем классом, если в этом обнаружилась необходимость, и индивидуальная работа с отдельными учащимися, допустившими ошибки.

Приводим один из возможных вариантов самостоятельной работы по той части темы «Вычитание многозначных чисел», которая нами рассмотрена.

1. Придумать простую задачу, решаемую вычитанием, в которой нужно число уменьшить на несколько единиц (в других вариантах задания на составление других видов простых задач на вычитание).

2. Выполнить сложение и проверить вычитанием:
74 008 + 65 997 или 58 *т* 648 *кг* + 82 *т* 464 *кг*.

3. Найти неизвестное уменьшаемое:
$x - 47\,856 = 43\,514$ или x *км* — 24 *км* 35 *м* = 18 *км* 75 *м*.

4. Выполнить вычитание и проверить сложением:
300 406 — 147 528 или 423 руб. 55 коп. — 158 руб. 65 коп.

Примечание. Варьируя задания, можно в одном из примеров давать отвлеченные числа, а в другом именованные.

Нахождение неизвестного вычитаемого

Изучение этого вопроса сходно с изучением вопроса о нахождении неизвестного уменьшаемого. Сначала решаются устные примеры и задачи. Сколько нужно отнять от 72, чтобы осталось 43? На сколько нужно уменьшить 84, чтобы осталось 36? Мама купила хлеб, она дала в кассу 50 коп. и получила 17 коп. сдачи. Сколько стоил хлеб? Интересный методический подход, свидетельствующий о творческой работе учителя, описан М. А. Бобрищевой [1].

Войдя в класс, учительница кладет на стол стопку новых тетрадей, приступает к проверке домашней работы и как бы невзначай предлагает одному из учеников отнести в учительскую несколько тетрадей, произвольно взятых ею из стопки. Не дожидаясь его возвращения, обращается к ученикам: «А сколько Витя отнес тетрадей?» Ученики удивлены этим вопросом, и как только Витя вернулся, все обращаются к нему с вопросом: «Сколько ты отнес тетрадей?» Витя растерялся, он не считал и хочет пойти пересчитать отнесенные тетради. Учительница не разрешает ему пойти в учительскую, а обращается к учащимся решить этот вопрос тут же, в классе. Дети задумались. Через некоторое время поднимаются руки: «А сколько вы принесли тетрадей?» — «47»,— отвечает учительница. Через несколько мгновений поступает предложение: «Давайте посчитаем, сколько на столе осталось тетрадей». Так ученики решили вопрос на нахождении неизвестного вычитаемого. Заметим, что это было во II классе.

Возвращаемся к нашему изложению. После решения устных примеров и задач на доске открываются заранее написанные и завешенные примеры:

$$46-\boxed{x}=28; \quad 75\ т-\boxed{x}=37\ т.$$

Примеры решаются устно. Затем учитель пишет на доске несколько примеров: 1) $156-x=84$; 2) 50 руб. $-x=$ $=15$ руб. 60 коп.; 3) 8 *кг* $-x=3$ *кг* 750 *г*; 4) $1000-x=$ $=575$; 5) $(42+26)-x=34$. Ученики пишут ответы в тетрадях: 1) $x=72$; 2) $x=34$ руб. 40 коп. и т. д.

---

[1] М. А. Бобрищева, Вопросы практической подготовки в начальном обучении арифметике, «Начальная школа», 1949, № 9.

Для закрепления и показа образца записи 1—2 примера решаются на доске:

$5\,246 - x = 3587$

$$\begin{array}{r} _{-}\begin{array}{r}5\,246\\3\,587\end{array}\\ \hline 1\,659\end{array}$$

$x = 1\,659$

Проверка:

$$\begin{array}{r} _{-}\begin{array}{r}5\,246\\1\,659\end{array}\\ \hline 3\,587\end{array}$$

Не следует давать записей в такой форме:

$6\,532 - x = 2\,418$

$$\begin{array}{r} _{-}\begin{array}{r}6\,532\\2\,418\end{array}\\ \hline 4\,114\end{array}$$

$x = 4\,114$

$6532 - 4114 = 2418,$

так как при такой записи учащиеся относят последнюю строчку также к самому решению.

Нахождение неизвестного вычитаемого закрепляется самостоятельным решением примеров с отвлеченными и именованными числами. Примеры и здесь можно подобрать так, чтобы они попутно помогали повторению трудных случаев вычитания и действиям с составными именованными числами. Вот образцы таких заданий: $10\,208 - x = 5486$; $400\,100 - x = 87\,314$; 3 *км* $- x =$ 2 *км* 65 *м*; 3 *ц* 18 *кг* $- x =$ 84 *кг*; 8 *м* 5 *см* $- x =$ 3 *дм* 7 *см* и т. п. Некоторые примеры ученики решают с проверкой. После ряда упражнений они без труда формулируют вывод: «Чтобы найти неизвестное вычитаемое, нужно из уменьшаемого вычесть разность». Затем решают задачи, в которых нужно найти неизвестное вычитаемое: «На пришкольном участке работали 85 учеников. Часть из них была занята в саду, а остальные 48 учеников работали на огороде. Сколько учеников занято в саду?» Аналогичные задачи составляют сами учащиеся.

Рассмотрим решение более трудных задач на нахождение неизвестного вычитаемого, например: «Школьники должны посадить в саду 875 кустов крыжовника, малины и смородины. Когда они посадили весь крыжовник, им осталось посадить 465 кустов малины и втрое меньше смородины. Сколько кустов крыжовника посадили школьники?» (задача № 609). В данной задаче может иметь место прием, который применим к решению многих задач,— это прием «разгрузки» задачи от некоторых привходящих моментов и выявление сути задачи. В данном случае в беседе с учащимися выясняем: «Что значит «втрое меньше»? Что же легко сразу узнать?» Оказывается, что легко узнать, сколько осталось посадить кустов смородины. Можно предложить выполнить это действие (устно или письменно) : 465 куст. : 3 = 155 куст., а затем вновь прочесть условие задачи, которое теперь будет выглядеть так:

$$875 \text{ куст. } \begin{cases} \text{крыжовника} & \text{— ?} \\ \text{малины} & \text{— 465 куст.} \\ \text{смородины} & \text{— 155 куст.,} \end{cases}$$

и решение не представит никаких затруднений. Этот прием во многих случаях облегчит решение задач; учащиеся должны уметь им пользоваться.

Удачно составленная запись условия задачи во многом облегчает решение задачи. Учитель должен не только сам работать над краткой записью условия, но стараться вооружить учащихся этим умением. Оно вырабатывается постепенно, причем надо давать учащимся задания по составлению записи условия в виде схем, таблиц, графика.

Покажем это на задачах по данному вопросу — нахождение неизвестного вычитаемого. «Фабрика получила заказ сшить для школ-интернатов 1675 пальто и 2040 платьев. Часть заказа уже выполнена и отправлена школам, после чего осталось еще сшить 780 пальто и 785 платьев. Сколько пальто и сколько платьев уже доставлено?»

Запись условия:

	Заказали	Сшили	Осталось сшить
Пальто	1675	?	780
Платьев	2040	?	785

Можно эту таблицу составить вместе с учащимися. При наличии этой таблицы решение уже не встретит затруднений.

Проверка вычитания при помощи вычитания

После повторения и устного решения примеров на нахождение неизвестного вычитаемого решается пример с записью в таком виде:

$$\begin{array}{rl} -\,8\,536 & \text{—уменьшаемое} \\ 4\,745 & \text{—вычитаемое} \\ \hline 3\,791 & \text{— разность} \end{array} \qquad \begin{array}{rl} -\,8536 & \text{—уменьшаемое} \\ 3791 & \text{—разность} \\ \hline 4\,745 & \text{—вычитаемое} \end{array}$$

Сопоставляя эти записи, ученики замечают, что если из уменьшаемого вычесть разность, то должно получиться вычитаемое. Как же это можно использовать для проверки вычитания? Какой же второй способ проверки вычитания? Формулируется вывод: «Чтобы проверить вычитание, достаточно из уменьшаемого вычесть разность. Если действия выполнены верно, то получится вычитаемое». Затем решаются примеры с применением этого способа проверки. Лучше, если учащиеся сами составят примеры на трудные случаи вычитания и выполнят проверку. Поскольку уже изучены два способа проверки вычитания, то среди упражнений должны быть и такие, в которых ученики выполняют проверку двумя способами. Параллельно с этим решаются и примеры на проверку сложения двумя способами. Само собой разумеется, что не надо оставлять без внимания и упражнений на решение примеров на умножение, деление и задач повторительного характера, включая эти материалы в домашнюю и отчасти в классную работу.

При изучении вычитания, как при устном счете, так и при опросе учащихся или при чтении примеров, надо применять различные формулировки: сколько останется, если от ... отнять ...? Чему равен остаток при вычитании чисел ...? Число ... уменьшить на ... единиц (во столько-то раз). На сколько ... больше (меньше) ...? Во сколько раз ... больше (меньше) ...? Найти разность чисел .... Уменьшаемое ..., вычитаемое .... Найти разность. На сколько надо увеличить ..., чтобы получить ...? Какое число надо прибавить к числу ..., чтобы в сумме получилось ...? Все эти вопросы могут выражаться как в отвлеченных, так и в именованных числах. Для развития учащихся полезно диктовать примеры, которые они должны записывать. Приведем некоторые из них: 1) из суммы чисел 3004 и 1241 вычесть 2964; 2) разность чисел 6432 и 2458 увеличить на 3541; 3) из произведения чисел 304 и 206 вычесть частное от деления 20 502 на 201...; варьируя эти задания, можно: к разности прибавить сумму (или разность), разность уменьшать на сумму или разность; из одного произведения вычесть другое произведение и т. д. Формулировки можно упрощать, если они окажутся трудными для учащихся, можно записи некоторых из них провести на доске под руководством учителя. Можно какую-то часть задания написать на доске, а остальное ученики запишут самостоятельно. Например, дано задание: из произведения чисел 215 и 162 вычесть произведение чисел 48 и 57. (Более сложная формулировка: найти разность произведений чисел 215 и 162 и 48 и 57.) На доске могут быть сделаны записи 215×162 и 48×57, а ученики делают запись $215\times162-48\times57$, или же на доске дается запись 215×162, остальное ученики выполняют сами. Запись сложных примеров под диктовку может быть успешной, если она подготовлена на более простых примерах в предыдущих классах.

При изучении сложения и вычитания проводятся упражнения для вычисления на счетах. Мы не останавливаемся на этом вопросе, так как он не входит в излагаемую нами тему. Подробный материал о методике обучения вычислениям на счетах, читатель найдет в статьях, опубликованных в разное время в журнале «Начальная школа»[1].

При повторении темы «Вычитание многозначных чисел» ставится ряд вопросов: определение вычитания; простые задачи, решаемые вычитанием; сравнение понятий уменьшение «на несколько единиц», и «в несколько раз», нахождение неизвестных компонентов вычитания и способы проверки вычитания.

Обобщение пройденного о сложении и вычитании

С целью обобщения и приведения в систему знаний о сложении и вычитании полезно выделить для этой цели специальный урок. Об этом надо заранее предупредить

---

[1] М. Н. Розанов, Нумерация, сложение и вычитание на счетах, 1956, № 2.

И. А. Александров, Опыт обучения детей вычислениям на счетах, 1956, № 12.

И. А. Александров, Таблицы для вычислений на счетах в III—IV классах, 1961, № 8.

учащихся. Домашнее задание к этому уроку должно содержать повторение пройденного теоретического материала (определения, свойства, зависимости между данными и результатами действий и нахождение неизвестных компонентов действий, способы проверки, приемы устных вычислений). Ученики должны продумать ответы на вопросы, данные в учебнике. Кроме того, на дом могут быть заданы некоторые упражнения, наиболее важные. На уроке, выделенном для обобщения, следует охватить наиболее существенные вопросы, связанные с изучением этих тем, и обеспечить максимальную активность и самостоятельность учащихся. Учащимся может быть заранее дан план повторения (за 2—3 урока), который может быть ими записан:

1. Название чисел при сложении и вычитании. Определение вычитания (или: «Какое арифметическое действие называется вычитанием?»).
2. Простые задачи, решаемые сложением и вычитанием.
3. Свойства сложения и их применение к устным и письменным вычислениям.
4. Нахождение неизвестных чисел при сложении и вычитании и различные способы проверки этих действий.

Приведем один из вариантов такого урока

До начала урока учитель или дежурные учащиеся пишут на доске:

Проверить вычитанием	Проверить сложением	
$\begin{array}{r} 436\,578 \\ +\,284\,584 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 400\,400 \\ -\,87\,536 \\ \hline \end{array}$	$x - 23\,148 = 76\,852;$ $10\,010 - x = 5\,384$

Вызываются четыре ученика, которые решают эти примеры, а в это время остальные ученики составляют простые задачи на сложение и вычитание. Эту работу можно варьировать. Например, один ученик рассказывает составленную им задачу, а другие определяют вид этой задачи; или один ученик предлагает составить такой-то вид задачи, а другие выполняют это задание. Могут быть предложены и задачи, выраженные в косвенной форме. Затем отвечают вызванные к доске ученики. Нет нужды заслушивать подробное объяснение этих примеров — это заняло бы слишком много времени. Можно ограничиться заслушиванием ответа, обоснованием приемов проверки и нахождения неизвестного компонента вычитания.

На следующем этапе проводится беседа по вопросам учебника. При этом ответы учащиеся подтверждают примерами. Для активизации работы учащихся и вовлечения всех их в работу можно применить такую форму заданий. Допустим, что проверяется переместительное свойство сложения и его применение к устным вычислениям. Все ученики придумывают примеры и записывают их в своих тетрадях, а три-четыре ученика — на доске. Примеры, записанные на доске, обсуждаются, одобряются или подвергаются критике. Заслушивается с места несколько примеров, учитель отмечает наиболее удачно составленные. Аналогично проводится работа и в отношении сочетательного свойства. Работа может вестись параллельно: половина класса работает над одним свойством, остальные — над другим. Когда повторяется зависимость между компонентами действий и их результатом, то работа проводится примерно так: повторили, например, способ нахождения неизвестного слагаемого, затем ученикам предлагается составить пример вида $x+a=b$ или $a+x=b$ и найти x. Могут быть предъявлены некоторые требования в отношении чисел, которые будут подбираться учащимися. Аналогичная работа проводится и в отношении нахождения неизвестного уменьшаемого или вычитаемого и составления примеров вида $x-a=b$ или $a-x=b$. И эта работа может быть организована так, что часть класса работает над одним видом задания, остальная — над другим. Часть из составленных примеров каждого вида записывается на доске и анализируется. При такой организации обеспечивается непрерывная работа всего класса и, кроме того, в течение урока многие ученики выполнят какое-либо задание у доски или зачитают его с места. В заключение можно провести небольшую самостоятельную работу. Чтобы охватить больший объем материала, работа может быть дана в двух вариантах.

I вариант: 1) 147 300—88 415 (проверить обратным действием); 2) $x+39\,867=60\,100$; 3) $15\,315-x=6472$.

II вариант: 1) 36 148+63 862 (проверить обратным действием); 2) $x-16\,483=48\,527$; 3) $62\,143+x=62\,143$.

В зависимости от уровня знаний, от темпа урока, можно, если останется время, провести устный счет по карточкам, в которые учащиеся должны внести только ответы.

Образец такой карточки:

1) $376+187+124=$
2) $64+57+136+143=$
3) x *кг* $+74$ *кг* $=300$ *кг*
   $x=$
4) x *км* -85 *км* $=145$ *км*
   $x=$
5) $230-x=155$
   $x=$

Все вычисления выполняются устно.

Во время изучения сложения и вычитания проводится несколько самостоятельных работ, рассчитанных на часть урока, а завершается изучение контрольной работой. Можно построить работу по вариантам, с тем чтобы охватить весь материал.

Приведем примерное содержание контрольной работы

I вариант. 1) Выполнить сложение и сделать проверку двумя способами: 235 179+264 921.

2) $x-12\,447=20\,100$.

3) Придумать пример, в котором удобно применить переместительное свойство сложения (или же: вычислить наиболее удобным способом 73 *км*+189 *км*+227 *км*).

4) Составить простую задачу на вычитание, в которой надо найти разность (возможно уточнение: узнать, на сколько одно число больше или меньше другого).

5) Ширина огорода 75 *м*, и это на 125 *м* меньше его длины. С 1 *а* получено 2 *ц* картофеля. Сколько тонн картофеля собрано на огороде?

Примечание. Можно упростить задачу, поставив вопрос: «Чему равна площадь огорода?»

II вариант. 1) Выполнить вычитание и проверить двумя способами: 205 104−87 407.

2) $23\,168-x=15\,276$.

3) Выполнить сложение, соединяя слагаемые в группы, по 3 слагаемых в каждой:

$$34\,497+5847+4906+18\,768+73\,547+6803.$$

4) Составить простую задачу на вычитание, в которой надо число уменьшить на несколько единиц.

5) Ширина огорода 60 *м*, и это на 80 *м* меньше его длины. $\frac{3}{4}$ площади огорода занято под капусту. Чему равна площадь, занятая под капусту?

Примечание. Объем работы может быть сокращен, задачи могут быть решены без записи вопросов.

УМНОЖЕНИЕ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

Умножение связано со сложением, это частный случай сложения. И в умножении находится сумма, но одинаковых слагаемых. И простые задачи на умножение связаны с простыми задачами на сложение. Наряду со сходством имеется существенное различие: увеличение на несколько единиц и в несколько раз. Общеизвестно, насколько распространенными являются ошибки, связанные со смешением понятий «увеличение на несколько единиц» и «увеличение в несколько раз». Отсюда и такие обороты речи: «увеличить на 5 раз». Элементы различия: прибавление единицы изменяет сумму, умножение на единицу не изменяет произведения. Прибавление нуля не меняет суммы, умножение на нуль — дает нуль. Источником многих ошибок в различных вопросах арифметики является то, что в сознании учащихся преобладают черты сходства и ослаблены черты различия. «Очень важным средством преодоления этих трудностей является широкое использование учителем в процессе обучения приема сравнения в двух его формах — сопоставления (т. е. установления сходных черт) и противопоставления (при котором указываются противоположные особенности) [1]». Этот прием развития логического мышления играет важную роль при обучении арифметике. Мы полагаем, что при изучении нового, не упуская сходства, надо сконцентрировать внимание на вопросах различия, особенностей, специфики нового. С этой точки зрения мы и подходим к определению умножения.

Определение умножения

Примерное построение урока. Начинается урок с повторения сложения, простых задач, решаемых сложением, свойств сложения. Решается пример с большим ко-

[1] «Развитие логического мышления в процессе обучения в начальной школе», Учпедгиз, 1956, стр. 78.

личеством слагаемых: $218+647+79+1248+305+846+872$. Ставится цель урока: дополнить знания об умножении. Предлагаемый в учебнике подход к определению умножения не подводит, на наш взгляд, учеников к сознательному пониманию определения.

В учебнике приводится задача с решением (№ 643): «Реактивный самолет летел со скоростью 876 *км* в час. Сколько километров пролетел самолет за 6 часов? Чтобы решить эту задачу, надо число 876 повторить слагаемым 6 раз: $876+876+876+876+876+876=5256$. Искомая сумма найдена сложением. Но сложение равных слагаемых можно заменить умножением $876\times6=5256$».

После этого дается определение: «Умножением называется действие, посредством которого находится сумма одинаковых слагаемых». Нам приходилось наблюдать, как происходит объяснение на основе этой задачи. Учащиеся сразу же предлагали решить задачу умножением, так как им хорошо известно, что расстояние при данных скорости и времени находится умножением. Предлагаем провести работу по-другому. Дадим примерно такую же задачу, но с меньшими числами: «Поезд шел со средней скоростью 62 *км* в час. Сколько километров он прошел за 6 часов?» Согласившись с учащимися, что задача решается умножением, предлагаем им записать решение также и сложением. Это нам понадобится, чтобы понять смысл умножения. Мы создаем этим сознательный подход учащихся к записи:

$$62\times6=372;$$
$$62+62+62+62+62+62=372.$$

Затем предлагается такая задача: «Поезд был в пути 6 часов. В 1-й час он прошел 62 *км*, во 2-й — 59 *км*, в 3-й — 62 *км*, в 4-й — 58 *км*, в 5-й — 60 *км*, в 6-й — 65 *км*. Определить пройденный путь за 6 часов».

Решение: $62+59+62+58+66+65=372$.

Почему эту задачу нельзя решить умножением? Когда же можно сложение заменить умножением?

Вывод теперь напрашивается сам. Для лучшего понимания умножения дается задание составить примеры на сложение, в которых можно сложение заменить умножением.

Если взять 2—3 слагаемых, то умножение не выступит так ярко в своей специфике, наоборот, ярче выступают черты сходства со сложением, а не черты различия, которые мы желаем подчеркнуть, поэтому надо брать примеры с большим количеством одинаковых слагаемых. Интересно дать задание учащимся составить такие примеры на сложение, в которых можно будет сложение заменить умножением не для всех слагаемых, а для группы или нескольких групп, например $78+78+78+78+78+53+53+53+53+53+53=78\times5+53\times6=390+318=708$.

Полезны и упражнения обратного характера — заменить умножение сложением: $12\times6=12+12+12+12+12+12$;

$$9\times8=9+9+9+9+9+9+9+9;\quad 32\times5=32+32+32+32+32.$$

Что же значит 12 повторить слагаемым 6 раз? 9 повторить слагаемым 8 раз? 32 повторить слагаемым 5 раз? Учитель обращает внимание на экономию сил и времени при замене сложения умножением. Допустим, что школьная библиотека купила 65 книг по 17 коп. Как трудно было бы сосчитать, сколько нужно уплатить, если бы не было умножения, а надо было взять 65 слагаемых. Ученики сами указывают задачи, в которых имеем сложение многих одинаковых слагаемых (про движение, сбор урожая, удой молока...) и которые решаются умножением. Наука, заключает учитель, приносит огромную пользу человеку. Можно открыть уголок истории, сказать, что очень долгий путь прошли люди пока не дошли до этого способа умножения. Интересно было бы показать старинный русский способ умножения при помощи последовательного деления одного из сомножителей пополам (последовательное раздвоение) при одновременном удвоении другого сомножителя. Пусть, например, нужно 64 умножить на 23. Поступаем так:

$64\times\ 23$
$32\times\ 46$ (64 : 2, а 23×2 — искомое произведение не изменится)
$16\times\ 92$
8×184
4×368
2×736
1×1472

Итак, $64 \times 23 = 1472$. Еще большие трудности встречались при умножении нечетных чисел [1].

А сейчас, говорит учитель, есть машины, которые с невероятной быстротой выполняют сложнейшие вычисления и заменяют труд тысяч людей. Без этих машин техника не достигла бы своих высот.

Особое место занимают в умножении 1 и 0. Умножение 1 и 0 на другие числа не противоречит определению умножения: $1 \times 5 = 1+1+1+1+1 = 5$; $0 \times 7 = 0+0+0+0+0+0+0 = 0$. Такие упражнения нужно давать учащимся и делать вывод об умножении 1 и 0 на другие числа. Иначе обстоит дело с умножением на 1 и на 0. Хотя мы и пишем 8×1 или 5×0, но эти записи лишены смысла с точки зрения определения умножения, здесь нет главного — элемента повторения равных слагаемых, так как повторить можно самое меньшее 2 раза. Поэтому в математике для умножения на 1 и на 0 даются отдельные определения [2]: «Умножить число на единицу — значит оставить множимое без изменения»; «Произведение любого числа на нуль равно нулю». В результате ряда упражнений можно подвести учащихся к необходимым обобщениям, а именно, что при умножении любого числа на единицу величина его не изменится, а при умножении любого числа на нуль получится в произведении нуль.

Полезны упражнения: $0 \times 6 + 5$, $0 \times 8 + 7$. Мы убедились, что многие ученики пишут ответы 11 и 15. Между тем с этим учащиеся встречаются при умножении многозначных чисел. При наличии ошибок надо требовать подробной записи: $0 \times 6 + 5 = 0+0+0+0+0+0+5 = 5$. Полезны примеры: 1×378; $4283 + (267 - 266) \times 1$; $534 - 0 \times (428 + 385)$; $1407 - 853 \times (48 - 48) + 1 \times 1$; $106 \times (846 - 845) + 43 \times 0$ и т. п.

Простые задачи, решаемые умножением

Основные виды простых задач на умножение: повторение равных слагаемых и увеличение числа в несколь-

[1] Подробнее см. в книге А. Я. Котова, «Вечера занимательной арифметики», Учпедгиз, М., 1960.

[2] Советуем учителю познакомиться с иллюстрацией умножения на 1 и на 0 по книгам И. К. Андронова, «Арифметика натуральных чисел», Учпедгиз, 1954, стр. 65, 66, или «Арифметика». Пособие для факультетов нач. шк., 1959, стр. 69—70.

ко раз. Необходимо четко выявить различие между увеличением числа на несколько единиц и в несколько раз. Можно предлагать учащимся составлять отдельно задачи на увеличение числа на несколько единиц и в несколько раз и объяснять, почему они применяют в одном случае сложение, а в другом умножение. Кроме того, давать задания учащимся составлять задачи на увеличение числа на несколько единиц и преобразовывать их в задачи на увеличение числа в несколько раз. Например: «20 увеличить на 5; 20 увеличить в 5 раз», «С одного участка собрали 8 *ц* помидоров, а с другого на 4 *ц* больше. Сколько собрали со второго участка?», «С одного участка собрали 8 *ц* помидоров; а с другого в 4 раза больше. Сколько собрали со второго участка?» Решение таких задач ставит своей целью сделать упор не на сходство (увеличение), а на различие (какое тут увеличение).

Методика работы над задачами на умножение, выраженными в косвенной форме, сходна с методикой работы над аналогичными задачами на сложение и вычитание:

«Таня собрала грибов в 2 раза меньше, чем Оля. А что можно сказать про число грибов, собранных Олей?» Ученики сами составляют похожие задачи. Активизируя работу учащихся, можно им дать задание на дом придумать задачи такого же характера: слышится м е н ь ш е, к о р о ч е, м о л о ж е... в несколько раз, а решаются эти задачи умножением. Составленные ими задачи ученики записывают у себя в тетрадях, а на следующем уроке некоторые из этих задач зачитываются в классе и обсуждаются. В школе обычно учащиеся составляют задачи только в устной форме, но полезно иногда давать такие задания и в письменной форме.

Переместительное свойство умножения

Переместительное свойство умножения должно получить применение не только при устных и письменных вычислениях, но и при решении задач.

Приведем один из возможных вариантов урока на тему «Переместительное свойство умножения».

На доске записаны примеры:

1) 67+ 89+133
2) 57+ 68+ 53
3) 248+159+252

$$
\begin{array}{r}
24\,308 \uparrow \\
6\,757 \\
+183\,256 \\
382 \\
2\,767 \\
\hline
\end{array}
$$

Ученики пишут в тетрадях ответы на примеры левого столбика, а вызванный к доске ученик решает пример правого столбика, считая (про себя) в направлении, указанном стрелкой. Проверяются ответы примеров, записанных в тетрадях. Ответ примера, записанного справа, проверяют повторным решением, «сверху вниз». Учащиеся формулируют свойство сложения, примененное при устном и письменном сложении. В дальнейшем возможны два приема: 1) учитель спрашивает учеников об аналогичном свойстве умножения; 2) ученики решают примеры, данные в учебнике, и делают вывод о переместительном свойстве умножения.

Для закрепления решаются примеры: $25\times37\times4$; $35\ т\times7\times2$, затем ученики составляют и решают свои примеры с отвлеченными и именованными числами; несколько учеников записывают свои примеры на доске. Далее переместительное свойство применяется для проверки умножения, при этом для проверки даются трудные примеры вида 4276×2003, в которых часто встречаются ошибки. Иллюстрируются два способа выполнения умножения:

$$
\begin{array}{r}
\times\ \ 7 \\
3\,468 \\
\hline
56 \\
+\ \ 42 \\
28 \\
21 \\
\hline
24\,276
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
\times\ 3\,468 \\
7 \\
\hline
24\,276
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
\times\ \ 26 \\
6\,354 \\
\hline
104 \\
+\ 130 \\
78 \\
156 \\
\hline
165\,204
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
\times\ 6\,354 \\
26 \\
\hline
+\ 38\,124 \\
12\,708 \\
\hline
165\,204
\end{array}
$$

Вместо 7 строчек запись примера занимает 3 или 5 строчек. Можно, конечно, умножать «сверху вниз», но это непривычно и приводит к замедлению темпа вычисления.

Так же и при решении задач:

1. «Сколько весят 2476 листов свинца, по 6 *кг* каждый?» Можно записать: 6 *кг*$\times$2476=14 856 *кг*.

$$
\begin{array}{r}
\times\ 2\,476 \\
6 \\
\hline
14\,856
\end{array}
$$

Вычисление без записи наименований показано справа.

2. «Завод изготовил 2725 ящиков гвоздей, по 32 *кг* в каждом, и 658 ящиков винтов, по 45 *кг* в каждом. Найти общий вес изделий (ответ округлить до целых тонн)».

Вычисления

1) 32 *кг*×2725=87 200 *кг*
2) 45 *кг*×658=29 610 *кг*
3) 87 200 *кг*+29 610 *кг*=116 810 *кг*

$$\begin{array}{r} \times\ 2\,725 \\ 32 \\ \hline 87\,200 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 658 \\ 45 \\ \hline 29\,610 \end{array}$$

Ответ. Приблизительно 117 т.

3. «Нужно было вывезти 5300 *т* минеральных удобрений. Пользуясь таблицей:

Грузоподъемность одной машины	Сделано рейсов	Работало машин	Вывезено (в тоннах)
4 *т*	19	25	
5 *т*	26	20	
Всего			

вычислить устно, сколько тонн удобрений осталось».

4. При изучении темы «Вычисление объемов» можно использовать переместительное свойство умножения к решению задачи: «Вырыты два котлована размерами: первый — длина 25 *м*, ширина 23 *м*, глубина 4 *м*; второй — 50 *м*, 37 *м* и 2 *м*. Сколько кубических метров земли осталось еще невывезенными после того, как каждая из 20 машин грузоподъемностью в 5 *куб. м* земли сделала по 42 рейса?»

Решение:
1) 25 *куб. м*×23×4=2300 *куб. м*
2) 50 *куб. м*×37×2=3700 *куб. м*
3) 2300 *куб. м*+3700 *куб. м*=6000 *куб. м*
4) 5 *куб. м*×42×20=4200 *куб. м*
5) 6000 *куб. м*−4200 *куб. м*=1800 *куб. м*

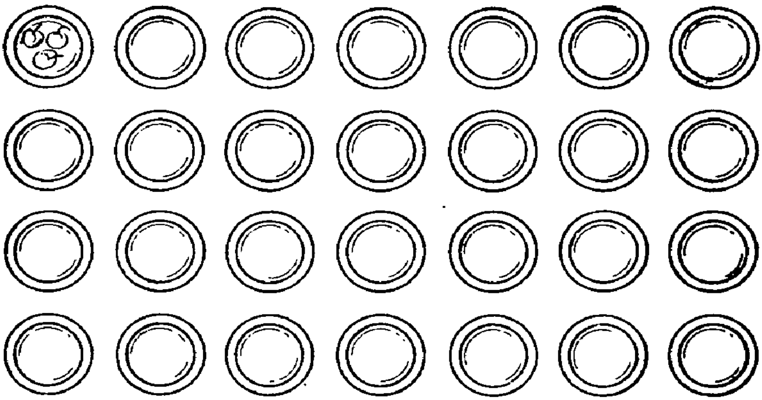
Все действия записываются в строчку и выполняются устно.

Мы привели несколько задач, так как задач с такого рода заданиями в учебнике нет, а они показывают практическую пользу приложения теории к практике.

Таков примерный ход этого урока. На следующих уроках для закрепления решаются устно задачи вида: «В ящике 25 *кг* яблок. Из палатки продавали 23 ящика яблок в день. Сколько яблок продано за 4 дня?», «С 1 *га* получали 20 *т* овощей. В день убирали овощи с площади в 17 *га*. Сколько тонн овощей собрали за 5 дней?» (данные можно записать на доске).

Сочетательное свойство произведения

С переместительным свойством умножения учащиеся неоднократно встречались, и вывод они легко могли сделать сами. Иначе обстоит дело с сочетательным свойством. Оно имело место как раз в обратном виде, не в соединении сомножителей в группы, а в разложении произведения на сомножители: $6\times20=6\times(2\times10)=6\times\times2\times10$. Можно наметить следующий порядок изучения сочетательного свойства произведения. Начнем с устного решения примеров вида $63+72+28$ и 58 *км*+62 *км*+ +184 *км*+16 *км* и с письменного решения примеров вида $467+859+941+704+896+729$. Повторяется сочетательное свойство сложения, использованное при решении этих примеров и облегчающее как устные, так и письменные вычисления путем соединения слагаемых в группы. Ставится цель урока: познакомиться с новым свойством умножения, которое также облегчит вычисления. Решим задачу, изобразив запись условия рисунком: «Расставлены блюдца по 7 в ряд, всего 4 ряда. На каждое блюдце положили по 3 яблока. Сколько яблок положили на все блюдца?»



Это можно сосчитать двумя способами:

1-й способ. Узнаем, сколько яблок можно положить на блюдца, расположенные в одном ряду. На одно блюдце клали 3 яблока, а в ряду 7 блюдец, значит на них поместится (3×7) яблок. Таких рядов 4, значит всех яблок будет $(3\times7)\times4$.

2-й способ. Сосчитаем сначала, сколько всех блюдец. В одном ряду их 7, а рядов 4, следовательно (7×4). На каждое блюдце клали по 3 яблока, значит всех яблок будет $3\times(7\times4)$. И первым, и вторым способом мы сосчитали все положенные яблоки и должны получить один и тот же ответ. Это можно записать так:

$$(3\times7)\times4=3\times(7\times4).$$

Первым способом мы считаем так: $(3\times7)\times4=21\times\times4=84$; вторым способом: $3\times(7\times4)=3\times28=84$.

Пока еще рано делать выводы. Следует решить несколько примеров двумя способами сначала с тремя, а потом с четырьмя сомножителями. Вызываются 4 ученика, которые одновременно решают примеры: $(67\times5)\times\times2$ и $67\times(5\times2)$; $(287\times5)\times2$ и $287\times(5\times2)$, и выявляются преимущества второго способа. Можно дать аналогичные примеры всему классу, с тем чтобы половина класса решала одним способом, а остальные другим, и выяснить, кто быстрее и проще сделал вычисления. Затем переходят к примерам с четырьмя сомножителями; на таких примерах соединение сомножителей в группы выступает более отчетливо $abcd=(ab)(cd)$. Вычислим произведение $5\times6\times8\times5$ двумя способами. Первый способ: $5\times6=30$; $30\times8=240$; $240\times5=200\times5+40\times5==1000+200=1200$. Второй способ: $5\times6=30$; $8\times5=40$; $30\times40=1200$. Предварительно можно решить подготовительные примеры вида $3\times60=3\times6\times10$ или $20\times30==20\times3\times10$; $30\times40=30\times4\times10$. Учащиеся самостоятельно решают примеры вида: $14\times5\times16\times5$; $15\times8\times6\times5$; последовательно и соединяя сомножители в группы.

— Как умножали первым способом? вторым способом? Что же вы делали с сомножителями при втором способе?

— Мы их соединяли в группы.

— Изменилось ли от этого произведение?

Теперь учащиеся подготовлены к тому, чтобы сделать вывод, который уточняется и зачитывается по учебнику: «Сомножители можно соединять в какие угодно группы, при этом произведение не изменится».

— Вспомните, каким словом можно заменить слово с о е д и н и т ь?

— С о ч е т а т ь.

— Как же можно назвать это свойство умножения?

— Сочетательным свойством.

Закрепление нужно начать с примеров и задач, в которых это свойство будет применяться в чистом виде, а потом уже переходить к совместному применению сочетательного и переместительного свойств.

Решаются примеры вида: $367\times2\times5$; $47\times25\times4$; $259\times4\times25$; 73 *км*$\times50\times2$; 89 *т*$\times2\times50$; 52 *га*$\times5\times$ $\times20$; 37 *ц*$\times20\times5$; $6\times5\times15\times6$; $8\times5\times45\times2$..., и учащиеся составляют аналогичные примеры. Сочетательное свойство произведения должно найти применение и при решении задач: «Комбайн намолачивал 248 *ц* зерна в день. Сколько центнеров зерна намолотят 5 комбайнов за 2 дня?»

Указание. Решение записывается в строчку и выполняется устно.

«25 станков производительностью каждый 317 деталей в час работали 4 часа, а 20 станков производительностью по 243 детали в час — в течение 5 часов. Сколько всего обработано деталей?»

Запись решения:

1) 317 дет.$\times25\times4=31\,700$ дет.
2) 243 дет.$\times20\times5=24\,300$ дет.
3) 31 700 дет.+24 300 дет.=56 000 дет.

Сложение также можно выполнить устно: 31 тыс.+ +24 тыс.+7 сот.+3 сот.=55 тыс.+1 тыс.=56 тыс. Такая задача убедительно покажет ценность использования сочетательного свойства.

Переходим к примерам на совместное применение двух свойств произведения. Надо решить пример $27\times$ $\times25\times3\times4$ и обсудить с учащимися, в какие группы здесь удобно соединить сомножители. Сделаем подробную запись: $27\times25\times3\times4=27\times3\times25\times4$ (переместительность) $=(27\times3)\times(25\times4)$ (сочетательность) $=81\times100=$ $=8100$, ученики вносят ее в тетради и сами составляют примеры вида: $46\times5\times3\times2$, $50\times13\times2\times7$ и т. д.

Разложение произведения на множители

(Последовательное умножение)

Эта другая форма сочетательности произведения, состоящая в обратной операции: вместо соединения сомножителей в группы, произведение разлагается на множители. На этом основан прием умножения на круглые множители, уже известный учащимся (теперь это получит обоснование), и приемы устного последовательного умножения. Для объяснения можно решать примеры двумя способами. Нужно 32 умножить на 8:

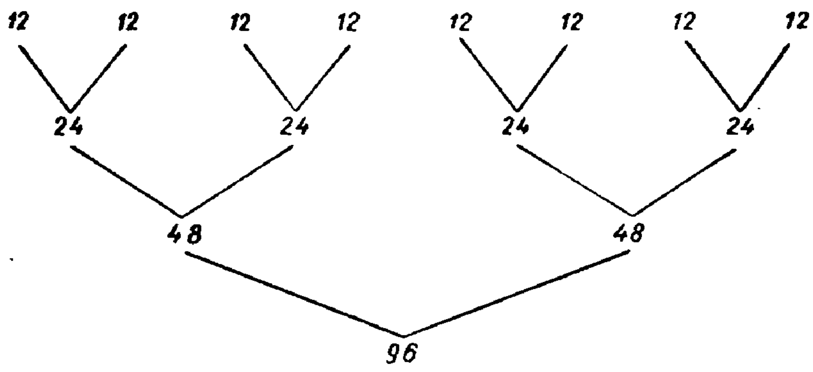
$$\begin{aligned} 32\times2&=64\\ 64\times2&=128\\ 128\times2&=256 \end{aligned} \qquad \text{и } 32\times8=256.$$

Значит, если 32 умножить на 2, результат снова умножить на 2 и новый результат опять умножить на 2, то это все равно, что умножить на 8. Учащиеся сами должны ответить: «на 8». Решим еще пример 27×8 так: 1) $27\times2\times4$; 2) $27\times4\times2$; 3) 27×8 и сравним результат. После нескольких упражнений учащиеся могут сделать вывод. Надо не допускать ошибочных записей: $20\times4=$ $=20\times2=40\times2=80$. При такой записи получается, что $20\times2=40\times2$, что, конечно, неверно.

Последовательное умножение является источником многих ошибок из-за преобладания элемента сходства над элементом различия. Увеличение на 2, а потом на 3, дающее увеличение на 5, учащиеся переносят на умножение на 2, а потом на 3. Задача учителя состоит, в том, чтобы сконцентрировать усилия учащихся на установлении различия. Для этой цели учащиеся должны выполнять ряд упражнений, придуманных ими, на последовательное умножение на 2, потом на 3, на 3 и 5, на 3 и 4, на 4 и 5 и т. д. и попутно сравнивать с увеличением на 2, потом на 3, на 3 и на 5 и т. д. В беседе с учащимися каждый раз выделяется элемент различия и подчеркивается, что получаются различные ответы. К этим вопросам надо возвращаться и в дальнейшем. Могут быть и такие ошибки: умножение на 6 заменяют умножением на 2 и на 4, на 8 — на 6 и на 2 и т. д. На примерах, показывающих получение неверных ответов, надо показать, что можно последовательно умножать только на такие числа, которые дают в произведении множитель. Некоторые учителя предлагают объяснение сопровождать иллюстрацией [1]:

---

[1] М. М. Топор, Практические работы по арифметике в III и IV классах, Учпедгиз, 1959.



Применение этой схемы нуждается в проверке, так как обилие чисел в этой схеме может усложнить, а не облегчить понимание приема последовательного умножения.

Последовательное умножение можно иллюстрировать при помощи таблицы [1]. Нужно: 35×14:

35	35
35	35
35	35
35	35
35	35
35	35
35	35

Итак, $35 \times 14 = 35 \times 2 \times 7 = 70 \times 7 = 490$.

Нужно заметить, что прием последовательного умножения мало эффективен при устных вычислениях. Его удобно применять как последовательное удвоение и, в частности, когда удвоение дает круглое число. Что же касается умножения на 9, 12, 15, 21 и т. д., то эффективнее прием умножения на сумму или на разность (распределительность). Более важное значение имеет то, что учащиеся получат обоснование умножения на круг-

---

[1] Г. Б. Поляк, Преподавание арифметики в начальной школе, Учпедгиз, 1959, стр. 128.

лые числа, когда нули сначала не учитываются, а потом приписываются в конце произведения, поймут, что умножить на 4, потом на 100 — это равносильно умножению на 400, а не на 104.

Самостоятельная работа

Желательно дать самостоятельную работу по той части темы, которая уже пройдена. Работа должна быть рассчитана на часть урока (10—15 минут). Все примеры не требуют каких-либо громоздких вычислений.

Один из примерных вариантов:

1) $284\times1+15\times0+1\times116$ (решить устно).

2) Вычислить устно: $4\times37\times25$.

3) Если умножить число на 2 и полученный результат умножить на 3, то это все равно, что умножить число сразу на ... Показать на примере.

4) Придумать простую задачу на умножение, в которой число надо повторить слагаемым несколько раз.

5) Сколько получится, если 1 десяток умножить на 2 десятка?

Другой вариант работы:

1) $(378-377)\times27+(68-68)\times563$ (решить устно).

2) Вычислить устно: $7\times13\times50\times2$.

3) На складе было 26 *т* мела, и это было в 4 раза меньше, чем извести. Сколько было на складе мела и извести вместе?

4) Сколько получится, если 2 десятка умножить на 3 десятка?

Распределительное свойство произведения

Термины «переместительное, сочетательное свойство» связаны с их применением и поэтому доступны учащимся, чего нельзя сказать о распределительности, поэтому вряд ли есть смысл вводить это название. Но главное не в термине, а в существе вопроса. При использовании переместительного и сочетательного свойств легко видеть, что надо делать, как удобнее поступить, а в распределительном свойстве, наоборот, внешний вид нередко говорит о противоположном, о том, что не надо применять этого свойства. Поясним это на примере. Распределительное свойство говорит о том, что умножение суммы на число можно заменить умножением каждого слагаемого и сложением полученных произведений. Если бы это применять к вычислению вида $(267+133)\times26$, то мы бы только усложнили вычисление. Трудность состоит в том, что эффективное применение распределительности требует образования суммы там, где ее в явном виде нет. Например, чтобы умножить 11, 12, ..., 15, 21, ... или на эти числа, надо их изобразить в виде суммы ($10+1$; $10+2$; $20+1$ и т. д.). Нам приходилось наблюдать, что это нелегко дается учащимся. Однако имеется ряд моментов, на которые можно опираться, так как фактическое применение распределительности имело место уже с I класса. Когда нужно было в пределе 20 набрать 8 раз по 2, то брали 5 двоек (это уже было изучено) и 3 двойки. При изучении во II классе таблиц умножения широко используется набор группами. Внетабличное умножение — это умножение суммы или на сумму. Устные приемы умножения в пределе тысячи в основном сводятся к умножению суммы. Переход к письменному умножению связан с такой записью, которая выражает умножение суммы: $234\times2=200\times2+30\times2+4\times2$. Умножение многозначных чисел — это умножение суммы на сумму: 468×364 — это $(400+60+8)\times(300+40+6)$. Следовательно, к объяснению распределительного свойства умножения надо подходить, опираясь на нахождение учащимися приема умножения суммы на число. Приведем примерное изложение уроков по этой теме.

Умножение суммы на число

Повторяются переместительное и сочетательное свойства, составляются и решаются примеры на применение этих свойств. Итак, эти свойства полезны, облегчают решение примеров и задач, а сегодня познакомимся с новым свойством, оно тоже окажется полезным. Сначала посчитаем устно. Эти упражнения помогут нам разобраться в том свойстве, которое мы будем изучать. Заметим, что такое замечание усиливает внимание учащихся. Хорошо, если учащиеся чувствуют, что и устный счет связан с новым материалом, что он поможет понять объяснение. Решаются примеры: 212×4; 32×3; 120×4; 230×3, анализируется состав этих чисел и примененный прием. Следует в этот момент избегать примеров вида 19×3 или 29×2, так как они ориентируют на применение распределительного свойства умножения относительно вычитания: $19\times3=(20-1)\times3$. Полезно в домашнее задание к данному уроку включить решение двумя способами задачи, выражаемой числовой формулой: $(a+b)\cdot c$. Можно, например, использовать задачи:

«Из двух городов вышли одновременно навстречу друг другу два автомобиля. Один шел со скоростью 50 *км* в час, другой 60 *км* в час. Через 3 часа автомобили встретились. Вычислить расстояние между городами» (№ 42).

«На заводе ежедневно сжигают 158 *ц* торфа и 36 *ц* угля. Сколько центнеров торфа и угля сжигают на заводе за 300 дней?» (№ 58).

Перейдем к объяснению. Решим нетрудную задачу: «В каждую корзину клали 5 *кг* яблок и 4 *кг* груш. Сколько килограммов фруктов положили в 8 таких корзин?» Допустим, что учащиеся предложили такой способ решения:

1) 5 *кг*$\times$8=40 *кг*
2) 4 *кг*$\times$8=32 *кг*
3) 40 *кг*+32 *кг*=72 *кг*

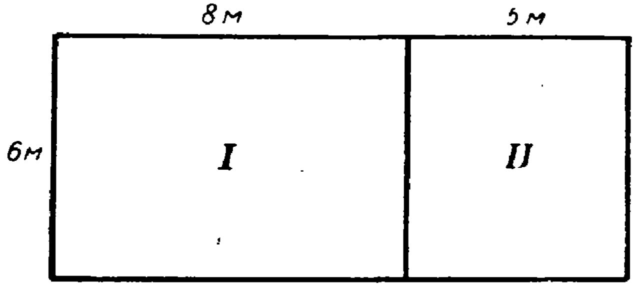
Запишем это числовой формулой: $5\times8+4\times8=72$ (*кг*).

Как решить эту задачу двумя действиями?

1) 5 *кг*+4 *кг*=9 *кг*.
2) 9 *кг*$\times$8=72 *кг*

Запишем и это числовой формулой: $(5+4)\times8=72$ (*кг*).

Сопоставляя ответы и убедившись в их равенстве, запишем, что: $(5+4)\times8=5\times8+4\times8$. В беседе с учащимися постепенно выясняется, что можно сосчитать двумя способами: 1) найти сначала сумму, т. е. сложить числа 5 и 4, и эту сумму умножить на 8; 2) умножить каждое слагаемое на 8 и полученные произведения сложить. Все эти выводы делаются при активном участии класса. Можно рассмотреть и такую задачу: «На чертеже изображены два рядом расположенных участка. Чему равна площадь двух участков вместе?»



Решим и эту задачу двумя способами, но решение постараемся записать формулой. Предположим, что у нас один участок. Его длина равна $(8+5)$ (пока не будем производить действие), а ширина 6 *м*, тогда площадь равна $(8+5)\times6$.

Другой способ. Вычислим площадь первого участка, второго участка, площадь обоих участков вместе. Запишем и это: 1) 8×6; 2) 5×6; 3) $8\times6+5\times6$. По аналогии с первой задачей объединим обе записи и получим $(8+5)\times6=8\times6+5\times6$. Теперь можно уже сказать о способе умножения суммы на число. Ученики рассказывают, а учитель уточняет: «Если нужно сумму умножить на какое-нибудь число, то можно умножить на это число каждое слагаемое и полученные произведения сложить». Обращаем внимание учителя на слово «можно», а не «нужно», так как возможны два способа. Спешить с заучиванием этого вывода не нужно, но начать его применение надо сейчас же. Сначала примеры решаются с подробной записью, отражающей вычислительный прием, а потом приступают к тренировке. Надо работать над тем, чтобы ученики научились умело применять данный прием. Решается пример: 11×27. Учитель спрашивает нельзя ли 11 представить в виде суммы и потом умножать на 27. При наличии предложений: $11=9+2=8+3=10+1=5+6$... — испытываются эти приемы (это могут сделать параллельно у доски несколько учеников). Нетрудно убедиться, что $11\times27=(10+1)\times27$ — самый удобный из них. Запись $11\times27=(10+1)\times27=10\times27+1\times27=270+27=297$ заменяется далее короткой $11\times27=270+27=297$. Такой короткой записью ученики оформляют в тетрадях решение примеров: 11×19; 11 *км*$\times34$ и т. д., составляют сами аналогичные примеры. Затем учитель пишет на доске: 11×23; 11 *т* $\times$ 21; 11 *м*$\times37$; 11 руб.$\times43$...— ученики пишут ответы в тетрадях, а затем решают придуманные ими аналогичные примеры. Далее решаются примеры с множимым 12, 21, 22, 23, 31, 32, 41... и однозначным множителем. Следует тренировка, которая может иметь различные формы: на слух, с устным опросом ответов; учитель диктует примеры, ученики пишут ответы; учитель пишет примеры на доске, ученики говорят или записывают ответы. Весьма эффективна работа по карточкам, в них можно включать усложненные примеры. Приведем образец карточки:

1) 11×17 4) 22 *км*$\times 7 - 54$ *км*
2) 11 *т*$\times 23$ 5) 33×6.
3) $12 \times 21 + 48$

Решаются и примеры вида: 101×7; 104×8; 207×9; 412×5; 8×203; 7×509 и т. д.— с именованными и отвлеченными числами. Усложняя работу, вводят умножение двузначных чисел, как-то 41×11 или таких, как 12×106 и т. д. Умножение суммы на число и числа на сумму должно найти применение и при решении задач.

Приведем образцы таких задач:

1) «В каждой корзине было по 12 *кг* вишен. С утра колхозная палатка продала 31 корзину вишен, а после обеда еще 23 корзины. Сколько килограммов вишен продано за день?»

Задачу можно решить двумя способами, применяя в том и другом случае прием умножения суммы на число.

2) «Юннаты собрали с 32 кустов по 11 *кг* винограда, а с 41 куста — по 12 *кг*. Сколько всего килограммов винограда собрали юннаты?»

Решение записать в строчку и выполнить устно:

11 *кг*$\times 32 + 12$ *кг*$\times 41 = 352$ *кг*$+ 492$ *кг*$= 844$ *кг*.

3) «На склад в течение 5 дней завозили по 206 *т* угля, а в следующие 7 дней по 308 *т*. Сколько всего тонн угля завезено на склад?»

Запись: 206 *т*$\times 5 + 308$ *т*$\times 7 = 1030$ *т*$+ 2156$ *т*$= 3186$ *т*.

4) «Колхозники на одном участке в 7 *га* получили по 312 *ц* свеклы с 1 *га*, а на другом участке площадью в 9 *га* по 404 *ц* с гектара. Сколько свеклы получено с двух участков?»

Запись: 312 *ц*$\times 7 + 404$ *ц*$\times 9 = 2184$ *ц*$+ 3636$ *ц*$= 5820$ *ц*$= 582$ *т*.

5) «От 203 овец настригли по 6 *кг* шерсти, а от 308 овец по 7 *кг*. Сколько всего настригли шерсти?»

Запись: 6 *кг*$\times 203 + 7$ *кг*$\times 308 = 1218$ *кг*$+ 2156$ *кг*$= 3374$ *кг*.

Мы привели образцы задач, которых нет в учебнике, а их решение считаем полезным. Учащиеся убеждаются в том, что задачи с большими числами иногда легко решаются на основе умножения суммы на число или числа на сумму. Изучение распределительного свойства с решением задач и включением материалов из других разделов потребует, вероятно, двух-трех уроков.

Умножение на 5, 50, 25

Правила умножения на 5, 50, 25 выводятся из непосредственного наблюдения и сравнения. Решаются примеры двумя способами:

1-й способ	2-й способ
$\begin{array}{r} \times\ 86 \\ 5 \\ \hline 430 \end{array}$ $\begin{array}{r} \times\ 63 \\ 5 \\ \hline 315 \end{array}$	$86\times10:2=430$ $63\times10:2=315$

Аналогичные приемы применяются при выводе правил умножения на 50 и на 25. Для четных чисел правило умножения на 5 и 50 можно вывести по-другому: $46\times5=23\times2\times5=23\times(2\times5)=230$; $82\times50=41\times2\times50=41\times(2\times50)$. Преимущество этого способа объяснения состоит в том, что он опирается на изученное учащимися сочетательное свойство — разложение числа на сомножители и последующее затем соединение сомножителей в группы. Однако такое объяснение возможно для четных чисел при умножении на 5 и на 50 и для чисел, кратных четырем при умножении на 25. Полезно показать и этот способ вычисления. Необходимо подобрать такие задачи, при решении которых можно использовать приемы умножения на 5, 50, 25.

Вариант самостоятельной работы

1) 2003×306; $4800+2700$.

2) Решить устно: 11×7; 12 *ц*$\times28$; 102×7; $(18-18)\times6+1\times1$.

3) Записать решение в строчку, а вычисление выполнить устно: «Овощная база отправила 104 банки соленых помидоров по 3 *кг* в каждой и 207 банок соленых огурцов по 4 *кг* в каждой. Сколько всего отправлено соленых помидоров и огурцов?»

4) Решить устно: 72×5; 41×50; 28×25.

Нахождение неизвестного сомножителя

В учебнике для IV класса этот вопрос включен в тему «Умножение». Мы считаем, что лучше его отнести к теме «Деление», так как нахождение неизвестного сомножителя непосредственно вытекает из определения деления как действия, состоящего из нахождения неизвестного сомножителя по произведению и известному множителю. Что же касается проверки умножения при помощи деления, то ее можно выполнять и при изучении умножения, так как этот способ проверки известен учащимся еще из курса III класса.

Различные формулировки умножения

При устных и письменных упражнениях и при решении задач следует разнообразить формулировки, это поможет учащимся понимать различный смысл применения умножения. Приведем некоторые формулировки:

Сколько получится, если 48 умножить на 5? увеличить число 66 в 50 раз? (И параллельно на 50 единиц.) Найти число, которое в 8 раз больше 32. Какое число получим, если возьмем 11 слагаемых, каждое из которых равно 19? От какого числа 45 составляет пятую часть? Найти произведение чисел 23 и 12. Множимое 36, множитель 25. Найти произведение.

Витя нашел 8 грибов, и это было в 3 раза меньше, чем нашла Таня. Сколько грибов нашла Таня?

Пионеры прошли 2 *км* 500 *м*, но это составляло четвертую часть пути, который им нужно было пройти. Сколько километров должны были пройти пионеры?

Гале 5 лет, она в 6 раз моложе своей мамы. Сколько лет ее маме?

Полезны упражнения по записи под диктовку учителя в строчку примеров вида: $ab \pm cd$; $ab \pm c$; $a \pm bc$; $(a \pm b) \cdot c$; $(a \pm b) \cdot (c \pm d)$; $(a \pm b) \cdot (a \pm b)$ и т. д. Задания могут носить различный характер: только записать пример; записать и решить (устно или письменно). Если в выполнении этих заданий встретятся трудности, то нужна подготовительная работа. Значительная часть ошибок падает на примеры, запись которых требует скобок. Это говорит о том, что порядок действий недостаточно усвоен. Формулировки заданий могут быть более или менее сложными. Например, задание: «Из произведения чисел 86 и 32 вычесть произведение чисел 46 и 12» доступнее, чем: «Найти разность произведений чисел 86 и 32 и 46 и 12». Для облегчения можно числовые данные записывать на доске. Приведем некоторые упражнения:

1. К произведению чисел 276 и 144 прибавить произведение чисел 304 и 47 (или: «Найти сумму произведений...»).

2. Из произведения чисел 543 и 68 вычесть произведение чисел 146 и 38 (или: «Найти разность произведений...»).

3. К произведению чисел 356 и 148 прибавить число 816 (или: «Произведение чисел ... увеличить на ...»).

4. Из произведения чисел 802 и 164 вычесть число 9218 (или: «Произведение чисел ... уменьшить на ...»).

5. К числу 748 прибавить произведение чисел 37 и 59.

6. Из числа 10 000 вычесть произведение чисел 64 и 56.

7. Сумму (или разность) чисел 524 и 202 умножить на 42 (или увеличить в 42 раза).

8. Сумму (или разность) чисел 483 и 157 умножить на сумму (или разность) чисел 357 и 86. Возможны 4 случая: а) $(483+157)\times(357+86)$; б) $(483-157)\times\times(483-86)$; в) $(483+157)\times(357-86)$; г) $(483-157)\times\times(357+86)$.

Если примеры даны с заданием сделать вычисления устно, то надо подбирать данные так, чтобы учащиеся могли использовать известные им приемы устных вычислений.

В качестве подготовительной работы можно дать примеры, расчлененные на звенья: запишите произведение чисел 56 и 37; запишите произведение чисел 72 и 29; а теперь запишите сумму этих произведений. Особое внимание надо уделить записям, связанным с применением скобок. Записываются примеры: $45+12\times3$ или $45-12\times3$, и ведется разбор, как надо прочесть эти записи. Аналогичная работа ведется в отношении примеров $(45+12)\times3$ и $(45-12)\times3$. Проводится несколько упражнений, содержащих задания прочесть примеры вида: $463+18\times7$; $(463+18)\times7$; $857-19\times6$; $(857-19)\times\times6$. Затем ученики сами записывают такие примеры и решают их.

Обобщение и повторение темы «Умножение многозначных чисел»

Для этой цели выделяется отдельный урок, о чем учащихся надо предупредить заранее. В домашнее задание к этому уроку включается повторение теоретического материала по учебнику, подготовка к ответу на вопросы, данные в учебнике. Кроме того, надо дать им на дом для решения некоторые примеры, наиболее важные.

Примерное построение урока

Сегодня будем повторять все, что изучили об умножении многозначных чисел. Повторять будем по следующему плану. На доске заранее написан план[1]:

1) Какое арифметическое действие называется умножением?
2) Переместительное свойство умножения.
3) Соединение сомножителей в группы.
4) Умножение суммы на число или числа на сумму.
5) Последовательное умножение.
6) Проверка умножения.
7) Простые задачи, решаемые умножением.

Удобнее записать план на переносной доске, чтобы его можно было не стирать в течение всего урока.

Внимательно продумайте план. Старайтесь подбирать такие примеры, чтобы ясно было видно, насколько изученные свойства помогают нам скорее и легче выполнять вычисления. Начинается урок с повторения определения умножения. Предлагается учащимся записать в тетрадях 2 примера на сложение 5—6—7 чисел так, чтобы в одном случае можно было сложение записать умножением, а в другом нельзя было. В итоге этих упражнений подчеркивается, что самое существенное в умножении — это повторение равных слагаемых. Затем рассматриваются умножения 1 и 0 и на 1 и 0 с решением примеров на эти случаи умножения. Параллельно с этим два ученика решают на доске примеры на трудные случаи умножения:

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r} 2\,003 \\ 3\,006 \end{array} \\ \hline +\begin{array}{r} 12\,018 \\ 6\,009 \end{array} \\ \hline 6\,021\,018 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\begin{array}{r} 340 \\ 600 \end{array} \\ \hline 204\,000 \end{array}$$

Не обязательно заслушивать полное объяснение решения этих примеров. В первом примере достаточно выяснить, как подписывали второе неполное произведение и какое число оно изображает. Во втором примере объяснение должно быть таким: 34 десятка умножаем на 6 сотен; когда умножают десятки на сотни, то получаются тысячи, поэтому в произведении приписываем три нуля.

[1] Еще лучше, если план заранее доведен до сведения учащихся.

В качестве устных упражнений полезны: 3 сотни умножить на 2 десятка; 4 сотни на 2 сотни и т. д.

Повторение свойств умножения. Работу можно организовать по-разному. Поставить вопрос так: «Какие вы знаете свойства умножения?» Ученики называют эти свойства, и им предлагается составить и записать в тетрадях примеры на применение этого свойства. Можно поступить и так: учитель сам ставит вопрос: «В чем заключается переместительное свойство умножения?», и, получив ответ, предлагает учащимся подобрать удачный пример на применение этого свойства. Некоторые из составленных учащимися примеров зачитываются или записываются на доске. Можно, наконец, поступить и так: предложить учащимся вспомнить все известные им свойства умножения, придумать примеры на их применение, записать эти примеры в тетради и указать в каждом примере, какое свойство было использовано. Результатом такого задания должны быть такие записи в тетрадях:

$20\times19\times5=1900$ — переместительное свойство.

$23\times25\times4=2300$—соединение сомножителей в группы.

$11\times32=(10+1)\times32=320+32=352$ — умножение суммы на число.

$53\times4=53\times2\times2=106\times2=212$ — последовательное умножение. Такая форма сложнее других и рассчитана на более сильный состав учащихся.

Повторение свойств умножения можно завершить устным решением примеров. Это можно провести в различных формах, но с тем, чтобы все учащиеся самостоятельно участвовали в работе. Это, можно, в частности, достичь раздачей карточек, составленных в нескольких вариантах, примерно такого содержания: 1) $4\times73\times25$; 2) $27\times50\times2$ или $3\times20\times17\times5$; 3) 23×7 или 407×9; 4) 57×6 или 75×8; 5) 94×5; 6) 48×25. Некоторые из примеров могут быть с именованными числами.

Повторение способов проверки умножения может быть дано в виде задания одной части класса проверить решение примера умножением, а другой — делением. Составление простых задач на умножение может быть выполнено учащимися как в устной, так и в письменной форме. Интересно задание на преобразование одного вида задач «на увеличение» в другой. «Тетрадь стоит 2 коп., а книга на 10 коп. дороже. Сколько стоит книга?»

«Тетрадь стоит 2 коп., а книга в 10 раз дороже. Сколько стоит книга?» В заключение учитель подводит итоги урока. Вы сегодня повторили то, что учили об умножении. Эти знания пригодятся вам в жизни, они помогут проще и быстрее выполнять вычисления. Повторите все еще раз, а завтра будете писать контрольную работу. Учитель дает домашнее задание, содержащее примеры на умножение с проверкой, повторение теоретического материала с составлением примеров на использование свойств умножения.

Намеченный нами урок повторения является, конечно, примерным. Учитель может некоторые моменты усилить, другие опустить.

Примерные варианты контрольной работы

В приводимых вариантах дается лишь материал по теме «Умножение». В контрольную работу могут быть включены и материалы из ранее пройденных разделов для проверки прочности усвоения ранее изученных тем. В отдельных вариантах могут быть включены различные вопросы с тем, чтобы в целом охватить содержание всей темы.

Вариант 1. 1) (Устно.) $19\times4\times25$; $5\times47\times20$.

2) Произведение чисел 204 и 305 увеличить в 15 раз.

3) Произведение чисел 460 и 230 увеличить на 15.

4) 402×176. Проверить делением.

5) Составить простую задачу, решаемую умножением, в которой нужно найти сумму нескольких одинаковых слагаемых.

6) Туристы проехали пароходом 240 *км*, и это было в 5 раз меньше, чем они проехали поездом. Сколько часов они ехали поездом, если скорость его составляла 80 *км* в час?

Вариант 2. 1) (Устно.) 11×27; $23\times5\times2\times5\times2$.

2) 237 увеличить в 204 раза и полученное число увеличить на 204.

3) От какого числа 408 составляет восьмую часть?

4) 807×403. Проверить умножением.

5) Составить простую задачу, решаемую умножением, в которой число надо увеличить в несколько раз.

6) В мастерскую поступило 84 *м* материи для пошивки пальто, это было в 3 раза меньше, чем пошло на костюмы. Сколько сшили костюмов, если на каждый шло 2 *м* 80 *см* материи?

Вариант 3. 1) Придумать пример на умножение трех чисел, который легче будет решить, если применить переместительное свойство умножения.

2) Найти число, которое в 406 раз больше числа 406.

3) 179×318. Проверить делением.

4) (Устно.) $(356-355)\times247+(738-738)\times564+53+1$.

5) Ширина прямоугольного поля 400 *м*, и это составляет третью часть его длины. С каждого гектара получено 50 *ц* зерна кукурузы. Сколько тонн кукурузы собрано со всего поля?

Примечание. Во всех вариантах задачи решаются без записи вопросов.

ДЕЛЕНИЕ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

Определение деления

Определение деления значительно сложнее, чем определение умножения. Деление определяется не как непосредственная операция, а через посредство умножения. Формулировка сложна. Ученик слышит слова, ассоциирующиеся с умножением. Наконец, в этом определении содержатся два существенных признака деления: а) деления как нахождения одного из сомножителей; б) как действия, обратного умножению. По аналогии с определением вычитания считаем удобным расчленить объяснение на две части. Первую часть объяснения — нахождение одного из сомножителей — удобнее дать, исходя из примеров, а вторую,— из задач.

Дадим примерное изложение урока на тему «Определение деления».

Сообщается цель изучения темы «Деление многозначных чисел»: «Вы с этим действием знакомы еще с I класса. Ваши знания о делении все время расширялись, и сейчас вы узнаете много нового о делении».

Решаются устно примеры, изложенные в различной форме: 60 разделить на 5 равных частей; 48 уменьшить в 12 раз; найти шестую часть от 180; сколько раз 8 *м* содержится в 72 *м*? Во сколько раз 96 больше 16? 16 меньше 96? Вместо примеров эти же вопросы могут быть даны в виде простых задач: «60 карандашей разложили поровну в 5 коробок». «В одном куске было 15 *м* материи, в другом в 5 раз меньше». «От веревки длиной 24 *м* отрезали шестую часть». «70 яблок разложили в пакеты по 10 яблок в каждом». Учитель говорит: «Видите, эти задачи имеют различный смысл, и все они решаются одним действием — делением. Что это за действие? Этим мы сегодня и займемся». На доске запись $18 \times 5 = ?$ Повторяется название членов действия умножения, что известно, что неизвестно и каким действием находится неизвестное число. Поставим теперь другой вопрос. Учитель закрывает число 18, и запись принимает вид $18 \times 5 = 90$.

— Какое здесь действие?

— Умножение.

— Что известно?

— Известно произведение и один из сомножителей.
— А что неизвестно?
— Другой сомножитель.
— А каким действием можно его найти?
— Делением.

Аналогичная беседа проводится и в отношении другого сомножителя. Запись принимает вид $18\times\boxed{5}=90$. Можно решить еще один пример или задачу: «Велосипедист шел со скоростью 12 *км* в час. Сколько километров он проехал за 4 часа?» — и две обратные задачи с вопросами: «Какова скорость в час?» и «Сколько часов был велосипедист в пути?»

Эти записи присоединяются к прежним и получается:

Умножение	Деление
1) $18\times5=\boxed{90}$	1) $90:5=\boxed{18}$ $90:18=\boxed{5}$
2) $12\times4=\boxed{48}$	2) $48:4=\boxed{12}$ $48:12=\boxed{4}$

Анализируя записи в левой части (ответы закрыты), устанавливаем, что было известно, что находим и каким действием. Делается надпись «Умножение», и ответы открываются. Теперь обращаемся к правой части записей (ответы пока закрыты), связываем числа 90 и 5 или 90 и 18; 48 и 4 или 48 и 12 с записями на левой части и спрашиваем: «Каким же действием можно найти неизвестный сомножитель, если известно произведение и другой сомножитель?» (Делением.) Открываем ответы и делаем надпись: «Деление».

Можно вызывать учащихся к доске, давать им примеры 16×4, 15×3, спрашивать название компонентов и название неизвестного результата, затем в записях $16\times4=64$ или $15\times3=45$ закрывать числа 16 или 4 (15 или 3) и спрашивать, что теперь известно, что неизвестно, как найти. Как же сказать, что это за действие деление? После этого можно сформулировать первую часть определения деления: «Делением называется арифметическое действие, посредством которого по данному произведению и одному из сомножителей находится другой сомножитель». Учитель поясняет слова: «посредством которого» — это значит при помощи этого действия, «по данному произведению» — это значит, что произведение дано, т. е. мы его знаем, «отыскивается другой сомножитель» — это значит, что мы его не знаем, его надо узнать, найти.

Остается выяснить, почему деление является действием, обратным умножению. Отчасти это подготовлено предыдущей беседой. Однако учащиеся могут обратить внимание на несущественные признаки, например, что произведение писали раньше на последнем месте, а теперь на первом, что один из сомножителей стоял раньше на первом месте, а теперь стоит посередине. Для сознательного усвоения вопроса лучше показать это на задаче:

«Ученики взялись изготовлять в школьной мастерской для детского сада по 4 столика в день. Сколько столиков они изготовят за 6 дней?»

Задача решается умножением:

$4\times6=24$ Ответ. 24 столика.

Учащиеся составляют обратные задачи. Возьмем одну из них:

«Ученики взялись за 6 дней изготовить для детского сада 24 столика. Сколько столиков они должны изготовлять в день, чтобы закончить работу к сроку?»

Задача решается делением:

$24:6=4$ Ответ. 4 столика.

Сравним эти задачи, из которых одна решается умножением, а другая (обратная задача) — делением.

Итак, то, что неизвестно в умножении (24), известно в делении, и, наоборот, то, что известно в умножении (4), неизвестно в делении. Поэтому деление есть действие, обратное умножению.

Простые задачи, решаемые делением

Эти задачи можно объединить в две группы. В первую включим деление на равные части, уменьшение числа в несколько раз и нахождение одной части числа. Эти задачи дают в частном именованное число. В другую группу включим деление по содержанию и кратное сравнение, дающие в частном отвлеченное число.

Примерный ход урока на тему «Простые задачи, решаемые делением».

Урок начинается с устного решения задач и примеров, содержащих применение различных видов деления.

1) Учитель предлагает 240 *км* разделить на 6 равных частей и спрашивает, какое это деление. На доске запись: 240 *км* : 6=40 *км* — деление на равные части.

2) 320 *кг* уменьшить в 8 раз. Какое это деление? 320 *кг* : 8=40 *кг* — уменьшение числа в несколько раз.

3) Найти седьмую часть от 350 руб.; 350 руб. : 7= =50 руб.— нахождение части числа.

4) Сколько раз 16 *м* содержится в 96 *м*? 96 *м* : 16 *м* = =6 — деление по содержанию.

5) Во сколько раз 75 *т* больше 15 *т*? 75 *т* : 15 *т*=5 — кратное сравнение.

В каждом случае учитель спрашивает, какой это вид деления. Можно эти краткие записи попутно вносить в тетради.

Снова переходим к задачам. Эту работу можно провести различным образом: либо учащиеся придумывают задачи, либо учитель предлагает задачи, а ученики отвечают, какой это вид деления, либо чередуются эти приемы. Одни ученики могут предлагать задачи, а другие указывать, какой это вид задачи.

Представляют интерес такие задачи, которые при одной и той же тематике и одних и тех же числах требуют применения различных видов деления:

Например: 1) Учительница раздала 18 тетрадей 3 ученикам поровну. Сколько тетрадей получил каждый ученик?

2) Учительница положила на стол 18 тетрадей, а в шкаф в 3 раза меньше. Сколько тетрадей положили в шкаф?

3) Учительница принесла 18 тетрадей. Третья часть из них — в линейку. Сколько было тетрадей в линейку?

4) Учительница раздала ученикам 18 тетрадей, по 3 тетради каждому. Сколько учеников получили тетради?

5) Учительница принесла 18 тетрадей в клетку, а в линейку — 3 тетради. Во сколько раз тетрадей в клетку было больше, чем в линейку?

Можно решить задачу, содержащую различные виды деления.

«С фабрики отправили 3600 *м* шерстяной материи. Третью часть этой материи отправили в магазин, а в швейную мастерскую в два раза меньше, чем в магазин. Швейная мастерская израсходовала полученную материю в течение 5 дней, каждый день поровну. Сколько костюмов шили ежедневно, если на костюм шло 3 *м* материи?»

Решение:

1. 3600 *м* : 3 = 1200 *м* — нахождение одной части числа.

2. 1200 *м* : 2 = 600 *м* — уменьшение числа в несколько раз.

3. 600 *м* : 5 = 120 *м* — деление числа на равные части.

4. 120 *м* : 3 *м* = 40 (кост.) — деление по содержанию.

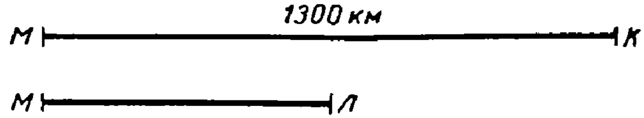
Возможны и такие задания:

1) Число 2592 разделить на 9 равных частей, полученный результат уменьшить в 9 раз, и полученное число уменьшить на 9 единиц.

2) Восьмую часть числа 7200 уменьшить на 264, и полученное число уменьшить в 12 раз.

Мы дали примерное изложение урока на тему «Простые задачи, решаемые делением». Не следует думать, что мы имеем в виду обязательное использование всего материала. Нами указаны различные варианты проведения того или иного этапа урока, из них можно выбрать один. Некоторые упражнения можно сократить, некоторые опустить.

Переходим к задачам на деление, выраженным в косвенной форме. Аналогичная работа уже проводилась для других видов задач. Необходимо обратить внимание учащихся, что если в задаче сказано: во столько раз больше, дороже, старше, длиннее..., то это еще не значит, что задача решается умножением. Надо учить читать задачу, если можно так выразиться, в обратном направлении: «Если сказано, что скорость автомобиля была в 2 раза больше скорости мотоциклиста, то что можно сказать про скорость мотоциклиста?» «Если сказано, что метр шерстяной материи в 5 раз дороже метра шелка, то что можно сказать про стоимость метра шелка?» Такие упражнения помогают решению многих задач. Кроме того, можно, при наличии затруднений, прибегать к графику. Например: «От Москвы до Калининграда 1300 *км*. Это в 2 раза дальше, чем от Москвы до Ленинграда. Вычислить расстояние от Москвы до Ленинграда». В случае затруднений дается график.



Разумеется, что не следует спешить с графиком, эта задача доступна для IV класса и без графика.

Нахождение неизвестного сомножителя

Нахождение неизвестного сомножителя непосредственно вытекает из определения деления, поэтому проще вести объяснения на примерах. Сначала решаются примеры: какое число надо умножить на 8, чтобы получить 72? На сколько надо умножить 30, чтобы получить 210? Во сколько раз надо увеличить 40, чтобы получить 200?

Затем решаются примеры вида:

$x \cdot 25 = 200$	$60 \cdot x = 540$
$200 : 25 = 8$	$540 : 60 = 9$
$x = 8$	$x = 9$

Такая запись выполняется постепенно, в процессе рассуждения.

После нескольких упражнений учащиеся без труда формулируют правило нахождения неизвестного сомножителя. Некоторые примеры решаются с проверкой, и тогда запись решения отделяется от записи проверки:

Решение

$x \cdot 304 = 31\,312$

$$\begin{array}{r|l} 31\,312 & 304 \\ \cline{2-2} -\ 912 & 103 \\ 0 & \end{array}$$

$x = 103$

Проверка

$$\begin{array}{r} \times\ 304 \\ 103 \\ \hline 912 \\ +\ 304 \\ \hline 31\,312 \end{array}$$

Можно включить нахождение неизвестного сомножителя в устный счет, проводя его в виде игры. На наборном полотне устанавливаются из карточек с разрезными цифрами и буквой x примеры:

$$x \cdot 23 = 115$$
$$x =$$

На планке доски стоят карточки с разрезными цифрами. Ученик, вызванный учителем, молча подходит к доске, берет нужные карточки и ставит ответ. Меняя примеры, учитель проводит таким образом ряд упражнений. Учащимся может быть дано задание составить и решить задачи по данным таблицы:

Грузоподъемность одной машины	Количество поездок	Перевезено груза
32 *ц*	15	x *т*
45 *ц*	x	675 *ц*
x *ц*	64	1408 *ц*

Аналогичные таблицы могут быть составлены с такими данными, как цена, количество, стоимость; скорость, время, путь; площадь, урожайность, сбор и т. д. Эти задачи способствуют пониманию зависимости между величинами.

Зная, что один из сомножителей равен произведению, деленному на другой сомножитель, учащиеся без труда скажут, что если $72\times63=4536$, то, разделив 4536 на 72, получим 63 или, разделив на 63, получим 72. На вопрос «Как же можно проверить умножение?» учащиеся смогут сформулировать ответ и вывести способ проверки умножения при помощи деления. Для закрепления решаются примеры на более трудные случаи умножения. Лучше, если они сами составят примеры. Задание может быть дано в таком виде: «Придумайте 2 трехзначных числа с нулями посередине, найдите их произведение и проверьте решение при помощи деления».

Самостоятельная работа

По пройденному материалу на тему «Деление» можно провести самостоятельную работу, уделив ей часть урока.

I вариант. 1) Составить простую задачу на деление, в которой нужно число уменьшить в несколько раз.

2) 3006×208. Проверить делением.

3) Пятую часть числа 3375 уменьшить в 5 раз и полученное число уменьшить на 5 единиц.

II вариант. 1) Составить простую задачу на деление, в которой нужно узнать, во сколько раз одно число больше или меньше другого.

2) 204 *ц*$\times x=$61 404 *ц*.

3) В магазин завезли фрукты: груш доставили 280 *кг*, и это было в 4 раза меньше, чем яблок, а винограда привезли в 7 раз меньше, чем яблок. Сколько килограммов винограда привезли в магазин?

Деление суммы на число

И здесь термин «распределительное свойство» не дается. С делением суммы на число учащиеся встречались уже с I класса. При изучении таблицы деления на 2 в пределе 20 имеем $16:2=(10+6):2=5+3$, так как деление в пределе 10 было изучено. Все случаи внетабличного деления изучаются как деление суммы. Устные приемы деления в пределе 1000, как-то: $240:2=(200+40):2$; $600:4=(400+200):4$, также являются применением свойства деления суммы. Наконец, письменное деление основано на том же свойстве.

```
_97 888 | 23
 92     |-----
 --       4256
 _58
  46
  ---
  _128
   115
   ----
   _138
    138
    ----
      0
```

Деление 97 888 на 23 можно представить так: 97 888 : 23 = (92 тыс. + 46 сот. + 115 дес. + 138 ед.) : 23, т. е. деление суммы на число. Такая трактовка дается нами в адрес учителя. Опираясь на опыт детей, надо их подвести к выводу о делении суммы на число.

Примерный ход урока на тему «Деление суммы на число».

Сообщается цель урока: изучить новое свойство деления, которое окажется полезным для устных и письменных вычислений. Сначала посчитаем устно — это поможет нам разобраться в новом материале. Решаются примеры: 136 : 2, 714 : 7, 848 : 4, 945 : 9, анализируются приемы вычислений: 136 представили в виде суммы чисел 100 и 36; 714 в виде суммы чисел 700 и 14 и т. д., и делили каждое слагаемое отдельно, а полученные результаты складывали. Решим двумя способами задачу:

«Велосипедист в первый день проехал 60 *км*, а во второй день — 36 *км*. Все расстояние он проехал со скоростью 12 *км* в час. За сколько часов он проехал весь путь?»

1-й способ. 1) 60 *км* : 12 *км* = 5 (час.) — время движения в 1-й день.
2) 36 *км* : 12 *км* = 3 (часа) — время движения во 2-й день.
3) 5 час. + 3 час. = 8 час. — время, затраченное на весь путь.

Запишем решение числовой формулой: $60 : 12 + 36 : 12 = 8$.

2-й способ. 1) 60 *км* + 36 *км* = 96 *км* — все пройденное расстояние.
2) 96 *км* : 12 *км* = 8 (час.) — время, затраченное на весь путь.

Запишем и это решение числовой формулой $(60 + 36) : 12 = 8$. И тем и другим способом мы получили один и тот же результат, т. е. $(60 + 36) : 12 = 60 : 12 + 36 : 12$. Можно предложить учащимся решать двумя способами и так же оформить решение задачи: «56 *м* ситца и 88 *м* сатина разрезали на куски, по 4 *м* в каждом. Сколько получилось отрезов ткани?»

Получаем запись: $(56 + 88) : 4 = 56 : 4 + 88 : 4$.

— Какое действие мы имели в скобках?

— Сложение.

— Что надо было сделать с суммой?

— Разделить ее на 4.

— Что сделали с каждым слагаемым? Что мы сделали с полученными частными?

Это свойство деления выражают так: «Чтобы разделить сумму на какое-нибудь число, достаточно разделить на это число каждое слагаемое в отдельности и полученные частные сложить». Не надо спешить с заучиванием данной формулировки, пусть ученики применят это свойство неоднократно, тогда оно само собой уложится в памяти. Надо отработать умение разлагать числа на слагаемые так, чтобы удобнее было выполнять деление, например, можно обсудить, на какие слагаемые удобно разбить: 132 при делении на 12; $132 : 12 = (120 + 12) : 12$. 225 при делении на 25; $225 : 25 = (200 + 25) : 25$. 187 при делении на 17; $187 : 17 = (170 + 17) : 17$.

Первые примеры записываются подробно, а затем запись становится все более короткой: $112:4=(100+12):4=25+3=28$; короче: $126:9=(90+36):9=14$. Еще короче: $8040:8=1000+5=1005$ и, наконец, $5075:5=1015$. Учащиеся сами придумывают примеры на применение свойств деления суммы на число, записывают их решение. Лучшие примеры зачитываются или записываются на доске. Приведем образцы карточек с примерами на применение деления и умножения суммы:

148 *кг* : 4	464 : 8	525 *ц* : 5
336 : 6	198 *м* : 18 *м*	176 руб. : 16
156 *кг* : 12	936 руб. : 9	728 *м* : 7
11 *т*×34	12 *кг*×17	21×9
207×9	308×7	406×8

При решении задач запись дается в строку, а вычисления выполняются устно. Приводим образцы таких задач.

Задача. На хлебозавод в первый день доставили муку на 5 грузовиках, по 32 *ц* на каждом, в мешках по 80 *кг*, а на следующий день поступило 6 таких же грузовиков с мукой. Сколько мешков муки поступило на хлебозавод за 2 дня?

Решение:

1-й способ. 1) 32 *ц*×5=160 *ц*; 2) 160 *ц* : 80 *кг*=200 (мешк.); 3) 32 *ц*×6=192 *ц*; 4) 192 *ц* : 80 *кг*=240 (мешк.); 5) 200 мешк.+240 мешк.=440 мешк.

2-й способ (с использованием свойств умножения и деления суммы на число).

1) 5 груз.+6 груз.=11 груз.; 2) 32 *ц*×11=32 *ц*×(10+1)=352 *ц*; 3) 352 *ц* : 80 *кг*=(32 000 *кг*+3200 *кг*) : 80 *кг*=400 мешк.+40 мешк.=440 мешк.

Нахождение неизвестного делимого. Проверка деления умножением

Изложение этого вопроса можно провести аналогично с тем, как проводились другие случаи нахождения неизвестного компонента действия. Сначала проводится устный счет, содержащий упражнения подготовительного характера. Какое число надо разделить на 15, чтобы в частном получить 6? Какое число содержит 8 раз число 12? Какое число уменьшили в 7 раз, если получилось 11? И т. д. Затем решаются примеры вида $x : 18=3$. Повторяются названия чисел при делении. Какой член неизвестен? Как найти его? Учащиеся делают вывод о способе нахождения неизвестного делимого.

Закрепление можно провести, например, так: на доске записывают примеры: 1) $x : 17=5$; 2) x *км* : 105= =4 *км*; 3) x руб. : 5 руб.=40; 4) $x : 507=8$; 5) x *т* : 12 *т*= =11; 6) $x : 4=15 \times 2$. Ученики пишут ответы в тетрадях. Можно провести упражнения в виде игры. На доске записаны примеры:

$x : 12=8$	$x : 14=11$
$x : 5=16$	$x : 8=304$
$x : 102=7$	$x : 32=11$

К доске вызываются 2—3 ученика, они становятся спиной к доске. Учитель или кто-нибудь из учеников пишет в стороне ответ одного из примеров, они поворачиваются к доске и отыскивают решенный пример. При наличии ошибок класс участвует в их исправлении. Можно подобрать примеры так, чтобы при различных значениях делителя и частного мы имели одно и то же значение делимого, например: $x : 18=4$; $x : 24=3$; $x : 12= =6$ и т. д. Письменное решение примеров должно быть использовано для повторения трудных случаев умножения: $x : 4008=203$; x *км* : 602=103 *км*; x руб. : 40 руб. 50 коп.=18; x *т* : 56=4 *т* 125 *кг*.

Как и во всех предыдущих случаях, учащиеся сами составляют и решают аналогичные примеры. В беседе выявляется и способ проверки деления при помощи умножения делителя на частное. При формулировке надо иметь в виду, что «если действия выполнены верно, то получится делимое».

Нахождение неизвестного делителя

Проработка этого вопроса ничем не отличается от предыдущего. Сначала проводятся устные упражнения вида: на какое число надо разделить 75, чтобы получить 15? Во сколько раз надо уменьшить 96, чтобы получить 16? На сколько равных частей надо разделить 72, чтобы в каждой части было по 18? Затем на примерах вида: $120 : x=6$; $80 : x=16$ выводится способ нахождения неизвестного делителя и его применения для проверки деления при помощи деления. Материал закрепляется разнообразными устными и письменными упражнениями с таким подбором упражнений, чтобы они попутно служили повторению трудных случаев деления отвлеченных и именованных чисел.

Самостоятельная работа

После предыдущей самостоятельной работы накопился достаточный материал для проведения новой работы, на которую можно отвести часть урока. Чтобы охватить пройденный материал, можно провести работу в нескольких вариантах.

I вариант. 1) Вычислить устно, используя правило деления суммы на число: 735 : 7; 5075 : 5.

2) Найти неизвестное делимое: $x : 3005=108$.

3) Проверить деление при помощи деления: 322 706 : 509.

II вариант. 1) Вычислить устно, используя правило деления суммы на число: 954 : 9; 2048 : 4.

2) Найти неизвестный делитель: 62 006 *ц* : $x=206$ *ц*.

3) Проверить деление при помощи умножения: 410 254 : 509.

При решении первых примеров из каждого варианта желательно, чтобы учащиеся показали примененный ими прием так: $735 : 7= =700 : 7+35 : 7=105$.

Последовательное деление

Последовательное деление усваивается учащимися с таким же трудом, как последовательное умножение. И здесь имеют место те же ошибки, что и при последовательном умножении, т. е. деление на 2, а потом на 3 учащиеся принимают за деление на 5. При объяснении последовательного деления можно повторить последовательное умножение, так как здесь элемент сходства полезен и можно при объяснении прибегнуть к аналогии и наглядности. Вместе с тем надо добиться яркого выделения элементов различия последовательного деления и последовательного вычитания.

Примерный план изложения урока на тему «Последовательное деление».

Сообщается цель урока: изучение нового свойства деления, которое окажется полезным для вычислений. Похожее свойство умножения вы уже изучали, поэтому начнем с его повторения. Вспомните, как можно последовательно умножить 54 на 6; 62 на 4; 18 на 8. Примеры решаются на доске в таком виде:

$$54 \times 6 = 54 \times 2 \times 3 = 324$$
$$62 \times 4 = 62 \times 2 \times 2 = 248$$
$$18 \times 8 = 18 \times 2 \times 2 \times 2 = 144$$
или $$18 \times 8 = 18 \times 4 \times 2 = 144$$

Такой способ умножения мы будем называть «последовательным умножением». Если снова многие будут повторять прежние ошибки, что весьма вероятно, т. е. говорить, что умножить на 2, а потом на 3, это все равно, что умножить на 5, то следует вернуться к этому вопросу и на примерах разъяснять ошибки:

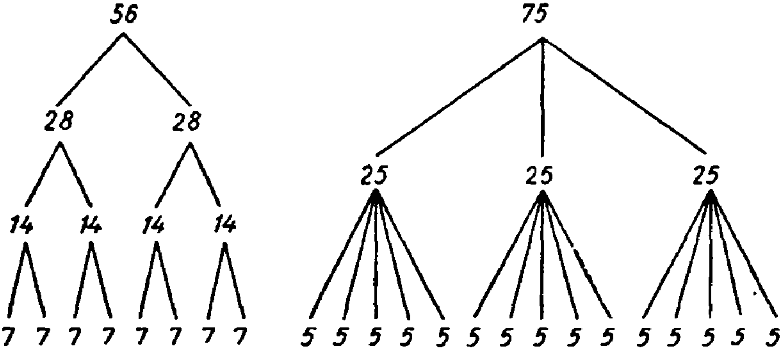
$54 \times 2 \times 3 = 324$
$54 \times 6 = 324$

Следовательно, $54 \times 2 \times 3 = 54 \times 6$. $54 \times 5 = 270$, т. е. это не есть умножение 54 на 6.

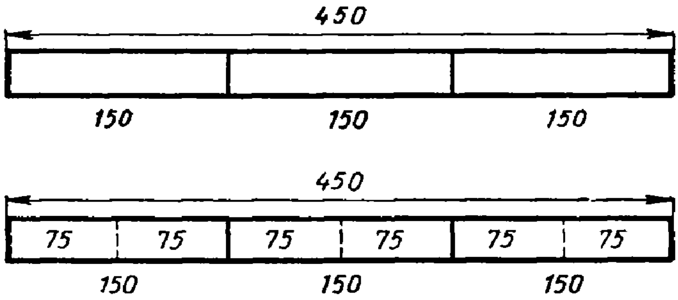
Могут повторяться и такие ошибки: замена умножения на 6 умножением на 2, потом на 4 или на 3 и потом на 3. Ошибочность таких предложений также разъясняется при помощи примеров. Поскольку учащиеся уже изучили умножение на сумму, то они могут смешивать умножение на $12 (10+2)$ с умножением на 20 (на 10, потом результат на 2). Необходимо еще раз напомнить, что последовательное умножение — это умножение на сомножители числа, на которые разлагается множитель.

Повторив последовательное умножение, учитель переходит к объяснению нового. Если последовательное умножение усвоено учащимися и нет необходимости задерживаться на разборе ошибок, то повторение займет немного времени. Затем предлагается учащимся начертить отрезок длиной в 12 *см* и разделить его пополам, каждую полученную часть опять разделить на 3 равные части и отметить деление штрихами. Деление на 2 части

отличаем более жирным штрихом, это подчеркивает последовательность деления. Рассматриваем на сколько частей мы сначала разделили отрезок? На сколько частей мы разделили каждую полученную часть? Посчитаем, на сколько всего частей разделили отрезок. Измеряем длину одной части. Запишем: 12 *см* : 2 : 3 = 2 *см*, но 12 *см* : 6=2 *см*. Значит, вместо деления на 6 можно разделить на 2 и полученное частное разделить на 3. Учащиеся могут самостоятельно выполнить еще одно аналогичное упражнение. В упомянутой выше брошюре М. М. Топор дается и такая иллюстрация последовательного деления.



Разумеется, что эти иллюстрации надо дать не в готовом виде, а чертить постепенно, по мере последовательного деления. Посмотрим на чертеже, как делили 56 на 8? 56 : 2 : 2 : 2. 56 разделили сначала на две равные части, каждую полученную часть опять делим на две равные части и каждую из полученных четырех частей снова делим на две равные части. На сколько всего равных частей мы разделили 56? На 8 равных частей. Значит, 56 : 8=56 : 2 : 2 : 2. Аналогично ведется рассуждение и по другому чертежу: 75 : 15=75 : 3 : 5. Возможна и такая иллюстрация. Надо 450 разделить на 6[1].



[1] Г. Б. Поляк, Преподавание арифметики в начальной школе, Учпедгиз, М., 1959, стр. 128.

Мы привели несколько видов иллюстраций, это не значит, что мы рекомендуем все их использовать. Наиболее важным является то, чтобы учащиеся поняли, что последовательное деление возможно только на числа, дающие в произведении делитель. Запись подробная: $390:6=$ $=390:3:2=130:2=65$ или короче $390:6=130:2=65$. Неверной будет запись $390:6=390:3=130:2=65$.

В качестве упражнений могут иметь место вопросы: «Если число разделить на 3 равные части, а потом каждую полученную часть еще на 3 части, то на сколько всего равных частей разделится данное число?» Учащиеся составляют примеры и записывают их решение. Эти упражнения полезны тем, что заставляют подумать о подборе чисел, кратных 3 и 4, а следовательно, и 12; 3 и 5, а следовательно, 15 и т. д. Следует ставить и такие вопросы: «Как можно последовательно разделить на 8, 9, 12, 15, 18 и т. д.?». В качестве упражнений можно дать задание выполнить последовательное деление различными способами, например:

$224:8=224:2:2:2=28$	$400:16=400:2:2:2:2=25$
$224:8=112:2:2=56:2=28$	$400:16=200:8=100:4=25$
$224:8=56:2=28$	$400:16=100:4=25$
$224:8=112:4=28$	$400:16=50:2=25$

Такие записи может делать учитель, объясняя, каким приемом можно выполнить деление, и подтверждая тот или иной прием при помощи графической иллюстрации. Так, например, запись $224:8=112:2:2=56:2=28$ поясняется так: 224 разделили на 2, получили 112, теперь 112 опять разделили на 2, получили 56 и, наконец, 56 разделили на 2, получили 28. Итак, 224 разделили на 2, полученный результат снова разделили на 2 и новый результат разделили на 2, следовательно, мы 224 разделили на 8.

Или $224:8=56:2=28$ поясняется так: 224 разделили на 4, получили 56, затем 56 разделили на 2, получили 28. Итак, 224 разделили сначала на 4, полученный результат снова разделили на 2, следовательно, 224 разделили на 8.

С учащимися можно рассматривать различные приемы последовательного деления, т. е. различные способы подбора делителей, но запись им лучше рекомендовать такую: $224:8=28$, а устно они поясняют, каким способом выполнили деление. Указанные выше записи могут оказаться трудными и малодоступными учащимся.

В некоторых случаях полезно обсудить, какая последовательность удобнее. Например 210 : 6, удобнее 210 : : 3 : 2, чем 210 : 2 : 3; в 728 : 28 удобнее 728 : 7 : 4, чем 728 : 4 : 7; в 360 : 24 удобнее 360 : 6 : 4, чем 360 : 3 : 8.

Приведем применение последовательного деления к решению задачи. «С одного участка, площадью в 16 *га*, собрали 400 *ц* пшеницы, а с другого участка, площадью в 15 *га* — 360 *ц*. На каком участке урожай с 1 *га* больше и на сколько больше?»

Решение: 1) 400 *ц* : 16=100 *ц* : 4=25 *ц*.
2) 360 *ц* : 15=120 *ц* : 5=24 *ц*.
3) 25 *ц*−24 *ц*=1 *ц*.

Следует с осторожностью подходить к применению последовательного деления в том отношении, что если деление будет с остатком, то мы получим неверный остаток, так как если делимое и делитель уменьшить в несколько раз, то и остаток уменьшится в несколько раз. Это особенно заметно при делении на круглые числа. Например: 170 : 30=5 (ост. 20). Если же 170 : 30=170 : : 10 : 3=17 : 3=5 (ост. 2). Или 372 : 15=24 (ост. 12); если же 372 : 15=372 : 3 : 5=124 : 5=24 (ост. 4). Следовательно, поскольку изменение результатов действий с изменением компонентов не изучается, надо брать только случаи деления без остатка.

Нахождение делимого при делении с остатком

С точки зрения связи с жизнью деление с остатком имеет большое значение, так как на практике, если внимательно посмотреть, очень часто имеем деление с остатком. Даже кажущееся деление без остатка является лишь условным, так как обычно мы не знаем точного значения величин, с которыми выполняем действия. Учащиеся настолько свыкаются с тем, что все должно делиться, что если «не делится», то они считают задачу неверной. И в начальной школе надо в некоторой степени подготавливать их к понятию о том, что и в задачах, и в жизни часто встречается деление с остатком.

Примерный ход урока

Сообщается цель урока «Деление с остатком». Решаются примеры устно и письменно. Даются образцы записей. При устном вычислении $63:5=12$ (ост. 3). При письменном решении:

Правильная запись	Неправильная запись
$\begin{array}{r\|l} -4843 & 56 \\ \underline{448} & \overline{86} \\ -363 & \\ \underline{336} & \\ 27 & \text{(ост.)} \end{array}$	$\begin{array}{r\|l} -4843 & 56 \\ \underline{448} & \overline{86}\ \text{(ост. 27)} \\ -363 & \\ \underline{336} & \\ 27 & \end{array}$

Решив несколько примеров на деление на 2, убеждаемся, что остаток может быть равен только 1, при делении на 3 остатки равны 1 или 2, или 2 и 1, т. е. меньше, чем 3, при делении на 7 могут быть остатки 1, 2, 3, 4, 5, 6. Теперь учащиеся могут сказать, каковы возможные остатки и сколько их может быть при делении на 9, на 14 и т. д. Решаются несложные задачи вида: «Сколько платьев можно сшить из куска материи длиной 28 *м*, если на платье идет 3 *м*? Сколько метров останется?»

Затем решаются примеры $x:8=30$, $x:4=52$ и повторяется способ нахождения неизвестного делимого. Переходу к определению неизвестного делимого при делении с остатком можно предпослать упражнения вида $8\times6+4$; $23\times5+12$... Мы умеем находить неизвестное делимое при делении без остатка. Запишем теперь пример: $25:7=3$ (ост. 4). Если мы делитель (7) умножим на частное (3), то мы не получим делимого (25). Надо подумать, как же найти делимое при делении с остатком. Весьма вероятно, что некоторые учащиеся дадут верный ответ. Не отвергая его, можно еще рассмотреть задачу: «Привезли 130 книг. На каждой полке этажерки можно поставить по 24 книги. Сколько полных полок займут книги и сколько книг останется?»

Решение:

$$\underset{\text{делимое}}{130} : \underset{\text{делитель}}{24} = \underset{\text{частное}}{5} \quad \text{(остаток 10).}$$

Составим обратную задачу: «Привезенные книги расставили на этажерку, на которой было 5 полок. На каждую полку ставили по 24 книги. После того как заполнили всю этажерку, осталось еще 10 книг. Сколько привезли книг?»

Решение:

$$\underset{\text{делитель}}{24} \times \underset{\text{частное}}{5} + \underset{\text{остаток}}{10} = \underset{\text{делимое}}{130}$$

Проводится сравнение решения этих двух задач и делается вывод о способе нахождения делимого при делении с остатком. Сравнивается нахождение делимого при делении без остатка и с остатком, устанавливается сходство и различие. Закрепление проводится решением примеров вида $x:48=59$ (ост. 15), а также выраженных в словесной форме: «Какое число при делении на 62 дает в частном 38 и в остатке 24? Найти делимое, если делитель равен 83, частное 56, остаток 12». Учащиеся сами составляют аналогичные примеры и решают их. Следует обратить внимание учащихся на то, что, составляя пример, можно принимать любые числа за делитель и частное, но остаток должен быть меньше делителя. Наряду с примерами на деление с остатком надо решать и такие задачи: «Нужно уложить в ящики 515 *кг* абрикосов. Имеются ящики вместимостью по 8 *кг* и по 10 *кг*. Сколько будет полных ящиков с абрикосами и сколько килограммов абрикосов останется, если взять ящики по 8 *кг*? по 10 *кг*?» Этой задаче можно было бы придать и такой характер, чтобы она сводилась к нахождению неизвестного делимого: «Привезли абрикосы. Их уложили в 64 ящика, по 8 *кг* в каждый, и осталось еще 3 *кг* абрикосов. Сколько привезли килограммов абрикосов?»

Коль скоро изучен способ нахождения неизвестного делимого при делении с остатком, проверка деления с остатком не содержит ничего существенно нового. Остается лишь провести устные и письменные упражнения с применением проверки деления, выполняемого с остатком.

При изучении деления, как при устных, так и при письменных вычислениях, применяются разнообразные формулировки: разделить, уменьшить, найти часть числа, во сколько раз больше (меньше), какую часть составляют, во сколько раз надо увеличить (уменьшить) и т. д. Наряду с этим могут иметь место упражнения с требованием записать продиктованный пример в виде строчки (числовой формулы). Аналогичные упражнения нами предлагались при изучении умножения. Эти задания могут быть вида: $a : b \pm c : d$;

$$a : b \pm c;\ a \pm b : c;\ ab \pm c : d \text{ или } a : b \pm cd;$$
$$(a \pm b) : c;\ (a \pm b) : (c \pm d);\ (a+b) : (a-b).$$

Они могут содержать требование только сделать запись примера или же записать и решить пример.

Приведем образцы таких заданий.

1. К частному от деления 1728 на 48 прибавить частное от деления 2193 на 51.

(Более трудная формулировка: «Найти сумму частных...»)

2. Из частного от деления 2268 на 54 вычесть частное от деления 714 на 34.

(Или: «Найти разность частных...»)

3. Частное от деления числа 3869 на 73 увеличить на 6231.
4. Частное от деления числа 5427 на 81 увеличить на 67.
5. К произведению чисел 48 и 84 прибавить частное от деления числа 4343 на 101.
6. Сумму чисел 4009 и 1292 уменьшить в 93 раза.
7. Разность чисел 3578 и 1263 разделить на 463.
8. Сумму чисел 138 364 и 103 036 разделить на разность чисел 1398 и 973.
9. Разность чисел 97 816 и 34 986 разделить на разность чисел 1784 и 1479.

Разумеется, что такие задания можно давать в том случае, если они посильны для учащихся. Можно постепенно подготавливать учащихся к таким заданиям. Кроме того, предложенные упражнения могут быть упрощены или выполняться по частям, а потом соединены в один пример.

Обобщение и повторение пройденного о делении

Как и при изучении других действий, необходимо подвести итог пройденного, выделив для этой цели специальный урок, а ввиду трудности материала по данной теме может быть и два урока.

Что должно содержать задание к данному уроку? Учащиеся должны повторить теоретический материал, т. е. определение, свойства, правила, продумать ответы на вопросы о делении, данные в учебнике, подобрать примеры к ответам на вопросы, составить простые задачи на деление. Можно включить в задание решение примера на деление с проверкой двумя способами и на нахождение какого-нибудь неизвестного компонента деления. Такое задание может оказаться слишком большим по объему, поэтому лучше за 2—3 урока предупредить учащихся о предстоящем повторении и включать это задание по частям.

Примерное построение этого урока (или уроков)

Сегодня повторим все, что изучали о делении многозначных чисел. Повторять будем по следующему плану. Заранее на доске (лучше на запасной) написать план повторения.

План

1. Какое арифметическое действие называется делением?
2. Простые задачи, решаемые делением.
3. Нахождение неизвестного сомножителя и проверка умножения при помощи деления.
4. Деление суммы на число.
5. Нахождение неизвестного делимого или делителя и два способа проверки деления.
6. Способ последовательного деления.
7. Деление с остатком и его проверка.

Если у учащихся записан этот план (или кто-либо из родителей размножил его на машинке), то можно на доске не писать, тем более что доска нужна для различных записей. Если у учащихся имеется план, то вначале урока учащиеся молча просматривают его и продумывают предстоящий к повторению материал. «Главное внимание,— говорит учитель,— обратите на то, как применяется каждое свойство, подбирайте удачные примеры к ответам на вопросы». Пока учащиеся готовятся, можно вызвать учеников к доске для решения заранее написанных примеров. Можно, например, дать пример на один из трудных случаев деления (412 206 : 103), на нахождение неизвестного делимого ($x : 207 = 3004$) или делителя. На доске может быть написан уже решенный пример: 32 660 : 142 = 230 — и два ученика одновременно проверяют его решение двумя способами. Разумеется, что подбор примеров может быть и другим. Пока вызванные к доске ученики выполняют задание, с классом повторяется определение деления и виды простых задач на деление. Это можно сделать по-разному. Учитель предлагает учащимся придумывать простые задачи, решаемые делением. Одни ученики рассказывают составленные ими задачи, другие определяют виды этих задач. Если уже составлена задача одного вида, то предлагается больше не составлять таких задач, а переходить к другим. Можно организовать работу и так: учитель сам предлагает составить задачу того или иного вида. Первый прием больше активизирует умственную деятельность учащихся. Хорошо включить и задачи, выраженные в косвенной форме, в которых слышится: во столько-то раз больше, длиннее, старше..., а решаются они делением. Затем приступают к заслушиванию ответов учащихся, вызванных к доске. Если нет существенных ошибок, то надо остановить внимание только на объяснении основных моментов: с каких разрядов начали деление и сколько должно быть цифр в частном? На чем основана проверка деления или нахождения неизвестного компонента? Как прочесть неполные произведения? И т. д.

Переходим к повторению следующих пунктов плана. И эту работу можно провести по-разному. Допустим, что повторяется способ нахождения неизвестного сомножителя и проверка умножения. После повторения этого свойства, одна часть класса решает пример вида x *км* $\times 108 = 45\,684$ *км*, другая часть $217 \times x = 21\,917$, а остальные придумывают пример на умножение (например, трехзначных чисел) и проверяют его делением. Допустим, что проверяется способ нахождения неизвестного делимого. Здесь уже нет опасения, что не разделится, поэтому можно предложить учащимся самим составить примеры вида $x : a = b$ и найти x. Можно предъявить известные требования к числам a и b. Часть класса, по заданию учителя, решает пример $418\,487 : 41$, проверяет решение при помощи умножения. Возможна и такая форма: учитель дает готовое решение, а ученики должны выполнить проверку. Не исключено, а даже полезно дать такое задание с заведомо неверным ответом [1], чтобы ученики убеждались в практическом значении контроля. Что касается проверки умения применить свой-

[1] Такие примеры можно брать из ученических работ.

учитель
ученики пишут ответы,
в тетрадях ответы на примеры, на-
…ные на доске: 824 : 8; 456 : 4; 936 : 6; 4080 : 4; 225 : 25. Надо напомнить учащимся, что самое главное — это удачное разложение делимого на слагаемые, например: 195 : 15 = (150+45) : 15; 276 : 23 = (230+46) : 23.

Аналогично повторяется прием последовательного деления. Учитель ставит вопросы: если мы желаем какое-нибудь число последовательно разделить на 4, 6, 8, 12, 14, 15..., то на какие числа надо делить. Можно решить пример у доски 360 : 6 = 360 : 3 : 2, после чего даются примеры для самостоятельного решения. При повторении нахождения делимого и проверке деления с остатком учащиеся сами составляют примеры вида $x : a = q$ (ост. r, причем $r < a$) и находят значение x, а также примеры 4757 : 68 и делают проверку.

Если нет возможности выделить 2 урока для повторения темы «Деление», то надо отобрать наиболее трудные и слабоусвоенные вопросы.

Изучение темы «Деление многозначных чисел» завершается контрольной работой. Если в содержание контрольной работы включаются вопросы из других разделов программы, то нужно составить несколько вариантов, с тем чтобы в общем охватить все вопросы из темы «Деление».

Ниже предлагаются варианты контрольных работ, составленные только по теме «Деление». Разумеется, что работа как по объему, так и по содержанию может быть изменена.

I вариант. 1) Уменьшить 493 087 в 203 раза и найти седьмую часть полученного числа.

2) Выполнить умножение и проверить делением: 804×305.

3) x руб.×2001 = 402 201 руб.

4) Собрали 162 *ц* фруктов, причем груши составляли четвертую часть всех собранных фруктов. Груши доставили в 5 магазинов поровну, в ящиках по 18 *кг* в каждом. Сколько ящиков с грушами получил каждый магазин?

Решение записать без вопросов, но указать вид деления в каждом действии.

Примечание. Имеется в виду такое оформление записи решения задачи:

1) 16 200 *кг* : 4 = 4050 *кг* — нахождение одной части числа.

2) 4050 *кг* : 5 = 810 *кг* — деление на равные части.

3) 810 *кг* : 18 *кг* = 45 (ящ.) — деление по содержанию.

II вариант. 1) Составить простую задачу, решаемую д нием, в которой нужно узнать, во сколько раз одно число бол (или меньше) другого.

2) Выполнить деление и проверить умножением: 41 704 *км* :·

3) x *т* : 302=72 *т*.

4) Ширина прямоугольного поля 300 *м*, и это в 3 раза мень его длины. С каждого гектара получено 60 *ц* сухого зерна куку| зы. Сколько собрано зерна кукурузы со всего поля?

III вариант. 1) Во сколько раз и на сколько единиц чис 143 318 больше числа 706?

2) Найти частное и остаток и сделать проверку: 130 070 : 360.

3) 39 *м* 84 *см* : x=3 *м* 32 *см*.

4) Маслозавод переработал 5400 *кг* молока. Масло составлял двадцатую часть взятого молока. Изготовленное масло расфасовалı в пачки по 200 *г* в каждой и отправили в магазин, который прода. это масло в течение трех дней, поровну в каждый. Сколько пачек масла продавал магазин в каждый день?

Решить без записи вопросов, но указать вид деления в каждом действии.

IV вариант. 1) Какое число надо увеличить в 305 раз, чтобы получить 153 415?

2) Какую часть от 28 *кг* составляют 3 *кг* 500 *г*?

3) Выполнить деление и проверить двумя способами 34 438 : 257.

4) Рыбаки в течение 4 дней вылавливали по 72 *ц* рыбы, следующие 3 дня по 84 *ц*, затем 2 дня по 81 *ц*. Каков был средний улов рыбы в день?

О вычислительной технике

На всех уроках, связанных с изучением темы «Целые числа», выполняются разнообразные виды вычислений. В данной работе не освещается методика изучения выполнения действий, так как это было изучено еще раньше. Сделаем лишь указание на то, что и в эту работу можно вносить элементы, развивающие творческую деятельность учащихся, повышающие их интерес. Надо к тому же иметь в виду, что нельзя злоупотреблять количеством решаемых примеров с многозначными числами. Работа эта требует большого внимания, и если дать ряд однообразных примеров, например несколько столбиков с делением многозначных чисел, то быстро наступает утомляемость, падает внимание, работа надоедает, количество ошибок возрастает. Это тем более заставляет искать пути оживления этой работы. Мы полагаем, что одним из таких факторов является составление учащимися своих примеров. Мы все время это подчеркивали при изучении элементов теории, но это относится и к вычислительной технике. Задания по составлению примеров должны быть такими, чтобы они будили мысль учеников и заставляли их глубже проникать в специфику выполняемых ими операций. Так, например, на сложение могут быть задания: составить пример на сложение, чтобы в нем было 4 слагаемых: 1-е — шестизначное, 2-е — трехзначное и т. д. Можно дать задание написать 3 числа (с различным числом знаков) и подписать такое 4-е число, чтобы получились, например, круглые миллионы

$$
\begin{array}{r}
685\,963 \\
+\ \ 64\,587 \\
907\,487 \\
???\,??? \\
\hline
2000\,000
\end{array}
$$

При вычитании могут быть даны задания на составление примеров с 1, 2, 3 нулями в уменьшаемом, а все цифры вычитаемого (за исключением высшего, если число цифр в вычитаемом и уменьшаемом одинаково) больше соответствующих цифр уменьшаемого; можно и так: между нулями уменьшаемого находятся значащие цифры, меньше соответствующих цифр вычитаемого. Можно дать задание и такого характера: сумма или разность должны быть меньше или больше такого-то числа. При умножении могут быть задания на составление примеров с нулями в сомножителях, причем здесь возможны различные варианты. При делении могут быть задания с требованием, чтобы в частном были нули, чтобы частное имело определенное количество цифр. Возможности разнообразить такие работы весьма широки. Интересны и такие работы, в которых учащиеся определяют (весьма «грубо») ожидаемый результат (так называемая «прикидка»). Например, решается пример: $23\,864+7453+$ $+12\,767$. Сделаем сначала расчет в тысячах: 24 тыс.+ +7 тыс.+13 тыс.=44 тыс. (Точный результат 44 092.)

Примечание. 500 единиц и больше принимается за тысячу.

Можно подбирать примеры так, чтобы примерный результат был близок к точному, чтобы показать учащимся, что и такая проверка тоже полезна. Пусть, например, надо умножить 307 на 504. При умножении сотен на сотни получаем десятки тысяч, следовательно, здесь $3\times5=$ $=15$ дес. тысяч, т. е. около 150 000. Разумеется, такие упражнения трудны, но их следует вводить еще в предыдущих классах, на меньших числах.

Нами показаны случаи, когда свойства арифметических действий облегчают и ускоряют устные и письменные вычисления. Надо обращать внимание учащихся, что применять эти свойства надо лишь тогда, когда они облегчают вычисления. На ряде примеров можно показать учащимся случаи, когда нет смысла применять эти свойства. Другими словами, надо воспитывать у учащихся гибкость, умение и привычку сначала вглядеться в числа, над которыми надо работать, и подумать, как бы лучше (рациональнее) выполнить действие. К сожалению, шаблон, как правило, господствует в приемах вычислений, применяемых учащимися. Преодоление его — дело нелегкое, оно требует повседневного и упорного труда со стороны учителя.

Скажем в заключение, что нами изложен один из возможных вариантов изучения темы «Целые числа» в IV классе. В самом изложении мы неоднократно указывали на различные варианты изучения того или иного вопроса. Все то, что нами изложено, не выходит за пределы программы. Однако материал может содержать большую или меньшую степень сложности. Дело учителя отобрать то, что реально для применения в его классе. Одна из задач данной темы — это развитие логического мышления учащихся. В начале данной темы мы приводили высказывания учителя начальной школы на страницах журнала «Начальная школа»: «Дети, заканчивая обучение в IV классе, представляют арифметику как собрание разрозненных правил, знание которых нужно для решения всевозможных примеров и задач». Преодолеть такие представления, привести в логическую систему, в единое целое, обобщить все изученное о целых числах — такова задача темы «Целые числа» в IV классе. В этом направлении мы и стремились строить изучение данной темы.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 3
Элементы теории при изучении темы «Целые числа» в IV классе 5
Изучение арифметических действий 21
Сложение многозначных чисел . . . . —
Вычитание многозначных чисел 30
Умножение многозначных чисел 52
Деление многозначных чисел 75

Яков Александрович Шор

ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА В КУРСЕ АРИФМЕТИКИ
IV КЛАССА

Редактор *И. С. Комиссарова*
Технический редактор *И. Г. Крейс*
Корректор *Н. А. Пашкова*

Сдано в набор 20/IV-1963 г. Подписано к печати 24/VII-1963 г
$84 \times 108^1/_{32}$. Печ. л. 6,25(5,13). Уч.-изд. л. 5,04. Тираж 110 000 экз.

• • •

Учпедгиз. Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Полиграфкомбинат им. Я. Коласа
Главиздата Министерства культуры БССР,
Минск, Красная, 23.

Заказ № 1860. Цена 14 коп.