

111(02)
767

АРИФМЕТИКА

1260049

Учебник удостоен
второй премии
по конкурсу
Министерства просвещения
РСФСР



Н.А.ПРИНЦЕВ, М.И.ЯГОДОВСКИЙ
АРИФМЕТИКА

**УЧЕБНИК
ДЛЯ
5-6 КЛАССОВ
СРЕДНЕЙ
ШКОЛЫ**

ИЗДАТЕЛЬСТВО „ПРОСВЕЩЕНИЕ“
Москва 1966

Учебник удостоен
второй премии
по конкурсу
Министерства просвещения
РСФСР



Н.А.ПРИНЦЕВ, М.И.ЯГОДОВСКИЙ
АРИФМЕТИКА

**УЧЕБНИК
ДЛЯ
5-6 КЛАССОВ
СРЕДНЕЙ
ШКОЛЫ**

ОТ ИЗДАТЕЛЬСТВА

По решению Министерства просвещения РСФСР настоящий учебник арифметики для 5—6 классов печатается в качестве пробного.

Все отзывы и пожелания по проверке данного учебника просим направлять по адресу: Москва, Чистые пруды, 6, Министерство просвещения РСФСР, Программно-методическое управление.

І. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА.

§ 1. СЧЕТ КАК ОСНОВА АРИФМЕТИКИ. НАТУРАЛЬНЫЙ РЯД ЧИСЕЛ.

Арифметика — это наука, изучающая числа и действия над ними. Счет является основой арифметики. Прежде чем научиться вычислять, надо научиться считать и надо уметь записывать числа. Для счета люди пользуются названиями чисел и особыми знаками для их краткого обозначения.

Знаки для изображения чисел называются цифрами. Мы пользуемся десятью цифрами: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9.

Для обозначения отсутствия предметов употребляется число ноль, которое изображается цифрой 0 (рис. 1).

Числа, получаемые в результате счета предметов, например: 1, 5, 7, 30, 20, 75 и другие, называются **натуральными числами**. Множество всех натуральных чисел, расположенных в порядке счета: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 и т. д. без конца, называется **натуральным рядом чисел**. В натуральном ряде каждое число, начиная с двух, на единицу больше предыдущего.

Натуральные числа являются целыми числами. К целым числам относится и число ноль, но оно не принадлежит к натуральным числам.

Не следует смешивать понятия «числа» и «цифры». Различных чисел можно написать сколько



Рис. 1

угодно, а цифр — только десять *. Любое натуральное число мы записываем с помощью этих десяти цифр.

Каждое из первых девяти натуральных чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 — записывается одной цифрой; эти числа называются **однозначными** числами. Число нуль относится к однозначным числам. Все остальные натуральные числа записываются с помощью нескольких цифр и называются **многозначными** числами.

По количеству входящих в них цифр многозначные числа делятся на двузначные, трехзначные, четырехзначные и т. д.

Примеры. 22, 35 и 47 — двузначные числа; 305, 666 и 700 — трехзначные числа; 506 066 — шестизначное число.

§ 2) НУМЕРАЦИЯ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ.

Словесное выражение натуральных чисел и способ их записи с помощью цифр называется **нумерацией чисел**.

В основу счета предметов и нумерации чисел большинством народов уже давно взято число десять. Мы пользуемся десятью цифрами для изображения чисел.

Известно, что десять единиц составляют десяток, десять десятков составляют сотню, десять сотен составляют тысячу и так далее.

Наша система счета или счисления называется **десятичной системой счисления**, а число 10 — **основанием** этой системы.

В записи многозначного числа первая цифра справа обозначает число единиц, вторая справа — число десятков, третья — число сотен и т. д. Так, например, в записи 2307 цифра 7 означает семь единиц, цифра 0 указывает, что десятков нет, а цифры 3 и 2 обозначают, что число содержит 3 сотни и 2 тысячи.

В записи 555 все цифры одинаковы, но каждая из них имеет свое значение: одна указывает число единиц, другая — число десятков, третья — число сотен.

Для облегчения чтения и записи многозначных чисел в них выделяют **разряды и классы**. Каждый класс состоит из трех разрядов. Цифра, изображающая разряд, указывает число разрядных единиц этого разряда. Первые пять классов и их разряды изображены в таблице классов.

* Слово «цифра» в обычной речи часто употребляют в том же смысле, в каком в арифметике употребляется слово «число»; например, говорят о цифрах семилетнего плана.

Член Академии наук СССР Иван Матвеевич Виноградов — один из выдающихся советских математиков (родился в 1891 году). Он известен своими крупными работами, связанными с изучением натурального ряда чисел. И. М. Виноградов удостоен звания Героя Социалистического труда.



С помощью такой таблицы легче записать число или прочесть записанное в ней число. Однако надо уметь делать и то и другое без помощи таблицы, а для этого необходимо хорошо помнить, в каком порядке идут классы и разряды.

Количество классов можно увеличить как угодно. Так, например, существует VI класс, который называется классом квадриллионов, VII класс — классом квинтиллионов и так далее. Однако для практических вычислений вполне достаточно знать первые четыре класса.

Таблица классов для нумерации чисел.

V класс — класс триллионов			IV класс — класс миллиардов			III класс — класс миллионов			II класс — класс тысяч			I класс — класс единиц		
15-й разряд	14-й разряд	13-й разряд	12-й разряд	11-й разряд	10-й разряд	9-й разряд	8-й разряд	7-й разряд	6-й разряд	5-й разряд	4-й разряд	3-й разряд	2-й разряд	1-й разряд
Сотни триллионов	Десятки триллионов	Единицы триллионов	Сотни миллиардов	Десятки миллиардов	Единицы миллиардов	Сотни миллионов	Десятки миллионов	Единицы миллионов	Сотни тысяч	Десятки тысяч	Единицы тысяч	Сотни	Десятки	Единицы
5	0	0	0	3	7	0	9	5	0	0	0	6	5	1
	7	2	7	5	0	0	0	0	6	7	0	0	4	7
		0	0	0	5	5	5	0	6	9	2	7	0	0
														3

Чтобы правильно записать число, надо установить, какие оно имеет классы. Кроме этого, надо помнить, что цифра ноль в числе не читается. Для записи числа сто два миллиарда семьсот тысяч надо прежде всего установить, что его старший разряд — сотни миллиардов, в классе миллионов все цифры —

нули, в классе тысяч надо записать число 700 и в классе единиц все цифры—нули. Это число запишется так: 102 000 700 000.

Чтобы правильно прочитать число, надо прежде всего установить по количеству цифр его старший разряд.

Число 12 000 570 имеет 8 цифр, следовательно, оно относится к классу миллионов, его старший разряд—десятки миллионов; в классе тысяч все цифры—нули, оно читается так: двенадцать миллионов пятьсот семьдесят.

В XVI веке на Руси был изобретен замечательный прибор—русские счеты. Этот прибор, предназначенный для выполнения арифметических действий, помогает усвоению нумерации чисел. На рисунке 2 изображены русские счеты, на которых отложено число 2 456 000 870.

Задание 1.

1. Сколько цифр содержат числа: 1) 12 345; 2) 100 305; 3) 4 200 001?
2. Какая разница между числом и цифрой?
3. Какое число находится в натуральном ряде чисел: 1) перед числом 3000? 2) после числа 1099?
4. Сколько трехзначных чисел содержится в натуральном ряде чисел?
5. Сколько цифр имеют числа: 1) две тысячи пять; 2) шесть миллионов двадцать; 3) тридцать одна тысяча сто; 4) один миллиард двести пять тысяч; 5) сто два миллиона сорок три? Записать каждое из этих чисел с помощью цифр.
6. Для каждого из следующих чисел: 200 450; 340 000 002; 4 372 956—указать число цифр, высший разряд и записать каждое число словами.

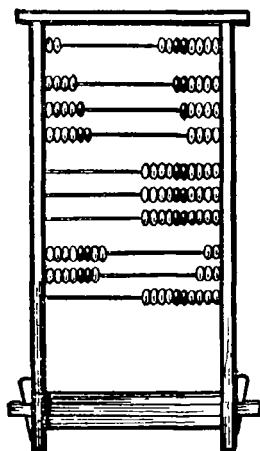


Рис. 2.

Упражнения.

1. Прочитать числа и отложить их на сче-тах: 968; 5853; 62 712; 4044; 50 902; 400 079; 3 009 207; 758 896; 8 634 521; 505 037 000; 4 000 000; 2 092 003 000.
2. Прочитать числа и отложить их на сче-тах: 2493, 45 289; 35 798; 50 055; 70 807; 500 080; 969 699; 5 075 777; 7 012 309; 70 070 300; 9 000 000; 8 051 007 000.
3. Двенадцатого апреля тысяча девятьсот шестьдесят первого года советский летчик Ю. А. Гагарин впервые в мире совершил кос-

мический полет. Вес корабля «Восток», на котором летел первый космонавт, равнялся четырем тысячам семистам двадцати пяти килограммам. Полет продолжался сто восемь минут. Космонавт пролетел около сорока тысяч километров. Наибольшая скорость полета равнялась примерно двадцати девяти тысячам километров в час, а наибольшая высота полета составила триста двадцать семь километров.

Записать цифрами все числа, встречающиеся в этих предложениях.

4. Запишите цифрами все числа, встречающиеся в данных предложениях:

Вес третьего советского искусственного спутника Земли равен одной тысяче тремстам двадцати семи килограммам. При запуске спутника он вышел на орбиту на расстоянии одной тысячи восьмисот восьмидесяти километров от Земли. За триста пятьдесят восемь суток спутник сделал пять тысяч оборотов вокруг Земли, пролетев двести двадцать восемь миллионов двести тысяч километров.

5. Написать наименьшие двузначное, трехзначное, четырехзначное и пятизначное числа.

6. Написать наибольшие двузначное, трехзначное, четырехзначное и пятизначное числа.

7. Сколько четырехзначных чисел содержится в натуральном ряде чисел?

8. Сколько пятизначных чисел содержится в натуральном ряде чисел?

9. Какое число в натуральном ряде чисел будет первым? Можно ли указать последнее натуральное число?

10. Какое из известных вам целых чисел не является натуральным?

11. К числу 591 приписали справа два нуля. На сколько новое число больше, чем 591?

12. К числу 480 приписали справа три нуля. На сколько новое число больше, чем 480?

13. Дано число 45. Записать число теми же цифрами, но в обратном порядке. На сколько одно число больше другого?

14. Дано число 139. Записать число теми же цифрами, но в обратном порядке. На сколько одно число больше другого?

15. Записать пять чисел, следующих в натуральном ряде за числом 1997.

16. Записать шесть чисел, стоящих в натуральном ряде перед числом 30 002.

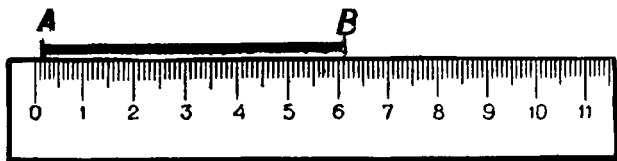


Рис. 3.

17*. Сколько нужно цифр для нумерации страниц книги, которая имеет 205 страниц?

18. Как можно быстро вычислить сумму всех двузначных чисел?

Указание. Сложить первое и последнее двузначные числа, затем второе и предпоследнее. Что можно заметить?

19. Как можно быстро вычислить сумму всех трехзначных чисел?

20. К данному числу приписали шесть нулей справа. Во сколько раз новое число больше данного числа?

21. Какие числа при любой перестановке их цифр не изменяются?

§ 3. МЕТРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА МЕР.

В 1918 г. в нашей стране введена Международная метрическая система мер вместо прежних русских мер.

* В этом и других параграфах чертой отделены задачи повышенной трудности.

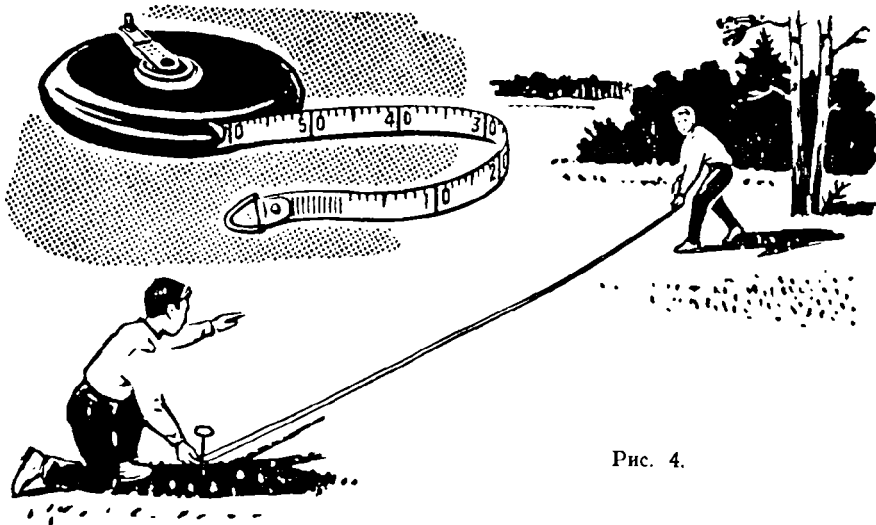


Рис. 4.

В настоящее время мы иногда употребляем только одну из прежних единиц — пуд, равный примерно 16 кг.

Все расчеты и измерения выполняются в единицах метрической системы мер. Таблицы этих единиц помещены в конце книги.

1. Меры длины. Основная единица длины — метр. Необходимо запомнить названия всех единиц длины и соотношения между ними. Для измерения длины применяются измерительная линейка (рис. 3), мерная лента (рис. 4), полевой циркуль (рис. 5) и другие измерительные приборы.

При измерении длины отрезка AB (рис. 3) следует нулевое деление измерительной линейки совместить с началом отрезка. Это указание нужно выполнять и при измерении длины с помощью мерной ленты.

На измерительной линейке нанесены миллиметры. Она дает возможность производить измерения длины с точностью до 1 мм. На мерной ленте (рис. 4) нет миллиметровых делений, самые мелкие деления на ней равны 1 см или $\frac{1}{2}$ см. Этот прибор позволяет измерить длину с точностью до 1 см или до $\frac{1}{2}$ см. Мерной лентой измеряют длину и ширину комнаты, здания, земельного участка и т. д.

Для измерения больших расстояний, например длины поля, употребляют иногда полевой циркуль (рис. 5). Обычно расстояние AB между концами ножек циркуля делают равным 2 м. Таким циркулем измеряют расстояние с точностью до 1 м, так как на глаз можно определить половину расстояния между концами ножек циркуля.

2. Меры веса. Основная единица веса — килограмм. Таблица единиц веса помещена в конце книги. Следует запомнить названия единиц и соотношения между ними.

Взвешивание тела производят на различных весах.

На рисунке 6 изображены торговые стрелочные весы. Точность измерения этими весами равна 5 г.



Рис. 5.

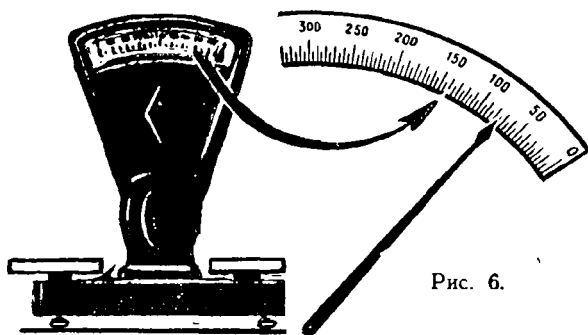
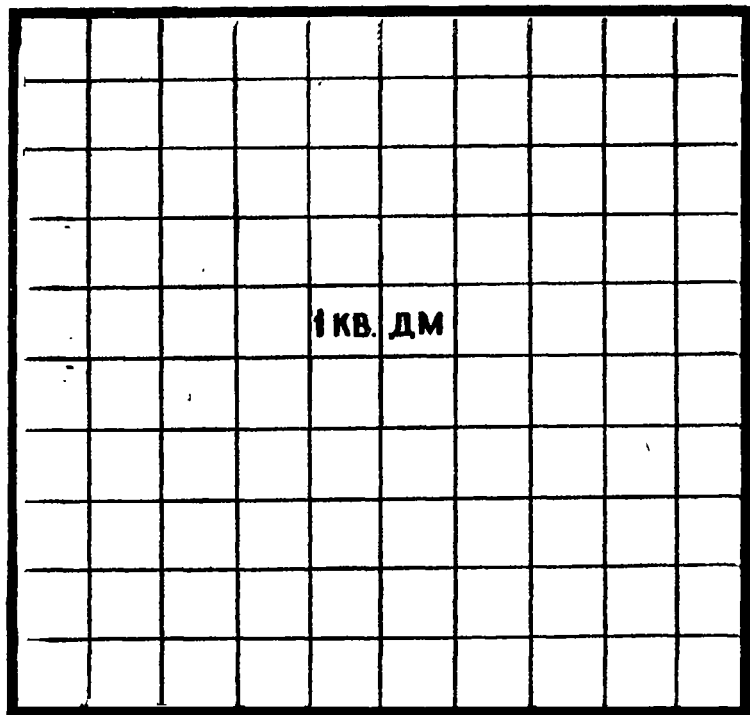


Рис. 6.

При взвешивании небольших количеств веществ, например в аптеке, употребляют более точные весы. Аптекарские весы имеют точность, равную 10 мг.

Для взвешивания больших грузов употребляются менее

точные весы. Точность таких весов составляет 100 г, 1 кг и более.



1 кв. см



1 кв. мм

Рис. 7.

3. Меры площади и меры объема. Названия единиц площади или объема происходят от названия единиц длины. Например, площадь квадрата со стороной 1 м равна 1 кв. м, а объем куба с ребром 1 м равен 1 куб. м. Не следует смешивать друг с другом эти названия. Нужно твердо усвоить, что, например, метр, квадратный метр и кубический метр — различные понятия.

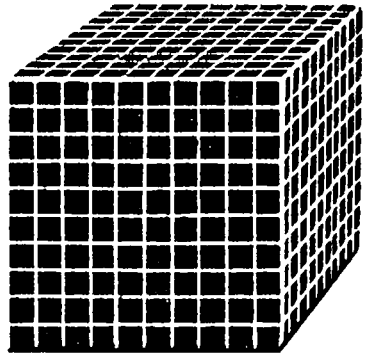


Рис. 8

Нужно не только запомнить соотношения между различными квадратными или кубическими единицами, но и научиться быстро вычислять эти соотношения.

Рассмотрим на примерах, как следует выполнять такие вычисления. На рисунке 7 изображены три квадрата: площадь одного равна 1 кв. мм, площадь другого — 1 кв. см, а площадь третьего — 1 кв. дм. Чтобы ответить на вопрос, сколько квадратных сантиметров содержит 1 кв. дм, достаточно подсчитать число квадратов со стороной 1 см, которые помещаются в квадрате со стороной 1 дм (рис. 7). На рисунке видно, что 1 кв. дм = 10 · 10 кв. см = 100 кв. см. Так же легко вычислить другие соотношения.

$$1 \text{ кв. см} = (10 \cdot 10) \text{ кв. мм} = 100 \text{ кв. мм.}$$

$$1 \text{ кв. дм} = (100 \cdot 100) \text{ кв. мм} = 10\,000 \text{ кв. мм.}$$

На рисунке 8 изображен в уменьшенном виде куб, ребро которого равно 1 дм. Его объем равен 1 куб. дм. Из рисунка видно, что в этом кубе помещается 10 · 10 · 10, или 1000, кубов, ребра которых равны 1 см.

Следовательно,

$$1 \text{ куб. дм} = (10 \cdot 10 \cdot 10) \text{ куб. см} = 1000 \text{ куб. см.}$$

4. Меры вместимости (емкости). Для измерения вместимости сосудов и количества жидкости употребляется основная единица — литр. Литр на 28 куб. мм больше 1 куб. дм, но эта разница незначительна, она меньше, чем объем четвертой части спички. Поэтому будем считать, что 1 л равен 1 куб. дм.

Другие единицы емкости указаны в таблице мер в конце книги.

Задание 2.

1. Как подсчитать, сколько квадратных метров содержится в 1 кв. км?

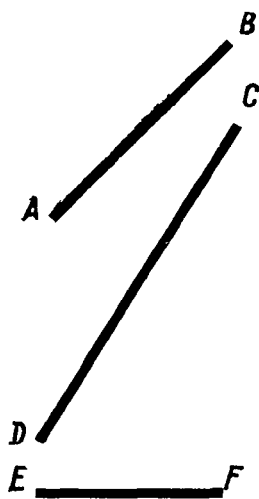


Рис. 9.

2. Что больше: 5000 кв. см или 1 кв. м?
3. Сколько кубических сантиметров в 1 куб. м? Как можно подсчитать это число кубических сантиметров?

4. Что больше: 1 куб. км или 100 000 куб. м? Как вычислить, сколько в 1 куб. км содержится кубических метров?

5. Измерить в миллиметрах длины отрезков на рисунке 9.

Упражнения.

22. Какой из отрезков (рис. 10) кажется длиннее? Измерить оба отрезка.

23. Какой из отрезков (рис. 11) *AB* или *OM* кажется короче? Измерить оба отрезка.

24. Выразить в метрах: 1) 12 400 см; 2) 1 000 000 см; 3) 2 км 350 м; 4) 569 060 дм;

5) 1 000 000 дм; 6) 5 км 866 м.

25. Выразить в километрах: 1) 124 000 м; 2) 2 000 000 м; 3) 9 031 000 м; 4) 620 000 м; 5) 160 000 дм; 6) 1 020 000 дм.

26. Выразить в килограммах: 1) 23 т; 2) 1002 т; 3) 2 т 400 кг; 4) 55 т 850 кг; 5) 9 т 40 кг; 6) 10 т 90 кг.

27. Сколько квадратных метров содержат: 1) 5 га? 2) 7 га? 3) 12 га 50 а? 4) 6 га 53 а? 5) 8 га 523 кв. м? 6) 11 га 5 а 23 кв. м?

28. Сколько аров содержится: 1) в 45 га? 2) в 108 га? 3) в 500 000 кв. м? 4) в 403 000 кв. м?

29. Выразить в миллиграммах: 1) 17 г; 2) 204 г; 3) 70 г 370 мг; 4) 29 г 48 мг.

30. Выразить в кубических метрах: 1) 5 000 000 куб. см; 2) 41 000 000 куб. см; 3) 6 560 000 куб. дм; 4) 40 200 000 куб. дм.

31. Выразить в литрах: 1) 7 000 000 куб. см; 2) 290 000 000 куб. см; 3) 2 куб. м 147 куб. дм; 4) 13 куб. м 43 куб. дм.

32. Сколько минут прошло: 1) от 12 час. дня до 3 час. 30 мин. этого же дня (до 15 час. 30 мин.)? 2) от 7 час. утра до 4 час. 40 мин. этого же дня (до 16 час. 40 мин.)?

33. Сколько минут составляют: 1) 15 час.? 2) 23 часа 23 мин.? 3) 3 суток? 4) 5 суток 12 час.?

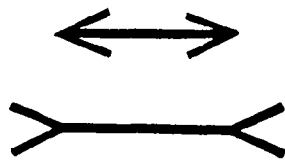


Рис. 10.

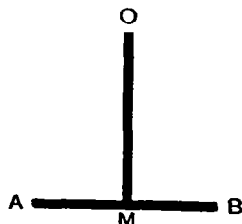


Рис. 11

34. 1) Ширина прямоугольного участка земли равна 500 м, а длина 3400 м. Вычислить площадь его в квадратных метрах и в гектарах.

Указание. Чтобы вычислить площадь прямоугольника, надо перемножить числа, выражающие его длину и ширину в одних и тех же единицах.

2) Длина стены равна 12 м, ее высота равна 2 м 5 дм. Вычислить площадь стены в квадратных метрах и в квадратных дециметрах.

35. 1) Длина ящика 200 см, ширина 50 см и высота 40 см. Вычислить объем ящика в кубических сантиметрах и в кубических дециметрах.

Указание. Для вычисления объема предмета такой формы нужно перемножить числа, выражающие его длину, ширину и высоту в одних и тех же единицах.

2) Размеры прямоугольной ямы равны 5 м 5 дм; 4 м; 1 м 5 дм. Вычислить объем ямы в кубических метрах и в кубических дециметрах.

36. Учебник арифметики, которым вы пользуетесь, издан в количестве 1 миллиона экземпляров. Какую длину займут все учебники, если их приложить друг к другу короткой стороной обложки? Ответ дать в крупных единицах длины.

37. Измерить (приблизительно) в сантиметрах длину, ширину и толщину учебника арифметики. Какой примерно объем займут все учебники, если они изданы в количестве 1 миллиона экземпляров? Можно ли такое количество учебников поместить в той комнате, где занимается ваш класс?

4. РИМСКАЯ НУМЕРАЦИЯ.

Десятичная система нумерации, о которой мы говорили ранее, возникла в Индии. Позднее ее стали называть арабской, потому что она была перенесена в Европу арабами. Цифры, которыми мы пользуемся, тоже называются арабскими. Кроме этих цифр, мы пользуемся римскими цифрами.

Для обозначения чисел употребляются следующие римские цифры.

Начертание цифры	I	V	X	L	C	D	M
Какое число обозначает цифра	1	5	10	50	100	500	1000

Римскими цифрами иногда обозначают главы или разделы в книгах, месяцы в письмах, годовщины выдающихся событий и т. д.

Таблица римских изображений чисел.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX
30	40	50	60	70	80	90	100	1000	49
XXX	XL	L	LX	LXX	LXXX	XC	C	M	XLIX

При записи чисел римскими цифрами надо помнить, что если меньшая по значению цифра поставлена перед большей, то такая запись означает разность чисел. Например, запись IX означает 10 — 1, или число 9; запись XL означает 50 — 10, или число 40.

В записи чисел римскими цифрами одинаковые цифры встречаются не более трех раз подряд.

Задание 3.

1. Обозначить каждый из месяцев года римскими цифрами.

2. Которую годовщину Великой Октябрьской социалистической революции мы будем праздновать в этом учебном году?

Записать римскими цифрами.

3. Прочитать предложения: 1) Мы живем в XX веке. 2) Я прочел XXIX главу романа Жюль Верна «Вокруг света в восемьдесят дней». 3) Мой брат учится в IX классе.

4. Какие римские цифры мы используем для обозначения чисел первой сотни?

5. Записать числа 39; 74 и 101 римскими цифрами.

Упражнения.

38. Записать числа 18; 27; 34; 48; 53; 60; 79; 84; 92; 99 римскими цифрами.

39. Прочитать числа, записанные римскими цифрами: XIV; XXVI; XXXIX; XLI; LIX; XCI; XCVIII.

40. Выразить в граммах: 1) 2 т 45 кг; 2) 470 кг 150 г.

41. Выразить в кубических сантиметрах: 1) 15 куб. дм 20 куб. см; 2) 3 куб. м 1400 куб. см.

42. Выразить в кубических дециметрах: 3 куб. м 32 куб. дм и 12 куб. м 52 000 куб. см.

43. Записать число, большее одного миллиона на 5 единиц.


44. Записать число, меньше ста тысяч на 8 единиц.



45. Выразить в квадратных метрах: 12 а; 25 га и 5 га 15 а.




5. ИСТОРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ О НУМЕРАЦИИ ЧИСЕЛ И СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ.

Люди в процессе трудовой деятельности постепенно научились считать предметы и записывать натуральные числа.

У разных народов и в разные эпохи употреблялись различные знаки для обозначения чисел.

В древнем Египте, например, число 37 изображалось так: 

Знак  служил для обозначения 10, а знаком  изображалась единица.

Вавилоняне изображали единицу знаком , а 10 — знаком . Например, запись  обозначала число 21.

Славяне ранее пользовались для обозначения чисел буквами своего алфавита. Одни буквы обозначали однозначные числа, другие — круглые десятки, третьи — круглые сотни

При обозначении чисел над буквами ставился особый знак в виде черты.

Например, буква $\overline{\text{Т}}$ (со знаком — наверху) обозначала число 300; буква

К служила для обозначения числа 20, буква И — для обозначения числа 8.

Число 328 записывалось так: $\overline{\text{ТКИ}}$

В Индии при обозначении чисел пользовались девятью знаками для первых девяти натуральных чисел. Примерно в VIII веке индийцы ввели знак для обозначения нуля. Это было выдающимся изобретением, так как с помощью этих десяти цифр удалось упростить нумерацию чисел.

Арабы стали применять индийские цифры и называли нуль «сифр», что значит «пустое». Отсюда произошло название «цифра». Сперва так называли только цифру 0, а лет двести тому назад стали все 10 знаков для обозначения натуральных чисел называть цифрами. Слово «нуль» произошло от латинского слова nullus, что значит «никакой».

В X—XI веках индийские цифры были заимствованы у арабов народами Европы и получили название «арабские». Однако индийская система обозначения чисел распространялась в Европе медленно, многие страны еще долгое время пользовались римской нумерацией. Только примерно в XV веке начинают широко применяться арабские цифры.

Цифры постепенно меняют свой вид (см. таблицу изображения цифр на рис. 12). Начертания цифр, которыми мы сейчас пользуемся, установились в Европе в XVI веке.

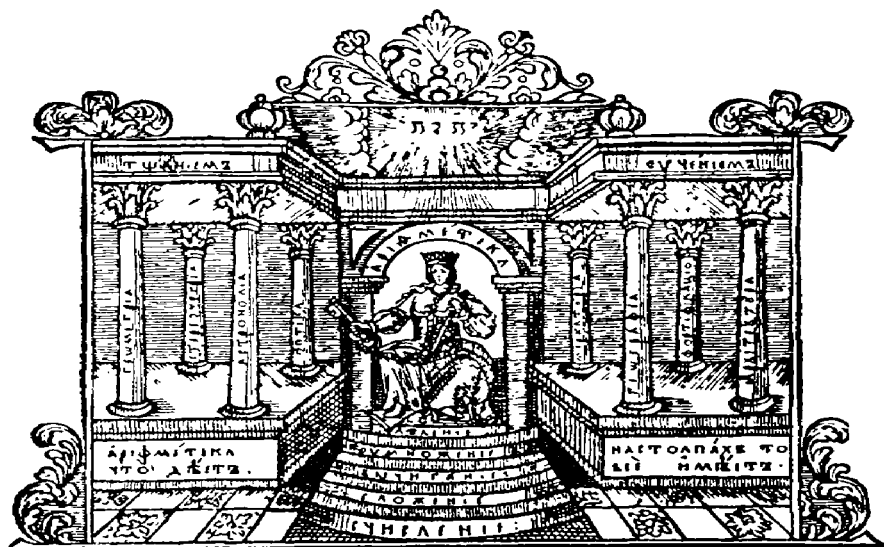
В России арабские цифры начали широко применяться после напечатания книги Л. Ф. Магницкого «Арифметика».

Происхождение десятичной системы счисления связано с использованием десяти пальцев рук.

Кроме этой системы счисления, существовали и другие: пятеричная система, в которой за основание принималось число 5, двенадцатеричная и шестидесятеричная системы (с основаниями 12 и 60).

?	2	3	8	4	ε	6	7	∟	o	1) Цифры деванагари, Индия, IX век
1	2	3	∞	у	δ	7	θ	9	o	2) Цифры западных арабов, X век
1	7	3	∞	9	6	7	8	9	o	3) Французские цифры, XIII век
1	2	3	∞	4	6	7	8	9	o	4) Готские цифры эпохи (ок. 1400 г.)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	o	5) Цифры эпохи Возрождения (ок. 1500 г.)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	o	6) Современные цифры

Рис. 12.



АРИФМЕТИКА , ПРАКТИКА ИЛИ ДѢЛТЕЛЬНАЯ .

ЧТО ЕСТЬ АРИФМЕТИКА ;

Арифметика или численница , есть художество
честное , независтное , и всѣмъ оудобополчное ,
многополѣзнейшее , и многохѣлнейшее , въ ар-
внейшихъ же и новѣйшихъ , въ разнаа времена
збавшихся израденейшихъ арифметиковъ , изъвер-
тненное , и изложенное .

Вранкогва есть арифметика практика ;
Есть свгва .

- 1 Арифметика политика , или гражданская .
- 2 Арифметика логистика , не ко гражданствѣ
только , но и къ движению нѣныхъ круговъ принадлежащая .

Страница из учебника арифметики Леонтия Филипповича Магницкого. Впервые этот учебник был напечатан в 1703 году. Л. Ф. Магницкий происходил из крестьян Тверской губернии, родился в 1669 г., умер в 1739 г. Он был образованным человеком, знал несколько языков, самостоятельно изучил математику. Его учебник был написан доступным и простым языком, многие русские люди изучали арифметику по этому учебнику. Наш генеральный ученый М. В. Ломоносов называл этот учебник и грамматику Смотрницкого «вратами учености».

Для числа 12 существует название «дюжина», 12 дюжин составляют «гросс».

Год делится на 12 месяцев. Час содержит 60 минут, а минута — 60 секунд.

Эти названия и соотношения являются остатками двенадцатеричной и шестидесятеричной систем счисления.

Вообще говоря, можно любое число, начиная с двух, взять за основание системы счисления. Если, например, записывать числа по пятеричной системе, где основанием будет 5, или пяток, а не десяток, то для записи чисел достаточно только пяти цифр: 0, 1, 2, 3, 4.

Число пальцев на одной руке по пятеричной системе запишется двузначным числом 10 (пяток есть единица второго разряда).

Запись 10_5 читают так: «Один — нуль по пятеричной системе». Эта запись означает: один пяток и нуль единиц. Чтобы отличить эту запись от записи в десятичной системе, внизу поставлена цифра 5. Число дней в неделе запишется так: 12_5 (один пяток и две единицы). Число пальцев на руках и ногах запишем таким образом: 40_5 (четыре пятка и нуль единиц) и т. д. Наименьшее число цифр имеется в двоичной системе. Для изображения чисел в этой системе необходимо иметь только две цифры: 0 и 1.

Первые девять натуральных чисел записываются в двоичной системе следующим образом: $1 = 1_2$; $2 = 10_2$; $3 = 11_2$; $4 = 100_2$; $5 = 101_2$; $6 = 110_2$; $7 = 111_2$; $8 = 1000_2$; $9 = 1001_2$. Изображения чисел в двоичной системе занимают больше места, чем в десятичной системе, однако арифметические действия над числами значительно упрощаются. Например, таблица умножения в двоичной системе очень проста: $0 \cdot 1 = 1 \cdot 0 = 0$; $1 \cdot 1 = 1$. Благодаря такой простоте двоичная система используется для записи чисел и букв в электронных счетных машинах. Эти машины могут выполнять десятки тысяч арифметических операций в 1 секунду.

§ 6. СЛОЖЕНИЕ И ЕГО ЗАКОНЫ.

Собрание (или группу) каких-либо предметов называют **множеством**. Например, говорят о множестве учащихся в классе, множестве букв в алфавите, множестве голов скота в колхозе. В арифметике принято говорить о множестве и в том случае, когда имеется только один предмет или вовсе нет предметов. Например, множество мальчиков в классе может состоять только из одного мальчика. В этом множестве может и не быть ни одного мальчика (если в классе учатся только девочки).

Предметы множества называют элементами. Если элементы множества можно пересчитать, то такое множество называют конечным. Число его элементов называют численностью множества. Например, в классе 36 учащихся, латинский алфавит содержит 26 букв; 36 и 26 — численности множеств. Множества могут иметь одинаковую численность.

Множество натуральных чисел бесконечно. Численность его нельзя указать.

Условимся элементы множества изображать точками внутри прямоугольника (рис. 13).

На рисунках 14—16 изображены условно три множества. В первом множестве 6 элементов. Оно условно изображает, например, число рабочих дней в неделе или число месяцев в полугодии. Во втором множестве только один элемент. Оно изображает, например, число голов котенка или гуся. В третьем множестве нет элементов, его численность равна нулю. Это множество условно изображает, например, число слонов или крокодилов в тундре.

Часто приходится два множества соединять в одно новое множество. Например, множество мальчиков и множество девочек в данном классе образует множество всех учащихся этого класса. Если численность первого множества равна 17, а численность второго равна 18, то численность множества всех учащихся равна 35. Следовательно, по двум данным числам 17 и 18 мы нашли третье число 35.

Нахождение по двум данным числам третьего числа называется арифметическим действием.

Такое действие, которое мы выполнили над числами 17 и 18, называют сложением. Мы записываем: $17 + 18 = 35$.

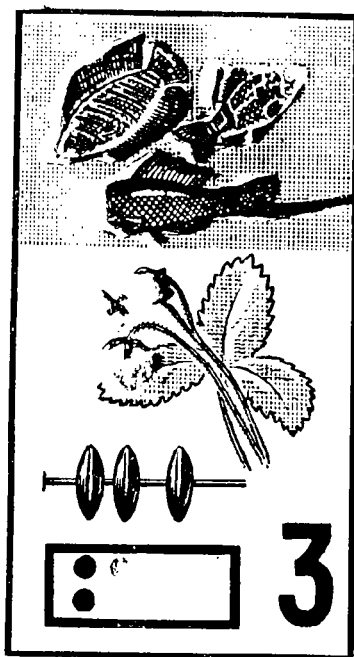


Рис. 13.



Рис. 14.



Рис. 15.



Рис. 16.

Определения*. *Числа, которые надо сложить, называются слагаемыми. Число, которое получается в результате сложения, называется суммой.* Запись, обозначающую сложение чисел, также называют суммой. Например, $17+18$ есть сумма чисел 17 и 18.

Сумма нуля и любого другого числа равна этому числу. Если, например, в одной клетке нет кроликов, а в другой клетке 5 кроликов, то общее число кроликов в этих клетках, или сумма 0 и 5, равна 5:

$$0 + 5 = 5.$$

Можно объединять в одно множество сколько угодно множеств, следовательно, можно складывать сколько угодно чисел. Если даны числа 11, 7, 1 и 3, то их сумма будет равна:

$$11 + 7 + 1 + 3 = 22.$$

Под суммой нескольких слагаемых понимают число, которое получается путем постепенного сложения: сначала вычисляют сумму $11 + 7 = 18$, затем к 18 прибавляют третье слагаемое 1, получают 19. Наконец, к 19 прибавляют 3 и получают 22. Чтобы с помощью изображения множеств вычислить сумму, достаточно изобразить каждое множество точками и пересчитать все точки (рис. 17).

На практике люди давно убедились в том, что результат счета предметов не зависит от порядка счета. Вследствие этого сложение обладает двумя свойствами, которые называют законами сложения.

Переместительный закон. *От перестановки слагаемых сумма не изменяется.*

$$\begin{aligned} 17 + 18 &= 18 + 17, \\ 11 + 7 + 1 + 3 &= 11 + 1 + 3 + 7. \end{aligned}$$

Сочетательный закон. *Сумма не изменится, если некоторые слагаемые объединить в группы, произвести сложение в каждой группе и полученные результаты сложить.*

$$19 + 21 + 37 + 93 = 19 + 21 + (37 + 93).$$

С помощью этого закона можно быстрее вычислить указанную сумму: $19 + 21 = 40$, а $37 + 93 = 130$, следовательно, сумма равна 170.

* Определением называется предложение, в котором разъясняется смысл какого-либо понятия (или названия).

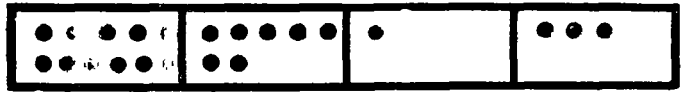


Рис. 17.

Из этого закона следует такое правило: чтобы к числу прибавить сумму, достаточно к этому числу прибавить каждое слагаемое.

Например, $19 + (31 + 167) = 19 + 31 + 167$.

Чтобы записать законы сложения для любых чисел, обозначают слагаемые буквами латинского алфавита.

Если слагаемые обозначить буквами a , b и c , то можно записать, что

$$a + b = b + a,$$

$$a + b + c = a + (b + c).$$

Законами сложения пользуются для устных и письменных вычислений.

Задание 4.

1. Вычислить устно, применяя законы сложения: 1) $800 + 560 + 200 + 440$; 2) $2009 + 991 + 743$; 3) $49 + 0 + 37 + 51$.

2. Объяснить справедливость законов сложения, используя рисунок 17.

Представить в виде суммы разрядных единиц число 7672.

Упражнения.

46. Записать сумму чисел 42, 89 и 108 и объяснить на этой сумме законы сложения.

47. Как быстрее вычислить сумму:

$$8 + 13 + 11 + 2 + 17 + 9?$$

Какие законы сложения следует применить при этом вычислении?

48. Представить в виде суммы разрядных единиц числа:

1) 3719; 2) 5705; 3) 999; 4) 42 075; 5) 156 000; 6) 289 400.

49. К числу 1001 надо прибавить сумму чисел 999 и 3700. Записать и вычислить эту сумму, используя правило о прибавлении суммы.

50. Вычислить суммы, используя законы сложения:

1) $54 + 78 + 46$; 3) $135 + 209 + 65 + 91 + 71$; 5) $135 + 209 + 65 + 91 + 76$;

2) $123 + 88 + 112$; 4) $245 + 311 + 55 + 89$; 6) $245 + 311 + 55 + 189$.

§ 7. СЛОЖЕНИЕ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ. ПРОВЕРКА СЛОЖЕНИЯ.

Сложение можно выполнять с помощью счета. Однако этот способ является слишком медленным. Кроме того, при счете требуется иметь предметы или изображать их. Сложение однозначных чисел производят при помощи таблицы сложения. Например, надо знать наизусть, что $4+3=7$ или $5+3=8$ и т. д.

Сложение многозначных чисел производится путем сложения единиц одного и того же разряда. При этом каждые десять единиц данного разряда заменяют одной единицей следующего, старшего разряда.

При письменном выполнении сложения многозначных чисел необходимо их аккуратно записать друг под другом так, чтобы цифры одного и того же разряда находились в одном и том же вертикальном столбце.

Пример. Сложить 2409; 378 и 44781. Запись имеет вид:

$$\begin{array}{r} 2409 \\ + 378 \\ 44781 \\ \hline 47568 \end{array}$$

Таким образом, при сложении чисел мы разбиваем каждое слагаемое на сумму разрядных единиц: $2409 + 378 + 44781 = (2000 + 400 + 9) + (300 + 70 + 8) + (40\,000 + 4\,000 + 700 + 80 + 1)$, а затем применяем законы сложения — переставляем слагаемые, объединяем их в группы, чтобы произвести сложение по отдельным разрядам, начиная с единиц.

Проверка сложения производится с помощью переместительного закона сложения. После перестановки слагаемых должна получиться та же сумма.

Если при перестановке слагаемых получается другая сумма, то это означает, что в одном из вычислений допущена ошибка.

Задание 5.

1. Найти сумму чисел: 1) 9007; 3700 и 989; 2) 12 498; 159 789 и 14 153. Проверить результат.

2. Вычислена сумма: 1) $157+69=216$; 2) $29\,715+3799=33\,501$

Проверить вычисление. Если сумма вычислена неверно, то найти правильный результат.

3. Вычислить сумму: 251 кг 700 г
 $+ 748$ кг 300 г

жении 37 и 9). В таком случае пользуются способом округления второго слагаемого; вместо прибавления 9 добавляют один десяток и из результата вычитают 1.

Например, при сложении 37 и 9 поступают так: откладывают число 37, добавляют одну косточку на проволоке десятков и получают 47, а затем отбрасывают 1 косточку на проволоке единиц и получают искомую сумму 46.

При сложении на счетах нескольких чисел складывают сначала два первых слагаемых, к полученной сумме прибавляют третье слагаемое, к сумме трех слагаемых прибавляют четвертое и так далее.

Задание 6.

Выполнить сложение на счетах, результаты проверить письменно:

- 1) $63 + 27$; 3) $4256 + 720$; 5) $548 + 756$;
- 2) $152 + 805$; 4) $96 + 89$; 6) $129 + 303 + 859$;
- 7) $12\ 586 + 27\ 004 + 1529$;
- 8) $125\ 048 + 84\ 530 + 7998$.

Упражнения.

Выполнить сложение на счетах, результаты проверить письменно:

58.

- 1) $254 + 7232$; 6) $1254 + 384 + 2943$;
- 2) $4523 + 52\ 340$; 7) $10\ 284 + 987 + 1603 + 89$;
- 3) $423 + 351 + 8204$; 8) $420 + 9543 + 727 + 4345$;
- 4) $5300 + 2360 + 135$; 9) $5243 + 4009 + 87\ 046 + 759 + 120$;
- 5) $1486 + 754 + 239$; 10) $49 + 756 + 3450 + 49\ 296 + 84\ 752$.

59.

- 1) $4208 + 791$; 6) $288\ 859 + 72\ 504 + 35\ 281$;
- 2) $2362 + 630$; 7) $862 + 9423 + 54\ 588 + 620\ 759$;
- 3) $586 + 285 + 1203$; 8) $12\ 004\ 528 + 4\ 364\ 000 + 79\ 758\ 368$;
- 4) $76 + 1283 + 945 + 54$; 9) $45\ 003 + 284 + 3575 + 79 + 1568$;
- 5) $12\ 683 + 43\ 500 + 4979$; 10) $5656 + 6565 + 7575 + 8686 + 9797$.

60.

- 1) 12 руб. 42 коп. + 23 руб. 54 коп.;
- 2) 128 руб. 28 коп. + 73 руб. 78 коп.;
- 3) 428 руб. 09 коп. + 219 руб. 52 коп. + 48 руб. 76 коп.;
- 4) 15 руб. 33 коп. + 18 руб. 74 коп. + 12 руб. 56 коп. + 20 руб. 06 коп.;
- 5) 1283 руб. 24 коп. + 729 руб. 89 коп. + 528 руб. 02 коп.;

- 6) 876 руб. 84 коп. + 592 руб. 36 коп. + 14 руб. 08 коп. + 28 руб. 13 коп.;
- 7) 8 руб. 95 коп. + 40 руб. 12 коп. + 126 руб. 77 коп. + 29 руб. 03 коп.;
- 8) 1567 руб. 45 коп. + 396 руб. 19 коп. + 1203 руб. 09 коп. + 770 руб. 46 коп.

9. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ СЛОЖЕНИЕМ.

Основными (простыми) задачами называются задачи, для решения которых нужно произвести только одно арифметическое действие.

1. Найти сумму нескольких чисел.

Задача. В I классе—41 учащийся, во II—37 учащихся, в III—35 учащихся и в IV—42 учащихся. Сколько всего учащихся?

Решение. $41 + 37 + 35 + 42 = 155$ (уч.)

2. Увеличить число на несколько единиц.

Задача. На приобретение книг для библиотеки было отпущено в прошлом году 1409 руб., а в этом году отпущено на 541 руб. больше. Сколько денег отпущено на приобретение книг в этом году?

Решение. $1409 + 541 = 1950$ (руб.).

Задание 7.

1. Найти сумму чисел:

1) 179 098; 134 992 и 4 037 860;

2) 157 439 698; 47 999 и 8087.

2. Увеличить каждое из чисел: 227; 3049 и 99 989 на 19 758.

3. Площадь одного поля равна 19 га 28 а, площадь второго на 4 га 90 а больше. Чему равна сумма площадей того и другого поля?

4. Составить две основные задачи, решаемые сложением.

Упражнения.

61. Земельный участок состоит из трех частей. Площадь первой части равна 3049 га, площадь второй на 992 га больше, а площадь третьей части равна сумме площадей первых двух частей. Чему равна площадь всего участка?

62. Учащиеся одного класса собрали 760 кг металлического лома, а другого класса — на 260 кг больше. Учащиеся третьего

класса собрали на 50 кг больше того, что было собрано первыми двумя классами вместе. Сколько лома собрали все три класса?

63. Поезд во время следования сделал 3 остановки. Остановки имели продолжительность: 12 мин., 17 мин. и 10 мин. Первый пролет он прошел за 1 час 3 мин., второй — за 58 мин., третий — за 1 час 12 мин., четвертый — за 49 мин. Сколько времени он находился в пути? Сколько времени поезд затратил на остановки?

64. Привести примеры множеств, численность которых равна 0, 1, 2, 3, 4 и 5.

65. Вычислить стоимость всех учебников, какие должен иметь учащийся пятого класса.

66. Книжный ларек в первый день продал книг на 19 руб. 56 коп., а во второй день на 4 руб. 80 коп. больше. На какую сумму продано книг за два дня?

67. Неизвестные цифры слагаемых и суммы обозначены точками:

$$\begin{array}{r}
 1) \quad .84 \\
 + \quad 2..3 \\
 \hline
 6529
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2) \quad 1.5 \\
 + \quad ..17 \\
 \hline
 581. \\
 .0846
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3) \quad 5.17 \\
 + \quad .4.8 \\
 \hline
 681.
 \end{array}$$

Восстановить эти цифры.

68. Все четыре слагаемых имеют одну и ту же цифру единиц. Может ли их сумма оканчиваться той же цифрой?

§ 10. ВЫЧИТАНИЕ.

Решим задачу: «На двух полках 26 книг, на одной из них 12 книг. Сколько книг на другой полке?» (рис. 18).

В этой задаче число 26 есть сумма, одно из слагаемых равно 12, нужно вычислить другое слагаемое. Если его обозначим буквой x , то можно записать: $12 + x = 26$.

26 книг

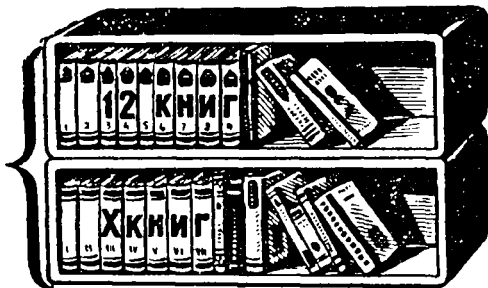


Рис. 18.

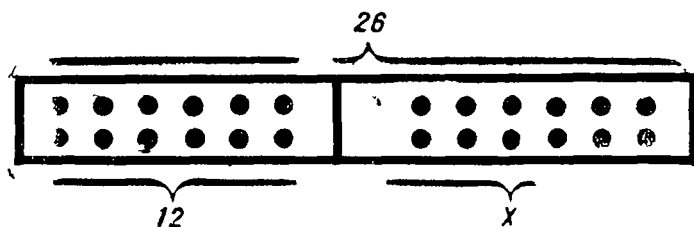


Рис. 19.

Число x можно найти, если в множестве, состоящем из 26 элементов, отсчитать 12 элементов (рис. 19), а затем пересчитать остальные элементы. Отсюда следует, что $x = 14$.

Вычисление неизвестного слагаемого выполняется с помощью действия, которое называется вычитанием. Записывают так:

$$26 - 12 = 14.$$

Определение. *Вычитанием называется арифметическое действие, посредством которого по данной сумме двух слагаемых и одному из них отыскивается другое слагаемое.* Поэтому вычитание называют действием, обратным сложению.

Числа при вычитании носят особые названия.

Определения. *Число, из которого вычитают, называется уменьшаемым. Число, которое вычитают, называется вычитаемым. Результат вычитания называется разностью.*

Запись, обозначающую вычитание, например $26 - 12$, также называют разностью.

1.) ВЫЧИТАНИЕ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ.

Находить результат вычитания с помощью счета затруднительно, так как в случае больших чисел счет отнимает много времени.

Для вычисления разности многозначных чисел надо уметь быстро и безошибочно вычислять разность между однозначными числами, а также между 10 и однозначным числом, например:

$$9 - 7; 8 - 5; 10 - 3; 10 - 5; 10 - 7; 8 - 8.$$

Так же быстро нужно вычислять такие, например, разности:

$$17 - 9; 18 - 9; 14 - 6; 15 - 7; 16 - 7.$$

При письменном вычитании многозначных чисел их записывают так, чтобы цифры одних и тех же разрядов были подписаны друг под другом:

$$\begin{array}{r} 7958 \\ - 3426 \\ \hline 4532 \end{array}$$

Но часто бывает так, что число единиц в данном разряде уменьшаемого меньше числа единиц того же разряда вычитаемого.

Пример.

$$\begin{array}{r} 5438 \\ - 1675 \\ \hline 3763 \end{array}$$

Цифра десятков уменьшаемого меньше цифры десятков вычитаемого. В этом случае нужно одну единицу соседнего, высшего разряда (разряда сотен) выразить в единицах данного разряда (разряда десятков). Единица сотен составляет десять десятков, прибавляем еще 3 десятка, которые имеются в уменьшаемом. Из 13 вычитаем 7, получаем 6 — цифру десятков разности. Так же поступаем при вычитании сотен.

Если уменьшаемое имеет один или несколько нулей, то надо взять единицу того первого высшего разряда, цифра которого отлична от нуля, и выразить ее в единицах низшего разряда.

Примеры.

$$\begin{array}{r} 1) \quad 50\,006 \\ - 17\,238 \\ \hline 32\,768 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2) \quad 1\,000\,000 \\ - 730\,892 \\ \hline 269\,108 \end{array}$$

В первом примере берем одну единицу разряда десятков тысяч, выражаем ее в тысячах, получаем 10 тысяч, от этих 10 тысяч берем одну тысячу и выражаем ее в сотнях и т. д. Наконец, взяв один десяток и выразив его в единицах, вычитаем из 16 единиц уменьшаемого 8 единиц вычитаемого. При дальнейшем вычитании разрядных единиц надо помнить, что вместо каждого нуля стоит цифра 9, а вместо 5 стоит цифра 4.

Во втором примере мы берем 1 миллион, выражаем его в сотнях тысяч, от получившихся 10 сотен тысяч берем одну сотню тысяч и выражаем ее в десятках тысяч и т. д. Наконец, вместо последнего нуля (справа) имеем 10 единиц, а вместо остальных нулей имеем цифру 9. Теперь можно вычислить разность.

Если вычитаемое больше уменьшаемого, то результат вычитания нельзя выразить натуральным числом. Например, разность

24—100 нельзя выразить натуральным числом, так как нет такого натурального числа, которое при сложении с числом 100 дало бы число 24. В частности, *невозможно отнять от нуля какое-либо натуральное число.*

Если уменьшаемое и вычитаемое равны, то разность равна нулю:

$$\begin{aligned}30 - 30 &= 0 \\ 0 - 0 &= 0.\end{aligned}$$

Вообще, $a - a = 0$

Если вычитаемое равно 0, то разность равна уменьшаемому:
 $20 - 0 = 20$. Вообще, $a - 0 = a$.

Задание 8.

1. Вычислить разность:

- 1) 78 489 — 40 309; 4) 300 000 — 75 908;
2) 13 005 — 797; 5) 1 000 000 — (12 798 + 175 396).
3) 127 905 — 34 999;

2. Как называются данные и результат действия сложения?
3. Какое действие называется вычитанием?
4. Как называются данные и результат вычитания?

Упражнения.

69. Вычислить разность:

- 1) 3700—1724; 3) 29 070— 3 987; 5) 200 000— 47 921;
2) 10 000—8973; 4) 100 500—72 341; 6) 2 054 070—1 934 795.

70. Вычислить разность.

- 1) 5684 — 4054; 4) 959 959 — 60 000;
2) 50 000 — 9730; 5) 5 000 000 — 1 703 254;
3) 70 596 — 796; 6) 12 658 000 — 4 959 002.

71. Сумма двух чисел 207 340, одно из слагаемых равно 39 775. Найти другое слагаемое.

72. За два дня завод выпустил 37 000 деталей, в первый день было изготовлено 15 876 деталей. Сколько деталей было изготовлено во второй день?

73. С каким числом нужно сложить 8675, чтобы получить 1 000 000?

74. Вычислить разность между наибольшим трехзначным числом и наибольшим двузначным числом.

75. Вычислить разность между наименьшим шестизначным числом и наибольшим четырехзначным числом.

76. В каком случае разность равна уменьшаемому?

§ 12. ПРОВЕРКА СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ.

Проверку сложения и вычитания можно производить, используя определение действия вычитания.

1. Если, например, $27 + 19 = 46$, то $46 - 27 = 19$ и $46 - 19 = 27$. Если из суммы двух слагаемых вычесть одно слагаемое, то должно получиться другое слагаемое.

2. Если, например, $100 - 93 = 7$, то $93 + 7 = 100$. Если сложить вычитаемое и разность, то должно получиться уменьшаемое.

3. Если, например, $248 - 89 = 159$, то $248 - 159 = 89$. Если из уменьшаемого вычесть разность, то должно получиться вычитаемое.

В результате проверки может не получиться числа, о котором сказано в правиле. Это означает, что в одном из вычислений допущена ошибка.

§ 13. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ ВЫЧИТАНИЕМ.

1. По сумме и одному из слагаемых найти другое слагаемое.

Задача. В январе и феврале завод выпустил 2549 тракторов, из них в январе 1278 тракторов. Сколько тракторов выпустил завод в феврале?

Решение. $2549 - 1278 = 1271$ (тракт.).

2. Уменьшить число на несколько единиц.

Задача. Литр воды весит 1 кг, а литр керосину весит на 202 г меньше. Сколько граммов весит 1 л керосину?

Решение. $1000 - 202 = 798$ (г).

3. Вычислить, на сколько одно число меньше или больше другого.

Задача. Один из рабочих изготовил 1235 деталей, а второй 1474 детали. На сколько деталей больше изготовил второй?

Решение. $1474 - 1235 = 239$ (дет.).

Задание 9.

1. Проверить вычитание: $3049 - 726 = 2359$. Если есть ошибка, то выполнить вычитание снова.

2. Вычитаемое 3472, а уменьшаемое 50 007. Вычислить разность и проверить результат.

3. Сумма двух чисел 300 041, одно из слагаемых 2397. Вычислить другое слагаемое.

4. Уменьшить 200 000 на 5471.

5. Какое из чисел больше и на сколько: 300 705 или 1 000 000?
6. Измерить длину и ширину обложки тетради в миллиметрах и вычислить, на сколько одна из величин больше или меньше другой.

Упражнения.

77. Вычислить разность чисел:

- 1) 3475 и 978; 3) 457 296 и 43 079;
2) 13 470 и 9698; 4) 280 400 и 59 590.

Проверить результаты.

78. Вычислить разность между суммой чисел 42 795 и 3795 и их разностью.

79. К началу рабочего дня в кассе было 247 руб. 31 коп. В течение дня поступило в кассу 547 руб. 38 коп., а выдано 409 руб. 74 коп. Сколько денег осталось в кассе к концу рабочего дня?

80. Вычислить

- 1) $100\,000 - 9592 + 721$; 3) $1\,700\,571 - 50\,798 - 103\,729$;
2) $13\,459 + 741 - 8971$; 4) $52\,873\,900 - 872\,560 - 4253$.

81. Проверить вычисление разности

- 1) $50\,079 - 37\,289 = 12\,890$; 3) $327\,591 - 27\,351 = 300\,240$.
2) $100\,503 - 49\,507 = 50\,996$;

Если есть ошибка, то выполнить вычитание снова.

82. Какое из чисел больше и на сколько: 700 501 или 200 004?

83. Длина одного провода равна 12 м 80 см а длина другого на 3 м 90 см меньше. Чему равна длина обоих проводов?

84. Ширина прямоугольника меньше длины на 22 м. Чему равна площадь прямоугольника, если длина его составляет 222 м?

85. Какая из величин больше и на сколько: 1 га или 579 кв. м?

86. Сумма двух чисел равна 1 000 000. Одно из них 908 705. Чему равно другое число?

87. Длина ящика 92 см, ширина на 1 дм, а высота на 52 см меньше длины. Вычислить его объем в кубических сантиметрах.

88. Разность двух чисел равна нулю. Одно из них равно 5 400 002. Чему равно другое число?

89. Найти неизвестное число x , если

$$1) x + 4981 = 55\,700,$$

$$2) x - 739 = 1\,000,$$

$$3) 45\,000 - x = 8\,729.$$

При вычислении использовать определение действия вычитания.

§ 14. ВЫЧИТАНИЕ НА СЧЕТАХ.

Если надо из 432 вычесть 275, то вычитание начинают выполнять со старших разрядов. От четырех косточек на проволоке сотен отбрасываем направо две косточки, т. е. вычитаем две сотни. При вычитании 7 десятков поступают иначе, так как в уменьшаемом только 3 десятка. Вычитают 7 десятков из сотни, для этого отбрасывают одну косточку направо на проволоке сотен, а три косточки ($10 - 7 = 3$) добавляют к числу десятков. Подобно этому поступают при вычитании 5 единиц: отбрасывают направо на проволоке десятков одну косточку и добавляют пять косточек к двум на проволоке единиц.

Этим приемом часто пользуются при письменных и устных вычислениях. При вычислении разности

$$\begin{array}{r} 432 \\ - 275 \\ \hline 157 \end{array}$$

можно рассуждать так: от 2 единиц нельзя отнять 5 единиц; возьмем один десяток и отнимем от него 5 единиц, получим 5 единиц, да еще в уменьшаемом есть 2 единицы, следовательно, число единиц разности равно 7. От 2 десятков нельзя отнять 7 десятков, возьмем одну сотню уменьшаемого и выразим ее в десятках. отнимем от 10 десятков 7 десятков, получим 3 десятка, да в уменьшаемом есть еще 2 десятка, следовательно, всего будет 5 десятков. Остается от числа сотен уменьшаемого отнять число сотен вычитаемого.

Задание 10.

Выполнить вычитание на счетах, результаты проверить письменно:

$$1) 87 - 52; \quad 4) 750 - 387; \quad 7) 1526 - 129 - 658;$$

$$2) 984 - 753; \quad 5) 2023 - 1786; \quad 8) 38\,354 - 9869 - 12\,345.$$

$$3) 5996 - 805; \quad 6) 40\,542 - 9568;$$

Упражнения.

Выполнить вычитание на счетах, результаты проверить письменно:

90.

- | | |
|---------------------|--------------------------------|
| 1) 758 — 243; | 6) 845 435 — 65 709; |
| 2) 6256 — 5024; | 7) 100 054 — 8975; |
| 3) 842 — 758; | 8) 1856 — 298 — 343; |
| 4) 7320 — 5653; | 9) 44 455 — 5386 — 19 898; |
| 5) 28 520 — 19 619; | 10) 1 230 540 — 76 658 — 8940. |

91.

- 1) 26 руб. 28 коп. — 14 руб. 23 коп.;
- 2) 459 руб. 65 коп. — 244 руб. 24 коп.;
- 3) 756 руб. 24 коп. — 547 руб. 08 коп.;
- 4) 1225 руб. 09 коп. — 695 руб. 14 коп.;
- 5) 6254 руб. 15 коп. — 3586 руб. 78 коп.;
- 6) 524 руб. 50 коп. — 15 руб. 64 коп. — 408 руб. 07 коп.;
- 7) 4120 руб. 00 коп. — 753 руб. 40 коп. — 82 руб. 43 коп. — 1527 руб. 05 коп.;
- 8) 32 563 руб. 17 коп. — 184 руб. 28 коп. — 756 руб. 10 коп. — 2038 руб. — 24 810 руб. 79 коп.

92. Выполнить действия на счетах:

- 1) $184 - 72 - 83$;
- 2) $1596 + 839 - 592 + 101$;
- 3) $7984 - 195 - 859 + 4061$;
- 4) $56 785 + 5678 - 6785 - 678$;
- 5) $942 - 549 - 84 + 409 - 695$;
- 6) 15 руб. 43 коп. — 8 руб. 72 коп. + 51 руб. 07 коп. — 35 руб. 77 коп.;
- 7) 845 руб. 03 коп. + 45 руб. 99 коп. — 185 руб. 79 коп. — 54 руб. 03 коп.;
- 8) 1283 руб. 80 коп. — 109 руб. 90 коп. — 968 руб. 13 коп. + 49 руб. 56 коп.

§ 15. УМНОЖЕНИЕ.

Часто при сложении нескольких чисел бывает так, что все слагаемые — одинаковые числа. Например:

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5.$$

В таком случае сумму вычисляют посредством умножения. Вы знаете что пользуясь знаком умножения, можно записать:

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 5 \times 6,$$

или

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 5 \cdot 6.$$

В записи 5×6 , или $5 \cdot 6$, число 5 означает слагаемое, а 6 — число таких слагаемых.

Определения. 1. Умножением называется арифметическое действие, посредством которого по данному слагаемому и числу таких слагаемых находят их сумму.

Например: $5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5$. Или $0 \cdot 4 = 0 + 0 + 0 + 0$.

2. Число, которое умножают, называется множимым.

3. Число, на которое умножают, называется множителем.

4. Множимое и множитель называются сомножителями.

5. Результат умножения называется произведением.

Запись, обозначающую умножение, например $5 \cdot 3$, также называют произведением.

Первое определение можно применить для умножения только на натуральное число, большее единицы. Число слагаемых не может равняться ни 1, ни 0. Поэтому надо дополнительно дать определения произведения числа на 1 и на 0.

6. Произведение любого числа на 1 равно самому числу.

Например: $8 \cdot 1 = 8$; $10 \cdot 1 = 10$. Вообще, $a \cdot 1 = a$. Такое определение принято для того чтобы можно было записать: $8 \cdot 1 = 1 \cdot 8$ и т. п.

7. Произведение любого числа на нуль равно нулю.

Например: $5 \cdot 0 = 0$; $1 \cdot 0 = 0$; $0 \cdot 0 = 0$. Вообще, $a \cdot 0 = 0$. Следовательно, $a \cdot 0 = 0 \cdot a$.

Кроме произведения двух чисел, можно вычислять произведения трех и более чисел. Разъясним что следует понимать под произведением любого числа сомножителей.

Если число сомножителей больше двух, например $3 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 4$, то в этом случае произведением называют число, которое получается, если умножить первое число на второе, полученный результат умножить на третье число и так далее.

Например, для вычисления произведения $3 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 4$ надо 3 умножить на 12, полученное произведение 36 умножить на 5 и последнее произведение 180 умножить на 4:

$$3 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 4 = 36 \cdot 5 \cdot 4 = 180 \cdot 4 = 720.$$

ЗАКОНЫ УМНОЖЕНИЯ.

1. На рисунке 20 изображен прямоугольник, разделенный на одинаковые квадраты. В одном горизонтальном ряду 9 квадратов, а всего таких рядов 6. следовательно, общее число квадратов равно: $9 \cdot 6$.

Можно число их подсчитать иначе: в одном вертикальном ряду 6 квадратов, а таких рядов 9. следовательно, общее число квадратов равно: $6 \cdot 9$.

Число квадратов на рисунке 20 не зависит от способа подсчета. Отсюда следует, что $9 \cdot 6 = 6 \cdot 9$.

Произведение не изменяется от перестановки сомножителей. Это свойство умножения называют **переместительным законом умножения**. С помощью букв его можно записать так:

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

Закон остается справедливым для любого числа сомножителей. Например: $5 \cdot 3 \cdot 4 = 4 \cdot 5 \cdot 3$.

2. На рисунке 21 изображена укладка коробок пластилина. Сначала положили нижний слой коробок, в нем 3 ряда по 4 коробки в каждом, а затем положили на нижний слой еще 5 таких слоев. Так как в нижнем слое 4·3, или 12 коробок, а таких слоев 6, то общее число коробок равно произведению:

$$4 \cdot 3 \cdot 6 = (4 \cdot 3) \cdot 6 = 12 \cdot 6 = 72.$$

Можно вычислить общее число коробок иначе: в одном вертикальном слое 3·6, или 18, коробок, а таких слоев 4. Следовательно, $4 \cdot 3 \cdot 6 = 4 \cdot (3 \cdot 6)$.

Произведение нескольких сомножителей не изменится, если некоторые из них объединить в группы, произведи умножение в каждой группе и полученные результаты перемножить

Это свойство умножения называют **сочетательным законом умножения**.

Запишем его в буквенном виде:

$$a \cdot b \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

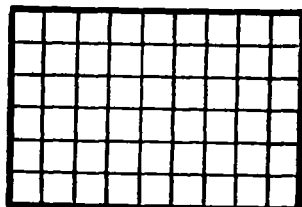


Рис. 20.

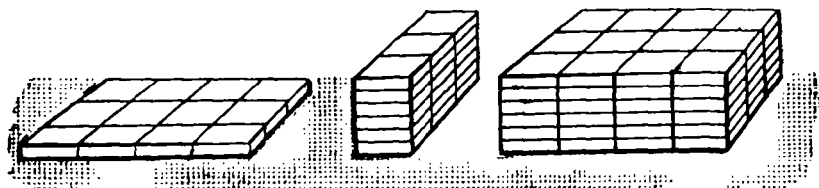


Рис. 21.

Закон верен для любого числа сомножителей.

3. Чтобы понять третий закон умножения, рассмотрим задачу: «В магазине были коробки цветных карандашей двух сортов, в одних по 5, а в других по 12 карандашей. Приобрели по 3 коробки каждого сорта. Как можно вычислить, сколько всего куплено цветных карандашей?»

На рисунке 22 изображены эти коробки и сделаны вычисления. Можно записать, что

$$(5 + 12) \cdot 3 = 5 \cdot 3 + 12 \cdot 3.$$

Отсюда следует, что при умножении суммы на число можно умножать каждое слагаемое на это число. Это свойство умножения верно для любого числа слагаемых, его называют **распределительным законом**:

Чтобы умножить сумму на какое-либо число, можно каждое слагаемое умножить на это число и полученные результаты сложить.

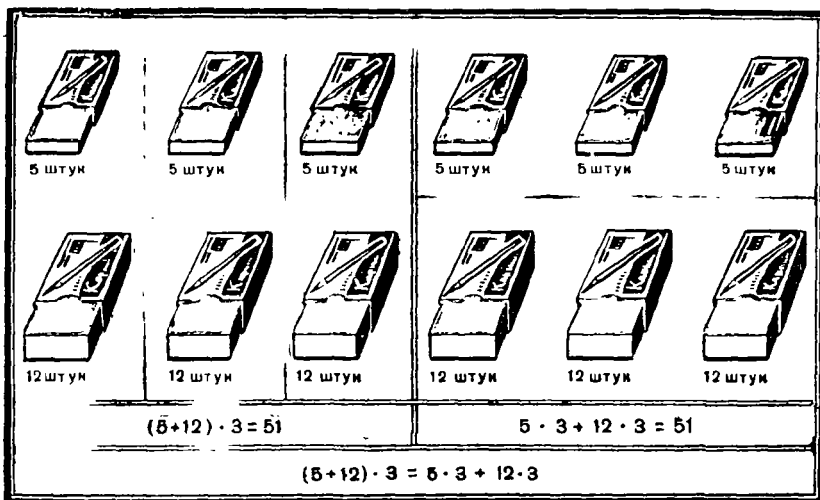


Рис. 22.

С помощью букв распределительный закон запишем так:

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

Обычно знак умножения между буквами не пишут, а поэтому распределительный закон можно записать проще:

$$(a + b)c = ac + bc$$

Задание 11.

1. Как можно вычислить сумму 29 слагаемых, каждое из которых равно 817?
2. Какие законы умножения следует использовать при вычислении произведения $5 \cdot 379 \cdot 2$?
3. Вычислить произведение $2751 \cdot 348 \cdot 0$.
4. Что значит умножить какое-либо число на натуральное число, отличное от 1?
5. Чему равно произведение любого числа на 1? на 0?

Упражнения.

93. Вычислить сумму 15 слагаемых, каждое из которых равно 58.

94. Найти произведения: 1) суммы чисел 478 и 477 на их разность; 2) суммы чисел 568 и 568 на их разность; 3) разности чисел 999 и 998 на их сумму; 4) разности чисел 791 и 791 на их сумму

95. Вычислить произведения:

- | | |
|----------------------------------|---|
| 1) $(676 - 139 - 176) \cdot 1$; | 4) $(453 - 72 + 628) \cdot 0$; |
| 2) $(924 - 295 + 76) \cdot 1$; | 5) $0 \cdot 1 \cdot (671 - 392 + 81)$; |
| 3) $498 \cdot 512 \cdot 0$; | 6) $(4739 - 1278) \cdot (500 - 500)$. |

96. Какие законы умножения следует применить при вычислении произведений:

- | | |
|-----------------------------|---|
| 1) $4 \cdot 956 \cdot 25$; | 3) $200 \cdot 13 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$, |
| 2) $5 \cdot 97 \cdot 20$; | 4) $125 \cdot 17 \cdot 8$? |

Вычислить эти произведения.

97. Удвоить числа: 507 3920 и 75 739.

98. Утроить числа: 909; 4890 и 10 139.

17) УМНОЖЕНИЕ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ.

Умножение чисел с помощью сложения производить затруднительно, на это приходится затрачивать много времени.

Умножение многозначных чисел выполняют, используя таблицу умножения однозначных чисел и законы умножения.

1. Один из сомножителей — число, изображаемое единицей с одним или несколькими нулями.

$37 \cdot 10 = 10 \cdot 37 = 370$, так как в 37 десятках 370 единиц.

$572 \cdot 100 = 100 \cdot 572 = 57\,200$, так как 572 сотни составляет 57 200. Чтобы найти произведение двух чисел, одно из которых изображается единицей с одним или несколькими нулями, достаточно приписать к другому числу справа столько нулей, сколько их в первом числе.

Примеры: 1) $243 \cdot 1000 = 243\,000$; 3) $5000 \cdot 100 = 500\,000$.

2) $100 \cdot 602 = 60\,200$;

2. Умножение многозначного числа на однозначное.

При письменном вычислении произведения многозначного числа на однозначное нужно подписать однозначное число под единицами многозначного числа и применить распределительный закон умножения:

$$\begin{array}{r} \times 438 \\ 7 \\ \hline 3066 \end{array}$$

Нужно уметь записывать этот случай умножения в строчку:

$$438 \cdot 7 = 3066.$$

При умножении однозначного числа на многозначное следует использовать переместительный закон умножения

Например: $8 \cdot 927 = 927 \cdot 8 = 7416$.

3. Умножение многозначного числа на число, все цифры которого, кроме первой, нули.

Пример.

$$\begin{array}{r} \times 438 \\ 700 \\ \hline 30\,6600 \end{array}$$

Сначала умножаем, не обращая внимания на нули, содержащиеся во множителе. Затем к результату приписываем справа столько нулей, сколько их содержит множитель.

4. Умножение многозначного числа на многозначное.

В этом случае данные числа записывают одно под другим, причем, пользуясь переместительным законом, берут множителем то число, у которого меньше цифр. Например, при умножении 134 на 2759 пишут:

$$\begin{array}{r} 2759 \\ \times 134 \\ \hline 11036 \\ 8277 \\ 2759 \\ \hline 369706 \end{array}$$

При умножении на 134 множитель представляем как сумму $4 + 30 + 100$ и применяем распределительный закон:

$$2759 \cdot (4 + 30 + 100) = 11\,036 + 82\,770 + 275\,900.$$

Первое произведение $2759 \cdot 4 = 11\,036$ подписываем под первой чертой. Вместо второго произведения $2759 \cdot 30 = 82\,770$ вычисляем произведение $2759 \cdot 3 = 8277$. Оно выражает количество десятков, а поэтому записываем его под первым произведением так, чтобы последняя цифра 7 была подписана под цифрой десятков 3. Вместо третьего произведения $2759 \cdot 100 = 275\,900$ вычисляем произведение $2759 \cdot 1$ и записываем так, чтобы последняя его цифра оказалась в столбце разряда сотен. После этого складываем записанные таким образом произведения.

5. Особые случаи умножения.

1) Множитель имеет один или несколько нулей между другими цифрами.

Пример.

$$\begin{array}{r} 3751 \\ \times 204 \\ \hline 15004 \\ 7502 \\ 0 \\ \hline 765204 \end{array}$$

В этом примере второе произведение ($3751 \cdot 0$) равно нулю, а поэтому его не записывают. Первую справа цифру третьего произведения, т. е. цифру 2, надо записать под цифрой сотен первого произведения.

2) Сомножитель имеет один или несколько нулей подряд справа. Умножение в этом случае выполняют так:

$$\begin{array}{r} 1) \quad \times \quad 13700 \\ \quad \quad 21 \\ \hline \quad \quad 137 \\ \quad \quad 274 \\ \hline \quad 287700 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2) \quad \times \quad 12000 \\ \quad \quad 3900 \\ \hline \quad \quad 108 \\ \quad \quad 36 \\ \hline \quad 46800000 \end{array}$$

Эти записи показывают, что при умножении чисел, оканчивающихся нулями, достаточно произвести умножение, не обращая внимания на эти нули, и к полученному произведению приписать справа столько нулей, сколько их имеется в конце того и другого сомножителя вместе.

Задание 12.

1. Вычислить:

- 1) 2735·1000; 3) 798·69; 5) 3009·908;
2) 1253·600; 4) 125·5358; 6) 100·357·70 900.

2. Вычислить сумму и произведение чисел 907 и 867.

Упражнения.

99. Вычислить произведения:

- 1) 5008·9; 5) 8000·4067; 8) 720·408;
2) 27 016·79; 6) 7090·504; 9) 57 000·909;
3) 547·10 000; 7) 337·807; 10) 205·205.
4) 3526·800;

100. Вычислить произведения:

- 1) 4 507 203·8; 5) 600·5004; 8) 1728·860;
2) 73·100; 6) 89·7009; 9) 3071·5006;
3) 300·796; 7) 60·1507; 10) 79·79·79.
4) 275·807;

101. Сколько секунд содержится в 30 сутках? в 100 сутках?

102. Сколько квадратных метров содержат 57 га? 209 га?

103. Сколько кубических сантиметров содержится в 209 куб. м?
в 456 куб. м?

104. Вычислить произведение суммы чисел 1247 и 235 на их разность.

105. Вычислить произведение наибольшего трехзначного числа на сумму чисел 507 и 163.

106. Вычислить: 1) площадь квадрата со стороной 365 см; 2) площадь прямоугольника со сторонами 40 см и 23 дм.

107. Вычислить: 1) объем куба с ребром 58 дм; 2) объем куба с ребром 1 дм 2 см.

108. Восстановить цифры, обозначенные точками:

$$\begin{array}{r}
 1) \quad \times \begin{array}{r} . . 5 \\ 1 . . \end{array} \\
 \hline
 2 . . 5 \\
 13 . 0 \\
 . 2 . \\
 \hline
 4 . 7 7 .
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2) \quad \begin{array}{r} . . 1 . \\ \times 3 . 2 \end{array} \\
 \hline
 . 3 . \\
 4 . 0 \\
 6 . 5 \\
 \hline
 . . 2 . 0
 \end{array}$$

109. Сколько цифр может содержаться в результате умножения двух трехзначных чисел?

18. ПРОВЕРКА УМНОЖЕНИЯ.

Проверка умножения производится с помощью переместительного закона: переставив сомножители и произведя вычисление вновь, мы должны получить тот же результат

Если при проверке получается другой результат, то это означает, что в одном из вычислений допущена ошибка. В таком случае надо вновь выполнить оба вычисления, так как ошибка может содержаться и в том и в другом вычислении или в одном из них.

Пример. Проверяя вычисление $37 \cdot 92 = 3414$, получили, что $92 \cdot 37 = 3304$. Очевидно, что где-то допущена ошибка. Оказывается, что оба произведения вычислены неверно. На самом деле каждое из них равно 3404.

19. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ УМНОЖЕНИЕМ.

1. Найти сумму одинаковых слагаемых.

Задача. Первый советский искусственный спутник Земли совершил вокруг нее 1400 оборотов. За каждый оборот он пролетал в среднем 42 860 км. Сколько всего километров пролетел этот спутник?



Рис. 23

неверно, то найти правильные результаты.

2. Число 479 увеличить на 509. Число 479 увеличить в 509 раз.
3. Вычислить площадь прямоугольника, если его стороны равны 72 см и 1 м 39 см.
4. Составить две основные задачи на увеличение числа, решаемые одна с помощью сложения, а другая с помощью умножения.

Упражнения.

110. Вычислить произведения:

- 1) 2 т 547 кг · 10;
- 2) 457 куб. дм · 1000;
- 3) 5 час. 36 мин. · 15;
- 4) 1 га 2 а · 100.

Решение. $42\ 860 \cdot 1400 = 60\ 000\ 400$ (км), т. е. приближенно 60 млн. км.

2. Увеличить число в несколько раз.

Задача. Средняя скорость пешехода 5 км в час, а средняя скорость пассажирского самолета в 90 раз больше. Какова средняя скорость пассажирского самолета?

Решение. $5 \cdot 90 = 450$ (км в час).

Замечание. Следует различать выражения: «Увеличить число на несколько единиц» и «Увеличить число в несколько раз».

Используя рисунок 23, запомните разницу в вычислениях при решении этих основных задач.

Задание 13.

1. Проверить вычисления:
1) $73 \cdot 509 = 4307$; 2) $102 \cdot 86 = 9266$.

Если вычисления выполнены

111. Вычислить произведения.

- 1) 12 мин. 36 сек. · 50; 3) 4 кв. дм 10 кв. см · 10 000;
2) 25 кг 300 г · 60; 4) 12 куб. м 25 куб. дм · 1000.

112. Вычислить произведения и сделать проверку:

- 1) 97 · 8; 3) 2750 · 39, 5) 153 · 8073.
2) 32 000 · 507. 4) 27 · 3409;

113. Вычислить площадь листа фанеры, размеры которого равны 1050 мм × 870 мм. Какую площадь можно обить 26 листами такой фанеры?

114. Пенсионер получает в месяц 81 руб. 15 коп. пенсии. Вычислить его годовую пенсию

115. Два поезда вышли одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 360 км. Первый идет со средней скоростью 50 км в час, а другой проходит в час на 20 км больше. Через сколько часов после выхода они встретятся?

116. Длина одного участка прямоугольной формы равна 425 м, а ширина на 75 м меньше. Длина и ширина другого участка в 8 раз больше, чем у первого. На сколько больше площадь второго участка, чем площадь первого?

117. Три звена пионеров убирали огурцы. Первое звено собрало 1240 кг огурцов, второе на 375 кг больше, а третье собрало в 3 раза больше, чем первое. На сколько больше собрало третье звено, чем второе?

118. Расстояние между двумя городами 739 км. Из того и другого города вышли одновременно навстречу друг другу два поезда. Один из них делает в среднем 52 км в час, а другой на 8 км меньше. На каком расстоянии друг от друга будут поезда через 1 час после выхода? Каково будет расстояние между ними через 10 час. после выхода?

119. Как можно быстро умножить многозначное число на 9 и на 99, используя вычитание? Показать на примерах:

$$72\,492 \cdot 9; \quad 8004 \cdot 99.$$

2) ДЕЛЕНИЕ.

Задача. Площадь прямоугольника равна 105 кв. м, а ширина его равна 5 м. Чему равна длина этого прямоугольника?

Решение. Обозначим длину буквой x . Известно, что площадь прямоугольника равна произведению его длины на ширину. Следовательно, можно записать, что

$$x \cdot 5 = 105.$$

Таким образом, наша задача сводится к следующему: найти неизвестный сомножитель, зная, что произведение равно 105, а другой сомножитель равен 5. Неизвестное число $x = 21$, так как $21 \cdot 5 = 105$. Длина прямоугольника равна 21 м.

Итак, мы выполнили новое арифметическое действие. Его называют делением и записывают так:

$$105 : 5 = 21.$$

Определения. 1. *Деление есть действие, посредством которого по данному произведению двух сомножителей и одному из них находят другой сомножитель.* Деление — действие, обратное умножению.

2. *Число, которое делят, называется делимым.*

3. *Число, на которое делят, называется делителем.*

4. *Результат деления называется частным.*

Запись, обозначающую деление, например $105 : 5$, также называют частным.

Действие деления для натуральных чисел часто бывает невыполнимым. Например, нельзя выразить натуральным числом частное $5 : 8$ или частное $23 : 5$. В таких случаях применяют другое действие, которое называют делением с остатком.

Пример.

$$\begin{array}{r} 372 \quad | \quad 52 \\ 364 \quad \underline{} \\ 8 \end{array}$$

В этом примере число 372 называют делимым, 52 — делителем, 7 — частным, а 8 — остатком. Остаток всегда меньше делителя. При делении с остатком делимое равно делителю, умноженному на частное, плюс остаток: $372 = 52 \cdot 7 + 8$.

Если остаток окажется равным нулю, то вместо деления с остатком получим обычное деление (без остатка).

§ 21. ДЕЛЕНИЕ НУЛЯ И ДЕЛЕНИЕ НА НУЛЬ.

1. Деление нуля на число, которое не равно нулю.

Если, например, надо найти $x = 0 : 7$, то это означает, что надо найти такое число, которое после умножения на 7 дало бы нуль.

$$x \cdot 7 = 0.$$

Это равенство выполняется только при $x = 0$, а поэтому $0 : 7 = 0$.

Если делимое равно нулю, а делитель не равен нулю, то частное равно нулю.

2. Деление числа на нуль.

Найти частное $12 : 0$ — значит найти такое число x , чтобы

$$0 \cdot x = 12$$

Но такого числа нет, так как произведение нуля на любое число равно нулю.

Найти частное $0 : 0$ — значит найти такое число x , чтобы

$$0 \cdot x = 0$$

Так как произведение нуля на любое число равно нулю, то неизвестное число x может быть любым числом. Такой случай деления исключается. Отсюда следует, что делить на нуль нельзя.

§ 22. ДЕЛЕНИЕ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ.

Деление многозначных чисел производится путем постепенного подбора цифр частного.

$$\begin{array}{r} 109687 \quad | \quad 437 \\ \underline{874} \\ 2228 \\ \underline{2185} \\ 437 \\ \underline{437} \\ 0 \end{array}$$

Сначала в делимом отделяем слева наименьшее число, которое будет больше делителя или равно ему. В данном примере таким числом будет 1096. Так как это число выражает сотни делимого (цифра 6 — цифра сотен), то первая цифра частного (цифра 2) является цифрой сотен. Следовательно, частное — трех-

значное число. Умножаем 437 на 2, получаем 874. Из 1096 (сотен) вычтем 874 (сотни), получаем разность 222 (сотни). Выражая 222 сотни в десятках и прибавляя 8 десятков делимого, получаем остаток 2228 десятков. Этот остаток делим на 437, чтобы узнать цифру десятков частного. Таким же образом найдем цифру единиц частного.

При делении необходимо следить за тем, чтобы разность после вычитания была меньше делителя. Если разность окажется больше делителя (или равна ему), то это означает, что цифра частного найдена неправильно, ее необходимо заменить большей по значению. Если остаток, выраженный в единицах следующего, низшего разряда, окажется меньше делителя, то в частном на месте этого разряда надо поставить нуль.

Пример.

$$\begin{array}{r|l} 1407159 & 351 \\ \underline{1404} & 4009 \\ & 3159 \\ & \underline{3159} \\ & 0 \end{array}$$

Первая цифра частного 4 является цифрой тысяч. Следовательно, частное — четырехзначное число. Первая разность равна 3 тысячам; выражая ее в сотнях и прибавляя 1 сотню делимого, получаем 31 сотню, но 31 меньше 351, а потому на месте сотен частного ставим цифру 0. Выражаем 31 сотню в десятках и, зная, что в делимом есть 5 десятков, получаем всего 315 десятков, но 315 меньше 351, следовательно, в частном на месте десятков тоже надо поставить цифру 0. После этого находим цифру единиц частного.

Рассмотрим случай деления, когда делимое оканчивается одним или несколькими нулями.

$$\begin{array}{r|l} 1287000 & 234 \\ \underline{1170} & 5500 \\ & 1170 \\ & \underline{1170} \\ & 0 \end{array}$$

При вычитании сотен получается разность, равная нулю. Так как в делимом цифры десятков и единиц — нули, то в частном достаточно поставить нули в разрядах десятков и единиц.

Рассмотрим случай деления, когда делимое и делитель оканчиваются нулями.

$$\begin{array}{r}
 538500 \quad | \quad 1500 \\
 \underline{4500} \quad \quad 359 \\
 8850 \\
 \underline{7500} \\
 13500 \\
 \underline{13500} \\
 0
 \end{array}$$

Запись деления можно значительно упростить, а иногда можно частное вычислить устно.

Так как делимое 538 500 равно 5385 сотням, а делитель равен 15 сотням, то можно записать:

$$\begin{array}{r}
 5385 \quad | \quad 15 \\
 \underline{45} \quad \quad 359 \\
 88 \\
 \underline{75} \\
 135 \\
 \underline{135} \\
 0
 \end{array}$$

Результат получился тот же.

Другой пример: $2\,520\,000 : 9000 = 2520 : 9 = 280$. Если делимое и делитель оканчиваются нулями, то до выполнения деления можно отбросить от каждого из них по одинаковому количеству нулей, а затем разделить полученные числа.

Если производится деление с остатком, то надо помнить, что при отбрасывании нулей остаток уменьшается во столько раз, во сколько уменьшили делимое и делитель.

Пример. При делении 151 000 на 7000 получаем в частном 21 и в остатке 4000, а при делении 151 на 7 получаем в частном то же число 21, а в остатке 4.

Задание 14.

1. Произведение двух чисел равно 79 002, одно из них 378. Вычислить другое.

2. Найти частное от деления первого числа на второе:

1) 287 966 и 938; 2) 531 и 531; 3) 760 665 и 95; 4) 0 и 4000.

3. Как называются данные и результат деления?

4. Можно ли делить число на нуль?

5. Можно ли делить нуль на число, не равное нулю?

Упражнения.

120. Вычислить частное:

- 1) $376\,479 : 531$; 5) $99\,104 : 76$; 8) $0 : 507$;
2) $774\,900 : 3780$; 6) $4\,508\,130 : 57$; 9) $1281 : 1281$;
3) $840\,000 : 6000$; 7) $3\,295\,060 : 67$; 10) $56\,380 : 1$.
4) $1\,594\,786 : 398$;

121. Вычислить частное:

- 1) $1\,533\,750 : 375$; 5) $988\,610 : 29$; 8) $0 : 409$;
2) $1\,072\,500 : 3900$; 6) $3\,633\,360 : 48$; 9) $105 : 105$;
3) $393\,900 : 505$; 7) $7\,797\,853 : 79$; 10) $59\,002 : 59\,002$.
4) $826\,200 : 2700$;

122. Вычислить частное:

- 1) 25 кв. м 10 кв. дм : 2; 3) 25 куб. м 101 куб. дм : 3.
2) 23 часа 40 мин. : 10;

123. Вычислить частное:

- 1) 12 кв. м 15 кв. дм : 5; 3) 40 куб. м 200 куб. дм : 6.
2) 14 час. 50 мин. : 10;

124. 1) Площадь прямоугольного участка земли равна 2520 кв. м, его длина 90 м, вычислить ширину участка.

2) Площадь классной доски равна 350 кв. дм, ее ширина 140 см. Найти длину доски.

125. В 1965 г. в СССР намечено выработать 10 млн. т сахара-песка из сахарной свеклы. Сколько понадобится мешков и вагонов для перевозки этого количества сахара, если каждый мешок вмещает 80 кг, а каждый вагон 16 т?

23. ПРОВЕРКА УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ.

Проверку умножения и деления можно производить, используя определение действия деления.

1. Если $48 \cdot 67 = 3216$, то $3216 : 48 = 67$ и $3216 : 67 = 48$.

Если произведение двух сомножителей разделить на один из них, то должен получиться другой сомножитель.

2. Если $2461 : 23 = 107$, то $23 \cdot 107 = 2461$.

При умножении делителя на частное должно получиться делимое.

3. Если $2461 : 23 = 107$, то $2461 : 107 = 23$.

При делении делимого на частное должен получиться делитель.

Замечание 1. При проверке деления с остатком делимое должно равняться произведению делителя на частное плюс остаток (§ 20).

Замечание 2. В результате проверки может не получиться числа, о котором сказано в правиле. Это означает, что в одном из вычислений допущена ошибка. В заключение рассмотрим пример, когда проверка приводит к неверному выводу. Учащийся записал вычисление и его проверку таким образом:

$$\begin{array}{r} 76 \\ 34 \\ \hline 344 \\ 228 \\ \hline 2624 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2624 \mid 34 \\ 242 \quad \underline{} \\ 204 \\ 204 \\ \hline 0 \end{array}$$

Он решил, что вычисление выполнено верно. Однако учащийся ошибся, считая оба раза, что $7 \cdot 4 = 32$. Верный результат равен 2584.

Отсюда следует, что нельзя быть вполне уверенным в правильности вычисления даже в том случае, когда при проверке получается число, указываемое в правиле. Надо при вычислениях быть очень внимательным и выполнять их так, чтобы можно было поручиться за их правильность.

24. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ ДЕЛЕНИЕМ.

1. По произведению и одному из сомножителей вычислить другой сомножитель.

Задача. Площадь прямоугольника равна 2432 кв. м длина его 64 м. Вычислить ширину прямоугольника.

Решение. Так как площадь прямоугольника равна произведению его длины на ширину, то в этой задаче требуется найти неизвестный сомножитель (ширину), если известны произведение (площадь) и другой сомножитель (длина).

Обозначив ширину через x , запишем:

$$64 \cdot x = 2432.$$

По определению действия деления имеем:

$$x = 2432 : 64, \text{ или } x = 38 \text{ м.}$$

2. Уменьшить число в несколько раз.

Задача. Предельный возраст сосны равен приблизительно 750 годам, а предельный возраст березы в 5 раз меньше. Определить предельный возраст березы.

Решение. $750 : 5 = 150$ (лет).

3. Вычислить, сколько раз одно число содержится в другом.

Задача. В колхозе имеется 250 т пшеницы. Сколько надо сделать рейсов 5-тонной машине, чтобы перевезти эту пшеницу на элеватор?

Решение. $250 : 5 = 50$ (рейсов).

4. Разделить число на равные части.

Задача. Разделить 192 яблока поровну между 48 детьми. Сколько яблок получит каждый ребенок?

Решение. $192 : 48 = 4$ (ябл.).

5. Вычислить, во сколько раз одно число больше или меньше другого.

Задача. Среднее расстояние от Земли до Солнца равно приблизительно 150 000 000 км, а среднее расстояние от Земли до Луны равно примерно 400 000 км. Во сколько раз расстояние от Земли до Солнца больше, чем расстояние от Земли до Луны?

Решение. $150\,000\,000 : 400\,000 = 375$ (раз).

Замечание. Следует различать выражения: «Уменьшить число на несколько единиц» и «Уменьшить число в несколько раз». Используя рисунок 24, запомните разницу в вычислениях при решении этих основных задач.

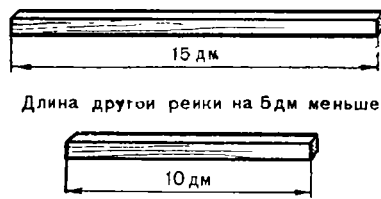
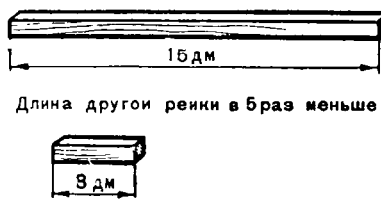
Задание 15.

1. Проверить частные, если они вычислены неверно, то найти правильный результат

1) $69\,993 - 77 = 99$,

3) $639\,158\,000 - 79\,300 = 806$

2) $292\,657 - 73 = 409$,

<p>I. Уменьшить на несколько единиц Длина одной рейки 15 дм</p>  <p>Длина другой рейки на 5 дм меньше</p> <p style="text-align: center;">$15 - 5 = 10$</p>	<p>II. Уменьшить в несколько раз Длина одной рейки 15 дм</p>  <p>Длина другой рейки в 3 раза меньше</p> <p style="text-align: center;">$15 : 3 = 5$</p>
---	--

2 Уменьшить число 189 216 на 27 единиц. Уменьшить это же число в 27 раз.

3. Во сколько раз 426 760 больше, чем 47? На сколько больше 426 760, чем 47?

4. Составить различные основные задачи решаемые делением

Упражнения.

126. Вычислить частное и выполнить проверку:

1) 6 020 000 : 172 000, 2) 107 855 : 583; 3) 136 174 983 : 2569.

127. Вычислить частное и выполнить проверку

1) 2 924 800 : 457; 2) 101 574 : 486, 3) 14 516 608 : 4826

128. При делении некоторого числа на 207 в частном получили 509 и в остатке 89. Какое число делили?

129. При делении 238 200 на 591 в частном получили 43 и в остатке 27. Проверить деление. Если оно выполнено неверно то найти правильный результат

130. Один автоматический станок за 3 часа вырабатывает 11 625 болтов и работает 14 час в сутки. Сколько станков надо, чтобы в сутки вырабатывать 434 тыс болтов?

131. Звук распространяется в воздухе со скоростью около 300 м в сек. Через сколько времени будет слышен звук взрыва который был произведен на расстоянии 35 км 100 м?

132. На какое число x надо умножить 219, чтобы получить 24 528?

133. Какое число меньше 11 881 в 109 раз? Какое число больше 11 881 в 109 раз?

134. 1) Объем прямоугольной плиты равен 2040 куб дм, длина ее 17 дм, а толщина 8 дм. Какова ширина этой плиты?

2) Какую высоту должна иметь прямоугольная коробка вместимостью 2 куб дм, если ее длина 25 см, а ширина 16 см?

135. В вагон погрузили ящики с товаром, всего 16 т 533 кг. Сколько ящиков погрузили в вагон, если каждый ящик с товаром весит 16 кг 500 г?

136. Найти неизвестное число x если известно что.

1) $x \cdot 507 = 95$,

2) $57500 : x = 115$

При решении задачи использовать определение действия деления

137. Несколько мальчиков ловили рыбу. Всего было поймано 75 рыб. Сколько

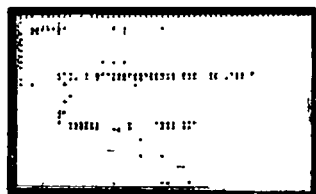


Рис 25

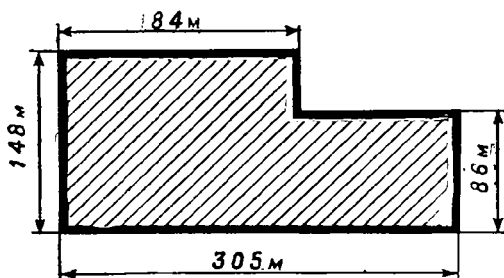


Рис. 26.

139. Вычислить площадь земельного участка в квадратных метрах и в арах (сотках). Размеры участка указаны на рисунке 26.

140. Вычислить в квадратных миллиметрах площадь фигуры, изображенной на рисунке 27.

141. Два участка прямоугольной формы имеют одну и ту же площадь. Первый участок имеет длину 280 м, а ширину 139 м. Вычислить длину второго участка, если его ширина на 99 м меньше ширины первого участка.

142. Контрольное задание.

1) Вычислить сумму, разность и частное чисел 262 870 и 97. Выполнить проверку каждого из действий каким-либо способом.

2) Число 281 увеличено в 19 раз, а 6489 уменьшено в 21 раз. Вычислить произведение получившихся чисел.

3) Длина ребра одного куба равна 4 дм, а длина ребра другого куба на 3 дм 2 см меньше. На сколько больше объем первого куба?

143. Контрольное задание.

1) Вычислить разность, произведение и частное чисел 3063 и 1021. Выполнить проверку каждого из действий.

2) Число 88 352 уменьшено в 88 раз, а число 1078 уменьшено на 88. Найти разность получившихся чисел.

3) Длина ребра одного куба равна 4 см 5 мм, а длина ребра другого куба в 3 раза меньше. На сколько меньше объем второго куба?

144. Контрольное задание.

1) Вычислить произведение суммы чисел 1732 и 1675 на их разность и уменьшить его на 104 199.

2) Наружные размеры ящика: длина 1 м 23 см, ширина 1 м 13 см, высота 82 см. Толщина его стенок 15 мм, а толщина дна ящика 20 мм. Вычислить вместимость этого ящика.

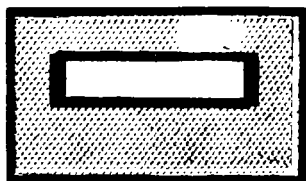


Рис. 27.

было мальчиков, если всем, кроме двух, досталось по 11 рыб, а двум дали по 10 рыб?

138. Измерить с точностью до 1 мм длины сторон прямоугольника, изображенного на рисунке 25. Вычислить его площадь и сумму длин всех сторон (периметр).

3) Какое наибольшее число прямоугольников длиной 20 см и шириной 13 см можно вырезать из листа картона, размеры которого 1 м × 70 см?

ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ДАННЫМИ ЧИСЛАМИ И РЕЗУЛЬТАТАМИ ДЕЙСТВИЙ НАД НИМИ.

I. Сложение. Если $x + 15 = 27$, то по определению действия вычитания можно записать, что

$$x = 27 - 15, \text{ или } x = 12.$$

Чтобы вычислить одно из двух слагаемых, надо из их суммы вычесть другое слагаемое.

Если $a + b = s$, то $a = s - b$ и $b = s - a$.

II. Вычитание. 1. Известно, что $x - 30 = 70$, требуется вычислить уменьшаемое x . Из определения действия вычитания следует, что x есть сумма, а 30 и 70 — слагаемые. Значит,

$$x = 70 + 30, \text{ или } x = 100.$$

Чтобы вычислить уменьшаемое, надо к разности прибавить вычитаемое.

Если $a - b = r$, то $a = r + b$.

2. Найти вычитаемое x , если известно, что $270 - x = 200$. Из определения вычитания следует, что x и 200 — слагаемые, а их сумма равна 270. Можно записать, что

$$x + 200 = 270.$$

По правилу вычисления слагаемого

$$x = 270 - 200, \text{ или } x = 70.$$

Чтобы вычислить вычитаемое, надо из уменьшаемого вычесть разность.

Если $a - b = r$, то $b = a - r$.

III. Умножение. Если $20 \cdot x = 300$, то на основании определения действия деления можно записать, что

$$x = 300 : 20, \text{ или } x = 15.$$

Чтобы вычислить один из двух сомножителей, надо их произведение разделить на другой сомножитель.

Если $ab = p$, то $a = p : b$ и $b = p : a$.

IV. Деление. 1. Вычислить делимое x , если известно, что $x : 5 = 12$.

Из определения деления следует, что x есть произведение, а 5 и 12 — сомножители. Можно записать, что

$$x = 12 \cdot 5, \text{ или } x = 60.$$

Чтобы вычислить делимое, надо частное умножить на делитель.

Если $a : b = t$, то $a = tb$.

2. Вычислить делитель x , если известно, что $40 : x = 5$. На основании определения деления можно записать, что

$$5 \cdot x = 40.$$

Используя правило пункта III, можно вычислить x :

$$x = 40 : 5, \text{ или } x = 8.$$

Чтобы вычислить делитель, надо делимое разделить на частное.

Если $a : b = t$, то $b = a : t$.

Выше было приведено много таких равенств, в которых буква обозначала неизвестное число. Такие равенства называются **уравнениями**.

Решить уравнение — значит найти неизвестное число.

Чтобы решать уравнения, надо уметь применять правила, рассмотренные в этом параграфе. Каждое из правил можно быстро вспомнить, составив несложный пример на данное действие. Например, если вы забыли, как находится вычитаемое, то можно взять такой пример:

$$20 - 3 = 17.$$

Каким действием можно найти вычитаемое 3, зная числа 20 и 17? Очевидно, вычитанием: от 20 надо отнять 17; отсюда становится понятным, что вычитаемое надо вычислять с помощью вычитания, т. е. из уменьшаемого вычесть разность.

Таким же образом можно поступить, если необходимо проверить себя в знании других правил.

Задание 16.

1. Вычислить неизвестное число, обозначенное буквой (решить уравнения):

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| 1) $4039 + x = 1\,000\,000$; | 4) $38\,279 : z = 379$; |
| 2) $15\,000 - y = 4799$; | 5) $72 \cdot x = 36\,360$; |
| 3) $c - 0 = 1729$; | 6) $y : 7009 = 39$. |

Упражнения.

Решить уравнения:

145. 1) $258 + x = 7938$; 3) $7500 + y = 8401$;
 2) $z + 5634 = 10\,000$; 4) $0 + c = 2835$.

146. 1) $x - 542 = 458$; 3) $z - 0 = 24\,283$;
 2) $659 - x = 276$; 4) $y - 5638 = 1$.
147. 1) $x \cdot 766 = 155\,498$; 3) $524 \cdot x = 0$;
 2) $209 \cdot y = 101\,574$; 4) $125 \cdot c = 15\,625$.
148. 1) $x : 724 = 101$, 3) $y : 1261 = 1$; 5) $10\,021 : z = 1$
 2) $x : 803 = 0$; 4) $15\,360 : x = 96$;

149. Найти уменьшаемое, если вычитаемое равно 6944, а разность в 4 раза меньше.

150. Найти вычитаемое, если уменьшаемое равно 17542, а разность 8653.

151. Произведение двух сомножителей равно 92213, один из сомножителей 1111. Найти другой сомножитель.

152. Делимое равно 321201, частное 801. Найти делитель.

153. Делитель равен 509, частное 202. Найти делимое.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ.

Некоторые задачи легче решать с помощью составления уравнения. Решим несколько таких задач.

Задача 1. Найти два числа, если одно из них в 9 раз больше другого, а их сумма равна 2450.

Решение. Если меньшее число обозначим буквой x , то большее число равно $9 \cdot x$, короче $9x^*$. Их сумма $x + 9x$ равна 2450, следовательно, можно записать такое уравнение:

$$x + 9x = 2450.$$

Но одно число x и 9 таких же чисел составят в сумме 10 таких чисел, а поэтому уравнение можно записать проще:

$$10x = 2450.$$

Решая уравнение, найдем, что меньшее число x равно $2450 : 10$, или 245. Большее число равно $245 \cdot 9$, или $2450 - 245$, т. е. оно равно 2205.

Задача 2. Один кусок проволоки в 4 раза меньше другого. Чему равна длина каждого из них, если один длиннее другого на 75 м?

Решение. Если длина меньшего куска x метров, то длина большего составит $4x$ метров. По условию задачи разность меж-

* Знак умножения не пишут между двумя сомножителями, если один из них обозначен буквой.

ду этими числами равна 75, следовательно, можно записать такое уравнение:

$$4x - x = 75.$$

Если от четырех одинаковых чисел (от $4x$) отнять одно такое же число (x), то получим три таких числа ($3x$), а поэтому уравнение запишем так:

$$3x = 75.$$

Решая его, получим, что меньшее число $x = 25$, а большее число равно $4x$, или 100. Отсюда следует, что длины кусков проволоки равны 25 м и 100 м.

Задача 3. Из пункта A (рис. 28) по направлению к B отправился велосипедист. Спустя 2 часа из B навстречу велосипедисту выехал мотоциклист. Расстояние AB равно 124 км. Скорость велосипедиста равна 12 км в час, а мотоциклиста 38 км в час. Через сколько времени после выезда мотоциклиста они встретятся?

Решение. Обозначим время движения мотоциклиста до встречи через x (часов). Допустим, что они встретились в точке C (рис. 28). Из рисунка видно, что сумма расстояний AC и CB равна расстоянию AB . Кратко записываем:

$$AC + CB = AB.$$

AC — путь велосипедиста, он за 2 часа проехал 24 км и за x часов 12 x км, следовательно, $AC = 24 + 12x$.

CB — путь мотоциклиста. За x часов он проехал 38 x км, а поэтому $CB = 38x$ км. Расстояние $AB = 124$ км. Вследствие этого можно записать такое уравнение:

$$24 + 12x + 38x = 124$$

Так как $12x + 38x = 50x$, то уравнение запишем иначе:

$$24 + 50x = 124$$

Слагаемое $50x$ равно сумме 124 без другого слагаемого 24:

$$50x = 124 - 24$$

$$50x = 100$$

$$x = 2.$$

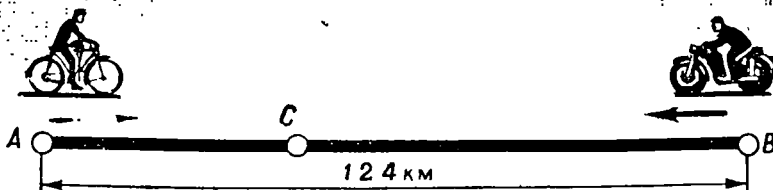


Рис. 28.

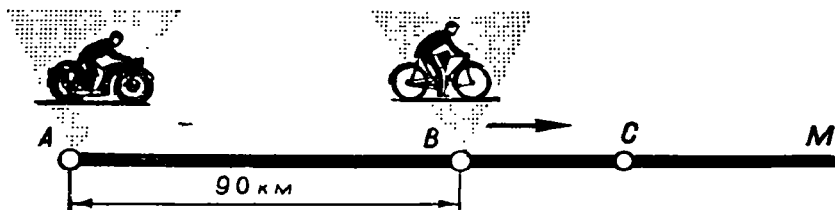


Рис. 29.

Встреча произойдет через 2 часа после выезда мотоциклиста.

Уравнение $24 + 50x = 124$ можно решить, рассуждая иначе: если от равных чисел отнять поровну, то и получим равные числа; отнимем от левой и от правой частей уравнения по 24, тогда получим уравнение $50x = 100$ откуда находим, что $x = 2$.

Задача 4. Из пункта A по направлению AM (рис. 29) выехал мотоциклист со скоростью 43 км в час. Одновременно из пункта B в том же направлении выехал велосипедист со скоростью 13 км в час. Расстояние AB равно 90 км. Через сколько часов мотоциклист догонит велосипедиста?

Решение. Обозначим искомое время в часах через x . Допустим, что встреча произошла в точке C . По условию задачи $AB = 90$; $BC = 13x$, $AC = 43x$. Из рисунка видно, что $AC - BC = AB$, или $43x - 13x = 90$.

Решаем это уравнение:

$$\begin{aligned} 30x &= 90 \\ x &= 3. \end{aligned}$$

Через три часа мотоциклист догонит велосипедиста.

Рассмотренные задачи можно решать без составления уравнений. Но если обычный способ решения подобных задач вызывает затруднения, то следует применить способ составления уравнений.

Задание 17.

1. Разность чисел равна 3608. Одно из чисел в 5 раз больше другого. Найти эти числа.

2. Из двух городов, расстояние между которыми 3000 км вылетели одновременно навстречу друг другу два самолета. Скорость одного составляет 550 км в час, а другого 450 км в час. Через сколько часов полета они встретятся?

3. По одному направлению бегут два мальчика, расстояние между ними 100 м. Скорость первого мальчика 180 м в минуту.

Второй мальчик, желая догнать первого, увеличивает свою скорость до 200 м в минуту. Через сколько времени он его догонит?

Упражнения.

154. Решить уравнения:

- 1) $2x + 3 = 19$; 4) $8x - 3x = 45$; 7) $12x + 4x + 13 = 61$;
2) $3x - 5 = 40$; 5) $5x + x + 8 = 44$; 8) $19x - 10x - 9 = 72$;
3) $x + 3x = 56$; 6) $10x - 7x - 5 = 22$.

155. Сумма двух чисел равна 72, одно из них в 7 раз больше другого. Найти эти числа.

156. Одно из чисел в 6 раз больше другого, разность этих чисел равна 35. Найти эти числа.

157. Расстояние между пунктами *A* и *B* равно 2950 км. Из пункта *A* в пункт *B* вылетел самолет со скоростью 250 км в час. Через 1 час навстречу ему из пункта *B* вылетел второй самолет. Самолеты встретились через 4 часа после вылета первого самолета. Найти скорость второго самолета.

158. От станции отошел поезд со средней скоростью 40 км в час. Когда он прошел 80 км, вслед за ним от той же станции отошел другой поезд со средней скоростью 60 км в час. Через сколько часов после выхода второй поезд догонит первый?

159. В пятых и шестых классах всего 240 учащихся. Учащихся шестых классов вдвое меньше, чем учащихся пятых классов. Сколько учащихся в пятых и шестых классах в отдельности?

160. Длина прямоугольного участка земли в 5 раз, или на 480 м, больше его ширины. Вычислить площадь участка в квадратных метрах и в арах.

27. ИЗМЕНЕНИЕ СУММЫ.

Рассмотрим изменение суммы при изменении слагаемого на несколько единиц. Пусть, например, на одной полке находится 12 книг, а на другой 13 книг. Всего на двух полках находится

$$12 + 13 = 25 \text{ (книг).}$$

Изменим одно из слагаемых, увеличим его, например на 4 (добавим на первую полку 4 книги), тогда сумма увеличится тоже на 4.

Это можно записать так:

$$(12 + 4) + 13 = 25 + 4.$$

Если уменьшим одно из слагаемых, например снимем с первой полки 5 книг, то и сумма уменьшится на 5.

Это можно записать так:

$$(12 - 5) + 13 = 25 - 5.$$

Отсюда следуют такие выводы:

1. Если одно из слагаемых увеличить на несколько единиц, то и сумма увеличится на столько же единиц.

2. Если одно из слагаемых уменьшить на несколько единиц, то и сумма уменьшится на столько же единиц.

Применим полученные выводы для объяснения одного из приемов устного счета. Пусть нужно вычислить $328 + 197 + 493$.

Округлим второе слагаемое до 200, увеличив его на 3, а третье слагаемое до 500, увеличив его на 7. Тогда $328 + 200 + 500 = 1028$. Но мы увеличили слагаемые на 3 и на 7, при этом сумма увеличилась на 10. Поэтому искомую сумму получим, вычтя 10 из 1028. Итак, $328 + 197 + 493 = 1018$

28. ИЗМЕНЕНИЕ РАЗНОСТИ.

Рассмотрим изменение разности при изменении уменьшаемого или вычитаемого на несколько единиц.

Решим задачу. У мальчика было 90 коп., он купил книгу за 17 коп. Сколько денег у него осталось?

Эта задача решается вычитанием:

$$90 - 17 = 73 \text{ (коп.)}$$

Количество денег, которое было у мальчика до покупки, есть уменьшаемое, стоимость покупки — вычитаемое, остаток денег — разность.

Если бы у мальчика было на несколько копеек больше, то у него и осталось бы на столько же копеек больше.

Допустим, что у мальчика было на 5 коп больше тогда

$$(90 + 5) - 17 = 73 + 5.$$

Если бы у мальчика было на несколько копеек меньше, то у него и осталось бы на столько же копеек меньше.

Например, если бы мальчик имел не 90 коп., а на 50 коп. меньше, то разность тоже была бы на 50 коп. меньше.

Это можно записать так:

$$(90 - 50) - 17 = 73 - 50.$$

Изменение разности при изменении уменьшаемого можно выразить такими правилами:

1. Если уменьшаемое увеличить на несколько единиц, то разность увеличится на столько же единиц.

2. Если уменьшаемое уменьшить на несколько единиц, то разность уменьшится на столько же единиц.

Как же изменится разность при изменении вычитаемого на несколько единиц? Используем ту же задачу.

$$90 - 17 = 73 \text{ (коп.)}$$

Вычитаемое выражает стоимость покупки. Но чем дороже покупка, тем меньше денег останется.

Если вычитаемое (стоимость покупки) увеличится, например на 5 коп., и будет равно не 17 коп., а 22 коп., то у мальчика останется денег на 5 коп. меньше:

$$90 - (17 + 5) = 73 - 5.$$

У него останется только 68 коп.

И, наоборот, если стоимость покупки (вычитаемое) будет меньше, то разность (остаток денег) будет больше.

Например, если вычитаемое уменьшить на 7 коп., то разность будет больше на 7 коп.

$$90 - (17 - 7) = 73 + 7.$$

У мальчика останется 80 коп.

Изменение разности при изменении вычитаемого можно выразить следующими правилами:

1. Если вычитаемое увеличить на несколько единиц, то разность уменьшится на столько же единиц.

2. Если вычитаемое уменьшить на несколько единиц, то разность увеличится на столько же единиц.

Эти правила выражают простое и ясное свойство вычитания: чем больше отнимаем, тем меньше остается, и, наоборот, чем меньше отнимаем, тем больше остается.

Выводы об изменении разности применяются при устных вычислениях. Пусть нужно вычислить $533 - 299$. Округлим вычитаемое до 300, увеличив его на 1. Получим разность 233, которая будет меньше искомой на 1. Следовательно, $533 - 299 = 234$.

Задание 18.

1. Как изменится сумма, если одно из слагаемых: 1) увеличить на 8? 2) уменьшить на 9? Привести примеры.

2. Одно слагаемое увеличили на 10, а другое уменьшили на 10. Изменилась ли сумма?

3. Как изменится разность, если: 1) уменьшаемое увеличить на 11? 2) вычитаемое увеличить на 7? 3) вычитаемое уменьшить на 6?

4. Уменьшаемое и вычитаемое увеличили на 5. Изменилась ли разность? Объяснить при помощи числового примера.

5. Разность двух чисел равна 100. Вычитаемое увеличим на 50, уменьшаемое уменьшим на 40. Чему будет равна разность?

6. Вычислить устно:

1) $98 + 196 + 13$; 2) $999 + 599 + 56$; 3) $1502 - 998$.

Упражнения.

161. Как изменится сумма, если одно слагаемое:

1) увеличить на 8 единиц?

2) уменьшить на 9 единиц?

3) увеличить на 12 единиц, затем еще на 9 единиц?

4) увеличить на 16 единиц, затем уменьшить на 11 единиц?

162. Как изменится сумма, если:

1) одно слагаемое увеличить на 15 единиц, а другое — на 7 единиц?

2) одно слагаемое увеличить на 15 единиц, а другое уменьшить на 18 единиц?

3) одно слагаемое уменьшить на 4 единицы, а другое увеличить на 15 единиц?

4) одно слагаемое уменьшить на 6 единиц, а другое на 17 единиц?

5) одно слагаемое увеличить на 13 единиц, а другое уменьшить на столько же единиц?

163. 1) Одно слагаемое увеличили на 14 единиц. Как нужно изменить второе слагаемое, чтобы сумма не изменилась?

2) Одно слагаемое уменьшили на 42 единицы. Что нужно сделать со вторым слагаемым, чтобы сумма не изменилась?

164. 1) Сумма двух чисел равна 14 454. одно из них в пять раз меньше другого. Найти эти числа.

2) На школьных соревнованиях по метанию мяча оказалось что ученик, занявший первое место, метнул мяч втрое дальше чем занявший последнее. Найти результат каждого ученика если известно, что лучший результат отличается от худшего на 48 м.

165. Сад огорожен изгородью в виде прямоугольника. Как изменится длина изгороди, если:

- 1) длину сада увеличить на 24 м?
 2) длину сада уменьшить на 12 м, а ширину увеличить на 9 м?
166. Брату и сестре вместе 26 лет. Сколько лет им будет вместе через два года? Сколько им было вместе 3 года назад?
167. Как изменится разность, если уменьшаемое:
 1) увеличить на 13 единиц?
 2) уменьшить на 23 единицы?
 3) уменьшить на 20 единиц, затем еще на 8 единиц?
168. Как изменится разность, если вычитаемое:
 1) увеличить на 8 единиц?
 2) уменьшить на 4 единицы?
 3) увеличить на 6 единиц, затем еще на 6 единиц?
169. Как изменится разность, если:
 1) уменьшаемое увеличить на 13 единиц, а вычитаемое увеличить на 12 единиц?
 2) уменьшаемое уменьшить на 26 единиц, а вычитаемое увеличить на 26 единиц?
 3) уменьшаемое и вычитаемое уменьшить на 8 единиц?
 4) вычитаемое уменьшить на 17 единиц, а уменьшаемое увеличить на 23 единицы?
170. Брату 12 лет, сестре 7 лет. На сколько лет брат будет старше сестры через 3 года? через 5 лет?
171. На нижней полке на 7 книг больше, чем на верхней. На сколько книг будет больше на нижней полке, если: 1) пять книг переставить с верхней полки на нижнюю? 2) две книги переставить с нижней полки на верхнюю?
172. Вычислить устно:
 1) $398 + 173$; 3) $87 + 46 + 199$; 5) $792 - 299$;
 2) $549 + 224 + 150$; 4) $524 - 96$; 6) $897 + 167 + 996$.
- Объяснить приемы устных вычислений, которые применялись при решении этих упражнений.

§ 29. ИЗМЕНЕНИЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ.

Рассмотрим изменение произведения при изменении одного из множителей в несколько раз.

Решим задачу: «Длина прямоугольника 12 м, а ширина 10 м. Чему равна его площадь?»

Эта задача решается умножением:

$$12 \cdot 10 = 120 \text{ (кв. м).}$$

На рисунке 30, *a* в уменьшенном виде изображен данный прямоугольник. Изменим один из сомножителей, например увеличим длину в 3 раза. Тогда получим прямоугольник, изображенный на рисунке 30, *б*; его площадь в три раза больше площади прежнего прямоугольника.

Вычисление его площади можно записать так:

$$(12 \cdot 3) \cdot 10 = 120 \cdot 3 = 360 \text{ (кв. м).}$$

Если один из сомножителей увеличить в несколько раз, то произведение увеличится во столько же раз.

Если сомножитель уменьшить в несколько раз, например в 4 раза, то произведение (площадь) уменьшится в 4 раза (рис. 30, *в*)

$$(12 : 4) \cdot 10 = 120 : 4 = 30 \text{ (кв. м).}$$

Если один из сомножителей уменьшить в несколько раз, то произведение уменьшится во столько же раз.

Эти правила применяются при устных вычислениях. Пусть нужно вычислить $32 \cdot 25$. Увеличим второй сомножитель в 4 раза; чтобы произведение не изменилось, первый сомножитель уменьшим в 4 раза. Получим: $8 \cdot 100 = 800$.

Задание 19.

1. Как изменится произведение, если один из сомножителей: 1) увеличить в 7 раз? 2) уменьшить в 5 раз?

2. Один из сомножителей увеличили в два раза, а другой в 3 раза. Как изменилось произведение? Пояснить ответ примером.

3. Площадь одного прямоугольника равна 144 кв. м, длина другого прямоугольника в 6 раз меньше, а ширина в 6 раз больше, чем длина и ширина первого. Какова площадь второго прямоугольника?

4. Вычислить устно:

1) $688 \cdot 5$; 2) $808 \cdot 25$; 3) $48 \cdot 50$.

Упражнения.

173. Как изменится произведение, если один из сомножителей:

1) увеличить в 6 раз?

2) уменьшить в 9 раз?

3) увеличить в 3 раза, затем еще в 2 раза?

4) увеличить в 15 раз, затем уменьшить в 5 раз?

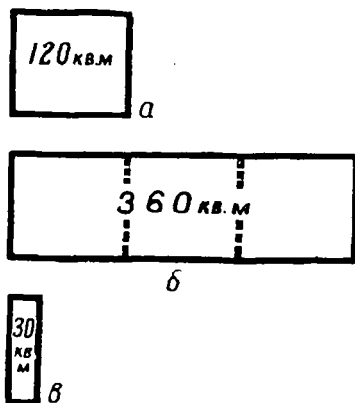


Рис. 30.

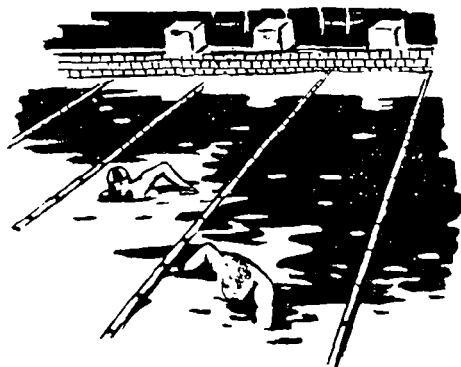


Рис. 31.

174. Как изменится произведение, если:

1) один сомножитель увеличить в 4 раза, а другой в 5 раз?

2) один сомножитель увеличить в 18 раз, а другой уменьшить в 2 раза?

3) один сомножитель уменьшить в 14 раз, а другой увеличить в 7 раз?

4) один сомножитель увеличить в 10 раз, а другой уменьшить в 10 раз?

175. 1) Один сомножитель увеличили в 8 раз. Как нужно изменить второй сомножитель, чтобы произведение не изменилось?

2) Один сомножитель уменьшили в 7 раз. Что нужно сделать со вторым сомножителем, чтобы произведение не изменилось?

176. 1) За котом гонится собака. Расстояние между ними 14 м. Через сколько секунд собака может догнать кота, если он бежит со скоростью 6 м в секунду, а собака пробегает 8 м в секунду?

2) По соседним дорожкам бассейна плывут в одном направлении два мальчика (рис. 31). Расстояние между ними равно 4 м. Один из них плывет со скоростью 150 см в секунду, через 8 секунд он догнал второго. С какой скоростью плыл второй мальчик?

177. Имеется две пачки тетрадей двух сортов: по 12 листов и по 24 листа. В первой пачке тетрадей в 4 раза больше, чем во второй. В какой из пачек больше листов бумаги и во сколько раз?

178. Куплено несколько килограммов товара ценой по 2 руб. за 1 кг. Во сколько раз больше придется заплатить, если купить в 6 раз больше товара по цене 1 руб. за 1 кг?

179. Поезд прошел некоторое число километров за определенное время. Скорость самолета в 10 раз больше скорости поезда, но самолет затратил на рейс в 5 раз меньше времени, чем поезд. Во сколько раз путь поезда меньше пути самолета?

180. Для перевозки груза подано некоторое число железнодорожных вагонов одинаковой грузоподъемности. Во сколько раз больше можно перевезти груза, имея утроенное число вагонов с грузоподъемностью в два раза большей?

181. Как изменится произведение двух сомножителей, если:
1) к одному из них прибавим единицу?
2) от одного из них вычтем 2?

182. Один из сомножителей равен 1872. Другой сомножитель увеличили на 10 единиц. Как изменилось произведение?

ИЗМЕНЕНИЕ ЧАСТНОГО.

Рассмотрим изменение частного (для деления без остатка) при изменении делимого и делителя в несколько раз.

Решим задачу: «Нужно разрезать брус длиной 120 см на 12 равных частей. Чему равна длина каждой части?»

Задача решается действием деления:

$$120 : 12 = 10 \text{ (см).}$$

Если бы длина бруса (делимое) была в несколько раз больше, например в 3 раза, то очевидно, что и длина каждой его части была бы в 3 раза больше:

$$(120 \cdot 3) : 12 = 30 \text{ (см).}$$

Если делимое увеличить в несколько раз, то частное увеличится во столько же раз.

Если, наоборот, длина бруса была бы в несколько раз меньше, то и длина каждой его части была бы во столько же раз меньше. Если, например, длина будет в два раза меньше, то

$$(120 : 2) : 12 = 5 \text{ (см).}$$

Если делимое уменьшить в несколько раз, то частное уменьшится во столько же раз.

Как же изменится частное при изменении делителя? Если число равных частей (делитель) будет больше, то длина каждой части будет меньше. Например, если делитель или число частей увеличить в 2 раза, то

$$120 : (12 \cdot 2) = 5 \text{ (см).}$$

Следовательно, длина каждой части уменьшилась в 2 раза: длина стала равной 5 см вместо 10 см.

Наоборот, если число частей будет меньше, то частное будет больше. Например, если число частей будет в 4 раза меньше, то

$$120 : (12 : 4) = 40 \text{ (см).}$$

и длина каждой части увеличилась в 4 раза: она равна не 10 см, а 40 см.

1. Если делитель увеличить в несколько раз, то частное уменьшится во столько же раз.

2. Если делитель уменьшить в несколько раз, то частное увеличится во столько же раз.

Рассмотрим изменение делимого и делителя, когда и то и другое увеличивается или уменьшается в одно и то же число раз.

Если делимое и делитель увеличить, например в 3 раза, то частное не изменится. Проверим это на той же задаче. В задаче было дано частное:

$$120 : 12 = 10.$$

Увеличим делимое и делитель в 3 раза:

$$(120 \cdot 3) : (12 \cdot 3) = 360 : 36 = 10.$$

Следовательно, частное не изменилось.

Проверьте сами, что оно не изменится, если, например, делимое и делитель уменьшить в 4 раза.

Запомним следующее правило:

При увеличении или уменьшении делимого и делителя в одинаковое число раз частное не изменяется.

Это правило можно доказать, пользуясь предыдущими правилами. Например, сначала увеличим делимое, а затем делитель в одинаковое число раз. Частное сначала увеличится в несколько раз, а затем во столько же раз уменьшится. Следовательно, частное не изменится.



УКАЗАНИЯ К УСВОЕНИЮ ПРАВИЛ ОБ ИЗМЕНЕНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ.

Чтобы хорошо усвоить правила, изложенные в параграфах 27—30, полезно пользоваться следующими указаниями:

1) при сложении и вычитании рассматривается изменение данных (и результатов) на несколько единиц;

2) при умножении и делении рассматривается изменение данных (и результатов) в несколько раз;

3) не следует при формулировке вывода использовать только память; выводы похожи друг на друга, а поэтому можно допустить ошибку, если ограничиться только заучиванием их;

4) чтобы правильно сформулировать тот или другой вывод, следует придумать соответствующую задачу (или пример), с помощью которой и высказать этот вывод.

Задание 20.

1. Как изменится частное, если:
 - 1) делимое увеличить в 5 раз?
 - 2) делитель увеличить в 5 раз?
 - 3) делитель уменьшить в 12 раз?
2. Делимое уменьшилось в 10 раз, а делитель увеличился в 2 раза. Как изменилось частное? Привести пример.
3. В каком случае при изменении данных частное не изменится? Привести пример.

Упражнения.

183. Как изменится частное, если делимое:
 - 1) увеличить в 8 раз?
 - 2) уменьшить в 11 раз?
 - 3) увеличить в 4 раза, затем еще в 3 раза?
 - 4) уменьшить в 5 раз, затем еще в 2 раза?
184. Как изменится частное, если делитель:
 - 1) увеличить в 6 раз?
 - 2) уменьшить в 8 раз?
 - 3) увеличить в 3 раза, затем еще в 6 раз?
185. Как изменится частное, если:
 - 1) делимое увеличить в 20 раз, а делитель увеличить в 4 раза?
 - 2) делимое увеличить в 20 раз, а делитель уменьшить в 4 раза?
 - 3) делитель увеличить в 6 раз, а делимое уменьшить в 3 раза?
186. 1) Делимое увеличено в 7 раз. Как нужно изменить делитель, чтобы частное не изменилось?
2) Делитель уменьшен в 9 раз. Что нужно сделать с делимым, чтобы частное не изменилось?
187. Вместо точек поставьте подобранные вами числа и решите получившиеся задачи:
 - 1) В классе . . . учащихся. Они собирали желуди в течение трех дней. В первый день каждый учащийся собрал в среднем . . . кг . . . г, во второй на . . . г больше, а в третий в . . . раза больше, чем в первый. Сколько всего желудей собрано?
 - 2) Для школы-интерната куплено . . . пар коньков, а лыж куплено на . . . пар меньше. Пара лыж стоит . . . руб. . . . коп., а пара коньков на . . . руб. . . . коп. дороже. Сколько стоит вся покупка?
188. Колхоз заготовил кукурузного силоса для коров на 20 дней. На сколько дней хватит силоса, если стадо коров увеличится вдвое, а количество заготовленного силоса увеличить в 6 раз?

189. Турист на лыжах идет в два раза быстрее, чем пешком. Сначала он прошел некоторое расстояние на лыжах, затем в четыре раза меньше прошел пешком. На какой путь он затратил больше времени и во сколько раз?

190. Намечено перевезти некоторый груз с помощью нескольких автомашин. Как нужно изменить количество автомашин, если за такой же срок нужно перевезти груза в 10 раз больше, а вместо полутоннажных автомашин послать трехтонные?

191. С двух грядок убирали морковь. Площадь одной грядки была в три раза больше, чем площадь другой грядки, но собрали моркови с первой грядки в три раза меньше, чем со второй. Во сколько раз было больше собрано моркови с 1 кв. м второй грядки, чем с 1 кв. м первой грядки?

§ 32. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ.

I. Если над числами надо выполнить только действия сложения и вычитания, то они выполняются в том порядке, в каком записаны.

Определение. *Сложение и вычитание называют действиями первой степени.*

Пример. При выполнении действий

$$432 - 347 + 51 - 27$$

вычисления производят в следующем порядке:

$$1) 432 - 347 = 85; \quad 2) 85 + 51 = 136; \quad 3) 136 - 27 = 109.$$

Если встречается несколько слагаемых подряд, то при вычислении их суммы можно применить законы сложения.

II. Если над числами надо выполнить только действия умножения и деления, то действия производятся в том порядке, в каком они записаны. Если встречается несколько сомножителей подряд, то при вычислении можно применить законы умножения.

Определение. *Действия умножения и деления называются действиями второй степени.*

Пример. При выполнении действий

$$15 \cdot 27 \cdot 4 : 90 \cdot 3$$

вычисления можно вести так:

$$\begin{array}{ll} 1) 15 \cdot 4 = 60; & 3) 1620 : 90 = 18; \\ 2) 60 \cdot 27 = 1620; & 4) 18 \cdot 3 = 54. \end{array}$$

III. Если над числами надо выполнить арифметические действия обеих ступеней, то в первую очередь надо произвести умножение и деление, а во вторую — сложение и вычитание.

Пример. $100 - 25 : 5 + 4 \cdot 8$.

Решение. 1) $25 : 5 = 5$; 2) $4 \cdot 8 = 32$; 3) $100 - 5 + 32 = 127$.

Если над числами требуется произвести действия в другом порядке, чем указывают I—III правила, то употребляются скобки.

Сначала производятся действия в скобках.

Пример. $(100 - 25) : 5 + 4 \cdot 8$.

Решение. 1) $100 - 25 = 75$; 3) $4 \cdot 8 = 32$;
2) $75 : 5 = 15$; 4) $15 + 32 = 47$.

Иногда знак деления обозначается с помощью черты.

Пример.

$$\frac{20 \cdot 72 - 600 : 15}{36 + 34}.$$

Этот знак (черта) заменяет скобки и указывает, что надо отдельно выполнить действия над числами, стоящими над чертой и под чертой, а затем первый результат разделить на второй.

Решение. 1) $20 \cdot 72 = 1440$; 3) $1440 - 40 = 1400$;
2) $600 : 15 = 40$; 4) $36 + 34 = 70$;
5) $1400 : 70 = 20$.

Задание 21.

1. Какие действия называются действиями первой ступени? второй ступени?

2. Какие действия надо производить в первую очередь?

3. Вычислить: $1\,000\,000 - 104 \cdot (9106 - 100)$.

4. Вычислить устно:

$$\frac{120 - 2 \cdot 7 \cdot 5}{5 - 4 \cdot (18 - 2 \cdot 9)}.$$

Упражнения.

192. Вычислить:

- | | |
|--------------------------------|--------------------------|
| 1) $15\,360 : 128 \cdot 5$; | 5) $52 - 22 \cdot 2$; |
| 2) $15\,360 : (128 \cdot 5)$; | 6) $(52 - 22) \cdot 2$; |
| 3) $840 : 105 \cdot 8$; | 7) $48 + 2 \cdot 13$; |
| 4) $840 : (105 \cdot 8)$; | 8) $(48 + 2) \cdot 13$. |

193. Вычислить:

- | | |
|--|--|
| 1) $1476 - 276 \cdot 3 : 2$; | 6) $1260 : 7 + 6432 : 16 \cdot 0 - 3 \cdot 21$; |
| 2) $12 + 28 \cdot 16 + 243 : 9$; | 7) $209 \cdot 1 + 0 : 328 \cdot 5 + 4203 : 4203$; |
| 3) $600\,000 - 1020 \cdot 570 + 90\,300$; | 8) $428 + (52 - 91 : 13) \cdot 6$; |
| 4) $504 \cdot 425 - 89\,400 - 10\,600$; | 9) $(5028 + 12) : 18 \cdot 5$; |
| 5) $252 \cdot 850 - (89\,400 + 10\,600)$; | 10) $102 \cdot (702 - 696) : 4 + 16$. |

194. Вычислить:

- 1) $510 : (27 + 12 \cdot 76 - 11 \cdot 39)$;
- 2) $32 + 204 \cdot (1404 - 1392) : 8$;
- 3) $59 \cdot (1000 - 827) \cdot 101 - 709 \cdot 803$;
- 4) $(1\,046\,460 : 489 + 3\,488\,200 : 2140) : 377 - 10$;
- 5) $(10\,207 : 59 + 1\,046\,360 : 707) \cdot 40$;
- 6) $1008 - 17\,119 : (119 - 816 : 8)$;
- 7) $(43 \cdot 19 - 53\,856 : 66) \cdot (32\,224 : 106 - 304)$;
- 8) $(6981 + 289 \cdot 6) : (38 \cdot 35 - 35 \cdot 35)$.

195. Выполнить действия:

$$1) \frac{(757 + 16 \cdot 7) \cdot 240}{1100 - 5 \cdot 44} ;$$

$$2) \frac{35\,000 - 118}{198 - (252 - 31 \cdot 7)} + 84 : 28 \cdot 2 .$$

196. 1) Записать произведение суммы чисел 24 и 105 на число 18. Вычислить это произведение.

2) Записать разность между числом 1000 и частным от деления 575 на 25. Вычислить эту разность.

197. 1) Записать сумму произведений 23 на 5, 17 на 5 и вычислить ее.

2) Сумма чисел 5 и 17 умножается на 23 и на 5. Записать это произведение и вычислить его.

198. Следующие задачи решить способом составления уравнений:

1) За 2 руб. 16 коп. куплено 8 кг картофеля и 1 кг мяса. Найти цену картофеля и мяса, если известно, что мясо в 10 раз дороже картофеля.

2) Велосипедист ехал 1 минуту под гору, затем 6 минут в гору. В гору он проехал на 300 м больше. Найти скорость велосипедиста на спуске и на подъеме, если известно, что скорость на спуске в 4 раза больше скорости на подъеме.

199. Составить задачи, которые решались бы с помощью следующих уравнений:

$$1) 6x + x = 420;$$

$$2) 5x - x = 196.$$

Решить получившиеся задачи.

33. СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ НЕСКОЛЬКИХ ЧИСЕЛ.

Задача. Мотоциклист ехал в течение трех часов. За первый час он проехал 32 км, за второй час 39 км и за третий час 37 км. Вычислить среднюю скорость движения.

Решение задачи состоит в том, чтобы найти сумму данных чисел и разделить ее на 3. Средняя скорость, или среднее арифметическое этих чисел, равна

$$\frac{32 + 39 + 37}{3} = 36 \text{ (км в час).}$$

Определение. *Средним арифметическим нескольких чисел называется частное от деления суммы этих чисел на число слагаемых.*

ПОНЯТИЕ О ПРИБЛИЖЕННЫХ ЧИСЛАХ.

Решим такую задачу: «Чтобы узнать длину своего шага, ученик отмерил расстояние в 100 м и стал считать число полных шагов на этом расстоянии. Для получения более точного числа шагов он прошел расстояние три раза и получил такие результаты:

1-й раз — 153 шага,

2-й раз — 156 шагов,

3-й раз — 154 шага.

Сколько сантиметров содержит длина шага ученика?»

При решении задачи нужно сначала узнать, сколько шагов в среднем содержится в 100 м. Для этого надо вычислить среднее арифметическое чисел 153, 156, 154.

Сумма этих чисел, равная 463, не делится (нацело) на 3. В частном получается 154 и в остатке 1. Но в жизни, на практике, редко пользуются делением с остатком. Обычно выражают

частное приближенным числом. Для нашей задачи частное запишем в таком виде:

$$\frac{153 + 156 + 154}{3} \approx 154 \text{ (шага).}$$

Вместо знака точного равенства «=» поставлен знак приближенного равенства « \approx ». Он читается так: «приблизительно равно».

Ученик на расстоянии 100 м делает приблизительно 154 шага. Такой результат деления называют приближенным числом.

Чтобы вычислить величину шага в сантиметрах, надо 10 000 см разделить на 154:

$$\begin{array}{r} 10000 \mid 154 \\ 924 \quad 64 \\ \hline 760 \\ 616 \\ \hline 144 \end{array}$$

Частное от деления тоже придется выразить приближенным числом. Можно считать, что длина шага приблизительно равна 64 см или 65 см, и записать:

$$10\,000 : 154 \approx 64 \text{ (см)}$$

или

$$10\,000 : 154 \approx 65 \text{ (см).}$$

Первый результат называют **приближенным частным с недостатком с точностью до 1 см**. Второй результат называют **приближенным частным с избытком с точностью до 1 см**.

Из двух таких результатов обычно выбирают один. Для этого сравнивают делимое с произведениями приближенных частных на делитель.

Если 64 умножить на 154, то получим 9856. Произведение 154·64 отличается от делимого на 144. Если же 154 умножить на 65, то получим 10 010; это произведение отличается от делимого только на 10. Поэтому лучше считать среднюю длину шага равной 65 см.

Такой вывод можно сделать и проще, не производя умножения. Так как остаток (144) оказался больше половины делителя (154), то лучше взять значение частного с избытком. Если же остаток будет меньше половины делителя, то приближенное частное следует взять с недостатком.

Из этой задачи видно, что приближенные числа могут получиться в результате деления.

Кроме этого, источником получения приближенных чисел являются различные измерения. Например, измеряя длину комнаты, мы не принимаем во внимание мелкие единицы длины — миллиметры, а расстояние между городами выражаем обычно в километрах, не указывая более мелких единиц длины.

Приближенные числа получают иногда и в результате счета большого количества предметов. Например, численность населения в городах и странах, численность скота в области, по всей стране выражается также приближенными числами.

Задание 22.

1. Вычислить среднюю температуру суток, если утром было 8° , днем 22° , вечером 15° и ночью 10° .

2. Зарботок рабочего в январе составил 90 руб. 20 коп., в феврале 87 руб., в марте 100 руб. 20 коп., в апреле 90 руб. 70 коп. и в мае 95 руб. 10 коп. Каков средний месячный зарботок этого рабочего?

3. Сумма всех чисел, получившихся при подсчете населения города по отдельным его районам, равна 723 406. Следует ли помещать в справочнике такое число жителей этого города или его следует округлить? Какими приближенными числами можно выразить численность населения этого города?

4. Измеряют ли расстояние между городами с точностью до 1 мм или 1 см? В каких единицах обычно измеряют такие расстояния?

Упражнения.

200. Рабочий изготовил 4 одинаковые детали. На изготовление первой детали он затратил 53 мин., второй 48 мин., третьей 52 мин. и четвертой 43 мин. Каково среднее время изготовления одной детали?

201. Мерной лентой измерили три раза одно и то же расстояние и получили такие числа:

1) 379 м 38 см; 2) 378 м 70 см; 3) 379 м 72 см.

В таких случаях за расстояние принимают среднее арифметическое всех полученных чисел. Чему равно расстояние?

202. За первый час пешеход прошел 5 км 350 м, за второй 4 км 700 м и за третий час 4 км 200 м. Вычислить среднюю скорость пешехода.

203. Вычислить среднее арифметическое чисел:

1) 13; 14; 18 и 17;

2) 57; 62; 67;

- 3) 127; 86; 58; 43; 157;
- 4) 5 кв. м 3 кв. дм и 5 кв. м 97 кв. дм;
- 5) 1200 куб. см; 1 куб. дм и 980 куб. см;
- 6) 12 кг 370 г; 13 кг 700 г; 14 кг 50 г и 12 кг 950 г.

204. Для определения всхожести семян посеяли 4 сотни семян. Из первой сотни взошло 87 семян, из второй 89 семян, из третьей 93 и из четвертой 82 семени. Сколько в среднем приходится проросших семян на 100 посеянных?

§ 35) ОКРУГЛЕНИЕ ЧИСЕЛ.

На практике, в жизни, некоторые числа приходится округлять. Это делают, например, при сообщении итогов переписи населения, при вычислении среднего арифметического нескольких чисел.

Численность населения в СССР, по переписи 1959 г., составляла 208 827 000 человек. Это число округленное, последние три нуля поставлены взамен отброшенных цифр младших разрядов.

Округлить натуральное число — значит отбросить одну или несколько цифр младших разрядов, заменив их нулями.

При этом пользуются следующим правилом: *если первая из отбрасываемых при округлении цифр меньше 5, то последняя сохраняемая остается без изменения; если первая из отбрасываемых цифр 5 или больше 5, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу.*

Если численность населения СССР (по переписи 1959 г.) округлить до миллионов, то цифру миллионов 8 нужно увеличить на 1, так как следующая за нею цифра больше 5. При таком округлении следует считать, что население СССР составляло 209 000 000 человек. Такие большие округленные числа часто записывают без нулей, поставленных взамен отброшенных цифр, указывая название разряда. Вместо 209 000 000 можно записать: 209 миллионов, или еще короче 209 млн.

Натуральные числа можно округлять до десятков, заменяя цифру единиц нулем; до сотен, заменяя цифры единиц и десятков нулями, и т. д.

Пример. Округлить число 327 159.

При округлении до десятков получим:	327 159	≈	327 160;
при округлении до сотен	»	327 159	≈ 327 200;
при округлении до тысяч	»	327 159	≈ 327 000;
при округлении до десятков тысяч		327 159	≈ 330 000.

Измеряя стороны прямоугольника, мы получаем не точные, а приближенные числа. Вычисляя его площадь, мы получаем также приближенное число, а, следовательно, результат вычисления надо округлить.

Решим задачу:

«Длина прямоугольного участка земли равна 72 м, а ширина 54 м. Оба числа получены с точностью до 1 м путем измерения расстояния полевым циркулем. Вычислить площадь участка».

Площадь прямоугольника равна:

$$72 \cdot 54 = 3888 \text{ (кв. м).}$$

Этот ответ необходимо округлить, так как при измерении длины и ширины могла быть допущена неточность в несколько десятков сантиметров. Например, при измерении ширины мог остаться небольшой отрезок AB (рис. 32). Этот отрезок был меньше 1 м, его не измеряли и решили считать, что ширина приближенно равна 54 м. Тогда и выполненное нами вычисление площади имеет неточность, которую можно представить в виде площади полоски шириной AB и длиной в 72 м. Пусть, например, ширина AB этой полоски была 40 см, тогда ее площадь составит $40 \cdot 7200 = 288\,000$ (кв. см), т. е. около 30 кв. м.

Итак, неточность вычисления площади может быть равна нескольким десяткам квадратных метров. Поэтому результат вычисления нужно округлить до сотен и записать так:

$$72 \cdot 54 = 3888 \text{ (кв. м)} \approx 3900 \text{ (кв. м).}$$

Результат вычислений нужно округлять почти в каждой задаче с приближенными данными.

Задача. Размеры зала в сантиметрах равны: 961 см; 1201 см и 400 см. Вычислить объем зала.

Решение. Произведение этих чисел

$$961 \cdot 1201 \cdot 400 = 461\,664\,400.$$

Рассуждая, как и в предыдущей задаче, можно показать, что неточность этого произведения может достигать нескольких сотен тысяч кубических сантиметров. Поэтому произ-

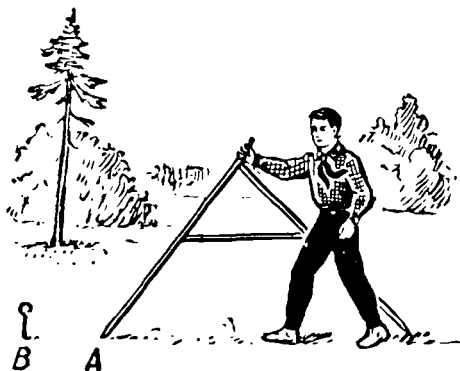


Рис. 32.

ведение надо округлить: достаточно оставить только три первые цифры, а остальные заменить нулями. Следовательно, объем зала равен 462 000 000 куб. см, или 462 куб. м.

Задание 23.

1. Вычислить площадь крышки прямоугольного стола, если ее стороны равны приблизительно 1723 мм и 921 мм. Результат округлить, оставив только первые три цифры.

2. Вычислить объем земли, которую надо извлечь при рытье котлована, если его размеры с точностью до 1 дм равны 34 дм, 273 дм и 173 дм. Результат округлить до десятков тысяч кубических дециметров и выразить в кубических метрах.

3. В каком случае при округлении последняя сохраняемая цифра остается без изменения? В каком случае ее следует увеличить?

Упражнения.

205. Округлить числа:

1) 3792; 47 588; 31 049 до 10, до 100 и до 1000.

2) 3 579 261; 4 099 987 и 5 908 751 до 100 тысяч и до 1 млн.

206. Округлить числа:

575 209; 380 499 и 705 891 до 10, до 100, до 1000 и до 100 000.

207. Длина участка 738 м, ширина его 505 м. Вычислить площадь и округлить ответ с точностью до 1 тысячи квадратных метров. Чему приблизительно равна площадь этого участка в гектарах?

208. Длина классной комнаты 8 м 52 см, ширина 6 м 12 см, высота 2 м 85 см. Вычислить ее объем и результат округлить, оставив только три первые (слева) цифры. Ответ выразить в кубических метрах.

209. Сколько гектаров содержит площадь, равная 5 475 999 кв. м?

210. Выразить в тоннах вес груза в 19 752 кг.

211. Выполнить действия:

1) $5763 + 37 \cdot 608 + 84 \cdot 700$;

2) $29 \cdot 14 \cdot 6 - 4256 : 112 + 3609$;

3) $(134 \cdot 25 - 3179 + 42\,978 : 174) \cdot 1470 : 98$;

4) $113\,975 : 47 + 102\,840 : 120 + 1296 - 23 \cdot 86$;

5) $\frac{32 \cdot 96 - (5010 - 3023)}{97 + 15 \cdot 8}$;

6) $\frac{39\,064 : 19 + 128 \cdot 16}{1680 - 40\,100 : 25}$.

212. Выполнить действия:

- 1) $52\,468 - 5246 \cdot 9 + 18 \cdot (748 + 252)$;
- 2) $600\,675 : 15 : 5 + 201 \cdot (400\,100 - 379\,964)$;
- 3) $102\,900 : 98 - 5 \cdot (899 + 690 + 101) : 65$;
- 4) $(50 \cdot 179 + 205\,800 : 196) : (1324 - 18 \cdot 18)$;
- 5) $112\,277 : (3 \cdot 322 + 34 - 27 \cdot 13) \cdot 101$;
- 6) $999\,999 - 10\,368 : (1024 - 56 \cdot 16) + 82$.

213. Решить уравнения:

- 1) $x + x = 64$;
- 2) $x + x + 13 = 83$;
- 3) $x + 2x = 105$;
- 4) $x + 4x + 26 = 76$;
- 5) $10x - x = 45$;
- 6) $7x - 3x = 128$;
- 7) $x + 2x + 6x = 99$;
- 8) $5x + 6x + x = 96$.

214. От пристани отошли одновременно пароход и катер и двигались в одном и том же направлении: первый со скоростью 32 км в час, а второй со скоростью 16 км в час. Через 3 часа пароход сел на мель и только через 7 час. после этого догнал катер. Сколько времени пароход простоял на мели?

215. От города до колхоза 170 км. Из города в колхоз выехал мотоциклист со скоростью 42 км в час. Спустя 1 час навстречу ему по той же дороге из того же колхоза выехал велосипедист со скоростью 22 км в час. Через сколько часов они встретятся и на каком расстоянии от города?

216. В 12 часов дня со станции отошел поезд и двигался со средней скоростью 66 км в час. В 1 час дня по шоссе, расположенному вдоль линии железной дороги, вслед за ним выехал автомобиль. В 4 часа дня автомобиль догнал поезд. Какова средняя скорость автомобиля?

217. Пловец плывет по озеру. Вслед за пловцом идет лодка, скорость которой в 3 раза больше скорости пловца. Первоначальное расстояние между ними составляло 240 м, и через 3 минуты лодка догнала пловца. Найти скорости пловца и лодки.

218. Если к неизвестному числу прибавим число, в 6 раз большее неизвестного, а из суммы вычтем 131 то получим 100. Найти неизвестное число.

219. 1) На трех полках разложено 176 книг так, что на второй полке лежит книг втрое больше, чем на первой, а на третьей — вчетверо больше, чем на второй. Сколько книг лежит на каждой полке?

2) Путь туриста составил 1125 км. Он проехал поездом в 4 раза больше, чем пароходом, а самолетом пролетел в 5 раз больше, чем проехал поездом.

Сколько километров турист проехал на пароходе, на поезде и пролетел на самолете?

220. Одна доярка за 1 час в среднем надаивает вручную 12 кг молока, а при машинном доении на 58 кг больше. 35 доярок на ферме доили коров вручную 2 часа. Сколько доярок при машинном доении могли бы выполнить эту работу за 1 час?

221. Куплено 200 куб. м дров по 3 руб. за кубометр и 50 куб. м по 4 руб. Определить среднюю цену купленных дров.

222. В первом квартале завод по выпуску тракторных запасных частей перевыполнил план выработки на 33 600 руб., а во втором квартале на 74 300 руб. Во втором полугодии он невыполнил план на 48 600 руб. Как завод выполнил годовой план?

223. Выручка магазина в январе составила 12 532 руб. 60 коп., в феврале 9 598 руб., в марте 15 029 руб. 40 коп. Найти среднюю месячную выручку в рублях.

224. По данным таблицы указать, как изменится сумма при изменении слагаемых. Знаком плюс обозначено увеличение, а знаком минус уменьшение слагаемого на несколько единиц по сравнению с первоначальным значением. Если слагаемое не изменяется, то в таблице поставлен 0.

Изменение слагаемого	1-го	+3	-5	+5	-8	-7	+9	+3	-5	0	+13
Изменение слагаемого	2-го	0	0	+3	-10	+5	-5	-8	+5	-19	-13
Изменение суммы	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

225. По данным таблицы указать, как изменится разность при изменении уменьшаемого и вычитаемого на несколько единиц.

Изменение уменьшаемого	+10	0	-9	0	+5	-5	+30	+13
Изменение вычитаемого	0	+6	0	-14	+7	-7	-30	+13
Изменение разности	?	?	?	?	?	?	?	?

226. По данным таблицы указать, как изменится произведение двух сомножителей при изменении сомножителей в несколько раз. Увеличение в несколько раз обозначено знаком умножения (\cdot), а уменьшение — знаком деления ($:$); если сомножитель не изменяется, то в таблице это обозначается умножением на 1 ($\cdot 1$).

Изменение первого сомножителя	$\cdot 15$	$\cdot 1$	$\cdot 20$	$: 24$	$\cdot 14$	$: 16$
Изменение второго сомножителя	$\cdot 1$	$: 10$	$\cdot 3$	$: 5$	$: 2$	$\cdot 4$
Изменение произведения	?	?	?	?	?	?

227. По данным таблицы указать, как изменится частное при изменении делимого и делителя.

Изменение делимого	$\cdot 8$	$: 9$	$\cdot 1$	$\cdot 1$	$\cdot 20$	$: 7$	$\cdot 5$	$\cdot 16$
Изменение делителя	$\cdot 1$	$\cdot 1$	$: 6$	$\cdot 7$	$\cdot 5$	$\cdot 3$	$\cdot 5$	$: 2$
Изменение частного	?	?	?	?	?	?	?	?

228. Контрольное задание.

1) Вычислить: $296\ 862 - 262\ 770 : 57 + 305 \cdot (1234 - 908)$.

2) Из аэропорта вылетел самолет со скоростью 600 км в час . Через 30 минут вслед за ним вылетел другой самолет со скоростью 750 км в час . Через сколько времени после вылета второй самолет догонит первый?

3) Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить на 12 единиц , а вычитаемое уменьшить на 10 единиц ?

229. Контрольное задание.

1) Вычислить: $8 \cdot (9 \cdot 22 + 328 + 802) + 100\ 672 : 968 : 4 - 10\ 650$.

2) В первой бригаде колхоза собрано по 290 ц свеклы с каждого из 225 га, а во второй бригаде — по 326 ц с каждого из 175 га. Найти средний урожай свеклы с 1 га по всему колхозу. Ответ округлить: 1) до 1 ц; 2) до 1 т.

3) Как изменится частное, если делимое уменьшить в 9 раз, а делитель увеличить в 3 раза?

ИСТОРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЯХ.

В древней Индии сложение производили начиная со старших разрядов. Вычисления записывались заостренной палочкой на дощечках, посыпанных песком, и легко стирались. Вследствие этого такой способ сложения слева направо был удобным. Результат сложения писали над слагаемыми. Этот прием в начале IX века переняли арабы, от которых он проник в Европу.

Современный способ сложения многозначных чисел по разрядам справа налево впервые был введен во Франции в XIII веке. Начиная с XV века правила сложения не отличаются от современных. Знак сложения «+», а также знак вычитания «—» широко стали применяться с XVI века, в этом же веке англичанин Рикорд ввел знак равенства «=». В древней Индии вычитание производили так же, как и сложение, начиная со старших разрядов. Арабы изменили это правило и стали вычитание начинать справа.

Способ умножения, похожий на тот, которым мы пользуемся, был введен еще в древней Индии. Этот способ перешел к арабам, а от них в Европу. Раньше пользовались другими способами умножения. Применялся, например, способ, когда умножение начинали с высшего разряда множителя:

$$\begin{array}{r} 235 \\ \times 481 \\ \hline 235 \\ 1880 \\ 940 \\ \hline 113035 \end{array}$$

Тот способ, которым пользуются в настоящее время, вытеснил все остальные способы в XVI веке.

Знак умножения «×» введен более трехсот лет тому назад. Точка как знак умножения употреблялась немецким математиком Региомontanом еще в XV веке.

Индийский способ деления сочетался со стиранием цифр и записью снизу вверх. У арабов, которые не стирали цифры, а зачеркивали их, этот способ стал называться делением «вверх». Он был громоздким и сложным. Вследствие этого действие деления отнимало много времени и усваивалось с большим трудом. Способ деления, похожий на современный, появляется только в XV веке. Знак деления в виде черты употреблялся арабами. В XIII веке этот знак был

Леонард Эйлер — великий ученый-математик (1707—1783). Он родился в Швейцарии, но много лет работал в России. Труды Эйлера имели большое влияние на развитие математики не только в нашей стране, но и в других странах.



заимствован у арабов итальянским ученым Леонардо Пизанским. Знак деления в виде двух точек «:» впервые введен англичанином Джонсоном в 1663 г

§7. ДЕЛИТЕЛИ И КРАТНЫЕ ДАННОГО ЧИСЛА.

Кроме натуральных чисел, мы пользуемся и дробными числами. Например, мы часто употребляем такие выражения: «Куплено полкило масла» или «Рабочий выполнил полторы нормы», или «Урок продолжался $\frac{3}{4}$ часа». Эти числа называют дробями или дробными числами.

Чтобы изучить дроби и действия над ними, необходимо знать некоторые сведения о делимости чисел.

В дальнейшем слово «делится» будет означать, что деление целых чисел выполняется нацело, без остатка.

Если же при делении получается остаток, то будем говорить, что делимое не делится на делитель

Каждое натуральное число делится на 1, каждое натуральное число делится само на себя. Многие числа делятся не только на 1 и сами на себя, но и на другие числа. Например, число 12 делится на 1, 2, 3, 4, 6 и 12. Говорят, что эти числа являются делителями числа 12.

Определение. *Делителем данного числа называется всякое число, на которое делится данное число.*

Пусть дано число 12. Какие числа делятся на 12? Прежде всего само число 12 делится на 12. Можно назвать бесконечное множество чисел, которые в 2, 3, 4, 5 и так далее раз больше 12. Эти числа будут: 24, 36, 48, 60 и так далее. Все они также делятся на 12 и называются кратными этого числа.

Определение. *Кратным данного числа называется всякое число, которое делится на данное число.*

Задание 24.

1. Назвать несколько кратных для каждого из чисел: 7, 10, 16.
2. Назвать делители чисел: 7, 10, 30, 31 и 45.
3. Что называется делителем данного числа?
4. Что называется кратным данного числа?

Упражнения.

230. Написать все делители каждого из чисел: 18, 21, 30, 33.
231. Написать для каждого из чисел: 18, 21, 33, 100 по 3 кратных.
232. Какое число является самым меньшим делителем данного числа? Какое самым бóльшим?
233. Какое число является самым меньшим кратным данного числа? Есть ли у числа самое большее кратное?
234. Два поезда вышли одновременно в одном направлении со станций *A* и *B*, расстояние между которыми равно 120 км. Поезд, вышедший из *B*, идет со средней скоростью 50 км в час, а поезд, вышедший из *A*, со скоростью 70 км в час. Через сколько времени один поезд догонит другой?
235. Из двух городов, расстояние между которыми равно 138 км, вышли одновременно навстречу друг другу два поезда: пригородный и скорый. Сколько километров пройдет каждый из них до встречи, если у пригородного поезда средняя скорость в два раза меньше, чем у скорого?

§ 38. ДЕЛИМОСТЬ СУММЫ ДВУХ ЧИСЕЛ.

Можно ли, не производя деления суммы на некоторое число, выяснить, будет ли она делиться на это число?

Чтобы ответить на этот вопрос, рассмотрим различные случаи делимости слагаемых и суммы.

1. Оба слагаемых делятся на данное число.

Например, в сумме $35 + 105$ оба слагаемых делятся на 5, их сумма тоже делится на 5.

Если каждое слагаемое делится на некоторое число, то их сумма делится на это число.

Справедливость этого вывода можно пояснить с помощью распределительного закона.

$$35 + 105 = 5 \cdot 7 + 5 \cdot 21 = 5 \cdot (7 + 21) = 5 \cdot 28 = 140.$$

Так как произведение $5 \cdot 28$ делится на каждый из сомножителей, то число 140 делится на 5, следовательно, сумма $35 + 105$

делится на 5. Этот вывод справедлив для любого числа слагаемых. Например, сумма $18 + 20 + 46$ делится на 2.

2. Оба слагаемых не делятся на данное число.

Например, слагаемые суммы $31 + 13$ не делятся на 2, а их сумма 44 делится на 2.

Другой пример. Слагаемые суммы $21 + 13$ не делятся на 8, их сумма 34 тоже не делится на 8.

Если оба слагаемых не делятся на данное число, то о делимости суммы ничего определенного сказать нельзя. Сумма может делиться и может не делиться на данное число.

3. Одно слагаемое делится, а другое не делится на данное число.

Рассмотрим несколько примеров:

1) $34 + 7 = 41$.

Первое слагаемое делится на 2, а второе не делится на 2. Их сумма 41 не делится на 2.

2) $26 + 35 = 61$.

Первое слагаемое делится на 2, на 13 и на 26, второе слагаемое не делится ни на одно из этих чисел. Их сумма 61 также не делится на эти числа.

Если одно из слагаемых делится, а другое не делится на данное число, то их сумма не делится на это число.

Из этих выводов можно сделать такое общее заключение: **если одно из двух слагаемых делится на некоторое число, то сумма разделится на это число только тогда, когда другое слагаемое делится на это число.**

Например, дана сумма чисел $30 + x$, первое слагаемое делится на 10. Сумма разделится на 10 только в том случае, когда слагаемое x делится на 10. Иначе говоря, слагаемое x должно быть кратным 10. Следовательно, число x может принимать значения: 10, 20, 30, 40, 50 и т. д. Только при этом условии сумма $30 + x$ будет делиться на 10.

Задание 25.

1. Пользуясь правилом делимости суммы, указать, делится ли сумма 88 и 50 на 2, на 5.

2. Назвать несколько таких значений x , чтобы сумма $30 + x$ делилась на 2, на 3, на 5.

3. Можно ли утверждать, что сумма не делится на данное число, если каждое из слагаемых не делится на это число?

Привести примеры.

Упражнения.

236. Не производя сложения, установить, какая из написанных ниже сумм разделится на 2, на 6, на 7:

1) $82 + 14$; 2) $30 + 96$; 3) $42 + 56$; 4) $45 + 35$.

237. Не производя сложения, установить, какие из написанных ниже сумм не делятся на 3, на 5, на 6:

1) $48 + 14$; 2) $75 + 14$; 3) $60 + 25$; 4) $30 + 45$.

238. Не производя сложения, установить, какая из написанных ниже сумм делится на 3, на 9:

1) $999 + 99 + 9$; 3) $999 + 99 + 7$;

2) $999 + 99 + 3$; 4) $7 \cdot 99 + 6$.

239. Ширина прямоугольника в 4 раза меньше его длины. Чему равна площадь прямоугольника, если сумма всех его сторон равна 450 м?

240. Который гектер час, если прошедшая часть суток в 5 раз меньше оставшейся?

§ 39.) ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ ЧИСЕЛ.

Признаками делимости чисел называются правила, с помощью которых можно, не производя деления, узнать, делится или не делится любое число на данное число.

Прежде чем изучать признаки делимости чисел, рассмотрим такие понятия: четные и нечетные числа и цифры, сумма цифр числа.

Четными числами называются те числа, которые делятся на 2. Нечетными числами называются такие, которые не делятся на 2. Цифры 0, 2, 4, 6 и 8 называются четными, так как они изображают однозначные четные числа. Цифры 1, 3, 5, 7, 9 называются нечетными, так как изображают нечетные однозначные числа.

Суммой цифр данного числа принято называть сумму всех тех однозначных чисел, которые изображаются цифрами данного числа.

Например, сумма цифр числа 72013 есть $7 + 2 + 0 + 1 + 3$, она равна 13; сумма цифр числа 5541 равна 15.

§ 40.) ПРИЗНАК ДЕЛИМОСТИ НА 2.

Всякое многозначное число можно представить в виде суммы двух чисел, одно из которых равно числу, выражаемому цифрой единиц данного числа. Например,

$$72 = 70 + 2; 135 = 130 + 5; 7250 = 7250 + 0.$$

Первые слагаемые каждой суммы — круглые десятки. Десяток делится на 2, следовательно, эти слагаемые делятся на 2. Рассматриваемая сумма разделится на 2 только при условии, когда второе слагаемое делится на 2.

Второе слагаемое будет делиться на 2 только в том случае, если оно выражается четной цифрой.

Отсюда следует признак делимости: *на 2 делятся только те числа, которые оканчиваются четной цифрой.*

Числа 72 и 7250 делятся на 2. Число 135 не делится на 2.

ПРИЗНАК ДЕЛИМОСТИ НА 5.

Пусть даны такие числа: 725, 302, 4710 и 3735. Представим каждое из них в виде суммы двух чисел, из которых одно равно числу, выражаемому цифрой единиц.

$725 = 720 + 5$; $302 = 300 + 2$; $4710 = 4710 + 0$; $3735 = 3730 + 5$.
Первые слагаемые каждой суммы — круглые десятки, следовательно, эти слагаемые делятся на 5. Сумма разделится на 5 только в том случае, когда второе слагаемое делится на 5. Оно выражается цифрой единиц; если эта цифра будет 0 или 5, то число разделится на 5.

Отсюда следует признак делимости: *на 5 делятся только те числа, которые оканчиваются нулем или цифрой 5.*

Числа 725, 4710 и 3735 делятся на 5. Число 302 не делится на 5.

Задание 26.

1. Написать четыре трехзначных числа, делящихся на 2; три пятизначных числа, не делящихся на 2.

2. Написать несколько многозначных чисел, делящихся на 5 и несколько чисел, не делящихся на 5.

3. Найти сумму цифр каждого из чисел: 1) 43 723; 2) 503 472; 3) 120 340 507.

Упражнения.

241. Из чисел 84, 95, 106, 123, 135, 220, 249, 505, 1500, 1908, 2007, 56 341, 68 285, 120 384, 1 000 000 выписать отдельно числа, которые: а) делятся на 2; б) делятся на 5; в) не делятся ни на 2, ни на 5.

242. То же для чисел 20, 73, 100, 364, 495, 689, 710, 807, 848, 922, 9441, 69 996, 849 957, 1 000 005.

243. Пользуясь правилом делимости суммы, объяснить, почему число 8246 делится на 2, но не делится на 5.

244. Будет ли число, делящееся на 25, делиться на 5? на 2? Привести примеры.

245. Из цифр 0, 3, 5, 6 составить 4 четырехзначных числа, делящихся на 2; из этих же цифр составить несколько четырехзначных чисел, делящихся на 5.

246. На склад поступило 15 730 куб. м сосновых, еловых и березовых дров. Сосновых было 3543 куб. м, еловых на 394 куб. м меньше. Через некоторое время продали 6798 куб. м березовых дров, 1909 куб. м сосновых и 2708 куб. м еловых. Сколько дров каждого сорта осталось после продажи?

247. Для приготовления новогоднего подарка использовали конфеты четырех сортов ценой 5 руб. 50 коп., 3 руб. 20 коп., 2 руб. 30 коп. и 1 руб. 80 коп. за 1 кг. В каждый пакет положили по 200 г наиболее дешевых конфет и по 100 г конфет других сортов. Чему равна стоимость одного подарочного пакета?

248. Сумма цифр четырехзначного числа равна 28. Первая и последняя цифры его одинаковы. Цифра десятков равна 7, цифра сотен на 4 меньше. Какое это число?

49 ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ НА 3 И НА 9.

Для изучения признаков делимости на 3 и на 9 запишем несколько чисел и вычислим сумму цифр каждого из них.

Число	354	729	134	2025	3139	201
Сумма цифр числа	12	18	8	9	16	3

После деления на 3 каждого из чисел, данных в таблице, мы обнаружим, что разделятся на 3 числа 354, 729, 2025 и 201. Сумма цифр каждого из них также делится на 3.

Числа 134 и 3139 не делятся на 3. Сумма цифр каждого из них также не делится на 3.

Оказывается, что справедлив такой признак делимости: **на 3 делятся только те числа, у которых сумма цифр делится на 3.**

Если проверить, какие из чисел, данных в таблице, делятся на 9, то обнаружим, что на 9 делятся 729 и 2025. Сумма цифр каждого из них делится на 9.

Числа 354, 134, 3139 и 201 не делятся на 9, и сумма цифр каждого из этих чисел не делится на 9.

Справедлив такой признак делимости: **на 9 делятся только те числа, у которых сумма цифр делится на 9.**

Примеры. 1) Число 471 234 делится на 3, так как сумма его цифр равна 21, но 471 234 не делится на 9.

2) Число 20071 не делится ни на 3, ни на 9, так как сумма его цифр, равная 10, не делится на эти числа.

3) Число 2754 делится на 3 и на 9, так как сумма его цифр, равная 18, делится на эти числа.

Вывод этих признаков состоит из нескольких частей.

1. Всякое число, изображаемое единицей с одним или несколькими нулями, можно представить в виде суммы 1 и числа, кратного 3 и 9.

$$\begin{aligned}10 &= 9 + 1 \\100 &= 99 + 1 \\1\,000 &= 999 + 1 \\10\,000 &= 9999 + 1 \text{ и т. д.}\end{aligned}$$

Первые слагаемые 9, 99, 999, 9999 и т. д. делятся на 3 и на 9.

2. Всякое число, у которого все цифры, кроме первой, нули, можно представить в виде суммы двух слагаемых, одно из которых кратно 3 и 9, а другое изображается первой слева цифрой числа.

$$\begin{aligned}40 &= 4 \cdot 10 = 4 \cdot (9 + 1) = 4 \cdot 9 + 4. \\200 &= 2 \cdot 100 = 2 \cdot (99 + 1) = 2 \cdot 99 + 2. \\7000 &= 7 \cdot 1000 = 7 \cdot (999 + 1) = 7 \cdot 999 + 7.\end{aligned}$$

Первые слагаемые кратны 3 и 9, так как содержат множитель, делящийся на 3 и на 9.

3. Всякое число можно представить в виде суммы двух слагаемых, из которых одно есть число, кратное 3 и 9, а другое есть сумма цифр данного числа.

$$\begin{aligned}2754 &= 2000 + 700 + 50 + 4 = (2 \cdot 999 + 2) + (7 \cdot 99 + 7) + (5 \cdot 9 + 5) + 4 = \\&= (2 \cdot 999 + 7 \cdot 99 + 5 \cdot 9) + (2 + 7 + 5 + 4).\end{aligned}$$

Первое слагаемое $(2 \cdot 99 + 7 \cdot 99 + 5 \cdot 9)$ есть число, кратное 3 и 9, так как каждое слагаемое внутри скобок делится на 3 и на 9. Второе слагаемое есть сумма цифр данного числа.

4. Так как всякое число можно представить в виде суммы двух слагаемых, из которых одно делится на 3 и на 9, то для делимости числа важно обратить внимание на другое слагаемое, которое представляет сумму цифр числа. Отсюда и следуют признаки делимости на 3 и на 9.

Задание 27.

1. Какие из чисел: 1) 75 243; 2) 94 541; 3) 65 278; 4) 102 306; 5) 72 917; 6) 153 594 — делятся на 9? делятся на 3?
2. Написать несколько многозначных чисел, которые делятся на 3, а затем несколько чисел, которые делятся на 9.
3. Какие из чисел: 1) 2707; 2) 345 000; 3) 45 812; 4) 11 107; 5) 67 211 — не делятся на 3? Какие из этих чисел не делятся на 9?
4. Будет ли число, делящееся на 9, делиться на 3? Будет ли число, делящееся на 3, делиться на 9?

Упражнения.

249. Из чисел 702; 301; 14 210; 2340; 7806; 15 426; 1101 выписать числа: 1) делящиеся на 3; 2) делящиеся на 9; 3) не делящиеся на 3.
 250. Какие из чисел: 50 505; 972; 1412; 13 041; 9873; 12 345 — делятся на 3? на 9? на 5? на 2?
 251. Бронза содержит 41 часть меди, 8 частей олова и 1 часть цинка. Для получения сплава нужно употребить 1 кг 200 г олова. Сколько нужно взять меди и цинка?
 252. Самолет вылетел с аэродрома в 7 час. 23 мин. утра и совершил посадку в 2 часа 08 мин. того же дня. Какое расстояние пролетел самолет, если его средняя скорость составляет 960 км в час?
 253. Магазин продал в первый день 725 кг рыбы, а на следующий день получил столько, сколько у него осталось в первый день. Во второй день было продано 1 т 250 кг. В третий день магазин получил столько, сколько оставалось накануне, и продал всю имеющуюся рыбу в количестве 520 кг. Сколько рыбы имел магазин в первый день ее продажи?
-

254. Используя правило делимости суммы чисел, доказать, что на 4 делятся только такие числа, у которых последние две цифры (справа) составляют число, делящееся на 4.

255. Используя правило делимости суммы чисел, доказать, что на 25 делятся только те числа, у которых последние две цифры (справа) составляют число, делящееся на 25.

Число 0 обладает тем свойством, что оно делится на все натуральные числа, частное от деления 0 на любое натуральное число есть 0. Деление на нуль невозможно.

Первое число натурального ряда, число 1, тоже обладает особенностью: это число не делится ни на какое число натурального ряда, кроме 1. На 1 делится любое натуральное число.

Рассмотрим теперь делимость остальных чисел натурального ряда начиная с числа 2.

Одни из них делятся только на 1 и сами на себя, например числа 2, 3, 5, 7 и др. Такие числа называются простыми числами.

Существуют натуральные числа, которые делятся не только на 1 и сами на себя, но и еще на некоторые другие числа. Например, число 6 делится на 1, на 6, а также на 2 и на 3. Такие числа называются составными числами, так как их можно составить путем умножения простых чисел.

Итак, мы пришли к следующим определениям:

1. *Натуральное число, большее 1, которое делится только на 1 и само на себя, называется простым числом.*
2. *Натуральное число, которое делится не только на 1 и само на себя, но и на какое-либо другое число, называется составным числом.*
3. *Числа 0 и 1 не относятся ни к простым, ни к составным числам.*

Пафнутий Львович Чебышев (1821—1894) — великий русский математик, изучавший распределение простых чисел в натуральном ряду. Он разрешил много труднейших математических задач и успешно занимался вопросами применения математики к практике. Он изобрел арифмометр и ряд других механизмов, занимался расчетами, нужными для вычерчивания географических карт и кройки платьев, приложениями математики к артиллерии. П. Л. Чебышев занимался вопросами преподавания математики в школе.



К простым числам относятся: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 и др.

К составным числам относятся: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20 и др.

Таблица простых чисел, меньших 1000, помещена в конце книги. Доказано, что множество простых чисел бесконечно. Очевидно, множество составных чисел также бесконечно.

Задание 28.

1. Какие числа называются простыми?
2. Какие числа называются составными?
3. Написать все простые числа, меньшие 30.
4. Назвать числа, которые не являются ни простыми, ни составными.
5. Написать наименьшее двузначное простое число, наибольшее двузначное простое число.

Упражнения.

256. Сколько простых чисел содержится между 30 и 50? между 50 и 100?

257. Пользуясь таблицей на странице 422, выписать все простые числа от 101 до 150.

258. Может ли простое число быть четным?

259. Может ли сумма цифр простого числа делиться на 3? на 9?

260. Из чисел 31, 33, 38, 47, 81, 131, 135, 137, 138, 247, 1287 выписать отдельно:

- 1) простые числа;
- 2) числа, делящиеся на 2;
- 3) числа, делящиеся на 3;
- 4) числа, делящиеся на 9.

261. Турист рассчитал, что он может проехать на велосипеде

588 км за 7 дней, если ежедневно будет находиться в пути по 6 час. За сколько дней он проедет 392 км, если ежедневно будет ехать в течение 7 час. с той же средней скоростью?

262. 1) Одно колесо на пути в 240 м сделало 100 оборотов (рис. 33). Сколько оборотов сделает другое колесо на том же расстоянии, если его окружность на 6 дм больше?

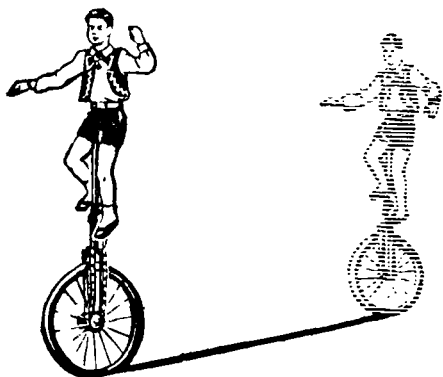


Рис. 33.

Указание. За один оборот колесо проходит путь, равный длине окружности этого колеса.

2) На пути 250 м одно колесо сделало 125 оборотов, а другое — на 25 оборотов меньше. Окружность какого колеса больше и на сколько?

263. Может ли быть простым числом двузначное число, все цифры которого одинаковы?

Тот же вопрос для трехзначного числа.

264. Могут ли два простых числа стоять рядом в натуральном ряде чисел?

265. Объяснить, почему сумма двух двузначных простых чисел будет составным числом.



РАЗЛОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ НА ПРОСТЫЕ МНОЖИТЕЛИ.

Составные числа получили такое название вследствие того, что их можно представить в виде произведения простых чисел. Сделаем это для всех составных чисел до 20 включительно:

- 1) $4 = 2 \cdot 2$; 4) $9 = 3 \cdot 3$; 7) $14 = 2 \cdot 7$; 10) $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$;
2) $6 = 2 \cdot 3$; 5) $10 = 2 \cdot 5$; 8) $15 = 3 \cdot 5$; 11) $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$.
3) $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$; 6) $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$; 9) $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$;

Выражение числа в виде равного ему произведения простых множителей называется разложением числа на простые множители.

Чтобы разложить число на простые множители, делят его последовательно на простые числа, используя признаки делимости чисел.

Разложим на простые множители число 9828. Запись последовательного деления имеет следующий вид:

9828		2	Сначала 9828 делят на 2, так как число оканчивается четной цифрой. Полученное частное 4914 снова
4914		2	делят на 2. Следующее частное 2457 не делится на 2,
2457		3	но его можно разделить на 3.
819		3	Частное, равное 819, делим снова на 3, полученное
273		3	частное 273 тоже делится на 3. Следующее частное
91		7	91 не делится ни на 3, ни на 5. Попробуем его делить
13		13	

на следующее простое число 7. Частное равно 13, его делим на простое число 13.

Разложение закончено:

$$9828 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13.$$

Замечание 1. Каждое число можно разложить на простые множители единственным образом, разница в разложении может быть только в порядке следования множителей.

Например: $420 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$, или $420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$.

Замечание 2. Иногда при разложении на множители число записывают в виде произведения составных множителей, а затем каждый из них разлагают на простые множители.

Примеры.

1) $72 = 8 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$;

2) $3300 = 33 \cdot 10 \cdot 10 = 3 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$.

Замечание 3. При разложении чисел на простые множители иногда полезно использовать таблицу простых чисел.

Пример. Разлагая 998 на простые множители, мы получаем:

$$\begin{array}{r|l} 998 & 2 \\ \hline 449 & 449 \end{array} \quad 998 = 2 \cdot 499.$$

Если путем проб испытывать, на какие простые числа может делиться 499, то пришлось бы сделать несколько проб. Проще посмотреть сразу в таблицу и обнаружить, что 499 — простое число.

Задание 29.

1. Разложить на простые множители следующие числа: 30, 70, 65, 99, 490, 512, 4900, 94 600.

2. Что называется разложением числа на простые множители?

Упражнения.

266. Представить число 48 в виде произведения двух сомножителей, трех сомножителей. Разложить 48 на простые множители.

267. То же для числа 120.

268. Разложить устно на простые множители числа 10, 35, 38, 45, 100, 170.

269. Разложить на простые множители следующие числа:

1) 72, 81, 128, 252, 585, 660, 935, 1000, 1116, 10 200;

2) 92, 145, 360, 603, 888, 3000, 4256, 12 600.

270. Разложить на простые множители числа:

1) 654, 2758, 3775, 4490, 6567, 99700;

2) 11415, 5064, 8008, 13473, 14460, 163600.

Указание. Пользуйтесь таблицей простых чисел.

271. Со станции вышел поезд со средней скоростью 60 км в час. Другой поезд отошел от станции по тому же направлению на 1 час. 30 мин. позже первого и шел со скоростью 75 км в час. Через сколько часов он догонит первый поезд?

272. На уборку картофеля с 30 га с помощью конного плуга затрачивалось 2400 трудодней. При уборке картофеля картофелеуборочным комбайном на каждый гектар затрачивается 16 трудодней. На сколько меньше трудодней будет израсходовано при уборке 100 га картофеля комбайном, чем с помощью конного плуга?

273. Какое наименьшее количество простых множителей может содержать разложение составного числа?

274. Какой простой множитель обязательно содержится в разложении такого составного двузначного числа, все цифры которого одинаковы?

§ 4 ОБЩИЕ ДЕЛИТЕЛИ ДВУХ ЧИСЕЛ.

Общим делителем двух чисел называется такое число, на которое делятся оба данных числа.

Например, для чисел 60 и 18 общими делителями будут числа 1, 2, 3 и 6, так как 60 и 18 делятся на эти числа. Число 12 не будет общим делителем чисел 60 и 18, так как число 18 не делится на 12.

Из общих делителей можно выбрать самый большой делитель. Для 60 и 18 таким наибольшим делителем будет 6. Для чисел 120 и 60 наибольшим общим делителем будет 60.

Наибольшим общим делителем двух чисел называется самый больший их общий делитель.

Некоторые числа имеют только один общий делитель, равный единице. Например, числа 8 и 15 имеют только один общий делитель, он равен 1.

Определение. *Два числа, которые имеют только один общий делитель (равный 1), называются взаимно простыми числами.*

Задание 30.

1. Какие общие делители имеют числа 10 и 5; 12 и 6; 20 и 3?
2. Назвать два каких-либо числа, которые имеют общий делитель, равный 2; равный 3; равный 15.
3. Назвать несколько пар взаимно простых чисел.
4. Какое число называют общим делителем двух данных чисел?
5. Какие числа называются взаимно простыми?

Упражнения.

275. Написать число, взаимно простое с числом: 10, 12, 13, 22, 30, 42, 65.

276. Найти устно общие делители чисел 6 и 14; 9 и 15; 14 и 21; 30 и 45; 22 и 77; 100 и 102.

277. Разложить на простые множители числа: 28 и 48; 60 и 72; 100 и 120; 105 и 315. Выписать в порядке возрастания все делители того и другого числа. Подчеркнуть общие делители каждой пары чисел.

278. Из города выехал велосипедист со скоростью 20 км в час. На 2 часа позже из другого города, отстоящего от первого на 280 км, навстречу велосипедисту выехал мотоциклист. На каком расстоянии от первого города велосипедист и мотоциклист встретятся, если скорость мотоциклиста в 3 раза больше скорости велосипедиста?

279. Из 1 ц молока получается 9 кг сыра. Сколько сыра можно приготовить из молока, полученного от 150 коров за 5 месяцев, если средний удой каждой коровы составляет 12 кг в день?

280. Длина реки Дона в 4 раза больше длины реки Москвы. Найти длину каждой реки, если известно, что река Дон длиннее реки Москвы на 1467 км.

§ 46. ОБЩЕЕ КРАТНОЕ ЧИСЛ.

Кратным некоторого данного числа называется число, которое делится на данное число. Для нескольких чисел можно найти такое число, которое делится на все эти числа, его называют **общим кратным**.

Например, для чисел 15, 6 и 9 общим кратным будет число 90, так как 90 делится на 15, на 6 и на 9. Общих кратных можно найти бесконечное множество. Для чисел 15, 6 и 9 общими кратными будут числа 180, 270, 360, 450 и т. д.

Определение 1. *Общим кратным нескольких чисел называется число, которое делится на каждое из данных чисел.*

Определение 2. *Наименьшим общим кратным нескольких чисел называется самое меньшее из общих кратных этих чисел.*

Для чисел 5, 6 и 10 наименьшим общим кратным будет число 30, а для чисел 15, 6 и 9 наименьшим общим кратным будет число 90.

НАХОЖДЕНИЕ НАИМЕНЬШЕГО ОБЩЕГО КРАТНОГО ЧИСЛА.

I способ. Наименьшее общее кратное можно находить путем проб. Прежде всего надо выяснить, не будет ли наименьшим общим кратным самое большее из данных чисел.

Например, для чисел 4, 12 и 6 наименьшим общим кратным будет 12, так как 12 делится на 4 и 6. Сокращенно запишем так:

$$\text{НОК}(4, 12, 6) = 12.$$

Рассмотрим еще пример: найти НОК (4, 16, 6). В этом примере наибольшее из чисел 16 не будет наименьшим общим кратным, так как 16 не делится на 6. В таком случае наибольшее из данных чисел умножают на 2, на 3, на 4 и т. д. до тех пор, пока произведение не будет делиться на все данные числа.

Умножив 16 на 2, получим произведение 32, которое также не делится на 6. Если умножим 16 на 3, то полученное произведение 48 делится на все данные числа, следовательно,

$$\text{НОК}(4, 16, 6) = 48.$$

II способ. Наименьшее общее кратное можно находить с помощью разложения данных чисел на простые множители.

Пример. Найти НОК (300, 270, 77).

Разложим устно эти числа на простые множители.

$$300 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5; \quad 270 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5; \quad 77 = 7 \cdot 11.$$

Выпишем одинаковые простые множители (например, двойки) из того разложения, в которое они входят в наибольшем количестве. Выпишем также из каждого разложения все одиночные простые множители, которых нет в остальных разложениях. Все выписанные простые множители перемножим. Простой множи-

тель 2 встречается в наибольшем количестве в разложении числа 300, где он содержится 2 раза. Простой множитель 3 встречается в наибольшем количестве в разложении числа 270, где он встречается 3 раза. Множитель 5 содержится 2 раза в разложении числа 300, а множители 7 и 11 содержатся по одному разу в разложении числа 77.

Взяв эти множители в указанном количестве, составим из них произведение:

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11.$$

Покажем, что это произведение будет наименьшим общим кратным данных чисел. Оно делится на любое из них, например на 300, потому что содержит все множители, входящие в разложение этого числа. Применяя законы умножения, можно записать, что

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = (2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11) = 300 \cdot 693.$$

Следовательно, произведение делится на 300. Таким же образом можно проверить, что оно делится на 270 и 77.

Итак, это произведение — общее кратное данных чисел. При его составлении мы не брали лишних множителей, а поэтому оно должно быть наименьшим общим кратным.

Произведение вычисляем, применяя устный счет:

$$(2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (7 \cdot 11) = 100 \cdot 27 \cdot 77.$$

Окончательно получим, что

$$\text{НОК} (300, 270, 77) = 207\,900.$$

Чтобы найти наименьшее общее кратное нескольких чисел, нужно:

- 1) разложить эти числа на простые множители;*
- 2) каждый из множителей взять столько раз, сколько раз он входит в разложение числа с наибольшим количеством этих множителей;*
- 3) перемножить все взятые множители.*

З а м е ч а н и е 1. Если разложения не содержат общих простых множителей, то наименьшее общее кратное равно произведению этих чисел.

Примеры. 1) $\text{НОК} (12, 7) = 12 \cdot 7 = 84$;

2) $\text{НОК} (5, 8, 9) = 5 \cdot 8 \cdot 9 = 360$.

З а м е ч а н и е 2. Можно при вычислении НОК выделить из взятых множителей те, которые входят в разложение большего из

данных чисел. Умножив это число на произведение остальных множителей, получим НОК.

Пример. Найти НОК (676, 312).

$$676 = 2 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 13; \quad 312 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13.$$

$$\text{НОК (676, 312)} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 13 = 676 \cdot 6 = 4056.$$

Задание 31.

1. Найти путем проб НОК чисел:
1) 6, 5 и 30; 2) 10, 12 и 5; 3) 3, 4, 12 и 15.
2. Найти НОК чисел:
1) 180 и 80; 2) 300, 49 и 200; 3) 5 и 11; 4) 9, 8 и 5.
3. Какое число называют общим кратным нескольких чисел?
4. Какое число называют наименьшим общим кратным нескольких чисел?

Упражнения.

281. Найти устно НОК чисел: 1) 8 и 6; 2) 8 и 10; 3) 2, 5 и 6; 4) 2, 5 и 7; 5) 10, 40 и 80.

282. Даны числа 12 и 16. Написать по 10 чисел, кратных каждому из данных чисел, расположив эти кратные в порядке возрастания.

Образец записи:

12	24	36			
16	32				

Подчеркнуть в получившейся таблице общие кратные для чисел 12 и 16, выписать НОК.

283. Выполнить такое же упражнение для чисел: 1) 24 и 60; 2) 24, 30 и 40.

284. Найти НОК чисел:

- 1) 28 и 40; 4) 60 и 128; 7) 24, 34 и 64; 10) 180, 224 и 252;
- 2) 36 и 48; 5) 96 и 144; 8) 35, 45 и 70; 11) 450, 855 и 950;
- 3) 55 и 125; 6) 75 и 105; 9) 90, 120 и 192; 12) 500, 625 и 1024.

285. Найти НОК каждой пары чисел и частное от деления НОК на каждое из чисел этой пары:

- 1) 24 и 56; 3) 75 и 95; 5) 250 и 256.
- 2) 126 и 144; 4) 88 и 120;

286. Заработок сына в три раза меньше заработка отца, а вместе они получили за месяц 168 руб. 80 коп. Сколько зарабатывают в месяц отец и сын отдельно?

287. С трех участков собрали 18 090 ц пшеницы. С первого участка собрали в 2 раза больше, чем со второго, а с третьего в три раза больше, чем с первого. Сколько пшеницы собрали с каждого участка?

288. На двух грузовых автомашинах можно перевести за 1 рейс 7500 кг груза. Грузоподъемность первой из них вдвое больше, чем второй. Обе машины сделали по 12 рейсов, затем вторая сделала еще 7 рейсов. Сколько груза перевезли обе машины?

289. Вычислить:

- 1) $(395 \cdot 52 - 603) \cdot 25 - 24 \cdot 962$;
- 2) $20\,346 + 1\,092\,322 : 574 - (1598 - 46 \cdot 13)$;
- 3) $26\,928 : 11 \cdot 3 - 26\,928 : (11 \cdot 3)$;
- 4) $(83 + 9522 : 46) : 290 + 99\,999$.

290. Вычислить:

- 1) $\frac{19 \cdot 832 + 832 \cdot 31}{96 + 64\,200 : 25 : 642}$;
- 2) $\frac{828 + 44 \cdot 25 + 900}{(1111 - 999) \cdot 4}$;
- 3) $\frac{8 \cdot 33 \cdot 125}{107\,736 : 134 - 23 \cdot 23} - \frac{12\,000 : 25 \cdot 4 + 12 \cdot 1040}{12\,000 : (25 \cdot 4)}$.

291. Для пайки жестяных изделий применяется сплав, в котором на одну часть свинца приходится две части олова. На каждые 15 изделий требуется 100 г сплава. Сколько нужно взять свинца и олова, чтобы выполнить пайку 180 изделий?

292. Из двух городов вышли одновременно навстречу друг другу два поезда и встретились через 18 час. Определить скорости поездов, зная, что разность их скоростей равна 10 км в час, а расстояние между городами 1620 км.

293. Контрольное задание.

1) Для получения бетона берут 1 часть цемента, 2 части песка и 4 части щебня. Сколько цемента, песка и щебня потребуется для получения 252 т бетона?

2) Найти НОК чисел: 44, 9 и 144.

3) Вычислить: $22 + 3248 : 16 - 96 : 6 \cdot 14$.

294. Контрольное задание.

1) С 14 га собрали по 150 ц картофеля с каждого гектара.

Картофеля 1-го сорта оказалось в 2 раза больше, чем 2-го сорта, а 3-го сорта в 2 раза меньше, чем 2-го сорта. Сколько собрали картофеля каждого сорта?

2) Найти НОК чисел: 54, 465 и 4320.

3) Вычислить: $\frac{73 + 27 \cdot 13}{713 - 55 \cdot 12} - 9504 : (108 \cdot 11)$.

§ 48. УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ.

295. Вычислить:

1) $2991 + 4\,218\,900 : 2100$;

2) $6\,279\,000 : 8050 - 779$;

3) $375 \cdot 12 + 102 \cdot (255 - 37) - 3075 : 15 \cdot 42$;

4) $201 \cdot 856 : 321 - (836 - 10 \cdot 41)$;

5) $(110\,292 : 14 : 101 + 4400 - 3398) \cdot (1237 - 23\,138 : 23)$;

6) $3\,121\,350 - (15\,125 : 25 + 302 \cdot 804 - 51\,000 : 170) \cdot 9$;

7) $\frac{5 \cdot (141 + 288 + 359) - 940}{1258 + 724 - 258 - 4 \cdot 181} - 20\,280 : 1690 : 4$;

8) $\frac{(777\,777 \cdot 9 + 7) : 4375 + 400}{(900 + 638 - 538) \cdot 2} - 1536 : (128 \cdot 12)$.

Вычислить с помощью счетов:

9) $721 + 854 - 93$;

12) $7564 - 6439 + 73\,564$;

10) $966 - 528 - 321$;

13) $964 + 1049 + 12\,686 + 97\,211$;

11) $1243 - 648 + 4092$;

14) $65\,263 - 49\,281 - 10\,924 + 34\,756$.

296. Пользуясь признаками делимости и правилом делимости суммы, установить, какая из написанных сумм разделится на 2, на 3:

1) $152\,628 + 5427$;

4) $175\,185 + 34\,140$;

2) $172\,344 + 6336$;

5) $64\,724 + 54\,858$;

3) $542\,401 + 81\,018$;

6) $725\,481 + 700\,362$.

297. В предыдущем упражнении установить, какие из слагаемых делятся на 5, на 9.

298. Разложить на простые множители:

1) 900;

3) 23 100;

5) 86 625;

7) 9440;

2) 756;

4) 2187;

6) 2736;

8) 100 000.

299. Найти НОК чисел:

1) 84 и 35;

4) 36, 32 и 48;

7) 1860 и 1116;

2) 380 и 570;

5) 360, 450 и 510;

8) 1001 и 546.

3) 2808 и 351;

6) 121, 154 и 297;

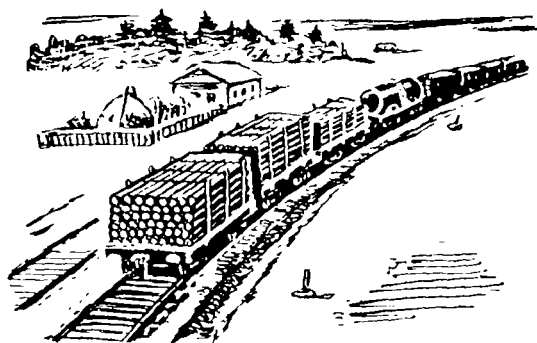


Рис. 34.

300. Найти среднее арифметическое данных чисел. Результат округлить: а) до 1; б) до 10.

- 1) 87 и 94;
- 2) 125, 129 и 131;
- 3) 227, 218 и 224;
- 4) 43, 39, 47 и 41;
- 5) 189, 183, 191 и 191;
- 6) 73, 72, 70, 75, 75 и 74.

301. Расстояние по железной дороге от Бреста до Москвы 1100 км, а от Москвы до Иркутска на 3942 км больше. Расстояние от Иркутска до Владивостока на 782 км меньше расстояния между Москвой и Иркутском. Сколько километров от Бреста до Владивостока?

302. В сосуде было 3 л жидкости. Сперва отлили 852 куб. см, а во второй раз на 267 куб. см больше. Сколько жидкости осталось в сосуде?

303. Сколько платформ нужно подать для перевозки 3950 шпал (рис. 34), если на каждую погружать до 200 шпал? Сколько шпал будет на последней платформе?

304. Из двух городов, расстояние между которыми 1632 км, вышли одновременно два поезда и встретились через 16 час. Один из них за 12 час. прошел 636 км. Какое расстояние пройдет каждый из них до встречи?

305. Засеянный прямоугольный участок поля учетчик измерил с помощью полевого циркуля (сажени). По длине уложилось 480 сажений, а по ширине 250 сажений. Какова площадь поля в квадратных метрах? в гектарах? (Сажень принять равной 2 м.)

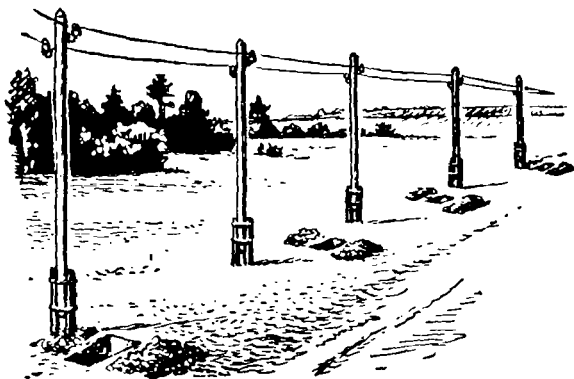


Рис. 35.

306. С картофельного поля размерами 840×750 м собрано всего 895 т картофеля.

Найти средний урожай в центнерах с 1 га.

307. Сколько будет стоить штукатурка и побелка стен и потолка вашей классной комнаты (стоимость штукатурки 1 кв. м принять за 1 рубль, а 1 кв. м побелки за 10 коп.)?

308. Сколько кубических метров воздуха приходится на одного ученика в вашей классной комнате?

309. Вдоль дороги поставлены столбы на расстоянии 45 м друг от друга (рис. 35). Их заменяют новыми столбами, расстояние между которыми равно 60 м. Первый столб ставят на место прежнего первого столба. Через сколько метров от первого столба места установки новых и прежних столбов будут совпадать?

310. Я в три раза старше брата, но в три раза моложе отца. Нам троим вместе 52 года. Сколько лет каждому из нас?

311. Трое рабочих вместе изготовили 192 детали. При этом двое рабочих изготовили деталей поровну, а третий столько, сколько изготовили первые два вместе. Сколько деталей изготовил каждый рабочий?

312. За смену скрепер и бульдозер (рис. 36) переместили вместе 2500 куб. м грунта, причем скрепер переместил втрое больше, чем бульдозер. Сколько грунта переместили отдельно бульдозер и скрепер, работая две смены?

313. Восстановить цифры, которые обозначены точками:

$$\begin{array}{r} 1) \quad 2.05. \\ - 18.37 \\ \hline 81.6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2) \quad 3.57 \\ - .98. \\ \hline 4.6 \end{array}$$

314. К числу прибавили то же число, а затем отняли удвоенное первое число. Чему равна разность?

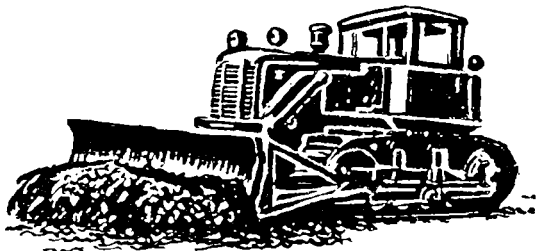
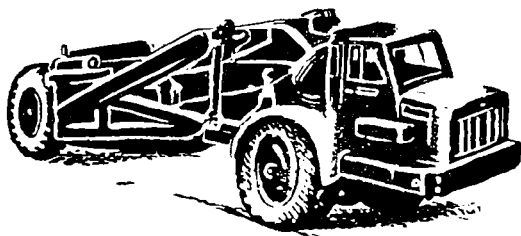


Рис. 36.

315. Улитка взбиралась на дерево высотой 10 м. За день она поднималась на 4 м, ночью она сползала вниз на 3 м. Через сколько дней улитка достигла вершины дерева?

316. Для нумерации страниц книги потребовалось 918 цифр. Сколько страниц в книге?

317. На стоянке находилось всего 16 машин: «Москвичи» и мотороллеры. Сколько машин каждого вида находилось на стоянке, если у всех вместе 50 колес?

§ 4 ВВЕДЕНИЕ НОВЫХ ЧИСЕЛ ПРИ ДЕЛЕНИИ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ.

Жизнь, практика часто ставит перед нами задачи, которые невозможно решить, если пользоваться только натуральными числами и нулем. Рассмотрим такие задачи.

Задача 1. Поле прямоугольной формы разделили на 3 равные части. Выразить в гектарах площадь каждой части, если площадь поля равна: 1) 45 га; 2) 1 га.

Решение. 1. Если площадь поля равна 45 га, то площадь каждой его части находим делением 45 на 3:

$$45 : 3 = 15 \text{ (га)}.$$

2. Если площадь поля равна 1 га, то площадь каждой его части нельзя выразить в гектарах целым числом.

На рисунке 37 показаны два способа деления поля на три равные части. Каждую часть поля назовем одной третью его. Одну треть записывают так: $\frac{1}{3}$. Площадь каждой части считают равной $\frac{1}{3}$ га.

Условимся и в таком случае задачу решать действием деления и записывать:

$$1 : 3 = \frac{1}{3} \text{ (га)}.$$

Одну треть будем называть частным от деления 1 на 3. Можно рассмотреть сходные задачи, которые приведут к делению единицы на другие натуральные числа.

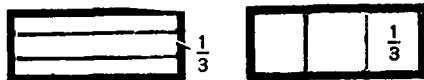


Рис. 37.

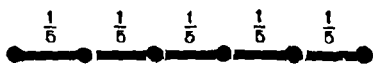


Рис. 38.

В итоге получим запись:

$$1 : 2 = \frac{1}{2}; \quad 1 : 3 = \frac{1}{3}; \quad 1 : 4 = \frac{1}{4}; \quad 1 : 5 = \frac{1}{5} \text{ и т. д.}$$

Эти результаты: $\frac{1}{2}$ (одна вторая, или половина); $\frac{1}{3}$ (одна третья, или одна треть); $\frac{1}{4}$ (одна четвертая, или одна четверть); $\frac{1}{5}$ (одна пятая); $\frac{1}{6}$ (одна шестая) и т. д. — называют долями единицы.

Если отрезок, принятый за единицу (рис. 38), разделить на 5 равных частей, то каждая часть составит $\frac{1}{5}$ этого отрезка. Отрезок можно разделить на любое число равных частей. В результате этого будут получаться различные доли отрезка (единицы), например $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$ и т. д. Доли единицы условимся называть **дробными числами**.

Задача 2. Поле прямоугольной формы, площадь которого равна 2 га, разделили на 3 равные части (рис. 39). Выразить в гектарах площадь каждой части.

Решение. Разделим каждый гектар поля на три равные части (рис. 40). Площадь каждой такой части равна $\frac{1}{3}$ га. Каждая часть всего поля содержит две такие части или $\frac{2}{3}$ (две третьих) гектара.

Решение задачи запишем кратко так:

$$2 : 3 = \frac{2}{3} \text{ (га)}.$$

Будем называть $\frac{2}{3}$ частным от деления 2 на 3.

Решая подобные задачи, придем к записям:

$$5 : 7 = \frac{5}{7}; \quad 12 : 10 = \frac{12}{10};$$

$$17 : 1000 = \frac{17}{1000} \text{ и т. п.}$$

Такие частные, как $\frac{5}{7}$ (пять семь-

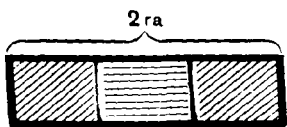


Рис. 39.

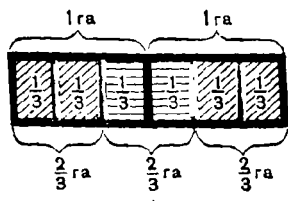


Рис. 40

мых), $\frac{12}{10}$ (двенадцать десятых), $\frac{17}{1000}$ (се-
мнадцать тысячных) и т. п., называют
дробными числами или дробями. Каждая
из таких дробей состоит из нескольких
одинаковых долей единицы.

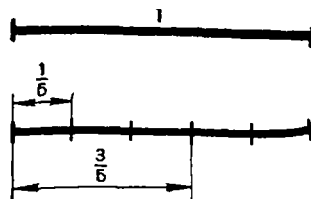


Рис. 41.

Определение. *Дробным числом, или дробью, назы-
вается одна доля единицы или несколько одинаковых
долей единицы.*

За единицу в различных задачах принимают 1 м, 1 га, 1 час
и т. п., а также путь, запас керосина и т. д.

Примеры. 1. Если известно, что, двигаясь равномерно, за
5 час. прошли весь путь, то за 1 час проходили $\frac{1}{5}$ пути, за три
часа прошли $\frac{3}{5}$ пути (рис. 41).

2. Сутки содержат 24 часа. Следовательно, 1 час составляет
 $\frac{1}{24}$ суток, а 7 часов составляют $\frac{7}{24}$ суток.

Решая задачи 1 и 2 о площади поля, мы условились назы-
вать дроби $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{3}$ частными.

Таким образом, можно дробное число рассматривать как част-
ное от деления одного натурального числа на другое. При этом
делитель пишется под чертой и обозначает, на сколько равных
частей разделена единица, а делимое пишется над чертой и по-
казывает, сколько таких частей взято. Дроби, записанные таким
способом (с помощью черты), называют **обыкновенными дробями.**

Задание 32.

1. Записать частное в виде дроби:

- | | | | |
|------------|------------|------------|-------------|
| 1) 1 : 6; | 3) 3 : 7; | 5) 1 : 50; | 7) 15 : 41. |
| 2) 1 : 10; | 4) 8 : 10; | 6) 2 : 5; | |

2. Сколько минут содержит: $\frac{1}{2}$ часа ? $\frac{1}{4}$ часа ? $\frac{1}{10}$ часа ?

3. Сколько граммов содержит: $\frac{1}{4}$ кг ? $\frac{3}{10}$ кг ?

4. Что называется дробью ?

Упражнения.

318. Записать дроби: четыре десятых; три пятых; одна сотая;
восемнадцать тысячных; пятнадцать четвертых; сто девярых.

319. Площадь поля равна 35 га, чему равна: $\frac{1}{35}$ площади поля? $\frac{9}{35}$ площади поля?

320. Записать в виде дробн частные:

- 1) 1 : 12; 3) 6 : 15; 5) 5 : 3;
2) 1 : 10 000; 4) 8 : 25; 6) 89 : 20.

321. Сколько часов содержит: $\frac{1}{6}$ суток? $\frac{5}{6}$ суток?

322. Какую долю часа составляет 1 минута? 1 секунда?

323. Какую долю килограмма составляет 1 г? 10 г? 100 г?

324. 1) Одно число составляет $\frac{1}{4}$ часть другого. Найти эти числа, если их сумма равна 1200.

2) Одно число составляет $\frac{1}{5}$ другого. Найти эти числа, если их разность равна 256.

ВВЕДЕНИЕ ДРОБНЫХ ЧИСЕЛ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ.

При измерении величин мы часто пользуемся дробями. Например, мы говорим: «Нужно взвесить $\frac{1}{2}$ кг масла». Это означает, что требуется взвесить 500 г масла, так как $\frac{1}{2}$ килограмма составляет 500 г.

Можно сказать, что продолжительность урока составляет $\frac{3}{4}$ часа, или 45 минут.

Используя дроби, можно значение величины, полученное в мелких единицах, выразить в более крупных единицах данной системы мер. Например, миллиметры выразить в сантиметрах, метрах или километрах.

Примеры.

1. Так как в одном метре содержится 100 см, то 1 см в 100 раз меньше 1 м, а поэтому $1 \text{ см} = (1 : 100) \text{ м}$ или $1 \text{ см} = \frac{1}{100} \text{ м}$.

Следовательно, $2 \text{ см} = \frac{2}{100} \text{ м}$; $3 \text{ см} = \frac{3}{100} \text{ м}$ и т. д.

2. Известно, что $1 \text{ га} = 10\,000 \text{ кв. м}$, а поэтому $1 \text{ кв. м} = \frac{1}{10\,000} \text{ га}$. Отсюда следует, что $2 \text{ кв. м} = \frac{2}{10\,000} \text{ га}$, $3 \text{ кв. м} =$

$= \frac{3}{10\,000} \text{ га}$ и т. д.

ЗАПИСЬ ДРОБИ. ИЗОБРАЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА В ВИДЕ ДРОБИ.

Дроби изображают с помощью черты и двух натуральных чисел, одно из которых записывается над чертой, а другое под чертой. Число, стоящее над чертой, называется числителем дроби, а число, стоящее под чертой, называется знаменателем дроби.

Знаменатель показывает, на сколько равных частей разделена единица, а числитель указывает число этих частей в данной дроби.

Числитель и знаменатель называются членами дроби. Частное от деления двух натуральных чисел равно дроби, у которой числитель равен делимому, а знаменатель делителю.

$$23 : 105 = \frac{23}{105}; \quad 10 : 3 = \frac{10}{3}; \quad 3 : 10 = \frac{3}{10}.$$

Это определение условились применять и в тех случаях, когда делителем является единица. Так, например, можно записать, что

$$5 : 1 = \frac{5}{1} \quad \text{или} \quad 132 : 1 = \frac{132}{1}.$$

Все дроби образуют множество дробных чисел. Множество натуральных чисел является частью этого множества.

Задание 33.

1. Выразить в метрах: 1 дм; 2 дм; 3 дм; 7 дм; 4 дм 2 см; 29 дм 5 см.
2. Выразить в квадратных метрах: 1 кв. см; 23 кв. см; 273 кв. см; 1000 кв. мм; 5 кв. дм 60 кв. см; 10 кв. дм 10 кв. см.
3. Что показывает числитель дроби? знаменатель дроби?

Упражнения.

325. Выразить в квадратных метрах:

- | | |
|--------------|-------------------------|
| 1) 1 кв. дм; | 5) 27 кв. см; |
| 2) 1 кв. см; | 6) 374 кв. мм; |
| 3) 1 кв. мм; | 7) 2 кв. дм 17 кв. см; |
| 4) 3 кв. дм; | 8) 25 кв. см 25 кв. мм. |

326. Выразить в кубических метрах:

- | | |
|----------------|---------------------------|
| 1) 1 куб. дм; | 5) 1275 куб. см; |
| 2) 1 куб. см; | 6) 69 570 куб. см; |
| 3) 3 куб. дм; | 7) 1 куб. дм 250 куб. см; |
| 4) 28 куб. дм; | 8) 5 куб. дм 35 куб. см. |

327. Записать дроби, у которых числители равны 7, 12 и 18, а знаменатель равен 25.

328. Записать дроби, у которых числитель 128, знаменатели 3; 7; 15; 250.

329. Найти наименьшее общее кратное знаменателей следующих дробей:

$$1) \frac{2}{25}, \frac{1}{100} \text{ и } \frac{3}{400}; 2) \frac{1}{8}, \frac{1}{5} \text{ и } \frac{1}{3}; 3) \frac{5}{24}, \frac{2}{13} \text{ и } \frac{1}{180}.$$

330. Одна треть ширины прямоугольника равна 28 м, а $\frac{1}{4}$ его длины равна 55 м. Вычислить его площадь в квадратных метрах. Выразить ее приближенно с точностью до 1 га.

331. Изобразить отрезок и $\frac{1}{5}$ его. Какую долю отрезка составляет $\frac{1}{2}$ от $\frac{1}{5}$ его?

§ 52. ПРАВИЛЬНАЯ И НЕПРАВИЛЬНАЯ ДРОБЬ.

Различают правильные и неправильные дроби.

Определение. *Правильной дробью называют дробь, у которой числитель меньше знаменателя.*

Дроби $\frac{2}{3}$; $\frac{7}{10}$ и $\frac{47}{57}$ — правильные.

Определение. *Неправильной дробью называется дробь, у которой числитель равен знаменателю или больше знаменателя.*

Например, дроби $\frac{5}{5}$; $\frac{6}{5}$; $\frac{13}{10}$; $\frac{200}{50}$ — неправильные.

§ 53. СМЕШАННОЕ ЧИСЛО.

Чтобы разделить, например, 5 яблок поровну между тремя детьми, можно поступить так (рис. 42): дать каждому по одному яблоку ($3 : 3 = 1$), а оставшиеся 2 яблока разделить на троих поровну. Для этого каждое из оставшихся яблок можно разделить на 3 равные части и дать каждому из детей по $\frac{2}{3}$ яблока ($2 : 3 = \frac{2}{3}$).

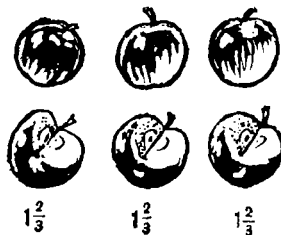
Для чисел это деление можно записать так:

$$5 : 3 = (3 + 2) : 3 = 3 : 3 + 2 : 3 = 1 + \frac{2}{3} = 1 \frac{2}{3}.$$

Краткая запись $(1 \frac{2}{3})$ суммы натурального числа 1 и дроби $\frac{2}{3}$ представляет собой смешанное число.



Определение. *Смешанным числом называется сумма натурального числа и дроби, записанная без знака сложения.*



Обычно дробь смешанного числа является правильной дробью.

Например: $1 \frac{5}{6}$; $12 \frac{6}{7}$; $10 \frac{1}{5}$.

Рис. 42.

ЧИСЛОВОЙ ЛУЧ.

Часть прямой, ограниченная двумя ее точками, называется отрезком прямой или просто отрезком (рис. 43).

Часть прямой, расположенная по одну сторону от некоторой точки этой прямой, называется лучом (рис. 44). Эту точку называют началом луча.

Отложим от начала луча равные отрезки (рис. 45) и напишем около начала луча A число 0, а у концов отрезков последовательные натуральные числа. Такой луч называется **числовым лучом**. Каждый из равных отрезков называют **единичным отрезком**.

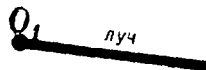


На числовом луче можно отметить точки, соответствующие дробным числам (рис. 46).

Для изображения на числовом луче точки, соответствующей, например, числу $4 \frac{3}{5}$, делят единичный отрезок на 5 равных частей (рис. 46). Затем от точки, соответствующей числу 4, откладывают $\frac{3}{5}$ единичного отрезка.



Рис. 43.



Может оказаться, что две дроби изображаются одной и той же точкой

Рис. 44.

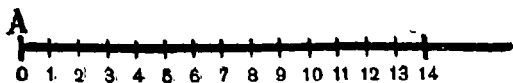


Рис. 45.

числового луча. Такие дроби называются **равными**. Например, на рисунке 47 видно, что равны следующие дроби:

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10}; \quad \frac{2}{5} = \frac{4}{10}; \quad \frac{3}{5} = \frac{6}{10}; \quad \frac{4}{5} = \frac{8}{10}.$$

Если дробям соответствуют различные точки, то дроби считаются **неравными**. Например, дроби $2\frac{1}{4}$ и $3\frac{5}{6}$ изображаются различными точками *В* и *С* (рис. 46), поэтому эти дроби не равны. Расстояние *АС* больше, чем расстояние *АВ*, поэтому считают, что $3\frac{5}{6}$ больше, чем $2\frac{1}{4}$.

На числовом луче правильным дробям соответствуют точки, находящиеся между точками 0 и 1. Следовательно, **любая правильная дробь меньше единицы**. Неправильным дробям соответствует точка 1 и точки, расположенные вправо от точки 1. Поэтому **неправильная дробь или равна единице, или больше единицы**.

Например, $\frac{3}{5}$ меньше 1; $\frac{5}{5} = 1$; $\frac{6}{5}$ больше 1.

Задание 34.

1. Какие дроби называются неправильными? Какие дроби называются правильными? Привести примеры.

2. Как короче можно записать суммы: $2 + \frac{3}{4}$; $4 + \frac{1}{5}$; $10 + \frac{1}{10}$?

3. Изобразить на числовом луче числа: $2\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{4}$. Какое из них меньше 1 и какое больше 1?

Упражнения.

332. Какие из дробей: $\frac{5}{3}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{13}{10}$, $\frac{17}{5}$, $\frac{15}{15}$ — будут правильными?

333. Записать все правильные дроби со знаменателем 8.

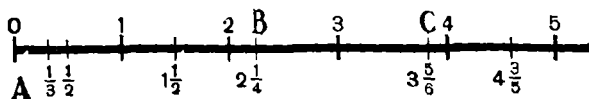


Рис. 46

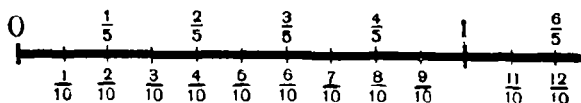


Рис. 47.

334. Записать все неправильные дроби с числителем 8.

335. Записать смешанным числом результаты деления:

$$1) (6 + 1) : 2; \quad 2) (10 + 4) : 5; \quad 3) (28 + 3) : 7.$$

336. Изобразить на числовом луче числа: $\frac{1}{2}$; 1; $1\frac{1}{4}$; 2 и $3\frac{1}{2}$. Указать, какие из них меньше 1 и какие больше.

337. Сколько четвертых долей содержится в каждом из чисел: $1\frac{1}{4}$; $5\frac{3}{4}$; $3\frac{1}{4}$?

338. Какие из чисел: $\frac{15}{5}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{16}{27}$, $\frac{27}{16}$ — больше 1?

339. 1) Автомашина прошла расстояние от одной остановки до другой за 30 минут. Какую часть этого расстояния она проходила в среднем за 1 минуту? за 7 минут? за 15 минут?

2) Ученик прочитал книгу за 4 часа 40 минут. Какую часть книги он прочел за 5 минут? за 28 минут? за 1 час 10 минут?



ВЫРАЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНОГО ИЛИ СМЕШАННОГО ЧИСЛА НЕПРАВИЛЬНОЙ ДРОБЬЮ.

Всякое натуральное число можно выразить дробью с любым знаменателем.

Допустим, что натуральное число 5 надо выразить дробью со знаменателем 6. Рассуждаем так: в одной единице содержится 6 раз по $\frac{1}{6}$, а в 5 единицах этих долей содержится в 5 раз больше, т. е. 30, а поэтому $5 = \frac{30}{6}$.

Отсюда делаем вывод: чтобы натуральное число выразить дробью с данным знаменателем, надо данный знаменатель умножить на натуральное число; полученное произведение будет числителем искомой дроби.

Выразим $3\frac{4}{7}$ неправильной дробью. Используя предыдущее правило, выразим сперва натуральное число 3 в седьмых долях, их будет $3 \cdot 7$, или 21, такая доля. Кроме того, в дроби смешанного числа имеется 4 седьмых. Всего получим 25 седьмых. Итак:

$$3\frac{4}{7} = \frac{7 \cdot 3 + 4}{7} = \frac{25}{7}.$$

Чтобы смешанное число выразить неправильной дробью, надо знаменатель его дроби умножить на его натуральное число и к произведению прибавить числитель этой дроби, результат будет числителем неправильной дроби; знаменателем неправильной дроби будет знаменатель дроби смешанного числа.

Задание 35.

1. Выразить число 7 дробями со знаменателем 1, 2, 3, 4, 5 и 6.
2. Выразить в виде неправильной дроби: $2\frac{1}{3}$, $20\frac{1}{3}$, $4\frac{7}{8}$, $10\frac{5}{7}$, $5\frac{9}{10}$.

Упражнения.

340. Выразить число 12 дробями со знаменателем 5, 6, 7 и 100.

341. Выразить в виде неправильных дробей:

1) $1\frac{2}{3}$; $5\frac{1}{9}$; $17\frac{3}{4}$ и $50\frac{3}{8}$;

2) $2\frac{1}{7}$; $5\frac{3}{8}$; $11\frac{1}{10}$; $27\frac{4}{5}$.

342. Сколько пятых, шестых и седьмых долей содержит единица?

343. Сколько десятых долей содержится в каждом из чисел: 5; $2\frac{3}{10}$; 7 и $14\frac{7}{10}$?

344. Записать в виде смешанных чисел:

1) $5 + \frac{2}{13}$;

3) $10 - 3 + \frac{7}{100}$;

2) $7 + 1 + \frac{5}{8}$;

4) $12 + 2 - 9 + \frac{8}{25}$.

6. ВЫРАЖЕНИЕ НЕПРАВИЛЬНОЙ ДРОБИ НАТУРАЛЬНЫМ ИЛИ СМЕШАНЫМ ЧИСЛОМ.

Выразим $\frac{32}{5}$ смешанным числом. Эта дробь содержит 32 пятые доли, а в единице содержится 5 пятых долей. Чтобы узнать, сколько единиц содержит дробь $\frac{32}{5}$, нужно 32 разделить на 5. В частном получится 6, следовательно, дробь $\frac{32}{5}$ содержит 6 единиц. Остаток 2 показывает, что, кроме 6 единиц, в этой дроби содержится еще $\frac{2}{5}$. Итак, $\frac{32}{5} = 6\frac{2}{5}$.

Чтобы неправильную дробь выразить смешанным числом, надо числитель разделить на знаменатель. Частное дает натуральное число смешанного числа, а остаток — числитель дроби этого числа.

Если деление числителя на знаменатель выполняется без остатка, то неправильная дробь выражается натуральным числом.

Например, $\frac{45}{5} = 9$.

Вследствие этого можно сказать, что при делении с остатком большего числа на меньшее частное можно выразить смешанным числом.

Примеры. $47 : 5 = 9 \frac{2}{5}$; $31 : 10 = 3 \frac{1}{10}$.

Задание 36.

1. Выразить неправильные дроби $\frac{301}{10}$; $\frac{405}{4}$; $\frac{971}{8}$ и $\frac{435}{30}$ смешанными числами.

2. Какое из чисел в предыдущем упражнении будет наибольшим и какое наименьшим?

Упражнения.

345. Выразить смешанными числами дроби:

$$1) \frac{16}{5}; \frac{45}{13}; \frac{203}{20} \text{ и } \frac{457}{45};$$

$$2) \frac{25}{8}; \frac{47}{15}; \frac{231}{100}; \frac{231}{23};$$

$$3) \frac{65}{6}; \frac{243}{24}; \frac{365}{18}; \frac{207}{40}.$$

346. Выразить неправильными дробями смешанные числа:

$$1) 5 \frac{5}{8}; 12 \frac{5}{12}; 50 \frac{17}{20}; 109 \frac{7}{9};$$

$$2) 8 \frac{9}{10}; 20 \frac{8}{25}; 15 \frac{23}{100}; 808 \frac{13}{65}.$$

347. Написать все неправильные дроби с числителем 9 и выразить их смешанными или натуральными числами.

348. 1) В первый день прошли $\frac{2}{5}$ пути. Сколько прошли километров, если весь путь равен 60 км? Объяснить решение, используя чертеж.

2) Прошли $\frac{2}{3}$ пути, что составляет 60 км. Сколько километров составляет весь путь? Объяснить решение, используя чертеж.

349. 1) За $\frac{7}{40}$ кг чаю заплатили 1 руб. 33 коп. Сколько стоит 1 кг чаю?

2) Купили $\frac{7}{20}$ кг конфет. Сколько заплатили, если 1 кг стоит 1 руб. 80 коп.?

350. Составить все неправильные дроби, у которых числителями и знаменателями являются числа 3, 7, 8 и 12. Каждую из этих дробей выразить натуральным или смешанным числом.

СРАВНЕНИЕ ДРОБЕЙ ПО ВЕЛИЧИНЕ.

Для обозначения того, что одно число больше или меньше другого, употребляют знаки **неравенства**: $>$ и $<$. Острием этот знак всегда обращен к меньшему числу: так, например, пишут:

$$20 < 100, \text{ или } 100 > 20.$$

Запись читают так: двадцать меньше ста, или сто больше двадцати.

Как узнать, какая из двух дробей больше и какая меньше? Такое сравнение можно сделать с помощью числового луча (§ 54). Но этот способ неудобен. Обычно для сравнения дробей применяют другой способ, который не требует выполнения чертежа.

Сравним дроби с одинаковыми знаменателями. Если даны дроби $\frac{5}{14}$ и $\frac{11}{14}$, то это означает, что первая дробь содержит 5 долей, а вторая 11 таких же долей, следовательно, вторая дробь больше первой (рис. 48).

$$\text{Можно записать, что } \frac{11}{14} > \frac{5}{14}, \text{ или } \frac{5}{14} < \frac{11}{14}.$$

Если дроби имеют одинаковые знаменатели, то та из них больше, у которой числитель больше.

Сравним дроби $\frac{3}{5}$ и $\frac{3}{8}$ с одинаковыми числителями. На рисунке 49 одна и та же единица, изображенная отрезком AB , была разделена сначала на 5 равных частей, а потом на 8 равных частей.

Дробь $\frac{3}{5}$ содержит 3 доли единицы, а дробь $\frac{3}{8}$ содержит тоже 3 доли, но более мелкие, а поэтому

$$\frac{3}{5} > \frac{3}{8}, \text{ или } \frac{3}{8} < \frac{3}{5}.$$

Если дроби имеют одинаковые числители, то та из них больше, у которой знаменатель меньше.

Вспомним, что всякая правильная дробь меньше 1, а неправильная дробь больше 1 или равна 1. Следовательно, любая неправильная дробь больше любой правильной дроби.

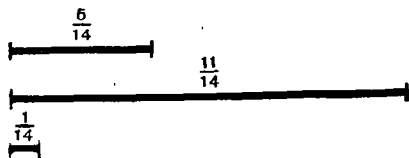


Рис. 48.

Примеры. $\frac{3}{8} < \frac{9}{5}$; $\frac{101}{27} > \frac{197}{200}$.

Сравнение по величине дробей с разными числителями и знаменателями будет рассматриваться в дальнейшем (§ 62).

Задание 37.

1. Расположить дроби $\frac{5}{13}$; $\frac{1}{13}$; $\frac{7}{13}$; $\frac{10}{13}$ в порядке возрастания.
 2. Какая из дробей больше: $\frac{2}{3}$ или $\frac{2}{5}$; $1\frac{1}{4}$ или $1\frac{1}{5}$?
- Отметить на числовом луче точки, соответствующие этим дробям.

Упражнения.

351. Объяснить с помощью чертежа, почему:

1) $\frac{3}{5} > \frac{3}{10}$; 2) $\frac{1}{6} < \frac{1}{5}$.

352. Записать дроби $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{7}{12}$ и $\frac{4}{12}$ в порядке возрастания величины.

353. Записать дроби $\frac{3}{5}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{3}{7}$ и $\frac{3}{10}$ в порядке возрастания.

354. Записать все дроби со знаменателем 12, меньшие $\frac{7}{12}$.

355. Записать все дроби с числителем 1, большие $\frac{1}{10}$.

356. Записать дроби $\frac{15}{8}$; $\frac{15}{11}$; $\frac{15}{7}$; $\frac{15}{13}$ и $\frac{1}{5}$ в порядке возрастания.

357. Записать дроби $\frac{9}{10}$; $\frac{9}{17}$; $\frac{9}{14}$; ;

$\frac{9}{20}$ и $\frac{11}{5}$ в порядке убывания.

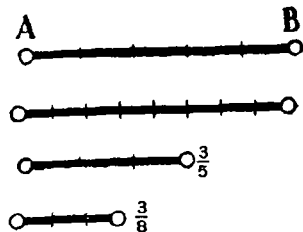


Рис. 49.

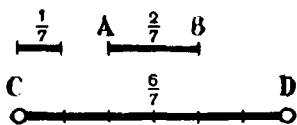


Рис. 50.

358. Какое из чисел больше:

- 1) $1\frac{2}{5}$ или $1\frac{4}{5}$? 2) $2\frac{3}{10}$ или $2\frac{3}{5}$?

Указать на числовом луче точки, соответствующие этим числам.



§ 58. ИЗМЕНЕНИЕ ДРОБИ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ЕЕ ЧИСЛИТЕЛЯ В НЕСКОЛЬКО РАЗ.

Возьмем дробь, например $\frac{2}{7}$. Увеличим ее числитель в три раза. Выясним, что дробь $\frac{6}{7}$ в три раза больше, чем $\frac{2}{7}$.

На рисунке 50 меньший отрезок изображает $\frac{1}{7}$, отрезок AB изображает дробь $\frac{2}{7}$, а отрезок CD — дробь $\frac{6}{7}$. Из рисунка видно, что отрезок CD втрое больше AB , а поэтому и число $\frac{6}{7}$ в три раза больше, чем $\frac{2}{7}$. Следовательно, при увеличении числителя дроби в 3 раза дробь увеличилась в 3 раза.

При увеличении числителя дроби в несколько раз дробь увеличивается в то же число раз.

Из рисунка 50 видно, что отрезок AB втрое меньше отрезка CD . Следовательно, число $\frac{2}{7}$ в три раза меньше, чем $\frac{6}{7}$.

При уменьшении числителя дроби в несколько раз дробь уменьшится в то же число раз.

Эти выводы можно получить и без чертежа. Мы знаем, что дробь является частным. Поэтому можно применить к дроби правила об изменении частного при изменении делимого (§ 30).



§ 58. ИЗМЕНЕНИЕ ДРОБИ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ЕЕ ЗНАМЕНАТЕЛЯ В НЕСКОЛЬКО РАЗ.

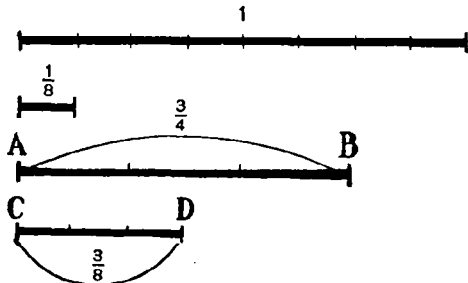


Рис. 51.

Возьмем дробь, например $\frac{3}{4}$. Увеличим ее знаменатель в 2 раза, получим дробь $\frac{3}{8}$.

Покажем, что дробь $\frac{3}{8}$ в 2 раза меньше, чем $\frac{3}{4}$.

На рисунке 51 меньший отрезок изображает $\frac{1}{8}$, отрезок AB — $\frac{3}{4}$, а отрезок CD — $\frac{3}{8}$.

Из рисунка видно, что CD вдвое меньше отрезка AB , т. е. число $\frac{3}{8}$ в 2 раза меньше, чем $\frac{3}{4}$. Следовательно, при увеличении знаменателя в два раза дробь уменьшилась в 2 раза.

При увеличении знаменателя дроби в несколько раз дробь уменьшается в то же число раз.

Из рисунка 51 видно, что отрезок AB вдвое больше отрезка CD . Следовательно, число $\frac{3}{4}$ в два раза больше, чем $\frac{3}{8}$.

При уменьшении знаменателя дроби в несколько раз, дробь увеличивается во столько же раз.

Без чертежа эти выводы можно получить, воспользовавшись правилом об изменении частного при изменении делителя (§ 30).

Задание 38.

1. Как изменится дробь, если ее числитель увеличить в 5 раз? Привести пример.

2. Как изменится дробь, если ее знаменатель увеличить в 4 раза? Привести пример.

3. Изменится ли величина дроби, если и числитель и знаменатель ее увеличить в два раза? в три раза? Привести примеры.

Упражнения.

359. Во сколько раз каждая из дробей: $\frac{9}{70}$; $\frac{12}{70}$; $\frac{21}{70}$; $\frac{51}{70}$ — больше, чем $\frac{3}{70}$?

360. Во сколько раз каждая из дробей: $\frac{60}{17}$; $\frac{10}{17}$; $\frac{24}{17}$; $\frac{3}{17}$ — меньше, чем $\frac{120}{17}$?

361. Во сколько раз каждая из дробей: $\frac{7}{80}$; $\frac{7}{120}$; $\frac{7}{200}$; $\frac{7}{160}$ — меньше, чем $\frac{7}{40}$?

362. Во сколько раз каждая из дробей: $\frac{15}{4}$; $\frac{15}{64}$; $\frac{15}{16}$; $\frac{15}{96}$; $\frac{15}{8}$ — больше или меньше, чем $\frac{15}{32}$?

363. Записать дробь, которая будет больше, чем $\frac{25}{12}$:

- 1) в 2 раза; 3) в 100 раз.
2) в 5 раз;

364. Записать дробь, которая будет меньше, чем $\frac{9}{20}$:

- 1) в 3 раза; 3) в 9 раз;
2) в 4 раза; 4) в 1000 раз.

365. Выразить неправильными дробями смешанные числа

$$7\frac{3}{8}; 6\frac{5}{12}; 12\frac{3}{10}; 21\frac{21}{40}; 108\frac{16}{35}; 804\frac{19}{60}; 99\frac{23}{100}.$$

366. Выразить смешанными числами неправильные дроби:

$$\frac{17}{5}; \frac{23}{7}; \frac{86}{15}; \frac{103}{24}; \frac{225}{49}; \frac{507}{70}; \frac{1253}{100}; \frac{4207}{1000}.$$

367. Как изменится дробь, если ее знаменатель увеличить в 4 раза, а затем еще в 4 раза? Привести пример.

368. Как изменится дробь, если ее числитель увеличить в 12 раз, а знаменатель в 3 раза?

§

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ.

Возьмем дробь, например $\frac{3}{4}$. Увеличим ее числитель в 2 раза, при этом дробь увеличится в 2 раза. Затем у получившейся дроби $\frac{6}{4}$ увеличим знаменатель в два раза. Дробь уменьшится в два раза и станет равной $\frac{6}{8}$. Но если дробь $\frac{3}{4}$ сначала увеличить в два раза, а затем в два раза уменьшить, то величина дроби останется прежней, т. е. $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$. Равенство можно записать так: $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

Приходим к выводу: *если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же число (не равное нулю), то величина дроби не изменится.*

Этот вывод называется основным свойством дроби.

Поясним его, используя рисунок.

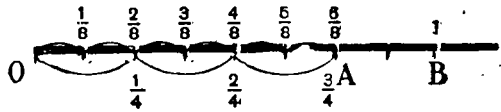


Рис. 52.

На числовом луче (рис. 52) отрезок OB разделен на 4 равные части. Точка A изображает дробь $\frac{3}{4}$. Разделим отрезок OB на 8 равных частей. Из рисунка видно, что дробь $\frac{6}{8}$ изображается той же точкой A . Следовательно, $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$, или $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

Равенство каких других дробей можно установить, используя этот рисунок?

Применяя основное свойство дроби, можно, например, записать:

$$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}; \quad \frac{135}{180} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}.$$

61. СОКРАЩЕНИЕ ДРОБИ.

Если числитель и знаменатель дроби имеют общий делитель, не равный единице, то дробь можно представить в более простом виде, с меньшим числителем и меньшим знаменателем. Например, дробь $\frac{24}{30}$ можно, используя основное свойство дроби, заменить равной ей дробью. Для этого достаточно разделить на 6 ее числитель и знаменатель: $\frac{24}{30} = \frac{4}{5}$.

Такое преобразование называют сокращением дроби.

Сокращением дроби называется преобразование дроби в равную ей дробь путем деления числителя и знаменателя на их общий делитель.

Дробь, которая не может быть сокращена, называется несократимой дробью. Дробь $\frac{4}{5}$ — несократимая дробь, так как ее члены имеют только один общий делитель 1. У несократимой дроби числитель и знаменатель — числа взаимно простые.

Сокращать дробь можно постепенно, несколько раз, используя устный счет и признаки делимости:

$$\frac{840}{3600} = \frac{84}{360} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}.$$

В этом примере сначала сократили дробь на 10, получили $\frac{84}{360}$.

После этого сократили на 4, получили дробь $\frac{21}{90}$ и, наконец, сократив на 3, получили несократимую дробь $\frac{7}{30}$.

Задание 39.

1. В чем заключается основное свойство дроби?
2. Доказать равенство следующих дробей:

$$1) \frac{18}{36} = \frac{1}{2}; \quad 2) \frac{3}{8} = \frac{21}{56}; \quad 3) \frac{200}{600} = \frac{1}{3}; \quad 4) 2\frac{35}{45} = 2\frac{7}{9}.$$

Упражнения.

369. Написать несколько дробей, равных:

$$1) \frac{1}{2}; \quad 2) \frac{3}{5}; \quad 3) \frac{4}{3}; \quad 4) \frac{7}{10}; \quad 5) \frac{12}{25}.$$

370. Написать несколько смешанных чисел, равных:

$$1) 2\frac{2}{3}; \quad 2) 4\frac{3}{4}; \quad 3) 3\frac{5}{6}; \quad 4) 2\frac{13}{20}; \quad 5) 1\frac{1}{30}.$$

371. Выразить каждую из дробей: $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{40}$ в долях, которые в 3 раза мельче, чем у данной дроби.

372. Выразить каждую из дробей: $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{18}$ и $\frac{9}{50}$ — в долях, которые в 4 раза мельче, чем у данной дроби.

373. Заменить дроби $\frac{1}{4}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{16}$ дробями со знаменателем 48.

374. Заменить дроби $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{5}{6}$ и $\frac{17}{30}$ дробями со знаменателем 60.

375. Сократить дроби:

$$1) \frac{10}{20}; \frac{21}{28}; \frac{14}{35}; \frac{42}{63}; \frac{40}{90}; \frac{36}{48}; \frac{128}{160}; \frac{924}{1260}; \frac{680}{1700};$$
$$2) \frac{9}{15}; \frac{25}{35}; \frac{18}{81}; \frac{44}{33}; \frac{72}{90}; \frac{120}{80}; \frac{768}{512}; \frac{1500}{6300}; \frac{99000}{4500}.$$

376. Сократить дроби:

$$1) \frac{16}{56}; \frac{21}{49}; \frac{27}{72}; \frac{26}{130}; \frac{96}{144}; \frac{360}{430}; \frac{378}{630}; \frac{646}{874}; \frac{720}{9720};$$
$$2) \frac{18}{36}; \frac{22}{55}; \frac{17}{340}; \frac{450}{210}; \frac{169}{65}; \frac{720}{800}; \frac{810}{540}; \frac{455}{1001}; \frac{6480}{8910}.$$

377. Сократить дроби и сравнить их по величине:

- 1) $\frac{12}{30}$ и $\frac{21}{35}$; 3) $\frac{60}{144}$ и $\frac{105}{180}$; 5) $\frac{150}{135}$ и $\frac{121}{99}$; 7) $\frac{132}{143}$ и $\frac{180}{255}$;
2) $\frac{15}{24}$ и $\frac{27}{72}$; 4) $\frac{99}{180}$ и $\frac{63}{140}$; 6) $\frac{120}{75}$ и $\frac{128}{48}$; 8) $\frac{70}{98}$ и $\frac{90}{144}$.

378. Можно ли сократить дроби:

- 1) $\frac{80}{81}$; 2) $\frac{35}{64}$; 3) $\frac{39}{65}$; 4) $\frac{123}{145}$; 5) $\frac{100}{729}$; 6) $\frac{123}{321}$?

379. Из 120 га земли засеяли 80 га. Какая часть земли засеяна?

380. Всего надо уложить 250 м водопроводных труб, уложили 225 м. Какая часть всей работы выполнена?



ПРИВЕДЕНИЕ ДРОБЕЙ К НАИМЕНЬШЕМУ ОБЩЕМУ ЗНАМЕНАТЕЛЮ.

Возьмем две дроби и выясним, какая из дробей больше: $\frac{5}{12}$ или $\frac{3}{8}$?

Преобразуем эти дроби так, чтобы знаменатели их стали одинаковыми, но величины дробей не изменились. Удобнее всего в качестве такого общего знаменателя взять общее наименьшее кратное знаменателей дробей $\frac{5}{12}$ и $\frac{3}{8}$. НОК чисел 12 и 8 равно 24. Чтобы из дроби $\frac{5}{12}$ получить дробь со знаменателем 24, нужно знаменатель данной дроби умножить на 2. Но чтобы величина дроби не изменилась, числитель ее мы также должны умножить на 2. Получим:

$$\frac{5}{12} = \frac{10}{24}.$$

Умножая на 3 знаменатель и числитель дроби $\frac{3}{8}$, получим:

$$\frac{3}{8} = \frac{9}{24}.$$

Теперь можно утверждать, что

$$\frac{10}{24} > \frac{9}{24}, \text{ или } \frac{5}{12} > \frac{3}{8}.$$

Решить этот вопрос нам удалось с помощью преобразования, которое называют приведением дробей к общему наименьшему знаменателю.

Приведением дробей к наименьшему общему знаменателю называется такое преобразование данных дробей, в результате которого они не изменяют своей величины, но имеют один и тот же, притом наименьший, знаменатель.

Число, на которое умножают числитель и знаменатель дроби при приведении к наименьшему общему знаменателю, называется дополнительным множителем для данной дроби.

Для дроби $\frac{5}{12}$ дополнительный множитель равен 2, а для дроби $\frac{3}{8}$ дополнительный множитель равен 3.

Возьмем еще несколько дробей и сравним их по величине: $\frac{3}{20}$; $\frac{2}{15}$ и $\frac{31}{180}$. Приводим сначала их к наименьшему общему знаменателю. Для этого находим наименьшее общее кратное чисел 20, 15 и 180. Оно равно 180. Теперь находим дополнительные множители для каждой дроби путем деления наименьшего кратного 180 на соответствующий знаменатель. Принято записывать эти дополнительные множители справа и несколько выше числителя каждой дроби.

Дополнительными множителями будут соответственно 9, 12 и 1. Умножаем на них члены каждой дроби. Запись имеет вид:

$$\frac{3^{\underline{9}}}{20} = \frac{27}{180}; \quad \frac{2^{\underline{12}}}{15} = \frac{24}{180}.$$

Члены дроби $\frac{31}{180}$ остаются без изменения. Теперь можно решить вопрос о величине дробей. Большой из дробей будет $\frac{31}{180}$, а меньшей $\frac{24}{180}$, или $\frac{2}{15}$. Используя знаки неравенства, запишем, что

$$\frac{2}{15} < \frac{3}{20} < \frac{31}{180}.$$

Чтобы привести дроби к наименьшему общему знаменателю, надо:

- 1) найти наименьшее общее кратное знаменателей;
- 2) вычислить для каждой дроби дополнительный множитель путем деления наименьшего общего кратного на знаменатель дроби;
- 3) умножить члены дроби на дополнительный множитель.

Примечание. Если при приведении дробей к общему знаменателю разлагали знаменатели на простые множители, то дополнительные множители можно вычислить, не прибегая к делению общего знаменателя на данный знаменатель.

Для этого исключают из разложения общего знаменателя все простые множители, содержащиеся в разложении данного знаменателя, и перемножают оставшиеся.

Пример. Привести к общему знаменателю дроби $\frac{1}{60}$ и $\frac{13}{504}$.

Решение. $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$; $504 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$.
НОК $(60, 504) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2520$.

Исключим из разложения общего знаменателя $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ множители 2, 2, 3 и 5, которые содержатся в разложении знаменателя первой дроби. Останутся множители 2, 3 и 7, их произведение и будет дополнительным множителем для дроби $\frac{1}{60}$.

Исключая множители второго знаменателя, видим, что остается только один — 5. Следовательно, дополнительным множителем для второй дроби будет 5.

$$\frac{1^{42}}{60} = \frac{42}{2520}; \quad \frac{13^5}{504} = \frac{65}{2520}.$$

Задание 40.

1. Какая из дробей больше: $\frac{7}{15}$ или $\frac{4}{9}$? 2. Какая из дробей больше: $\frac{51}{180}$ или $\frac{31}{90}$? 3. Сравнить дроби: $\frac{17}{20}$; $\frac{18}{24}$ и $\frac{631}{900}$.

Упражнения.

381. Привести дроби к наименьшему общему знаменателю:

1) $\frac{1}{12}$ и $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{5}{7}$ и $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{52}{105}$; $\frac{7}{95}$ и $\frac{61}{63}$;

2) $\frac{7}{20}$ и $\frac{1}{15}$; 4) $\frac{1}{64}$; $\frac{3}{52}$ и $\frac{4}{13}$; 6) $\frac{11}{50}$; $\frac{3}{10}$ и $\frac{23}{100}$.

382. Привести дроби к наименьшему общему знаменателю:

1) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{6}$; 4) $\frac{3}{9}$; $\frac{19}{20}$; $\frac{5}{6}$ и $\frac{7}{8}$;

2) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{10}$ и $\frac{1}{32}$; 5) $\frac{37}{80}$; $\frac{19}{48}$; $\frac{5}{32}$ и $\frac{5}{96}$;

3) $\frac{4}{25}$; $\frac{7}{75}$; $\frac{11}{125}$ и $\frac{97}{175}$; 6) $\frac{13}{100}$; $\frac{8}{125}$; $\frac{43}{75}$ и $\frac{57}{150}$.

383. Записать дроби в том порядке, в каком они должны быть расположены на числовом луче (начиная с меньшей дроби):

- 1) $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{9}{11}$ и $\frac{5}{8}$; 2) $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{2}{3}$ и $\frac{5}{9}$;
3) $1\frac{1}{2}$; $1\frac{2}{7}$ и $1\frac{13}{21}$.

384. Сократить дроби, а затем привести их к наименьшему общему знаменателю:

- 1) $\frac{75}{90}$; $\frac{44}{99}$ и $\frac{33}{44}$; 3) $\frac{40}{64}$; $\frac{42}{144}$ и $\frac{50}{180}$;
2) $1\frac{10}{72}$; $2\frac{90}{108}$ и $2\frac{70}{1400}$; 4) $3\frac{45}{60}$; $4\frac{35}{49}$ и $\frac{54}{84}$.

385. Вычислить точное значение среднего арифметического чисел: 1) 15; 61 и 73; 2) 41; 35; 10; 6 и 2.

386. Вычислить:

- 1) $(1 + 27 : 3 + 51 \cdot 4) : 12$;
2) $\frac{375 \cdot 10 - 279 : 9 + 4}{30 - 24}$;
3) $\frac{15\,951 : 39 - 405 : 405}{8100 : 405}$;
4) $\frac{15 + 61\,608 : 604 + 42\,672 : 84}{9 + 2048 : 128}$.

387. Выразить: 1) 12 см в метрах; 2) 340 г в килограммах; 3) 1450 куб. дм в кубических метрах; 4) 1200 кв. м в гектарах; 5) 27 минут в часах; 6) 1250 м в километрах.

388. Выразить: 1) 175 см в метрах; 2) 755 г в килограммах; 3) 150 минут в часах; 4) 2430 куб. дм в кубических метрах; 5) 345 кв. м в арах и в гектарах; 6) 12 800 м в километрах; 7) 58 000 куб. см в литрах.

389. Контрольное задание.

- 1) Сократить дроби: $\frac{48}{60}$; $\frac{24}{120}$ и $\frac{180}{240}$.
2) Сравнить по величине дроби: $\frac{8}{9}$; $\frac{70}{81}$ и $\frac{13}{16}$.
3) Выразить 150 мм в метрах; 3750 г в килограммах;
4) Вычислить: $(37 \cdot 5 - 105 : 5) : 16$.

390. Контрольное задание:

- 1) Сократить дроби: $\frac{360}{945}$; $\frac{315}{30}$ и $\frac{936}{260}$.

2) Какое из чисел: $\frac{19}{14}$; $\frac{475}{300}$; $\frac{165}{88}$ — будет наименьшим и какое наибольшим?

3) Выразить 240 кв. см в квадратных метрах; 4650 кг в центнерах.

4) Вычислить: $(77 + 9823 : 47) : (13 + 7 \cdot 5)$.

§ СЛОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ.

Решим задачу: «За первый день похода группа пионеров прошла $\frac{2}{7}$ всего намеченного пути, а за второй день $\frac{3}{7}$ всего пути. Какую часть своего пути прошли пионеры за 2 дня?»

На рисунке 53 изображен весь путь AD , который разделен на 7 равных частей. За первый день пионеры прошли расстояние AB , а за второй день расстояние BC . За два дня они прошли расстояние AC . Чтобы узнать, какую часть всего пути пионеры прошли за два дня, достаточно подсчитать число седьмых долей в отрезке AC . Всего в этом отрезке 5 седьмых долей. Условимся записывать решение таким образом:

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}.$$

Такое действие называют сложением дробей.

Сложение дробей с одинаковыми знаменателями сводится к сложению натуральных чисел, указывающих количество одинаковых долей в каждой дроби.

Вычисляя сумму $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$, мы складывали натуральные числа 2 и 3.

Числа при сложении дробей имеют такие же названия, как и при сложении натуральных чисел: те дроби, которые складываются, называются слагаемыми, результат сложения называется суммой.

Решим другую задачу: «Одну часть пути велосипедист проехал за $\frac{13}{30}$ часа, а остальную часть пути за $\frac{23}{30}$ часа. Сколько времени он затратил на весь путь?»

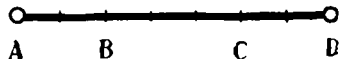


Рис. 53.

Для решения задачи надо сложить две дроби: $\frac{13}{30}$ и $\frac{23}{30}$.

$$\frac{13}{30} + \frac{23}{30} = \frac{13 + 23}{30} = \frac{36}{30} = 1 \frac{1}{5} \text{ (часа)}.$$

Чтобы сложить дроби с одинаковыми знаменателями, надо сложить их числители и полученную сумму разделить на их общий знаменатель.

Это правило можно применить и для вычисления суммы дробей с различными знаменателями, если предварительно привести слагаемые к общему знаменателю.

$$\frac{5}{9} + \frac{1}{12} + \frac{3}{4} = \frac{20}{36} + \frac{3}{36} + \frac{27}{36} = \frac{50}{36} = \frac{25}{18} = 1 \frac{7}{18}.$$

Чтобы сложить несколько дробей с разными знаменателями, надо привести их к наименьшему общему знаменателю, а затем складывать по правилу сложения дробей с одинаковыми знаменателями.

Для упрощения записи рекомендуется сначала записать общий знаменатель, а над ним записать сумму числителей.

$$\frac{5^4}{9} + \frac{1^3}{12} + \frac{3^0}{4} = \frac{20 + 3 + 27}{36} = \frac{50}{36} = \frac{25}{18} = 1 \frac{7}{18}.$$

При сложении смешанных чисел следует сначала сложить натуральные числа, а затем дроби.

$$\text{Пример. } 2 \frac{1}{5} + 3 \frac{7}{20} + \frac{3}{4} = 5 \frac{4 + 7 + 15}{20} = 5 \frac{26}{20} = 6 \frac{3}{10}.$$

Во всех случаях, где это возможно, надо при вычислениях применять устный счет; дополнительные множители в тех случаях, где это не вызывает затруднений, можно не записывать.

При сложении дроби и нуля остается справедливым то правило, каким пользуются при сложении натурального числа и нуля.

$$\frac{3}{4} + 0 = \frac{3}{4} \text{ или } 0 + \frac{5}{8} = \frac{5}{8}.$$

Задание 41.

1. Найти сумму чисел:

1) $\frac{7}{10}$ и $\frac{3}{10}$; 3) $1 \frac{1}{2}$; $2 \frac{3}{4}$ и $\frac{1}{8}$; 5) $\frac{5}{51}$ и $\frac{7}{90}$.

2) $\frac{3}{4}$ и $\frac{7}{20}$; 4) 5 ; $1 \frac{7}{20}$ и $3 \frac{23}{30}$;

2. Увеличить: $\frac{3}{5}$ на $\frac{2}{5}$; $\frac{2}{3}$ на $1 \frac{3}{4}$.

Упражнения.

391. (Устно.) Выполнена $\frac{1}{5}$ часть работы, затем еще $\frac{3}{5}$.
Какая часть работы выполнена?

392. (Устно.) Выполнить сложение:

- 1) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$; 5) $\frac{5}{12} + \frac{7}{12}$; 8) $1\frac{3}{5} + 3\frac{1}{5}$;
2) $\frac{2}{9} + \frac{4}{9}$; 6) $1\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$; 9) $3\frac{1}{4} + 6\frac{3}{4}$;
3) $\frac{3}{10} + \frac{1}{10}$; 7) $2\frac{1}{6} + \frac{5}{6}$; 10) $5\frac{1}{8} + 6\frac{7}{8} + 1$.
4) $\frac{3}{8} + \frac{5}{8}$.

393. Выполнить сложение:

- 1) $\frac{11}{12} + \frac{7}{12}$; 3) $\frac{5}{9} + \frac{2}{9} + \frac{7}{9}$; 5) $\frac{7}{10} + \frac{1}{10} + \frac{3}{10}$.
2) $\frac{17}{20} + \frac{13}{20}$; 4) $\frac{23}{30} + \frac{29}{30} + \frac{8}{30}$;

394. 1) $1\frac{5}{8} + 3\frac{7}{8}$; 3) $14\frac{13}{14} + 5\frac{5}{14} + 3\frac{9}{14}$;
2) $5\frac{6}{11} + 3\frac{9}{11} + 2$; 4) $21\frac{19}{25} + 13\frac{21}{25} + 26\frac{23}{25}$.

395. 1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$; 4) $\frac{3}{8} + \frac{5}{6}$; 6) $\frac{7}{10} + \frac{7}{15} + \frac{1}{2}$;
2) $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$; 5) $\frac{4}{9} + \frac{5}{12} + \frac{1}{6}$; 7) $\frac{11}{16} + \frac{19}{20} + \frac{37}{40}$.
3) $\frac{5}{6} + \frac{1}{3}$;

396. 1) $3\frac{2}{15} + 5\frac{7}{8} + \frac{5}{6}$; 4) $28\frac{5}{7} + 42\frac{5}{6} + 3\frac{20}{21}$;
2) $20\frac{7}{16} + 5\frac{1}{12} + 11\frac{2}{3}$; 5) $6\frac{17}{20} + 15 + 41\frac{8}{15} + 23\frac{37}{40}$;
3) $21\frac{19}{60} + 4\frac{3}{8} + 1\frac{11}{20}$; 6) $28\frac{6}{11} + 34\frac{15}{22} + 12\frac{20}{33} + 26\frac{25}{44}$.

397. Тракторист вспахал в первый день $\frac{1}{6}$ поля, во второй $\frac{1}{5}$, а в третий $\frac{1}{4}$. Какую часть поля он вспахал за 3 дня?

398. Ширина прямоугольного участка земли $40\frac{3}{4}$ м, а дли-

на на $10\frac{3}{5}$ м больше. Какую длину должна иметь изгородь вокруг участка?

399. Между двумя станциями имеется 2 остановки. Расстояние до первой остановки $10\frac{3}{10}$ км, а от первой остановки до второй на $1\frac{3}{4}$ км больше. Оставшееся расстояние на $2\frac{1}{2}$ км больше второго. Найти расстояние между станциями.

400. 1) Один комбайн может убрать поле за 6 дней, а другой за 4 дня. Какую часть поля уберут за 1 день оба комбайна?

2) Один насос может наполнить бассейн за 20 мин., другой за 12 мин., а третий за 16 мин. Какую часть бассейна наполнят за 1 мин. все три насоса, работая вместе?

401. 1) Учащиеся 5-го класса могут окопать деревья в школьном саду за 12 час., а учащиеся 6-го класса за 8 час. Какую часть работы они сделают за 1 час, работая вместе? Прикинуть, сколько часов им потребуется для выполнения всей работы.

2) Дочь может выполнить уборку квартиры за 1 час, а мать за 40 мин. Какую часть работы они сделают за 1 мин., работая вместе? Сколько времени они затратят на всю уборку?

402. Может ли сумма трех правильных дробей быть больше 1? больше 2? больше 3? Привести примеры.

403. С крутого берега упал в море камень. В первую секунду он пролетел $4\frac{9}{10}$ м, во вторую на $9\frac{4}{5}$ м больше, а в третью на $9\frac{4}{5}$ м больше, чем во вторую, и т. д. Какова высота берега, если падение камня продолжалось 5 сек.?

§ 64) ЗАКОНЫ СЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ДРОБНЫХ ЧИСЕЛ.

Переместительный и сочетательный законы сложения, изложенные в § 6 для натуральных чисел, остаются верными и для дробных чисел.

Примеры. 1) $\frac{5}{16} + \frac{6}{16} = \frac{6}{16} + \frac{5}{16}$.

Та и другая сумма равна $\frac{11}{16}$.

2) $\frac{1}{10} + \frac{10}{19} + \frac{9}{19} = \frac{1}{10} + \left(\frac{10}{19} + \frac{9}{19}\right)$.

Та и другая сумма равна $1 \frac{1}{10}$.

Справедливость законов сложения для дробных чисел объясняется тем, что сложение их сводится к сложению натуральных чисел, которые являются числителями слагаемых дробей, приведенных к общему знаменателю.

С помощью букв эти законы можно записать так:

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{n} = \frac{b}{n} + \frac{a}{m}; \quad \frac{a}{m} + \frac{b}{n} + \frac{c}{p} = \frac{a}{m} + \left(\frac{b}{n} + \frac{c}{p} \right).$$

При сложении смешанных чисел используются оба закона сложения: сначала мы складываем натуральные числа, а затем дробные числа. Законы сложения применяются при устном счете.

Задание 42.

Применить законы сложения и вычислить устно:

1) $\frac{7}{10} + \frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{4}{5}$; 2) $2 + 1 \frac{1}{3} + 3 \frac{2}{3} + 1 \frac{1}{8}$.

3) В чем состоят переместительный и сочетательный законы сложения?

Упражнения.

404. Показать справедливость переместительного закона на примерах:

1) $3 \frac{7}{20} + 5 \frac{3}{20} + 9 \frac{11}{20}$; 3) $10 \frac{21}{100} + 7 \frac{39}{40} + 1 \frac{24}{25}$;
2) $6 \frac{5}{18} + 9 \frac{13}{24} + 5 \frac{25}{36}$; 4) $43 \frac{2}{35} + 12 \frac{20}{21} + 5 + 6 \frac{11}{14}$.

405. Выполнить сложение, группируя слагаемые наиболее выгодным способом:

1) $13 \frac{1}{8} + 21 \frac{41}{50} + 6 \frac{7}{8} + 18 \frac{9}{50}$;
2) $43 \frac{5}{16} + 22 \frac{1}{12} + 13 \frac{5}{12} + 6 \frac{11}{16}$;
3) $22 \frac{2}{15} + 7 \frac{5}{8} + 14 \frac{11}{15} + 3 \frac{2}{15}$;
4) $14 \frac{7}{30} + \frac{2}{15} + 5 \frac{19}{30} + 7 \frac{9}{25}$.

406. Выполнить сложение:

1) $5 \frac{16}{25} + 8 \frac{9}{20} + 3 \frac{4}{25} + 2 \frac{5}{6}$;
2) $3 \frac{1}{48} + \frac{15}{16} + 1 \frac{3}{8} + 5 \frac{1}{16}$;

$$3) \frac{14}{45} + 2\frac{14}{15} + 8\frac{1}{6} + 11\frac{31}{45};$$

$$4) 39\frac{9}{10} + 1\frac{1}{12} + 4\frac{1}{10} + \frac{13}{24}.$$

407. Самосвал забирает $3\frac{1}{2}$ т щебня; вес машины без груза на $\frac{7}{10}$ т больше веса груза. Сколько весят два нагруженных самосвала?

408. В один бидон вошло $10\frac{3}{4}$ л керосину, а в другой на $1\frac{1}{2}$ л больше. Сколько керосина в двух бидонах?

409. В первый день перевезли $\frac{3}{20}$ всего груза, во второй день на $\frac{1}{10}$ груза больше, а в третий день столько, сколько перевезли за первые два дня вместе. После этого осталось 50 т. Каков был весь груз?

410. Пригородный поезд находился в пути 1 час 40 мин., причем сделал 4 остановки в $1\frac{1}{2}$ мин., $2\frac{1}{4}$ мин., $2\frac{1}{2}$ мин. и $3\frac{3}{4}$ мин. Остальное время он шел со средней скоростью 30 км в час. Какое расстояние прошел поезд?

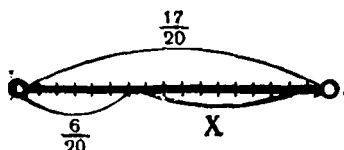
65. ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ.

Определение действия вычитания для дробных чисел остается таким же, как и для натуральных чисел: вычитание есть действие, посредством которого по сумме и одному из слагаемых находится другое слагаемое.

Данные и результаты вычитания носят такие же названия, как и при вычитании натуральных чисел.

Рассмотрим задачу: «За два дня прошли $\frac{17}{20}$ всего пути, а за первый день прошли $\frac{6}{20}$ этого пути (рис. 54). Сколько прошли во второй день?»

Обозначив искомым путь через x , можем записать:



$$\frac{6}{20} + x = \frac{17}{20}.$$

Рис. 54.

По определению вычитания:

$$x = \frac{17}{20} - \frac{6}{20}.$$

Из рисунка 54 видно, что $x = \frac{11}{20}$. Следовательно,

$$\frac{17}{20} - \frac{6}{20} = \frac{17-6}{20} = \frac{11}{20}.$$

Приходим к выводу: *чтобы из одной дроби вычесть другую дробь с таким же знаменателем, надо из числителя уменьшаемого вычесть числитель вычитаемого и полученную разность разделить на общий знаменатель этих дробей.*

Если дроби имеют разные знаменатели, то их приводят к наименьшему общему знаменателю, а затем применяют предыдущее правило.

Пример. $\frac{7}{15} - \frac{2}{5} = \frac{7}{15} - \frac{6}{15} = \frac{1}{15}$.

Как найти разность смешанных чисел?

Пример. $8\frac{13}{20} - 3\frac{2}{5} = 8\frac{13}{20} - 3\frac{8}{20} = 5\frac{5}{20} = 5\frac{1}{4}$.

При вычитании смешанных чисел сначала вычитают их натуральные числа, а затем дроби.

Рассмотрим случай, когда дробь уменьшаемого меньше дроби вычитаемого

Пример. $8\frac{1}{20} - 3\frac{2}{5} = 8\frac{1}{20} - 3\frac{8}{20} = 7\frac{21}{20} - 3\frac{8}{20} = 4\frac{13}{20}$.

Так как из $\frac{1}{20}$ нельзя вычесть $\frac{8}{20}$, то одну единицу уменьшаемого вместе с его дробью выразим неправильной дробью, а затем выполним вычитание.

Замена единицы уменьшаемого неправильной дробью применяется и при вычитании дроби из натурального числа.

Примеры. $5 - \frac{3}{10} = 4\frac{10}{10} - \frac{3}{10} = 4\frac{7}{10}$;

$$6 - 2\frac{2}{17} = 5\frac{17}{17} - 2\frac{2}{17} = 3\frac{15}{17}.$$

Рекомендуется такие вычисления выполнять устно.

Задание 43.

1. Вычислить разности:

1) $1 - \frac{2}{3}$; 2) $5 - \frac{3}{8}$; 3) $\frac{1}{2} - \frac{2}{9}$; 4) $3\frac{1}{8} - 1\frac{1}{3}$;

5) $1\frac{3}{20} - \frac{4}{5}$.

2. На сколько $\frac{3}{8}$ меньше, чем $\frac{11}{12}$?3. Сумма двух чисел равна $5\frac{3}{14}$, одно из слагаемых равно $1\frac{33}{35}$.

Вычислить другое слагаемое.

Упражнения.411. (Устно.) Какое число на $\frac{5}{12}$ меньше, чем $\frac{8}{12}$?

Выполнить вычитание:

412. (Устно.)

1) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$; 3) $2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3}$; 5) $1 - \frac{3}{10}$; 7) $10 - 1\frac{5}{6}$;

2) $\frac{8}{9} - \frac{2}{9}$; 4) $8\frac{7}{8} - 5\frac{5}{8}$; 6) $4 - \frac{6}{7}$; 8) $12\frac{7}{9} - 5\frac{4}{9}$.

413. 1) $1\frac{7}{12} - \frac{11}{12}$; 3) $3\frac{7}{20} - 2\frac{9}{20}$; 5) $20\frac{22}{25} - 8\frac{23}{25}$;

2) $1\frac{8}{15} - \frac{13}{15}$; 4) $17\frac{1}{18} - 16\frac{17}{18}$.

414. 1) $\frac{1}{2} - \frac{1}{8}$; 3) $\frac{4}{5} - \frac{3}{10}$; 5) $\frac{13}{20} - \frac{5}{12}$;

2) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$; 4) $\frac{5}{18} - \frac{3}{16}$; 6) $\frac{21}{25} - \frac{3}{4}$.

415. 1) $8\frac{2}{3} - 5\frac{1}{2}$; 5) $10\frac{1}{4} - 8\frac{1}{2}$; 8) $52\frac{9}{26} - 43\frac{25}{52}$;

2) $7\frac{5}{6} - 4\frac{5}{12}$; 6) $11\frac{3}{4} - 10\frac{5}{6}$; 9) $402\frac{5}{51} - 1\frac{12}{17}$;

3) $12\frac{1}{8} - 12\frac{2}{25}$; 7) $14\frac{3}{20} - 3\frac{3}{16}$; 10) $63\frac{25}{36} - 60\frac{15}{16}$.

4) $18\frac{1}{6} - 18\frac{3}{25}$;

416. Вычтуть; правильность вычитания проверить сложением:

1) $2\frac{3}{8} - 1\frac{7}{8}$; 2) $13\frac{3}{10} - 10\frac{9}{10}$; 3) $12\frac{5}{14} - 9\frac{20}{21}$;

4) $34\frac{19}{24} - 26\frac{15}{16}$.

417. Вычислить:

1) $8\frac{2}{3} + 5\frac{3}{4} - 7\frac{5}{6}$; 5) $19\frac{11}{20} - (8\frac{17}{24} + 8\frac{23}{60})$;

2) $22\frac{3}{8} - 10\frac{7}{12} + 9\frac{13}{16}$; 6) $22\frac{3}{8} - (10\frac{7}{12} + 9\frac{13}{16})$;

3) $19\frac{11}{20} - 8\frac{17}{24} + 8\frac{23}{60}$; 7) $82\frac{5}{9} - (14\frac{13}{36} - 11\frac{29}{36})$;

4) $21\frac{5}{18} - 21\frac{7}{90} + 13\frac{7}{30}$; 8) $15\frac{15}{17} + (5\frac{3}{14} - 4\frac{1}{21})$;

9) $(56\frac{3}{20} - 25\frac{7}{30}) + (110 - 96\frac{7}{15})$;

10) $(89\frac{3}{11} + 5\frac{5}{16} + 5\frac{8}{11}) - (119 - 18\frac{11}{16})$.

418. Население Азии составляет $1\frac{4}{5}$ млрд. человек. В Европе, Африке, Америке и Австралии, вместе взятых, проживает на $\frac{1}{2}$ млрд. человек меньше чем в Азии. Найти численность населения земного шара.

419. В одном баке содержится $19\frac{1}{2}$ л бензину, во втором на $1\frac{3}{5}$ л меньше, а в третьем на $\frac{7}{10}$ л меньше, чем во втором. Сколько бензина во всех трех баках?

420. 1) Скорость парохода в стоячей воде составляет $22\frac{1}{4}$ км в час. Скорость течения реки $2\frac{7}{8}$ км в час. Какова скорость парохода при движении по течению и против течения?

2) Лодка плывет по течению реки со скоростью $7\frac{1}{2}$ км в час.

Скорость течения составляет $1\frac{3}{4}$ км в час. Найти скорость

лодки при движении против течения.

421. В первом квартале завод выполнил $\frac{3}{10}$ годового плана.

во втором на $\frac{1}{20}$ меньше; в третьем квартале на $\frac{1}{4}$ годового плана меньше, чем в 1-м полугодии. Какую часть годового плана осталось выполнить в 4-м квартале?



СВОЙСТВА СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ.

Все правила о зависимости между данными числами и результатами сложения и вычитания (§ 25) остаются справедливыми и для дробных чисел.

Примеры. 1. Если $x + \frac{3}{5} = 1\frac{1}{2}$, то $x = 1\frac{1}{2} - \frac{3}{5} =$
 $= \frac{15-6}{10} = \frac{9}{10}$.

2. Если $x - 1\frac{4}{7} = \frac{3}{14}$, то $x = \frac{3}{14} + 1\frac{4}{7} = 1\frac{11}{14}$.

Все правила об изменении суммы и разности для натуральных чисел (§ 27 и § 28) остаются справедливыми и для дробных чисел

Примеры. 1. Если одно из слагаемых увеличить на $1\frac{3}{8}$, а другое уменьшить на $\frac{5}{12}$, то сумма увеличится на $1\frac{3}{8}$, а затем уменьшится на $\frac{5}{12}$. В результате этих изменений сумма увеличится на число, равное

$$1\frac{3}{8} - \frac{5}{12} = 1\frac{9}{24} - \frac{10}{24} = \frac{23}{24}.$$

2. Если вычитаемое увеличить на $\frac{2}{15}$, то разность уменьшится на $\frac{2}{15}$.

Установим еще одно свойство вычитания. Решим такие примеры:

$$1) 5\frac{1}{2} - (3 + 1\frac{1}{8}); \quad 2) 5\frac{1}{2} - 3 - 1\frac{1}{8}.$$

В первом примере от $5\frac{1}{2}$ надо вычесть сумму чисел 3 и $1\frac{1}{8}$. Разность равна $1\frac{3}{8}$. Во втором примере от этого же числа $5\frac{1}{2}$ надо отнять каждое слагаемое суммы $3 + 1\frac{1}{8}$. Получается тот же результат $1\frac{3}{8}$.

Это свойство вычитания можно выразить таким правилом: чтобы из числа вычесть сумму, можно из этого числа вычесть первое слагаемое этой суммы, из результата вычесть второе слагаемое и т. д.

Задание 44.

1. Решить уравнения:

$$1) x + 3 \frac{1}{2} = 4 \frac{15}{77}; \quad 2) y - \frac{15}{32} = \frac{1}{48}; \quad 3) 10 - z = 2 \frac{7}{8}.$$

2. Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить или уменьшить на некоторое число? Привести примеры с дробными числами.

3. Как изменится разность, если вычитаемое увеличить или уменьшить на некоторое число? Привести примеры с дробными числами.

4. Какое свойство вычитания можно использовать при решении примера: $5 \frac{2}{9} - \left(1 \frac{2}{9} + \frac{7}{40}\right)$?

Упражнения.

422. Решить уравнения:

$$1) x + 5 \frac{5}{16} = 7 \frac{3}{32};$$

$$5) 10 \frac{1}{2} - y = 6 \frac{5}{6};$$

$$2) 13 \frac{22}{25} + x = 27 \frac{3}{4};$$

$$6) z - 4 \frac{3}{25} = 1 \frac{7}{100}.$$

$$3) 9 \frac{1}{5} - x = 5 \frac{2}{3};$$

$$7) x + \frac{2}{19} = 1 \frac{1}{38};$$

$$4) y - 7 \frac{1}{3} = 18 \frac{5}{9};$$

$$8) 12 + 3 \frac{4}{11} + y = 18 \frac{2}{55}$$

423. Сумма двух слагаемых равна $15 \frac{1}{4}$. Одно из них уменьшили на $5 \frac{3}{8}$, а другое увеличили на $1 \frac{11}{12}$. Чему равна новая сумма?

424. Что сделается с разностью, если:

1) к уменьшаемому прибавить $\frac{3}{5}$?

2) к вычитаемому прибавить $\frac{3}{5}$?

3) к уменьшаемому и к вычитаемому прибавить по $\frac{3}{5}$?

4) к уменьшаемому прибавить $\frac{1}{2}$, а от вычитаемого отнять $\frac{1}{2}$?

425. Разность равна $7\frac{7}{12}$. Чему будет равна разность, если:

1) уменьшаемое увеличить на $\frac{3}{4}$?

2) вычитаемое увеличить на $5\frac{2}{5}$?

3) уменьшаемое уменьшить на $3\frac{7}{8}$?

4) вычитаемое уменьшить на $4\frac{5}{9}$?

426. Вычислить, применив свойство вычитания:

1) $12\frac{7}{15} - (3\frac{7}{15} + 5\frac{3}{8})$; 3) $24\frac{9}{16} - (8\frac{5}{9} + 12\frac{9}{16})$;

2) $23\frac{17}{20} - (5\frac{7}{20} + 3\frac{5}{18})$; 4) $23\frac{18}{25} - (5\frac{3}{14} + 10\frac{3}{25})$.

427. В одном бидоне $5\frac{3}{5}$ л молока, а в другом $3\frac{1}{4}$ л. Сколько молока будет в каждом бидоне, если из первого перелить $\frac{3}{10}$ л во второй ?

428. Учащиеся одной школы собрали $2\frac{3}{5}$ т макулатуры, учащиеся второй школы собрали на $\frac{3}{4}$ т меньше, а учащиеся третьей школы собрали на $\frac{9}{10}$ т больше, чем учащиеся второй школы. Сколько тонн макулатуры собрала третья школа? На сколько она собрала больше, чем первая?

429. Двое рабочих, работая вместе, выполнили работу за 6 дней. Один из них мог бы выполнить всю работу за 15 дней. Какую часть работы выполнял за 1 день второй рабочий?

430. За 1 кг яблок и 1 кг груш уплачено $1\frac{2}{5}$ руб. Сколько нужно заплатить за такую покупку, если цена яблок снижена на $\frac{1}{4}$ руб., а груш на $\frac{3}{10}$ руб. за 1 кг?

431. При покупке книги ученик получил сдачи $3\frac{3}{4}$ руб. Сколько он получил бы сдачи, если бы купил книгу, которая дороже на $\frac{13}{20}$ рубля?

432. Контрольное задание.

1) Бассейн наполняется двумя трубами: первая труба может наполнить бассейн за 3 часа, а вторая за 5 час., через третью трубу наполненный бассейн может опорожниться за 12 час. Какая часть бассейна наполнится за 1 час при совместном действии всех трех труб?

2) Выполнить действия: $\left(20 \frac{3}{10} - 7 \frac{7}{15}\right) - \left(24 \frac{5}{24} - 22 \frac{5}{6}\right)$.

3) Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить на $5 \frac{3}{14}$, а вычитаемое уменьшить на $3 \frac{3}{4}$?

§ 67. УМНОЖЕНИЕ ДРОБИ НА НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО.

Умножение дроби на натуральное число (больше 1) имеет тот же смысл, что и умножение натурального числа на натуральное число (§ 15).

Пример. $\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$.

Определение. Умножить дробь на натуральное число (больше 1) — значит найти сумму одинаковых слагаемых, равных этой дроби, если число слагаемых равно данному натуральному числу.

Для вычисления произведения $\frac{2}{3} \cdot 4$ применим правило сложения дробей:

$$\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{2+2+2+2}{3}$$

или еще короче:

$$\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{2 \cdot 4}{3} = \frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}.$$

Чтобы умножить дробь на натуральное число, достаточно умножить ее числитель на натуральное число и полученное произведение разделить на знаменатель.

В буквенном виде это правило можно записать так:

$$\frac{a}{b} \cdot N = \frac{a \cdot N}{b}.$$

Следует сократить дробь еще до вычисления произведения числителя дроби на натуральное число, если такое сокращение возможно.

$$\frac{3}{20} \cdot 12 = \frac{3 \cdot 12}{20} = 1 \frac{4}{5}.$$

В этом примере мы сокращаем дробь $\frac{3 \cdot 12}{20}$ на 4, получаем $\frac{3 \cdot 3}{5}$, а затем вычисляем окончательный результат.

При умножении смешанного числа на натуральное число можно смешанное число выразить неправильной дробью, а затем производить умножение.

$$3 \frac{2}{7} \cdot 14 = \frac{23}{7} \cdot 14 = \frac{23 \cdot 14}{7} = 23 \cdot 2 = 46.$$

Смешанное число есть сумма натурального числа и дроби, а поэтому при умножении его на натуральное число можно использовать распределительный закон. Этот закон остается верным и для дробных чисел.

$$\begin{aligned} 3 \frac{2}{7} \cdot 14 &= \left(3 + \frac{2}{7}\right) \cdot 14 = 3 \cdot 14 + \frac{2}{7} \cdot 14 = 42 + \frac{2 \cdot 14}{7} = \\ &= 42 + 4 = 46. \end{aligned}$$

Запись вычисления следует вести короче, применяя устный счет:

$$3 \frac{2}{7} \cdot 14 = 42 + 4 = 46$$

Чтобы умножить смешанное число на натуральное число, достаточно умножить отдельно целую часть и дробь смешанного числа на натуральное число и полученные произведения сложить.

Задача об увеличении натурального числа в несколько раз решается умножением. Будет ли это верно для увеличения дробного числа?

Умножим $\frac{2}{9}$ на 4.

$$\frac{2}{9} \cdot 4 = \frac{2 \cdot 4}{9} = \frac{8}{9}.$$

Дробь $\frac{8}{9}$ больше, чем $\frac{2}{9}$, в 4 раза (§ 58). Следовательно, задача об увеличении дроби в несколько раз решается с помощью умножения.

Задание 45.

1. Вычислить: 1) $\frac{9}{25} \cdot 10$; 2) $3 \frac{7}{8} \cdot 6$
2. Вычислить произведение суммы чисел $3 \frac{4}{15}$ и $\frac{7}{12}$ на число 6.
3. Вычислить: $\frac{1}{4} \cdot 2 + 2 \frac{3}{7} \cdot 4 - 1 \frac{3}{14} \cdot 2$.

Упражнения.

Выполнить умножение:

433. (Устно.) 1) $\frac{3}{7} \cdot 2$; 4) $\frac{1}{15} \cdot 8$; 7) $\frac{3}{5} \cdot 3$;
 2) $\frac{2}{9} \cdot 4$; 5) $\frac{9}{35} \cdot 1$; 8) $\frac{5}{12} \cdot 6$;
 3) $\frac{2}{11} \cdot 5$; 6) $\frac{9}{35} \cdot 0$; 9) $\frac{5}{8} \cdot 8$.

434. Увеличить $\frac{5}{12}$ в 2 раза, в 3 раза, в 7 раз.

435. Выполнить умножение:

- 1) $\frac{9}{100} \cdot 11$; 3) $\frac{11}{24} \cdot 13$; 5) $\frac{7}{25} \cdot 35$; 7) $\frac{22}{45} \cdot 15$;
 2) $\frac{3}{20} \cdot 21$; 4) $\frac{25}{36} \cdot 40$; 6) $\frac{15}{32} \cdot 18$; 8) $\frac{17}{1000} \cdot 84$.

436. 1) $1 \frac{3}{7} \cdot 4$; 3) $12 \frac{7}{8} \cdot 12$; 5) $41 \frac{4}{9} \cdot 12$; 7) $28 \frac{9}{35} \cdot 70$;
 2) $5 \frac{6}{25} \cdot 8$; 4) $10 \frac{11}{50} \cdot 15$; 6) $35 \frac{5}{18} \cdot 36$; 8) $22 \frac{11}{100} \cdot 75$.

Вычислить:

437. 1) $\frac{1}{4} \cdot 7 + \frac{2}{5} \cdot 8$; 6) $5 \frac{8}{9} \cdot 6 + 12 \frac{3}{5} \cdot 9$;
 2) $\frac{3}{8} \cdot 12 + \frac{5}{6} \cdot 8$; 7) $47 \frac{5}{12} - 7 \frac{5}{12} \cdot 6 + 3 \frac{7}{15}$;
 3) $\frac{2}{35} \cdot 5 + \frac{7}{20} \cdot 8$; 8) $82 \frac{5}{18} + 3 \frac{13}{18} \cdot 9 - 5 \frac{5}{24} \cdot 1$;
 4) $\frac{7}{12} \cdot 6 - \frac{3}{14} \cdot 7$; 9) $24 \frac{1}{12} + 5 \frac{3}{4} \cdot 6$;
 5) $2 \frac{11}{13} \cdot 26 + 7 \frac{5}{14} \cdot 7$; 10) $42 \frac{5}{14} - 2 \frac{3}{8} \cdot 7$.

438. 1) $\left(\frac{13}{24} + \frac{3}{16}\right) \cdot 5$;

2) $\left(\frac{5}{21} + 1 \frac{23}{24}\right) \cdot 9$;

3) $\left(2 \frac{3}{5} - 1 \frac{14}{15}\right) \cdot 25$;

4) $\left(11 \frac{5}{12} - 8 \frac{7}{8}\right) \cdot 16$;

5) $\left(5 \frac{2}{3} + 7\right) \cdot 9 - \left(3 \frac{5}{8} - 2 \frac{7}{12}\right) \cdot 10$;

6) $\left(9 \frac{2}{15} - 6 \frac{3}{25}\right) \cdot 20 + \left(29 \frac{5}{14} - 27 \frac{10}{21}\right) \cdot 35$.

439. Турист первые 3 часа шел со скоростью $4 \frac{3}{4}$ км в час, затем уменьшил скорость на $\frac{1}{2}$ км в час и шел еще 3 часа. Сколько всего прошел турист?

440. В одном ящике $12 \frac{7}{10}$ кг сахара, а в другом вдвое больше. Сколько будет сахара в каждом ящике, если из второго переложить в первый $3 \frac{3}{4}$ кг?

441. В цистерну проведены 3 трубы. Через первую трубу цистерна может наполниться за 25 мин., через вторую за 30 мин., а через третью наполненная цистерна может опорожниться за 40 мин. Открыты одновременно все три трубы. Какая часть цистерны наполнится за 1 мин.? за 10 мин.? за 20 мин.?

442. Одно звено кровельщиков может закончить покрытие крыши черепицей за 6 дней, а другое за 5 дней. Какую часть работы останется выполнить после того, как оба звена проработают вместе 2 дня?

§ 6. НАХОЖДЕНИЕ ДРОБИ ЧИСЛА.

При решении задач на дробные числа часто приходится находить дробь числа. Рассмотрим такие задачи.

Задача 1. Площадь поля 60 га. Убрано $\frac{3}{4}$ этого поля. Сколько гектаров убрано?

На рисунке 55 дан чертеж этого поля в виде прямоугольника и $\frac{3}{4}$ его заштриховано.



Рис. 55.

Решение. Вычислим сначала площадь $\frac{1}{4}$ поля, она в 4 раза меньше площади всего поля.

$$\frac{1}{4} \text{ от } 60 \text{ га равна } \frac{60}{4}, \text{ или } 15 \text{ га.}$$

Теперь можно вычислить $\frac{3}{4}$ площади.

Так как $\frac{3}{4}$ в 3 раза больше $\frac{1}{4}$, то $\frac{3}{4}$ от 60 га равны $15 \text{ га} \cdot 3$, или 45 га.

Задача 2. Найти $\frac{4}{3}$ от $\frac{9}{10}$ часа.

Решение. $\frac{1}{3}$ от $\frac{9}{10}$ часа в три раза меньше, чем $\frac{9}{10}$ часа :

$$\frac{1}{3} \text{ от } \frac{9}{10} \text{ часа равна } \frac{9}{10 \cdot 3} = \frac{3}{10} \text{ (часа).}$$

$\frac{4}{3}$ от $\frac{9}{10}$ часа в 4 раза больше, чем найденная величина :

$$\frac{4}{3} \text{ от } \frac{9}{10} \text{ часа равны } \frac{3 \cdot 4}{10} = \frac{12}{10} = 1 \frac{1}{5} \text{ (часа).}$$

Итак, решение задачи на нахождение дроби числа выполняется по такому плану: 1) находят одну долю числа; 2) находят требуемое число долей.

Задание 46.

1. Сколько минут составляют $\frac{5}{12}$ часа ?

2. Длина стола 180 см, а ширина составляет $\frac{7}{9}$ длины.

Какова ширина стола?

3. Вычислить $\frac{4}{21}$ от $\frac{3}{20}$.

Упражнения.

Найти :

443. 1) $\frac{1}{4}$ от 9; 3) $\frac{1}{8}$ от 42; 5) $\frac{5}{6}$ от 21; 7) $\frac{11}{12}$ от 48;

2) $\frac{1}{5}$ от 12; 4) $\frac{1}{15}$ от 25; 6) $\frac{3}{8}$ от 24; 8) $\frac{9}{11}$ от 30.

444. 1) $\frac{1}{6}$ от $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{9}{10}$ от $\frac{9}{10}$; 7) $\frac{3}{16}$ от $4\frac{2}{3}$;

2) $\frac{1}{9}$ от $\frac{5}{12}$; 5) $\frac{1}{12}$ от $1\frac{3}{5}$; 8) $\frac{7}{10}$ от $5\frac{5}{9}$.

3) $\frac{3}{7}$ от $\frac{7}{15}$; 6) $\frac{1}{15}$ от $2\frac{1}{7}$;

445. 1) В 1 час самолет пролетел 720 км. Сколько километров он пролетит за $\frac{1}{3}$ часа, $\frac{2}{3}$ часа, $\frac{3}{5}$ часа, $\frac{5}{6}$ часа, $\frac{11}{12}$ часа?

2) Килограмм конфет стоит 2 руб. 40 коп. Сколько стоит $\frac{1}{10}$ кг, $\frac{3}{10}$ кг, $\frac{3}{4}$ кг, $\frac{9}{10}$ кг?

446. В некоторых случаях достаточно получить приближенный ответ задачи, не производя подробных вычислений. Тогда говорят, что проделана «прикидка» результата.

Решить, пользуясь «прикидкой», следующие задачи:

1) Мотоциклист ехал $3\frac{1}{20}$ часа со скоростью 55 км в час, затем $2\frac{29}{30}$ часа со скоростью 75 км в час. Сколько примерно километров он проехал?

Указание. Дроби, данные в задаче, следует принять равными 3 час., после чего вычисления можно выполнить устно.

2) Нужно купить 4 кг конфет по 2 руб. 45 коп. за 1 кг. Прикинуть, какова стоимость покупки.

447. Длина Волги равна 3700 км, а длина Дуная составляет $\frac{7}{9}$ длины Волги. Вычислить длину Дуная (результат округлить до сотен километров).

448. Норма высева озимой пшеницы на 1 га составляет $2\frac{1}{10}$ ц, а озимой ржи $\frac{6}{7}$ этого количества. Нужно засеять пшеницей 125 га и рожью 215 га. Сколько потребуется ржи и пшеницы?

449. В школе 1225 учащихся. Из них $\frac{17}{35}$ составляют девочки. Сколько мальчиков учится в школе?

450. Грузоподъемность грузового автомобиля «ЗИЛ-151» составляет $\frac{5}{8}$ грузоподъемности «ЗИЛ-150», а грузоподъемность

последнего равна 4 т. Сколько груза может перевезти «ЗИЛ-151» за 5 рейсов?

451. Для получения атомной энергии используется тяжелая вода, которая входит в состав обычной воды, составляя $\frac{1}{700}$ часть ее (по весу). Сколько тяжелой воды содержит 1 куб. м обычной воды? 10 куб. м? Ответ округлить до 10 г.

Указание. Вес 1 куб. м воды равен 1 т.

452. Сколько сантиметров составляют $\frac{3}{5}$ м, $\frac{3}{8}$ м, $\frac{7}{20}$ м, $\frac{7}{25}$ м?

453. Сколько килограммов составляют $\frac{1}{8}$ т, $\frac{5}{8}$ т, $\frac{9}{50}$ т, $\frac{73}{100}$ т?

454. Сколько аров (соток) составляют $\frac{1}{5}$ га, $\frac{4}{5}$ га, $\frac{7}{20}$ га, $\frac{21}{50}$ га?

Вычислить:

455. 1) $\frac{5}{18} + \frac{5}{12} \cdot 8$; 3) $\left(\frac{5}{18} + \frac{5}{12}\right) \cdot 8$;

2) $27 \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \cdot 13$; 4) $\left(54 \frac{1}{8} - 53 \frac{5}{6}\right) \cdot 5$.

456. 1) $\frac{5}{6} \cdot 8 + 13 \frac{2}{5} \cdot 4$;

2) $8 \frac{7}{9} \cdot 6 - \frac{5}{7} \cdot 40$;

3) $7 \frac{3}{11} \cdot 5 + 6 \frac{5}{8} \cdot 12$;

4) $9 \frac{13}{24} \cdot 12 - 15 \frac{11}{12} \cdot 4$;

5) $22 \frac{3}{100} \cdot 5 - 17 \frac{5}{13} \cdot 6 + 9 \frac{17}{20}$;

6) $7 \frac{5}{16} + 13 \frac{2}{11} \cdot 12 + \frac{7}{16} \cdot 13$.

457. 1) $24 \frac{6}{7} \cdot 6 - \left(13 \frac{3}{10} - \frac{9}{10} \cdot 7\right)$;

2) $35 \frac{5}{9} \cdot 15 + \left(42 \frac{3}{11} + 1 \frac{5}{22} \cdot 4\right)$;

$$3) \left(29 \frac{11}{16} - 13 \frac{5}{12} \cdot 2 \right) \cdot 4 - 1 \frac{3}{8} \cdot 5;$$

$$4) \left(7 \frac{3}{4} \cdot 3 \cdot 2 - 2 \frac{7}{8} \cdot 9 \right) \cdot 3 - 4 \frac{5}{6};$$

$$5) \left(12 \frac{9}{11} \cdot 11 - 10 \frac{9}{10} \cdot 10 - 3 \frac{5}{9} \cdot 9 \right) \cdot 5 + 7 \frac{1}{3} \cdot 6;$$

$$6) \left(15 \frac{5}{7} \cdot 14 - 10 \frac{3}{5} \cdot 10 - 37 \frac{2}{3} \cdot 3 \right) \cdot 8 - 2 \frac{2}{3} \cdot 3.$$

458. Куплено 5 м сукна по $7 \frac{1}{2}$ руб. за 1 м и 9 м по $15 \frac{3}{4}$ руб. за 1 м. Сколько стоит вся покупка?

459. При укладке пути узкоколейки протяженностью $12 \frac{1}{2}$ км в 1-й день сделано $\frac{3}{25}$ работы, а во 2-й день $\frac{2}{11}$ остатка.

Сколько километров пути осталось уложить?

460. Два поезда выходят одновременно навстречу друг другу с двух станций. Первый поезд может пройти все расстояние за 40 мин., а второй за 25 мин. На какую часть расстояния между станциями сблизятся поезда за 3 мин.? 5 мин.?

461. Из месячной зарплаты в 90 руб. рабочий уплатил $\frac{1}{18}$ часть за квартиру, $\frac{3}{100}$ за расходование электроэнергии, а $\frac{1}{2}$ оставшихся денег истратил на питание. Сколько денег осталось на другие расходы?

462. Решить уравнения:

$$1) x + 3 \frac{3}{5} \cdot 7 = 8 \frac{2}{3} \cdot 4;$$

$$2) y - \frac{5}{12} \cdot 14 = \frac{8}{9} \cdot 8;$$

$$3) 32 \frac{3}{7} - t = 5 \frac{6}{11} \cdot 3;$$

$$4) 41 \frac{3}{68} \cdot 17 + z = 52 \frac{16}{87} \cdot 29.$$

УМНОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА НА ДРОБЬ.

В § 67 был разъяснен смысл умножения дроби на натуральное число. Это определение умножения нельзя применить к умножению на дробь. Если, например, надо 76 умножить на $\frac{3}{4}$, то

это не означает, что число слагаемых равно $\frac{3}{4}$. Число слагаемых может быть равно только 2, 3, 4 и т. д., т. е. целому числу, большему, чем единица.

Выясним смысл умножения на дробь с помощью такой задачи:

«Поезд проходит в среднем 76 км в час. Какое расстояние он пройдет за 2 часа? Какое расстояние он пройдет за $\frac{3}{4}$ часа?»

На первый вопрос ответить легко: за 2 часа поезд пройдет расстояние, равное

$$76 \cdot 2 = 152 \text{ (км)}.$$

Условились и для решения второго вопроса также применять умножение:

$$76 \cdot \frac{3}{4}.$$

Но что значит умножить на $\frac{3}{4}$ и как выполнить такое умножение?

Чтобы ответить на эти вопросы, решим задачу другим способом. Чтобы узнать расстояние, пройденное поездом за $\frac{3}{4}$ часа, достаточно найти дробь числа, найти $\frac{3}{4}$ от 76 км.

Отсюда становится ясным, что умножение числа на $\frac{3}{4}$ должно означать нахождение $\frac{3}{4}$ этого числа.

Определение. *Умножить число на дробь — значит найти дробь множимого.*

Выведем правило для умножения натурального числа на дробь. Найдем сначала $\frac{3}{4}$ от 76 км так, как это делали раньше:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \text{ от } 76 \text{ км равно } \frac{76}{4} \text{ (км)}; \\ \frac{3}{4} \text{ от } 76 \text{ км равны } \frac{76 \cdot 3}{4} \text{ (км)}. \end{aligned}$$

Из определения умножения на дробь следует, что произведение $76 \cdot \frac{3}{4}$ равно $\frac{3}{4}$ от 76, или $\frac{76 \cdot 3}{4}$. Итак:

$$76 \cdot \frac{3}{4} = \frac{76 \cdot 3}{4} = 57 \text{ (км)}.$$

Такое рассуждение можно провести для любого случая умножения натурального числа на дробь.

Чтобы умножить натуральное число на дробь, надо это число умножить на числитель дроби и полученное произведение разделить на знаменатель.

В буквенном виде правило запишем так:

$$N \cdot \frac{a}{b} = \frac{N \cdot a}{b}$$

Замечание 1. Правило об умножении дроби на натуральное число (§ 67) и правило об умножении натурального числа на дробь можно объединить в одно:

Чтобы умножить дробь на натуральное число или натуральное число на дробь, надо натуральное число умножить на числитель дроби и результат разделить на ее знаменатель.

С помощью букв это правило можно записать так:

$$\frac{a}{b} \cdot N = N \cdot \frac{a}{b} = \frac{N \cdot a}{b}$$

Отсюда следует, что при умножении натурального числа на смешанное число можно пользоваться тем же правилом, что и для умножения смешанного числа на натуральное (§ 67).

Примеры. 1) $5 \cdot 13 \frac{2}{5} = 13 \cdot 5 + \frac{2}{5} \cdot 5 = 67$;

$$2) 2 \frac{7}{10} \cdot 2 = 2 \cdot 2 + \frac{7}{10} \cdot 2 = 4 + \frac{7}{5} = 5 \frac{2}{5}.$$

При вычислениях следует пользоваться устным счетом и писать короче:

$$1) 5 \cdot 13 \frac{2}{5} = 65 + 2 = 67; \quad 2) 2 \frac{7}{10} \cdot 2 = 4 + \frac{7}{5} = 5 \frac{2}{5}.$$

Замечание 2. При умножении смешанного числа на натуральное или натурального числа на смешанное можно смешанное число выразить неправильной дробью.

Пример. $2 \frac{7}{10} \cdot 2 = \frac{27}{10} \cdot 2 = \frac{27 \cdot 2}{10} = \frac{27}{5} = 5 \frac{2}{5}.$

Задание 47.

1. Вычислить: 1) $15 \cdot \frac{8}{9}$; 2) $20 \cdot \frac{7}{10}$; 3) $5 \cdot \frac{7}{15}$.

2. Средняя скорость поезда 60 км в час. Сколько поезд пройдет за $\frac{3}{10}$ часа?

3. Вычислить: 1) $14 \frac{1}{2} \cdot 5$; 3) $4 \cdot 5 \frac{3}{4}$;
2) $2 \frac{3}{7} \cdot 3$; 4) $12 \cdot 1 \frac{1}{6}$.

Упражнения.

Выполнить умножение:

463. (Устно.) 1) $5 \cdot \frac{1}{8}$; 3) $9 \cdot \frac{2}{3}$; 5) $12 \cdot \frac{5}{24}$;
2) $7 \cdot \frac{2}{15}$; 4) $10 \cdot \frac{3}{5}$; 6) $30 \cdot \frac{7}{60}$

464. 1) $8 \cdot \frac{13}{18}$; 3) $25 \cdot \frac{8}{15}$; 5) $58 \cdot \frac{7}{18}$; 7) $\frac{5}{17} \cdot 51$;
2) $12 \cdot \frac{9}{16}$; 4) $42 \cdot \frac{5}{7}$; 6) $87 \cdot \frac{15}{29}$; 8) $\frac{15}{32} \cdot 24$.

465. 1) $5 \cdot 2 \frac{1}{4}$; 3) $11 \cdot 7 \frac{3}{8}$; 5) $24 \cdot 10 \frac{7}{16}$; 7) $1 \frac{7}{18} \cdot 9$;
2) $9 \cdot 3 \frac{2}{3}$; 4) $16 \cdot 8 \frac{5}{12}$; 6) $100 \cdot 5 \frac{3}{10}$; 8) $30 \frac{7}{60} \cdot 25$.

466. Вычислить:

- 1) $5 \cdot \frac{14}{15} + \frac{14}{15} \cdot 5 + 7 \cdot 5 \frac{3}{4}$;
2) $3 \frac{3}{8} + 15 \cdot 3 \frac{3}{20}$
3) $\frac{9}{14} \cdot 7 + 7 \cdot 1 \frac{9}{14} - 4 \cdot \frac{5}{16}$;
4) $7 \cdot \frac{8}{9} \cdot 5 + 35 \cdot \frac{8}{9}$;
5) $4 \frac{11}{12} + 5 \cdot 4 \frac{11}{12} - 8 \cdot 2 \frac{7}{9}$;
6) $\left(14 \frac{3}{5} \cdot 10 - 5 \frac{1}{8} \cdot 24\right) \cdot 2 - 1 \frac{10}{13} \cdot 26$;
7) $10 \cdot 6 \frac{7}{20} - \left(\frac{13}{14} \cdot 21 + 5 \cdot 1 \frac{2}{15}\right) \cdot 2$;
8) $2 + 5 \cdot 1 \frac{13}{18} - \left(\frac{1}{8} \cdot 9 + 9 \cdot \frac{1}{12}\right)$

467. Один кубический метр сухого песку весит 1500 кг.
Сколько весит $\frac{3}{4}$ куб. м? $2 \frac{3}{10}$ куб. м? $7 \frac{3}{8}$ куб. м?

468. Средняя скорость мотоциклиста составила 78 км в час. Какое расстояние он проехал за $\frac{3}{4}$ часа? за $1\frac{1}{4}$ часа? за $2\frac{5}{6}$ часа?

469. Цельное молоко содержит $\frac{1}{25}$ часть жира, а сгущенное $\frac{9}{100}$. На молочноконсервный завод поступило 6000 кг цельного молока. Хватит ли его для приготовления 2500 кг сгущенного молока?

470. Длина прямоугольного участка земли составляет 80 м, ширина составляет $\frac{5}{16}$ длины. Другой участок имеет квадратную форму, причем длина его изгороди составляет $\frac{20}{21}$ изгороди первого участка. Найти площадь каждого участка.

471. Велосипедист проехал 40 км. $\frac{9}{16}$ этого пути он ехал по шоссе, затем $\frac{3}{10}$ остатка по грейдеру, а остальной путь по полевой дороге. Сколько километров пришлось ехать велосипедисту по полевой дороге?

§

УМНОЖЕНИЕ ДРОБИ НА ДРОБЬ.

Умножение дроби на дробь имеет тот же смысл, что и умножение натурального числа на дробь. Умножить дробь на дробь — значит найти дробь множимого.

Решим задачу: «Поезд проходит $\frac{2}{3}$ км в мин., какое расстояние он пройдет за $\frac{4}{5}$ мин.?»

Для решения задачи надо найти произведение $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$. Так как мы еще не знаем, как умножить дробь на дробь, то решим эту задачу другим способом. За $\frac{4}{5}$ мин. поезд пройдет $\frac{4}{5}$ того расстояния, какое он проходит за 1 мин., следовательно, для решения задачи надо найти $\frac{4}{5}$ от $\frac{2}{3}$ км:

$$\frac{1}{5} \text{ от } \frac{2}{3} \text{ равна } \frac{2}{3 \cdot 5};$$

$$\frac{4}{5} \text{ от } \frac{2}{3} \text{ равны } \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5}.$$

Теперь можно записать, что

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15} \text{ (км).}$$

Таким образом, мы пришли к выводу: **чтобы умножить дробь на дробь, надо произведение числителей разделить на произведение знаменателей.**

С помощью букв этот вывод запишем так:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{m}{n} = \frac{a \cdot m}{b \cdot n}.$$

Следует сократить полученную дробь, если это возможно, до вычисления произведений числителей и знаменателей.

Пример. $\frac{14}{15} \cdot \frac{5}{7} = \frac{14 \cdot 5}{15 \cdot 7} = \frac{2}{3}.$

Дробь $\frac{14 \cdot 5}{15 \cdot 7}$ сокращаем на 5 и на 7, в результате получаем $\frac{2}{3}.$

Правило умножения двух дробей распространяется на любое число сомножителей.

Пример. $\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{8}{21} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 10 \cdot 21} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 8}{3 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{8}{45}.$

В этом случае можно зачеркивать сомножители при сокращении дроби и подписывать новые сомножители, получающиеся при сокращении.

При умножении смешанных чисел или дроби и смешанного числа следует смешанные числа выразить неправильными дробями, а затем пользоваться предыдущими правилами.

Примеры. 1) $2\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{12} = \frac{9 \cdot 5}{4 \cdot 12} = \frac{15}{16};$

2) $3\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 3}{2 \cdot 7 \cdot 5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}.$

Замечание. Правило умножения дроби на дробь можно применять при умножении дроби на натуральное число и натурального числа на дробь.

Примеры. 1) $\frac{2}{15} \cdot 7 = \frac{2}{15} \cdot \frac{7}{1} = \frac{14}{15};$

2) $9 \cdot \frac{5}{8} = \frac{9}{1} \cdot \frac{5}{8} = \frac{45}{8} = 5\frac{5}{8};$

3) $2\frac{1}{4} \cdot 5 = \frac{9}{4} \cdot \frac{5}{1} = \frac{45}{4} = 11\frac{1}{4}.$

Задание 48.

1. Вычислить произведения:

$$1) \frac{15}{28} \cdot \frac{7}{30}; \quad 3) \frac{2}{51} \cdot \frac{17}{18} \cdot \frac{9}{10};$$

$$2) \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{10}; \quad 4) 3\frac{1}{5} \cdot 1\frac{7}{8} \cdot 10.$$

2. Вычислить произведение суммы чисел $\frac{29}{30}$ и $\frac{4}{15}$ на их разность.

3. Что значит умножить любое число на натуральное число? на дробное число?

Упражнения.

Выполнить умножение:

472. (Устно.)

$$1) \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}; \quad 4) \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{12}; \quad 7) \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{8}; \quad 9) \frac{5}{9} \cdot \frac{3}{7};$$

$$2) \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2}; \quad 5) \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}; \quad 8) \frac{3}{8} \cdot \frac{9}{11}; \quad 10) \frac{8}{9} \cdot \frac{3}{4}.$$

$$3) \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{11}; \quad 6) \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{7};$$

473

$$1) \frac{12}{25} \cdot \frac{7}{9}; \quad 5) \frac{3}{16} \cdot \frac{4}{15} \cdot \frac{8}{9};$$

$$2) \frac{8}{15} \cdot \frac{25}{32}; \quad 6) \frac{7}{10} \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{100}{153};$$

$$3) \frac{22}{35} \cdot \frac{21}{44}; \quad 7) \frac{11}{24} \cdot \frac{6}{55} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{27}{40};$$

$$4) \frac{17}{100} \cdot \frac{16}{51}; \quad 8) \frac{15}{49} \cdot \frac{8}{13} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{39}{64}.$$

474.

$$1) 2\frac{5}{12} \cdot \frac{9}{58}; \quad 5) 15\frac{5}{6} \cdot 10\frac{6}{19};$$

$$2) \frac{14}{15} \cdot 3\frac{4}{7}; \quad 6) 4\frac{8}{25} \cdot 5\frac{5}{16} \cdot \frac{5}{17};$$

$$3) 20\frac{1}{4} \cdot 1\frac{5}{27}; \quad 7) 8\frac{1}{4} \cdot 5\frac{1}{11} \cdot 1\frac{3}{14}.$$

$$4) 10\frac{2}{7} \cdot 9\frac{11}{18};$$

Выполнить действия:

475.

$$1) \frac{5}{6} + \frac{9}{14} \cdot \frac{7}{18};$$

$$4) 3\frac{2}{25} + 2\frac{17}{30} \cdot 1\frac{7}{11};$$

$$2) 1\frac{11}{12} + \frac{8}{27} \cdot \frac{15}{32};$$

$$5) \frac{20}{81} \cdot 5\frac{1}{16} \cdot 3\frac{3}{20} - 3\frac{3}{20} \cdot \frac{5}{13};$$

$$3) \frac{7}{8} - \frac{4}{15} \cdot \frac{5}{16};$$

$$6) 4\frac{9}{10} \cdot \frac{35}{36} \cdot \frac{5}{7} - 3\frac{1}{15} \cdot \frac{65}{69}.$$

476. 1) $\left(\frac{5}{6} + \frac{9}{14}\right) \cdot \frac{49}{62};$

$$2) 15\frac{4}{7} - 4\frac{3}{8} \cdot \left(1\frac{3}{7} - \frac{34}{35}\right);$$

$$3) \left(40\frac{7}{15} - 29\frac{8}{35}\right) \cdot 28 - 26 \cdot \frac{1}{4};$$

$$4) \left(3\frac{3}{5} + 1\frac{7}{10}\right) \cdot 1\frac{3}{17} + 6\frac{13}{17};$$

$$5) \left(6\frac{1}{2} - 5\frac{3}{8}\right) \cdot \left(13\frac{1}{2} - 10\frac{5}{6}\right) \cdot 1\frac{1}{3}.$$

477. Средняя скорость поезда составила $50\frac{2}{5}$ км в час. Какое расстояние пройдет поезд за $\frac{1}{2}$ часа? $\frac{3}{4}$ часа? $2\frac{1}{4}$ часа?

478. Норма времени для кладки 1 куб. м кирпичного фундамента составляет $5\frac{4}{5}$ часа. Сколько времени потребуется для кладки $\frac{9}{10}$ куб. м, $3\frac{3}{4}$ куб. м, $10\frac{5}{8}$ куб. м?

479. Куплено $2\frac{3}{5}$ м сукна по $22\frac{1}{2}$ руб. за метр и $3\frac{1}{2}$ м сатина по $1\frac{4}{5}$ руб. за метр. Сколько стоит вся покупка?

480. Скорость полета вороны составляет 40 км в час. скорость скворца составляет $1\frac{1}{5}$ скорости вороны, а скорость голубя равна $1\frac{1}{5}$ скорости скворца. Найти скорость голубя.

481. При асфальтировании улицы на укладку смеси вручную звено рабочих затрачивает $5\frac{3}{5}$ часа на каждые 100 кв. м по-

Задание 48.

1. Вычислить произведения:

1) $\frac{15}{28} \cdot \frac{7}{30}$; 3) $\frac{2}{51} \cdot \frac{17}{18} \cdot \frac{9}{10}$;

2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{10}$; 4) $3\frac{1}{5} \cdot 1\frac{7}{8} \cdot 10$.

2. Вычислить произведение суммы чисел $\frac{29}{30}$ и $\frac{4}{15}$ на их разность.

3. Что значит умножить любое число на натуральное число? на дробное число?

Упражнения.

Выполнить умножение:

472. (Устно.)

1) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$; 4) $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{12}$; 7) $\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{8}$; 9) $\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{7}$;

2) $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2}$; 5) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}$; 8) $\frac{3}{8} \cdot \frac{9}{11}$; 10) $\frac{8}{9} \cdot \frac{3}{4}$.

3) $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{11}$; 6) $\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{7}$;

473

1) $\frac{12}{25} \cdot \frac{7}{9}$; 5) $\frac{3}{16} \cdot \frac{4}{15} \cdot \frac{8}{9}$;

2) $\frac{8}{15} \cdot \frac{25}{32}$; 6) $\frac{7}{10} \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{100}{153}$;

3) $\frac{22}{35} \cdot \frac{21}{44}$; 7) $\frac{11}{24} \cdot \frac{6}{55} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{27}{40}$;

4) $\frac{17}{100} \cdot \frac{16}{51}$; 8) $\frac{15}{49} \cdot \frac{8}{13} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{39}{64}$.

474.

1) $2\frac{5}{12} \cdot \frac{9}{58}$; 5) $15\frac{5}{6} \cdot 10\frac{6}{19}$;

2) $\frac{14}{15} \cdot 3\frac{4}{7}$; 6) $4\frac{8}{25} \cdot 5\frac{5}{16} \cdot \frac{5}{17}$;

3) $20\frac{1}{4} \cdot 1\frac{5}{27}$; 7) $8\frac{1}{4} \cdot 5\frac{1}{11} \cdot 1\frac{3}{14}$.

4) $10\frac{2}{7} \cdot 9\frac{11}{18}$;

Выполнить действия:

475.

$$1) \frac{5}{6} + \frac{9}{14} \cdot \frac{7}{18};$$

$$4) 3\frac{2}{25} + 2\frac{17}{30} \cdot 1\frac{7}{11};$$

$$2) 1\frac{11}{12} + \frac{8}{27} \cdot \frac{15}{32};$$

$$5) \frac{20}{81} \cdot 5\frac{1}{16} \cdot 3\frac{3}{20} - 3\frac{3}{20} \cdot \frac{5}{13};$$

$$3) \frac{7}{8} - \frac{4}{15} \cdot \frac{5}{16};$$

$$6) 4\frac{9}{10} \cdot \frac{35}{36} \cdot \frac{5}{7} - 3\frac{1}{15} \cdot \frac{65}{69}.$$

476. 1) $\left(\frac{5}{6} + \frac{9}{14}\right) \cdot \frac{49}{62};$

$$2) 15\frac{4}{7} - 4\frac{3}{8} \cdot \left(1\frac{3}{7} - \frac{34}{35}\right);$$

$$3) \left(40\frac{7}{15} - 29\frac{8}{35}\right) \cdot 28 - 26 \cdot \frac{1}{4};$$

$$4) \left(3\frac{3}{5} + 1\frac{7}{10}\right) \cdot 1\frac{3}{17} + 6\frac{13}{17};$$

$$5) \left(6\frac{1}{2} - 5\frac{3}{8}\right) \cdot \left(13\frac{1}{2} - 10\frac{5}{6}\right) \cdot 1\frac{1}{3}.$$

477. Средняя скорость поезда составила $50\frac{2}{5}$ км в час. Какое расстояние пройдет поезд за $\frac{1}{2}$ часа? $\frac{3}{4}$ часа? $2\frac{1}{4}$ часа?

478. Норма времени для кладки 1 куб. м кирпичного фундамента составляет $5\frac{4}{5}$ часа. Сколько времени потребуется для кладки $\frac{9}{10}$ куб. м, $3\frac{3}{4}$ куб. м, $10\frac{5}{8}$ куб. м?

479. Куплено $2\frac{3}{5}$ м сукна по $22\frac{1}{2}$ руб. за метр и $3\frac{1}{2}$ м сатина по $1\frac{4}{5}$ руб. за метр. Сколько стоит вся покупка?

480. Скорость полета вороны составляет 40 км в час, скорость скворца составляет $1\frac{1}{5}$ скорости вороны, а скорость голубя равна $1\frac{1}{5}$ скорости скворца. Найти скорость голубя.

481. При асфальтировании улицы на укладку смеси вручную звено рабочих затрачивает $5\frac{3}{5}$ часа на каждые 100 кв. м по-

крытия. При укладке смеси асфальтоукладочной машиной требуется $\frac{2}{7}$ этого времени. Ширина покрытия равна 10 м; сначала укладка велась вручную на участке длиной 120 м, затем с помощью машины на участке длиной 380 м. Сколько времени затрачено на всю работу?

§ 71.) ДРУГОЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ ДРОБИ ЧИСЛА.

В § 68 был указан способ решения задачи на нахождение дроби числа. Так как умножение числа на дробь есть нахождение дроби числа, то новый способ решения этой задачи заключается в следующем: чтобы найти дробь данного числа, достаточно умножить это число на дробь.

Пример. Найти $\frac{5}{7}$ от $1\frac{3}{5}$.

Решение. $1\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} = \frac{8 \cdot 5}{5 \cdot 7} = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$.

Задание 49.

1. Вычислить устно:

1) $\frac{1}{6}$ от $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{3}$ от $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{3}{17}$ от 34; 4) $\frac{7}{3}$ от 12.

2. Найти:

1) $\frac{21}{25}$ от $\frac{50}{81}$; 2) $\frac{33}{20}$ от $\frac{50}{99}$; 3) $\frac{40}{87}$ от $2\frac{9}{10}$.

3. Площадь пришкольного участка равна $1\frac{1}{4}$ га. Сад занимает $\frac{3}{5}$ участка, под кукурузой занято $\frac{1}{10}$ участка, а остальная площадь отведена под овощи. Какая площадь отведена под овощи?

4. Как найти дробь данного числа?

Упражнения.

482. Найти:

1) $\frac{1}{8}$ от $\frac{6}{7}$; 3) $\frac{5}{6}$ от $\frac{18}{25}$; 5) $\frac{22}{15}$ от $6\frac{4}{11}$;
2) $\frac{3}{5}$ от $\frac{9}{10}$; 4) $\frac{9}{10}$ от $2\frac{1}{7}$; 6) $\frac{19}{10}$ от $2\frac{9}{38}$.

483. Найти:

1) $\frac{1}{6}$ от $\frac{15}{16}$; 3) $\frac{33}{14}$ от $\frac{35}{39}$; 5) $\frac{25}{18}$ от $5\frac{17}{20}$;

2) $\frac{7}{9}$ от $\frac{7}{9}$; 4) $\frac{7}{10}$ от $1\frac{3}{7}$; 6) $\frac{39}{40}$ от $3\frac{1}{13}$.

484. Выполнить умножение:

1) $\frac{11}{12} \cdot 3$; 3) $12\frac{3}{4} \cdot 6$; 5) $5\frac{8}{11} \cdot 1\frac{2}{9}$; 7) $28\frac{4}{15} \cdot 30\frac{5}{8}$.

2) $\frac{9}{20} \cdot 7$; 4) $8\frac{5}{6} \cdot 14$; 6) $10\frac{7}{11} \cdot 4\frac{3}{13}$;

485. Колесо велосипеда делает в среднем $150\frac{3}{4}$ оборотов в минуту. Сколько оборотов оно сделает за $\frac{1}{2}$ мин.? за 4 мин.? за $5\frac{1}{2}$ мин.?

486. 1) При переработке сахарной свеклы получается $\frac{4}{25}$ сахара (по весу). Сколько сахара будет получено из $\frac{1}{2}$ т сахарной свеклы? из 5 т? из $6\frac{1}{4}$ т?

2) Для подвески линии связи требуется $98\frac{3}{5}$ кг стальной проволоки на 1 км. Сколько проволоки нужно на $\frac{3}{10}$ км? на 5 км? на $20\frac{1}{2}$ км?

487. 1) Составить задачу на нахождение $\frac{3}{20}$ от некоторого числа. Решить эту задачу.

2) Составить задачу на нахождение $6\frac{2}{3}$ от некоторого числа. Решить эту задачу.

488. 1) Рекордсмен в тяжелом весе (рис. 56) выжал штангу весом $162\frac{1}{2}$ кг, а второй штангист, выступавший в легкой весовой категории, выжал $\frac{9}{13}$ этого веса. На сколько больше выжал первый?



Рис. 56.

2) Составьте сходную задачу, используя, например, результаты школьных соревнований по прыжкам в длину.

489. 1) У мальчика было $1\frac{1}{5}$ руб.; $\frac{5}{12}$ этих денег он истратил на билеты в кино, а за книгу уплатил $\frac{2}{7}$ остатка. Сколько денег осталось у мальчика?

2) Пионерская дружина школы за собранный металлолом получила $312\frac{1}{2}$ руб. Ребята решили $\frac{4}{5}$ этих денег истратить на телевизор для пионерской комнаты, $\frac{3}{5}$ остатка отложить для туристского похода, а остальные деньги истратить на материалы для технического кружка. Сколько денег было истрачено на материалы?



72. ОСОБЕННОСТИ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ДВУХ ЧИСЕЛ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ВИДА МНОЖИТЕЛЯ.

Названия данных и результаты умножения для дробных чисел остаются такими же, как и для целых чисел.

Рассмотрим следующие случаи умножения.

1. Умножение на 0 и на 1.

Произведение дроби на 0 и на 1 определяется так же, как и произведение натурального числа на 0 и на 1 (§ 15).

$$\text{Примеры. } \frac{5}{7} \cdot 0 = 0; \quad \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{2}{3}.$$

Для этих случаев справедлив переместительный закон умножения:

$$\frac{5}{7} \cdot 0 = 0 \cdot \frac{5}{7} = 0; \quad \frac{2}{3} \cdot 1 = 1 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}.$$

Вообще,

$$\frac{m}{n} \cdot 0 = 0 \cdot \frac{m}{n} = 0;$$

$$\frac{m}{n} \cdot 1 = 1 \cdot \frac{m}{n} = \frac{m}{n}.$$

2. Умножение на число, большее, чем 1.

Рассмотрим несколько примеров.

$$1) 2\frac{3}{4} \cdot 6 = 16\frac{1}{2}; \quad \text{произведение } 16\frac{1}{2} > 2\frac{3}{4}.$$

$$2) 2\frac{3}{4} \cdot 5\frac{1}{11} = \frac{11 \cdot 56}{4 \cdot 11} = 14; \quad \text{произведение } 14 > 2\frac{3}{4}.$$

$$3) \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{8}{5} = \frac{16}{15} = 1 \frac{1}{15}; \text{ произведение } 1 \frac{1}{15} > \frac{2}{3}$$

Какой вывод можно сделать из этих примеров?

При умножении числа (не равного нулю) на число, большее 1, получается произведение, большее множимого.

3. Умножение на правильную дробь.

Рассмотрим несколько примеров:

$$1) \quad 40 \cdot \frac{5}{8} = 25; \quad 25 < 40$$

$$2) \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{12}; \quad \frac{5}{12} < \frac{2}{3}, \text{ так как } \frac{2}{3} = \frac{8}{12}.$$

При умножении числа (не равного нулю) на правильную дробь получается произведение, меньшее множимого.

Задание 50.

1. В каком случае произведение равно множимому?
2. В каких случаях произведение меньше множимого?
3. Сравнить по величине, не производя вычислений:

$$1) \quad 3 \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ и } 3 \frac{1}{2}; \quad 3) \quad \frac{1}{4} \cdot 2 \frac{1}{5} \text{ и } \frac{1}{4}; \quad 5) \quad 1 \cdot \frac{3}{12} \text{ и } \frac{3}{12}.$$

$$2) \quad 10 \cdot \frac{2}{5} \text{ и } 10; \quad 4) \quad 0 \cdot \frac{3}{4} \text{ и } 0;$$

Упражнения.

490. Что больше:

$$1) \quad 297 \text{ или } 297 \cdot \frac{8}{9} ? \quad 4) \quad 9 \frac{8}{13} \text{ или } 9 \frac{8}{13} \cdot \frac{12}{12} ?$$

$$2) \quad 297 \text{ или } 297 \cdot \frac{9}{8} ? \quad 5) \quad 26 \frac{7}{8} \text{ или } 26 \frac{7}{8} \cdot \frac{7}{10} ?$$

$$3) \quad 15 \frac{3}{4} \text{ или } 15 \frac{3}{4} \cdot 1 \frac{1}{10} ? \quad 6) \quad 7 \frac{2}{3} \text{ или } 7 \frac{2}{3} \cdot 0 ?$$

Вычислить:

$$491. \quad 1) \quad \frac{12}{13} \cdot \frac{5}{6} + \frac{3}{10} \cdot \frac{15}{26};$$

$$2) \quad \frac{20}{21} \cdot \frac{7}{15} + \frac{13}{20} \cdot \frac{4}{7};$$

$$3) \quad 2 \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{22} + \frac{8}{33} \cdot 5 \frac{1}{2};$$

- 4) $15 \frac{2}{5} \cdot 1 \frac{5}{7} + 6 \frac{10}{27} \cdot 3 \frac{3}{8}$;
 5) $\frac{8}{9} \cdot 1 + 1 \cdot 1 \frac{3}{10} + 287 \frac{1}{3} \cdot 0$;
 6) $0 \cdot 5 \frac{2}{3} + 7 \frac{5}{6} \cdot 1 - 1 \cdot 6 \frac{13}{14}$.

492. 1) $\frac{21}{25} \cdot \frac{5}{7} - \frac{3}{16} \cdot \frac{4}{27}$;
 2) $\frac{32}{35} \cdot \frac{7}{16} - \frac{9}{20} \cdot \frac{5}{21}$;
 3) $5 \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{13} - 2 \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{14}$;
 4) $7 \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{26} - 1 \frac{7}{15} \cdot \frac{5}{11}$;
 5) $8 \frac{7}{10} \cdot 2 \frac{7}{29} - 5 \frac{5}{11} \cdot \frac{44}{75}$;
 6) $20 \frac{15}{16} \cdot 2 \frac{4}{15} - 10 \frac{2}{25} \cdot 3 \frac{11}{28}$.

493. 1) $3 \frac{5}{9} + \frac{13}{18} \cdot 1 \frac{3}{7} - 2 \frac{7}{8} \cdot 1 \frac{1}{15}$;
 2) $12 \frac{5}{6} - 10 \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{26} + 7 \cdot 3 \frac{25}{42}$;
 3) $\left(3 \frac{5}{9} + \frac{13}{18}\right) \cdot 1 \frac{3}{7} - 3 \cdot 1 \frac{5}{18}$;
 4) $\left(12 \frac{5}{6} - 10 \frac{15}{16}\right) \cdot \frac{15}{26} + 12 \frac{3}{4} \cdot 8$;
 5) $14 \frac{7}{12} - 4 \frac{7}{12} \cdot \left(\frac{24}{25} \cdot \frac{35}{36} - \frac{20}{27} \cdot \frac{9}{20}\right)$;
 6) $\left(13 - 5 \cdot 1 \frac{7}{25}\right) \cdot \left(13 + 5 \cdot 1 \frac{7}{25}\right)$.

494. Решить уравнения:

- 1) $2 \frac{3}{4} + x = \frac{15}{16} \cdot 8$; 3) $\frac{12}{25} \cdot \frac{15}{28} - x = \frac{1}{10}$;
 2) $y + 5 \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8} = 12 \frac{3}{5}$; 4) $y - 1 \frac{13}{15} \cdot 2 \frac{6}{7} = 3 \frac{5}{6}$.

495. Расстояние между двумя городами равно $353\frac{1}{2}$ км. Из них выходят одновременно навстречу друг другу два поезда. Средняя скорость одного поезда составляет $58\frac{1}{5}$ км в час, а другого $60\frac{3}{10}$ км в час. Каково будет расстояние между поездами через $1\frac{5}{6}$ часа?

496. Из двух автостанций навстречу друг другу выехали два легковых автомобиля: первый шел со скоростью $72\frac{1}{2}$ км в час, а второй $60\frac{3}{4}$ км в час. Известно, что первый автомобиль отправился на $\frac{3}{5}$ часа раньше, чем второй, и что они встретились через $4\frac{1}{5}$ часа после выезда первого автомобиля. Чему равно расстояние между автостанциями?

497. Из двух рабочих, занятых окраской крыши, первый мог выполнить всю работу за 10 час., а второй за 15 час. Рабочие проработали вместе $3\frac{1}{2}$ часа. Какую часть работы осталось выполнить?

498. Один кран может наполнить ванну за 12 мин., а другой за 20 мин. Сначала 3 мин. был открыт только первый кран, затем еще 4 мин. оба крана действовали одновременно. Какая часть ванны осталась незаполненной?

499. Сравнить по величине произведения:

$$1) 7\frac{5}{8} \cdot \frac{9}{13} \cdot \frac{13}{8}; \quad 7\frac{5}{8} \cdot \frac{9}{13} \cdot \frac{13}{9} \quad \text{и} \quad 7\frac{5}{8} \cdot \frac{9}{13} \cdot \frac{13}{15};$$

$$2) 15\frac{5}{16} \cdot 1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}; \quad 15\frac{5}{16} \cdot 1\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \quad \text{и} \quad 15\frac{5}{16} \cdot 1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{7}.$$

500. Я задумал число. Когда к этому числу прибавил $3\frac{1}{2}$, а затем вычел $1\frac{2}{3}$, то получил $6\frac{5}{6}$. Какое я число задумал?

§ 16. ЗАКОНЫ УМНОЖЕНИЯ ДЛЯ ДРОБНЫХ ЧИСЕЛ.

Все законы умножения, изложенные в § 16, остаются верными и для дробей.

1. Переместительный закон.

$$\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{10} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 1}{7 \cdot 3 \cdot 10} = \frac{1}{21}.$$

Проверьте на этом примере, что произведение не изменится от перестановки сомножителей. С этой целью вычислите произведения:

$$1) \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{7}; \quad 2) \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3}$$

Почему не может измениться произведение?

2. Сочетательный закон.

Прочитайте об этом законе в § 16 и проверьте, что

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2}{7} \cdot \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9} \right)$$

Изменяются ли произведения числителей и знаменателей, если мы объединим сомножители в группы?

3. Распределительный закон.

Произведение суммы дробей $\frac{7}{12} + \frac{3}{12}$ на дробь $\frac{3}{11}$ вычисляется так: $\left(\frac{7}{12} + \frac{3}{12} \right) \cdot \frac{3}{11} = \frac{10}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{10 \cdot 3}{12 \cdot 11} = \frac{5}{22}$.

Умножим теперь каждое слагаемое на $\frac{3}{11}$ и полученные произведения сложим: $\frac{7}{12} \cdot \frac{3}{11} + \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{11}$

Вычисляя каждое слагаемое этой суммы, получим:

$$1) \frac{7}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{7}{44}; \quad 2) \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{3}{44}.$$

Сумма этих произведений равна:

$$\frac{7}{44} + \frac{3}{44} = \frac{10}{44} = \frac{5}{22}.$$

Получили тот же результат. Следовательно,

$$\left(\frac{7}{12} + \frac{3}{12} \right) \cdot \frac{3}{11} = \frac{7}{12} \cdot \frac{3}{11} + \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{11}.$$

Итак, чтобы умножить сумму на дробь, можно умножить каждое слагаемое на эту дробь и полученные произведения сложить. С помощью букв законы умножения можно записать так:

$$1) \frac{a}{b} \cdot \frac{m}{n} = \frac{m}{n} \cdot \frac{a}{b};$$

$$2) \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{m}{n} \right);$$

$$3) \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right) \cdot \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \cdot \frac{m}{n} + \frac{c}{d} \cdot \frac{m}{n}.$$

Задание 51.

1. Вычислить устно, применяя законы умножения:

$$1) \frac{2}{3} \cdot 7 \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}; \quad 2) 2 \cdot \frac{7}{31} \cdot \frac{1}{2}; \quad 3) \left(\frac{1}{7} + \frac{15}{7} \right) \cdot 7.$$

2. Вычислить:

$$5 \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{144} \cdot 24 + \frac{19}{25} \cdot 10 \cdot \frac{5}{38} + 2 \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{39}{40}.$$

Упражнения.

501. Показать справедливость переместительного закона на примерах:

$$1) \frac{3}{8} \cdot \frac{6}{25} \cdot \frac{2}{9}; \quad 3) 3 \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{25} \cdot 1 \frac{1}{15};$$

$$2) \frac{11}{12} \cdot \frac{4}{15} \cdot \frac{5}{22}; \quad 4) 5 \frac{3}{8} \cdot 2 \frac{4}{5} \cdot \frac{14}{43}.$$

502. Произвести умножение, объединяя сомножители в группы наиболее выгодным способом. Какие законы умножения применяются при этом?

$$1) \frac{7}{18} \cdot \frac{11}{25} \cdot \frac{9}{14} \cdot \frac{25}{33}; \quad 3) \frac{16}{3} \cdot \frac{9}{4} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{27}{16};$$

$$2) \frac{16}{27} \cdot \frac{13}{25} \cdot \frac{25}{39} \cdot \frac{9}{32}; \quad 4) \frac{39}{4} \cdot \frac{35}{81} \cdot \frac{8}{39} \cdot \frac{81}{35}.$$

503. Показать справедливость распределительного закона на примерах:

$$1) \left(\frac{15}{16} + \frac{7}{12} \right) \cdot \frac{8}{25}; \quad 4) \left(11 \frac{7}{10} + 9 \frac{7}{12} \right) \cdot \frac{8}{45};$$

$$2) \left(\frac{9}{32} + \frac{21}{40} \right) \cdot \frac{20}{27}; \quad 5) \left(1 \frac{1}{3} + 2 \frac{1}{4} + 3 \frac{1}{5} \right) \cdot 4 \frac{1}{6}.$$

$$3) \left(6 \frac{3}{5} + 3 \frac{1}{18} \right) \cdot 1 \frac{7}{11};$$

504. Проверить справедливость равенств:

$$1) \left(\frac{17}{35} - \frac{3}{7} \right) \cdot \frac{14}{17} = \frac{17}{35} \cdot \frac{14}{17} - \frac{3}{7} \cdot \frac{14}{17};$$

$$2) \left(2 \frac{7}{40} - 1 \frac{9}{20} \right) \cdot \frac{15}{29} = 2 \frac{7}{40} \cdot \frac{15}{29} - 1 \frac{9}{20} \cdot \frac{15}{29};$$

$$3) \left(2 \frac{5}{6} + 3 \frac{7}{8} - 4 \frac{9}{10} \right) \cdot 8 \frac{4}{7} = 2 \frac{5}{6} \cdot 8 \frac{4}{7} + 3 \frac{7}{8} \cdot 8 \frac{4}{7} -$$

$$- 4 \frac{9}{10} \cdot 8 \frac{4}{7}.$$

505. Вычислить наиболее удобным способом:

$$1) \frac{5}{18} \cdot 3 \frac{1}{4} + \frac{13}{18} \cdot 3 \frac{1}{4};$$

$$2) 5 \frac{2}{11} \cdot \frac{3}{7} + 8 \frac{9}{11} \cdot \frac{3}{7};$$

$$3) 4 \frac{3}{8} \cdot 2 \frac{1}{3} + 2 \frac{7}{8} \cdot 2 \frac{1}{3} - 7 \frac{1}{4} \cdot 2 \frac{1}{3};$$

$$4) 5 \frac{5}{6} \cdot \frac{13}{120} + 3 \frac{5}{6} \cdot \frac{13}{120} - 8 \frac{2}{3} \cdot \frac{13}{120}.$$

506. Вычислить:

$$1) \frac{10}{21} \cdot 4 \frac{7}{9} \cdot \frac{7}{20} + \frac{13}{18} \cdot 5 \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{26};$$

$$2) 4 \frac{1}{7} \cdot \frac{20}{27} \cdot \frac{81}{100} + 7 \frac{5}{8} \cdot \frac{15}{32} \cdot \frac{64}{75};$$

$$3) 7 \frac{7}{10} \cdot \frac{25}{27} \cdot \frac{5}{33} - 3 \frac{2}{11} \cdot \frac{8}{81} \cdot \frac{33}{70};$$

$$4) 9 \frac{7}{12} \cdot 2 \frac{5}{6} \cdot 1 \frac{1}{23} - 14 \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{16} \cdot \frac{8}{85};$$

$$5) 22 \frac{2}{3} \cdot \frac{11}{15} \cdot 1 \frac{11}{34} - 17 \frac{13}{85} \cdot \frac{85}{111} \cdot 0;$$

$$6) \left(\frac{5}{14} \cdot \frac{9}{22} \cdot 1 \frac{32}{45} + \frac{15}{32} \cdot \frac{16}{25} \cdot 5 \right) \cdot 4 \frac{8}{9} - 6 \frac{9}{10}.$$

507. На складе имеются дрова трех пород: мягкой по цене $2 \frac{3}{10}$ руб. за куб. м, смешанной по $3 \frac{4}{5}$ руб. за куб. м и твердой по $4 \frac{1}{2}$ руб. за куб. м. Отпущено за неделю 45 куб. м дров, поровну каждой породы. Сколько стоят все отпущенные дрова?

508. Куплено по $2 \frac{1}{4}$ кг печенья трех сортов ценой $\frac{4}{5}$ руб., $\frac{9}{10}$ руб. и $1 \frac{2}{5}$ руб. за 1 кг. Сколько стоит вся покупка?

509. Решить уравнения:

$$1) \quad x + 3 \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{10} = \frac{5}{8} \cdot 1 \frac{3}{5};$$

$$2) \quad 6 \frac{3}{4} \cdot 1 \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{27} + x = \frac{7}{8} \cdot 2 \frac{11}{21}.$$

510. Контрольное задание.

1) Моток электропровода длиной 60 м разрезали на 3 части. Длина первой части составила $\frac{5}{12}$ всего провода, длина второй части — $\frac{3}{14}$ остатка. Какова длина третьей части?

$$2) \quad \left(5 \frac{6}{7} \cdot 2 \frac{7}{9} \cdot \frac{21}{41} + 3 \frac{7}{8} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{16}{31} \right) \cdot 3 - 2 \frac{3}{20}.$$

$$3) \text{ Решить уравнение: } 2 \frac{7}{9} - x = 1 \frac{5}{6}.$$

511. Контрольное задание.

1) Участок площадью 72 га вспахали за 3 дня. В первый день вспахано $\frac{3}{10}$ поля, во второй $\frac{5}{14}$ остатка. Сколько гектаров вспахали в третий день?

$$2) \quad \left(6 \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{17} \cdot \frac{5}{6} + \frac{14}{15} \cdot \frac{1}{9} \cdot 13 \frac{1}{2} \cdot 5 \right) \cdot 8 - 58 \frac{11}{12}.$$

$$3) \text{ Решить уравнение: } x + 3 \frac{5}{8} = 4 \frac{5}{12}.$$

НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЛА ПО ЕГО ДРОБИ.

Решим задачу: дробь числа известна, найти это число.

Задача 1. Площадь 60 га составляет $\frac{3}{4}$ площади всего поля. Вычислить площадь этого поля.

Если для решения этой задачи использовать рисунок 57, то надо иметь в виду что заштрихованная часть составляет 60 га, а площадь всего поля неизвестна. В задаче 1 из § 68, наоборот, была известна площадь всего поля, нужно было найти $\frac{3}{4}$ ее.

Решение. В данной задаче известно, что $\frac{3}{4}$ площади поля равны 60 га. Следовательно, $\frac{1}{4}$ в 3

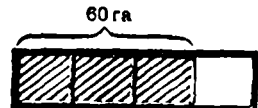


Рис. 57.

раза меньше. т. е. $\frac{1}{4}$ площади поля равна $\frac{60}{3}$ га. или 20 га. Вся площадь поля равна $20 \text{ га} \cdot 4 = 80 \text{ га}$.

Если площадь поля обозначить буквой x , то решение задачи можно записать короче:

$$\frac{3}{4} x = 60 \text{ га};$$

$$\frac{1}{4} x = 20 \text{ га};$$

$$x = 80 \text{ га}.$$

Задача 2. $1\frac{5}{8}$ некоторого числа равны $2\frac{3}{5}$. Найти это число.

Решение. Обозначим искомое число через x и, выразив смешанные числа неправильными дробями, запишем:

$$\frac{13}{8} x = \frac{13}{5};$$

$$\frac{1}{8} x = \frac{13}{5 \cdot 13} = \frac{1}{5};$$

$$x = \frac{1 \cdot 8}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}.$$

Итак, нахождение числа по его дроби выполняется по такому плану:

1) находят одну долю искомого числа; 2) находят искомое число.

Задание 52.

1. Израсходовано 30 руб., что составляет $\frac{5}{8}$ всех денег. Сколько было денег?

2. Задумано число, $\frac{4}{5}$ которого равно $2\frac{1}{7}$. Какое число задумано?

3. Составить задачи на нахождение дроби числа и числа по его дроби. Объяснить, как они решаются.

Упражнения.

512. а) (Устно.) Найти число:

1) $\frac{1}{2}$ которого равна 13; 4) $\frac{1}{5}$ которого равна $\frac{3}{10}$;

2) $\frac{1}{3}$ которого равна 15; 5) $\frac{1}{15}$ которого равна $\frac{7}{30}$;

3) $\frac{1}{7}$ которого равна 11; 6) $\frac{1}{10}$ которого равна $\frac{4}{20}$.

б) Найти число:

- 1) $\frac{3}{5}$ которого равны 24; 6) $\frac{4}{9}$ которого равны $3\frac{5}{18}$;
2) $\frac{5}{6}$ которого равны 40; 7) $\frac{17}{8}$ которого равны 34;
3) $\frac{4}{7}$ которого равны $\frac{16}{49}$; 8) $\frac{25}{9}$ которого равны $\frac{50}{3}$;
4) $\frac{5}{8}$ которого равны $\frac{15}{32}$; 9) $\frac{20}{13}$ которого равны $2\frac{3}{26}$;
5) $\frac{5}{12}$ которого равны $4\frac{1}{6}$; 10) $\frac{40}{27}$ которого равны $5\frac{5}{18}$.

513. Девочка прошла на лыжах 300 м, что составило $\frac{3}{8}$ всей дистанции. Какова длина дистанции?

514. Свая возвышается над водой на $1\frac{3}{10}$ м, что составляет $\frac{13}{80}$ длины всей сваи. Какова длина сваи?

515. $\frac{3}{4}$ работы были выполнены за $10\frac{1}{2}$ дней. Сколько дней нужно для выполнения всей работы?

516. Канавокопатель прорыл $1\frac{3}{10}$ км канавы, что составило $\frac{13}{25}$ намеченной работы. Какова будет длина всей канавы?

517. На приобретение спортивного костюма потрачено $16\frac{2}{5}$ руб., что составило $\frac{4}{15}$ стоимости пальто. Какова стоимость пальто и костюма вместе?

ВЗАИМНО ОБРАТНЫЕ ЧИСЛА.

Определение. Два числа, произведение которых равно единице, называются взаимно обратными.

Например: $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$; $\frac{1}{5} \cdot 5 = 1$.

Числа $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{2}$, а также $\frac{1}{5}$ и 5 будут взаимно обратными.

Число, обратное натуральному числу, есть дробь, числитель которой 1, а знаменатель — данное натуральное число.

Пр и м е р. Числа, обратные 7, 10 и 23, будут соответственно $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{10}$ и $\frac{1}{23}$.

Число, обратное данной дроби, есть дробь, у которой числителем является знаменатель данной дроби, а знаменателем — числитель этой дроби.

Например, числа, обратные дробям $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{10}$, $2\frac{1}{5}$, будут соответственно $\frac{12}{5}$, 10 и $\frac{5}{11}$.

Число, обратное 1, будет 1. Для нуля нет обратного числа.

Задание 53.

1. Написать числа, обратные следующим числам:

$$12; 100; \frac{1}{4}; \frac{2}{5}; \frac{1}{8}; \frac{4}{21}; 3\frac{1}{2}; 10\frac{1}{3}.$$

2. Какие числа называются обратными? Привести примеры.

3. Почему 0 не имеет обратного числа?

Упражнения.

518. Написать числа, обратные числам:

$$1) 9; 23; 1; \frac{1}{7}; \frac{1}{12}; \frac{2}{9}; \frac{5}{16}; 2\frac{2}{5}; 9\frac{3}{8}; 20\frac{3}{5}.$$

$$2) 17; \frac{1}{25}; \frac{7}{23}; \frac{81}{100}; 3\frac{1}{4}; 10\frac{2}{5}.$$

519. Засеяно $\frac{7}{10}$ поля, после чего осталось засеять 24 га. Какова площадь всего поля?

520. Продано $\frac{3}{8}$ полученных спортивным магазином лыж, после чего осталось 120 пар. Сколько пар лыж было получено?

521. $\frac{3}{5}$ от 12 составляют $\frac{1}{4}$ неизвестного числа. Найти это число.

522. $\frac{5}{9}$ от 75 составляют $\frac{5}{6}$ неизвестного числа. Найти это число.

523. Ученик прочитал 75 страниц, затем еще $\frac{2}{5}$ этого количества. Всего прочитано $\frac{3}{4}$ книги. Сколько страниц в книге?

524. Велосипедист проехал $12\frac{1}{4}$ км и еще $\frac{3}{7}$ этого расстояния. Осталось ему ехать $\frac{2}{3}$ всего пути. Сколько километров содержит весь путь?

525. Вычислить:

$$1) \left(24 \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{24}{29} - 7 \cdot 2 \frac{2}{35} \right) \cdot 19 \frac{3}{64} \cdot \frac{15}{34};$$

$$2) 26 \frac{7}{10} + \left(12 \frac{3}{5} \cdot 2 \frac{5}{6} - 8 \frac{3}{4} \cdot 1 \frac{3}{20} \cdot \frac{16}{35} \right);$$

$$3) \left(2 \frac{5}{8} - \frac{2}{3} \cdot 2 \frac{5}{14} \right) \cdot 2 \frac{2}{3} - 1 \frac{17}{21};$$

$$4) \left(49 \frac{5}{24} - 25 \frac{3}{4} \cdot 1 \frac{4}{5} \right) \cdot \frac{3}{7} + \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{5} \cdot 1 \frac{1}{7}.$$

ДЕЛЕНИЕ ДРОБИ НА НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО.

Данные и результат при делении дробей имеют те же названия, что и при делении натуральных чисел: делимое, делитель и частное.

Определение действия деления остается для дробных чисел без изменения: **деление есть действие, посредством которого по произведению и одному из сомножителей находят другой сомножитель.**

Убедимся, что это определение применимо для случая деления натуральных чисел, рассмотренного в § 49.

Например, из произведения $3 \cdot \frac{2}{3} = 2$ согласно определению действия деления следует, что $2 : 3 = \frac{2}{3}$.

Такой записью мы и пользовались в § 49, считая, что частное от деления двух натуральных чисел есть дробь числитель которой является делимым, а знаменатель — делителем.

Если дано произведение $n \cdot \frac{m}{n} = m$ (буквы m и n обозначают натуральные числа), то согласно определению деления имеем:

$$m : n = \frac{m}{n}.$$

Рассмотрим случай деления дроби на натуральное число

Пусть надо $\frac{3}{5}$ разделить на 2. Обозначим частное через x и запишем $\frac{3}{5} : 2 = x$.

По определению действия деления это означает, что нужно найти такое число x , чтобы $2 \cdot x = \frac{3}{5}$. Полученное равенство показывает, что x в два раза меньше, чем $\frac{3}{5}$.

Следовательно, число x должно составлять $\frac{1}{2}$ от $\frac{3}{5}$, или
 $x = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}$.

Но x обозначает частное $\frac{3}{5} : 2$, следовательно,

$$\frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10}.$$

Чтобы разделить дробь на натуральное число, достаточно умножить ее на число, обратное делителю.

При делении дроби на натуральное число дробь уменьшается во столько раз, сколько единиц содержит натуральное число.

В данном примере дробь $\frac{3}{10}$ в 2 раза меньше дроби $\frac{3}{5}$.

При делении смешанного числа на натуральное число следует смешанное число выразить неправильной дробью, а затем применить предыдущее правило.

$$3\frac{2}{3} : 22 = \frac{11}{3} : 22 = \frac{11}{3} \cdot \frac{1}{22} = \frac{11}{3 \cdot 22} = \frac{1}{6}.$$

Задание 54.

1. Вычислить частные:

1) $\frac{4}{21} : 8$; 2) $\frac{5}{12} : 10$; 3) $3\frac{1}{8} : 50$; 4) $5\frac{2}{3} : 4$.

2) Уменьшить сумму чисел $\frac{3}{20}$ и $\frac{7}{15}$ в 2 раза, в 37 раз, в 111 раз.

3) Вычислить среднее арифметическое чисел: $3\frac{1}{2}$, 5 и $4\frac{2}{5}$.

Упражнения.

526. Огород площадью $\frac{9}{20}$ га разделен на 6 равных участков. Какова площадь каждого участка?

527. Резиновый шланг длиной $12\frac{1}{4}$ м разрезан на 7 равных частей. Какова длина каждой части?

Выполнить деление:

528. 1) $\frac{5}{7} : 2$; 3) $\frac{3}{11} : 5$; 5) $\frac{15}{16} : 7$; 7) $\frac{22}{32} : 33$;

2) $\frac{9}{14} : 3$; 4) $\frac{12}{25} : 8$; 6) $\frac{14}{45} : 28$; 8) $\frac{32}{49} : 80$.

529. 1) $\frac{1}{9} : 4$; 3) $\frac{12}{13} : 6$; 5) $\frac{13}{20} : 26$; 7) $\frac{25}{32} : 125$;
 2) $\frac{11}{15} : 7$; 4) $\frac{20}{27} : 9$; 6) $\frac{18}{35} : 27$; 8) $\frac{77}{100} : 44$.

530. 1) $2\frac{5}{8} : 5$; 3) $6\frac{4}{9} : 29$; 5) $12\frac{3}{5} : 27$; 7) $30\frac{3}{4} : 5$.
 2) $3\frac{4}{7} : 10$; 4) $8\frac{1}{10} : 36$; 6) $20\frac{5}{6} : 50$;

531. 1) $1\frac{1}{20} : 6$; 3) $5\frac{2}{7} : 8$; 5) $13\frac{2}{11} : 58$; 7) $100\frac{4}{5} : 10$;
 2) $4\frac{4}{5} : 9$; 4) $11\frac{7}{10} : 27$; 6) $16\frac{8}{15} : 96$; 8) $24\frac{48}{125} : 384$.

532. Вычислить:

1) $\left(\frac{7}{18} + \frac{5}{12}\right) : 5$; 3) $\left(\frac{4}{5} - \frac{5}{12}\right) : 3$; 5) $\left(8\frac{2}{3} + 5\frac{3}{4}\right) : 8$;
 2) $\left(\frac{9}{20} + \frac{9}{16}\right) : 6$; 4) $\left(2\frac{1}{4} - \frac{11}{20}\right) : 10$; 6) $\left(12\frac{5}{6} - 9\frac{7}{8}\right) : 4$.

ДЕЛЕНИЕ НА ДРОБЬ.

Пусть нужно $\frac{5}{12}$ разделить на $\frac{3}{4}$. Обозначим частное через x и запишем:

$$\frac{5}{12} : \frac{3}{4} = x.$$

Из определения действия деления следует, что

$$\frac{3}{4} \cdot x = \frac{5}{12}.$$

Эта запись означает, что $\frac{3}{4}$ от числа x равны $\frac{5}{12}$. Вычисление числа x сводится к решению задачи о нахождении числа по его дроби:

$$\frac{1}{4} x = \frac{5}{12 \cdot 3};$$

$$x = \frac{5 \cdot 4}{12 \cdot 3}.$$

Этот же результат можно получить, если делимое $\frac{5}{12}$ умножить на число, обратное делителю, т. е. на $\frac{4}{3}$.

Отсюда следует, что $\frac{5}{12} : \frac{3}{4} = \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{3} = \frac{5 \cdot 4}{12 \cdot 3} = \frac{5}{9}$.

Деление натурального числа на дробь не отличается от деления дроби на дробь, так как любое натуральное число можно записать в виде дроби.

Например, для вычисления частного $5 : \frac{3}{8}$ можно 5 записать в виде дроби $\frac{5}{1}$:

$$5 : \frac{3}{8} = \frac{5}{1} \cdot \frac{8}{3} = \frac{40}{3} = 13 \frac{1}{3}.$$

Однако нет необходимости натуральное число выражать в виде дроби. Достаточно делимое умножить на число, обратное делителю:

$$5 : \frac{3}{8} = 5 \cdot \frac{8}{3} = \frac{40}{3} = 13 \frac{1}{3}.$$

При делении смешанных чисел их обращают в неправильные дроби, а затем производят деление:

$$2 \frac{2}{5} : 3 \frac{7}{15} = \frac{12}{5} : \frac{52}{15} = \frac{12}{5} \cdot \frac{15}{52} = \frac{12 \cdot 15}{5 \cdot 52} = \frac{36}{52} = \frac{9}{13}.$$

Таким образом, деление на дробь выполняется по тому же правилу, что и деление дроби на натуральное число (§ 76).

Чтобы разделить одно число на другое, достаточно делимое умножить на число, обратное делителю.

Замечание 1. При делении дроби на натуральное число возможен случай, когда числитель дроби делится на это число.

$$\text{Например: } \frac{18}{77} : 9 = \frac{18}{77 \cdot 9} = \frac{2}{77 \cdot 1} = \frac{2}{77}$$

Тот же результат можно получить, если разделить числитель на данное натуральное число, а знаменатель оставить без изменения.

$$\frac{18}{77} : 9 = \frac{18 : 9}{77} = \frac{2}{77}.$$

Такие вычисления нужно по возможности выполнять устно.

Замечание 2. Задачу о нахождении числа по его дроби (§ 74) будем теперь решать, используя определение действия деления.

Например: пусть $\frac{2}{5}$ неизвестного числа равны $\frac{8}{9}$. Если неизвестное число обозначить через x , то

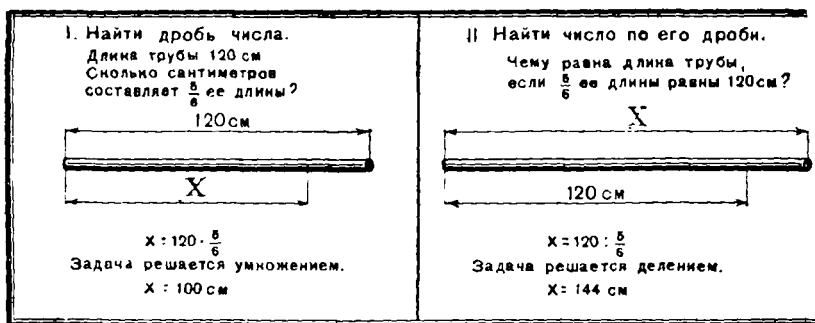


Рис. 58.

$\frac{2}{5} x = \frac{8}{9}$. По определению действия деления

$$x = \frac{8}{9} : \frac{2}{5} = \frac{20}{9} = 2 \frac{2}{9}.$$

Чтобы найти число по данной величине его дроби, нужно данную величину разделить на эту дробь.

Замечание 3. Нахождение числа выполняется умножением, а нахождение числа по его дроби — делением. Запомните разницу в решении этих задач, используя рисунок 58.

Задание 55.

1. Вычислить: 1) $\frac{77}{33} : \frac{51}{55}$; 2) $2 \frac{1}{4} : 3 \frac{1}{4}$; 3) $\frac{60}{125} : 30$.
2. Каким правилом пользуются при делении дробных чисел?
3. Чему равен весь отрезок, если $\frac{3}{8}$ его составляют 12 см?
4. Каким действием решается задача о нахождении числа по его дроби? Как решается задача о нахождении дроби числа?

Упражнения.

Выполнить деление:

533. 1) $1 \frac{7}{8} : \frac{2}{3}$; 3) $\frac{12}{25} : \frac{4}{5}$; 5) $\frac{42}{55} : \frac{18}{77}$;

2) $\frac{3}{10} : \frac{5}{7}$; 4) $\frac{20}{27} : \frac{16}{45}$; 6) $\frac{31}{100} : \frac{124}{125}$.

534. 1) $\frac{5}{14} : \frac{3}{5}$; 3) $\frac{8}{15} : \frac{6}{25}$; 5) $\frac{91}{100} : \frac{39}{50}$;

2) $\frac{7}{12} : \frac{5}{11}$; 4) $\frac{11}{20} : \frac{22}{35}$; 6) $\frac{57}{64} : \frac{95}{128}$.

535. 1) $4 : \frac{3}{5}$; 3) $15 : \frac{8}{9}$; 5) $30 : \frac{20}{27}$;

2) $12 : \frac{3}{7}$; 4) $1 : \frac{27}{35}$; 6) $42 : \frac{35}{64}$.

536 1) $8 : \frac{5}{6}$; 3) $20 : \frac{15}{32}$; 5) $108 : \frac{24}{35}$; 7) $0 : \frac{22}{23}$;

2) $21 : \frac{7}{12}$; 4) $1 : \frac{99}{100}$; 6) $100 : \frac{80}{91}$; 8) $0 : 7 \frac{18}{48}$.

537. Выполнить деление наиболее удобным способом:

1) $\frac{8}{11} : 8$; 3) $\frac{16}{19} : 8$; 5) $\frac{24}{35} : 6$; 7) $3 \frac{1}{7} : 11$;

2) $\frac{15}{34} : 15$; 4) $\frac{20}{27} : 4$; 6) $\frac{50}{81} : 10$; 8) $5 \frac{3}{5} : 7$.

538. Выполнить деление:

1) $2 \frac{2}{3} : \frac{7}{8}$; 3) $\frac{3}{10} : 6 \frac{3}{4}$; 5) $10 \frac{4}{9} : 1 \frac{4}{15}$; 7) $16 \frac{1}{5} : 24 \frac{3}{10}$;

2) $6 \frac{3}{4} : \frac{3}{10}$; 4) $\frac{15}{17} : 2 \frac{7}{34}$; 6) $8 \frac{2}{11} : 10 \frac{5}{22}$; 8) $11 \frac{2}{13} : 2 \frac{11}{33}$.

539. 1) $1 \frac{5}{7} : \frac{5}{6}$; 3) $\frac{14}{15} : 7 \frac{7}{20}$; 5) $3 \frac{4}{7} : 1 \frac{1}{14}$;

2) $4 \frac{4}{5} : \frac{16}{35}$; 4) $\frac{25}{28} : 10 \frac{15}{16}$; 6) $1 \frac{1}{14} : 3 \frac{4}{7}$;

7) $21 \frac{3}{4} : 2 \frac{9}{10}$;

8) $12 \frac{4}{13} : 5 \frac{5}{39}$.

540. Выполнить деление, правильность деления проверить умножением:

1) $\frac{11}{15} : \frac{33}{125}$; 3) $6 \frac{3}{11} : \frac{3}{11}$; 5) $18 \frac{2}{3} : 3 \frac{1}{3}$;

2) $\frac{20}{49} : \frac{15}{77}$; 4) $15 \frac{5}{8} : \frac{5}{8}$; 6) $100 \frac{10}{13} : 10 \frac{10}{13}$.

541. Вычислить:

1) $\frac{22}{25} : 11 + 1 \frac{3}{5} : 4$; 3) $\frac{12}{17} : \frac{2}{3} - \frac{5}{8} : \frac{3}{4}$;

2) $\frac{16}{27} : 4 + 3 \frac{4}{7} : 5$; 4) $\frac{18}{25} : 1 \frac{1}{5} - \frac{9}{16} : 3 \frac{3}{8}$;

$$5) 5 \frac{4}{9} : 2 \frac{1}{3} + 7 \frac{1}{12} : 1 \frac{2}{15};$$

$$6) 9 \frac{3}{10} : \frac{31}{50} - 3 \frac{7}{16} : 5 \frac{5}{12}.$$

$$542. 1) \frac{26}{35} : \frac{39}{50} + \frac{21}{25} \cdot \frac{50}{63}; \quad 6) \frac{5}{17} : \frac{25}{34} : \frac{6}{35};$$

$$2) \frac{41}{60} \cdot \frac{75}{82} + \frac{15}{34} : \frac{25}{68}; \quad 7) \frac{12 \frac{2}{3} \cdot 4 \frac{1}{5}}{5 \frac{1}{3}};$$

$$3) 12 \frac{5}{9} : 4 \frac{1}{6} - 3 \frac{5}{9} \cdot \frac{27}{32}; \quad 8) \frac{17 \frac{3}{5}}{2 \frac{1}{5} \cdot 6 \frac{3}{7}};$$

$$4) 10 \frac{7}{8} : 20 \frac{3}{10} - 5 \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{19}; \quad 9) \frac{1 \frac{5}{7} \cdot 5 \frac{5}{9} \cdot \frac{7}{12}}{2 \frac{1}{27} \cdot \frac{9}{22}}.$$

$$5) \frac{8}{15} \cdot \frac{25}{64} : \frac{10}{21};$$

543. За $1 \frac{3}{5}$ часа выполнено $\frac{8}{15}$ всей работы. Какая часть работы сделана за 1 час? Сколько времени потребуется для выполнения всей работы?

544. За $2 \frac{1}{4}$ кг товара заплачено $4 \frac{1}{2}$ руб. Сколько стоят $6 \frac{3}{10}$ кг товара?

545. Куплено $6 \frac{3}{4}$ м штапельной ткани по $2 \frac{2}{5}$ руб. за 1 м. Сколько можно на эту же сумму купить ткани другого сорта по цене $1 \frac{4}{5}$ руб. за 1 м?

546. Центробежный насос за $\frac{3}{10}$ часа перекачал $97 \frac{1}{2}$ куб. м воды. Какова часовая производительность насоса (в куб. м)? Сколько воды он перекачает за $3 \frac{1}{3}$ часа?

547. Экскаватор за $2 \frac{1}{2}$ часа работы вынул $137 \frac{1}{2}$ куб. м грунта. Сколько грунта будет вынуто за 3 смены продолжительностью по $6 \frac{3}{4}$ часа каждая?

СВОЙСТВА ПРОИЗВЕДЕНИЯ И ЧАСТНОГО.

Все правила об изменении произведения и частного, изложенные в § 29 и 30, а также все выводы о зависимости между данными и результатами умножения и деления (§ 25) остаются справедливыми и для дробных чисел.

Примеры. 1) $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{21} = \frac{3 \cdot 10}{5 \cdot 21} = \frac{2}{7}$. Увеличим один из сомножителей в 2 раза, например вместо $\frac{3}{5}$ возьмем $\frac{6}{5}$. Получим произведение $\frac{6}{5} \cdot \frac{10}{21} = \frac{6 \cdot 10}{5 \cdot 21} = \frac{4}{7}$, которое также в два раза больше, чем $\frac{2}{7}$.

2) $5 : \frac{1}{12} = 60$, а $5 : \frac{1}{4} = 20$. Делитель увеличили в 3 раза, а частное уменьшилось в 3 раза.

3) Решить уравнение: $2 \frac{4}{7} \cdot x = \frac{8}{21}$.

Неизвестный сомножитель x равен произведению $\frac{8}{21}$, деленному на другой сомножитель $2 \frac{4}{7}$:

$$x = \frac{8}{21} : 2 \frac{4}{7} = \frac{8}{21} : \frac{18}{7} = \frac{8 \cdot 7}{21 \cdot 18} = \frac{4}{27}.$$

4) Решить уравнение: $\frac{16}{25} : x = \frac{2}{5}$. Применив правило нахождения делителя, получим:

$$x = \frac{16}{25} : \frac{2}{5} = \frac{16 \cdot 5}{25 \cdot 2} = \frac{8}{5} = 1 \frac{3}{5}.$$

В дальнейшем мы будем пользоваться также основным свойством частного: если делимое и делитель умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю, то частное останется без изменения.

Примеры. 1) $12 \frac{1}{2} : 5 = 2 \frac{1}{2}$; умножая делимое и делитель, например на $\frac{4}{5}$, получим:

$$\left(12 \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}\right) : \left(5 \cdot \frac{4}{5}\right) = 10 : 4 = 2 \frac{1}{2}$$

Частное осталось без изменения.

2) $8\frac{1}{4} : 2\frac{1}{2} = \frac{33 \cdot 2}{4 \cdot 5} = 3\frac{3}{10}$. Разделим делимое и делитель на $5\frac{1}{2}$:

$$\left(8\frac{1}{4} : 5\frac{1}{2}\right) : \left(2\frac{1}{2} : 5\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} : \frac{5}{11} = \frac{3 \cdot 11}{2 \cdot 5} = 3\frac{3}{10}.$$

Частное не изменилось.

Задание 56.

1. Решить уравнения: 1) $x \cdot 3\frac{1}{2} = 4$;

2) $y : \frac{4}{5} = 3\frac{1}{2}$;

3) $\frac{5}{8} : x = 4$.

2. В чем состоит основное свойство частного? Объяснить, используя пример.

Упражнения.

548. Произведение двух чисел $5\frac{7}{10}$. Чему будет равно произведение, если: 1) один сомножитель увеличить в 5 раз? 2) один сомножитель уменьшить в 19 раз? 3) один сомножитель увеличить в 12 раз, а другой уменьшить в 3 раза?

549. Частное равно $\frac{10}{27}$. Чему будет равно частное, если: 1) делимое увеличить в 12 раз? 2) делитель увеличить в 25 раз? 3) делимое увеличить в 18 раз, а делитель увеличить в 9 раз?

550. Решить уравнения:

1) $x \cdot 3\frac{1}{8} = 15$; 4) $x + 3\frac{1}{7} : \frac{11}{14} = 12$; 7) $5\frac{1}{4} : m = 5\frac{1}{4}$;

2) $x : \frac{4}{7} = 1\frac{1}{2}$; 5) $6\frac{3}{5} \cdot y = \frac{11}{25}$; 8) $n \cdot 1\frac{3}{8} = 7\frac{1}{3}$.

3) $12 : x = 3\frac{1}{4}$; 6) $y : 2\frac{1}{4} = 1\frac{7}{9}$;

551. Поезд прошел $20\frac{1}{4}$ км за $\frac{2}{5}$ часа. Какова средняя скорость поезда? Какое расстояние пройдет поезд, двигаясь с такой скоростью $5\frac{1}{3}$ часа?

552. $\frac{9}{20}$ площади фабричного двора занято фабричными кор-

пусами, $\frac{4}{15}$ складами, а остальные 17 000 кв. м не застроены. Какова площадь фабричного двора?

553. Конькобежец затрачивал в среднем $1\frac{3}{8}$ мин. на каждые 800 м дистанции. За сколько времени он пробежал 10 км?

554. Выход пшеничных хлопьев составляет $\frac{19}{20}$ веса пшеницы. Сколько надо взять пшеницы для получения $3\frac{4}{5}$ т пшеничных хлопьев? Хватит ли 21 т пшеницы для получения 20 т пшеничных хлопьев?

§ 79. ДЕЛЕНИЕ СУММЫ НА ЧИСЛО.

Пусть надо вычислить частное $(12 + \frac{4}{5}) : 3$.

Деление на 3 можно заменить умножением на $\frac{1}{3}$ и применить распределительный закон умножения:

$$(12 + \frac{4}{5}) : 3 = (12 + \frac{4}{5}) \cdot \frac{1}{3} = 12 \cdot \frac{1}{3} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} = 12 : 3 + \frac{4}{5} : 3.$$

Отсюда следует, что

$$(12 + \frac{4}{5}) : 3 = 12 : 3 + \frac{4}{5} : 3.$$

Чтобы разделить сумму на некоторое число, достаточно каждое слагаемое суммы разделить на это число и полученные частные сложить.

Это правило иногда выгодно применять при делении смешанного числа на натуральное число.

Пример. $12\frac{4}{5} : 3 = 12 : 3 + \frac{4}{5} : 3 = 4 + \frac{4}{15} = 4\frac{4}{15}$.

Разумеется, что при вычислении надо применять устный счет и записывать короче:

$$12\frac{4}{5} : 3 = 4\frac{4}{15}.$$

Замечание. Правило о делении суммы на число можно применять при делении смешанного числа и в том случае, когда целая часть его не делится на натуральное число.

Пример. $15\frac{7}{15} : 14 = (14 + 1\frac{7}{15}) : 14 = 1 + \frac{22}{15 \cdot 14} = 1 + \frac{11}{105} = 1\frac{11}{105}$.

При вычислениях нужно применять устный счет и записывать короче:

$$15 \frac{7}{15} : 14 = 1 \frac{22}{15 \cdot 14} = 1 \frac{11}{105}.$$

Задание 57.

1. Проверить справедливость равенств:

$$1) \left(\frac{15}{28} + \frac{5}{14} \right) : 5 = \frac{15}{28} : 5 + \frac{5}{14} : 5;$$

$$2) \left(2 \frac{5}{6} + 1 \frac{8}{9} \right) : \frac{17}{20} = 2 \frac{5}{6} : \frac{17}{20} + 1 \frac{8}{9} : \frac{17}{20}.$$

2. Найти частные, пользуясь правилом о делении суммы на число:

$$1) 280 \frac{14}{15} : 14; \quad 2) 625 \frac{5}{8} : 25; \quad 3) 1000 \frac{25}{28} : 100.$$

3. Найти частные:

$$1) 24 \frac{5}{8} : 11; \quad 2) 55 \frac{5}{21} : 18; \quad 3) 122 \frac{12}{25} : 20.$$

Упражнения.

555. (Устно.) Выполнить деление:

$$1) 12 \frac{4}{5} : 2; \quad 3) 16 \frac{8}{11} : 4; \quad 5) 34 \frac{34}{35} : 34; \quad 7) 120 \frac{40}{51} : 20;$$

$$2) 15 \frac{5}{8} : 5; \quad 4) 20 \frac{10}{13} : 10; \quad 6) 50 \frac{75}{77} : 25; \quad 8) 100 \frac{1}{10} : 10.$$

Выполнить деление:

$$556. 1) 84 \frac{7}{12} : 6; \quad 3) 66 \frac{3}{4} : 11; \quad 5) 69 \frac{23}{30} : 23;$$

$$2) 81 \frac{3}{5} : 9; \quad 4) 85 \frac{1}{2} : 17; \quad 6) 90 \frac{5}{18} : 15.$$

$$557. 1) 44 \frac{5}{8} : 11; \quad 3) 75 \frac{3}{16} : 15; \quad 5) 110 \frac{11}{12} : 55;$$

$$2) 60 \frac{12}{25} : 8; \quad 4) 85 \frac{14}{15} : 7; \quad 6) 202 \frac{10}{11} : 40.$$

558. 1) К ванне подведены 2 крана. Первый кран может наполнить ванну за 6 мин., а второй за 12 мин. За сколько времени наполнится ванна, если открыть одновременно оба крана?

2) Одна машинистка может перепечатать рукопись за 10 час., а другая за 15 час. За сколько времени они перепечатают эту рукопись, работая одновременно?

559. 1) Длина прямоугольного аквариума равна 48 см, ширина составляет $\frac{5}{12}$ длины. Аквариум наполнен водой до высоты $17\frac{1}{2}$ см, что составляет $\frac{7}{10}$ высоты всего аквариума. Найти объем аквариума.

2) Бронза состоит из меди, цинка и олова. Количество цинка составляет $\frac{2}{17}$ количества меди, а количество олова — половину количества цинка.

На изготовление слитка бронзы затрачено 20 кг цинка. Сколько весит слиток бронзы?

560. Трем трактористам поручено вспахать поле. Первый может закончить всю работу за 6 дней, второй за 8, а третий за 12 дней. За сколько дней они вспашут поле, работая одновременно?

561. В бассейн проведены 3 трубы. Первая может наполнить бассейн за 30 мин., вторая за 20 мин., а через третью из наполненного бассейна вода может вытечь за 48 мин. Через сколько времени наполнится пустой бассейн, если все три трубы будут действовать одновременно?

ДЕЛЕНИЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ НА ЧИСЛО.

Пусть надо разделить произведение чисел $20 \cdot 14 \cdot 8$ на 7.

Чтобы разделить это произведение на 7, достаточно умножить его на $\frac{1}{7}$. Следовательно,

$$\begin{aligned} 20 \cdot 14 \cdot 8 : 7 &= 20 \cdot 14 \cdot 8 \cdot \frac{1}{7} = (20 \cdot 8) \cdot \left(14 \cdot \frac{1}{7}\right) = (20 \cdot 8) \cdot (14 : 7) = \\ &= 20 \cdot 8 \cdot 2 = 320. \end{aligned}$$

Это свойство частного можно выразить следующим правилом:

Чтобы разделить произведение на некоторое число, достаточно разделить один из сомножителей на это число, а затем полученное частное умножить на остальные сомножители.

Пример. $\left(2\frac{1}{4} \cdot 5\right) : 2\frac{1}{2} = 2\frac{1}{4} \cdot 2 = 4\frac{1}{2}$.

При вычислении мы устно разделили 5 на $2\frac{1}{2}$, получили в частном 2, а затем сомножитель $2\frac{1}{4}$ умножили на полученное частное.

Задание 58.

1. Вычислить частные, применяя правило о делении произведения на число:

$$1) (10 \cdot 12 \cdot 21) : 6; \quad 3) \left(15 \cdot 3\frac{3}{4} \cdot 6\right) : 3\frac{3}{4}.$$

$$2) (15 \cdot 12) : 7\frac{1}{2};$$

$$2. \text{ Вычислить: } 1) \frac{5\frac{2}{3} \cdot 18 \cdot \frac{6}{17}}{9};$$

$$2) \frac{7 \cdot \frac{4}{9} \cdot 8}{\frac{2}{9}}; \quad 3) \frac{5\frac{5}{6} \cdot 14 \cdot 8 \cdot \frac{4}{7}}{7 \cdot 4 \cdot \frac{2}{7}}.$$

Упражнения.

562. Вычислить:

$$1) \left(3\frac{1}{5} \cdot 26\right) : 13; \quad 4) \left(7\frac{2}{9} \cdot 5\frac{5}{13}\right) : 1\frac{1}{13};$$

$$2) \left(2\frac{1}{6} \cdot 18 \cdot 3\frac{1}{13}\right) : 9; \quad 5) \left(\frac{7}{20} \cdot 12\frac{6}{7} \cdot 5\frac{5}{6}\right) : 2\frac{1}{7};$$

$$3) \left(\frac{20}{21} \cdot \frac{32}{81}\right) : \frac{10}{21}; \quad 6) \left(3\frac{3}{7} \cdot 2\frac{5}{8} \cdot 21\frac{7}{9}\right) : 3\frac{1}{9}.$$

563. Вычислить:

$$1) \frac{5\frac{1}{4} \cdot 30 \cdot 4\frac{2}{7}}{10};$$

$$3) \frac{4\frac{1}{2} \cdot 9\frac{3}{8} \cdot 6\frac{2}{3}}{3\frac{1}{8}};$$

$$2) \frac{\frac{16}{25} \cdot 5\frac{2}{3} \cdot 2\frac{7}{9}}{8};$$

$$4) \frac{\frac{5}{7} \cdot 5\frac{2}{5} \cdot 8\frac{16}{27}}{2\frac{4}{27}}.$$

564. Белый медведь достигает веса $\frac{4}{5} m$, вес уссурийского тигра составляет $\frac{2}{5}$ веса белого медведя, а вес льва $\frac{5}{8}$ веса тигра. Каков вес льва?

565. Вес лошади тяжеловоза равен $\frac{4}{5} m$, что составляет $\frac{4}{25}$ веса слона, а вес слона составляет $\frac{1}{30}$ веса синего кита. Сколько тонн весит кит?

566. Лыжники совершили пробег за 3 дня. В первый день они прошли $\frac{2}{7}$ всего пути, во второй $\frac{2}{5}$ пути, а в третий день оставшиеся 55 км. Какова длина всего пробега?

567. Норма высева озимой ржи на глинистых почвах составляет $1\frac{1}{8}$ от нормы высева на песчаных почвах. Известно, что на 100 га песчаной почвы отпущено 162 ц ржи. Сколько нужно добавить семян, чтобы засеять 100 га глинистой почвы?



КВАДРАТНЫЕ И ФИГУРНЫЕ СКОБКИ.

Для изменения принятого порядка действий употребляются круглые скобки (§ 32). Иногда, кроме круглых скобок, употребляются квадратные [] и фигурные { }.

Пример. $\left\{ 2\frac{5}{12} + \left[2\frac{1}{5} - \left(\frac{2}{7} + 1\frac{1}{21} \right) \cdot 1\frac{1}{4} \right] : \frac{3}{10} \right\} \cdot 12.$

Сначала выполняются действия, записанные в круглых скобках, затем в квадратных и, наконец, в фигурных скобках. При этих вычислениях соблюдаются правила о порядке выполнения действий первой и второй ступени.

Решение.

1. Вычислим сумму дробей в круглых скобках:

$$1) \frac{2}{7} + 1\frac{1}{21} = \frac{6}{21} + 1\frac{1}{21} = 1\frac{7}{21} = 1\frac{1}{3}.$$

2. Производим вычисления в квадратных скобках; сначала вычислим произведение $1\frac{1}{3}$ на $1\frac{1}{4}$, а затем из $2\frac{1}{5}$ вычтем это произведение:

$$2) 1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{4} = \frac{4 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3};$$

$$3) 2\frac{1}{5} - 1\frac{2}{3} = 1\frac{3}{15} - \frac{10}{15} = \frac{8}{15}.$$

3. Произведем вычисления в фигурных скобках, для этого сначала разделим предыдущий результат на $\frac{3}{10}$, а затем к $2\frac{5}{12}$ прибавим полученное частное:

$$4) \frac{8}{15} : \frac{3}{10} = \frac{8 \cdot 10}{15 \cdot 3} = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9};$$

$$5) 2\frac{5}{12} + 1\frac{7}{9} = 3\frac{15+28}{36} = 3\frac{43}{36} = 4\frac{7}{36}.$$

4. Умножим предыдущий результат на 12:

$$6) 4\frac{7}{36} \cdot 12 = 48\frac{7 \cdot 12}{36} = 48\frac{7}{3} = 50\frac{1}{3}.$$

Задание 59.

Вычислить, объяснить порядок действий:

$$1) \frac{2}{3} : \frac{5}{8} \cdot \frac{9}{10} \text{ и } \frac{2}{3} : \left(\frac{5}{8} \cdot \frac{9}{10} \right);$$

$$2) 2\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cdot \left[1\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot \left(1\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right) \right].$$

3) Не производя вычислений, объяснить, в каком порядке нужно выполнять действия:

$$\left\{ \frac{2}{3} + \frac{3}{5} \cdot \left[\frac{1}{3} + \frac{4}{9} : \left(\frac{5}{8} - \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3} \right) \right] \right\} \cdot \frac{1}{2}.$$

Упражнения.

Вычислить:

568.

$$1) \left(\frac{5}{18} + 1\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{14} \right) \cdot \frac{9}{26}; \quad 4) \left(18 : 5\frac{2}{5} + \frac{2}{3} \right) \cdot \frac{2}{3};$$

$$2) \left(4\frac{1}{12} - 3\frac{1}{8} \cdot \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{9}{106}; \quad 5) \left(5\frac{5}{6} : 4 + 7 : 5\frac{1}{11} \right) : 3\frac{7}{9};$$

$$3) \left(\frac{11}{12} + 2\frac{7}{8} \cdot \frac{9}{46} \right) : \frac{71}{96}; \quad 6) 14 - \left(10\frac{11}{13} - 2\frac{11}{13} \cdot 2 \right) : \frac{1}{2}.$$

$$569. 1) 6\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{16} + \left(12 : 3\frac{3}{5} + \frac{2}{3} \right) : 1\frac{1}{2};$$

$$2) 48 : \frac{2}{5} + \left(5\frac{5}{12} \cdot \frac{6}{7} - 3\frac{2}{3} \right) : \frac{1}{18};$$

$$3) \left(3 \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{14} + 4 \frac{2}{3} : 3 \frac{1}{2} \right) : \frac{5}{24} - 9 \frac{13}{14} ;$$

$$4) \left(\frac{13}{20} + 7 \cdot 1 \frac{1}{15} - 7 \frac{7}{60} \right) : \left(4 \frac{1}{4} - 2 \frac{3}{4} \right) .$$

$$570. 1) \left[3 \frac{3}{4} + \left(1 \frac{5}{6} + 3 \frac{3}{8} \right) \cdot \frac{16}{25} \right] : 6 \frac{4}{5} ;$$

$$2) \left[\left(5 \frac{2}{3} - 1 \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{4}{15} - \frac{2}{5} \right] : 8 \frac{8}{9} ;$$

$$3) \left[\left(15 \frac{1}{3} - 9 \frac{5}{6} \right) : 2 \frac{1}{5} + 3 \frac{3}{4} \right] \cdot \frac{8}{25} ;$$

$$4) 16 \frac{1}{2} : \left[\left(\frac{15}{28} - \frac{1}{4} - \frac{1}{18} \right) : 1 \frac{8}{21} + 1 : \frac{1}{9} \right] ;$$

$$5) 5 \frac{1}{2} : \left[2 \frac{13}{14} \cdot 4 \frac{2}{3} + \left(3 \frac{1}{3} - 1 \frac{17}{18} \right) : 1 \frac{7}{18} \right] ;$$

$$6) \left[3 \frac{1}{8} \cdot \left(1 \frac{1}{2} - \frac{2}{5} \right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \right) : 6 \frac{1}{3} \right] : 1 \frac{11}{48} .$$

$$571. 1) \left[\left(3 \frac{2}{5} - 3 \frac{1}{4} \right) : \frac{5}{8} - \frac{9}{14} : 11 \frac{19}{21} \right] : 9 \frac{3}{10} ;$$

$$2) 5 \frac{9}{10} - 3 \frac{1}{2} : \left[3 \frac{1}{3} - \left(2 \frac{1}{4} - 1 \frac{7}{8} \right) \cdot 1 \frac{5}{9} \right] \cdot \frac{22}{35} ;$$

$$3) \left[\left(4 \frac{1}{2} - 3 \frac{5}{8} \right) : 1 \frac{3}{4} + \left(3 \frac{1}{8} - \frac{5}{12} \right) \cdot 2 \frac{7}{10} \right] \cdot \frac{8}{25} ;$$

$$4) \left[15 : 3 \frac{3}{4} - 10 \frac{1}{2} : \left(11 \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} \right) \right] : \left(2 \frac{1}{13} - 1 \frac{23}{26} \right) ;$$

$$5) \frac{1 \frac{9}{10} + 7 \frac{1}{2} : \left[2 \frac{3}{4} - \left(\frac{5}{9} + \frac{7}{15} \right) : 1 \frac{8}{15} \right]}{1 \frac{3}{4} - \frac{5}{6}} ;$$

$$6) \left[\left(2 : \frac{1}{2} - 4 : 1 \right) \cdot 5 \frac{1}{3} + 12 \frac{3}{7} \right] : \frac{3}{14} ;$$

$$7) \left[\left(\frac{2}{3} \cdot 1 \frac{1}{2} - 1 \frac{1}{4} : \frac{5}{4} \right) : 9 \frac{3}{5} + \left(7 \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot 1 \right) \right] \cdot \frac{2}{15} ;$$

$$8) \frac{71 \frac{1}{4} - 30 \frac{5}{6} + \frac{5}{6}}{\left[4 \frac{11}{16} + 7 \frac{7}{8} \cdot \left(5 \frac{4}{7} - \frac{5}{21} \cdot \frac{9}{10} \right) \right] \cdot 3 \frac{2}{3}} .$$

$$572. 1) \left\{ \left[-\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} + 1 \frac{1}{6} \right) \cdot 1 \frac{5}{7} \right] \cdot \frac{7}{17} + 13 \frac{7}{9} \right\} : 5;$$

$$2) \left\{ \left[\left(2 \frac{1}{3} - 1 \frac{7}{9} \right) : \frac{7}{18} - \frac{5}{14} \right] : \frac{30}{49} + 11 \frac{5}{16} \right\} : 19;$$

$$3) \left\{ 9 \frac{1}{3} - \left[\frac{\frac{88}{175}}{\frac{8}{15} - \left(5 - 3 \frac{5}{7} \right) \cdot \frac{14}{75}} + 1 \frac{1}{11} \right] : 1 \frac{5}{49} \right\} : 10 \frac{2}{11};$$

$$4) \frac{1}{2} : \left\{ \left[\left(2 \frac{3}{4} + \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6} \right) \cdot \frac{2}{3} + 5 \frac{5}{8} \right] \cdot \frac{12}{219} \right\} - 1;$$

$$5) \left\{ \frac{\left[\left(2 \frac{4}{11} - 1 \frac{7}{55} \right) \cdot 2 \frac{1}{2} + 15 \frac{1}{10} \right] : \frac{2}{5}}{\frac{3}{10}} - 150 \frac{10}{11} \right\} \cdot 1 \frac{7}{15}.$$

573. Решить уравнения.

$$1) 2x + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{6} \right) \cdot 12 = 6;$$

$$2) 4x - \left(1 \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) : \frac{4}{5} = 2 \frac{1}{8};$$

$$3) 5 \cdot \left(\frac{3}{7} + \frac{7}{8} \right) - 2x = 2 \frac{1}{8};$$

$$4) 8 \frac{2}{5} : \left(\frac{6}{7} \cdot 2 \frac{1}{3} \right) - 3x = 1 \frac{3}{5}.$$

574. Сумма двух чисел равна $15 \frac{3}{4}$, одно из них в $3 \frac{1}{2}$ раза больше другого. Найти эти числа.

575. Разность двух чисел равна $16 \frac{4}{5}$, одно из них в $2 \frac{3}{4}$ раза меньше другого. Найти эти числа.

576. За два дня комбайнер убрал $38 \frac{1}{2}$ га, причем во второй день он убрал в $1 \frac{1}{2}$ раза больше, чем в первый. Сколько гектаров убрано в первый и во второй день отдельно?

577. Площадь, занимаемая РСФСР и Казахской ССР, составляет $19 \frac{4}{5}$ млн. кв. км, причем площадь РСФСР в $6 \frac{1}{3}$ раза больше площади Казахстана. Каковы площади этих республик?

578. Две грейдерные машины закончили разравнивание дороги за 4 дня. Одна из машин может эту работу выполнить за 12 дней. Сколько дней потребовалось бы второй машине для выполнения всей работы?

579. Двое каменщиков могут выложить стену за 8 дней, один из них мог бы окончить эту работу за 12 дней. Сколько дней потребуется второму каменщику для окончания всей работы?

580. Пассажирский поезд может пройти расстояние между двумя станциями за 35 мин., а скорый за 25 мин. Через сколько минут они встретятся, если одновременно выйдут с этих станций навстречу друг другу?

581. Автобус, двигаясь со средней скоростью $42\frac{1}{2}$ км в час, затратил на рейс $3\frac{1}{3}$ часа. Какова должна быть скорость, чтобы время движения уменьшилось на $12\frac{1}{2}$ мин.?

582. В трех школах 2160 учащихся. Число учащихся в первой школе в $1\frac{1}{7}$ раза больше, чем во второй школе; в третьей школе учится $\frac{1}{3}$ общего числа учащихся. Сколько учащихся в каждой школе?

583. Сумма трех чисел равна $42\frac{1}{3}$; второе число в $4\frac{1}{2}$ раза больше первого, а третье в $1\frac{3}{5}$ раза больше второго. Найти эти числа.

584. Найти два числа, среднее арифметическое которых равно $14\frac{7}{8}$, если известно, что одно число в $1\frac{1}{3}$ раза меньше другого.

585. Контрольное задание.

1) Две машинистки переписали рукопись за $4\frac{4}{9}$ часа. Одна из них могла закончить эту работу за 8 час. За сколько времени может переписать рукопись вторая машинистка?

2) Вычислить:

$$\left[\left(3\frac{57}{80} + 6\frac{1}{5} : 1\frac{1}{3} \right) : 4\frac{23}{50} : \left(4\frac{3}{5} - 2\frac{7}{8} \right) + 1 \right] : 24.$$

586. Контрольное задание.

1) В районе два маслодельных завода. Один из них может переработать урожай подсолнечника за $8\frac{1}{3}$ месяца, второму нуж-

но $\frac{4}{5}$ этого времени. За сколько времени переработают урожай оба завода, работая вместе?

2) Вычислить:

$$\left(13 \frac{3}{16} - 2 \frac{3}{8} \cdot \frac{15}{38}\right) \cdot \left[\frac{5}{14} : \left(\frac{7}{12} + \frac{47}{48}\right)\right].$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ.

В § 26 было решено несколько задач с помощью составления уравнений. Рассмотрим еще несколько задач.

Задача 1. Сумма чисел равна 542 (рис. 59), а их разность 248. Найти эти числа.

Решение. Разность показывает, на сколько одно из чисел больше (или меньше) другого. Если меньшее число обозначим через x , то большее число будет равно $x + 248$. Их сумма равна 542, следовательно, можно написать такое уравнение:

$$x + x + 248 = 542.$$

Решим это уравнение:

$$2x + 248 = 542; \quad 2x = 542 - 248; \quad 2x = 294; \quad x = 147.$$

Меньшее число 147, а большее равно сумме $147 + 248$ или разности $542 - 147$, т. е. большее число равно 395.

З а м е ч а н и е. При составлении уравнения можно обозначить буквой большее число. Если, например, большее число равно y , то меньшее равно $y - 248$, а их сумма

$$y + y - 248 = 542.$$

Решим это уравнение:

$$2y - 248 = 542; \quad 2y = 790; \quad y = 395.$$

Получим тот же ответ: одно число 395, а другое 147.

Задача 2. Учащиеся за 3 дня собрали $3\frac{1}{20}$ т металлического лома (рис. 60). Во второй день они собрали на $\frac{1}{4}$ т больше, чем в первый, а в третий день в $1\frac{1}{2}$ раза больше, чем в первый. Сколько лома было собрано за каждый день?

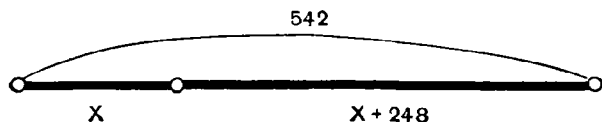


Рис. 59

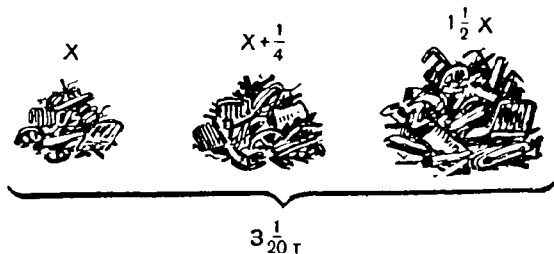


Рис. 60.

Решение. Обозначим количество лома (в тоннах), собранное в первый день, буквой x , тогда во второй день собрано $x + \frac{1}{4}$ (тонны), а в третий $1\frac{1}{2}x$ (тонны). Если сложить эти три числа, то получим $3\frac{1}{20}$. Следовательно, решение задачи сводится к решению такого уравнения:

$$x + x + \frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}x = 3\frac{1}{20}.$$

Так как $x + x + 1\frac{1}{2}x = 3\frac{1}{2}x$, то уравнение можно записать в таком виде:

$$3\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = 3\frac{1}{20}.$$

Решаем его:

$$3\frac{1}{2}x = 3\frac{1}{20} - \frac{1}{4}; \quad 3\frac{1}{2}x = 2\frac{16}{20}; \quad 3\frac{1}{2}x = 2\frac{4}{5};$$

$$x = 2\frac{4}{5} : 3\frac{1}{2} = \frac{14 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{4}{5}.$$

В первый день собрали $\frac{4}{5}t$, во второй $\frac{4}{5} + \frac{1}{4}$, или $1\frac{1}{20}t$, и в третий $\frac{4}{5} \cdot 1\frac{1}{2}$, или $1\frac{1}{5}t$.

Задача 3. Сумма трех чисел равна $17\frac{2}{3}$. Первое число на $7\frac{1}{2}$ больше второго, а третье число на $1\frac{1}{3}$ меньше второго. Найти эти числа.

Решение. Так как в условии задачи и первое и третье числа сравниваются со вторым, то буквой x обозначим второе число. Тогда первое число равно $x + 7\frac{1}{2}$, а третье $x - 1\frac{1}{3}$.

Сумма трех чисел равна $17\frac{2}{3}$, поэтому можно записать уравнение:

$$\left(x + 7\frac{1}{2}\right) + x + \left(x - 1\frac{1}{3}\right) = 17\frac{2}{3}.$$

Решаем уравнение:

$$3x + 7\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} = 17\frac{2}{3}; \quad 3x + 6\frac{1}{6} = 17\frac{2}{3};$$

$$3x = 17\frac{2}{3} - 6\frac{1}{6}; \quad 3x = 11\frac{1}{2};$$

$$x = 11\frac{1}{2} : 3 = 3\frac{5}{6}.$$

Второе число равно $3\frac{5}{6}$. Первое число на $7\frac{1}{2}$ больше, следовательно, оно равно $3\frac{5}{6} + 7\frac{1}{2} = 10\frac{5+3}{6} = 11\frac{1}{3}$.

Третье число на $1\frac{1}{3}$ меньше первого, т. е. оно равно $3\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3} = 2\frac{5-2}{6} = 2\frac{1}{2}$.

Проверка. Сумма трех чисел равна:

$$11\frac{1}{3} + 3\frac{5}{6} + 2\frac{1}{2} = 16\frac{2+5+3}{6} = 16\frac{10}{6} = 17\frac{2}{3}.$$

В рассмотренных задачах требовалось найти два числа, если известны сумма этих чисел и их разность.

Такие задачи рекомендуется решать с помощью составления уравнений, обозначая буквой меньшее из неизвестных чисел.

Задание 60.

1. Сумма чисел равна $50\frac{2}{3}$, а их разность $4\frac{2}{5}$. Найти эти числа.

2. Второй участок пути на $2\frac{1}{2}$ км больше первого, а третий на $3\frac{1}{4}$ км меньше первого. Чему равна длина каждого из них, если весь путь составляет $105\frac{1}{12}$ км?

Упражнения.

587. Решить уравнения:

$$1) x + x + 3\frac{1}{4} = 7\frac{5}{6}; \quad 3) x + 2x + 8\frac{5}{16} = 12\frac{5}{12};$$

$$2) x + x - \frac{2}{3} = 5\frac{7}{12}; \quad 4) x + \frac{2}{3}x = 1\frac{9}{16};$$

$$5) x + 2\frac{1}{3}x + 4\frac{1}{2} = 19;$$

$$6) 3\frac{3}{4}x + x - 2\frac{1}{4} = 16\frac{3}{4}.$$

588. 1) Сумма двух чисел равна $8\frac{3}{4}$, а их разность равна 2. Найти эти числа.

2) Сумма двух чисел равна $12\frac{6}{11}$, одно из них на $1\frac{1}{2}$ больше другого. Найти эти числа.

589. Турнист за два часа прошел $9\frac{3}{4}$ км, причем в первый час он прошел на $\frac{1}{2}$ км больше, чем во второй. Сколько он прошел в каждый час?

590. На две автомашины погрузили $5\frac{4}{5}$ т груза, причем на одну из них погрузили на $\frac{3}{4}$ т больше, чем на другую. Сколько груза взяла каждая автомашина?

591. В двух самых крупных по численности населения союзных республиках — РСФСР и УССР — в 1959 г. проживало $159\frac{2}{5}$ млн. чел., причем в Российской Федерации проживало на $75\frac{3}{5}$ млн. чел. больше, чем на Украине. Какова численность населения РСФСР и УССР?

592. 1) Найти два числа, среднее арифметическое которых равно $20\frac{5}{6}$, если известно, что одно число на $2\frac{3}{10}$ меньше другого.

2) Среднее арифметическое двух чисел равно $9\frac{1}{3}$; одно из них составляет $\frac{3}{4}$ другого. Найти эти числа.

83

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ КВАДРАТА ИЛИ ПРЯМОУГОЛЬНИКА, ЕСЛИ ДЛИНЫ ИХ СТОРОН ВЫРАЖЕНЫ ДРОБНЫМИ ЧИСЛАМИ.

Одну из сторон прямоугольника называют его **основанием**. Другую сторону, образующую с основанием прямой угол, называют **высотой** прямоугольника (рис. 61).

Если длины их выражены натуральными числами и в одних и тех же единицах, то для вычисления площади прямоугольника надо перемножить эти числа (рис. 62). Произведение выражает число квадратов, на которые разделен прямоугольник. Площадь каждого из них равна 1 кв. единице.

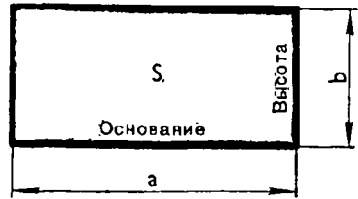


Рис. 61.

Правило для вычисления площади прямоугольника кратко читается так: **площадь прямоугольника равна произведению его основания на высоту.**

При этом подразумевается, что длины сторон выражены в одних и тех же единицах, а площадь — в соответствующих квадратных единицах.

Этим же правилом пользуются для вычисления площади квадрата.

Можно ли пользоваться этим правилом для вычисления площади прямоугольника (или квадрата), если длины его сторон выражены дробными числами? Чтобы ответить на этот вопрос, решим задачу: «Вычислить площадь прямоугольника, если основание его равно $\frac{2}{3}$ м, а высота равна $\frac{4}{5}$ м».

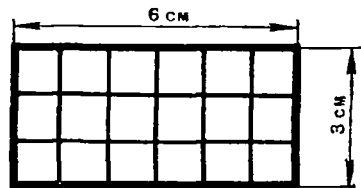
На рисунке 63 изображен квадрат, площадь которого 1 кв. м, и внутри него заштрихованный прямоугольник со сторонами $\frac{2}{3}$ м и $\frac{4}{5}$ м.

Этот квадрат и прямоугольник разделены на прямоугольники со сторонами $\frac{1}{3}$ м и $\frac{1}{5}$ м. В квадрате содержится 15 таких прямоугольников, следовательно, площадь каждого из них равна $\frac{1}{15}$ кв. м. В заштрихованном прямоугольнике содержится 8 таких прямоугольников, а потому его площадь равна $\frac{8}{15}$ кв. м.

Тот же результат получится, если перемножить числовые значения основания и высоты данного прямоугольника:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15} \text{ (кв. м).}$$

Подобные рассуждения показывают, что правило о вычислении площади прямоугольника остается справедливым и для дробных чисел.



$$6 \cdot 3 = 18 \text{ (кв. см)}$$

Рис. 62.

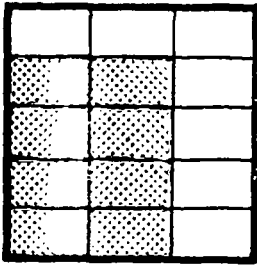


Рис. 63.

Если обозначить длины неравных сторон прямоугольника буквами a и b , а его площадь буквой S (рис. 63), то правило можно записать коротко так:

$$S = ab.$$

Такая запись называется **буквенной формулой**.

Площадь квадрата вычисляют по этой же формуле, но у квадрата высота b равна основанию a .

Задание 61.

1. Вычислить площадь квадрата со стороной $2\frac{1}{2}$ м.
2. Одна из сторон прямоугольника равна $1\frac{1}{4}$ м. Чему равна другая сторона этого прямоугольника, если его площадь равна площади квадрата, указанного в предыдущем упражнении?
3. Вычислить площадь прямоугольника, изображенного на рисунке 63. Измерения произвести с точностью до $\frac{1}{2}$ мм, результат вычисления округлить до 10 кв. мм.

Упражнения.

593. В таблице указаны основания и высоты шести прямоугольников. Вычислить площадь S каждого из них.

№ прямоугольника	1	2	3	4	5	6
Основание a	$6\frac{3}{4}$ см	$9\frac{3}{5}$ дм	$12\frac{3}{10}$ м	$24\frac{2}{5}$ см	$\frac{4}{25}$ км	$8\frac{9}{20}$ м
Высота b	6 см	$7\frac{1}{2}$ дм	$15\frac{1}{3}$ м	$2\frac{1}{4}$ м	$12\frac{1}{4}$ м	$12\frac{4}{5}$ дм

594. Сторона квадрата равна $3\frac{1}{4}$ м. Вычислить его площадь в квадратных метрах, в квадратных дециметрах, в квадратных сантиметрах.

595. Сторона квадрата равна $12\frac{3}{4}$ дм. Вычислить его пло-

щадь в квадратных дециметрах, в квадратных сантиметрах, в квадратных метрах.

596. Площадь прямоугольника равна $13\frac{3}{4}$ кв. м. Чему равна его высота, если основание

равно $4\frac{2}{5}$ м? $\frac{5}{8}$ м? $1\frac{1}{10}$ м? $31\frac{1}{4}$ дм?

597. Площадь прямоугольника равна 120 кв. дм. Чему равно его основание, если высота равна $12\frac{4}{5}$ дм? $9\frac{3}{8}$ дм? $1\frac{1}{4}$ м?

598. Вычислить площади заштрихованных фигур (рис. 64, 65). Для этого разделить фигуры на прямоугольники и измерить с точностью до $\frac{1}{2}$ мм основание и высоту каждого прямоугольника. (Результаты вычисления округлить до 10 кв. мм.)

599. Длина комнаты $5\frac{1}{2}$ м, высота $3\frac{1}{5}$ м. В стене имеются два окна шириной $1\frac{1}{10}$ м и высотой $1\frac{4}{5}$ м. Вычислить площадь стены (без окон) в квадратных метрах.

600. Основание прямоугольника на $6\frac{1}{5}$ м больше его высоты, основание и высота вместе составляют $25\frac{7}{10}$ м. Найти площадь прямоугольника.

601. Длина прямоугольного участка на $12\frac{3}{10}$ м больше его ширины, длина изгороди вокруг участка равна $227\frac{2}{5}$ м. Найти площадь участка в квадратных метрах, в арах.

602. Сторона квадратной облицовочной плитки равна $1\frac{1}{2}$ дм. Сколько потребуется плиток для облицовки стены размером $4\frac{3}{4}$ м на $3\frac{3}{10}$ м. (Результаты округлить до десятков.)

603. 5 грядок длиной $10\frac{2}{5}$ м и шириной $1\frac{3}{8}$ м засеяны морковью. Сколько семян потребуется на весь огород, если на каждый квадратный метр нужно $\frac{3}{5}$ г семян?

604. Вся граница прямоугольного участка леса состав-

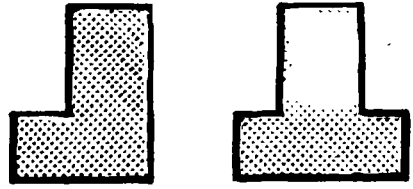


Рис. 64.

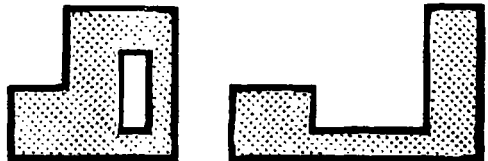


Рис. 65.

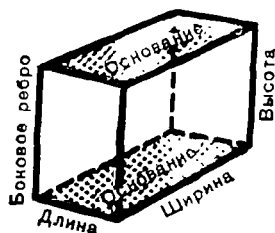


Рис. 66.

ляет $5\frac{1}{4}$ км, длина участка в 6 раз больше его ширины. Какова площадь участка в квадратных километрах, в гектарах?

605. От квадратного листа железа со стороной $\frac{3}{5}$ м отрезали прямоугольную полосу шириной 6 см, а затем от получившегося прямоугольника отрезали вдоль меньшей стороны полосу шириной в $2\frac{1}{2}$ см. Какую часть площади данного квадрата составит площадь оставшегося прямоугольника?



ВЫЧИСЛЕНИЕ ОБЪЕМА КУБА И ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИДЕДА, ЕСЛИ ДЛИНЫ ИХ РЕБЕР ВЫРАЖЕНЫ ДРОБНЫМИ ЧИСЛАМИ.

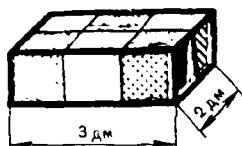
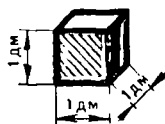
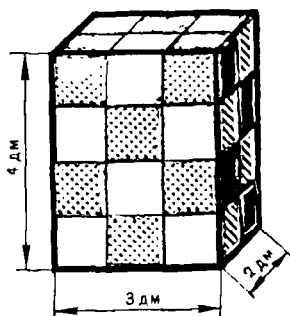


Рис. 67.

Такие предметы, как спичечная коробка, кирпич, ящик, комната и т. п., имеют форму прямоугольного параллелепипеда (рис. 66). Прямоугольный параллелепипед ограничен шестью прямоугольниками. Стороны этих прямоугольников называются **ребрами**, а прямоугольники — **гранями** прямоугольного параллелепипеда.

Две противоположные грани называются **основаниями**, остальные четыре — **боковыми гранями**.

Ребра, заключенные между основаниями, называются **боковыми ребрами**. Любое из них можно считать высотой прямоугольного параллелепипеда.

Прямоугольный параллелепипед, у которого все ребра равны, называется **кубом**.

Если длина, ширина и высота прямоугольного параллелепипеда (рис. 66) измерены одной и той же единицей и выра-

жены натуральными числами, то для вычисления его объема надо перемножить эти числа.

На рисунке 67 изображен прямоугольный параллелепипед. Этот параллелепипед разбит на кубы, ребра кубов равны 1 дм.

Параллелепипед содержит (считая сверху вниз) 4 слоя кубов. В каждом слое 3·2, или 6, таких кубов. Таким образом, в параллелепипеде содержится 3·2·4, или 24, куба. Объем каждого из них равен 1 куб. дм. Следовательно, объем прямоугольного параллелепипеда равен $3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$ (куб. дм).

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению его длины, ширины и высоты.

При этом подразумевается, что длины всех его ребер выражены в одних и тех же единицах; объем — в соответствующих кубических единицах.

Остается ли указанное правило верным для таких прямоугольных параллелепипедов, длины ребер которых выражаются дробными числами? Чтобы ответить на этот вопрос, решим задачу:

«Вычислить объем прямоугольного параллелепипеда, если его ребра равны $\frac{3}{5}$ м, $\frac{2}{3}$ м и $\frac{1}{4}$ м».

Такой параллелепипед изображен на рисунке 68. Он разбит на 6 параллелепипедов, ребра которых равны $\frac{1}{5}$ м, $\frac{1}{3}$ м и $\frac{1}{4}$ м. Один из них изображен отдельно; чтобы определить объем каждого из этих параллелепипедов, разобьем куб с ребром в 1 м на такие параллелепипеды (рис. 68). В кубе 4 слоя, а в каждом слое 15 параллелепипедов. Всего в кубе таких параллелепипедов $15 \cdot 4$, или 60. Следовательно, объем каждого из них равен $\frac{1}{60}$ куб. м.

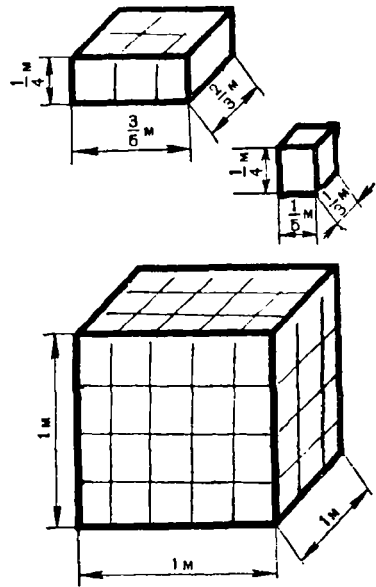


Рис. 68.

615. Измерить с точностью до $\frac{1}{10}$ см размеры спичечной коробки. Найти объем коробки в кубических сантиметрах. Сколько коробок спичек можно уложить в ящик с размерами: $a = \frac{3}{5}$ м; $b = \frac{4}{5}$ м; $c = \frac{7}{10}$ м?

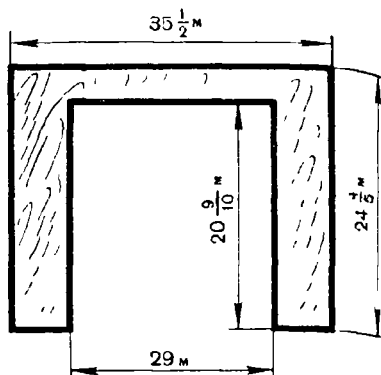


Рис 71.

616. На складе есть дрова длиной $1\frac{2}{5}$ м, $1\frac{4}{5}$ м и $\frac{1}{2}$ м. Мерка для отпуска 1 куб. м дров имеет длину 1 м (рис. 70). Какова должна быть высота укладки дров в мерке для каждого размера дров? (Ответ округлить до 1 см.)

617. Форма и размеры коридора указаны на рисунке 71. Высота коридора $3\frac{2}{5}$ м. Вычислить его объем.

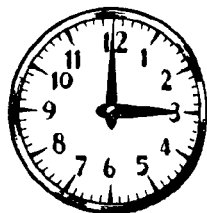


Рис 72.

8 ОКРУЖНОСТЬ И УГОЛ

На циферблате часов (рис. 72) изображают окружность, разделенную на 60 равных частей. В центре окружности укреплены часовая и минутная стрелки.

На рисунке 73 изображена окружность, ее центр обозначен буквой O . Окружность изображают с помощью циркуля. Острые ножки циркуля ставят в центре окружности, а конец другой ножки, где укреплен карандаш (или мел), при вращении описывает окружность. Отрезок, соединяющий любую точку окружности с ее центром, называется **радиусом** окружности. Все радиусы окружности равны между собой (рис. 73).

Отрезок, проходящий через центр окружности и соединяющий две ее точки, называется **диаметром** окружности (рис. 73). Диаметр вдвое больше радиуса.

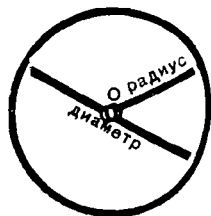


Рис. 73.

Часть окружности называется **дугой** (рис. 73). Диаметр делит окружность на две равные дуги.

Часть плоскости, ограниченная окружностью, называется **кругом** (рис. 74). Например, поверхность монеты (нижняя и верхняя) имеет форму круга.

Стрелки часов при вращении образуют различные углы. Например, в 3 часа и в 9 час. они образуют прямые углы (рис. 72).

Если два луча выходят из одной точки, то они образуют угол. На рисунке 75 изображены такие два луча. Их называют **сторонами** угла, а точку A , из которой они выходят, называют **вершиной** угла. Эти же лучи образуют и другой угол. На рисунке 75 тот и другой изображены с помощью различной штриховки. Чтобы знать, о каком из них идет речь, условимся внутри угла изображать небольшую дугу, как это сделано на рисунке 76.

Угол называют и записывают с помощью буквы, обозначающей его вершину. Около буквы пишут знак « \sphericalangle ». Этот знак заменяет слово «угол». На рисунке 76 изображен $\sphericalangle B$. Иногда угол записывают тремя буквами, причем в середине ставят букву, обозначающую его вершину (рис. 77): $\sphericalangle ABC$; $\sphericalangle CBD$; $\sphericalangle ABD$.

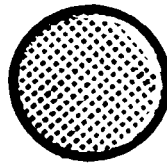


Рис. 74.

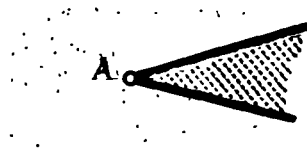


Рис 75.



Рис. 76.

ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ.

В 12 час. стрелки часов совпадают: будем считать, что угол между ними равен нулю. После этого минутная стрелка уходит вперед, и угол между нею и часовой стрелкой все увеличивается (рис. 78).

Как измерить угол? На циферблате часов окружность разделена на 60 равных частей.

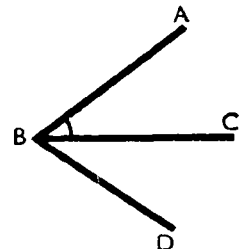


Рис. 77.

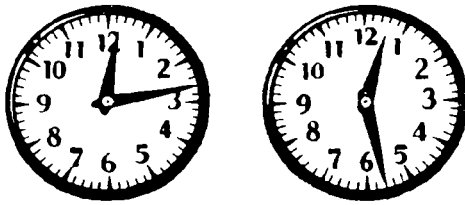


Рис 78

Для измерения углов окружность делят на 360 равных частей (рис 79) и $\frac{1}{360}$ часть окружности называют дугой в 1 градус или **дуговым градусом**. Если концы этой дуги соединить с центром

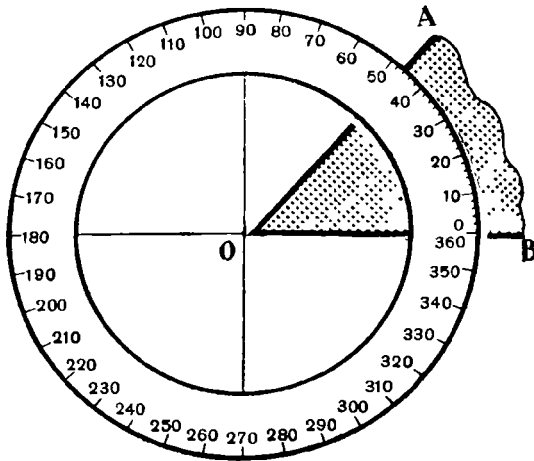
окружности, то получится угол, называемый **угловым градусом**. Слово «градус» записывают знаком «°».

Угол с вершиной в центре окружности называется **центральный углом** (рис. 79). **Центральный угол содержит столько угловых градусов, сколько его дуга содержит дуговых градусов.**

Прибор с помощью которого измеряют углы, можно изготовить так: из круга вырезают меньший по размеру круг с тем же центром делят окружность первого круга на градусы и натягивают две нити — одну между 0° и 180° , а другую между 90° и 270° . Пересечение этих нитей определяет центр окружности (рис 79) Углы между нитями прямые, каждый прямой угол содержит 90° .

Для измерения угла центр окружности совмещается с вершиной угла, а одна из сторон угла направляется на нулевое деление. Другая сторона укажет на некоторое деление окружности прибора. Это деление и показывает величину угла в градусах.

На рисунке 79 угол содержит 48° . Можно записать, что $\sphericalangle AOB = 48^\circ$.



$$\sphericalangle AOB = 48^\circ$$

Рис. 79.

Так как обычно измеряют углы, меньшие 180° , то вместо этого прибора с полной окружностью пользуются на практике другим прибором, который называется **транспортиром**. Транспортир изображен на рисунке 80. При измерении угла центр полуокружности совмещается с вершиной угла, а одна из сторон угла должна быть направлена по краю транспортира на нулевое деление.

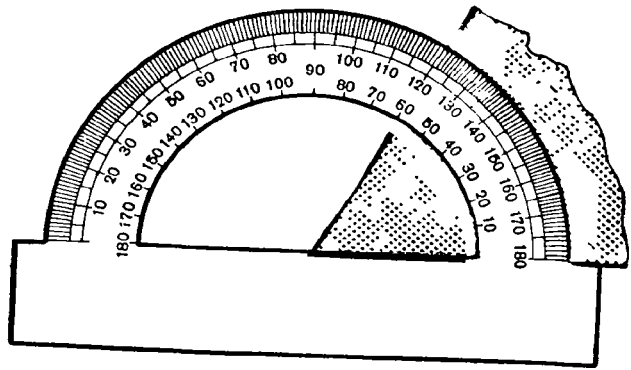


Рис. 80.

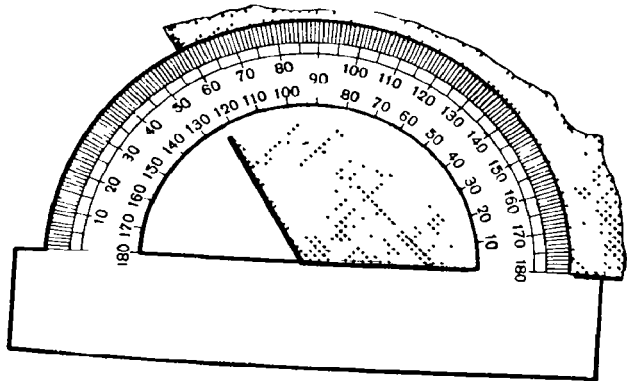


Рис. 81.

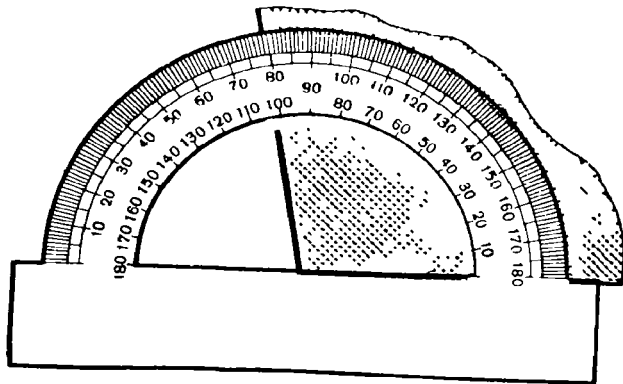


Рис. 82.

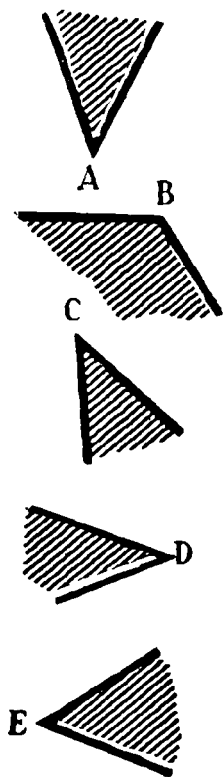


Рис. 83.

На рисунках 80—82 показано измерение нескольких углов транспортиром. Угол, который меньше 90° , называется **острым** углом (рис. 80). Угол, больший 90° , называется **тупым** углом (рис. 81). Результат измерения угла не зависит от размеров транспортира, подобно тому как показания времени на часах не зависят от размеров циферблата. Для более точных измерений употребляется другая единица — **угловая минута**. Угол в 1° делят на 60 равных частей, и $\frac{1}{60}$ часть называется минутой. Минута обозначается с помощью штриха. Например, угол в 30 градусов и 40 минут записывают так: $30^\circ 40'$.

Задание 63.

1. Начертить углы, которые образуют стрелки часов в 2 часа, в 4 часа, в 7 час. Обозначить их с помощью букв.

2. Сколько минут содержится в 3° ? в $1^\circ \frac{1}{2}$?

3. Начертить углы в 10° , в 45° и в 152° .

4. Измерить транспортиром углы на рисунке 83. Какие из них будут тупыми углами?

Упражнения.

618. Начертить окружности, имеющие один и тот же центр и радиусы, равные 2 см, 4 см.

619. Начертить окружности, имеющие один и тот же центр и диаметры, равные 6 см, 7 см.

620. В окружности провести 4 радиуса. Обозначить буквами центр окружности и концы радиусов. Измерить транспортиром и записать с помощью букв углы, которые образуют соседние радиусы. Сколько градусов содержит дуга каждого угла?

621. На сколько градусов повернется минутная стрелка за 5 мин., за 10 мин., за 20 мин.? за $\frac{1}{2}$ часа? за $\frac{3}{4}$ часа?

622. Выразить в минутах углы:

1) 2° ; 2) 5° ; 3) 30° ; 4) $\frac{1^\circ}{2}$; 5) $2^\circ \frac{1}{2}$; 6) $3^\circ \frac{1}{4}$.

623. Пользуясь линиями, имеющимися в тетради в клетку, начертить углы, как указано на рисунке 84. Измерить каждый из углов, отмеченных стрелками.

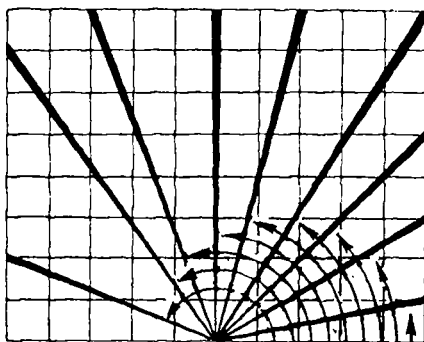


Рис. 84.

624. Для рубки различных металлов зубило затачивают под разными углами: для чугуна 70° , для стали 60° , для меди 45° , для алюминия 35° . Начертить углы заострения зубила для рубки каждого из металлов.

625. Начертить углы, содержащие 5° ; 20° ; 30° ; 60° ; 86° ; 120° ; 135° ; 162° .

626. Выполнить действия:

- | | | |
|----------------------------|------------------------------------|-----------------------------|
| 1) $24^\circ + 37^\circ$; | 5) $15^\circ 26' + 35^\circ 15'$; | 9) $12^\circ 52' \cdot 2$; |
| 2) $48^\circ \cdot 3$; | 6) $42^\circ 45' + 18^\circ 38'$; | 10) $67^\circ 18' : 2$. |
| 3) $56^\circ - 18^\circ$; | 7) $82^\circ 14' - 53^\circ 7'$; | |
| 4) $135^\circ : 3$; | 8) $96^\circ 13' - 59^\circ 47'$; | |

627. Два угла вместе составляют 180° , один из них в 5 раз больше другого. Найти эти углы.

628. 1) Два угла вместе составляют 90° , один из них на 5° больше другого. Найти эти углы.

2) Из двух углов один в 3 раза, или на 32° , больше другого. Найти эти углы.

629. Вставить пропущенные числа и решить получившуюся задачу: «Длина изгороди прямоугольного участка равна . . . м, одна из сторон участка на . . . м больше другой. Найти площадь участка.»

630. Работая обычным резцом, токарь может выполнить задание за $2\frac{1}{2}$ часа, а при работе быстрорежущим резцом он затратит $\frac{3}{5}$ этого времени. Токарь $\frac{1}{3}$ задания выполнил обычным резцом, а затем сменил резец на быстрорежущий. Сколько времени он затратил на всю работу?

631. Чтобы вырыть котлован под здание, одному экскаватору потребуется 15 дней, а другому в $1\frac{1}{2}$ раза больше. За сколько дней они выкопают котлован, работая вместе?

632. Расстояние между двумя городами автобус может пройти за $4\frac{1}{2}$ часа, а легковой автомобиль за $\frac{2}{3}$ этого времени. Через сколько времени они встретятся, если отправятся из этих городов одновременно навстречу друг другу?

633. Стоимость билета в кино составляет $\frac{5}{14}$ стоимости билета в театр. За оба билета я заплатил $\frac{19}{20}$ рубля. Сколько стоит каждый билет?

§87 ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ДИАГРАММЫ

Для наглядного изображения значений величин пользуются особыми чертежами, которые называются **диаграммами**. Если на этих чертежах числовые значения величин изображаются с помощью прямоугольников, то такие чертежи называются **прямоугольными диаграммами**.

Изобразим прямоугольной диаграммой рост посевных площадей в РСФСР. В 1945 г. посевная площадь составила 67 млн. га

в 1953 г. — 97 млн. га, а в 1956 г. — 114 млн. га. Выберем сначала какой-либо масштаб для изображения прямоугольников. Допустим, что наибольший по величине прямоугольник, изображающий 114 млн. га, должен иметь высоту 80 мм. Это означает, что на 1 млн. га приходится $\frac{80}{114}$ мм,

или $\frac{40}{57}$ мм.

Отсюда следует, что высота прямоугольника, изображающего посевную площадь 1945 г., должна быть равна:

$$\begin{aligned} \frac{40}{57} \cdot 67 &= \frac{2680}{57} = \\ &= 43\frac{29}{57} \approx 44 \text{ (мм)}. \end{aligned}$$

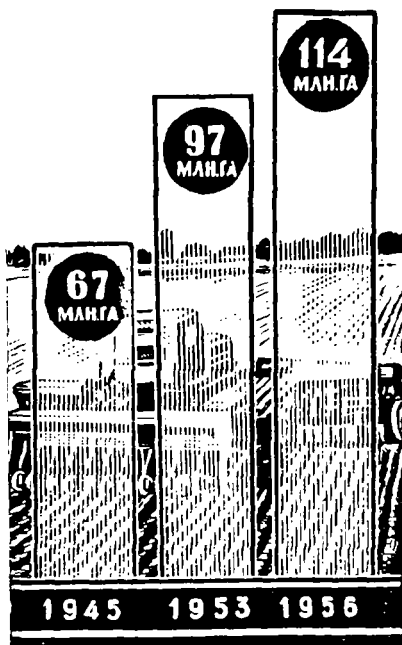


Рис. 85.

Высота прямоугольника, изображающего посевную площадь 1953 г., должна составлять:

$$\frac{40}{57} \cdot 97 = \frac{3880}{57} = 68 \frac{4}{57} \approx 68 \text{ (мм)}.$$

Изобразив эти прямоугольники (рис. 85), получим прямоугольную диаграмму.

Задание 64.

1. Пользуясь диаграммой на рисунке 86, рассказать о численности рабочих в основных отраслях промышленности СССР за 1962 г. Вычислить общее число рабочих занятых в этих отраслях промышленности.

2. Построить прямоугольную диаграмму длин следующих рек СССР:

Название реки	Длина в км
Амур	4510
Лена	4270
Волга	3700
Днепр	2290

Упражнения.

634. Построить прямоугольную диаграмму, изображающую вес каждого из трех советских искусственных спутников Земли, используя следующие данные:

№	Дата запуска	Вес
1	4 октября 1957 г.	$83 \frac{3}{5}$ кг
2	3 ноября 1957 г.	$508 \frac{3}{10}$ кг
3	15 мая 1958 г.	1327 кг

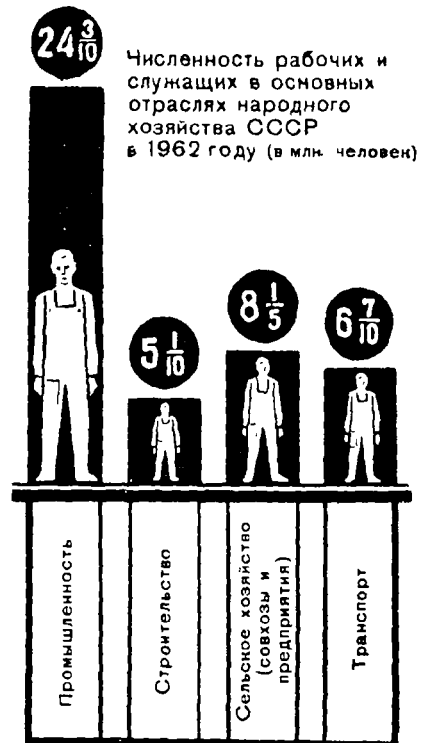


Рис 86.

635. Построить прямоугольную диаграмму добычи каменного угля в СССР, используя следующие данные:

Год	1913	1930	1940	1950	1955	1961	1963
Добыча угля в млн. <i>m</i>	29	48	166	261	391	510	532

636. Закром колхозного амбара имеет длину $12\frac{4}{5}$ м, ширина его составляет $\frac{9}{16}$ длины, а высота равна $2\frac{1}{10}$ м. Сколько автомашин зерна вместит заком, если размеры кузова автомашины $3\frac{1}{2}$ м \times $2\frac{1}{4}$ м \times $\frac{3}{5}$ м?

637. Продавец книжного ларька знает, что за книги он получил в $2\frac{1}{2}$ раза больше, чем за журналы, а вся дневная выручка составляет $84\frac{7}{10}$ руб. На сколько рублей продано книг и журналов отдельно?

638. Совхоз за два года сдал государству $11\frac{3}{5}$ тыс. *m* зерна, причем во второй год он сдал на $1\frac{9}{25}$ тыс. *m* больше, чем в первый. Сколько зерна сдано в первый и во второй год отдельно?

639. На сортировке зерна работали зерновой сепаратор и 3 сортировки. Вместе они просортировали $4\frac{1}{4}$ *m* зерна, причем сепаратором сделано на $2\frac{3}{4}$ *m* больше, чем всеми тремя сортировками. Сколько зерна просортировал сепаратор и каждая из сортировок?

640. Территория СССР в $2\frac{6}{11}$ раза, или на $13\frac{3}{5}$ млн. кв. км, больше территории США, Англии, Франции и ФРГ, вместе взятых. Вычислить по этим данным территорию СССР.

Указание. Территорию четырех капиталистических стран обозначить через *x*.

88. СЕКТОРНЫЕ ДИАГРАММЫ.

Часть круга, ограниченная двумя радиусами и дугой, называется **сектором** (рис. 87). Два радиуса делят круг на два сектора (рис. 87).

Если некоторая величина делится на отдельные части, то для наглядного изображения такого деления пользуются секторной диаграммой. Вся величина изображается кругом, а отдельные части ее изображаются секторами.

Изобразим с помощью секторов площади материков, используя данные из прилагаемой таблицы:

Азия	44 млн. кв. км
Америка	42 млн. кв. км
Африка	30 млн. кв. км
Антарктида	14 млн. кв. км
Европа	10 млн. кв. км
Австралия	9 млн. кв. км
<hr/>	
Суша в целом . . .	149 млн. кв. км

Вся окружность содержит 360° . Следовательно, площади всей суши 149 млн. кв. км соответствует 360° , а 1 млн. кв. км соответствует дуга, равная $\frac{360^\circ}{149}$. Эту дробь мы не будем выражать смешанным числом, так как в таком виде она более удобна для последующих вычислений.

Вычислим, сколько градусов должна содержать дуга сектора, изображающего на диаграмме площадь Азии. Так как на 1 млн. кв. км приходится $\frac{360^\circ}{149}$, то на 44 млн. кв. км должно приходится в 44 раза больше:

$$\frac{360^\circ \cdot 44}{149} = \frac{15840^\circ}{149} = 106^\circ \frac{46}{149} \approx 106^\circ.$$

Построим сектор с углом в 106° , этот сектор будет изображать площадь Азии (рис. 88, а).

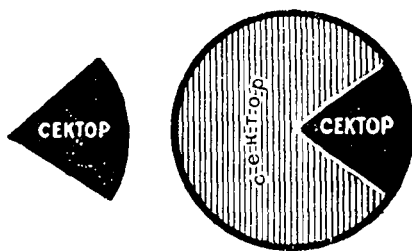


Рис. 87.



Рис. 88.

Вычислим угол того сектора, который должен изображать площадь Америки:

$$\frac{360^\circ \cdot 42}{149} = \frac{15120^\circ}{149} = 101^\circ \frac{71}{149} \approx 101^\circ \frac{1}{2}.$$

Теперь можно построить этот сектор.

Сектор, изображающий площадь Африки, имеет угол, равный

$$\frac{360^\circ \cdot 30}{149} = \frac{10800^\circ}{149} = 72^\circ \frac{72}{149} \approx 72^\circ \frac{1}{2}.$$

Углы секторов, изображающих площадь Антарктиды, Европы и Австралии, соответственно равны:

$$33^\circ \frac{123}{149} \approx 34^\circ; 24^\circ \frac{24}{149} \approx 24^\circ; 21^\circ \frac{111}{149} \approx 22^\circ.$$

Выполним проверку наших вычислений, зная, что сумма всех углов должна быть равна 360° .

Проверка показывает, что сумма всех углов равна:

$$106^\circ + 101^\circ \frac{1}{2} + 72^\circ \frac{1}{2} + 34^\circ + 24^\circ + 22^\circ = 360^\circ.$$

После построения остальных секторов получим диаграмму в окончательном виде (рис. 88, в).

Задание 65.

Построить секторную диаграмму, используя следующие данные:

Распределение земель в царской России в млн. га:	
Крестьянские хозяйства (середняки и бедняки)	135
Кулацкие хозяйства	80
Помещики и монастыри	152
Всего	367

Упражнения.

641. Построить секторную диаграмму распределения посевных площадей СССР (по данным 1962 г.).

Культуры	Площадь в млн. га
Зерновые	136
Овощи и картофель . .	11
Технические	14
Кормовые	55
Всего	216

642. Построить две секторные диаграммы, показывающие рост заготовок хлеба в Казахской ССР в связи с освоением целины (в млн. пудов в среднем за год).

	До освоения целины 1949—1953 гг.	После освое- ния целины 1956—1960 гг.
Целинный край	63	508
Остальные области Казахской ССР	48	197
Всего по Казахской ССР	111	705

Указание. Радиус второго круга следует взять в $2\frac{1}{2}$ раза больше, чем первого круга.

643. Составить секторную диаграмму, показывающую количество мальчиков и девочек в вашем классе.

644. Составить таблицу и секторную диаграмму распределения своего времени в один из дней недели по следующим разделам:

- | | |
|-------------------------|----------------------|
| 1) занятия в школе; | 4) помощь родителям; |
| 2) отдых и развлечения; | 5) сон; |
| 3) подготовка уроков; | 6) оставшееся время. |

**89. УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ ПО ТЕМЕ
«ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ».**

645. Таблица для составления упражнений на действия над некоторыми часто употребляющимися дробями.

А	Б	В	Г	Д	Е
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{10}$	$1\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{10}$	$2\frac{1}{3}$
3	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{9}{10}$	$3\frac{3}{4}$
4	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{12}$	$4\frac{4}{5}$
5	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{25}$	$5\frac{5}{6}$
6	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{30}$	$7\frac{17}{20}$
7	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{100}$	$8\frac{1}{8}$
8	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{13}{100}$	$9\frac{1}{10}$
9	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{21}{100}$	$10\frac{3}{10}$

Пользуясь числами, данными в таблице, составить примеры на каждое из действий над дробями. Решить эти примеры (по возможности устно).

646. Вычислить:

$$1) \frac{5}{12} + \frac{9}{10} - \frac{7}{20} \cdot 2;$$

$$4) 3\frac{1}{4} + 2\frac{5}{6} - 4\frac{1}{8};$$

$$2) \frac{7}{8} - \frac{9}{16} : 3 + \frac{7}{10};$$

$$5) 12\frac{7}{16} - 8\frac{2}{5} + 3\frac{3}{8};$$

$$3) \frac{12}{25} - \frac{4}{15} - \frac{1}{60} \cdot 2;$$

$$6) 8 \cdot 5\frac{3}{20} - 8\frac{3}{20} - \frac{3}{20} \cdot 8.$$

647. Вычислить, используя законы сложения:

- 1) $5 \frac{7}{15} + 2 \frac{5}{24} + 1 \frac{8}{15} - 8 \frac{11}{18}$;
- 2) $4 \frac{3}{20} - 3 \frac{5}{16} + 3 \frac{5}{24} + 5 \frac{7}{20}$;
- 3) $\frac{5}{9} : 3 + 4 \frac{7}{30} + 3 \frac{22}{27} - 7 \frac{11}{20}$;
- 4) $2 \frac{7}{24} + 5 \frac{5}{8} : 5 - 3 \frac{3}{16} + 4 \frac{5}{12} : 2$;
- 5) $5 \cdot 3 \frac{6}{25} + 4 \frac{17}{30} \cdot 2 - \frac{8}{25} \cdot 10 + 1 \frac{13}{15}$;
- 6) $20 \frac{16}{35} : 4 - 4 \frac{5}{21} + 4 \frac{1}{15} \cdot 5 + 3 \frac{31}{35}$.

648. Вычислить:

- 1) $\frac{6}{25} \cdot \frac{5}{9} - \frac{3}{32} : \frac{9}{10} + 5 : \frac{4}{5}$;
- 2) $\frac{21}{50} : \frac{28}{75} + 6 : \frac{18}{35} - \frac{14}{15} \cdot \frac{10}{21}$;
- 3) $\left(7 \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \cdot 5 \frac{5}{8}\right) : \frac{43}{50} - 3$;
- 4) $7 \frac{1}{2} : \left(3 \frac{3}{10} : \frac{11}{12} + 5 \frac{3}{20}\right) + 9 \frac{3}{28}$;
- 5) $4 \frac{11}{16} + 6 \frac{7}{8} : \left(3 \frac{5}{9} \cdot 1 \frac{23}{32}\right) - 4 \frac{49}{80}$;
- 6) $\left(\frac{9}{10} \cdot 25 - 22 \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{5}{13} + \left(1 \frac{1}{9} \cdot 24 - 14 \cdot 1 \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{6}{13}$;
- 7) $\left(3 \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{31} - \frac{5}{14} \cdot \frac{2}{5} \cdot 7\right) \cdot \frac{8}{9} + 4 \frac{3}{5} \cdot \left(24 \frac{12}{13} : 24 - \frac{5}{26} : 5\right)$.

649. Вычислить, используя законы умножения:

- 1) $2 \frac{5}{8} \cdot \frac{13}{15} \cdot \frac{16}{21} \cdot 1 \frac{19}{26} - 2 \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot \frac{4}{11}$;
- 2) $\frac{9}{17} \cdot \frac{28}{55} \cdot 1 \frac{27}{28} \cdot \frac{34}{81} + 3 \frac{1}{5} : 4 \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{16}$;
- 3) $\frac{3 \frac{5}{8} \cdot \frac{8}{15} \cdot 3 \frac{3}{4} \cdot \frac{11}{29}}{5 \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot 3 \frac{2}{3}}$;
- 4) $\frac{7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \frac{6}{7} \cdot 1 \frac{11}{14}}{2 \frac{1}{4} \cdot 5 \frac{2}{5} + 2 \frac{3}{5} \cdot 2 \frac{1}{4}}$.

650. Вычислить:

$$1) \left[\left(2 \frac{3}{40} - 2 \frac{7}{12} : 2 \right) \cdot \frac{8}{47} + 3 \frac{1}{4} : 8 \frac{1}{8} \right] : \frac{8}{15};$$

$$2) \frac{3}{19} \cdot \left[6 \frac{1}{5} + 3 \frac{9}{16} : \left(2 \frac{3}{4} : 4 - \frac{7}{24} \right) \right] : \frac{3}{14};$$

$$3) \left[5 \frac{1}{3} + \frac{7}{18} \cdot \left(6 \frac{6}{25} + 1 \frac{24}{25} : \frac{1}{6} \right) \right] : \left(20 \frac{29}{48} - 4 \frac{13}{96} \cdot 2 \right);$$

$$4) \frac{1 \frac{4}{31} \cdot \left[\left(15 \frac{3}{5} + 14 \frac{5}{8} \right) : 39 \right]}{7 \frac{1}{8} + 3 \frac{1}{7} - 8 \frac{29}{56}}.$$

651. Решить уравнения:

$$1) \left(9 \frac{3}{4} : 3 + 3 \frac{1}{3} \right) \cdot x + \frac{1}{3} = 6 \frac{1}{4};$$

$$2) 4 \frac{2}{5} \cdot x + \frac{5}{6} \cdot \left(2 \frac{1}{4} - 1 \frac{3}{4} \right) = 8 \frac{7}{60};$$

$$3) \left(8 \frac{5}{9} : \frac{5}{9} : \frac{11}{9} - 12 \right) \cdot x = \frac{3}{5};$$

$$4) \left(\frac{13}{25} + \frac{3}{8} \cdot 5 \frac{1}{3} \right) : \frac{7}{15} - 5 \frac{2}{5} \cdot x = 2 \frac{7}{10}.$$

Замечание 1. Нередко сразу не удается наметить путь решения задачи. Тогда начинают выяснять, какие величины надо знать, чтобы ответить на вопрос задачи. Если не все такие величины даны в условии, то нужно поставить вопрос: «Что нужно знать, чтобы найти эти неизвестные величины?» Подобные вопросы продолжают ставить до тех пор, пока не придут к известным величинам.

Разъясним этот прием отыскания пути решения с помощью следующей задачи:

«Нужно перевезти 56 бочек керосину по 140 л в каждой. Вес бочки 38 кг, вес 1 л керосину равен $\frac{4}{5}$ кг. Сколько бочек останется после двух рейсов автомашины грузоподъемностью $1 \frac{1}{2}$ т?».

Чтобы ответить на вопрос задачи, нужно знать, сколько бочек перевезла машина за два рейса. А для этого надо знать, сколько бочек она перевозит за 1 рейс. Но эта величина тоже неизвестна. Чтобы ее найти, нужно знать, сколько весит бочка с керосином.

Вес пустой бочки нам известен, поэтому остается узнать, сколько весит 140 л керосину. Это мы можем узнать, так как вес 1 л керосину известен.

Путь решения задачи намечен.

Решение.

1. Сколько весят 140 л керосину?

$$\frac{4}{5} \cdot 140 = 112 \text{ (кг)}.$$

2. Сколько весит бочка с керосином?

$$38 + 112 = 150 \text{ (кг)}.$$

3. Сколько бочек перевозит машина за 1 рейс?

$$1500 : 150 = 10 \text{ (бочек)}.$$

4. Сколько бочек осталось после двух рейсов?

$$56 - 10 \cdot 2 = 36 \text{ (бочек)}.$$

Нет надобности отдельно выписывать ответ задачи (или примера), так как это является лишней записью.

З а м е ч а н и е 2. Иногда бывает выгодно не вычислять результаты всех действий, кроме тех, которые дают ответ на вопрос задачи.

З а д а ч а. Ящик имеет размеры $7\frac{1}{2}$ дм, $5\frac{1}{4}$ дм и 7 дм. Какова высота другого ящика такой же вместимости, если его длина равна 7 дм, а ширина $3\frac{1}{2}$ дм?

Чтобы найти высоту второго ящика, достаточно знать его объем и площадь дна. Но объем второго ящика равен объему первого ящика, у которого известны все размеры.

Итак, объем второго ящика мы можем найти.

Площадь дна второго ящика также можно найти, так как известны его длина и ширина.

Решение. 1) Объем первого ящика равен: $7\frac{1}{2} \cdot 5\frac{1}{4} \times \times 7$ куб. дм. Этой же величине равен и объем второго ящика.

2) Площадь дна второго ящика равна: $7 \cdot 3\frac{1}{2}$ кв. дм.

3) Высота второго ящика равна его объему, деленному на площадь дна, т. е.:

$$\frac{7\frac{1}{2} \cdot 5\frac{1}{4} \cdot 7}{7 \cdot 3\frac{1}{2}} = \frac{\frac{15}{2} \cdot \frac{21}{4} \cdot 7}{7 \cdot \frac{7}{2}} = \frac{15 \cdot 21 \cdot 2}{2 \cdot 4 \cdot 7} = \frac{15 \cdot 3 \cdot 1}{1 \cdot 4 \cdot 1} = \frac{45}{4} = 11\frac{1}{4} \text{ (дм)}.$$

Запись всех действий, которые надо выполнить, чтобы ответить на вопрос задачи, называется числовой формулой для этой задачи.

Запись $\frac{7 \frac{1}{2} \cdot 5 \frac{1}{4} \cdot 7}{7 \cdot 3 \frac{1}{2}}$ является числовой формулой для

рассмотренной задачи. Числовую формулу можно составить для любой задачи. Однако для многих задач применение формулы не упрощает решения.

652. Расстояние по железной дороге от Харькова до Курска составляет $\frac{4}{9}$ расстояния от Курска до Москвы. Известно, что первое расстояние на 300 км меньше второго. Сколько километров от Москвы до Харькова?

653. Расстояние по железной дороге от Смоленска до Киева примерно в $2 \frac{1}{5}$ раза больше расстояния от Смоленска до Минска. Известно, что первое расстояние на 396 км больше второго. Найти каждое расстояние. (Ответ округлить до десятков километров.)

654. Речной пароход сделал рейс туда и обратно за $12 \frac{5}{6}$ часа, причем на путь по течению он затратил на $1 \frac{2}{3}$ часа меньше, чем на обратный путь. Сколько времени затрачено на путь против течения?

655. За два дня израсходовано $15 \frac{3}{10}$ рубля, причем в первый день на $6 \frac{4}{5}$ рубля больше, чем во второй. Какая часть всех денег израсходована за второй день?

656. За два часа первый рабочий выполнил половину задания, а второй $\frac{1}{3}$. За сколько часов они выполнят это задание, работая вместе?

657. Двое рабочих могут выполнить вместе работу за 12 дней. Они проработали вместе 9 дней, после чего первый был переведен на другую работу, а второй закончил оставшуюся работу за 5 дней. За сколько времени мог каждый из них выполнить всю работу?

658. Среднее арифметическое двух чисел равно $173 \frac{5}{6}$, одно из них на $23 \frac{1}{4}$ больше другого. Найти эти числа.

659. Среднее арифметическое двух чисел равно $75\frac{5}{8}$, одно из них составляет $\frac{2}{3}$ другого. Найти эти числа.

660. Лодка проплыла вниз по течению $1\frac{2}{5}$ км за 12 мин. Известно, что скорость течения реки составляет $\frac{5}{9}$ скорости лодки в стоячей воде. Найти скорость течения и скорость лодки в стоячей воде.

661. Длина изгороди прямоугольного участка составляет 157 м, причем длина участка на $13\frac{1}{2}$ м больше его ширины. Какова площадь участка?

662. Длина комнаты равна $6\frac{3}{5}$ м, ширина в полтора раза меньше, а площадь большей стены комнаты равна $23\frac{1}{10}$ кв. м. Найти объем комнаты.

663. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 60 куб. см, его длина равна $2\frac{2}{5}$ см, а ширина составляет $\frac{5}{6}$ длины. На сколько высота параллелепипеда больше его длины? Написать числовую формулу.

664. Пароход идет по реке со средней скоростью $17\frac{1}{4}$ км в час. Через $1\frac{2}{3}$ часа вслед за ним от той же пристани отошел катер со средней скоростью $24\frac{3}{20}$ км в час. Через сколько времени катер догонит пароход?

665. Пароход прошел по озеру $84\frac{4}{5}$ км, делая в среднем $26\frac{1}{2}$ км в час, затем прошел по реке, впадающей в озеро, еще $54\frac{1}{4}$ км. Скорость течения реки равна $3\frac{1}{4}$ км. Сколько времени затратил пароход на весь рейс?

666. Расстояние между двумя городами равно 243 км. Поезд прошел половину пути со средней скоростью $48\frac{3}{5}$ км в час, затем, после стоянки продолжительностью $\frac{1}{10}$ часа, он увеличил скорость на $\frac{1}{9}$ первоначальной. Сколько времени затрачено на весь путь?

667. Собрано 3 стога сена. В первом стоге $24\frac{4}{5}$ т, во втором на $\frac{1}{4}$ этого количества меньше, а в третьем на $13\frac{7}{10}$ т меньше, чем в первых двух стогах вместе. При высушивании вес сена уменьшился на $\frac{1}{6}$. Сколько получено сухого сена? (Результат округлить до 1 т.)

668. Ученик сельской школы проходил расстояние между домом и школой за $\frac{2}{5}$ часа. Ему купили велосипед, и на этот путь он стал тратить $\frac{3}{8}$ прежнего времени. Считая, что в месяце 26 учебных дней, вычислите, на сколько времени больше он затрачивал на дорогу до школы и обратно в 1 месяц, когда ходил пешком? Напишите числовую формулу.

669. поголовье крупного рогатого скота в районе увеличилось за несколько лет на $26\frac{3}{10}$ тыс. голов. Это составило $\frac{47}{100}$ поголовья, имевшегося вначале. Сколько скота было вначале и сколько стало через несколько лет? (Ответ округлить до 1 тыс. голов.)

670. В 1960 г. в СССР было произведено $8\frac{1}{5}$ млрд. пудов зерна или примерно $\frac{9}{10}$ производства зерна за 1962 г. Производство зерна в 1953 г. составляло около $\frac{3}{5}$ того, что было произведено в 1960 г. На сколько больше и во сколько раз больше произведено зерна в 1962 г., чем в 1953 г.? (Результаты вычислений округлять до 1 млрд. пудов.)

671. При сушке малина теряет $\frac{3}{4}$ своего веса, а черника $\frac{4}{5}$. Сколько надо взять свежей малины и свежей черники, чтобы получить по 10 кг сушеных ягод?

672. Может ли сумма двух дробей с числителями, равными 1, быть неправильной дробью?

673. Может ли произведение двух правильных дробей быть неправильной дробью?

674. Правильной или неправильной дробью будет частное от деления неправильной дроби на правильную?

675. Одна из девочек может прополоть грядку за 1 час, другая за 2 часа, третья за 3 часа и четвертая за 4 часа. Сколько времени потребуется на прополку этой грядки, если девочки будут работать все вместе?

676. Знаменитый греческий ученый Пифагор на вопрос о числе его учеников ответил так: «Половина моих учеников изучает математику; четверть изучает природу; седьмая часть проводит время в молчаливом размышлении; остальную часть составляют 3 девушки». Сколько человек обучалось у Пифагора?

677. Аквариум в форме куба с ребром $4\frac{1}{2}$ дм заполнен водой на $\frac{2}{3}$ высоты. Из него перелили воду в другой аквариум, размеры дна которого $2\frac{7}{10}$ дм \times $5\frac{2}{5}$ дм. Найти уровень воды в новом аквариуме. Написать числовую формулу.

678. Основание прямоугольника уменьшили на $\frac{1}{4}$ его, а высоту увеличили на $\frac{1}{4}$ ее. На какую часть первоначальной площади изменилась площадь прямоугольника? При решении использовать чертеж.

679. Контрольное задание.

1) Два бульдозера закончили участок насыпи железнодорожного полотна за 12 дней. Первому из них потребуется для выполнения всей работы в $2\frac{1}{2}$ раза больше времени, чем при совместной работе. За сколько дней может выполнить всю работу второй бульдозер?

2) Вычислить: $\left[\left(12\frac{1}{6} + 3\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} \right) : \frac{1}{15} - 30 \cdot 5\frac{3}{5} \right] : \frac{1}{4}$.

3) Решить уравнение: $2x + 6\frac{3}{4} : 3 = 2\frac{5}{12}$.

680. Контрольное задание.

1) С одного участка чайной плантации собрано $62\frac{1}{2}$ ц чайного листа. С двух остальных участков вместе собрано в $2\frac{1}{5}$ раза больше, причем сбор со второго участка составил $\frac{3}{8}$ сбора с третьего участка. Сколько чайного листа собрали со второго и с третьего участков отдельно?

2) Вычислить: $4\frac{1}{2} \cdot \left\{ 1 : \left[8\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \cdot \left(16\frac{1}{15} - 12\frac{1}{2} \right) \right] \right\}$.

III. ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ.

§ 90 ПОНЯТИЕ О ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ.

До сих пор дробные числа записывались нами с помощью черты и двух натуральных чисел. Над чертой записывался числитель дроби, а под чертой — знаменатель дроби. Такие числа принято называть **обыкновенными дробями**. К обыкновенным дробям относятся и смешанные числа.

Среди обыкновенных дробей встречаются дроби, у которых знаменатель изображается единицей с одним или несколькими нулями, например:

$$\frac{1}{10}, \frac{13}{100}, 1\frac{21}{100}, \frac{131}{1000}, 7\frac{2705}{10000}.$$

В десятичной системе счисления эти дроби называются **систематическими дробями**. Их знаменателями являются либо число 10 (основание нашей системы счисления), либо произведение чисел, каждое из которых равно 10*.

Систематические дроби часто записываются без знаменателя, с помощью запятой. Налево от запятой записывают целую часть числа, а направо от запятой — числитель дроби. Указанные выше дроби запишутся таким образом:

$$\frac{1}{10} = 0,1 \text{ (читают: нуль целых одна десятая);}$$

$$\frac{13}{100} = 0,13 \text{ (нуль целых 13 сотых);}$$

$$1\frac{21}{100} = 1,21 \text{ (одна целая 21 сотая);}$$

* В любой другой (недесятичной) системе счисления также имеются систематические дроби. Например, в пятеричной системе систематическими дробями будут дроби со знаменателями 5, 25, 125 и т. д.

$$\frac{131}{1000} = 0,131 \text{ (нуль целых 131 тысячная);}$$

$$7 \frac{2705}{10000} = 7,2705 \text{ (7 целых 2705 десятичныхтысячных).}$$

Определение. *Систематическая дробь, записанная без знаменателя с помощью запятой, которая отделяет целое число от числителя дроби, называется десятичной дробью.*

91 ЗАПИСЬ И ЧТЕНИЕ ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ.

Запишем следующие дроби: $1 \frac{7}{10}$, $\frac{49}{100}$ и $\frac{345}{1000}$ в виде десятичных дробей: $1 \frac{7}{10} = 1,7$; $\frac{49}{100} = 0,49$; $\frac{345}{1000} = 0,345$.

Из этих примеров видно, что число цифр после запятой равно числу нулей в знаменателе дроби. Это правило соблюдают во всех случаях и записывают так:

$$\frac{7}{10} = 0,7; \quad \frac{7}{100} = 0,07; \quad \frac{7}{1000} = 0,007 \text{ и т. д.}$$

Если число цифр в числителе дроби меньше числа нулей в знаменателе, то между запятой и числителем пишут столько нулей, чтобы общее число цифр после запятой было равно числу нулей в знаменателе. Например, записывая дробь $1 \frac{41}{10000}$, следует после запятой поставить 2 нуля, а затем написать числитель дроби 41:

$$1 \frac{41}{10000} = 1,0041.$$

Определение. *Цифры, стоящие после запятой (вправо от запятой), называются десятичными знаками.*

При чтении десятичной дроби следует по числу десятичных знаков узнать, чему равен знаменатель дроби. Например, дробь 5,00781 имеет 5 десятичных знаков, следовательно, ее знаменатель равен 100 000; дробь читается так: 5 целых 781 стотысячная.

Задание 66.

1. Записать десятичными дробями: $\frac{57}{100}$; $\frac{3}{100}$; $1 \frac{2}{10}$; $3 \frac{4}{100}$, $\frac{6}{1000}$; $\frac{77}{1000}$; $2 \frac{397}{1000000}$; $3 \frac{77}{10000}$.

2. Прочитать дроби: 0,4; 0,14; 1,475; 0,07; 1,007; 1,0054; 0,00003.

Упражнения.

681. Записать десятичными дробями: $\frac{42}{100}$; $\frac{42}{1000}$; $1\frac{42}{10\,000}$;
 $5\frac{3}{100}$; $6\frac{33}{10\,000}$; $\frac{9}{1000}$; $\frac{12}{1\,000\,000}$.

682. Прочитать дроби: 0,9; 0,09; 0,0009; 1,045; 2,30475; 0,0047; 1,00023; 12,0004.

683. Привести дроби: $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{25}$ и $\frac{7}{2}$ к общему знаменателю 100 и записать их десятичными дробями.

684. Вычислить сумму дробей: 1) $\frac{51}{1000}$ и $\frac{7}{10}$; 2) $\frac{377}{10\,000}$ и $\frac{27}{100}$. Результаты записать десятичной дробью.

685. Записать в метрах с помощью десятичных дробей следующие размеры:

1) 34 см;

2) 34 мм;

3) 147 мм;

4) 203 см;

5) 1 м 23 см;

6) 2 м 3 см 1 мм;

7) 2 км 523 м;

8) 17 дм 5 мм.

Записать в квадратных метрах:

9) 12 кв. дм;

10) 2 кв. м 2 кв. дм;

11) 248 кв. см;

12) 5 кв. см;

13) 71 кв. дм 153 кв. см;

14) 3 кв. м 15 кв. дм 28 кв. см.

Записать в килограммах:

15) 24 г;

16) 504 г;

17) 5 кг 5 г;

18) 13 кг 122 г.

9

ЗНАЧЕНИЕ ЦИФР ПОСЛЕ ЗАПЯТОЙ В ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ.

Представим $15\frac{7354}{10\,000}$ в виде суммы:

$$15 + \frac{7000}{10\,000} + \frac{300}{10\,000} + \frac{50}{10\,000} + \frac{4}{10\,000}.$$

Сократим дроби этой суммы соответственно на 1000, на 100 и на 10, тогда получим, что

$$15\frac{7354}{10\,000} = 15\frac{7}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{4}{10\,000}.$$

Так как $15\frac{7354}{10\,000} = 15,7354$, то

$$15,7354 = 15 + \frac{7}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{4}{10\,000}.$$

Из этого следует, что первый десятичный знак означает число десятых, второй десятичный знак — число сотых, третий — число тысячных и т. д.

В записи десятичной дроби каждая ее цифра имеет значение в зависимости от того места, какое она занимает после запятой. Чтобы научиться читать и записывать десятичные дроби полезно запомнить такую таблицу.

Таблица десятичных знаков наиболее употребительных дробей.

Число десятичных знаков дроби	Какие доли выражает эта дробь
1	Десятые
2	Сотые
3	Тысячные
4	Десятитысячные
5	Сотытысячные
6	Миллионные

Примеры. 1. Дробь 0,00105 имеет 5 десятичных знаков, она выражает сотытысячные доли и читается так: ноль целых 105 сотытысячных.

2. Записать дробь: одна целая семь миллионных. Из таблицы видно, что дробь должна содержать 6 десятичных знаков, следовательно, она записывается так: 1,000007.

Сравним по величине дроби: 2,3; 2,30; 2,300; 2,3000. Каждую из записанных дробей можно представить в виде суммы $2 + \frac{3}{10}$. Поэтому все эти дроби равны.

Если к десятичной дроби приписать справа один или несколько нулей, то величина дроби не изменится.

Приписывание справа к десятичной дроби одного, двух, трех и т. д. нулей равносильно умножению числителя и знаменателя дроби на 10, 100, 1000 и т. д. Вследствие этого величина дроби не изменяется.

ЗАПИСЬ НЕКОТОРЫХ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ В ВИДЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ.

Дроби $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{5}$ можно привести к общему знаменателю 10:

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10}; \quad \frac{1}{5} = \frac{2}{10}$$

и записать в виде десятичных дробей:

$$\frac{1}{2} = 0,5; \quad \frac{1}{5} = 0,2.$$

Дроби $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{4}$ можно привести к общему знаменателю, равному 100:

$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100}; \quad \frac{3}{4} = \frac{75}{100}$$

и записать в виде десятичных дробей:

$$\frac{1}{4} = 0,25; \quad \frac{3}{4} = 0,75.$$

Задание 67.

1. Сколько десятичных знаков имеет десятичная дробь, если ее знаменатель 10; 100; 1000; 10 000; 100 000 и 1 000 000?

2. Если десятичная дробь имеет 1, 2, 3, 4, 5 и 6 десятичных знаков, то каков ее знаменатель?

3. Две дроби имеют различное число десятичных знаков. Могут ли такие дроби быть равными?

4. Объяснить, почему $4,5 \text{ м} = 4,50 \text{ м} = 4,500 \text{ м}$.

Упражнения.

686. Прочитать следующие дроби:

1) 75,09; 2) 0,09; 3) 2,003; 4) 0,0038; 5) 20,0007; 6) 0,00033;
7) 3,000006; 8) 0,0000035; 9) 10,0007563; 10) 0,0007896.

687. Прочитать следующие дроби:

1) 4,05; 2) 24,025; 3) 0,007; 4) 8,0072; 5) 0,0004; 6) 8,00049;
7) 12,00002; 8) 0,0000068; 9) 1,007563; 10) 0,0830402.

688. Записать дроби:

1) 2 целых 53 сотых; 2) 0 целых 8 сотых; 3) 11 целых 29 тысячных;
4) 7 целых 293 десятитысячных; 5) 0 целых 142 стотысячных;
6) 3 целых 8521 миллионных.

689. Записать дроби:

1) 0 целых 524 тысячных; 2) 5 целых 54 тысячных; 3) 20 целых 299 десятитысячных;
4) 0 целых 8 десятитысячных; 5) 9 целых 203 стотысячных; 6) 0 целых 5394 десятиллионных.

690. Записать следующие десятичные дроби в виде суммы обыкновенных дробей, числители которых изображаются десятичными знаками: 1) 0,78; 2) 0,893; 3) 0,0573; 4) 0,65847;
5) 0,590873; 6) 0,060704.

691. Объяснить, почему равны следующие числа:

1) 5,28 и 5,280; 2) 13,07 и 13,0700; 3) 2,0750 и 2,075; 4) 0,0203 и 0,02030.

692. Произвести действия, результат записать десятичной дробью:

- 1) $\frac{17}{30} \cdot \frac{3}{100}$; 4) $1 \frac{9}{40} : 5 \frac{1}{4} \cdot 3$; 7) $11 : 1 \frac{1}{2} - 4 \frac{5}{6}$;
2) $\frac{13}{25} \cdot 1 \frac{3}{40}$; 5) $\frac{2}{5} \cdot 1 \frac{7}{8}$; 8) $1 \frac{1}{12} + \frac{2}{9} : 1 \frac{1}{3}$.
3) $\frac{11}{210} : 4 \frac{16}{21}$; 6) $10 : 1 \frac{12}{13}$;

СРАВНЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ ПО ВЕЛИЧИНЕ.

Для сравнения обыкновенных дробей по величине их приводят к общему знаменателю, при этом приходится иногда производить большие вычисления.

Десятичные дроби очень легко сравнивать по величине.

Если десятичные дроби имеют различные целые части, то та дробь больше, у которой число целых больше. Например,

$$13,7 > 4,78919, \text{ так как } 13 > 4.$$

Если десятичные дроби имеют равное число целых, то та дробь больше, у которой число десятых больше. Например,

$$1,7 > 1,534, \text{ так как } 7 > 5.$$

В справедливости этого правила можно убедиться, если выразить дроби в одинаковых долях. Очевидно, что $1,700 > 1,534$.

Если у десятичных дробей число целых и число десятых одинаково, то та дробь больше, у которой число сотых больше.

Например,

$$0,78 > 0,75514, \text{ так как } 8 > 5 \text{ и т. д.}$$

Вывод. Из двух десятичных дробей та больше, у которой число целых больше; если целые числа равны, то та больше, у которой число десятых больше; если равны числа целых и десятых, то та больше, у которой число сотых больше, и т. д.

Десятичная дробь, у которой число целых равно нулю, является правильной дробью; если число целых в десятичной дроби не равно нулю, то дробь является неправильной.

Всякая правильная дробь меньше неправильной дроби. Например:

$$0,98 < 1,9; 2,48 > 0,7975.$$

Задание 68.

1. Какая из дробей 4,3; 1,49; 1,475 наибольшая? наименьшая?
2. Расположить в порядке возрастания числа 7,84; 6; 7,805; 7; 9; 7,843.

Упражнения.

693. Какая из дробей больше:
- 1) 14,7 или 1,472? 2) 5,43 или 5,207? 3) 0,35 или 0,357?
 - 4) 0,347 или 0,3429?
694. Записать три равные дроби с разным числом десятичных знаков.
695. Записать дроби:
- 1) нуль целых семнадцать тысячных; 2) нуль целых двенадцать сотых и 3) нуль целых триста сорок две миллионных. Какая из них наибольшая и какая наименьшая?
696. Указать значение каждого десятичного знака в дробях: 9,7; 14,01; 2,401; 0,0401; 5,40239; 0,000075.
- Расположить дроби в порядке их возрастания.
697. У двух правильных десятичных дробей числа десятых равны, а числа сотых различны; у первой дроби 5, а у второй 3 сотых. Какая из дробей больше? Привести примеры.

92) ИЗМЕНЕНИЕ ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ ПРИ ПЕРЕНОСЕ ЗАПЯТОЙ.

Перенесем в десятичной дроби 13,48 запятую вправо на один знак, получим дробь 134,8. Сравним эти дроби, а для этого представим их в таком виде:

$$13,48 = 10 + 3 + \frac{4}{10} + \frac{8}{100};$$

$$134,8 = 100 + 30 + 4 + \frac{8}{10}.$$

Так как каждое слагаемое второй суммы в 10 раз больше соответствующего слагаемого первой суммы, то число 134,8 в 10 раз больше числа 13,48 (или 13,48 в 10 раз меньше, чем 134,8). Если перенести запятую на один знак (вправо или влево), то десятичная дробь изменится (увеличится или уменьшится) в 10 раз.

Если в дроби 13,48 перенести запятую вправо на 2 знака, то получим число 1348, которое в 100 раз больше числа 13,48.

Если в дроби 13,48 перенести запятую влево на 2 знака, то получим число 0,1348, которое в 100 раз меньше числа 13,48.

Так же можно убедиться, что при переносе запятой на 3 знака влево или вправо дробь изменится (уменьшится или увеличится) в 1000 раз.

Вывод. *Если в десятичной дроби перенести запятую вправо на 1, 2, 3 и т. д. знака, то десятичная дробь увеличится в 10, 100, 1000 и т. д. раз. Если перенести запятую влево на 1, 2, 3 и т. д. знака, то десятичная дробь уменьшится в 10, 100, 1000 и т. д. раз.* Можно записать, что

$$13,48 \cdot 10 = 134,8;$$

$$13,48 : 10 = 1,348;$$

$$13,48 \cdot 100 = 1348;$$

$$13,48 : 100 = 0,1348.$$

Чтобы увеличить десятичную дробь в 10, 100, 1000 и т. д. раз, достаточно перенести запятую вправо на 1, 2, 3 и т. д. знака, а чтобы уменьшить десятичную дробь в 10, 100, 1000 и т. д. раз, достаточно перенести запятую влево на 1, 2, 3 и т. д. знака.

УМЕНЬШЕНИЕ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА В 10, 100, 1000 И Т. Д. РАЗ.

На практике часто приходится уменьшать натуральные числа в 10, 100 и т. д. раз.

Например, чтобы выразить 45 см в дециметрах, нужно 45 уменьшить в 10 раз. Для этого достаточно отделить запятой одну цифру справа и записать, что

$$45 \text{ см} = 4,5 \text{ дм.}$$

Число 4,5 в 10 раз меньше числа 45, так как $4,5 \cdot 10 = 45$. Если требуется разделить число на 100, или, иначе говоря, уменьшить его в 100 раз, то достаточно отделить запятой две цифры справа. Например, $45 \text{ см} = 0,45 \text{ м}$. Число 0,45 в 100 раз меньше 45, так как $0,45 \cdot 100 = 45$.

Отсюда можно сделать вывод: чтобы уменьшить натуральное число в 10, 100, 1000 и т. д. раз, достаточно отделить запятой справа 1, 2, 3 и т. д. цифры этого числа (вместо недостающих цифр слева приписываются нули).

Примеры.

$$152 : 10 = 15,2;$$

$$2 : 10 = 0,2;$$

$$147 : 100 = 1,47;$$

$$3 : 100 = 0,03;$$

$$7 : 1000 = 0,007;$$

$$23 : 1\,000\,000 = 0,000023.$$

Задание 69.

1. Увеличить каждую из дробей: 4,12; 4,0759 и 1,3 в 10, 100 раз; уменьшить их в 10, в 1000 раз.

2. Во сколько раз увеличится каждая из дробей: 1,03; 0,2; 0,041 и 1,40031, если отбросить запятую?

3. Выразить в рублях: 1) 27 коп.; 2) 3 коп.; 3) 12 руб. 15 коп.

Упражнения.

698. Выполнить действия:

- 1) $27,25 \cdot 10$; 5) $6,711 : 1000$; 8) $0,4 : 10$;
2) $371,01 \cdot 100$; 6) $0,173 \cdot 100$; 9) $1,02 : 1000$;
3) $17,1 : 10$; 7) $0,52 \cdot 1000$; 10) $135,7 : 1\,000\,000$.
4) $5,09 : 100$;

699. Выполнить действия:

- 1) $123 : 10$; 3) $54 \cdot 100$; 5) $8 : 1000$; 7) $1,4 : 100$;
2) $542 : 100$; 4) $893 : 1000$; 6) $73 : 10\,000$; 8) $0,02 : 1000$.

700. Выразить в метрах:

- 1) 12 см; 3) 1275 мм; 5) 1 дм 1 см; 7) 2,5 дм;
2) 135 см; 4) 145 дм; 6) 3 м 3 дм 3 см 7 мм; 8) 0,68 см.

701. Выразить в тоннах:

- 1) 2 кг; 3) 147 кг; 5) 8,4 ц;
2) 35 кг; 4) 57 356 кг; 6) 9,52 кг.

702. Выразить в гектарах:

- 1) 45 998 кв. м; 3) 3 га 4 а;
2) 2 га 347 кв. м; 4) 0,85 а.

703. Выразить в кубических метрах объем прямоугольного параллелепипеда, ребра которого равны: 1) 140 см, 2 м и 55 см; 2) 5 дм, 8 см и 1,5 дм; 3) 0,12 м, 0,5 дм и 5 см.

704. 1) Измерить с точностью до 1 мм длину, ширину и толщину линейки. Выразить в кубических сантиметрах ее объем.

Сколько кубических метров древесины пойдет на изготовление 1 млн. таких линеек (не считая отходов)?

2) Составить и решить сходную задачу об объеме канцелярской резинки

§ 97. ЗНАЧЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ В ПРАКТИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ.

Метрическая система мер составлена так, что различные единицы в 10, 100, 1000 и т. д. раз больше или меньше других. Например, 1 км в 1000 раз больше 1 м, а 1 кв. м в 1 000 000 раз меньше 1 кв. км.

Так как изменение десятичных дробей в 10, 100, 1000 и т. д. раз можно производить очень быстро, то десятичные дроби широко применяются при измерениях и вычислениях. На практике значение некоторой величины выражают обычно в каких-либо одних единицах, используя десятичные дроби. Например, не записывают, что длина равна 2 м 4 дм 8 см, а выражают эту длину в каких-либо одних единицах, например пишут, что эта длина равна 2,48 м, или 24,8 дм, или 248 см и т. д.

Десятичными дробями часто пользуются для записи больших натуральных чисел. Например, вместо 46 800 000 пишут: 46,8 млн. (число 46,8 в миллион раз меньше, чем 46 800 000).

Запись 93,7 тысяч означает число 93 700, т. е. число в 1000 раз большее 93,7.

Десятичные дроби легко сравнивать по величине; действия над ними сходны с действиями над натуральными числами, а поэтому при различных практических расчетах употребляются десятичные дроби.

Различные числовые данные в газетах и журналах, в докладах, в сводках выражаются обычно в десятичных дробях.

Задание 70.

1. В СССР в 1960 г. произведено: экскаваторов — 12,6 тыс. штук, бумаги — 2,4 млн. т, хлопчатобумажных тканей — 4,8 млрд кв м. Записать эти данные натуральными числами.

2. Записать числа 14 000 000; 15 470 000 и 700 000 в миллионах

3. Выразить: 1) 1200 г в килограммах и в тоннах;

2) 473 000 куб. м в кубических километрах.

Упражнения.

705. Числа 150 900; 48 700; 15 730; 1579 и 43 выразить в тысячах, используя десятичные дроби.

706. Выразить число 2 475 600 в тысячах и миллионах.

707. В СССР проживает более 216,1 млн. чел. Выразить это число натуральным числом.

708. В России в 1913 г. получено 4 200 000 *т* чугуна, а в СССР в 1963 г. — 58 700 000 *т*. Выразить эти числа в миллионах.

709. Основание прямоугольника 3,2 *м*, а высота 80 *см*. Вычислить его площадь в квадратных сантиметрах, а затем выразить ее в квадратных метрах.

710. Какое из чисел больше: 1) 34,2 млн. или 2479,5 тыс.? 2) 54762,3 тыс. или 54,6 млн.?

28. ОКРУГЛЕНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ И ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ.

В жизни, на практике, большие целые числа часто округляют. Например, в наших газетах ежегодно сообщаются результаты выполнения государственного плана развития народного хозяйства СССР, в этих сообщениях приводятся округленные числа. Если, например, оказалось, что все наши обувные фабрики выпустили 417 693 548 пар кожаной обуви, то это число округляют и указывают, что изготовлено 418 000 000 пар обуви. Число 417 693 548 округлили с точностью до 1 000 000.

При округлении целых чисел заменяют несколько последних цифр нулями (§ 35).

Десятичные дроби также иногда округляют.

Решим задачу: «Вычислить площадь пола помещения, если длина этого помещения равна 972 *см*, а ширина 631 *см*».

Площадь пола равна $972 \cdot 631 = 613\,332$ (*кв. см*), или 61,3332 *кв. м*. Полученное число 61,3332 округляют, так как нет смысла выражать площадь пола с такой большой точностью. Достаточно оставить только один десятичный знак, а остальные отбросить. Площадь пола следует принять равной 61,3 *кв. м*. В этом случае говорят, что число округлено с точностью до 0,1.

При округлении десятичной дроби отбрасывают один или несколько десятичных знаков, не заменяя их нулями.

Правило округления целых чисел и десятичных дробей заключается в следующем: *если первая из отбрасываемых при округлении цифр меньше 5, то последняя сохраняемая*

цифра остается без изменения; если первая из отбрасываемых цифр 5 или больше 5, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу.

В нашем примере первая (слева) отбрасываемая цифра была 3, а потому последняя сохраняемая цифра осталась без изменения.

Если надо, например, округлить дробь 4,281, оставляя только цифру десятых, то эту цифру надо увеличить на 1, так как следующая цифра 8 больше 5:

$$4,281 \approx 4,3.$$

Используя правило округления, объяснить следующие записи:

$$\begin{array}{lll} 2,341 \approx 2,3; & 2,352 \approx 2,4; & 2,371 \approx 2,4; \\ 0,103 \approx 0,10; & 0,105 \approx 0,11; & 0,107 \approx 0,11. \end{array}$$

Задание 71.

1. Округлить дроби: 4,35; 14,221; 0,78; 0,91; 0,95; 0,97 с точностью до 0,1.

2. Округлить дробь 4,80537 до 0,0001; до 0,001; до 0,01; до 0,1 и до 1 целой.

3. Население СССР, по переписи 1939 г., составляло 170 557 000 человек. Округлить это число до сотен тысяч и записать полученный результат в миллионах.

Упражнения.

711. Округлить числа: 0,479; 1,071; 2,75001; 0,385; 4,4981 до 0,1 и до 0,01.

712. Округлить число 15,4729 с точностью до 0,001 до 0,01, до 0,1 и до 1.

713. Вычислить объем куба, ребро которого равно 36 см. Результат выразить в кубических дециметрах и округлить его с точностью до 0,1 куб. дм.

714. Вычислить площадь двух прямоугольных участков, если размеры одного 1120 м × 390 м, а другого 290 м × 1200 м. Результаты вычислений выразить в гектарах и округлить до 0,1 га. Какая площадь больше?

715. Размеры бруска 423 мм × 30 мм × 72 мм. Вычислить его объем. Результат выразить в кубических дециметрах и округлить до 0,01 куб. дм.

716. Округлить 543 239 и 67 370 до сотен и записать в тысячах.

717. Построить прямоугольную диаграмму жилищного строительства в городах и поселках СССР по данным следующей таблицы:

Год	1951	1958	1961	1962
Построено жилья в млн. кв. м	27.6	71.2	80.2	80.5

Указание. Взять масштаб: 1 мм изображает 1 млн. кв. м.



СЛОЖЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ.

Запись десятичных дробей основана на десятичной системе счисления, как и запись многозначных чисел. Вследствие этого сложение десятичных дробей можно производить так же, как и сложение многозначных чисел.

Для сложения, например, 243,48 и 34,57 записывают эти числа друг под другом так, чтобы запятая была под запятой, а одинаковые разряды или доли были в одном вертикальном столбце, и производят сложение одинаковых долей и разрядов, начиная справа.

$$\begin{array}{r} 243,48 \\ + 34,57 \\ \hline 278,05 \end{array}$$

При вычислении суммы рассуждают так: 8 сотых да 7 сотых дают 15 сотых, но 15 сотых (0.15) содержат 1 десятую и 5 сотых. Записываем под сотыми цифру 5, а 1 десятую будем складывать с десятыми долями; 4 + 5 + 1 десятых дают 10 десятых, т. е. 1 единицу, запишем под десятыми цифру 0, а 1 единицу будем складывать с единицами; 3 + 4 + 1 дадут 8 единиц, а потому на месте единиц пишем цифру 8 и ставим запятую.

Затем складываем единицы следующих разрядов, как при сложении многозначных чисел.

Примеры.

$$\begin{array}{r} 9,7 \\ + 12 \\ \hline 0,789 \\ \hline 22,489 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,7291 \\ + 0,73 \\ \hline 0,909 \\ \hline 2,3681 \end{array}$$

Чтобы сложить несколько десятичных дробей, подписывают слагаемые так, чтобы одинаковые доли и разряды были подписаны друг под другом, а затем производят сложение, начиная с более мелких долей, т. е. справа налево.

При сложении десятичных дробей применяются известные нам законы сложения.

Пример. Вычислить устно сумму: $3,6 + 4,7 + 0,4$. При вычислении следует сначала найти сумму $3,6 + 0,4$, она равна 4, а затем к 4 прибавить 4,7, получим 8,7.

При устных вычислениях не следует забывать, что надо складывать целые с целыми, а доли с одинаковыми долями.

Задание 72.

1. Вычислить сумму чисел: 14,3; 2,69; 0,375.
2. Сумму чисел 4,2787 и 146,981 увеличить на 1,4533.
3. Вычислить устно: 1) $3,7 + 2 + 0,3$; 2) $4,99 + 0,11$; 3) $7,1 + 8,3 + 10,7$; 4) $0,7 + 0,03$; 5) $0,25 + 0,5$.

Упражнения.

718. Вычислить:

- 1) $4,35 + 11,4$;
- 2) $0,729 + 0,21 + 57$;
- 3) $2,0009 + 13,0071 + 13,4$;
- 4) $23,073 + 52,38 + 0,7576$;
- 5) $0,0028 + 1,52 + 3,4772$;
- 6) $7,3 + 7,32 + 7,322 + 7,3223$.

719. Вычислить:

- 1) $12,4 + 13,41 + 0,99$;
- 2) $0,921 + 0,39 + 7,009 + 14,3$;
- 3) $5,000201 + 0,799999 + 4$;
- 4) $105,73 + 203,3 + 72,508$

720. Найти сумму:

- 1) 6,33 руб. + 32,1 руб. + 149,27 руб.;
- 2) 152,09 руб. + 4954,48 руб. + 850,8 руб.;
- 3) $2,4 \text{ т} + 43,1 \text{ кг} + 5,7 \text{ т} + 79,9 \text{ кг}$. Ответ дать в тоннах.
- 4) $2,3 \text{ га} + 437 \text{ 200 кв. м} + 3,1 \text{ а}$. Ответ выразить в гектарах.

721. Записать в дециметрах 76,8 см; 50 см; 7,9 см; 113,7 см и вычислить сумму получившихся чисел.

722. Записать в гектолитрах 37 л; 57,2 л; 2,8 л и 375 л.
Вычислить сумму получившихся чисел.

723. Вычислить сумму чисел:

1) 13,45; 1,409; 2,31; 2) 10,97; 5,4; 0,908.

Какая из них больше?

724. Вычислить сумму чисел:

1) 3,045792; 4,99876; 0,76; 2) 4,27; 3,909765; 0,0471.

725. Увеличить сумму $9,4 + 0,795$ на 0,775.

726. Вычислить устно:

1) $1,7 + 5 + 0,3 + 0,04$; 3) $0,75 + 4,3 + 0,25$.

2) $12,1 + 12,55 + 12,45$;

727. Вычислить устно:

1) $0,36 + 12,1 + 0,64$; 3) $13 + 3,49 + 4 + 1,51$.

2) $5,7 + 5,1 + 5,2$;

728. Высота прямоугольника 13,78 м, а основание на 2,73 м больше. Вычислить сумму всех его сторон (периметр прямоугольника).

729. В России в 1913 г. было добыто каменного угля 29,1 млн. т, в СССР в 1958 г. на 466,9 млн. т больше, а в 1960 г. на 17 млн. т больше, чем в 1958 г. Сколько было добыто каменного угля в СССР в 1960 г.?

730. Из двух пунктов навстречу друг другу движутся автомобили: один со скоростью 57,8 км в час, другой — 43,7 км в час. На сколько уменьшится расстояние между ними через час? Чему равно расстояние между пунктами, если автомобили встретились через два часа?

731. Один кусок рельса весит 42,3 кг, другой на 6,12 кг больше, а третий на 10,48 кг больше, чем второй. Чему равен вес всех трех кусков?

732. Сложить с помощью счетов:

1) $15,7 + 13,2$;

6) $5,854 + 12,78$;

2) $25,9 + 20,3$;

7) $29,5 + 42,54 + 6,8$;

3) $8,52 + 5,96$;

8) $6,803 + 12,84 + 9,8$;

4) $4,73 + 9,88$;

9) $25,75 + 83,7 + 92,46$;

5) $46,758 + 53,705$;

10) $341,5 + 6,02 + 89,028$.

§ 100. ВЫЧИТАНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ.

Вычитание десятичных дробей производится так же, как и вычитание целых чисел. Для вычитания разности дробей, например 384,07 и 23,49, их следует подписать так же, как и при сложении десятичных дробей, а затем производить вычитание, начиная с самых мелких долей:

$$\begin{array}{r} 384,07 \\ - 23,49 \\ \hline 360,58 \end{array}$$

От 7 сотых нельзя отнять 9 сотых, надо взять одну десятую долю, но число десятых в уменьшаемом равно нулю, а поэтому возьмем одну единицу и выразим ее в десятых долях, всего будет 10 десятых. Возьмем одну десятую и выразим ее в сотых долях, будет 10 сотых, да еще есть в уменьшаемом 7 сотых, всего будет 17 сотых. От 17 сотых отнимем 9 сотых получим 8 сотых, цифру 8 запишем на месте сотых. От 10 десятых осталось 9 десятых, а потому от 9 десятых отнимаем 4 десятых. Получится 5 десятых, запишем цифру 5 под десятичными долями. Теперь надо от 3 единиц отнять 3 единицы, получим 0 единиц, пишем 0 и ставим после него запятую. После этого вычитаем единицы следующих разрядов, как при вычитании многозначных чисел.

Чтобы из одной десятичной дроби вычесть другую десятичную дробь, следует вычитаемое подписать под уменьшаемым так, чтобы одинаковые разряды и доли были подписаны друг под другом, а затем вычитать одинаковые доли и разряды, начиная справа.

Примеры.

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 0,745 \\ \hline 12,255 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,87 \\ - 0,8205 \\ \hline 0,0495 \end{array}$$

Задание 73.

1. На сколько 15 больше, чем 12,48?
2. Сумма двух чисел 11,4, одно из них 1,989. Вычислить другое.

3. Решить уравнения:

1) $12,3 + x = 100,7$; 2) $y - 3,04 = 5,975$; 3) $18 - x = 4,475$.

Упражнения.

733. Какое из чисел больше и на сколько:

- | | |
|--------------------|----------------------|
| 1) 12,57 или 3,9? | 4) 18,405 или 9,97? |
| 2) 4,58 или 4,607? | 5) 8,4001 или 5,987? |
| 3) 15 или 15,475? | |

734. Какое из чисел меньше и на сколько:

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 1) 86,15 или 63,97? | 4) 806,47 или 677,98? |
| 2) 133,4 или 133,29? | 5) 83,307 или 101,5? |
| 3) 16 или 15,907? | |

735. Вычислить разности и проверить вычитание с помощью сложения:

- | | |
|-----------------------|----------------------------|
| 1) $13,4 - 0,791$; | 4) $16 - 13,792$; |
| 2) $15,67 - 4,9$; | 5) $1,000001 - 0,859677$; |
| 3) $17,05 - 16,981$; | 6) $20,01 - 3,7924$. |

736. Вычислить:

- 1) $7,824 - 2,53 - 3,9$;
- 2) $0,8957 - 0,659 + 0,0281$;
- 3) $1,357 + 2,753 + 16,5 - 4,95$;
- 4) $18,98 - 17,99 + 13 - 0,77$;
- 5) $45,78 - 3,395 - (16 - 4,275)$;
- 6) $2 - 0,876 - (1 - 0,293) + 1,901$.

737. Решить уравнения:

- | | |
|--------------------------|---------------------------------|
| 1) $x + 13,7 = 14,89$; | 4) $30,9 - y = 15,09$; |
| 2) $17,58 + x = 26,99$; | 5) $x - (12,7 - 1,9) = 15,3$; |
| 3) $y - 20,9 = 8,97$; | 6) $(12,4 - 1,19) - x = 3,78$. |

738. Вычислить:

- 1) $202,48 - (0,09 + 1,23) - (101,3 - 0,409)$;
- 2) $(13 - 0,48) - (10,9 - 8,08) - (0,87 - 0,395)$;
- 3) $5,6 - (0,998 + 0,002) - (1,7 - 1,605)$;
- 4) $14 - 3,7 - 4,07 - 0,9072$.

739. Сумма двух чисел равна 13,405, одно слагаемое равно 9,8955. Вычислить другое слагаемое.

740. Общий вес ящика со 100 болтами (вес брутто) составляет 40,82 кг; вес ящика равен 2,85 кг. Найти вес каждого болта.

741. Железная полоса весом 17,90 кг при обработке потеряла 0,1 своего веса. Сколько она весила после обработки?

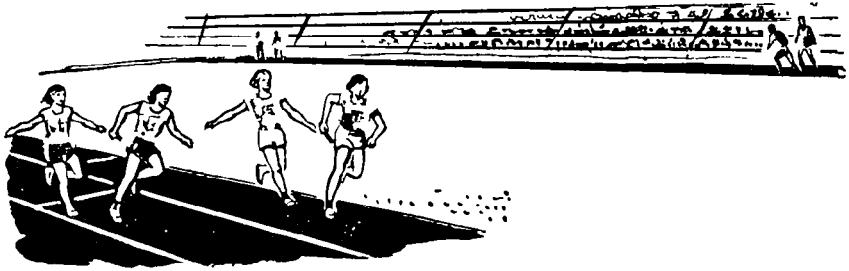


Рис 89.

742. 1) Уменьшаемое равно 124,4, вычитаемое в 100 раз меньше. Найти разность.

2) Вычитаемое равно 0,9785, уменьшаемое в 100 раз больше. Найти разность.

743. Первое слагаемое равно 125, второе в 10 раз, а третье в 1000 раз меньше первого. Найти их сумму.

744. 1) В эстафете по бегу 4×100 м (рис. 89) первый участок пути пройден за 11,8 сек., второй за 11,6 сек., третий за 12,3 сек., а четвертый за 11,5 сек. Какое время показала команда?

2) Составить похожую задачу, используя данные школьных соревнований по бегу.

745. Основание прямоугольника 132,4 м, высота на 51,7 м меньше. Вычислить периметр (сумму всех сторон) прямоугольника.

746. В кладовой было 37,275 т зерна. Выдано 19,378 т, а принято 42,572 т. Сколько зерна стало в кладовой?

747. Из суммы чисел 12,079 и 3,791 вычесть их разность.

748. Проверить правильность результата:

1) $13,4 + 3,84 + 0,765 = 17,905$;

2) $12,7 - 3,98 - 4,098 = 4,022$;

3) $12,7 + 3,95 - 16,45 = 0,2$;

4) $0,563 - 0,4987 + 0,9357 = 1$.

Если результаты не верны, то найти правильный результат.

749. Вычислить с помощью счетов:

1) $48,87 - 25,32$;

6) $112,4 - 68,49$;

2) $10,89 - 9,5$;

7) $84,92 - 35,4 - 21,32$;

3) $2,481 - 1,23$;

8) $208,4 - 79,83 - 69,562$;

4) $72,34 - 58,41$;

9) $34,5 - 27,88 + 16,75 - 3,57$;

5) $5,24 - 2,792$;

10) $4,835 + 0,77 - 0,983 - 3,64$.

750. Уменьшаемое увеличили на 4,82, а вычитаемое уменьшили на 5,3. Как изменилась разность?

751. Каждое из трех слагаемых увеличили на 12,05, а последнее, четвертое слагаемое уменьшили на 5,75. Как изменилась сумма?

752. При вычитании числа 2,494 вместо цифры 9 написали цифру 0. На сколько изменилась разность?

753. Вычислить сумму: $13,7981 + 4,9101 + 10,86$. Округлить каждое из слагаемых до 0,1 и вычислить их сумму. Какая из сумм больше и на сколько?

754. В сыром виде один кирпич весит 4,5 кг, после сушки его вес уменьшился на 0,8 кг, а после обжига он теряет в весе на 0,6 кг меньше, чем при сушке. Сколько весит 1000 кирпичей после обжига?

755. Площадь первого участка равна 202,6 га, площадь второго на 39,9 га больше площади первого, а площадь третьего на 70,8 га меньше суммы площадей первых участков. Чему равна площадь всех трех участков?

756. Скорость течения реки 3,24 км в час, а скорость лодки в стоячей воде 8,3 км в час. С какой скоростью будет двигаться лодка по течению и против течения?

757. Контрольное задание.

1) Вычислить сумму чисел: 1,29; 12,3 и 0,781. Уменьшить первое слагаемое в 10 раз, второе — в 100 раз, а третье слагаемое увеличить в 100 раз. Вычислить сумму полученных чисел. Какая из этих сумм больше и на сколько?

2) Площадь Москвы (без лесопарковой зоны) равна 87,5 тыс. га. Площадь Нью-Йорка на 5,9 тыс. га меньше площади Москвы. Площадь Лондона на 51,3 тыс. га меньше площади Нью-Йорка. Чему равны площади Лондона и Нью-Йорка?

3) Вычислить: $21,3 м - (4,31 м + 9,67 м)$.

Результат округлить до 0,1 м.



101 УМНОЖЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ.

Вычислим произведение дробей 4,32 и 2,7. Если их выразить обыкновенными дробями, то можно записать:

$$4,34 \cdot 2,7 = \frac{434}{100} \cdot \frac{27}{10} = \frac{434 \cdot 27}{1000}.$$

Произведение $434 \cdot 27$ можно вычислить, если умножить 4,34 на 2,7, не обращая внимания на запятые (мысленно отбросить запятые); это произведение равно 11718. Для деления его на 1000 достаточно отделить запятой 3 цифры справа.

Действие умножения записывают так:

$$\begin{array}{r} \times 4,34 \\ 2,7 \\ \hline 3038 \\ 868 \\ \hline 11,718 \end{array}$$

Легко заметить, что запятой отделяется столько десятичных знаков, сколько их в том и другом сомножителях вместе.

Примеры. $43,4 \cdot 2,7 = 117,18$;
 $0,434 \cdot 0,27 = 0,11718$;
 $0,434 \cdot 0,027 = 0,011718$.

Чтобы умножить десятичные дроби, следует, не обращая внимания на запяты, умножить их как натуральные числа и в произведении отделить запятой столько десятичных знаков, сколько их в том и другом сомножителе вместе.

Этим же правилом пользуются и при вычислении произведения натурального числа и десятичной дроби.

Примеры.

$$\begin{array}{r} \times 0,38 \\ 14 \\ \hline 152 \\ 38 \\ \hline 5,32 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 4,22 \\ 0,35 \\ \hline 2110 \\ 1266 \\ \hline 1,4770 = 1,477 \end{array}$$

При умножении десятичных дробей применяют законы умножения. Если, например, надо умножить 0,021 на 14,35, то при письменном вычислении следует применить переместительный закон и записать так:

$$\begin{array}{r} \times 14,35 \\ 0,021 \\ \hline 1435 \\ 2870 \\ \hline 0,30135 \end{array}$$

Задание 74.

1. Вычислить произведения:

- 1) $0,7 \cdot 2,45$; 3) $1,3 \cdot 10,5 \cdot 12$; 5) $12 \cdot 0,75 \cdot 3$.
2) $0,09 \cdot 13,4$; 4) $0,026 \cdot 0,0455$;

2. Вычислить площадь прямоугольника, если его стороны приблизительно равны 4,21 м и 2,35 м. Результат округлить до 0,1 кв. м.

3. Как перемножить десятичные дроби?

Упражнения.

758. Вычислить:

- | | | | |
|-----------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|
| 1) $12 \cdot 0,56$; | 4) $4,3 \cdot 0,07$; | 7) $3,5 \cdot 0,41$; | 10) $9,78 \cdot 0,45$; |
| 2) $16 \cdot 0,75$; | 5) $1,55 \cdot 1,48$; | 8) $5 \cdot 3,24$; | 11) $0,45 \cdot 0,78$; |
| 3) $0,025 \cdot 14$; | 6) $0,6 \cdot 0,058$; | 9) $12,8 \cdot 0,41$; | 12) $0,025 \cdot 0,8$. |

759. Найти:

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1) 0,6 от 2,5; | 6) 2,7 от 2,7; |
| 2) 0,24 от 0,6; | 7) 0,1 от 2,38; |
| 3) 0,288 от 0,15; | 8) 0,001 от 1002; |
| 4) 0,102 от 6,05; | 9) 1,0001 от 1; |
| 5) 1,2 от 0,2; | 10) 2,03 от 0. |

760. Вычислить устно:

- | | | | |
|----------------------|------------------------|----------------------|------------------------|
| 1) $2,4 \cdot 3$; | 4) $7 \cdot 0,5$; | 7) $5,17 \cdot 1$; | 10) $0,4 \cdot 15$; |
| 2) $3,2 \cdot 5$; | 5) $8 \cdot 0,04$; | 8) $0,27 \cdot 0$; | 11) $16 \cdot 0,05$; |
| 3) $0,1 \cdot 0,5$; | 6) $0,9 \cdot 0,001$; | 9) $0,4 \cdot 0,7$; | 12) $1,25 \cdot 0,4$. |

761. Вычислить объем куба, если его ребро равно 0,8 дм. Результат округлить до 0,01 куб. дм.

762. Основание прямоугольника равно 0,361 м, высота 0,027 м. Вычислить его площадь. Результат вычисления округлить до 0,0001 кв. м и выразить в квадратных дециметрах.

763. Вычислить:

- $10,04 \cdot 20 + 6,3 \cdot 4,9$;
- $4,5 \cdot 0,8 - 0,09 \cdot 7,2$;
- $12 - (7,24 - 3,84) \cdot 0,027$;
- $19,5 + 13,5 \cdot (1 - 0,24)$;
- $0,759 + (2,3 + 0,79) \cdot 0,06$;
- $5,8 \cdot 2,7 - (7,1 - 6,982) \cdot 3,5$;
- $82 \cdot 0,15 + 120 \cdot 0,025$;
- $(4,5 \cdot 24 - 120 \cdot 0,05) \cdot 12,5$;
- $7,8 \cdot (5,4 \cdot 1,5 - 12,5 \cdot 0,04) + 12,6$;
- $20,5 - 0,25 \cdot (16,4 - 12,25)$.

764. Каждый метр проволоки при нагревании на 1° удлиняется на 0,000017 м (рис. 90). Проволока имеет длину 450 м. На сколько увеличится ее длина, если проволока нагреется на 38° ?

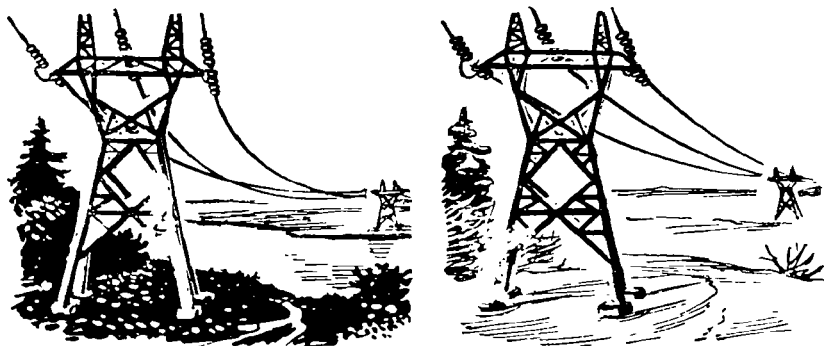


Рис. 90.

765. Звук распространяется в воздухе со скоростью $0,33 \text{ км}$ в сек. На каком расстоянии произошел электрический разряд (молния), если после вспышки звук был услышан через 28 сек. ? (Ответ округлить до $0,1 \text{ км.}$)

766. Вычислить произведение суммы чисел $3,48$ и $0,5$ на их разность.

767. Из двух станций навстречу друг другу вышли два поезда: один со скоростью $49,6 \text{ км}$ в час, а другой со скоростью $58,7 \text{ км}$ в час. Они встретились через $1,8$ часа. Найти расстояние между станциями. (Ответ округлить с точностью до 1 км.)

768. Из 250 га земли $0,62$ этой площади засеяны кукурузой, а $0,24$ пшеницей. Остальная часть засеяна гречихой. Сколько гектаров занято каждой культурой?

769. 1) Даны числа: $12,9$; $0,87$; $4,3$ и $0,59$. Вычислить сумму произведений первых двух чисел и последних двух чисел.

2) Даны числа: $7,58$; $0,944$; $0,65$; $2,35$.

Вычислить разность произведений первого числа на третье и второго на четвертое.

770. Вес бумаги составляет $0,2$ веса древесины, из которой вырабатывают бумагу. Сколько бумаги получится из 25 куб. м древесины, если 1 куб. м ее весит $0,62 \text{ т}$?

771. Из килограмма молока получается до $0,15 \text{ кг}$ сливок, а из 1 кг сливок — $0,3 \text{ кг}$ сливочного масла. Сколько масла получится из 27 ц молока?

772. 1) На окраску 1 кв. м пола расходуется около $0,3 \text{ кг}$ краски. Стоимость 1 кг краски равна $1,42 \text{ руб.}$ Подсчитать количество краски и ее стоимость для покраски пола в двух комнатах, размеры которых $10,8 \text{ м} \times 8,9 \text{ м}$ и $9,5 \text{ м} \times 6,7 \text{ м}$.

2) Составить такой же расчет для классной комнаты.

§ 104 ДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА И ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ НА НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО.

1. Вычислим частное $51,34 : 34$.

$\begin{array}{r} 51,34 \\ \underline{173} \\ 170 \\ \underline{34} \\ 34 \\ \underline{0} \end{array}$	$\begin{array}{r} 34 \\ \underline{1,51} \end{array}$	При делении 51 на 34 получаем в частном 1 и в остатке 17. Пишем в частном 1 и ставим запятую. Выразим 17 единиц в десятых долях, получим 170 десятых. В делимом есть еще 3 десятых, всего имеется 173 десятых. Делим их на 34, получаем в частном 5 десятых. Выражаем 3 десятых в сотых, получаем 30 сотых, в делимом есть еще 4 сотых, всего будет 34 сотых. Разделив 34 сотых на 34, получим в частном 1 сотую и в остатке нуль.
---	---	--

Следовательно: $17,34 : 34 = 0,51$.

2. Вычислим частное $0,06 : 15$.

$\begin{array}{r} 0,06 \\ \underline{60} \\ 60 \\ \underline{0} \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \\ \underline{0,004} \end{array}$	При делении нуля целых на 15 получаем в частном нуль целых, после нуля ставим запятую. Разделив нуль десятых на 15, получим в частном нуль десятых. Так как число сотых (6) меньше, чем 15, то в частном пишем на месте сотых 0. Выразим 6 сотых в тысячных долях; при делении 60 тысячных на 15 получим 4 тысячных.
--	--	--

Итак: $0,06 : 15 = 0,004$.

Деление десятичной дроби на натуральное число выполняется так же, как и деление натуральных чисел. При этом остатки выражаем в десятых, сотых и т. д. долях, пока в остатке не получим нуль. Таким же приемом пользуются и для выражения частного двух натуральных чисел десятичной дробью.

Пример. Выразить частное $13 : 8$ десятичной дробью:

$\begin{array}{r} 13 \\ \underline{8} \\ 50 \\ \underline{48} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ \underline{1,625} \end{array}$	$13 : 8 = 1,625$.
---	---	--------------------

Выполняя деление, надо внимательно следить за процессом деления и поставить в частном запятую в тот момент, когда закончено деление целой части делимого.

Задание 75.

1. Вычислить частное:

1) $34 : 25$; 2) $2,45 : 35$; 3) $1758,96 : 56$.

2. Вычислить неизвестное число, обозначенное буквой:

1) $0,135 : x = 27$; 2) $402,93 : y = 99$.

Упражнения.

773. Вычислить:

1) $17,385 : 5$; 3) $18 : 8$; 5) $181,8 : 12$; 7) $1,0248 : 60$;
2) $7,884 : 4$; 4) $7 : 50$; 6) $30 : 16$; 8) $0,121 : 25$;
9) $0,01 : 125$.

774. Вычислить:

1) $1 : 200$; 3) $63,14 : 205$; 5) $7 : 350$; 7) $154,33 : 305$;
2) $31,35 : 15$; 4) $0,49 : 35$; 6) $168,012 : 12$; 8) $0,126 : 18$.

775. Решить уравнения:

1) $x : 70 = 1,65$; 3) $y \cdot 72 = 29,16$;
2) $0,78 : x = 8$; 4) $500 \cdot x = 32,7$.

776. Вычислить:

1) $(3,4 \cdot 2,5 + 3,7 : 2) : 30$;
2) $\frac{4,7 - 2,5 \cdot 0,4}{25}$;
3) $(3,8 + 4,7 - 8,25) : (0,5 \cdot 50)$;
4) $(4,9 + 3,9) : (4,9 - 3,9) \cdot 1,5$.

777. Вес 1 погонного метра рельса типа Р65 равен 64,93 кг. Длина рельса 12,5 м. Сколько весят 15 рельсов? Результат округлить до 0,1 т.

778. Вычислить устно:

1) $1 : 4$; 5) $7,2 : 2$; 8) $4,8 : 4$;
2) $5 : 4$; 6) $12,3 : 3$; 9) $12,5 : 5$;
3) $3 : 4$; 7) $1 : 25$; 10) $10,01 : 10$.
4) $3 : 2$;

779. При пахоте план выработки на один трактор был установлен в 475,3 га. 40 тракторов вспахали 18709 га. Сколько в среднем осталось вспахать каждому трактору?

780. Прямоугольная пластинка должна иметь площадь 388,8 кв. мм, а длину 54 мм. Чему должна быть равна ее ширина?

781. Один мальчик пробежал 75 м за 12 сек., а другой 100,8 м за 16 сек. У какого из мальчиков скорость (за 1 сек.) была больше и на сколько?

782. 14 л керосину весят 11,2 кг, а 12 л бензину 8,52 кг. На сколько 1 л бензину легче, чем 1 л керосину?



103 ДЕЛЕНИЕ НА ДЕСЯТИЧНУЮ ДРОБЬ.

Деление на десятичную дробь можно заменить делением на натуральное число, используя свойство частного: если делимое и делитель увеличить в одинаковое число раз, то частное не изменится.

Разделим, например, 15,368 на 3,4. Отбросив запятую в делителе, мы увеличим его в 10 раз; чтобы частное не изменилось, увеличим и делимое в 10 раз, для чего перенесем в нем запятую вправо на один знак.

Отсюда следует, что

$$15,368 : 3,4 = 153,68 : 34.$$

Находим теперь частное от деления десятичной дроби 153,68 на натуральное число 34. Это частное равно 4,52, следовательно,

$$15,368 : 3,4 = 4,52.$$

Действие записывают так:

$$15,368 : 3,4 = 153,68 : 34;$$

153,68	34
136	4,52
176	
170	
68	
68	
0	

Если деление можно выполнить устно, то запись упрощается:

$$4,2 : 0,05 = 420 : 5 = 84 \text{ или } 5 : 0,2 = 50 : 2 = 25.$$

Чтобы разделить натуральное число или десятичную дробь на десятичную дробь, следует: 1) *отбросить в делителе запятую и увеличить делимое во столько раз, во*

сколько раз увеличился делитель; 2) разделить новое делимое на натуральное число, полученное после отбрасывания запятой в делителе.

Задание 76.

1. Найти частные:

1) $26,39 : 6,5$; 2) $1,08 : 15$; 3) $0,3333 : 5,5$.

2. Объяснить, когда при делении десятичной дроби на натуральное число надо поставить запятую в частном?

3. К какому случаю деления сводится деление на десятичную дробь?

Упражнения.

783. Вычислить устно:

1) $25 : 0,2$; 4) $12,4 : 0,4$; 7) $0,8 : 0,04$;
2) $1,4 : 0,7$; 5) $0,72 : 0,2$; 8) $0,15 : 0,3$.
3) $15 : 0,03$; 6) $0,4 : 0,5$;

784. Найти частное:

1) $40,86 : 4,5$; 8) $30,0675 : 7,5$; 15) $0,6039 : 5,49$;
2) $68,288 : 9,7$; 9) $0,00338 : 0,13$; 16) $45 : 0,36$;
3) $0,63 : 1,75$; 10) $23,958 : 4,5$; 17) $20,88 : 1,8$;
4) $108 : 1,35$; 11) $16,74 : 3,72$; 18) $0,00784 : 0,35$;
5) $259,7 : 0,35$; 12) $19 : 9,5$; 19) $85 : 0,00017$;
6) $6549 : 92,5$; 13) $6,8547 : 2,19$; 20) $3318 : 0,0000158$.
7) $4,96335 : 8,15$; 14) $3,7 : 0,8$;

785. Вычислить и выполнить проверку результата:

1) $28,52 : 0,084$; 3) $5,9827 : 20,63$;
2) $0,02091 : 2,05$; 4) $37,5004 : 1,25$.

786. а) Найти число, 0,65 которого составляют:

1) 1,3; 2) 0,195; 3) 26; 4) 3,25; 5) 0,0585.

б) Найти число, если 2,8 составляют:

1) 0,7 этого числа; 4) 0,056 этого числа;
2) 1,4 этого числа; 5) 1,75 этого числа.
3) 0,35 этого числа;

787. Вычислить;

1) $18 - 5,348 - 11,3022 : 1,35$;
2) $[(20,3 - 2,0809) - (15 - 8,3079)] : (6,2857 - 3,9803)$;

- 3) $\frac{5,48 + 8,02}{(7,97 + 8,77) : 3,72}$;
- 4) $(9,5 : 19 + 1,9 : 0,95) \cdot 3,4$;
- 5) $(0,2028 : 0,24 - 0,23 \cdot 1,5) \cdot (4,05 - 13,1625 : 4,05)$;
- 6) $(1,08 : 1,5 + 6,3 : 0,28) : (4,2 - 3,4 - 28,39 \cdot 0,02)$;
- 7) $[5,2 + 3,14 : (8,7 - 2,42)] : [7,86 - 0,26 \cdot (1,38 + 28,12)]$;
- 8) $10,003 : 0,5 : 0,02 : 3,5$.

788. Сумму чисел 3,42 и 7,58 разделить на разность чисел 1,736 и 1,714.

789. Произведение чисел 3,72 и 0,5 разделить на 0,15.

790. Найти произведение частных $14,7 : 4,2$ и $0,1505 : 4,3$.

791. Вычислить сумму частных $138 : 0,15$ и $3,55 : 17,75$.

792. Сколько раз содержится 0,84 м в 168 м ?

793. За какое время поезд, делающий по 208,8 км в каждые 3,6 часа, пройдет путь 4,93 км?

794. Во сколько раз 0,9 больше, чем 0,25?

795. Сумма двух чисел равна 5,48, а их разность 4,3. Найти эти числа.

796. Одно из чисел в 2,4 раза больше другого. Найти эти числа, если их сумма равна 3,502.

797. Одно число на 2,4 больше другого. Найти эти числа, если их сумма равна 42,76.

798. Одно из чисел в 5,3 раза больше второго. Найти эти числа, если их разность равна 0,043.

799. Решить уравнения :

1) $0,6x - (3,4 + 2 \cdot 0,3) = 3,5$;

2) $\frac{x}{5 \cdot 0,3 + 0,14 : 3,5} = 0,045$;

3) $\frac{48,9 - 12,7}{x} = 0,4$;

4) $\frac{5 - 0,59}{1,4x} = 2,5$.

800. Вычислить уменьшаемое, если разность равна частному $0,21 : 5$, а вычитаемое равно произведению $2,04 \cdot 0,15$.

801. Длина комнаты равна 6,3 м, ширина 5,25 м, а объем 79,38 куб. м. Чему равна высота комнаты?

802. На 1 га высевают 0,15 ц семян подсолнечника. Поле имеет длину 840 м. На какую ширину это поле можно засеять, если имеется 945 кг подсолнечника?

803. Длина окружности равна 16,328 *дм*, а ее диаметр 5,2 *дм*. Во сколько раз длина окружности больше ее диаметра?

804. За два дня для школы привезли 18,6 *т* угля, причем во второй день привезли на 3,4 *т* меньше, чем в первый. Сколько угля привезли в каждый из дней?

805. С двух огородов собрали 26,36 *ц* картофеля. С первого огорода собрали на 1,72 *ц* больше, чем со второго. Площадь первого огорода 7,8 *а*, второго 5,6 *а*. Сколько в среднем собирали с 1 *а* на каждом из огородов?

806. В двух ящиках 30,24 *кг* гвоздей; вес гвоздей в первом ящике в 2,6 раза больше, чем во втором. Найти вес гвоздей в каждом ящике.

807. Вес вяленой рыбы составляет 0,55 веса свежей рыбы. Сколько вяленой рыбы получится из 42,4 *ц* свежей? Сколько нужно взять свежей рыбы, чтобы получить 121 *ц* вяленой?

808. Автобус за первый час прошел 0,2 всего пути, за второй час 0,75 того, что он прошел в первый час. За эти два часа автобус прошел 70 *км*. Найти весь путь, который должен пройти автобус.

104. ПРИБЛИЖЕННОЕ ЧАСТНОЕ.

При делении десятичных дробей и натуральных чисел очень часто частное выражается десятичной дробью с большим числом десятичных знаков, например:

$$214,7 : 320 = 0,6709375 .$$

Нередко в частном без конца повторяется одна цифра или несколько цифр, например:

$$1 : 3 = 0,3333 \dots ; \quad 4 : 11 = 0,3636 \dots$$

Многоточие в этой записи указывает на то, что без конца повторяется в первом частном цифра 3, а во втором — две цифры: 3 и 6.

Если частное содержит много десятичных знаков или они повторяются без конца, то частное обычно выражают приближенным числом.

Если при делении 214,7 на 320 ограничиться вычислением только десятых долей, то говорят, что частное вычислено с точностью до 0,1. В этом случае записывают так:

$$214,7 : 320 \approx 0,6 .$$

Можно вычислить частное более точно, найти не только десятые, но и сотые доли. В таком случае говорят, что частное вычислено с точностью до 0,01. Записывают так:

$$214,7 : 320 \approx 0,67.$$

Можно еще более точно вычислить частное, с точностью до 0,001, и записать:

$$214,7 : 320 \approx 0,670.$$

Можно выразить частное с точностью до 0,0001 и т. д.

Написанные здесь приближенные частные называются **приближенными значениями с недостатком**, так как они меньше точного частного, которое равно 0,6709375.

Если увеличить на единицу последнюю цифру (справа) у приближенного частного с недостатком, то получим **приближенное значение частного с избытком**. Для частного $214,7 : 320$ значения с избытком будут равны: 0,7; 0,68; 0,671 и т. д. Эти значения больше точного частного, равного 0,6709375.

Чтобы выразить частное с точностью до 0,1; 0,01; 0,001 и т. д., достаточно записать в частном столько десятичных знаков, сколько их имеется в числе, выражающем точность.

Примеры. Частное $1 : 3 = 0,333 \dots$ приближенно выражается так:

- 0,3 или 0,4 с точностью до 0,1;
- 0,33 или 0,34 с точностью до 0,01;
- 0,333 или 0,334 с точностью до 0,001 и т. д.

Частное $1077,253 : 250 = 4,309012$ приближенно выражается так:

- 4,3 или 4,4 с точностью до 0,1;
- 4,30 или 4,31 с точностью до 0,01;
- 4,309 или 4,310 с точностью до 0,001;
- 4,3090 или 4,3091 с точностью до 0,0001 и т. д.

Обычно из двух приближенных значений частного берут то, которое меньше отличается от точного частного. Для этого можно пользоваться правилом округления: если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то берут значение с недостатком, а если она 5 или больше 5, то берут значение с избытком.

Например, в последнем примере следует взять такие приближенные значения частного:

- 1) 4,3 (с точностью до 0,1);
- 2) 4,31 (с точностью до 0,01);

- 3) 4,309 (с точностью до 0,001);
4) 4,3090 (с точностью до 0,0001) и т. д.

Замечание. На практике не всегда пользуются этим правилом.

Задача. Сколько рейсов должна сделать пятитонная автомашина, чтобы перевезти 32 т картофеля?

Решение. Частное $\frac{32}{5}$ равно 6,4. Если это число округлить с недостатком согласно правилу, то 2 т картофеля останутся неперевазанными. Следовательно, 6,4 нужно округлить по избытку, т. е. машина должна сделать 7 рейсов.

Задание 77.

1. Измерить толщину учебника арифметики (без переплета) в миллиметрах и вычислить с точностью до 0,01 мм толщину листа бумаги в этом учебнике.

2. На расстоянии 150 м пешеход в среднем делает 223 шага. Какова длина шага (в метрах)? Вычисление выполнить с точностью до 0,01 м.

3. Найти приближенные значения частного 3 : 11 с точностью до 0,1; до 0,01; до 0,001.

Упражнения.

809. Вычислить с точностью до 0,01 приближенное значение частного с недостатком и с избытком:

- 1) 13 : 7; 4) 18 : 0,57; 7) 0,5 : 2,9; 9) 1301 : 909;
2) 12 : 11; 5) 0,72 : 0,127; 8) 247 : 345; 10) 1 : 0,7.
3) 15,7 : 30,25; 6) 4,3 : 4,1;

810. Вычислить среднее арифметическое чисел:

- 1) 12,3; 14,8 и 9,45 с точностью до 0,1;
2) 1,372; 1,27; 0,98; 1,39 и 0,981 с точностью до 0,01.

811. С 234 га собрали 736 т зерна кукурузы. Какова урожайность с 1 га (с точностью до 0,01 т)?

812. Средняя плотность населения СССР 10,1 чел. на 1 кв. км. В СССР проживает около 226 млн. человек. Какова территория СССР? (Ответ достаточно выразить с точностью до 1 млн. квадратных километров.)

813. В нижеследующих упражнениях частные вычислить с точностью до 0,1:

- 1) 2,3 : 0,71 + 3 : 17 + 0,5 · 43;

Можно вычислить частное более точно, найти не только десятые, но и сотые доли. В таком случае говорят, что частное вычислено с точностью до 0,01. Записывают так:

$$214,7 : 320 \approx 0,67.$$

Можно еще более точно вычислить частное, с точностью до 0,001, и записать:

$$214,7 : 320 \approx 0,670.$$

Можно выразить частное с точностью до 0,0001 и т. д.

Написанные здесь приближенные частные называются **приближенными значениями с недостатком**, так как они меньше точного частного, которое равно 0,6709375.

Если увеличить на единицу последнюю цифру (справа) у приближенного частного с недостатком, то получим **приближенное значение частного с избытком**. Для частного $214,7 : 320$ значения с избытком будут равны: 0,7; 0,68; 0,671 и т. д. Эти значения больше точного частного, равного 0,6709375.

Чтобы выразить частное с точностью до 0,1; 0,01; 0,001 и т. д., достаточно записать в частном столько десятичных знаков, сколько их имеется в числе, выражающем точность.

Примеры. Частное $1 : 3 = 0,333 \dots$ приближенно выражается так:

- 0,3 или 0,4 с точностью до 0,1;
- 0,33 или 0,34 с точностью до 0,01;
- 0,333 или 0,334 с точностью до 0,001 и т. д.

Частное $1077,253 : 250 = 4,309012$ приближенно выражается так:

- 4,3 или 4,4 с точностью до 0,1;
- 4,30 или 4,31 с точностью до 0,01;
- 4,309 или 4,310 с точностью до 0,001;
- 4,3090 или 4,3091 с точностью до 0,0001 и т. д.

Обычно из двух приближенных значений частного берут то, которое меньше отличается от точного частного. Для этого можно пользоваться правилом округления: если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то берут значение с недостатком, а если она 5 или больше 5, то берут значение с избытком.

Например, в последнем примере следует взять такие приближенные значения частного:

- 1) 4,3 (с точностью до 0,1);
- 2) 4,31 (с точностью до 0,01);

- 3) 4,309 (с точностью до 0,001);
4) 4,3090 (с точностью до 0,0001) и т. д.

Замечание. На практике не всегда пользуются этим правилом.

Задача. Сколько рейсов должна сделать пятитонная автомашина, чтобы перевезти 32 *t* картофеля?

Решение. Частное $\frac{32}{5}$ равно 6,4. Если это число округлить с недостатком согласно правилу, то 2 *t* картофеля останутся неперевазанными. Следовательно, 6,4 нужно округлить по избытку, т. е. машина должна сделать 7 рейсов.

Задание 77.

1. Измерить толщину учебника арифметики (без переплета) в миллиметрах и вычислить с точностью до 0,01 *мм* толщину листа бумаги в этом учебнике.

2. На расстоянии 150 *м* пешеход в среднем делает 223 шага. Какова длина шага (в метрах)? Вычисление выполнить с точностью до 0,01 *м*.

3. Найти приближенные значения частного 3 : 11 с точностью до 0,1; до 0,01; до 0,001.

Упражнения.

809. Вычислить с точностью до 0,01 приближенное значение частного с недостатком и с избытком:

- 1) 13 : 7; 4) 18 : 0,57; 7) 0,5 : 2,9; 9) 1301 : 909;
2) 12 : 11; 5) 0,72 : 0,127; 8) 247 : 345; 10) 1 : 0,7.
3) 15,7 : 30,25; 6) 4,3 : 4,1;

810. Вычислить среднее арифметическое чисел:

- 1) 12,3; 14,8 и 9,45 с точностью до 0,1;
2) 1,372; 1,27; 0,98; 1,39 и 0,981 с точностью до 0,01.

811. С 234 *га* собрали 736 *t* зерна кукурузы. Какова урожайность с 1 *га* (с точностью до 0,01 *t*)?

812. Средняя плотность населения СССР 10,1 чел. на 1 *кв. км*. В СССР проживает около 226 млн. человек. Какова территория СССР? (Ответ достаточно выразить с точностью до 1 млн. квадратных километров.)

813. В нижеследующих упражнениях частные вычислить с точностью до 0,1:

- 1) 2,3 : 0,71 + 3 : 17 + 0,5 · 43;

- 2) $12,5 : 0,92 + 9 : 7 - 1,2 : 7$;
 3) $\frac{3 \cdot 5,4 - 2 \cdot 3}{15 - 13,1} + \frac{12 + 7 \cdot 8}{2 - 0,4 \cdot 3}$;
 4) $(3 - 1,4 : 3) : 0,09$;
 5) $13,4 + [7,4 + (9 - 0,8 : 1,9) \cdot 0,4] : 0,29$;
 6) $1,3 : [13 : 0,7 - (4,9 + 1,8 \cdot 0,23) : 0,9]$.

814. В РСФСР проживало в 1963 г. 123,4 млн. человек, ее территория 17,1 млн. кв. км. Вычислить с точностью до 0,1 человека плотность населения РСФСР.

815. Требуется выгрузить из вагонов на автомашины 500 т рыботорара в бочках. Сколько часов потребуется для выгрузки этого товара, если норма выработки на одного грузчика за один семичасовой рабочий день равна 23,1 т и в каждой смене работают 12 человек? Сколько следует оплатить за работу, если норма оплаты за 1 т составляет 13,9 коп.? Написать числовые формулы.

816. Используя таблицу, вычислить вес рельса каждого типа, если длина его равна 12,50 м.

Типы рельсов	Р65	Р50	Р43
Вес 1 погонного метра в кг . .	64,93	51,51	44,65

Результаты округлить до 0,1 кг.

Сколько рельсов типа Р65 и Р43 длиной 12,5 м можно погрузить на пятитонную машину? Результат выразить в целых числах.

817. Среднее расстояние Земли от Солнца равно 149,5 млн. км. Расстояния планет Венеры и Марса от Солнца составляют 0,722 и 1,52 расстояния Земли от Солнца. Вычислить с точностью до 1 млн. км расстояния Венеры и Марса от Солнца.

818. Вес тела на Луне составляет 0,16 веса этого тела на Земле, вес тела на Марсе в 2,4 раза больше веса тела на Луне. Космонавт на Земле весит 88 кг. Вычислить с точностью до 1 кг его вес на Луне (рис. 91) и Марсе.

819. Объем воды при замерзании увеличивается в 1,1 раза. Сколько воды получится, если растопить 1 куб. м льда? Сколько льда получится, если заморозить 1 куб. м воды? (Вычислять с точностью до 0,001 куб. м.)

820. Один пионерский отряд собрал 24,55 кг лекарственных растений, второй в 1,2 раза, а третий в 1,4 раза больше того, что собрал первый. При сушке вес растений уменьшился на 49,5 кг. Сколько сухих растений получено всеми тремя отрядами вместе?

821. На 4 автомашинах привезли 14,5 т муки. На второй в 1,2 раза, на третьей в 1,3 раза, а на четвертой в 1,5 раза больше, чем на первой. Сколько муки привезли на каждой машине?

822. Автомобиль шел на подъем 2,3 часа, а по горизонтальному участку пути 6,1 часа и всего прошел за это время 430,2 км. По горизонтальному пути он прошел на 234,7 км больше, чем на подъем. С какой средней скоростью шел он по горизонтальному участку пути и на подъеме?

823. Пионеры отправились в трехдневный поход. В первый день они прошли 0,36 всего расстояния, во второй 0,75 оставшегося пути, а в третий остальные 6,8 км. Сколько километров прошли пионеры за три дня?

824. За 2 дня турист прошел 60,9 км со средней скоростью 4,35 км в час. Время, затраченное туристом на прохождение пути во второй день, составило 0,75 того времени, которое он затратил в первый день. Сколько часов шел турист каждый день?

825. Первая труба может наполнить бак за 25 мин.; второй трубе для наполнения бака нужно лишь 0,25 этого времени. За сколько времени наполнится бак, если открыть обе трубы одновременно?

Указание. В задачах 826—829 приближенные частные достаточно вычислять с двумя десятичными знаками.

826. Рабочий-ученик может выполнить работу за 4 часа; мастер на выполнение той же работы затрачивает 0,6 этого време-



Рис. 91.

ни. За сколько времени мастер и ученик выполнят всю работу, работая вместе?

827. Кран для горячей воды наполняет ванну за 10 мин., а для холодной воды за 12,5 мин. Оба крана открыли на 4,5 мин., а затем закрыли кран для горячей воды. За сколько времени наполнилась ванна?

828. Насос мог выкачать воду из затопленного подвала за 5 час., если бы не прибывала каждый час вода в количестве 0,06 бывшей в подвале воды. За какое время насос выкачает воду из подвала?

829. Одна из колхозниц выполнила полосу за 0,45 часа, а другая такую же полосу за 0,35 часа. За какое время они закончат прополку одной полосы, работая совместно? За какое время они закончат прополку двенадцати таких полос?

830. Начертить диаграмму высот некоторых горных вершин земного шара по данным следующей таблицы:

Название вершины	Высота в км
Пик Коммунизма (СССР)	7,495
Эльбрус (СССР)	5,633
Монблан (Франция)	4,810
Джомолунгма (Китай)	8,848
Калиманджаро (Танганьика)	6,010

831. Начертить секторную диаграмму состава молока, если известно, что оно содержит 0,05 белка, по 0,04 жиров и углеводов, остальное вода.

832. Начертить секторную диаграмму, изображающую расчет стоимости изготовления трактора по данным следующей таблицы:

Наименование расходов	Часть стоимости трактора
Сырье, готовые детали	0,325
Смазка и топливо	0,003
Электроэнергия	0,012
Заработная плата рабочим и служащим	0,238
Износ станков	0,422

833. Принять общие расходы по изготовлению трактора (себестоимость) за 2000 руб. Вычислить расходы по каждой статье, пользуясь данными таблицы из № 832.

834. Контрольное задание.

1) При сушке для получения изюма виноград теряет примерно 0,72 веса. Сколько надо взять винограда, чтобы получить 270 ц изюма? Сколько получится изюма из 22,5 т винограда?

2) Вычислить: $4,1 - 15,022 : 7,4 + 72,1 - 14,168 : 230$.

3) Моток проволоки весит 31,4 кг; 1 м этой проволоки весит 150 г. Найти длину проволоки в мотке (с точностью до 0,1 м).

835. Контрольное задание.

1) Число учащихся в младших классах составляет 0,6 числа учащихся в старших классах. Всего учащихся в школе 928 человек. Сколько обучается в младших классах?

2) Вычислить: $(20,88 : 18 + 45 : 0,36) : (19,59 + 11,95)$.

3) Автомобиль за 2,3 часа прошел 148,5 км. Какова средняя скорость автомобиля (до 0,1 км в час).

105. ПОНЯТИЕ О ПРОЦЕНТЕ.

В практических расчетах очень часто употребляют сотые доли, которые называются процентами.

Определение. *Процентом называется одна сотая.* Процент принято обозначать особым знаком % и записывать так:

$$\frac{1}{100} = 1\%; \frac{2}{100} = 2\%; \frac{3}{100} = 3\%; \frac{4}{100} = 4\% \text{ и т. д.}$$

Если n — натуральное число, то можно записать, что $\frac{n}{100} = n\%$.

Так как $1 = \frac{100}{100}$, то $1 = 100\%$, а поэтому $2 = 200\%$, $3 = 300\%$ и т. д. Следовательно, любое натуральное число выражается целым числом процентов.

Десятичные дроби со знаменателями 10 и 100 также выражаются целым числом процентов.

Примеры: 1) $0,01 = 1\%$;

2) $0,04 = 4\%$, так как дробь содержит 4 сотых;

3) $1,23 = 123\%$, так как дробь содержит 123 сотых;

4) $0,6 = 0,60 = 60\%$.

Надо уметь число процентов выражать дробью или натуральным числом. Например, чтобы выразить 7% дробью, рассуждаем так: 7% равны $1\% \cdot 7$, но $1\% = 0,01$, следовательно,

$$7\% = 1\% \cdot 7 = 0,01 \cdot 7 = 0,07.$$

Рассуждая таким образом, можно записать, что:

$$22\% = 0,01 \cdot 22 = 0,22;$$

$$140\% = 0,01 \cdot 140 = 1,4;$$

$$400\% = 0,01 \cdot 400 = 4.$$

Следовательно, чтобы выразить проценты в виде дроби или натурального числа, достаточно одну сотую умножить на число процентов.

§ 106. НАХОЖДЕНИЕ ПРОЦЕНТОВ ЧИСЛА.

Задача. Сахарная свекла содержит в среднем 16% сахара. Сколько сахара содержится в 5 т свеклы?

Решение. Так как $16\% = 0,16$, то задача сводится к нахождению дроби числа, надо найти 0,16 от 5 т. Для этого нужно вычислить $5 \cdot 0,16$.

Решение запишем так:

$$1) 16\% = 0,16;$$

$$2) 5 \cdot 0,16 = 0,8 \text{ (т)} = 800 \text{ (кг)}.$$

Можно проценты выразить и в виде обыкновенной дроби:

$$1) 16\% = \frac{16}{100} = \frac{4}{25};$$

$$2) 5 \cdot \frac{4}{25} = \frac{4}{5} \text{ (т)}.$$

Чтобы найти несколько процентов числа, следует проценты выразить дробью, а затем найти дробь данного числа.

Часто задачу о нахождении нескольких процентов числа можно решить устно. При устном решении проще сперва найти 1% данного числа, или $\frac{1}{100}$ его, а затем найти искомое число процентов.

Пример. Рабочий за смену должен был обработать 300 деталей. Он обработал на 20% больше. Сколько деталей это составляет?

Решение. 1% от 300 составляет 3, а 20% составит в 20 раз больше: $3 \cdot 20 = 60$.

Следовательно, рабочий, кроме 300 деталей, обработал еще 60 деталей.

Следует запомнить, что:

$$10\% = \frac{1}{10}; \quad 20\% = \frac{1}{5}; \quad 25\% = \frac{1}{4}; \quad 50\% = \frac{1}{2} \quad \text{и} \quad 75\% = \frac{3}{4}.$$

Например, при вычислении 25% от 80 руб. достаточно найти $\frac{1}{4}$ от 80 руб., т. е. 80 разделить на 4.

Задание 78.

1. Выразить в процентах: 0,02; 0,2; 0,92; 1,53; 1,5; 5.
2. Найти 36% от 735 руб.
3. Вычислить устно:
 - 1) 1% от 160 руб.;
 - 2) 5% от 400 м;
 - 3) 120% от 200 кг;
 - 4) 50% от 842 га.
4. Что называется процентом?
5. К какой задаче сводится любая задача на нахождение процентов от данного числа?

Упражнения.

836. Выразить в процентах:

- 1) $\frac{7}{100}$;
- 3) $\frac{21}{100}$;
- 5) $1\frac{1}{100}$;
- 7) $\frac{3}{10}$;
- 9) $1\frac{3}{10}$;
- 2) $\frac{17}{100}$;
- 4) 1;
- 6) $1\frac{95}{100}$;
- 8) $1\frac{5}{10}$;
- 10) $\frac{17}{10}$.

837. Выразить следующие числа в процентах:

- 1) 6;
- 3) 17;
- 5) 0,5;
- 7) 0,7;
- 9) 5,01;
- 2) 12;
- 4) 0,48;
- 6) 0,07;
- 8) 1,44;
- 10) 10,1.

838. Выразить проценты натуральными числами или десятичными дробями:

- 1) 9%;
- 4) 39%;
- 7) 800%;
- 10) 231%;
- 2) 13%;
- 5) 81%;
- 8) 1000%;
- 11) 401%;
- 3) 27%;
- 6) 600%;
- 9) 150%;
- 12) 529%.

839. Найти (устно):

- 1) 10% от 70;
- 6) 3% от 500;
- 11) 45% от 2000;
- 2) 20% от 70;
- 7) 12% от 150;
- 12) 300% от 200;
- 3) 25% от 12;
- 8) 23% от 1000;
- 13) 200% от 250;
- 4) 50% от 248;
- 9) 4% от 400;
- 14) 400% от 350.
- 5) 75% от 1;
- 10) 30% от 200;

840. Найти:

4%; 8%; 18%; 200% от 75 руб.

841. Найти:

9%; 13%; 66%; 106% от 230 км.

842. Найти:

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| 1) 98% от 45 га; | 7) 22% от 4 руб. 50 коп.; |
| 2) 106% от 95 кг; | 8) 7% от 0,26 куб. м; |
| 3) 57% от 800 м; | 9) 78% от 0,5 л; |
| 4) 152% от 55 кв. м; | 10) 275% от 1,4 м; |
| 5) 59% от 600 г; | 11) 325% от 8,8 часа; |
| 6) 230% от 40 сек.; | 12) 84% от 15,3 куб. дм. |

843. В школе 920 учащихся. 55% из них составляют мальчики. Сколько мальчиков и сколько девочек в школе?

844. Скорость автомобиля 120 км в час, скорость велосипедиста составляет 20% этой скорости. Какова скорость велосипедиста?

845. Килограмм товара стоил 4 руб., сколько он стоит после снижения цены на 12%?

846. 1 м ткани стоит 1,6 руб., цена снижена на 15%. Сколько будет стоить 3,5 м ткани после снижения цены?

847. Площадь поля 140 га. 35% площади засеяно кукурузой, 44% пшеницей, а остальное горохом. Сколько гектаров отведено под каждую из культур?

848. Рабочий по плану должен был изготовить 200 деталей, он выполнил план на 112%. Сколько деталей изготовил рабочий сверх плана?

849. Тракторист перевыполнил на 25% дневное задание, равное 10 га. Сколько вспахал тракторист?

850. Школьники на воскреснике должны были посадить 1200 тополей и 2000 кленов. Они посадили тополей на 30% больше, а кленов на 15% меньше, чем по плану. На сколько деревьев посадили школьники больше, чем было намечено по плану?

851. Совхоз должен был сдать 37 260 т зерна. Он перевыполнил план сдачи на 5%. Сколько зерна сдал совхоз государству?

107. НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЛА ПО ЕГО ПРОЦЕНТАМ.

Задача. Найти число, если 72% его составляют 90 кг.

Решение. Так как $72\% = 0,72$, то, обозначив неизвестное число через x , можно записать, что

$$0,72x = 90.$$

Откуда $x = 90 : 0,72$, или $x = 125$ кг.

В этой задаче мы находили число по его дроби.

Чтобы найти число по данным его процентам, достаточно выразить проценты в виде дроби и решить задачу о нахождении числа по данной его дроби.

При устных вычислениях удобнее сперва найти 1% числа, а затем все число, или 100%.

Пример. Засеяно 80 га, что составляет 40% всей пашни. Сколько гектаров занимает вся пашня?

Решение. Если 40% составляют 80 га, то 1% составит в 40 раз меньше, т. е. 2 га, а все поле составляет 100%, или 200 га.

Задание 79.

1. Найти число, если 43% его составляют 215 кв. м.
2. Фабрика выполнила план на 147% и выпустила 735 000 пар обуви. Сколько пар обуви предполагалось выпустить по плану?
3. Вычислить устно x , если 10% его составляют 60 кг.
4. К какой задаче сводится любая задача на отыскание неизвестного числа, если известны несколько процентов его?

Упражнения.

852. Найти число, если:

- 1) 14% его составляют 98 км;
- 2) 8% его составляют 12,3 га;
- 3) 26% его составляют 18,2 кв. м;
- 4) 71% его составляет 163 300 чел.;
- 5) 123% его составляют 68,88 л;
- 6) 250% его составляют 1 км.

853. Найти число с точностью до 0,1, если:

- 1) 17% его равны 1,2 кг;
- 2) 27% его равны 10,2 м;
- 3) 54% его равны 9,7 га;
- 4) 231% его равен 375 куб. м.

854. От каких чисел 24 составляет: 2%? 3%? 6%? 8%? 60%?
855. От каких чисел 55 составляет: 11%? 55%? 40%? 125%?
856. Сберегательная касса платит 3% годовых. Вкладчику в конце года начислено 6 руб. Какова сумма вклада?
857. Комбайнер за час работы убрал 3 га, что составило 15% того, что он убрал за день. Сколько он убрал за день?
858. Рабочий изготовил 240 деталей, что составило 120% его дневной нормы. Какова дневная норма рабочего?
859. Вес готового силоса составляет 88% заложенной зеленой массы. Сколько массы нужно заложить для получения 500 т силоса? (Вычислить с точностью до 10 т.)
860. Часы после снижения цены на 10% стоят 24,3 руб. Сколько стоили часы до снижения цены?
861. Картофель при сушке теряет 86% своего веса. Сколько надо взять сырого картофеля для получения 2,5 т сушеного?
862. В классе 26 девочек, что составляет 65% от числа всех учащихся класса. Сколько в классе мальчиков?
863. 25% всех деревьев сада составляют груши, остальные 150 деревьев составляют яблони. Сколько груш в саду?
864. На пришкольном участке высажено 25 кустов крыжовника. Кустов смородины посадили на 20% больше, а число посаженных кустов малины на 60% больше, чем число кустов крыжовника и смородины вместе. Сколько всего кустов посажено на участке?
865. Поезд прошел все расстояние между городами *A* и *B* за 1,2 часа, сделав в пути одну остановку. Расстояние от *A* до остановки составляет 30,6 км, или 75%, расстояния от остановки до *B*. Найти среднюю скорость поезда.
866. Ученица высчитала, что она тратит 45 час. в неделю на посещение школы и приготовление уроков, 30% этого времени на занятия музыкой и спортом (рис. 92). Все время, затраченное на занятия, составляет 90% того, что она тратит на сон. Сколько времени спит ученица в день? (С точностью до 0,1 часа.)
867. Два поезда вышли одновременно с двух станций навстречу друг другу. Скорость одного равна 56,4 км в час, скорость другого



Рис. 92.



Рис. 93.

на 25% больше. Поезда встретились, когда второй поезд прошел 155,1 км. Найти расстояние между станциями.

868. Кусок сплава состоит из меди, цинка и олова. Количество цинка составляет 15% всего сплава; олова в 5 раз меньше, а меди содержится в этом куске 20,5 кг. Найти вес куска и количества цинка и олова, содержащиеся в куске.

869. Ученик купил портфель, авторучку и книгу. Стоимость авторучки составила 30% стоимости всей покупки, портфель стоит вдвое дороже авторучки, а за книгу ученик заплатил 0,6 руб. Сколько стоит портфель и авторучка отдельно?

870. Маслозавод за первый день изготовил 32,5 ц масла, а за второй на 20% больше, чем в первый. Продукция, выпущенная в первые два дня, составила 78% продукции следующих двух дней. Сколько масла изготовлено за 4 дня?

§ 108. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЕРИМЕТРА ПРЯМОУГОЛЬНИКА И ТРЕУГОЛЬНИКА.

На рисунке 93 изображены прямоугольник и квадрат. Измерим длину стороны квадрата, она равна 1,1 см. Сумму длин всех его четырех сторон можно вычислить умножением:

$$1,1 \cdot 4 = 4,4 \text{ (см).}$$

Говорят, что периметр этого квадрата равен 4,4 см. У прямоугольника не все стороны равны. Измерим неравные стороны, длина одной из них 2,4 см, а другой 0,7 см. Чему же равна сумма длин всех сторон? Так как другие две неравные стороны имеют такие же длины, то сумма длин всех его сторон равна:

$$2,4 + 0,7 + 2,4 + 0,7 = 3,1 + 3,1 = 6,2 \text{ (см).}$$

Вычисление можно записать так:

$$(2,4 + 0,7) \cdot 2 = 3,1 \cdot 2 = 6,2 \text{ (см).}$$

Сумма длин всех сторон прямоугольника называется его периметром. Периметр прямоугольника на рисунке 93 равен 6,2 см.

Измерим длину каждой стороны треугольника (рис. 94). Одна из них равна 2,7 см, другая 1,5 см и третья 1,9 см.



Рис. 94.

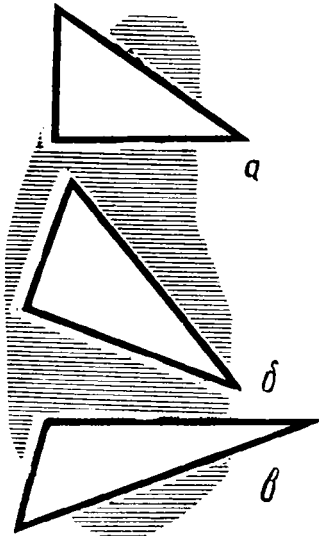


Рис. 95.

Сложив длины всех сторон треугольника, получим его периметр:

$$2,7 + 1,5 + 1,9 = 6,1 \text{ (см).}$$

Задание 80.

1. Сторона квадрата равна 0,6 м. Вычислить его периметр и площадь.

2. Начертить прямоугольник, вычислить его периметр и площадь.

3. Найти периметры треугольников, изображенных на рисунке 95. Измерение сторон выполнить с точностью до 0,1 см.

Упражнения.

871. Найти периметр и площадь квадрата, если сторона его равна:

- 1) 0,8 см; 2) 1,5 дм; 3) 22,3 м;
4) 0,058 см.

872. Найти периметр и площадь прямоугольника, если стороны его равны:

- 1) 1,2 дм и 0,7 дм; 3) 5,2 м и 28 дм;
2) 20,4 см и 8,6 см; 4) 0,34 м и 5,5 см.

873. Найти периметр прямоугольника, площадь которого 22,4 кв. см, а одна из сторон равна:

- 1) 3,2 см; 3) 0,2 дм;
2) 2,8 см; 4) 56 мм.

874. Найти периметр треугольника, если его стороны равны:

- 1) 2,5 см; 3,6 см и 1,9 см; 3) 0,28 м; 3,9 дм и 52 см;
2) 22,3 дм; 50,6 дм и 43,4 дм; 4) 6,43 км; 943 м; 5,8 км.

875. Найти периметр пола классной комнаты. (Измерить с точностью до 0,1 м.)

876. Вырезать из картона модель треугольника. Найти периметр. (Измерить с точностью до 0,1 см.)

877. Периметр квадрата равен 4,8 м. Одна из сторон прямоугольника, имеющего тот же периметр, равна 1,4 м. Площадь которого из них больше и на сколько?



Рис. 96.

878. Указать размеры нескольких прямоугольников, имеющих один и тот же периметр. Вычислить сторону квадрата с таким же периметром. Сравнить площади получившихся фигур, какая из них больше? Какой вывод можно сделать из этого сравнения?

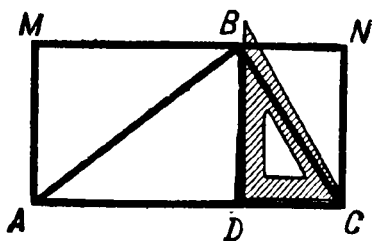


Рис. 97.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКА.

Разрежем прямоугольник на два равных треугольника, как указано на рисунке 96. У каждого из этих треугольников имеется прямой угол. Такие треугольники называются **прямоугольными** треугольниками. Примером прямоугольного треугольника служит чертежный треугольник.

Из рисунка 96 видно, что площадь прямоугольного треугольника вдвое меньше площади прямоугольника.

Любой треугольник можно разбить на два прямоугольных треугольника. Для этого достаточно к большей стороне данного треугольника приложить чертежный треугольник так, как указано на рисунке 97, и провести отрезок BD . Этот отрезок называют **высотой** треугольника, а сторону AC — **основанием** треугольника.

Высота BD разделила треугольник ABC на два прямоугольных треугольника (рис. 97). Площадь одного из них составляет половину площади прямоугольника $AMBD$, площадь другого — половину площади прямоугольника $DBNC$. Отсюда следует, что площадь треугольника ABC равна половине площади прямоугольника $AMNC$.

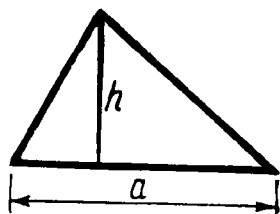


Рис. 98.

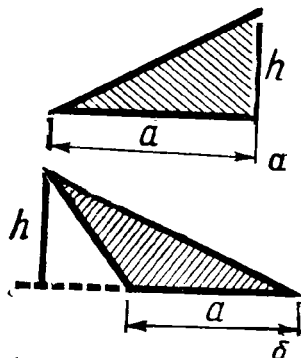


Рис. 99.

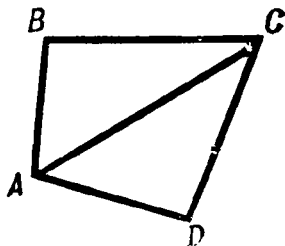


Рис. 100.

Иначе говоря, **площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту**. Обозначим основание треугольника буквой a , высоту буквой h , а площадь буквой S (рис. 98). Полученное правило можно записать формулой:

$$S = \frac{1}{2} ah.$$

Пример. Основание треугольника равно 12 см, высота 5 см. Площадь треугольника равна $\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 = 30$ (кв. см).

За основание треугольника можно принять любую из его сторон, не обязательно большую. При этом высота может пойти по стороне треугольника (рис. 99, а) или вне треугольника (рис. 99, б).

Задание 81.

1. Вычислить площадь треугольника, если его основание равно 20,4 м, а высота равна 12,3 м.
2. Вычислить площадь треугольника, изображенного на рисунке 98.
3. Как вычисляется площадь треугольника?

Упражнения.

879. Вычислить площади треугольников по данным таблицы.

	1	2	3	4	5	6
Основание:	16,2 см	2,94 м	12,75 м	52,5 см	15,2 см	7,6 м
Высота:	8 см	0,85 м	6,6 м	5,2 дм	95 мм	50,5 дм

880. Площадь треугольника равна 6,76 кв. см. Найти основание, если высота равна:

- 1) 1,3 см; 2) 0,65 см; 3) 2,8 см.

881. Площадь треугольника равна 8,97 кв. м. Найти его высоту, если основание равно:

- 1) 3,45 м; 2) 0,69 м; 3) 33 дм.

882. Нужно засеять просом треугольный участок с основанием 250 м и высотой 828 м. Сколько потребуется семян, если норму высева принять 0,25 ц на 1 га? (Результат округлить до 1 кг.)

883. Трактористу осталось запахать треугольный клин разме-

рами $a = 75$ м и $h = 600$ м. Сколько времени он затратит на это, если 1 га он вспахивает за 1 час 10 мин.?

884. Вычислить с точностью до 0,1 кв. см площадь четырехугольника $ABCD$ (рис. 100). Для этого разбить четырехугольник на два треугольника с общим основанием AC . (Измерение производить с точностью до 1 мм.)

110. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ КУБА И ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА.

Определение. Поверхностью куба или прямоугольного параллелепипеда называется сумма площадей всех граней куба или прямоугольного параллелепипеда.

У куба все грани — равные квадраты, число таких квадратов 6, а поэтому для вычисления поверхности куба нужно вычислить площадь одной грани и умножить ее на 6.

Пример. Если ребро куба равно 5 см, то площадь одной грани равна:

$$5 \cdot 5 = 25 \text{ (кв. см.)}$$

Поверхность этого куба равна:

$$25 \cdot 6 = 150 \text{ (кв. см.)}$$

У прямоугольного параллелепипеда не все грани равны. На рисунке 101 изображена спичечная коробка, имеющая форму прямоугольного параллелепипеда.

Чтобы вычислить всю поверхность, нужно знать размеры сторон отдельных граней. Для этого достаточно выполнить три измерения. Результаты их записаны на рисунке 101.

Площадь передней грани равна $(3,6 \cdot 5,0)$ кв. см, такую же площадь имеет задняя грань.

Площадь правой грани равна $(1,8 \cdot 5,0)$ кв. см. Такую же площадь имеет левая грань.

Площади нижней и верхней граней равны, каждая из них равна $(1,8 \cdot 3,6)$ кв. см.

Поверхность коробки можно записать в виде такой числовой формулы:

$$3,6 \cdot 5,0 \cdot 2 + 1,8 \cdot 5,0 \cdot 2 + 1,8 \cdot 3,6 \cdot 2.$$



Рис. 101.

Поверхность равна: $36 + 18 + 12,96 = 66,96$ (кв. см). Этот результат следует округлить и дать ответ с точностью до 1 кв. см. Поверхность коробки равна 67 кв. см.

Задание 82.

1. Вычислить поверхность куба, ребро которого равно 2,4 м.
2. Вычислить поверхность модели прямоугольного параллелепипеда. Измерения выполнить с точностью до 1 мм.

Упражнения.

885. Вычислить поверхность куба, ребро которого равно:

- 1) 6 см; 2) 2,5 см; 3) $3\frac{1}{3}$ дм; 4) 0,8 см; 5) 4,25 м.

886. Вычислить поверхности прямоугольных параллелепипедов по данным таблицы:

	1	2	3	4	5	6
Длина	6 см	3,5 дм	5,1 м	0,84 дм	6,4 см	3,5 м
Ширина	5 см	4 дм	64 дм	1,5 дм	3,25 см	8,2 дм
Высота	9 см	5,2 дм	450 см	2,8 см	0,6 дм	1 дм

887. Вычислить поверхность и объем прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны:

- 1) 5 см; 2,4 см; 9 см; 2) 3,2 м; 7,5 м; 1 м; 3) 0,5 м; 3,6 дм; 4 см.

888. Прямоугольная жестяная коробка (с крышкой) имеет размеры: 40 см × 40 см × 6,5 см. Сколько квадратных дециметров жести пойдет на изготовление 10 коробок?

889. Вычислить с точностью до 0,1 кв. м поверхность класной комнаты (измерения производить с точностью до 1 дм).

СОСТАВЛЕНИЕ СМЕТЫ.

Сметой называется расчет денежных средств, материалов или продуктов, рабочей силы и т. д. для выполнения какого-либо мероприятия. Например, для постройки жилого дома, школы, больницы и т. п. составляется смета или расчет необходимых материалов, рабочей силы, денег для выполнения этого строительства.

Чтобы составить, например, смету на окраску стен и потолков в школьном здании, необходимо сначала вычислить общую площадь стен и потолков. Кроме этого, используя справочник по

строительным работам, следует определить нормы расхода необходимых для ремонта материалов. В справочниках указываются цены на материалы и затраты на рабочую силу.

Ниже приводится форма такой сметы. Перед окраской стен и потолков делают перетирку штукатурки, чтобы замазать трещины и повреждения штукатурки. В первой графе сметы указаны виды работ: перетирка штукатурки и клеевая окраска, а также площадь той поверхности, которую нужно отремонтировать. Во второй и третьей графах указаны материалы и нормы их расхода. Например, для перетирки 1 кв. м штукатурки нужно 0,001 т извести и 0,0003 куб. м песка. В графе пятой указаны цены: 1 т извести стоит 11 руб. 44 коп., 1 куб. м речного песка стоит 1 руб. 79 коп., остальные цены указаны за 1 кг.

Смета на материалы для внутреннего ремонта школьного здания.

Описание работ	Наименование материала	Норма расхода на 1 кв. м	Необходимое количество материала	Цена материала		Стоимость	
				руб.	коп.	руб.	коп.
1	2	3	4	5	6	7	8
1. Перетирка внутренней штукатурки на площади 1300 кв. м	Известь	0,0001 т		11	44		
	Песок речной	0,0003 куб. м		1	79		
2. Клеевая окраска стен и потолков на площади 1300 кв. м	Мел молотый	0,23 кг		—	02		
	Краска сухая	0,017 кг		—	29		
	Клей малярный	0,009 кг		—	38		
	Мыло хозяйственное	0,006 кг		—	47		
	Купорос	0,006 кг		—	27		
				Итого:			

Задание 83.

Используя данные этой сметы, вычислить количество материала и его стоимость (графы 4, 7 и 8). Подсчитать общую стоимость материалов.

Упражнения.

890. В нормах и расценках строительных работ указывается, что за работу по перетирке 10 кв. м следует уплатить 48 коп., за окраску 10 кв. м стены 38 коп. и за окраску 10 кв. м потолка

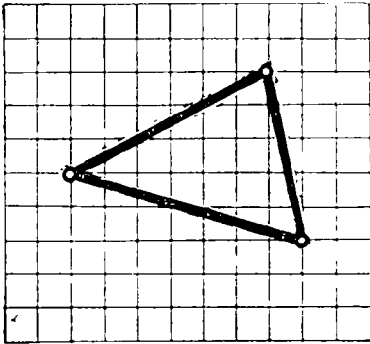


Рис. 102.

49 коп. Вычислить стоимость рабочей силы по перетирке и окраске, если общая площадь потолка и стен равна 1300 кв. м, из них площадь стен составляет 800 кв. м.

891. Составить смету на окраску стен и потолка в классной комнате.

892. Размеры комнаты 6,5 м \times 4,5 м \times 3 м. Составить смету на замену обоев в этой комнате, если кусок обоев размерами 0,5 м \times 12 м стоит 77 коп. и стоимость работы состав-

ляет 16 коп. за 1 кв. м (проемы не учитывать).

893. Контрольное задание.

1. Вес груза пассажирского самолета составляет по норме 1260 кг, что составляет 90% от веса самолета без груза. Самолет взял 75% груза, предусмотренного нормой. Сколько весит самолет с грузом?

2. Основание прямоугольного параллелепипеда — квадрат со стороной 0,8 м. Высота параллелепипеда равна 0,35 стороны основания. Найти поверхность и объем параллелепипеда.

894. Контрольное задание.

1. В первый день убрали 28% площади участка, во второй день на 10% больше. В третий день убрали остальные 8,5 га. Сколько гектаров убрано в первый и во второй день отдельно?

2. Пользуясь клетками тетради, вычертить треугольник, как указано на рисунке 102. Найти периметр и площадь треугольника. (Измерять с точностью до 0,1 см.)



112 УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ ПО ТЕМЕ «ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ».

895. Вычислить:

- 1) $34,9044 : 20,06 + 0,016 \cdot 292 - 6,412$;
- 2) $(10,62 + 0,4) : 0,04 - (13,7 + 3,5 \cdot 2,1)$;
- 3) $(1,5 + 2,75 : 0,25) \cdot 0,3 : [(2,5 + 14,375 : 0,5) \cdot 0,24]$;
- 4) $2,48 + 45 : 0,36 + 5,472 : 0,24$;
- 5) $60,13 - 0,12 : 1,6 - 2,4 : 0,32$;
- 6) $17,8 \cdot 0,65 : 0,08 - 86,775 : 6$;
- 7) $(0,008 + 0,248 : 0,25) \cdot (5 \cdot 0,6 - 1,4)$;
- 8) $(0,08 + 0,097 \cdot 30) \cdot (0,08 : 0,1 - 0,65)$.

896. Вычислить:

1) $\frac{5,2 \cdot 12 \cdot 6,75}{19,5 \cdot 2,7}$;

2) $\frac{0,13 \cdot 4,5 \cdot 0,576}{0,48 \cdot 7,8}$;

3) $(232,078 : 2,74 - 452,25 \cdot 0,048) : 4 + (628,125 : 33,5 + 83,502)$;

4) $507,6 : (5 - 10,8 : 36) - 385 \cdot (0,08 - 3,5 \cdot 0,02)$;

5) $\frac{0,0325 : 0,13 \cdot 40}{0,252 : 0,028 : 0,9}$;

6) $(78,25 : 31,3 + 3,885 : 1,85 + 0,4578 : 0,327) : 0,01$.

897. Найти частные с точностью до 0,1; 0,01; 0,001:

1) $17,1 : 7$; 3) $1,65 : 1,03$;

2) $0,23 : 0,031$; 4) $0,003 : 0,00033$.

898. Произвести действия, вычисляя частные с точностью до 0,01:

1) $7,39 : 5,4 + 0,283 : 0,13$; 3) $5,2 : 6,83 + 4,01 : 3,5$;

2) $0,27 : 0,07 - 4,6 : 3,9$; 4) $0,28 : 0,29 - 6,5 : 12,4$.

899. Таблица для составления упражнений на действия над десятичными дробями.

А	Б	В	Г	Д	Е
1	0,1	1,5	2,5	0,01	1,25
2	0,2	1,7	3,4	0,02	4,08
3	0,3	1,8	3,6	0,03	3,24
4	0,4	1,6	4,8	0,04	2,56
5	0,5	1,9	5,7	0,05	2,25
6	0,6	1,2	7,2	0,06	1,17
7	0,7	1,4	4,2	0,07	4,48
8	0,8	1,3	2,6	0,08	6,76
9	0,9	1,1	5,5	0,09	3,96

Пользуясь числами, данными в таблице, составить примеры на каждое из действий над десятичными дробями. Решить эти примеры (по возможности устно).

900. Решить уравнения:

- 1) $x + 0,285 = 0,864$; 5) $0,28x = 1,4$;
2) $12,03 - x = 7,8$; 6) $5,04 : x = 12,8$;
3) $x - 4,083 = 5,917$; 7) $x : 0,8 = 2,05$;
4) $3x = 5,73$; 8) $x + 3x = 3,92$;
9) $x + x - 0,045 \cdot 3 = 0,225$;
10) $x : 2,5 = 0,12 \cdot 0,12$;
11) $x + 1,4x = 0,8 \cdot 1,2$;
12) $0,4x + 3x = 0,17$.

901. Сумма двух чисел равна 1,689, а разность 0,997. Найти эти числа.

902. Сумма двух чисел равна 13,78, одно число больше другого на 12,78. Найти эти числа.

903. Овощной магазин продал 24,6 *т* картофеля и капусты, причем капусты было продано на 7,8 *т* меньше, чем картофеля. Сколько продано капусты и картофеля отдельно?

904. Рыболовецкая бригада за два дня добыла 22,7 *ц* рыбы. Во второй день было выловлено на 0,7 *ц* больше, чем в первый. Сколько рыбы было выловлено в каждый из дней?

905. Сумма двух чисел равна 4,35, одно из них в 4 раза меньше другого. На сколько одно из них больше другого?

906. Сумма двух чисел равна 16,5, одно из них в 2,3 раза больше другого. Найти эти числа.

907. Разность двух чисел равна 7,29, одно из них в 3,7 раза меньше другого. Найти эти числа.

908. На 100 *км* пути два легковых автомобиля «Москвич» и «Победа» расходуют вместе 22,5 *л* бензина, причем «Победа» расходует бензина в 1,5 раза больше, чем «Москвич». Сколько бензина расходует каждая из машин на 1 *км* пути?

909. Паровоз и два вагона весят 125,8 *т*, вес паровоза в 4,8 раза больше веса одного вагона. Найти вес паровоза и вес вагона.

910. Сливочное мороженое состоит из молочного жира, сахара и воды. Сахара в 1,5 раза больше, чем жира, а воды в 5 раз больше, чем сахара. Сколько жира, сахара и воды содержится в 200 *г* мороженого?

911. Куплено 2,5 *кг* колбасы по 2,1 *руб.* за 1 *кг*, 0,5 *кг* сыра по 2,9 *руб.* за 1 *кг* и 0,6 *кг* масла. За всю покупку уплачено 8,8 *руб.* Сколько стоит 1 *кг* масла?

912. За 1,5 *кг* макарон, 1,8 *кг* гречневой крупы и 2,25 *кг* риса уплачено 3,06 *руб.* 1 *кг* макарон стоит 24 *коп.*, 1 *кг* крупы в 2,5 раза больше. Сколько стоит 1 *кг* риса?

913. В магазине было 22,5 ц яблок. В первый день продано 0,4 всего количества, во второй 0,2 остатка, а в третий день продано на 1,4 ц больше, чем в четвертый. Сколько было продано яблок в каждый день?

914. Каменный уголь составляет (по весу) 0,6 от веса всей породы, поднимаемой на поверхность при добыче каменного угля. Остальную часть веса всей породы составляет так называемая «пустая» порода. Добыто 600 млн. т угля. Сколько пустой породы вынуждены поднять на поверхность земли? Вычислить объем этой породы, считая, что 1 куб. м породы весит 2 т. Написать числовую формулу.

915. Для опрыскивания огородных культур применяют раствор, содержащий 1 часть парижской зелени, 3 части извести и 196 частей воды. Сколько нужно взять этих веществ, чтобы обработать 1,25 га огорода, если на гектар нужно 820 кг раствора?

916. От двух станций, расстояние между которыми 764,5 км, отошли навстречу друг другу два поезда. Первый поезд вышел на 2 часа раньше второго и шел со средней скоростью 57,25 км в час, скорость второго поезда на 15,5 км больше. Какое расстояние пройдет каждый поезд до встречи?

917. Собственная скорость (скорость в стоячей воде) речного теплохода 21,3 км в час, средняя скорость течения реки 2,8 км в час. Расстояние между пристанями 92 км. Сколько времени затратит теплоход на рейс в оба конца? (Ответ округлить до 0,1 часа.)

918. Теплоход прошел расстояние 105 км за 4 часа. За первый час пройдено 0,2 расстояния, за второй в 1,2 раза больше. За третий час теплоход прошел в 1,1 раза больше, чем за четвертый час. Сколько километров он проходил за каждый час?

919. Скорость конькобежца равна 7,2 м в сек., скорость другого составляет 85% скорости первого. За сколько секунд первый догонит второго, если расстояние между ними в данный момент равно 27 м?

920. Самолет ТУ-104 вылетел с аэропорта со средней скоростью 13,5 км в мин. Через 21,6 мин. вслед за ним с того же аэропорта вылетел скоростной самолет, скорость которого равна 180% скорости ТУ-104. На каком расстоянии от места вылета скоростной самолет догонит ТУ-104?

921. Два звена каменщиков, работая вместе, могут выложить фундамент за 4 дня, первое звено может сделать эту работу за 12 дней. Какую часть работы сделает второе звено за 1,5 дня?

922. В ванну проведены два крана: с горячей и с холодной водой. Если открыть только кран с горячей водой, то ванна на-

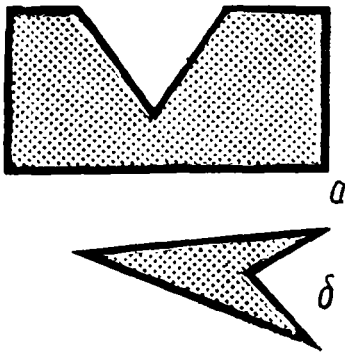


Рис. 103.

полнится за 18 мин., а если открыть только кран с холодной водой, то за 14,4 мин. За сколько времени наполнится ванна, если открыть оба крана?

923. Две бригады лесорубов должны были вырубить участок леса за 14 дней, первая бригада могла закончить всю эту работу за 24,5 дня. Сначала обе бригады проработали вместе 9 дней, затем оставшуюся работу закончила вторая бригада. За сколько дней был вырублен участок?

924. 1) Ящик для угля имеет размеры $0,6 \times 0,5 \times 0,4$ м. Вычислить вместимость ящика в кубических дециметрах. Сколько килограммов угля вмещает ящик, если вес 1 куб. м каменного угля принять за 1,2 т?

2) Вычислить поверхность ящика по данным предыдущей задачи.

925. 1) На Международных олимпийских играх лучший результат в беге на 5000 м составил 13 мин. 48,8 сек., а в беге на 400 м 45,1 сек. На какой дистанции скорость больше и на сколько? (Вычислить с точностью до 0,1 м в сек.)

2) На олимпийских играх лучший результат в ходьбе на 50 км равен 4 час. 11 мин. 12,4 сек. Вычислить скорость спортсмена с точностью до 0,1 м в сек. Вычислите скорость своей ходьбы на участке длиной 1—2 км.

926. Размеры фанерного ящика для посылок равны $3,5 : \times 2,4 \times 3$ дм. Вычислить поверхность ящика. Сколько листов фанеры нужно для изготовления 50 таких ящиков? (Площадь листа фанеры принять за 2 кв. м.)

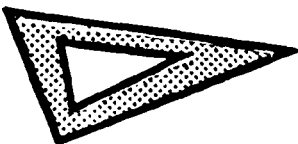


Рис. 104.

927. Вычислить площади заштрихованных фигур (рис. 103).

928. Вычислить площади заштрихованных фигур (рис. 104), произведя необходимые измерения с точностью до 0,1 см.

929. Сберкасса платит 3% годовых (по срочным вкладам). Какую сумму может получить вкладчик через год, если он положит на книжку: 1) 40 руб.? 2) 105 руб.? 3) 192 руб.?

930. Рабочий получил всего за месяц 103,5 руб., причем премия составила 15% от месячной заработной платы. Какова зарплата рабочего?

931. Цена на ткань одного сорта снижена на 18%, а другого сорта на 10%. До снижения 1 м ткани первого сорта стоил 2,5 руб., а второго 2,2 руб. Сколько нужно заплатить за 3 м той и другой ткани после снижения цен?

932. Шофер перевез за 3 дня 45 т минеральных удобрений. В первый день перевезено 24% всего груза, что составило 90% того, что было перевезено во второй день. Сколько тонн удобрений было перевезено за третий день?

933. Основание прямоугольника равно 20 см, а высота 12 см. Основание увеличили на 12%, а высоту уменьшили на 20%. Найти площадь и периметр нового прямоугольника.

934. Сторона квадрата равна 2,4 м, что составляет 120% основания прямоугольника и 40% его высоты. Периметр какой фигуры больше и на сколько?

935. Основание треугольника равно 9,6 см, а высота 7,5 см. Чему будет равна площадь треугольника, если: 1) основание увеличить на 25%? 2) высоту уменьшить на 20%? 3) основание уменьшить на 50%, а высоту увеличить на 50%?

936. Ребро куба равно 0,6 м. Измерения прямоугольного параллелепипеда составляют 30%, 40% и 150% ребра куба. Найти объемы куба и параллелепипеда. Написать числовую формулу.

937. Найти поверхность куба и параллелепипеда по данным предыдущей задачи.

938. Длина ящика 0,7 м, что составляет 140 % его ширины и высоты. Каждый из размеров увеличили на 20%. На сколько кубических дециметров увеличился объем ящика?

939. Автомобиль прошел за 6,5 час. 343,25 км, причем первую часть пути он шел со средней скоростью 50,5 км в час, а вторую со скоростью, на 5 км в час большей. Сколько часов автомобиль шел с увеличенной скоростью?

940. Вертолет пролетел за 1,9 часа 249 км. Первую часть пути он летел со средней скоростью 150 км в час, а вторую со скоростью, равной 0,7 первоначальной скорости. Сколько километров вертолет пролетел с одной скоростью и сколько с другой?

941. Контрольное задание.

1. Скорость пешехода составляет 0,3 скорости велосипедиста. Пешеход отошел от города на 3,15 км, когда вслед за ним вы-

ехал велосипедист. На каком расстоянии от города велосипедист догонит пешехода, если скорость велосипедиста равна 18 км в час?

2. Вычислить:

$$(2,088 : 18 + 4,5 : 0,036 - 2,7 \cdot 4,06) : 0,01.$$

942. Контрольное задание.

1. Один рабочий может выполнить работу за 7,5 дня; другому нужно 0,8 этого времени, а третий на выполнение такой работы затратит в 1,5 раза меньше времени, чем первый. За сколько времени сделают работу все три рабочих, работая одновременно?

2. Вычислить:

$$(3,69 \cdot 4,5 + 3,36 : 0,12) \cdot 0,5 - 3 : 8.$$

IV. СОВМЕСТНЫЕ ДЕЙСТВИЯ НАД ОБЫКНОВЕННЫМИ И ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ ОТНОШЕНИЕ ВЕЛИЧИН.

113. ВЫРАЖЕНИЕ ОБЫКНОВЕННОЙ ДРОБИ ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБЬЮ.

Любую десятичную дробь можно выразить обыкновенной дробью.

Примеры. 1) $0,8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$;

2) $1,65 = 1 \frac{65}{100} = 1 \frac{13}{20}$.

Выражение обыкновенной дроби в виде десятичной не всегда возможно.

Чтобы выразить обыкновенную дробь, например $\frac{7}{8}$, десятичной дробью, нужно сначала заменить ее равной обыкновенной дробью со знаменателем 10, или 100, или 1000 и т. д. Эти числа разлагаются на простые множители 2 и 5 и содержат каждый из них одинаковое число раз.

Покажем, что десятичными дробями можно выразить только те обыкновенные (несократимые) дроби, у которых знаменатель не содержит иных множителей, кроме 2 или 5.

Рассмотрим, например, такие дроби:

$$1) \frac{7}{8} = \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 2}; \quad 2) \frac{7}{25} = \frac{7}{5 \cdot 5}; \quad 3) \frac{3}{500} = \frac{3}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}.$$

Чтобы эти дроби выразить десятичными, нужно в знаменателе каждой дроби получить произведение одинакового числа множителей 2 и 5.

Числитель и знаменатель первой дроби умножим на $5 \cdot 5 \cdot 5$:

$$\frac{7}{8} = \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{7 \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5)}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5)} = \frac{7 \cdot 125}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{875}{1000} = 0,875.$$

Умножив числитель и знаменатель второй дроби на $2 \cdot 2$, а третьей дроби на 2, получим:

$$\frac{7}{25} = \frac{7}{5 \cdot 5} = \frac{7 \cdot (2 \cdot 2)}{5 \cdot 5 \cdot (2 \cdot 2)} = \frac{7 \cdot 4}{10 \cdot 10} = \frac{28}{100} = 0,28;$$
$$\frac{3}{500} = \frac{3}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2} = \frac{6}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{6}{1000} = 0,006.$$

Если бы знаменатель несократимой дроби содержал другие простые множители, например 3, 7, 11, то такую дробь нельзя было бы выразить десятичной дробью.

Например, дробь $\frac{5}{6} = \frac{5}{2 \cdot 3}$ нельзя выразить десятичной, так как, умножая 3 на любое натуральное число, невозможно получить 10, 100, 1000 и т. д.

Десятичной дробью можно выразить только такую несократимую обыкновенную дробь, знаменатель которой не содержит никаких других простых множителей, кроме 2 и 5.

Важно не пропустить слово «несократимую», так как некоторые сократимые дроби могут быть выражены десятичной дробью, хотя их знаменатели и содержат другие простые множители, кроме 2 и 5.

Примеры. 1) $\frac{12}{15} = \frac{12}{3 \cdot 5}$; $\frac{12}{15} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0,8$;

2) $\frac{21}{84} = \frac{21}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7}$; $\frac{21}{84} = \frac{1}{4} = 0,25$.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОБЫКНОВЕННОЙ ДРОБИ В ДЕСЯТИЧНУЮ С ПОМОЩЬЮ РАЗЛОЖЕНИЯ ЗНАМЕНАТЕЛЯ НА ПРОСТЫЕ МНОЖИТЕЛИ.

Из предыдущего ясно, что выражение обыкновенной дроби десятичной можно выполнить так:

- 1) сократить обыкновенную дробь (если это возможно);
- 2) разложить знаменатель на простые множители*;

* Преобразование можно упростить, если знаменатель обыкновенной дроби оканчивается нулем.

Например, дробь $\frac{7}{400}$ можно преобразовать таким образом:

$$\frac{7}{400} = \frac{7}{4 \cdot 100} = \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 100} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 5}{10 \cdot 10 \cdot 100} = \frac{175}{10000} = 0,0175.$$

3) если знаменатель не содержит других множителей, кроме 2 и 5, то надо умножить числитель и знаменатель на такое число, чтобы знаменатель стал равным 10, 100, 1000 и т. д.; полученную дробь записать десятичной дробью.

Если знаменатель содержит множители, отличные от 2 и 5, то дробь нельзя представить десятичной дробью.

$$\text{Примеры. } 1) \frac{21}{240} = \frac{7}{80} = \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \\ = \frac{875}{10000} = 0,0875;$$

2) $\frac{14}{120} = \frac{7}{60} = \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5}$. Эту дробь нельзя выразить десятичной, так как ее знаменатель содержит простой множитель 3.

Задание 84.

1. Выразить обыкновенной дробью: 1,04; 0,125; 4,0016; 0,608; 1,750.

2. Какие из дробей: $\frac{3}{5}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{3}{125}$; $\frac{7}{28}$; $\frac{4}{35}$ и $\frac{9}{400}$ — можно выразить десятичной дробью? Выразить их десятичными дробями.

Упражнения.

943. Выразить обыкновенной дробью: 2,8; 1,48; 0,640; 0,725; 1,0032; 0,044.

944. Какие из дробей: $\frac{7}{2}$; $\frac{1}{24}$; $\frac{14}{35}$; $\frac{3}{80}$; $\frac{5}{14}$; $\frac{131}{90}$ — можно выразить десятичной дробью? Выразить такие дроби десятичными.

945. Одно из слагаемых в 6 раз больше другого. Сумма их равна 57,9. Вычислить точные значения каждого из них в обыкновенных дробях и приближенные значения с точностью до 0,1 и до 0,01.

946. Площадь дна бака прямоугольной формы равна 14,12 кв. дм. Определить высоту бака (с точностью до 0,01 дм), если его емкость равна 90 л?

947. Первые 300 м пути поезд прошел за 23 сек. На каждые следующие 300 м он затрачивал на 2 сек. меньше, чем на предыдущие. Вычислить среднюю скорость поезда, если он прошел 1,5 км. Ответ выразить с точностью до 0,1 м в сек. и до 0,1 км. в час.

948. Вычислить и результат выразить десятичной дробью:

$$1) \left(\frac{2}{7} + 3 \cdot \frac{1}{4} - \frac{7}{8} : 1 \frac{1}{2} \right) \cdot 5 \frac{1}{4};$$

$$2) 2 \frac{3}{8} + \left(14 : 5 - \frac{3}{7} : \frac{9}{14} \right) : \frac{1}{3};$$

$$3) 5 \frac{2}{7} - \left(3 : 7 + \frac{5}{14} \cdot 2 \right) \cdot \frac{2}{5} - \frac{22}{35};$$

$$4) \frac{3}{7} : 2 \frac{5}{21} : \frac{3}{11} \cdot 1 \frac{39}{55}.$$

15. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОБЫКНОВЕННОЙ ДРОБИ В ДЕСЯТИЧНУЮ ПУТЕМ ДЕЛЕНИЯ ЧИСЛИТЕЛЯ НА ЗНАМЕНАТЕЛЬ.

Этот способ основан на том, что обыкновенную дробь можно рассматривать как частное от деления ее числителя на знаменатель.

Примеры. Выразить десятичными дробями:

$$1) \frac{3}{8}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad | \quad 8 \\ \hline 30 \quad | \quad 0,375 \\ \hline \overline{60} \\ \hline 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$2) 3 \frac{7}{25}$$

$$\begin{array}{r} 7 \quad | \quad 25 \\ \hline 70 \quad | \quad 0,28 \\ \hline \overline{50} \\ \hline 200 \\ \hline 200 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{3}{8} = 0,375.$$

$$3 \frac{7}{25} = 3,28.$$

Чтобы выразить обыкновенную дробь десятичной, достаточно разделить числитель на знаменатель, представляя частное в виде десятичной дроби.

При выражении обыкновенной дроби десятичной иногда ограничиваются приближенным значением частного. Например, пишут:

$$\frac{3}{8} \approx 0,4 \text{ или } \frac{3}{8} \approx 0,38.$$

Приближенным значением частного иногда заменяют обыкновенную дробь и в том случае, когда она не может быть выражена десятичной дробью. Так можно поступить, например, при решении следующей задачи: «Общая поверхность Земли равна 510 000 000 кв. км, суша занимает 149 000 000 кв. км. Какая часть земной поверхности занята сушей?»

Решение. Под сушей находится $\frac{149\,000\,000}{510\,000\,000}$, или $\frac{149}{510}$, всей земной поверхности. Так как знаменатель несократимой дроби $\frac{149}{510}$ содержит простые множители 3 и 17, то дробь не может быть выражена десятичной дробью. Ограничимся приближенным значением частного, например с точностью до 0,001.

$$\begin{array}{r|l} 149 & 510 \\ \hline 1490 & 0,292 \\ 1020 & \\ \hline 4700 & \\ 4590 & \\ \hline 1100 & \\ 1020 & \\ \hline 80 & \end{array} \quad \frac{149}{510} \approx 0,292.$$

Следовательно, суша занимает примерно 0,292 всей поверхности Земли.

Можно сказать, что в этой задаче дробь $\frac{149}{510}$ приближенно выражена десятичной дробью.

Задание 85.

1. Выразить десятичными дробями (путем деления числителя на знаменатель): $\frac{207}{40}$; $\frac{15}{8}$; $\frac{17}{250}$; $\frac{7}{35}$.

2. Выразить приближенно (с точностью до 0,1, до 0,01, до 0,001) десятичными дробями: $\frac{2}{17}$; $\frac{3}{41}$; $\frac{120}{57}$; $\frac{1}{140}$; $\frac{17}{400}$.

Упражнения.

949. Указать, какие из дробей можно выразить десятичной дробью, и выполнить это преобразование:

1) $\frac{6}{5}$; $\frac{2}{11}$; $\frac{18}{35}$; $\frac{3}{1200}$; 3) $\frac{13}{40}$; $\frac{7}{23}$; $\frac{5}{34}$; $\frac{13}{260}$;

2) $\frac{7}{20}$; $\frac{1}{13}$; $\frac{127}{88}$; $\frac{11}{5500}$; 4) $\frac{7}{80}$; $\frac{40}{43}$; $\frac{1}{99}$; $\frac{81}{450}$.

950. Вычислить приближенное значение (с точностью до 0,01 и 0,001) тех дробей в упражнении 949, которые нельзя выразить десятичными дробями, а также дробей: $\frac{5}{64}$; $\frac{57}{800}$; $\frac{101}{5000}$; $\frac{1001}{40000}$.

951. Вычислить приближенное значение суммы дробей $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$ и $\frac{2}{13}$, выразив каждое слагаемое с точностью до 0,0001.

952. По норме на одного учащегося должно приходиться в классе от 1,25 до 1,5 кв. м пола. Размеры пола в классном помещении 8,95 м × 7,37 м. Какое число учащихся допустимо по норме для этого помещения? Предварительно сделать прикидку результата.

953. Выполняется ли указанная норма (задача 952) для вашего классного помещения?

954. За первый квартал суконная фабрика выработала 290 тыс. м сукна, что составило 29% годового плана. Чему равен годовой план и сколько тысяч квадратных метров выпустила фабрика сверх квартального плана?

955. Вычислить и окончательный результат выразить точно или приближенно десятичной дробью:

$$1) \left(7 \frac{11}{18} + 12 : 10 \frac{4}{5}\right) - \left(13 \frac{2}{3} - 6 \frac{3}{7} : 1 \frac{1}{5}\right);$$

$$2) \left(1 \frac{1}{12} + 3 : \frac{4}{9}\right) - \left(3 \frac{2}{11} - 4 \frac{1}{7} : 4 \frac{4}{21}\right);$$

$$3) \left(12 + \frac{3}{5} \cdot 31 : \frac{4}{25}\right) + \left(12 - 3 \frac{3}{40} \cdot 1 \frac{2}{3}\right);$$

$$4) \frac{20}{27} : 5 + 25 : \frac{5}{8} + \frac{4}{9} : \frac{3}{5};$$

$$5) \frac{3}{4} : 12 + \frac{14}{25} : 8 - \frac{1}{5} : 2 \frac{1}{2};$$

$$6) 18 \frac{1}{4} - \left[9 - 3 : 7 \cdot \left(\frac{2}{15} + \frac{1}{2} + \frac{1}{30}\right)\right] : 4 \frac{5}{14};$$

$$7) \left[\left(6 \frac{2}{3} + 2 \frac{4}{15} + \frac{5}{6} \cdot 6 \frac{3}{5}\right) : \frac{1}{15} - 30 : \frac{5}{28}\right] : 2 \frac{3}{4};$$

$$8) \left[\left(\frac{23}{36} + \frac{31}{63}\right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{21}\right)\right] \cdot \frac{3}{5} : \left(\frac{3}{5} : \frac{7}{8}\right),$$

§ 110 ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ДРОБЬ.

Рассмотрим деление числителя обыкновенной дроби на ее знаменатель в том случае, когда она не может быть выражена десятичной дробью.

Пусть дана дробь $\frac{5}{11}$. Разделим 5 на 11.

$$\begin{array}{r|l}
 5 & 11 \\
 \hline
 50 & 0,4545 \dots \\
 44 & \\
 \hline
 60 & \\
 55 & \\
 \hline
 50 & \\
 44 & \\
 \hline
 60 & \\
 55 & \\
 \hline
 5 &
 \end{array}$$

Замечаем, что в частном будут без конца повторяться цифры 4 и 5, а в остатках будут повторяться цифры 5 и 6.

Такое частное условились называть **бесконечной десятичной дробью**.

Ранее рассмотренные десятичные дроби можно назвать **конечными**. Каждая из них имеет конечное множество десятичных знаков. В бесконечной десятичной дроби цифры, стоящие после запятой, тоже называются десятичными знаками. Множество их — бесконечное множество.

В бесконечной десятичной дроби 0,4545... цифры 4 и 5 повторяются в одном и том же порядке, или, как говорят, повторяются периодически.

В бесконечных десятичных дробях может периодически повторяться любое число цифр.

Примеры. 1) $5 : 9 = 0,555 \dots$. Здесь повторяется одна цифра 5. 2) $437 : 333 = 1,312312 \dots$. В этой бесконечной десятичной дроби периодически повторяются три цифры.

Все такие бесконечные десятичные дроби называют **десятичными периодическими дробями** или, короче, **периодическими дробями**.

Повторяющиеся в этих дробях несколько цифр (или одна цифра) называются **периодом дроби**.

При записи периодической дроби, например 0,4545..., многоточие в конце записи означает, что период повторяется без конца. Короче периодические дроби записывают с помощью круглых скобок, в которые заключают период. Например, $0,4545 \dots = 0,(45)$. Читают так: нуль целых, сорок пять в периоде.

Проверьте, что $\frac{1}{3} = 0,333 \dots = 0,(3)$; $1 \frac{34}{99} = 1,3434 \dots = 1,(34)$. В результате деления числителя на знаменатель может быть получе-

на и такая бесконечная десятичная дробь, у которой повторяющиеся цифры начинаются не сразу после запятой. Если дробь $\frac{2}{15}$ выразить бесконечной десятичной дробью, то получим, что $\frac{2}{15} = 0,1333 \dots$. После запятой находится цифра 1, а затем повторяется цифра 3.

$$0,1333 \dots = 0,1(3),$$

читают: нуль целых, одна десятая, 3 в периоде.

Дробь $2,437171 \dots$ можно записать: $2,43(71)$ и читать так: две целых, 43 сотых, 71 в периоде.

Если обыкновенная дробь не выражается десятичной дробью, то она выражается периодической дробью.

Справедливо и обратное утверждение: всякая периодическая дробь равна некоторой обыкновенной дроби. Можно, например, проверить, что $0,5(3) = \frac{8}{15}$. В практических расчетах периодические дроби не употребляются, их выражают приближенными числами с той или иной точностью.

Задание 86.

1. Выразить в виде периодических дробей следующие обыкновенные дроби: $\frac{1}{6}$; $\frac{3}{11}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{7}{15}$. Найти их приближенные значения с точностью до 0,001.

2. Почему эти дроби должны выражаться периодическими дробями?

3. Какая дробь называется периодической дробью?

Упражнения.

956. Выразить дроби $\frac{1}{12}$, $\frac{7}{45}$, $1\frac{7}{11}$ и $\frac{2}{7}$ периодическими дробями. Указать их приближенные значения с точностью до 0,01 и 0,001.

957. Написать две какие-либо дроби, которые выражаются периодическими дробями, записать каждую из них в виде периодической и вычислить приближенные значения их.

958. Проверить, что:

$$1) 0,222 \dots = \frac{2}{9}; \quad 4) 10,41666 \dots = 10\frac{5}{12};$$

$$2) 0,5777 \dots = \frac{26}{45}; \quad 5) 0,0606060 \dots = \frac{2}{33};$$

$$3) 6,1222 \dots = 6\frac{11}{90}; \quad 6) 2,153153153 \dots = 2\frac{17}{111}.$$

959. Используя предыдущее упражнение, записать приближенные значения дробей $\frac{2}{9}$, $\frac{26}{45}$, $\frac{11}{90}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{2}{33}$ и $\frac{17}{111}$ с точностью до 0,01; до 0,001; до 0,000001.

960. Подъем дороги составляет в среднем 13,7 м на каждые 100 м. Сколько километров надо пройти, чтобы подняться на высоту 1,5 км? (Ответ дать с точностью до 0,1 км.)

961. Турист делает в минуту в среднем 80 шагов, а длина шага в среднем равна 0,78 м. Сколько дней потребуется туристу, чтобы пройти 120 км, если он ежедневно будет находиться в пути 8 час.? (Ответ округлить до 1 дня.)

§ 117. СОВМЕСТНЫЕ ДЕЙСТВИЯ НАД ОБЫКНОВЕННЫМИ И ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ.

При вычислениях приходится иметь дело и с обыкновенными и с десятичными дробями. При этом можно одни вычисления производить в обыкновенных дробях, а другие в десятичных дробях. Обычно в практических вычислениях обыкновенные дроби приближенно выражают десятичными дробями. Надо выбрать наиболее быстрый способ вычисления, не требующий сложных и громоздких записей.

Рассмотрим несколько примеров:

1. Вычислить: $\left(\frac{3}{8} + 0,25 + \frac{1}{6}\right) : 1\frac{7}{12}$.

Вычисления лучше вести в обыкновенных дробях, так как 0,25 можно быстро выразить обыкновенной дробью, эта дробь равна $\frac{1}{4}$.

1) $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9+6+4}{24} = \frac{19}{24}$;

2) $\frac{19}{24} : 1\frac{7}{12} = \frac{19}{24} \cdot \frac{12}{19} = \frac{1}{2}$.

2. Вычислить: $1,378 - \frac{5}{6} + \frac{12}{77}$.

Если вычисление вести в обыкновенных дробях, то они будут громоздкими, так как общий знаменатель выражается большим числом, он равен 115 500.

В таких случаях можно вместо точных вычислений производить приближенные, выражая приближенно обыкновенные дроби десятичными дробями. Решим этим способом данный пример.

Выразим десятичными дробями $\frac{5}{6}$ и $\frac{12}{77}$ с точностью до 0,001, так как первое число 1,378 дано в тысячных долях:

$$1) \begin{array}{r} 5 \overline{) 6} \\ \underline{50} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array} \quad \frac{5}{6} \approx 0,833.$$

$$2) \begin{array}{r} 12 \overline{) 77} \\ \underline{120} \\ 77 \\ \underline{430} \\ 385 \\ \underline{450} \\ 385 \\ \underline{65} \end{array} \quad \frac{12}{77} \approx 0,156.$$

Здесь следует взять приближенное значение с избытком.

$$3) \begin{array}{r} -1,378 \\ \underline{-0,833} \\ 0,545 \end{array} \quad 4) \begin{array}{r} +0,545 \\ \underline{+0,156} \\ 0,701 \end{array}$$

$$3. \text{ Вычислить: } 2\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{3} + 0,5 + 0,25\right) : \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{12}\right).$$

Для вычисления суммы чисел в первых круглых скобках целесообразно сначала сложить только десятичные дроби:

$$0,5 + 0,25 = 0,75.$$

Для дальнейших вычислений выразим дробь 0,75 обыкновенной дробью:

$$0,75 = \frac{3}{4}.$$

Затем вычислим сумму $\frac{1}{3}$ и $\frac{3}{4}$:

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{4} = \frac{4+9}{12} = 1\frac{1}{12}.$$

После этого вычисляем сумму чисел в других круглых скобках:

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{12} = \frac{8+5}{12} = 1\frac{1}{12}.$$

Наконец, вычисляем частное: $1\frac{1}{12} : 1\frac{1}{12} = 1$; и разность:
 $2\frac{1}{4} - 1 = 1\frac{1}{4}$.

Все вычисления следует производить не торопясь, каждое надо проверить, прежде чем переходить к следующему.

Все цифры и знаки действий надо писать четко и аккуратно. Только при соблюдении этих условий можно ожидать, что окончательное вычисление будет выражать правильный результат и время, затраченное на работу, не пропадет напрасно.

Задание 87.

1. Вычислить:

$$1 - \frac{3}{7} : \left[5 - \left(6 \cdot \frac{1}{3} - 1,5 \right) \right] \cdot 1,75.$$

2. Вычислить:

$$1,4 - 0,05 \cdot [3,01 + 3,5 : 0,7 - (0,4 - 0,39)].$$

Упражнения.

962. В каждом из упражнений выполнить вычисления сначала в обыкновенных дробях, а затем в десятичных. Предварительно сделать прикидку результата.

1) $\frac{3}{4} + 0,56 - 0,4$;

4) $\frac{7}{8} \cdot 0,12$;

2) $1,8 - 1\frac{7}{25} + 1\frac{1}{4}$;

5) $1\frac{1}{2} : 3\frac{1}{8}$;

3) $1\frac{7}{20} - 0,92$;

6) $\frac{201}{250} : 3 \cdot 1,25$.

963. В каждом из упражнений выполнить вычисления в обыкновенных и в десятичных дробях. Если обыкновенную дробь или частное нельзя выразить десятичной дробью точно, то сделать это приближенно. Предварительно сделать прикидку результата.

1) $2\frac{2}{9} - 0,9 \cdot 2\frac{1}{3}$;

4) $3\frac{1}{7} : 1,1 + 4,5 \cdot 1\frac{1}{9}$;

2) $0,48 + 3\frac{1}{6} \cdot 2,4$;

5) $12,05 \cdot 2 - \frac{5}{7} \cdot 4,9$;

3) $5\frac{1}{7} \cdot 0,14 - 0,36$;

6) $8 : 0,16 - 3\frac{3}{4} \cdot 6,4$.

964. Вычислить, пользуясь там, где это удобно, десятичными или обыкновенными дробями:

1) $1,75 : \frac{2}{3} - 1,75 \cdot 1\frac{1}{8}$;

$$2) \left(0,385 - \frac{3}{70}\right) \cdot \frac{4}{5};$$

$$3) 1,0905 : \frac{1}{40} + 2 \frac{19}{50} : 100;$$

$$4) 2,6275 - \left(10,42 + 10 \frac{17}{25}\right) \cdot \frac{1}{50};$$

$$5) 6,6 : 1 \frac{3}{8} + 1,98 \cdot 9 \frac{1}{11} + 6,79 : 0,7;$$

$$6) \frac{2,8 : 2 \frac{2}{3}}{5 \frac{1}{6} - 3 \frac{7}{9}} + 0,625 - \frac{5}{12};$$

$$7) \frac{\left(2,4 + 1 \frac{5}{7}\right) \cdot 4,375}{\frac{2}{3} - \frac{1}{6}};$$

$$8) \frac{\left(2,7 - \frac{4}{5}\right) \cdot 2 \frac{1}{3}}{\left(5,2 - 1 \frac{2}{5}\right) : \frac{3}{7}}.$$

965. Вычислить:

$$1) \left(3 \frac{4}{25} + 0,24\right) \cdot 2,15 + (5,1625 - 2,1875) \cdot \frac{2}{5};$$

$$2) \left(0,364 : \frac{7}{25} + \frac{5}{16} : 0,125 + 2 \frac{1}{2} \cdot 0,8\right) \cdot 2 - 1,4;$$

$$3) \left(2,4 - \frac{3}{4}\right) \cdot 0,6 : \left[\left(\frac{3}{8} + 0,25\right) \cdot 0,4\right];$$

$$4) 2,8 : \left(\frac{1}{5} + 0,2\right) : \left(6 - 5 \frac{13}{20}\right) + 1,04;$$

$$5) \left[(2 - 0,75) : \frac{2}{5} + 0,642 : 0,3\right] \cdot \frac{2}{13} + 4,35;$$

$$6) 1,25 - \left(\frac{1}{3} + 0,5 + 0,25\right) : \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{12}\right);$$

$$7) 8 : \left[(4,5 - 3,2) \cdot \frac{5}{13} + 31 : 0,5\right];$$

$$8) 6 - \frac{2,1 + 5 : 6,25 \cdot 7}{6,9 + 8 \cdot 0,0125}.$$

966. Вычислить:

1) $\left[418,11 : 135 \frac{3}{4} - 13 \frac{11}{25} : (20 - 15,52) \right] : 0,1;$

2) $\left[0,4 + 8 : \left(5 - 0,8 \cdot \frac{7}{8} \right) - 5 : 2 \frac{1}{2} \right] \cdot 3 \frac{47}{56};$

3) $\left(1 \frac{4}{5} + 2,52 - 1 \frac{41}{50} \right) : 1 \frac{1}{14} \cdot 0,2;$

4) $\left(3 \frac{3}{4} + 2,5 \right) : \left(1,25 - \frac{15}{16} \right) - 5 \frac{2}{3} : 3,4;$

5) $\left(\frac{1}{2} : 0,125 + 2,8 : \frac{11}{35} - 1 \frac{10}{11} \right) : 0,44 \cdot 0,06;$

6) $6 \frac{1}{6} - 2 \frac{1}{4} \cdot \left(5,4 - 3 \frac{1}{3} \cdot 0,48 \right) \cdot \frac{10}{19};$

7) $\left[16,7 : 0,25 - \left(5 \frac{19}{45} - 2 \frac{11}{30} \right) : 5,5 \right] : 3 \frac{2}{3};$

8) $\left[8,6 \cdot 0,25 - \left(5 \frac{61}{90} - 4 \frac{1}{12} \right) \right] : \left(1,34 + \frac{7}{40} : 2 \frac{11}{12} \right).$

967. Найти:

1) $\frac{2}{3}$ от 0,18; 3) $\frac{15}{16}$ от 2,56; 5) 0,99 от $5 \frac{5}{11}$;

2) 0,15 от $\frac{2}{45}$; 4) 0,002 от $4 \frac{3}{8}$; 6) $\frac{14}{5}$ от 2,5.

968. Найти число, если:

1) 0,9 его равны $1 \frac{2}{7}$; 4) $\frac{7}{25}$ его равны 7,35;

2) $\frac{5}{6}$ его равны 0,95; 5) $\frac{16}{9}$ его равны 1,28;

3) 0,05 его равны $3 \frac{3}{5}$; 6) 1,21 его равны $2 \frac{1}{5}$.

969. Найти:

1) 0,78 от $38 \frac{1}{2}$ км; 3) $\frac{3}{8}$ от 8,2 кг; 5) 0,56 от 3,45 л;

2) 0,575 от $4 \frac{2}{5}$ т; 4) $\frac{8}{15}$ от 0,45 га; 6) $\frac{5}{12}$ от 4,8 руб.

970. Найти величину, если:

1) $\frac{3}{7}$ ее равны 2,7 кв. м;

4) 2,36 ее равны 1180 га;

2) 0,78 ее равны 0,819 м;

5) $\frac{7}{13}$ ее равны 0,054 км;

3) 0,48 ее равны $28\frac{4}{5}$ кг;

6) 0,32 ее равны 6,4 руб.

971. Входящее в состав бронзы олово составляет $\frac{4}{5}$ веса бронзы. Сколько олова требуется для изготовления 45,5 кг бронзы?

972. При простом помоле пшеница дает муки $\frac{4}{5}$ веса зерна, а рожь $\frac{3}{4}$ веса зерна. В помол пущено 694,5 т пшеницы и ржи, причем ржаной муки получилось 357,75 т. Сколько получилось пшеничной муки?

973. Со станции вышел поезд в 10 час. 25 мин. и шел со скоростью 56,5 км в час. В 11 час. 10 мин. в том же направлении отправился автомобиль. С какой скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы догнать поезд на расстоянии 124,3 км от станции? (Ответ дать с точностью до 0,1 км в час.)

974. Тракторист по норме должен вспахать за 12 дней 67,2 га. За сколько дней он вспахал 109,2 га, если ежедневно выполнял в среднем 1,3 нормы?

975. Лыжник находился в пути 3 дня. В первый день он прошел $\frac{3}{7}$ пути, во второй — 0,5 остатка, в третий день 36 км. Чему равен весь путь?

976. Решить уравнения:

1) $5,46 : x = \frac{13}{50}$;

2) $6,4x = 12 \cdot \frac{1}{3}$;

3) $x : \left(4,3 - \frac{3}{4}\right) = 0,06$;

4) $\left[14 - (13 - 0,5) \cdot \frac{1}{25}\right] : \left(\frac{1}{25} \cdot x\right) = 625$;

5) $\left(12,35 \cdot \frac{3}{5} + 7 : 2\right) : x = 4,2$.

Ответы выразить в десятичных дробях точно или приближенно.

977. Контрольное задание.

1) Ширина захвата самоходной косилки 10 м, скорость ее движения $6\frac{13}{20}$ км в час. За сколько времени будет скошен участок размером 2,49 км \times 0,9 км? (Ответ дать в часах.)

2) Выразить дробь $\frac{149}{90}$ периодической дробью и найти ее приближенное значение с точностью до 0,001.

3) Вычислить:

$$\left(20\frac{8}{15} \cdot 7,5 - 135 : 2,5\right) : \left(4,2 \cdot 3\frac{3}{7} - 34,4 : 14\frac{1}{3}\right).$$

§ 112 ОТНОШЕНИЕ ДВУХ ЧИСЕЛ.

Задача. Латунь представляет сплав, содержащий определенное число весовых частей цинка и меди. Известно, что для изготовления куска латуни было взято 3,73 кг меди и 2,52 кг цинка. Сколько частей меди и цинка содержит латунь?

Чтобы ответить на вопрос задачи, найдем частное от деления количества меди на количество цинка:

$$3,78 : 2,52 = \frac{378}{252} = \frac{3}{2}.$$

Частное показывает, что на каждые 3 части меди надо брать 2 части цинка. Говорят, что отношение веса меди к весу цинка при изготовлении латуни равно отношению трех к двум и записывают так: 3 : 2.

Определение. *Отношением двух чисел называется частное от деления одного из них на другое.*

Отношение обозначают с помощью знака деления, например: 12 : 5, или $\frac{12}{5}$.

Делимое называют **предыдущим** членом отношения, а делитель — **последующим** членом отношения.

В отношении 12 : 5 число 12 есть предыдущий член, число 5 — последующий член. Отношением называют как запись 12 : 5, так и результат деления, т. е. число $2\frac{2}{5}$.

Если отношение больше единицы, то оно показывает, во сколько раз предыдущий член больше последующего. Например, 12 в $2\frac{2}{5}$ раза больше, чем 5. Если отношение меньше единицы, то

оно показывает, какую часть последующего члена составляет предыдущий. Например, отношение $8 : 16 = \frac{1}{2}$ показывает, что 8 составляет $\frac{1}{2}$ от 16.

Все свойства частного (§ 25 и 30), очевидно, справедливы и для отношения двух чисел.

ОТНОШЕНИЕ ДВУХ ВЕЛИЧИН.

Определение. *Отношением двух величин называется отношение их числовых значений.*

Если, например, надо найти отношение основания прямоугольника к его высоте, то это означает, что надо найти отношение числовых значений длин этих сторон прямоугольника, выраженных в одних и тех же единицах.

Если основание прямоугольника равно 1 м, а его высота 25 см, то отношение основания к высоте равно:

$$1 \text{ м} : 25 \text{ см} = 100 \text{ см} : 25 \text{ см} = 4.$$

Это число показывает, что основание в 4 раза больше высоты. Однако не всегда отношение величин указывает, во сколько раз одна больше или меньше другой или какую часть одна из них составляет по сравнению с другой.

Например, цена товара есть отношение его стоимости к количеству товара. Если стоимость 5 кг товара равна 10 руб., то отношение $10 : 5 = 2$ выражает числовое значение третьей величины — цены товара. В этом примере нельзя говорить, что 10 руб. в 2 раза больше 5 кг.

Задание 88.

1. Найти отношение:

- 1) 14 к 5; 3) 2 см к 400 м;
2) 400 м к 2 м; 4) 1 га к 4 а.

2. Средняя скорость есть отношение пути ко времени, в течение которого пройден этот путь. Вычислить значение скорости, если пройденный путь равен 20 км, а время движения 0,4 часа. Можно ли сказать, что больше: 20 км или 0,4 часа?

3. Что называется отношением двух чисел?

4. Что называется отношением двух величин?

Упражнения.

978. Найти отношение чисел:

- | | | |
|-----------------|---------------------------------------|---------------------|
| 1) 124 к 31; | 6) 12,25 к 0,125; | 11) 48 : 0,0016; |
| 2) 6 к 20; | 7) $8\frac{2}{3}$ к $\frac{13}{15}$; | 12) 338 : 0,000169; |
| 3) 12,3 к 3; | 8) $6\frac{5}{6}$ к 8,2; | 13) 121 : 0,00011; |
| 4) 0,55 к 0,25; | 9) 1,35 к $5\frac{5}{8}$; | 14) 529 : 0,000046. |
| 5) 9,1 к 0,07; | 10) 0,063 к $2\frac{1}{3}$; | |

979. Найти отношение (с точностью до 0,01):

- | | | |
|-------------|----------------------------------|------------------------------------|
| 1) 15 : 9; | 4) 7,2 : 14; | 7) $5\frac{1}{4} : 2\frac{1}{4}$; |
| 2) 13 : 24; | 5) 0,83 : 0,3; | 8) $17,6 : 2\frac{1}{4}$. |
| 3) 20 : 51; | 6) $\frac{2}{3} : \frac{7}{8}$; | |

980. Найти отношение:

- | | |
|----------------------------------|---|
| 1) 5 <i>дм</i> к 12 <i>см</i> ; | 5) 6 <i>кв. дм</i> к 24 <i>кв. см</i> ; |
| 2) 25 <i>см</i> к 7 <i>дм</i> ; | 6) 120 <i>кв. см</i> к 0,3 <i>кв. м</i> ; |
| 3) 400 <i>г</i> к 2 <i>кг</i> ; | 7) 150 <i>куб. см</i> к 0,9 <i>куб. м</i> ; |
| 4) 3,6 <i>т</i> к 2,4 <i>т</i> ; | 8) 5 <i>куб. дм</i> к 200 <i>куб. см</i> . |

981. Двое мальчиков бросали мяч в цель. Один из 20 бросков имел 13 попаданий, а другой из 26 бросков 15 попаданий. Чей результат лучше?

982. Во время тренировок в стрельбе один спортсмен выбил 186 очков из 200 возможных, другой 166 очков из 180 возможных. Чей результат лучше?

983. Найти отношение веса деревянного бруска в килограммах к его объему в кубических дециметрах, если размеры бруска 1,2 м × 6 см × 2,5 см, а вес равен 1 кг 80 г. Будет ли это отношение иным, если взять другой брусок из этого же материала?

984. Вес мальчика равен 36,5 кг, площадь его лыж равна 1800 кв. см, а площадь обуви 160 кв. см. Найти отношение веса мальчика к площади опоры на снег без лыж и на лыжах. (Вычислить с точностью до 0,01.)

§ 126. НАХОЖДЕНИЕ ОДНОГО ИЗ ЧЛЕНОВ ОТНОШЕНИЯ.

Из определения действия деления следует, что делимое равно делителю, умноженному на частное, а делитель равен делимому, деленному на частное.

Если эти правила применить к членам отношения, то получим:

1) предыдущий член равен последующему члену, умноженному на отношение:

$$x : \frac{1}{4} = 5; \quad x = \frac{1}{4} \cdot 5 = 1 \frac{1}{4};$$

2) последующий член равен предыдущему члену, деленному на отношение:

$$2 \frac{1}{3} : x = 14; \quad x = 2 \frac{1}{3} : 14 = \frac{7}{3 \cdot 14} = \frac{1}{6}.$$

Задание 89.

1. Найти предыдущий член отношения, если последующий член равен 12, а отношение равно:

1) 3; 2) 0,5; 3) 1,3; 4) $1 \frac{1}{8}$.

2. Найти последующий член отношения, если предыдущий член равен 15,6, а отношение равно:

1) 2; 2) 1,2; 3) 0,7; 4) $\frac{3}{8}$.

3. Как найти предыдущий член отношения? Как найти последующий член отношения?

Упражнения.

Найти неизвестный член отношения:

985. 1) $x : 10 = \frac{7}{15}$; 5) $x : 0,28 = 2,5$;
2) $x : 24 = 2 \frac{1}{30}$; 6) $11,7 : x = 0,9$;
3) $2 \frac{1}{4} : x = 1 \frac{1}{2}$; 7) $x : 12,5 = 0,44$;
4) $3 \frac{5}{9} : x = 3 \frac{1}{5}$; 8) $0,069 : x = 0,092$.

986. 1) $\frac{x}{21} = 3$; 4) $\frac{4,8}{x} = 0,8$; 7) $8 \frac{1}{3} : x = 1,25$;
2) $\frac{x}{1,5} = 6$; 5) $\frac{x}{0,016} = 0,45$; 8) $x : 1,2 = \frac{7}{36}$.
3) $\frac{2 \frac{2}{3}}{x} = 16$; 6) $\frac{15,6}{x} = 1 \frac{1}{5}$;

987. 1) $x : 1,8 \text{ м} = 15$; 4) $x : 5,2 \text{ кг} = 0,7$;

2) $x : 22 \frac{1}{2} \text{ г} = 2 \frac{4}{5}$; 5) $x : 4,5 \text{ руб.} = 6,4$;

3) $48,4 \text{ дм} : x = 5,6$; 6) $12,25 \text{ руб.} : x = 3,5$.

988. Проволока разрезана на части длиной 9 м и 14,4 м. Найти отношение длины первой части к длине второй части. Найти отношение длины каждой части к длине всей проволоки.

989. Площадь прямоугольника равна 220,5 кв. дм, высота 105 см. Найти отношение высоты прямоугольника к его основанию.

990. Найти отношение площадей двух прямоугольных участков земли, если длина и ширина одного равны 72,8 м и 71,4 м, а другого 127,4 м и 30,6 м.

991. Чтобы вывести искусственный спутник на орбиту вокруг Земли, нужно сообщить ему скорость 8 км в сек. Найти отношение этой скорости к скорости звука, равной 20 км в мин.

992. Найти отношение средних скоростей двух поездов, если первый за 1,6 часа прошел 96 км, а второй за $\frac{2}{3}$ часа прошел 34 км.

993. Сплав из свинца и олова содержит 1 кг 20 г свинца и 760 г олова. В каком отношении взяты свинец и олово по весу при составлении сплава?

994. Вычислить с точностью до 0,01 отношение длины класса, в котором вы занимаетесь, к его ширине и обратное отношение, т. е. отношение ширины к длине.

995. Найти отношение каждого из чисел: $2; \frac{3}{5}; 0,9; 1,6$ — к числу, обратному ему.

996. Отношение площади окон к площади пола классной комнаты (световая площадь) не должно быть меньше 0,2. Вычислить с точностью до 0,01 световую площадь вашего класса.

997. Крутизной лестницы называется отношение высоты ступеньки к ее глубине. Вычислить с точностью до 0,01 крутизну лестницы, если высота ступеньки 17 см, а глубина 30 см.

998. Вес советского космического корабля «Восток», на котором первый в мире космонавт Ю. А. Гагарин совершил свой исторический полет вокруг Земли, составлял 4725 кг, а вес аме-

риканского космического корабля «Френдшип-7» — 1355 кг. Вычислить с точностью до 0,1 отношение веса «Восток» к весу «Френдшип-7».

121. ЧИСЛОВОЙ МАСШТАБ.

План или карта местности всегда вычерчивается в некотором масштабе. Это означает, что расстояние между любыми двумя точками на плане в определенное число раз меньше расстояния между этими точками на местности. Величина этого уменьшения выражается отношением длины линии на плане к длине этой линии на местности. Это отношение называется **числовым масштабом**. Если длина линии на плане равна, например 2 см, а длина ее на местности равна 500 м, то числовой масштаб равен:

$$2 \text{ см} : 500 \text{ м} = 2 \text{ см} : 50\,000 \text{ см} = \frac{1}{25\,000}.$$

Числовой масштаб выражается обычно дробью с числителем, равным 1, а знаменатель выражается круглым числом: 1000, 2500; 5000; 10 000; 25 000 и т. д. Знаменатель показывает, во сколько раз длина линии на местности уменьшена при изображении ее на плане.

Если масштаб равен $\frac{1}{5000}$, то, например, линия на местности длиной 300 м изображается на плане линией, в 5000 раз меньшей. Длина линии на плане равна: $300 \text{ м} : 5000 = 30\,000 \text{ см} : 5000 = 6 \text{ см}$. Зная длину линии на плане или карте и числовой масштаб, можно определить длину этой линии на местности.

Допустим, что на карте, масштаб которой равен $\frac{1}{1\,000\,000}$, длина участка железной дороги равна 16 см. В действительности длина этого участка на земной поверхности в 1 000 000 раз больше. Таким образом, длина участка железной дороги равна:

$$16 \text{ см} \cdot 1\,000\,000 = 16\,000\,000 \text{ см} = 160\,000 \text{ м} = 160 \text{ км}.$$

Числовым масштабом пользуются также при построении диаграмм.

Задание 90.

1. На рисунке 105 изображена часть схематической карты СССР в масштабе $\frac{1}{40\,000\,000}$. Определить расстояние между Москвой и Одессой.

2. На листе тетради требуется изобразить прямоугольный участок, одна сторона которого равна 245 м, а другая 112 м. Какой числовой масштаб можно выбрать для этого изображения?

3. Определить длину и ширину дома (рис. 106).

4. Что называется числовым масштабом?



Рис. 105.

Упражнения.

999. Найти числовой масштаб плана или карты по данным таблицы:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Длина линии на местности . . .	200 м	1 км	1,5 км	30 м	100 км	200 км	600 км	15 км
Длина линии на плане или на карте	1 см	1 дм	6 см	15 см	1 см	2,5 см	1,5 см	1,5 см

1000. На карте с масштабом $\frac{1}{10\,000\,000}$ расстояние между Москвой и Ленинградом равно 6,5 см, между Москвой и Калининградом 1,4 см, между Киевом и Минском 4,2 см. Найти действительное расстояние между этими городами.

1001. Числовой масштаб карты равен $\frac{1}{30\,000\,000}$. Каково будет расстояние на карте, если на местности оно составляет: 1) 600 км; 2) 300 км; 3) 450 км; 4) 740 км; 5) 1030 км (результаты округлить до 0,1 см). Начертите полученные отрезки.

1002. Числовой масштаб плана равен $\frac{1}{500}$. Каково будет расстояние на плане, если на местности оно составляет: 1) 100 м; 2) 200 м; 3) 160 м;

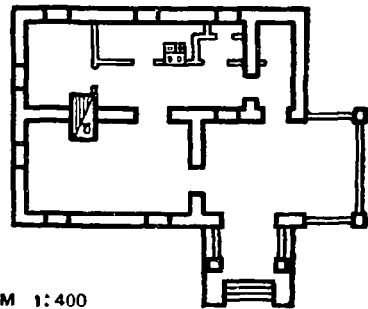


Рис. 106.

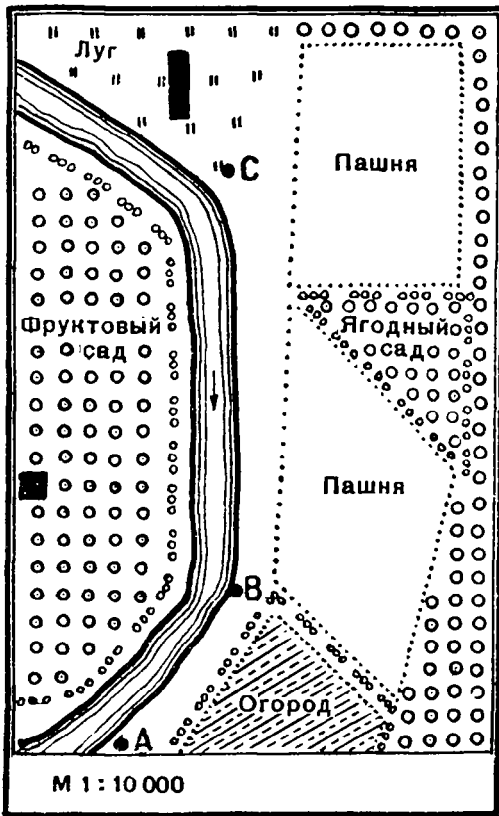


Рис. 107

пришкольного участка поместился на странице тетради?

1007. Используя топографическую карту (рис. 107), найти расстояние ABC на местности.

1008. Используя карту, приведенную на рисунке 105, найти расстояние между Москвой и Ростовом, Москвой и Минском, Харьковом и Одессой, Ленинградом и Курском.

1009. Норма высева кукурузы $0,4 \text{ ц}$ на 1 га . Сколько нужно семян, чтобы засеять прямоугольный участок, который на плане с масштабом $\frac{1}{10000}$ имеет размеры $12 \text{ см} \times 7,5 \text{ см}$?

1010. Вычислить, сколько семян потребуется, чтобы прямоугольный участок пашни, изображенный на рисунке 107, засеять: 1) кукурузой; 2) гречихой? Норма высева на 1 га кукурузы $0,4 \text{ ц}$, гречихи $0,7 \text{ ц}$.

4) 8 м ; 5) 26 м ; 6) 45 м (последние 3 отрезка начертить).

1003. На плане с масштабом $\frac{1}{400}$ длина прямоугольного участка равна 41 см , а ширина $13,5 \text{ см}$. Найти площадь участка в квадратных метрах, в арах (сотках).

1004. Какова длина отрезка, изображающего длину вашего класса на плане с масштабом:

1) $\frac{1}{100}$; 2) $\frac{1}{50}$; 3) $\frac{1}{200}$?

Начертить эти отрезки.

1005. Какова длина отрезка, изображающего длину здания вашей школы на плане с масштабом:

1) $\frac{1}{200}$; 2) $\frac{1}{500}$; 3) $\frac{1}{250}$?

1006. Какой масштаб можно взять, чтобы план

1011. Построить прямоугольную диаграмму, изображающую наибольшие глубины океанов (в масштабе 1 : 100 000).

Название океана	Наибольшая глубина в метрах
Атлантический	9 218
Индийский	7 450
Северный Ледовитый	5 000
Тихий	10 990

1012. Построить прямоугольную диаграмму, изображающую длины некоторых каналов (в масштабе 1 : 2 000 000).

Название канала	Длина в км
Беломорско-Балтийский (СССР)	227
Москва — Волга (СССР)	128
Волга — Дон (СССР)	101
Суэцкий (ОАР)	161
Панамский (США)	81

2. УПРАЖНЕНИЯ ПО ТЕМЕ «СОВМЕСТНЫЕ ДЕЙСТВИЯ НАД ОБЫКНОВЕННЫМИ И ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ. ОТНОШЕНИЕ ВЕЛИЧИН».

1013. Вычислить:

1) $\left(\frac{1}{2} + 0,8 - \frac{3}{5}\right) \cdot \left(3 + 5\frac{8}{25} - 0,12\right)$;

2) $\left(2\frac{3}{4} + 0,15 - 1\frac{8}{25}\right) : \left(2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4} + 0,04\right)$;

3) $\left(2,314 - \frac{1}{4}\right) : \frac{1}{50} + \left(1\frac{11}{16} + 0,7125\right) : 3$;

4) $\left(1\frac{3}{8} + 1\frac{3}{4} - 0,411\right) : 0,59$;

5) $\left(6\frac{8}{15} - 1,35\right) : \left(2\frac{4}{5} + 0,2\right)$;

6) $12,8 \cdot 0,25 : \left(\frac{3}{4} - 0,125\right)$;

$$7) 1,456 : \frac{7}{25} + \frac{5}{16} : 0,125 + 4\frac{1}{2} \cdot 0,8;$$

$$8) \left(4\frac{1}{8} - 0,004 \cdot 300\right) : 0,0015 + \left(4\frac{1}{5} - 3\frac{1}{2}\right) : 10.$$

1014. Вычислить:

$$1) \frac{\left(\frac{1}{2} + 0,4 + 0,375\right) \cdot \frac{2}{5}}{\frac{2}{3} \cdot 75}; \quad 4) \frac{2,4 \cdot 3\frac{3}{4} + 2\frac{2}{11} \cdot 4,125}{5\frac{5}{6} \cdot 2\frac{4}{7}};$$

$$2) \frac{3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{2}}{\frac{62}{75} - \frac{4}{25}}; \quad 5) \frac{3,5 + 4\frac{2}{3} + 2\frac{2}{15}}{1\frac{1}{20} + 4,1};$$

$$3) \frac{\left(1,5 + 2\frac{2}{3} + 3\frac{3}{4}\right) \cdot 3,6}{14 - 15\frac{1}{8} : 2}; \quad 6) \frac{\left(0,3125 \cdot 1\frac{1}{5} + \frac{11}{40}\right) : 1,3}{\left(\frac{18}{25} - 0,39\right) : \frac{33}{50}}.$$

1015. Вычислить в десятичных дробях, выражая промежуточные и окончательные результаты с заданной точностью:

$$1) 23 : 1587 + 0,4 : 21,3 \text{ (с точностью до } 0,001\text{)};$$

$$2) 2\frac{5}{9} : 1,38 - 1\frac{3}{7} \cdot 0,47 \text{ (с точностью до } 0,01\text{)};$$

$$3) 5\frac{5}{23} - 7 \cdot 0,39 + 2\frac{1}{15} \text{ (с точностью до } 0,01\text{)};$$

$$4) 102\frac{1}{3} + 0,36 \cdot 812 - 89 : 2\frac{1}{8} \text{ (с точностью до } 0,1\text{)}.$$

1016. Вычислить:

$$1) \frac{\left(2\frac{2}{5} \cdot 3,75 + 1\frac{1}{11} \cdot 8,25\right) : 3}{1\frac{1}{5} \cdot 2\frac{4}{7}};$$

$$2) 2\frac{2}{3} : \frac{\left(5,6 + \frac{17}{40} - 5\frac{1}{200}\right) : 0,1}{30,75 + \frac{1}{12} + 3\frac{1}{6}} \cdot 4,5;$$

$$3) \frac{47 : \left(2,5 - \frac{2}{5} \cdot 0,375\right) + \frac{2}{5} - 2,5 : 1\frac{1}{4}}{97,85 : 10,3 + 10,3 : 20\frac{3}{5}};$$

$$4) \frac{\left[7,2 + 6 \frac{2}{3} : \left(4 \frac{1}{8} + 2,25 : \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{9}{16}\right] : 2,2}{12,75 - 1,125 : \frac{1}{2}};$$

$$5) \frac{\left[2,25 - \left(\frac{1}{3} + 0,5 + \frac{1}{4}\right) : \left(2,3 - 1 \frac{13}{60}\right)\right] \cdot 0,64}{\left(\frac{3}{4} - 0,65\right) \cdot \left(\frac{3}{4} + 0,65\right)};$$

$$6) \frac{4,5 : \left[47 \frac{3}{8} - (14,125 - 18 \cdot 0,75) \cdot 7,4 : \frac{37}{181}\right]}{7 \frac{29}{55} + 69,36 : 10 \frac{1}{5}}.$$

1017. Выполнить действия над периодическими дробями, предварительно округлив их с заданной точностью:

- 1) $0,(6) + 0,(23)$ (с точностью до 0,001);
- 2) $0,(83) - 0,(524)$ (с точностью до 0,001);
- 3) $2,3(5) + 1,2(41) - 3,1(27)$ (с точностью до 0,01);
- 4) $0,37(2) \cdot 0,(52)$ (с точностью до 0,001).

1018. Вычислить отношения:

- 1) $28 : 5$;
- 2) $3,24 : 0,045$;
- 3) $4 \frac{5}{18} : 1 \frac{2}{9}$;
- 4) $\frac{3}{25} : 0,8$;
- 5) $2,5 \text{ кг} : 20 \text{ г}$;
- 6) $0,38 \text{ м} : 1,9 \text{ дм}$;
- 7) $7,5 \text{ кв. м} : 2 \text{ га}$;
- 8) $\frac{1}{8} \text{ куб. дм} : 0,2 \text{ куб. см}$.

1019. Найти неизвестный член отношения:

- 1) $\frac{15}{x} = 2$;
- 2) $\frac{x}{24} = 5$;
- 3) $0,012 : x = 0,04$;
- 4) $x : 0,55 = 0,88$;
- 5) $x : 2 \frac{1}{4} = 10$;
- 6) $\frac{2}{7} : x = \frac{1}{14}$;
- 7) $x : 3 \frac{1}{3} = 0,63$;
- 8) $5,2 : x = \frac{4}{15}$.

1020. Легковая автомашина в 1-й час прошла 52,4 км, что составляет 0,2 всего расстояния между городами, во 2-й час $\frac{3}{8}$ остатка, а остальной путь прошла в следующие два часа, проходя

каждый час поровну. Сколько километров проходила машина в каждый из последних двух часов? Какова средняя скорость машины на всем пути?

1021. Пароход, двигаясь со скоростью 24,3 км в час, прошел первую часть пути за 3 часа 20 мин. Затем он увеличил скорость на $1\frac{1}{5}$ км в час и с этой скоростью прошел оставшиеся 61,2 км. Сколько времени шел пароход и какова его средняя скорость на всем пути?

1022. Из двух городов, расстояние между которыми 800 км, отправляются одновременно навстречу друг другу два поезда. Скорость одного из них 56,25 км в час, скорость другого в $1\frac{2}{9}$ раза больше. Через сколько времени поезда встретятся?

1023. Из двух пунктов, расположенных на шоссе на расстоянии $31\frac{1}{2}$ км, выехали одновременно по одному направлению мотоцикл и мотороллер. Скорость мотоцикла равна $52\frac{1}{2}$ км в час, скорость мотороллера составляла $\frac{5}{6}$ этой скорости. Через сколько времени после выезда мотоцикл догнал мотороллер?

1024. Поезд отошел от станции в 7 час. 25 мин., а в 8 час. 7 мин., с этой же станции вслед за ним по шоссе, расположенному вдоль железнодорожного полотна, выехал автобус со средней скоростью 46,8 км в час. В пункт назначения, отстоящий от станции на расстоянии 210,6 км, поезд и автобус прибыли одновременно. Какова скорость поезда?

1025. Из книг, имеющихся в библиотеке школы-интерната, $\frac{1}{12}$ всего количества составляет политическая литература, 0,45 — учебные пособия, $\frac{1}{20}$ — техническая литература, а остальные 4400 книг — художественная литература. Сколько книг имеется в каждом из первых трех отделов библиотеки?

1026. Свинцовая руда содержит (по весу) 0,2 свинца. Во время выплавки свинца $\frac{1}{7}$ его часть идет в отходы. Сколько нужно взять руды для получения 1,5 т свинца. (Результат округлить до 1 т.)

1027. Три трактора работали вместе. Первый вспахал $\frac{17}{32}$ всего поля, второй 0,6 остатка, остальное вспахал третий трактор. Какую часть работы первого трактора выполнил третий трактор? Вычислить приближенный ответ с точностью до 0,01.

1028. Найти периметр и площадь прямоугольника, если его стороны равны: 1) $5\frac{3}{11}$ м и 2,83 м;

2) 0,35 км и $1\frac{1}{7}$ км.

1029. Площадь прямоугольника равна 80 кв. м, высота 6,4 м. Найти периметр.

1030. Периметр прямоугольника равен 183,6 см, одна сторона в 3 раза больше другой. Найти стороны прямоугольника.

1031. На рисунке 108 изображен план участка. Какой длины должна быть изгородь вокруг участка?

1032. Участок леса на топографической карте с масштабом 1 : 50 000 изображен на рисунке 109. Найти длину всей границы (периметр) участка.

1033. Найти периметр треугольника, если:

1) его стороны равны $2\frac{1}{9}$ м; 1,2 м; $1\frac{5}{6}$ м;

2) одна сторона равна $\frac{2}{3}$ дм, другая на 0,3 дм больше, а третья составляет $\frac{2}{3}$ первой.

1034. Найти площадь треугольника, если:

1) основание равно 2,4 см, а высота составляет $\frac{5}{12}$ основания;

2) высота равна $1\frac{7}{8}$ м, а основание составляет 120% высоты.

1035. Отношение двух чисел равно $3\frac{1}{4}$, а сумма их равна 17,34. Найти эти числа.

1036. Отношение двух чисел равно 0,24, одно из чисел на $3\frac{4}{5}$ больше другого. Найти числа.

1037. Два неизвестных числа относятся как $5 : \frac{1}{18}$, одно меньше другого на 8,9. Найти числа.

1038. Сумма двух чисел равна $10\frac{5}{6}$, одно из них на 1,2 больше другого. Найти числа.

1039. Бутылка с подсолнечным маслом весит 0,86 кг; вес масла на $\frac{1}{10}$ кг больше веса бутылки. Сколько масла в бутылке?

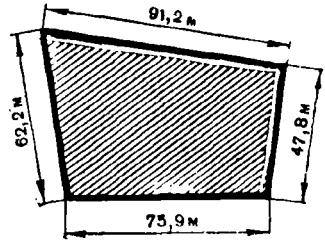


Рис. 108.

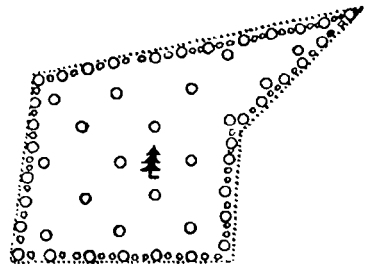


Рис. 109.

1040. Кусок говядины весом 25,4 кг разрубили на 3 части. Первая весит вдвое больше второй, а вес третьей на $\frac{3}{5}$ кг больше веса второй части. Каков вес каждой части?

1041. Один из трактористов может вспахать поле за 5 дней, а другой за 6,5 дня. За сколько дней они вспашут это поле, работая одновременно? (С точностью до 0,1 дня.)

1042. Первый поезд проходит расстояние между станциями А и В за 10 час., а второй за $11\frac{1}{4}$ часа. Через сколько часов они встретятся, если отправятся одновременно с этих станций навстречу друг другу? (С точностью до 0,01 часа.)

1043. Контрольное задание.

1) Выполнить действия:

$$\left[1,5 \cdot \left(2,652 : 1,3 - 1\frac{17}{30} + 0,06 \right) + 3,7 \right] \cdot \left(5,4 - \frac{5}{27} \cdot 1,92 \right).$$

2) Отношение высоты прямоугольника к его основанию равно $\frac{5}{12}$; высота меньше основания на 36,4 м. Найти периметр прямоугольника.

§ 123 ИСТОРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ О ДРОБЯХ.

С понятием доли, например $\frac{1}{2}$ или $\frac{1}{4}$ и т. д., человек практически был знаком еще в глубокой древности. Такими дробями широко пользовались египтяне, они называли их единичными дробями. Записывали они так: писали число, которое мы ставим в знаменателе, а над ним записывали особый знак \circ . Например, дробь $\frac{1}{5}$ записывалась в виде $\overset{\circ}{111}$.

С помощью суммы этих дробей они представляли другие дроби, например: $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$.

Греки, индийцы и арабы записывали обыкновенные дроби так, как мы их записываем, но не ставили черты.

Римляне пользовались только дробями со знаменателем 12. Длительное время вычисления с обыкновенными дробями были очень сложными и их старались избегать. Исключение представляли так называемые шестидесятеричные дроби, которые были введены жителями Вавилона свыше 4000 лет тому назад. Эти дроби имели знаменателями числа 60; 3600 (или 60·60); 216 000 (или 60·60·60) и т. д. Такими дробями часто пользовались до XVII века, когда они постепенно стали заменяться десятичными дробями. В XVIII веке сведения об обыкновенных дробях появляются в школьных учебниках,

и действия над дробями стали производиться так, как мы делаем в настоящее время.

Десятичные дроби изобретены сравнительно недавно. В середине XV века среднеазиатский ученый Джамшид Кашани написал книгу «Ключ к арифметике», где были подробно изложены сведения о десятичных дробях и действиях над ними. При изображении десятичных дробей он вместо запятой употреблял вертикальную черту.

Независимо от него европейский инженер Стевин в 1585 г. опубликовал свои работы о десятичных дробях. Стевин обозначал десятичные дроби особым образом: вместо 5,342 он писал $5^0 3^1 4^2 2^3$. Современный способ изображения десятичных дробей с помощью запятой был введен англичанином Непером в 1617 г.

Десятичные дроби стали широко применяться в Европе начиная с XVIII века.

Периодические дроби были введены и изучены в XVII и XVIII веках математиками Валлисом, Ламбертом и Эйлером.

Проценты широко использовались в денежных расчетах еще до нашей эры. Слово «процент» происходит от латинских слов *procentum*, что означает «со ста» или «на сто». Знак % появился в итальянских записях в XV веке.

ОБОЗНАЧЕНИЕ НА МЕСТНОСТИ ТОЧЕК И ПРЯМЫХ.

Точки на местности обозначаются с помощью колышков или небольших (длиной около 2 м) шестов, которые называются **вехами** (рис. 110). Чтобы издали хорошо различать веху, на нее наносят цветные полосы, обычно белого и красного цвета. Обозначение на местности прямых линий с помощью вех называется **вешением** или **провешиванием**. Выполняется это так: в начальной и конечной точках отрезка AB (рис. 111) устанавливаются вертикально две вехи. Если грунт твердый, то отверстие для вехи удобнее делать с помощью особого колышка из твердого дерева или окованного железом. Между вехами A и B ставят другие вехи так, чтобы они закрывали друг друга. Для этого наблюдатель становится в 2—3 метрах от вехи A и смотрит, чтобы веха A закрывала веху B . Его помощник ставит новую веху в точке C (рис. 111), а наблюдатель указывает рукой, куда следует передвинуть веху, чтобы она находилась на прямой AB . Если необходимо, то таким же образом устанавливаются другие промежуточные вехи.

При провешивании следует добиваться совпадения нижних частей устанавливаемых вех.

Некоторые из вех (иногда и все вехи) можно убрать, а на их место забить колышки.

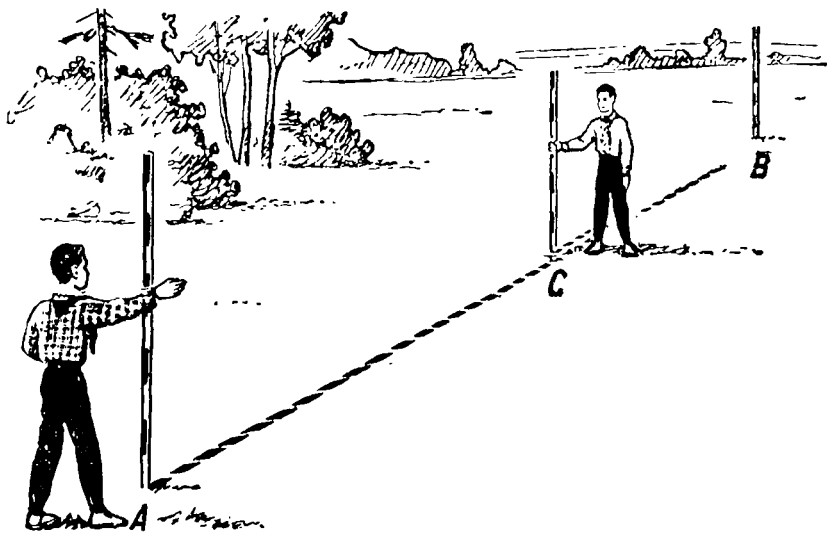


Рис. 111.

ИЗМЕРЕНИЕ РАССТОЯНИЙ НА МЕСТНОСТИ.

После провешивания прямой можно измерить расстояние между выбранными точками этой прямой.

Измерять расстояние можно различными способами: мерной лентой, веревкой, разделенной на метры, полевым циркулем, шагами и на глаз.

Чтобы не произошло ошибки при счете количества полных лент или веревок, укладываемых в измеряемом расстоянии, употребляют металлические шпильки (рис. 112). Когда лента или веревка уложена на измеряемом расстоянии первый раз (сделан первый ход), идущий впереди втыкает первую шпильку в грунт у последнего деления мерной ленты; эту шпильку подбирает идущий сзади.

Когда все шпильки израсходованы, они передаются идущему впереди, эта передача отмечается в журнале измерений. Журнал имеет форму (указанную на стр. 300).

Если измеряемое расстояние невелико, то журналом можно не пользоваться.

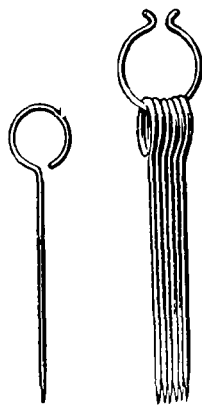


Рис. 112.

Точки	Число		Число		Число метров в неполном ходе	Общая длина в м
	передач	метров	ходов в неполной передаче	метров		
A B	3	300	6	60	7,4	367,4

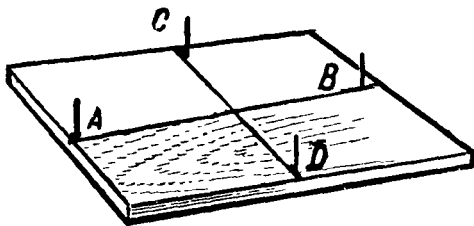


Рис. 113.

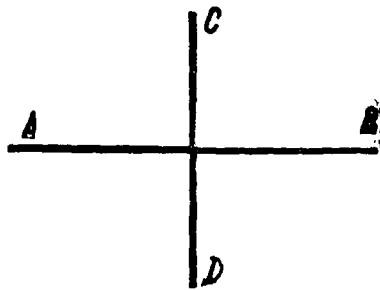


Рис. 114.

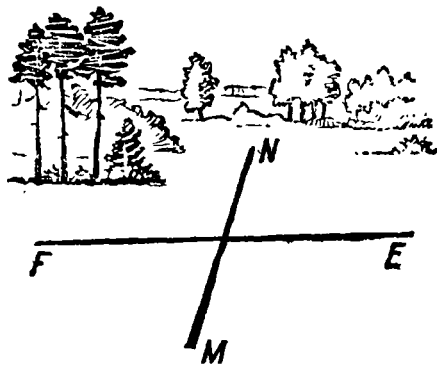


Рис. 115.

Эккер — прибор для построения на местности прямых углов. Простейший эккер представляет собой доску, на которой вычерчен квадрат. В серединах сторон квадрата укреплены 4 гвоздя (рис. 113). Прямые AB и CD (рис. 114) образуют при пересечении прямые углы.

С помощью эккера можно на местности провесить прямую линию так, чтобы она составила прямой угол с другой прямой линией (рис. 115).

Две прямые, образующие прямой угол, называются перпендикулярными прямыми. Прямые FE и MN (рис. 115) являются перпендикулярными друг к другу.

127. ПОСТРОЕНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО УЧАСТКА И ВЫЧИСЛЕНИЕ ЕГО ПЛОЩАДИ.

Для построения прямоугольного участка на местности провешивают прямую AB . Из точки A провешивают прямую AC , перпендикулярную к AB (рис. 116). Затем провешивают CD , перпендикулярную (под прямым углом) к AC (рис. 116). Чтобы получить прямоугольник, достаточно провести из точки B прямую, перпендикулярную к AB (или CD). Для этого наблюдатель устанавливает эккер в точке B так, чтобы одна пара гвоздиков эккера находи-

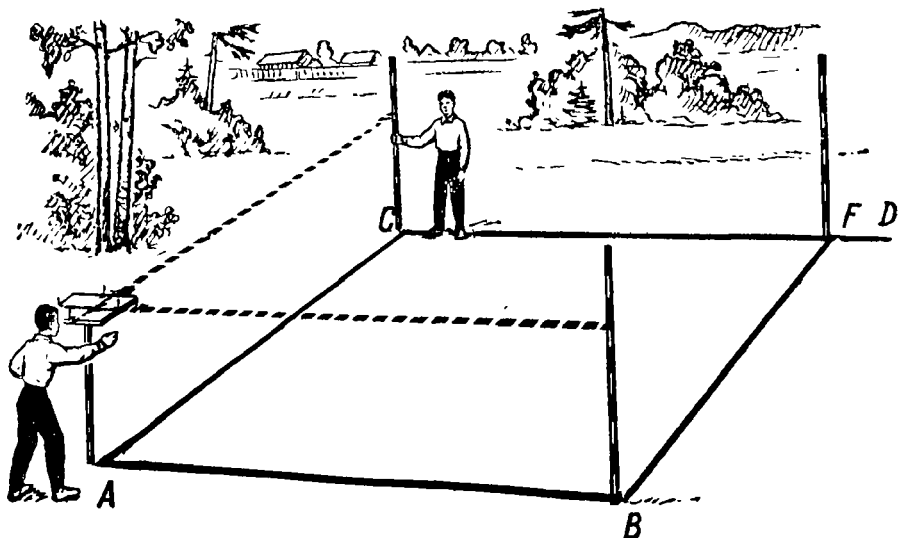


Рис. 116

лась на прямой BA . Его помощник устанавливает на прямой CD веху в такой точке F (рис. 116), чтобы она находилась на прямой, проходящей через другую пару гвоздиков.

Участок $ACFB$ — прямоугольник.

Для вычисления его площади измеряют основание AB , высоту AC и находят их произведение. Чтобы проверить правильность измерений, их производят повторно. Можно во второй раз измерить другую пару сторон — CF и FB .

Результаты измерений обычно несколько отличаются друг от друга. Это объясняется тем, что невозможно совершенно точно построить прямые углы с помощью эккера и измерить длины сторон прямоугольника.

После этого находится среднее арифметическое полученных произведений, которое и принимается за площадь участка. Среднее арифметическое следует округлить, оставив столько цифр, сколько их имеет наименьшее из чисел, выражающих длины сторон прямоугольника.

$$\begin{array}{ll} \text{Пример. 1) } AB \approx 213,3 \text{ м;} & 2) CF \approx 231,9 \text{ м;} \\ AC \approx 88,4 \text{ м;} & FB \approx 89,1 \text{ м;} \\ S_1 \approx 20446,92 \text{ кв. м.} & S_2 \approx 20662,29 \text{ кв. м.} \end{array}$$

$$S \approx \frac{20446,92 + 20662,29}{2} = 20554,605 \approx 20\,600 \text{ (кв. м.)}$$

В результате оставлены три цифры слева. Остальные цифры заменены нулями.

VI. ПОВТОРЕНИЕ ПРОЙДЕННОГО.

§ 128. УКАЗАНИЯ О РАБОТЕ С УЧЕБНИКОМ ПРИ ПОВТОРЕНИИ ПРОЙДЕННОГО.

Чтобы отыскать в учебнике параграф или страницу, где изложен повторяемый материал, следует воспользоваться оглавлением книги. Надо внимательно прочитать названия глав и постараться определить, в какой главе находится этот материал. Затем прочитать названия параграфов этой главы и найти страницу, где находится тот параграф, в котором изложен повторяемый материал.

Кроме оглавления, следует пользоваться алфавитным указателем, помещенным в конце книги. В этом указателе помещены различные названия (термины) по алфавиту.

Читать учебник следует внимательно и не торопясь, лучше про себя, а не вслух. При чтении надо прежде всего стремиться понять смысл читаемого, нельзя запоминать непонятый текст. Формулировку правила или определения можно заучить по учебнику или передать своими словами. Например, текст переместительного закона сложения: «От перестановки слагаемых сумма не изменяется» — можно высказать другими словами: «Если слагаемые поменяем местами, то сумма останется без изменения» или «Сумма не меняется от перестановки слагаемых».

Объяснение справедливости правила или объяснение способа решения задачи не следует заучивать. Его надо уметь рассказать своими словами, используя те примеры, какие даны в учебнике, или свои собственные примеры.

Некоторые правила, например правила о сложении и вычитании десятичных дробей, надо объяснять на примерах, а не высказывать наизусть.

Следует научиться передавать правильно смысл прочитанного и изученного, нельзя ограничиться только одним запоминанием.

В § 129—132 помещены вопросы для повторения пройденного. К каждому вопросу надо уметь дать правильный ответ и привести примеры. Эти примеры должны показывать, что вы понимаете смысл того или иного определения, закона, правила и умеете применить его на практике.

129. ЧИСЛА.

1. С помощью каких чисел выражается численность множеств, которые имеют один или больше элементов?
2. Каким числом выражается численность множества, в котором нет ни одного элемента?
3. Сколько различных цифр мы используем для обозначения натуральных чисел?
4. С какой целью введены дробные числа?
5. Какими дробями мы пользуемся?
6. Какие знаки, кроме цифр, мы употребляем для записи обыкновенных, десятичных и периодических дробей?
7. Почему система счисления, которой мы пользуемся, называется десятичной?
8. Какие числа называются простыми и какие — составными? Какие из целых чисел не относятся ни к простым, ни к составным?
9. Какие числа называются делителями данного числа?
10. Какое число называется наименьшим общим кратным данных чисел?
11. Как найти наименьшее общее кратное нескольких чисел?
12. Какие дроби называются правильными и какие называются неправильными дробями?
13. Как записать натуральное число в виде обыкновенной дроби?
14. Как выразить смешанное число неправильной дробью?
15. Как выразить неправильную дробь смешанным числом?
16. Какие из обыкновенных дробей можно записать в виде десятичных дробей? Как выполнить это преобразование?
17. Как изображаются числа на числовом луче?
18. Какая из обыкновенных дробей больше, если они имеют одинаковые знаменатели?
19. Как узнать, какая из дробей больше, если числители и знаменатели их различны?
20. Могут ли быть равными обыкновенные дроби с разными числителями и разными знаменателями?
21. Как узнать, какая из десятичных дробей больше?

22. Какими числами выражают периодические дроби при вычислениях?

23. В чем заключается правило округления целых чисел и десятичных дробей?

24. Почему результат деления точных чисел иногда выражают приближенным числом?

§ 13 ДЕЙСТВИЯ НАД ЧИСЛАМИ И ЗАКОНЫ ДЕЙСТВИЙ.

1. Какие определения действий вычитания и деления известны для любых чисел?

2. Какие определения действия умножения вы знаете?

3. Какие действия с нулем возможны? Какие действия с нулем невозможны?

4. Как называются данные и результаты сложения и вычитания?

5. Как называются данные и результаты умножения и деления?

6. В каком порядке надо производить арифметические действия?

7. Как выполняются сложение и вычитание обыкновенных дробей?

8. Как выполняются умножение обыкновенных дробей на натуральное число и умножение натурального числа на обыкновенную дробь?

9. Как вычисляется произведение десятичных дробей?

10. Как выполняется деление обыкновенных дробей?

11. Как выполняется деление десятичной дроби на десятичную дробь?

12. Когда следует поставить в частном запятую при делении десятичной дроби на натуральное число?

13. Сформулировать законы сложения и умножения.

14. Для каких чисел верны эти законы?

15. В чем заключается основное свойство частного и дроби?

16. Как можно умножить или разделить сумму на некоторое число?

17. Как можно разделить произведение на некоторое число?

18. Какими действиями решаются задачи об увеличении числа: 1) на несколько единиц? 2) в несколько раз?

19. Какими действиями решаются задачи об уменьшении числа: 1) на несколько единиц? 2) в несколько раз?

20. Каким действием решается задача о нахождении дроби числа?
21. Каким действием решается задача о нахождении числа по его дроби?
22. Что называется процентом?
23. Как найти несколько процентов от числа?
24. Как найти число, если известно несколько его процентов?
25. Что называется отношением двух чисел? Что называется отношением двух величин?

**ИЗМЕНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ АРИФМЕТИЧЕСКИХ
ДЕЙСТВИЙ. ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ДАННЫМИ
ЧИСЛАМИ И РЕЗУЛЬТАТАМИ ДЕЙСТВИЙ НАД НИМИ.**

1. Как изменится сумма при увеличении одного из слагаемых на некоторое число?
2. Как изменится произведение, если один из сомножителей увеличить в несколько раз?
3. Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить на некоторое число?
4. Как изменится разность, если вычитаемое увеличить на некоторое число?
5. Как изменится частное, если делимое увеличить в несколько раз?
6. Как изменится частное, если делитель увеличить в несколько раз?
7. Как найти неизвестное слагаемое, если известны другое слагаемое и их сумма?
8. Как найти неизвестное уменьшаемое, если известны вычитаемое и разность?
9. Как найти неизвестное вычитаемое, если известны уменьшаемое и разность?
10. Как найти неизвестный сомножитель, если известны другой сомножитель и их произведение?
11. Как найти неизвестное делимое, если известны частное и делитель?
12. Как найти неизвестный делитель, если известны делимое и частное?
13. Какое равенство называется уравнением?
14. Как найти неизвестный предыдущий член отношения?
15. Как найти неизвестный последующий член отношения?

§ 132) ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.

1. Как производится измерение длины отрезка прямой на чертеже и на местности?
2. Какие единицы длины вы знаете? Какая из них самая крупная? Какая самая мелкая?
3. Можно ли мелкие единицы длины выразить в более крупных? Как это сделать?
4. Что называется периметром прямоугольника или треугольника?
5. Какими единицами измеряются углы?
6. Сколько градусов содержит прямой угол?
7. Как называется прибор, с помощью которого измеряют углы? Как пользоваться этим прибором?
8. Как вычислить площадь прямоугольника?
9. Как узнать соотношение между единицами площади, зная соотношение между единицами длины?
10. Как вычислить площадь треугольника?
11. Как вычислить поверхность куба?
12. Как вычислить поверхность прямоугольного параллелепипеда?
13. Как вычислить объем прямоугольного параллелепипеда?
14. Как узнать соотношение между единицами объема, зная соотношение между единицами длины?
15. Какие виды диаграмм вы знаете?
16. Что называется числовым масштабом?

§ 133) УПРАЖНЕНИЯ.

1044. Составить множества: 1) всех двузначных чисел, оканчивающихся нулем; 2) всех правильных дробей, имеющих знаменателем 7; 3) всех десятичных дробей, имеющих 0 целых и один десятичный знак, выраженный нечетной цифрой. Выразить численность каждого из этих множеств.

1045. Каким числом выражается численность множеств: 1) всех правильных дробей, имеющих знаменателем 2? 2) всех правильных дробей, имеющих знаменателем 1?

1046. Записать 3 шестизначных числа, больших 500 000, но меньших 500 100. Существует ли шестизначное число: меньшее 100 000? большее 999 999?

1047. Выписать отдельно все простые и все составные делители чисел: 1) 12; 2) 65; 3) 67; 4) 32; 5) 606.

1048. Какое число является делителем всех натуральных чисел? Какое число делится на любое натуральное число?

1049. Сократить дроби:

1) $\frac{36}{84}$; 4) $\frac{11\ 200}{67\ 200}$;

2) $\frac{136}{184}$; 5) $5\ \frac{125}{625}$;

3) $\frac{360}{840}$; 6) $10\ \frac{963}{1926}$.

1050. Найти НОК чисел: 1) 72 и 168; 2) 80 и 180; 3) 44; 75 и 80; 4) 120; 150 и 270; 5) 75; 64 и 7; 6) 11; 3333 и 9999.

1051. Записать в порядке возрастания все правильные дроби со знаменателем 5 и все неправильные дроби с числителем 5. Изобразить все эти дроби на числовом луче.

Указание. За единицу принять отрезок длиной 2,5 см.

1052. Сравнить по величине дроби, результат записать с помощью знаков $>$ и $<$:

1) $\frac{8}{15}$ и $\frac{9}{16}$; 3) $1\ \frac{9}{50}$ и $1\ \frac{11}{60}$; 5) 0,547 и 0,5407;

2) $\frac{5}{24}$ и $\frac{7}{36}$; 4) $5\ \frac{119}{120}$ и $5\ \frac{129}{130}$; 6) 6,825 и 6,852.

1053. Записать дроби в порядке возрастания:

1) $\frac{11}{24}$; $\frac{7}{16}$; $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{12}$;

2) $\frac{9}{10}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{7}{8}$ и $\frac{3}{4}$;

3) 0,263; 0,027; 0,02629; 0,1 и 0,02631;

4) $\frac{3}{4}$; 0,723; $\frac{31}{40}$ и 0,7708.

1054. Каждую из данных обыкновенных дробей выразить десятичной, применяя оба способа такого преобразования:

1) $\frac{4}{5}$; 3) $2\ \frac{9}{20}$; 5) $\frac{1}{16}$; 7) $\frac{12}{75}$;

2) $\frac{7}{20}$; 4) $5\ \frac{8}{25}$; 6) $1\ \frac{2}{125}$; 8) $2\ \frac{35}{112}$.

1055. Каждую из данных обыкновенных дробей выразить периодической дробью, округлить результаты с точностью до 0,01 и 0,001:

1) $\frac{7}{9}$; 2) $\frac{31}{33}$; 3) $\frac{1}{66}$; 4) $\frac{7}{45}$; 5) $4\frac{5}{12}$; 6) $\frac{22}{225}$.

1056. Выразить смешанными числами неправильные дроби:

1) $\frac{152}{25}$; 2) $\frac{155}{35}$; 3) $\frac{138}{65}$; 4) $\frac{208}{65}$.

1057. Выразить неправильными дробями числа:

1) $25\frac{7}{40}$; 2) 25; 3) 25,3; 4) $8\frac{40}{160}$.

1058. Вычислить сумму четырех слагаемых, первое из которых равно 187, второе на 88 меньше, третье в 11 раз меньше второго, а четвертое на 11 больше третьего.

1059. Вычислить частное от деления произведения чисел 1104 и 1012: 1) на их сумму; 2) на их разность.

1060. Вычислить произведение суммы, разности и частного чисел 75 и 15.

1061. Вычислить сумму произведений каждого из чисел 11, 12, 13 и 14 на 105.

1062. Как изменится сумма, если: 1) одно слагаемое увеличить на $2\frac{3}{4}$, а другое уменьшить на 0,5? 2) одно слагаемое уменьшить на 12,25, а другое увеличить на $11\frac{1}{5}$?

1063. Как изменится произведение, если: 1) один множитель увеличить в 120 раз, а другой уменьшить в 15 раз? 2) один множитель увеличить в 5 раз, другой в 6 раз, третий в 7 раз?

1064. Как изменится разность, если: 1) уменьшаемое увеличить на $5\frac{1}{6}$, а вычитаемое уменьшить на $4\frac{2}{3}$? 2) уменьшаемое увеличить на 7,4, а вычитаемое увеличить на $8\frac{3}{5}$? 3) и уменьшаемое и вычитаемое уменьшить на $10\frac{3}{8}$? 4) уменьшаемое уменьшить на 0,52, а вычитаемое увеличить на $\frac{14}{25}$?

1065. Как изменится частное, если: 1) делимое увеличить в 75 раз, а делитель уменьшить в 15 раз? 2) делимое увеличить в 42 раза, а делитель в 14 раз? 3) делимое уменьшить в 4 раза,

а делитель увеличить в 24 раза? 4) делимое уменьшить в 100 раз, а делитель в 1000 раз?

Решить уравнения:

1066.

1) $5,79 + x = 8,48;$

4) $x - 12,8 = 3,24 : 2;$

2) $x + 7,2 + 3 \frac{3}{4} = 15,6;$

5) $6 \frac{7}{12} - x = 5,8 : 29;$

3) $8 \frac{5}{9} + x + 0,3 = 9 \frac{3}{5};$

6) $x - 4 \frac{5}{8} = 0,625 : 0,025.$

1067.

1) $2x + \frac{7}{80} : 0,25 = 1;$

4) $x + x + 5 \frac{5}{6} \cdot 0,36 = 9,2;$

2) $0,654 : 1,09 + 3x = 8,19 \cdot 0,3;$

5) $5x + x = 4 \frac{8}{15} : 0,32;$

3) $5x + 3 \frac{5}{11} \cdot 2,2 = 0,845 : 0,1;$

6) $10x - 5x = 9,45 \cdot 4 \frac{2}{9}.$

1068. 1) $\frac{x}{13,5} = 0,44;$

4) $\frac{2,5}{x} = 0,05;$

2) $\frac{x}{3 \frac{1}{3}} = 7,2 \cdot 1 \frac{1}{6};$

5) $\frac{5}{9} \cdot x = 0,81;$

3) $\frac{4x}{0,24} = 7 \frac{1}{2};$

6) $\frac{4 \frac{1}{2}}{6x} = 5,4 : \frac{3}{4}.$

1069. 1) Делитель равен 208, частное 89, а остаток 8. Чему равно делимое?

2) Делитель равен 98, частное 304, а остаток 48. Чему равно делимое?

1070. (Устно.) Вычислить:

1) $(123\,456 - 6789 + 234\,567) \cdot (7 \cdot 8 - 56);$

2) $(98\,765 \cdot 1234 - 7\,654\,321) \cdot (1 - 321 : 321);$

3) $196 \cdot 4 - 196 \cdot 3;$

4) $184 \cdot 184 - 184 \cdot 183.$

1071. Сумму чисел $5 \frac{5}{16}$, $6 \frac{5}{12}$ и $5 \frac{5}{6}$:

1) увеличить на $6 \frac{3}{16};$

3) увеличить в $2 \frac{2}{3}$ раза;

2) уменьшить в $6 \frac{3}{16}$ раза;

4) уменьшить на $2 \frac{2}{3}.$

1072. Вычислить:

1) $325\,215 - 659\,360 : 32 + 5\,401\,800 : 45$;

2) $38\,437 + 79\,497 : 99 - 360 \cdot 109$;

3) $12 \frac{1}{15} + 1 \frac{3}{16} : 1 \frac{17}{40} - 26 \frac{39}{50} \cdot \frac{5}{13}$;

4) $1 \frac{3}{4} - \frac{7}{9} \cdot \left(\frac{17}{20} + \frac{4}{35} \right) - 2 \frac{3}{10} \cdot 1 \frac{7}{17} : 4 \frac{28}{85}$;

5) $\left[18 \frac{1}{6} - \left(\frac{51}{125} + 3,4 \cdot 0,38 \right) \right] : \left(19 - 2 \frac{3}{8} \cdot 5 \frac{1}{3} \right)$;

6) $(1,5 + 2,75 : 0,25) : [(2,5 + 14,375 : 0,5) \cdot 0,24]$.

1073. Вычислить:

1) $16 \frac{3}{4} + \frac{10}{77} : (70,84 : 2,3) - \left(2,025 - 1 \frac{5}{6} \right) : 4 \frac{19}{24}$;

2) $\left(2 \frac{7}{12} + 2 \frac{19}{42} \right) \cdot 3 - 64,5 : 6 + 4 \frac{4}{7} \cdot 2,2$;

3) $\frac{\left(1 \frac{1}{40} - 0,01 \cdot 0,5 \right) : 0,01}{15,75 + 9 \frac{1}{8} \cdot 2}$;

4) $0,9 : 0,1 + 17,85 : 3 \frac{1}{2} - \left(5 \frac{31}{63} - 3 \frac{17}{42} \right) \cdot 6,3$;

5) $\left(3,6 \cdot \frac{1}{20} - 24 : 200 \right) : 1 \frac{1}{5} + 1 \frac{1}{4} \cdot 0,2$;

6) $3,7 + 1 \frac{1}{2} \cdot \left(2,652 : 1,3 - 1 \frac{38}{75} \right) \cdot \left(14,95 + \frac{5}{24} \cdot 1,68 \right)$;

7) $\left(634,5 : 90 - 4 \frac{4}{5} \right) \cdot 2,4 + 0,7 - \left(0,5 + 20 : 8 \frac{8}{9} \right) : 2 \frac{1}{2}$;

8) $0,125 : \frac{5}{26} + 3,6 : \left(68,1 : 7 \frac{1}{2} - 6,83 \right) + 4 \frac{5}{6} \cdot \frac{33}{58}$.

1074. Вычислить:

1) $91,8 \cdot \frac{11}{36} - 11,35 - 7,429 : \left[3,18 + \left(14 \frac{5}{36} - 13 \frac{134}{135} \right) : 2 \frac{25}{27} \right]$;

2) $3,5 - \frac{7}{24} : \left(\frac{1}{3} + \frac{7}{24} \right) - 25 : \left[37 + \frac{5}{17} \cdot (8,3 - 6,6) \right]$;

- 3) $\left\{ \frac{8}{15} + \frac{31}{60} : \left[31 : \left(57 \frac{1}{3} - 31,4 \cdot 1 \frac{2}{3} \right) \right] \right\} : \frac{37}{60}$;
- 4) $3 \frac{4}{11} : \left\{ \left[\left(0,3 + 12 \frac{2}{15} \right) : \frac{1}{15} - 42 : 0,25 \right] : 2,75 \right\}$;
- 5) $\left[1,6 + \left(5 \frac{17}{30} - 2 \cdot 1 \frac{41}{96} \right) : 1 \frac{15}{16} - \frac{5}{97} \cdot 48,5 \right] \cdot 0,05$;
- 6) $\frac{1}{57} \cdot \left[(4,25 : 0,85 - 2,5) : \left(27 \frac{4}{5} : 5 - 4,06 \right) + 3 \frac{1}{15} : 2 \frac{2}{45} \right]$;
- 7) $\left[\left(2,225 + \frac{15}{16} \cdot 1 \frac{11}{60} : \frac{71}{72} - 13 : 5,2 \right) : 3,6 \right] : 10 \cdot 4$;
- 8) $\frac{67,5 : 3 \frac{3}{8} - 0,8 \cdot (3,6 + 0,7344 : 0,036)}{1 - 2 \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{14}}$.

1075. Вычислить:

- 1) $\left[\left(\frac{5}{6} - 0,375 \right) : 0,25 - \left(\frac{3}{8} - 0,35 \right) \cdot 3 \frac{1}{3} \right] : 1,4$;
- 2) $\left(10 \frac{3}{5} - 0,405 + \frac{3}{8} \cdot 2,2 \right) : 5,51 + 2 \frac{2}{3} - 4,5$;
- 3) $\frac{2 \frac{17}{20} + \frac{1}{40} \cdot 0,2 - 0,455}{16,5 : \frac{11}{80} \cdot 0,2} - 7 \frac{1}{5} : 1,8 : 40$;
- 4) $\frac{22,59 : 4 \frac{1}{2} - 1,4 \cdot 1 \frac{4}{7} - 2,38}{2,4 + 5,6 : \frac{7}{8}} \cdot 3 \frac{1}{13}$;
- 5) $\frac{3 : \frac{2}{5} - 0,09 : \left(\frac{3}{20} : 2,5 \right)}{0,7 + 6 \cdot \frac{8}{25} - \left(5,3 - 3 \frac{22}{25} \right)} : 5$;
- 6) $1 \frac{7}{20} : 2,7 + 2,7 : 1 \frac{7}{20} + 0,4 : 2 \frac{1}{2} \cdot \left(4,2 - 1 \frac{3}{40} \right)$;
- 7) $\left[\left(0,875 - \frac{7}{30} \right) \cdot 1 \frac{9}{11} + \left(20 \frac{19}{60} - 18,5 \right) : 10,9 \right] \cdot 4 \frac{1}{5}$;
- 8) $\left[\left(6 \frac{1}{5} : 3,1 - \frac{5}{6} \cdot 0,9 \right) \cdot 0,2 + \frac{3}{20} \right] \cdot 6 \frac{5}{8}$.

1076. Вычислить наиболее удобным способом, применяя законы сложения и умножения:

- | | |
|---|--|
| 1) $3893 + 56\,252 + 6107 + 43\,748$; | 6) $3 \cdot \frac{3}{8} \cdot 2 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{16}{27}$; |
| 2) $25 \cdot 8629 \cdot 40$; | 7) $0,5731 + 2,865 + 1,4269$; |
| 3) $80 \cdot 532 \cdot 125$; | 8) $1,6 \cdot 5,134 \cdot 0,25$; |
| 4) $5 \cdot \frac{3}{20} + 15 \cdot \frac{13}{72} + 4 \cdot \frac{17}{20} + 4 \cdot \frac{1}{12}$; | 9) $\frac{11}{16} \cdot 3 \cdot \frac{2}{7} + 3 \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{16}$; |
| 5) $\frac{11}{25} \cdot \frac{3}{14} \cdot \frac{50}{99} \cdot 1 \cdot \frac{5}{16}$; | 10) $0,384 \cdot 0,42 + 2,616 \cdot 0,42$. |

1077. Вычислить:

- | | |
|---|--|
| 1) $\frac{1 \cdot \frac{3}{17} \cdot \frac{10}{29} \cdot 2 \cdot \frac{7}{40} \cdot \frac{17}{24}}{6,25 \cdot 0,4}$; | 4) $\frac{2,56 \cdot 0,048 \cdot 5,5}{0,33 \cdot 0,128 \cdot 0,05}$; |
| 2) $\frac{\left(\frac{13}{25} + 2,852 + 0,48\right) : 0,9}{1,07 \cdot 0,05 \cdot 200}$; | 5) $\frac{\left(2,84 + \frac{22}{35} + \frac{4}{25} + 1 \cdot \frac{13}{35}\right) \cdot 7,5}{6,4 \cdot 0,25 \cdot 6,25}$; |
| 3) $\frac{8,4 \cdot 0,625 \cdot 5,1}{0,34 \cdot 2,5 \cdot 0,7}$; | 6) $\frac{2 \cdot \frac{2}{9} \cdot 0,09 \cdot 3 \cdot \frac{1}{8} \cdot 4,8}{9 \cdot \frac{3}{7} \cdot 1,2 \cdot 1 \cdot \frac{10}{11} \cdot 0,05}$; |
| 7) $\left(\frac{24,09}{5,5} - \frac{2,781}{2,06} - \frac{0,444}{0,24}\right) : 59$; | |
| 8) $\left[0,75 + 5 \cdot \frac{5}{6} - \left(6,6 - 3 \cdot \frac{5}{12}\right)\right] : 0,0068$. | |

1078. Вычислить с помощью счетов:

- | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $2,38 + 9,25 + 5,18$; | 11) $102,753 - 64,849 + 25,384$; |
| 2) $0,25 + 13,41 + 9,31$; | 12) $405,542 + 729,164 - 959,959$; |
| 3) $16,84 - 7,52$; | 13) $7,28 + 8,563 + 4,2$; |
| 4) $43,52 - 13,74$; | 14) $9,6 + 13,54 + 0,983$; |
| 5) $17,96 + 28,39 + 14,53$; | 15) $5,428 + 0,42 + 5,8$; |
| 6) $102,71 + 84,93 + 65,65$; | 16) $8,92 + 7,9 + 14,285$; |
| 7) $23,73 - 16,88 + 1,03$; | 17) $26,58 - 21,424 + 0,67$; |
| 8) $1,56 - 0,63 + 10,98$; | 18) $2,2 - 0,864 + 1,54$; |
| 9) $72,343 + 5,846 + 13,859$; | 19) $7,243 - 6,82 + 5,5 - 4,728$; |
| 10) $65,502 + 20,279 + 35,568$; | 20) $8,6 - 2,84 - 3,758 + 6,23$. |

1079. Найти отношения:

- | | |
|--|---------------------------|
| 1) 125 к 80; | 6) 65,24 к 13,048; |
| 2) 80 к 125; | 7) 5 кг 25 г к 670 г; |
| 3) $10\frac{2}{5}$ к $18\frac{7}{9}$; | 8) 13 т 959 кг к 1269 кг; |
| 4) $18\frac{7}{9}$ к $10\frac{2}{5}$; | 9) 24 м к 1,5 км; |
| 5) 24,7 к $123\frac{1}{2}$; | 10) 0,86 см к 4,3 м; |

11) 10 час. 20 мин. к 5 минутам;

12) 1 минуты к 1 суткам.

1080. Вычислить с точностью до 0,01 отношения:

- | | | |
|--------------------------|-----------------------------------|---------------------------|
| 1) 24 : 56; | 3) $\frac{13\frac{1}{4}}{22}$; | 5) $0,41 : \frac{3}{7}$; |
| 2) $\frac{1,52}{0,98}$; | 4) $\frac{5}{6} : 3\frac{1}{2}$; | 6) $5\frac{2}{3} : 6,5$. |

1081. Найти:

- | | | |
|-----------------|--------------------|----------------------|
| 1) 3% от 60; | 3) 145% от 2,8; | 5) 99% от 212 кг; |
| 2) 22% от 15,5; | 4) 12% от 40 руб.; | 6) 250% от 26 000 м. |

1082. Найти число, если:

- | | |
|-------------------------|----------------------------|
| 1) 7% его равны 21; | 4) 36% его равны 180 руб.; |
| 2) 44% его равны 12,1; | 5) 2% его равны 0,85 т; |
| 3) 120% его равны 0,24; | 6) 375% его равны 1515 л. |

1083. Найти число (с точностью до 0,01), если:

- 1) 13% его равны 5; 2) 128% его равны 7,4; 3) 9% его равны 2,6 руб.; 4) 115% его равны 83,5 ц.

1084. Морская миля равна 1,852 км и составляет $\frac{1}{60}$ длины

1° земного меридиана. Чему равна длина всего меридиана? (Результат округлить до 10 км.)

1085. Две автомашины заняты на вывозке зерна. Первая машина за 1 час может вывезти в среднем 2,7 т зерна, а вторая $\frac{2}{3}$ этого количества. Сколько зерна они вывезут вместе за $6\frac{2}{3}$ часа?

1086. 1) Учащиеся собирали и сушили лекарственные растения. Они заготовили листьев полыни 57,6 кг, ягод бузины $\frac{3}{4}$ этого количества, а вес заготовленного ландышевого цвета составил 15% от количества бузины. Сколько заготовлено ландышевого цвета?

2) Составьте сходную задачу и решите ее. Напишите числовую формулу.

1087. В литейную мастерскую привезли 48,2 т чугуна. В первый день израсходовано 0,3 всего количества, во второй $\frac{5}{14}$ остатка, а в третий день $\frac{2}{3}$ нового остатка. Сколько чугуна израсходовано в третий день и сколько его осталось после трех дней расхода?

1088. В первую неделю отпуска рабочий израсходовал $\frac{3}{8}$ отпускных денег, а во вторую 0,7 остатка, после чего у него осталось 10,5 руб. Сколько он получил за 2 недели отпуска?

1089. В колхозе $\frac{3}{4}$ всей земли занято пашней, 0,15 занято лугом, а остальная часть земли — лесом. Найти площадь всей земли колхоза, если известно, что площадь пашни на 1560 га больше площади леса.

1090. Участок поля убрали два комбайнера. Оказалось, что первый комбайнер убрал $\frac{5}{16}$ участка, второй остальное, причем второй убрал на 49,2 га больше, чем первый. С каждого гектара в среднем намолачивали по 21,5 ц зерна. Сколько зерна намолотил каждый комбайнер?

1091. Промтоварный магазин за три дня распродал полученную им ткань. В первый день было продано 0,6 имевшейся ткани, во второй день $\frac{5}{9}$ того, что было продано в первый день, а в третий день — вся оставшаяся ткань. При этом во второй день было продано на 204,8 м ткани больше, чем в третий. Сколько ткани было получено магазином?

1092. Зерно кукурузы содержит 10% белка, 70% углеводов и 6% жиров. С 1 га собрано 42 ц зерна кукурузы. Сколько килограммов белка, углеводов и жиров содержится в этом количестве зерна?

1093. Ученик рассчитал, что одна книга стоит 80% его денег, а другая 65% его денег и поэтому ему не хватит на покупку

этих книг 27 коп. Сколько денег было у ученика и сколько стоила каждая книга?

1094. Некоторые виды кактусов имеют большую высоту и содержат до 3000 л воды, что составляет 96% веса растения. Сколько весит одно такое растение? Во сколько раз его вес больше, чем вес человека? (Вес человека в среднем принять за 75 кг.)

1095. Обезьяна горилла достигает роста на 20% больше среднего роста человека. Рост обезьяны шимпанзе составляет 75% роста гориллы. Вычислить рост этих обезьян, приняв средний рост человека за 1,7 м.

1096. В средней полосе СССР продолжительность снежного покрова составляет от 28% до 45% года. В Крыму снег лежит лишь около 6% года, а на полуострове Таймыр до 73% года. Вычислить с точностью до 10 дней продолжительность снежного покрова в этих местностях СССР.

1097. На колхозной пасеке было 120 пчелосемей. В первый год с каждой пчелосемьи собрали 39,5 кг меда. Во второй год количество пчелосемей увеличили на 30%, а сбор с одной пчелосемьи увеличился на 20%. На сколько больше собрали меда во второй год, чем в первый?

1098. Хлебопекарня в первый день израсходовала 8,5 т муки, во второй день 0,8 этого количества, а в третий день на 20% больше, чем во второй. Сколько хлеба было выпечено за 3 дня, если припек составляет 40% веса муки?

1099. Норвежский ученый Хейердал и его спутники проплыли на плоту «Кон-Тики» по Тихому океану около 4300 морских миль в течение 97 суток. С какой средней скоростью в километрах в час двигался плот, если одна морская миля равна 1,852 км?

1100. Из Москвы во Владивосток вышел поезд со средней скоростью 82,6 км в час, через 15 час. из Владивостока в Москву вышел поезд со средней скоростью 75,8 км в час. Спустя $2\frac{1}{12}$ суток после выхода второго поезда расстояние между ними равнялось 143 км (поезда еще не встречались). Чему равно расстояние по железной дороге между Москвой и Владивостоком?

1101. В 8 час. 30 мин. утра от станции отошел поезд со средней скоростью 82,5 км в час. В 9 час. 12 мин. с той же станции по тому же направлению вышел другой поезд, скорость которого составляла 0,8 скорости первого поезда. Какое расстоя-

ние будет между поездами в 10 час. 6 мин. утра? в 10 час. 30 мин.?

1102. От двух пристаней A и B одновременно по одному направлению вышли два парохода. Первый прошел за 1,25 часа 27 км. скорость второго составила $\frac{5}{6}$ скорости первого. Найти расстояние между пристанями, если известно, что первый пароход догнал второй через 2,5 часа после выхода.

1103. Расстояние между станциями A и B равно 362 км. Из A по направлению к B вышел поезд со средней скоростью 62,5 км в час, а через 0,8 часа навстречу ему из B вышел другой поезд. Поезда встретились через $3\frac{1}{5}$ часа после выхода первого поезда. Какова скорость второго поезда?

1104. В 10 час. 15 мин. утра от пристани отошла лодка и шла со средней скоростью $6\frac{2}{3}$ км в час. В 2 часа дня от той же пристани вслед за ней отошел катер, который догнал лодку на расстоянии 35 км от пристани. В котором часу катер догнал лодку? Какова скорость катера?

1105. Речной теплоход отошел от пристани A в 10 час. и прибыл в 13 час. 36 мин. в пункт B , отстоящий от A на 96 км по течению реки. После остановки, длившейся 0,75 часа, теплоход отправился из B в A , причем двигатели работали с прежней мощностью. В котором часу теплоход прибыл в A , если средняя скорость течения равна $2\frac{2}{3}$ км в час?

1106. 1) Диаметр колеса равен 1,4 м и составляет $\frac{7}{22}$ длины окружности колеса. Сколько раз обернется такое колесо на расстоянии 5,5 км?

2) Длина окружности колеса в 6,28 раза больше его радиуса. Радиус колеса автомашины равен 40 см, колесо сделало 625 оборотов. Какое расстояние прошла автомашина?

Напишите числовую формулу.

1107. На земном шаре находится 1370 млн. куб. км морской воды. 1 л ее весит 1,03 кг, причем различные соли составляют 0,034 этого веса. Сколько соли можно получить, если выпарить одну миллионную часть всей морской воды? (Ответ дать с точностью до 1 млрд. тонн.)

1108. В двух участках земли $256\frac{1}{3}$ га, один из них на 42,6 га меньше, чем другой. Найти площадь каждого участка.

1109. Среднее арифметическое двух чисел равно 17,2, одно из чисел больше другого на $1\frac{2}{3}$. Найти эти числа.

1110. От двух станций, расположенных на расстоянии 259,7 км, вышли одновременно навстречу друг другу два поезда. Скорость одного была на 7,3 км больше скорости другого. Поезда встретились через $2\frac{1}{3}$ часа после отправления. Какова скорость каждого поезда?

1111. Моторная лодка шла по течению реки со скоростью 24,8 км в час; против течения скорость лодки составила $\frac{3}{4}$ скорости по течению. Найти скорость лодки в стоячей воде и скорость течения реки.

1112. Средняя скорость почтового самолета при полете по направлению ветра составила 216 км в час, а при полете против ветра лишь $\frac{7}{9}$ этой скорости. За сколько времени самолет пролетит 139,5 км в безветренную погоду? (Ответ вычислить с точностью до 1 мин.)

1113. Куплено три отреза материала общей стоимостью 82 руб. 20 коп. Первый отрез дороже второго на 4,8 руб., а третий дешевле второго на 3,6 руб. Сколько стоит каждый отрез?

1114. Среднее арифметическое двух чисел равно $18\frac{9}{16}$, одно из них в 8 раз больше другого. Найти эти числа.

1115. Отношение двух чисел равно 3, а их сумма равна 15,4. Найти эти числа.

1116. Отношение двух чисел равно 6,4, одно из чисел больше другого на $18\frac{9}{13}$. Найти эти числа.

1117. Два неизвестных числа относятся как $8,4 : 2\frac{1}{3}$, одно число меньше другого на 5,2. Найти эти числа.

1118. Для сева отпущено 267,3 ц семян пшеницы и ржи, причем пшеницы на 72,9 ц больше, чем ржи. Этими семенами засеяно 135 га, причем пшеницей в 1,5 раза больше, чем рожью. Вычислить нормы высева пшеницы и ржи на 1 га.

1119. Швейная мастерская получила 801,9 м шерсти и драпа, причем шерсти получено в $1\frac{3}{4}$ раза больше, чем драпа.

Из всего драпа сшили детские пальто, а из всей шерсти —

платья. Всего было шито 405 платьев и пальто, причем платьев на 81 больше, чем пальто. Сколько материала затрачено на каждое пальто и каждое платье?

1120. Найти периметр чертежного треугольника с точностью до 1 мм. Выразить результат в дециметрах, в метрах. Чему будет равен периметр, если каждую из сторон увеличить в 3 раза?

1121. Периметр прямоугольника равен 26,4 см, одна из сторон в три раза меньше другой. Вычислить площадь прямоугольника в квадратных сантиметрах, в квадратных дециметрах.

1122. Основание прямоугольника равно $6\frac{2}{3}$ м, периметр в 2,5 раза больше основания. Найти высоту и площадь прямоугольника.

1123. Как вычислить площадь фигуры, изображенной на рисунке 117? Чему равна эта площадь?

1124. Во время пионерского похода по родному краю участники его пользуются картой, масштаб которой 1:1 000 000. Сколько понадобится времени, чтобы проехать из одного города в другой на велосипедах со скоростью 12 км в час, если на карте расстояние между этими городами по шоссе равно 0,6 дм?

1125. Вычислить площади земельных участков, изображенных на рисунке 118 в масштабе 1:25 000. Для вычисления изображенные фигуры надо разделить на части, как отмечено пунктиром, и произвести необходимые измерения с точностью до 1 мм.

1126. С прямоугольного участка размерами 860 м × 750 м убрано 3360 т зеленой массы кукурузы. Вычислить урожай с 1 га с точностью до 1 ц. Сколько рейсов должен сделать самосвал грузоподъемностью 3 т, чтобы перевезти урожай с 1 га?

1127. На опытном участке три грядки длиной по 10 м были засеяны морковью. Ширина первой грядки была 2,5 м, второй 2,4 м, а третьей 3 м. С первой грядки убрано 187,5 кг моркови, со второй 186 кг, а с третьей 192 кг. Вычислить урожай с 1 кв. м каждой грядки.

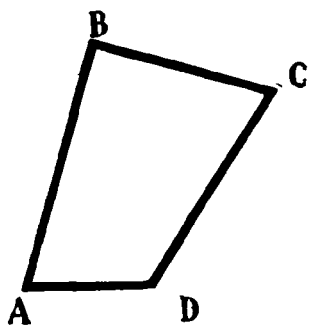


Рис. 117.

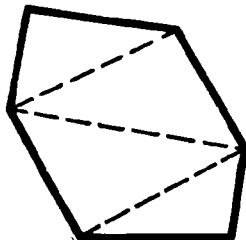
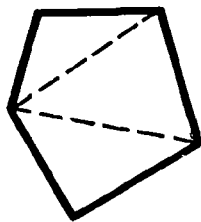


Рис. 118.

1128. Ледник, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, размером $2,8 \text{ м} \times 5,2 \text{ м} \times 2,5 \text{ м}$ необходимо набить льдом. Промежутки между кусками льда занимают 0,15 его объема. Толщина льда в водоеме равна 54 см. Какую площадь должен иметь участок водоема, на котором надо вырубить лед?

1129. Отношение объема погруженной в воду части айсберга (рис. 119) ко всему объему равно 0,87. Над водой находится часть айсберга, имеющая примерно форму прямоугольного параллелепипеда, длина и ширина которого 0,5 км и 0,4 км, высота 20 м. На какую глубину погружен айсберг, если его подводная часть имеет ту же форму? Сколько весит айсберг, если 1 куб. м льда весит 0,9 т?

1130. В железнодорожном составе 45 платформ, груженных углем. Размер платформы $6,4 \text{ м} \times 2,75 \text{ м}$, уголь грузили на платформу до высоты 78 см. Сколько тонн угля погружено в состав? (Вес 1 куб. м угля равен 1,3 т.)

1131. На каждый кубический метр кирпичной кладки требуется 500 кирпичей. Сколько кирпичей нужно, чтобы сложить стену длиной 10,4 м, толщиной 0,5 м и высотой 6 м? За сколько рейсов может перевезти этот кирпич автомашина, забирающая за 1 рейс 2,5 т, если 1 кирпич весит $3 \frac{1}{2}$ кг?

1132. Бассейн наполняется водой через три трубы. Первая труба может наполнить бассейн за 10 час., вторая труба за 15 час., а третья за 30 час. Все три трубы действовали одновременно 1 час 40 мин. Какая часть бассейна осталась незаполненной?

1133. Для перевозки сахарной свеклы с участка звена на завод выделены две автомашины. Первая автомашина может выполнить всю работу за 28 дней, второй потребуется на $\frac{1}{4}$ этого времени меньше. Во сколько дней они окончат вывозку свеклы, работая одновременно?

1134. Бассейн наполняется тремя трубами. Первая труба может наполнить бассейн за 8 час., второй трубе требуется для наполнения бассейна 0,45, а третьей 0,85 этого времени. За



Рис. 119.

сколько времени наполнится бассейн, если будут работать все трубы? (С точностью до 0,1 часа.)

1135. Два экскаватора могут вырыть котлован за 4 дня. Первый экскаватор затратит на эту работу в 1,5 раза больше времени, чем оба вместе. После того как они вместе проработали 2,5 дня, один из экскаваторов потребовалось перевести на другую работу. За сколько дней будет вырыт котлован, если оставить первый экскаватор? второй экскаватор?

1136. Звено мальчиков и звено девочек для прополки огорода получили одинаковые участки. Звено мальчиков за 0,8 часа сделало $\frac{1}{4}$ своего задания, а звено девочек за $1\frac{1}{3}$ часа 0,5 задания. Девочки, закончив свою работу, перешли на участок мальчиков, и оба звена вместе закончили работу. Сколько времени длилась прополка двух участков? (С точностью до 0,1 часа.)

1137. За один киловатт-час электроэнергии платят 0,04 руб. Подсчитать, сколько придется заплатить потребителю за пользование электричеством в течение 27 дней по данным следующей таблицы:

Наименование электроприборов	Количество электроприборов	Расход электроэнергии за 1 час на 1 прибор	Время пользования в часах в сутки
Лампочка . .	4	0,1 киловатт	7,5
Плитка . . .	1	0,8 киловатт	2,4
Приемник . .	1	0,1 киловатт	2,5
Телевизор . .	1	0,15 киловатт	3

1138. Пионерское звено в составе 12 человек собралось в туристский поход на 3 дня. Пионеры решили взять с собой продукты из расчета на 1 человека в день: хлеба по 0,5 кг, масла и сахара по 0,1 кг, крупы по 0,2 кг соли по 30 г и по одной банке консервов весом 350 г. Составить смету расходов звена на питание, включив в нее вес и стоимость этих продуктов.

1139. На золотых приисках были найдены три самородка золота общим весом 19,372 кг. Большой из них тяжелее среднего на 0,738 кг, а разность между весом среднего и меньшего равна 0,428 кг. Сколько весил каждый из них?

1140. За 5 кг манной крупы и 4 кг перловой крупы уплачено 3,54 руб., за 7 кг манной крупы и 4 кг перловой уплачено 4,54 руб. Сколько стоит 1 кг той и другой крупы отдельно?

1141. Найти три числа по следующим условиям: второе число составляет $0,75$ первого, третье $\frac{7}{8}$ второго, разность между первым и третьим равна $2,2$.

1142. Куплено 35 билетов в театр и кино на сумму 18,5 руб. Билет в театр стоит 0,7 руб., а билет в кино 0,4 руб. Сколько куплено билетов в театр и сколько в кино?

1143. Если купить 0,5 кг конфет и 1,5 кг печенья, то надо уплатить 3,2 руб., а если купить 0,5 кг конфет и 1,8 кг печенья, то надо уплатить 3,59 руб. Какова цена 1 кг конфет и 1 кг печенья?

1144. В мастерской имеется два куска ткани различного сорта. Первый кусок ценой по $3\frac{3}{4}$ руб. за 1 м стоит на $7\frac{1}{2}$ руб. дешевле, чем второй, хотя он на $1\frac{1}{2}$ м длиннее второго куска.

Цена второго куска $4\frac{1}{2}$ руб. за 1 м. Какова длина каждого куска?

1145. Куплено несколько метров материи. Если бы 1 м стоил на 0,2 руб. дороже, то вся покупка обошлась бы дороже на 2,1 руб. Сколько метров материи было куплено? Можно ли по этим данным найти цену 1 м?

1146. Ученики убирали на пришкольном участке капусту. Если бы урожай с 1 а составил 4,95 ц, то было бы со всего участка собрано на $1\frac{3}{8}$ ц меньше, чем в действительности, а если бы урожай с 1 а составил 5,15 ц, то было бы собрано на $1\frac{1}{8}$ ц больше, чем в действительности. Сколько убрано капусты и какова площадь участка?

Задачи на сообразительность. Занимательные задачи.

1147. Сумма двух чисел больше большего слагаемого на 25. Найти слагаемые, если известно, что одно из них больше другого в 4 раза.

1148. Разность двух чисел меньше уменьшаемого на 99, а вычитаемое больше разности в 9 раз. Найти уменьшаемое, вычитаемое и разность.

1149. Произведение двух сомножителей в $12\frac{1}{2}$ раза больше меньшего из них; найти сомножители, зная, что один из них больше другого на $5\frac{3}{5}$. Найти произведение.

1150. Частное двух чисел в 2,65 раза меньше делимого, а делитель на 1,25 больше частного. Найти делимое.

1151. Знаменатель дроби на 3521 больше числителя. После сокращения дроби получилось $\frac{4}{11}$. Какова была дробь до сокращения?

1152. Разность двух чисел равна 0,7. Если большее из них увеличить в 5 раз, то разность будет 75,1. Найти эти числа

1153. Сколько раз к наибольшему однозначному числу нужно прибавить наибольшее двузначное, чтобы получить наибольшее трехзначное?

1154. Напиши наименьшее пятизначное число, кратное 9, так, чтобы первая цифра его была 6 и все цифры были бы различны.

1155. Сколько нулей будет в конце числа, которое является произведением первых пятнадцати натуральных чисел?

1156. Отцу 40 лет, сыну 13 лет. Сколько лет тому назад отец был в 10 раз старше сына?

1157. Матери 36 лет, дочери 12 лет. Через сколько лет мать будет в два раза старше дочери?

1158. На двух кустах сидели 16 воробьев. Со второго куста совсем улетели 2 воробья, а затем с первого куста на второй перелетели 5 воробьев. После этого на каждом кусте оказалось одно и то же число воробьев. Сколько воробьев было на каждом кусте вначале?

1159. Найти наименьшее число, которое при делении на 2 дает в остатке 1, при делении на 3 дает в остатке 2, при делении на 4 дает в остатке 3, при делении на 5 дает в остатке 4 и при делении на 6 дает в остатке 5.

1160. Из сорока звеньев составлена цепь. Просвет каждого звена 12 мм, а толщина звена 3 мм (рис. 120). Какую длину имеет эта цепь?

1161. Доску длиной 3 м надо разрезать поперек на две части так, чтобы число метров в одной части было равно числу дециметров в другой части. В каком месте надо сделать разрез?

1162. На одну чашку весов положили кусок мыла, а на другую $\frac{3}{4}$ такого куска и еще $\frac{3}{4}$ кг. Установилось равновесие. Сколько весит кусок мыла?

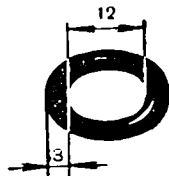


Рис. 120.

1163. Среди 26 одинаковых по внешнему виду металлических деталей одна имеет пустоту (легче других). Как с помощью трех взвешиваний (без разновесок) на чашечных весах выделить эту деталь?

1164. Длина ребра куба 0,5 м. Этот куб разрезали на кубики, длина ребра каждого из которых равна 2 мм. Кубики затем уложили в один сплошной ряд. Чему равна длина ряда?

1165. Мальчик идет из села A в село B , отстоящее от A на расстоянии 3 км. С мальчиком побежала собака; пока он прошел 1 км, собака уже добежала до села B . Затем собака вернулась к мальчику, снова побежала в B , затем снова вернулась и т. д. Какое расстояние пробежала собака за время, которое мальчик затратил на путь от A до B ?

1166. По дороге рядом идут мальчик и девочка. Длина шага мальчика 60 см, а длина шага девочки 50 см. Следы каких по счету шагов мальчика и девочки будут расположены друг против друга?

1167. Два поезда по двухколейной железной дороге движутся навстречу друг другу — один со скоростью 60 км в час, а другой со скоростью 80 км в час. Пассажир, сидящий во втором поезде, заметил, что первый поезд шел мимо него 6 сек. Какова длина первого поезда?

1168. Яша идет от дома до школы 30 мин., а его брат Петя 40 мин. Петя вышел из дома на 5 мин. раньше Яши. Через сколько минут Яша догонит Петю?

1169. Моторная лодка, идя по течению реки, затрачивает на путь от пристани A до пристани B 32 часа, а на обратный путь 48 час. За какое время проплывет плот путь от A до B ?

1170. Требуется разделить 7 одинаковых яблок поровну между восемью мальчиками. Как сделать так, чтобы разрезов было возможно меньше?

1171. Вода при замерзании увеличивается на $\frac{1}{11}$ своего объема. На какую часть своего объема уменьшится лед при обратном превращении его в воду?

1172. Ученица купила в магазине 9 тетрадей, несколько блокнотов по 12 коп. и 3 карандаша. Продавец выписал ей чек на 71 коп. Взглянув на чек, ученица сказала продавцу, что он ошибся. Продавец удивился, как без вычислений ученица могла обнаружить ошибку, пересчитал снова и действительно нашел ошибку. Каким образом ученица обнаружила ошибку, не вычисляя стоимости покупки?

1173. Существует ли дробь со знаменателем 2, которая больше $\frac{7}{15}$, но меньше $\frac{8}{15}$?

1174. Сколько существует дробей со знаменателем 40, которые больше $\frac{7}{12}$, но меньше $\frac{11}{12}$? Какие из них являются несократимыми?

1175. Доказать, что среднее арифметическое пяти последовательных натуральных чисел равно среднему из этих чисел.

1176. Доказать, что если даны какие-либо три натуральных числа, не делящиеся на 3, то либо их сумма делится на 3, либо сумма двух из них делится на 3.

1177. Верно ли утверждение: для того чтобы число делилось на 2, необходимо, чтобы оно оканчивалось нулем?

1178. Верно ли утверждение: для того чтобы число делилось на 2, достаточно, чтобы оно оканчивалось нулем?

1179. Верно ли утверждение: для того чтобы сумма двух натуральных чисел была четным числом, необходимо, чтобы каждое слагаемое было четным?

1180. В школе 370 учащихся. Доказать, что среди учащихся этой школы обязательно найдется хотя бы 2 учащихся, отмечающих свое рождение в один и тот же день.

VII. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ.



ТОЧНЫЕ И ПРИБЛИЖЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ВЕЛИЧИН.

Числовые значения некоторых величин мы можем, а иногда и должны выражать точными числами. Например, число учащихся в классе, наличие денег в кассе, соотношения между метрическими мерами и т. д. мы выражаем точно. Если после правильного подсчета мы утверждаем, что в классе присутствуют 27 учащихся, то это число точное. Если кассир подсчитал, что к концу дня в кассе имеется 27 301 руб. 26 коп., то это число тоже точное. Нам известно, что в 1 км содержится точно 1000 м.

Изучая натуральные и дробные числа, изучая величины и их измерение, решая практические задачи, мы не раз встречались с приближенными числами. В каких случаях нам приходится иметь дело с приближенными числами?

1. В результате измерения величин всегда получаются приближенные числа. Измерительные приборы не могут дать точного значения измеряемой величины. Во-первых, ни один измерительный прибор нельзя изготовить совершенно точно. Во-вторых, каждый прибор имеет свою точность, определяемую величиной самого мелкого деления. Например, на обычной измерительной линейке самые мелкие деления — миллиметры, а на торговых весах самое мелкое деление выражает 5 г. Кроме этого, при измерении мы допускаем некоторые неточности. Например, не вполне точно совмещаем нулевое деление с началом отрезка, длину которого измеряем; не всегда одинаково натягиваем мерную ленту, не вполне точно располагаем ее по той прямой, вдоль которой производим измерение длины. Измеряемая величина может изменять свое значение. Например, длина одного и того же металлического стержня изменяется в зависимости от температуры воздуха; в жаркую погоду длина больше, чем в холодную. Вес

тела также изменяется, многие вещества впитывают влагу из воздуха, вещество может высыхать. Часто не имеет смысла находить точное значение измеряемой величины. Например, нет смысла, указывая время дня, выражать его в часах, минутах и секундах; отпуская со склада 1 т каменного угля, взвешивать его с точностью до 1 г, а температуру воздуха измерять с точностью до долей градуса.

2. Приближенные числа часто получаются в результате вычислений, особенно при различных практических расчетах. Даже в тех случаях, когда можно результат вычисления выразить точным числом, практически не всегда это делают. Если, например, обувная фабрика за 26 рабочих дней выработала 67 234 пары мужской обуви, то ее среднесуточная выработка равна частному $67\,234 : 26$, которое можно выразить точным числом $2585\frac{12}{13}$. Однако на практике частное выражают приближенным числом и говорят, что выработка составляла 2586 пар в сутки, а иногда округляют и такой результат до десятков или до сотен. В практических вычислениях значения величин часто берутся приближенными, а поэтому и результаты таких вычислений выражаются приближенными числами.

Например, путем наблюдений установлено, что поезд за 2 часа 37 мин. прошел расстояние 178 км; при вычислении скорости движения поезда надо иметь в виду, что эти числа приближенные. Следовательно, средняя скорость движения должна быть выражена приближенным числом. Можно принять, что она равна приближенному числу 68 км в час (точное значение частного $178 : 2\frac{37}{60} = 68\frac{4}{157}$).

3. Приближенные числа появляются иногда в результате счета. Население города, области или страны несколько изменяется в процессе его подсчета, при счете могут быть допущены ошибки. Следовательно, результат счета является приближенным числом. Его округляют, и в справочниках указывают численность населения, например, с точностью до одного миллиона или до одной тысячи.

Приближенными числами выражают, например, количество детей, учащихся, рабочих в стране, число голов скота или птицы в районе, области или во всей стране и т. д.

Задание 91.

1. Назвать точные и приближенные числа: 1) продолжительность жизни кипариса составляет 3000 лет; 2) 3 кг содержат 3000 г; 3) вес трубы равен 48,4 кг; 4) в доме 123 окна.

2. Привести примеры получения приближенных чисел.

Упражнения.

1181. Какие из чисел будут точными и какие приближенными:

1) расстояние между двумя селами равно 24 км;

2) цена сукна — 24 руб. за 1 м;

3) в классе присутствует 23 учащихся;

4) слон весит 4 т;

5) поезд шел 30 мин.;

6) емкость стакана равна 250 куб. см;

7) $\frac{1}{4}$ км составляет 250 м;

8) в среднем столовая отпускает в день 940 обедов.

1182. Будут ли точными числа, выражающие число ударов пульса или число вдохов и выдохов в одну минуту?

1183. В каких случаях частное от деления двух чисел выражают приближенно десятичной дробью?

1184. Вычислить точное значение разности $2\frac{3}{14} - 1\frac{15}{16}$ и ее приближенное значение с точностью до 0,001.

1185. Подсчитать число букв в каждой из каких-либо 5 строк § 134 учебника арифметики. Принять среднее арифметическое этих чисел за число букв в строке (в среднем). Какие числа в этих вычислениях будут приближенными?

1186. Измерить ширину и высоту какой-либо двери и определить ее площадь в квадратных метрах. Будут ли результаты измерений и вычисления приближенными числами?

§ 135. АБСОЛЮТНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ.

Пользуясь приближенным значением величины, необходимо знать, какова неточность, или погрешность, этого значения.

Если при выражении дроби $\frac{2}{3}$ в виде десятичной дроби прием, что $\frac{2}{3} \approx 0,67$, то при этом допустим некоторую неточность, или погрешность.

Вычислим, на сколько точное число $\frac{2}{3}$ отличается от своего приближенного значения 0,67. Для этого от большего числа отнимем меньшее число: $0,67 - \frac{2}{3} = \frac{67}{100} - \frac{2}{3} = \frac{201-200}{300} = \frac{1}{300}$.

Приближенное число отличается от точного числа на $\frac{1}{300}$ или приближенно на 0,003. Эту разницу называют **абсолютной погрешностью**.

Абсолютной погрешностью называют разность, которая показывает, на сколько точное число больше или меньше своего приближенного значения.

Часто точное значение числа неизвестно. Тогда об абсолютной погрешности судят по величине наименьшего деления шкалы измерительного прибора. Эту величину называют **ценой деления** прибора. Например, цена деления торговых стрелочных весов равна 5 г. Абсолютная погрешность взвешивания на этих весах не превышает 5 г. Это означает, что отклонение от точного веса не превышает 5 г. Если, например, вес тела равен 450 г, то принято записывать так:

$$450 (\pm 5) \text{ г.}$$

Знаки \pm показывают, что отклонения могут быть как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения.

Если оценивать на глаз половину деления шкалы весов, т. е. 2,5 г, то можно считать, что абсолютная погрешность не превышает 2,5 г. При этом можно приближенно указать и число единиц. Например, может получиться такой результат:

$$453 (\pm 2,5) \text{ г.}$$

При измерении миллиметровой линейкой абсолютная погрешность не превышает 1 мм. Допустим, что некоторая длина l при измерении такой линейкой оказалась равной 17,7 см, тогда можно записать:

$$l \approx 17,7 (\pm 0,1) \text{ см, или } l \approx 177 (\pm 1) \text{ мм.}$$

Запись означает, что отклонение приближенного значения длины от точного значения не превышает 1 мм. Оценить на глаз половину миллиметра трудно. Если это удастся сделать (например, при пользовании тонкой металлической линейкой), то абсолютную погрешность можно считать равной 0,5 мм.

При измерении сравнительно больших расстояний измерительный прибор (метр или мерную ленту) приходится несколько раз

переносить по измеряемой линии. В таких случаях погрешность измерения может оказаться значительно больше, чем цена деления применяемого прибора.

Допустим, что при измерении одного и того же расстояния мерной лентой получили такие результаты: 327,57 м, 327,71 м и 327,48 м. Эти результаты отличаются друг от друга десятиными долями метра. Следовательно, абсолютная погрешность не может быть меньше 0,1 м, или 10 см. А цена деления измерительной ленты составляет 0,01 м, или 1 см. Таким образом, в этом измерении погрешность в несколько раз больше цены деления измерительного прибора.

Задание 92.

1. Вычислить точное значение суммы $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{11}$ и приближенное ее значение с точностью до 0,001. Найти абсолютную погрешность приближенного значения.

2. Какова абсолютная погрешность при измерении температуры комнатным и медицинским термометром (рис. 121)?

3. Измерить миллиметровой линейкой длину стола три раза. На сколько отличаются результаты измерения друг от друга? Какой вывод можно сделать о величине абсолютной погрешности измерения?

Упражнения.

1187. Вычислить частные:

1) $23 : 12$; 2) $0,38 : 0,06$; 3) $1,23 : 1,27$;

4) $\frac{181}{130}$ с точностью до 0,01 и найти абсо-

лютную погрешность вычисления. Можно ли считать абсолютную погрешность вычисления равной приближенно 0,01?

1188. На стрелочных весах для взвешивания посылок наименьшее деление составляет 50 г. Какова абсолютная погрешность измерения на этих весах?

1189. Какова абсолютная погрешность измерения: 1) величины углов транспортиром? 2) времени с помощью стенных часов?

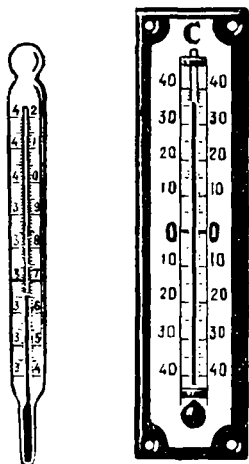


Рис. 121.

1190. Объяснить записи:

- | | |
|-------------------------------|------------------------------|
| 1) $40,1 (\pm 0,05)$ м; | 4) $412\,000 (\pm 1000)$ га; |
| 2) $43,785 (\pm 0,005)$ т; | 5) $99,78 (\pm 0,01)$. |
| 3) $275\,600 (\pm 100)$ чел.; | |

1191. Вычислить погрешность, которая получится при округлении до 0,01 каждого из чисел:

- 1) 4,59001; 2) 0,792; 3) 0,798; 4) 5,9999; 5) 0,0789; 6) 1,2555.

1192. Вычислить погрешность, которая получится при округлении до 1 каждого из чисел: 1) 5,4; 2) 6,78; 3) 7,2919; 4) 0,7; 5) 0,92; 6) 10,0752.

1193. Вычислить погрешность, которая получится, если число 0,79023 заменить дробью:

- | | | |
|----------|------------|-----------|
| 1) 0,8; | 3) 0,790; | 5) 0,7; |
| 2) 0,79; | 4) 0,7902; | 6) 0,791. |

1194. Вычислить погрешность, которая получится, если число 927 341 заменить числом:

- | | | |
|---------------|-------------|-------------|
| 1) 1 000 000; | 3) 920 000; | 5) 927 000; |
| 2) 900 000; | 4) 930 000; | 6) 928 000. |

1195. Приближенное значение в миллиметрах одного дюйма с точностью до одной миллионной равно 25,399541 мм. Записать приближенные значения дюйма с точностью до 1 мм; до 0,01 мм; до 0,0001 мм.



ПРАВИЛО ЗАПИСИ ПРИБЛИЖЕННЫХ ЧИСЕЛ.

В приближенном числе различают верные и сомнительные цифры. Рассмотрим два примера.

1. Длину здания школы измеряли два раза и получили результаты: 25,65 м и 25,82 м. За длину здания следует взять среднее арифметическое этих чисел: $\frac{25,65+25,82}{2} = 25,735$ (м).

Первые две цифры, 2 и 5, этого числа такие же, как и в каждом из результатов измерений. Поэтому цифры десятков и единиц числа 25,735 назовем **верными цифрами**. Третья и четвертая цифры результатов измерений оказались различными. Их считают **сомнительными цифрами**. Поэтому и в числе 25,735 три последние цифры называют сомнительными.



Крупный ученый — математик и морской инженер Алексей Николаевич Крылов (1863—1945). Он обращал большое внимание на приложение математики к решению практических вопросов. В частности, А. Н. Крылов много сделал для облегчения технических и практических расчетов с помощью приближенных вычислений.

Принято оставлять в записи приближенного числа только одну сомнительную цифру, которая непосредственно следует за верными цифрами.

Итак, нужно записать: $25,735 \approx \approx 25,7$ (м). Эта запись показывает, что длина здания содержит 25 м и еще примерно 0,7 м.

2. Для подсчета числа зерен в 10 г ржи отвесили два раза по 10 г. В первой навеске оказалось 326 зерен, а во второй 342 зерна. Среднее арифметическое этих чисел равно: $\frac{326+342}{2} = 334$. В числах 326, 342 и 334 цифра сотен (3) является верной. Остальные цифры этих чисел будут сомнительными.

Можно принять, что в 10 г содержится 3 сотни и еще примерно 3 десятка зерен ржи. О числе единиц ничего определенного сказать нельзя: на их место при округлении ставим нуль.

Итак, в 10 г содержится приближенно 330 зерен ржи. В числе 330 цифра сотен является верной, а цифра десятков сомнительной.

Иногда может показаться, что все цифры приближенного числа являются сомнительными. Например, при измерении длины участка получены результаты 298,3 м и 300,6 м. Среднее арифметическое равно 299,45 м. В этом числе все цифры отличаются от результата второго измерения. Однако среднее арифметическое отличается от результатов измерений незначительно: всего на 1,15 м. Таким образом, погрешность среднего арифметического не больше 2 м, что не составляет половины десятка метров. Поэтому цифры сотен и десятков считают верными.

Следовательно, длина участка приближенно равна 299 м. В этом числе сомнительна только цифра единиц.

Для выяснения верных и сомнительных цифр приближенного числа пользуются таким определением: цифра какого-либо разряда (доли) считается верной, если погрешность не больше половины единицы этого разряда (доли); если же погрешность больше половины единицы какого-либо разряда (доли), то цифра этого разряда (доли) и все цифры, расположенные справа от нее, считаются сомнительными.

Примеры.

1. $4,6 (\pm 0,05)$ см — цифра 6 верная.

2. $194^\circ (\pm 1^\circ)$ — цифра 4 сомнительная, остальные цифры числа 194 верные.

Выдающийся русский ученый А. Н. Крылов предложил записывать приближенные числа так, чтобы они не содержали лишних, ненужных цифр. Правило Крылова о записи приближенных чисел сводится к следующему: при записи приближенных чисел следует писать все верные цифры и не более одной сомнительной цифры; при этом в записи приближенных целых чисел взамен отброшенных цифр нужно поставить нули.

Пример. Пусть в числах 77,837 и 17 834 мы знаем, что только первые 3 цифры верны. Согласно правилу Крылова, нужно записать: $77,837 \approx 77,84$; $17\ 834 \approx 17\ 830$.

Задание 93.

1. Указать верные и сомнительные цифры следующих приближенных чисел, записанных по правилу Крылова:

5,62; 0,8364; 23,70; 543; 7830; 54,0; 52 000.

2. Записать по правилу Крылова следующие приближенные числа:

- 1) 1345, если оно содержит 2 верные цифры;
- 2) 345, если оно содержит 1 верную цифру;
- 3) 57 896 » » 3 верные цифры;
- 4) 0,7891 » » 3 » » ;
- 5) 0,7891 » » 2 » » ;
- 6) 4,48 » » 1 верную цифру.

Упражнения.

1196. 1) Указать верные и сомнительные цифры следующих приближенных чисел, записанных по правилу Крылова: 27,3; 5732 т; 13,78; 8,900 км; 0,058 куб. м; 0,8870; 127 000 (все нули поставлены взамен отброшенных цифр); 5 790 000 чел. (три последних нуля поставлены взамен отброшенных цифр).

2) В следующих приближенных числах подчеркнуты верные цифры: 54,81; 0,37985; 598761; 13,4815; 0,0400923; 14,986; 437 599; 429,67. Записать эти числа по правилу Крылова.

1197. При тщательном и неоднократном измерении некоторой длины оказалось, что она равна 6,77 м. Эта же длина была измерена только один раз, и в результате измерения получено 6,81 м. Указать верные и сомнительные цифры второго результата и записать его согласно правилу Крылова.

1198. Определяя вес 1 куб. см меди в граммах, получили три таких результата: 8,81; 8,92 и 8,94. Вычислить среднее арифметическое их, указать верные и сомнительные цифры его и записать окончательный результат по правилу Крылова.

1199. Определите среднее число своих шагов, какое вы делаете за 2 мин., двигаясь: 1) обычным шагом; 2) быстрым шагом; подсчет в каждом случае произведите три раза.

§ 137. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ ЧИСЕЛ.

При действиях над приближенными числами может получиться результат, содержащий не одну, а несколько сомнительных цифр. В таких случаях результат нужно округлить.

Округление суммы и разности приближенных чисел, выраженных десятичными дробями, производится в зависимости от числа десятичных знаков в этих числах. Для получения правил такого округления рассмотрим две задачи.

Задача 1. В мешок весом 0,925 кг насыпали 63,5 кг сахара. Сколько весит мешок с сахаром?

Решение.

$$\begin{array}{r} + 0,925 \\ + 63,5 \\ \hline 64,425 \approx 64,4 \text{ (кг)}. \end{array}$$

В первом слагаемом сомнительной является цифра тысячных, а во втором цифра десятых. Поэтому три последние цифры (4, 2 и 5) суммы являются сомнительными. По правилу Крылова нужно оставить только одну сомнительную цифру и записать результат 64,4 кг. Следовательно, в сумме пришлось оставить столько десятичных знаков, сколько их содержит слагаемое с меньшим числом десятичных знаков.

Задача 2. От куска провода длиной 12,4 м отрезали 3,78 м. Вычислить длину остатка.

Решение.

$$\begin{array}{r} - 12,4 \\ - 3,78 \\ \hline 8,62 \approx 8,6 \text{ (м)}. \end{array}$$

В уменьшаемом цифра десятых, а в вычитаемом цифра сотых являются сомнительными, разность 8,62 имеет две сомнительные цифры. По правилу Крылова нужно оставить одну сомнительную цифру, а поэтому разность следует считать равной 8,6. Следова-

тельно, в разности пришлось оставить столько десятичных знаков, сколько их содержит данное с меньшим числом десятичных знаков.

Правило. *Результат сложения или вычитания приближенных десятичных дробей следует округлить так, чтобы он содержал столько десятичных знаков, сколько их имеет данное с наименьшим числом десятичных знаков.*

Применяя это правило, мы можем получить результат, содержащий не одну, а несколько сомнительных цифр. Но такие случаи встречаются редко.

Рассмотрим сложение и вычитание приближенных целых чисел.

Задача. В одном населенном пункте проживает 37 000 чел., в другом 5700 чел., а в третьем 950 чел. (Нули поставлены взамен отброшенных цифр.) Сколько человек проживает во всех этих пунктах?

Решение.

$$\begin{array}{r} 37000 \\ + 5700 \\ \quad 950 \\ \hline 43650 \approx 44000 \text{ (чел.).} \end{array}$$

В первом слагаемом сомнительной является цифра тысяч, во втором — цифра сотен, а в третьем — десятков. Поэтому в сумме (43 650) первой сомнительной цифрой является цифра тысяч. Результат считаем равным 44 000. Сходное рассуждение можно провести и для вычитания.

Приходим к выводу: **результат сложения или вычитания приближенных целых чисел следует округлить так, как округлено наименее точное данное.**

Наименее точным числом считается то число, которое округлено до наиболее крупного разряда (крупной доли).

Пример. Найти разность 98 420 — 1500. Нули в числах поставлены взамен отброшенных цифр.

$$\begin{array}{r} 98420 \\ - 1500 \\ \hline 96920 \approx 96900. \end{array}$$

Замечание. Для упрощения вычисления суммы и разности приближенных чисел их можно предварительно округлить с той точностью, с какой выражено наименее точное данное, а затем выполнить указанное действие, как с точными числами.

Вычисления в предыдущих задачах можно выполнить так:

$$1) \begin{array}{r} + 0,9 \\ 63,5 \\ \hline 64,4 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} - 12,4 \\ 3,8 \\ \hline 8,6 \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} 37\,000 \\ + 6\,000 \\ 1\,000 \\ \hline 44\,000 \end{array}$$

$$4) \begin{array}{r} - 98\,400 \\ 1\,500 \\ \hline 96\,900 \end{array}$$

Результаты получились те же. Иногда при предварительном округлении получается иной результат. Но этот результат незначительно отличается от результата, полученного без предварительного округления.

Пример. Вычислить сумму приближенных чисел: 32,52, 5,44 и 3,3.

Решая без предварительного округления, получим, что

$$32,52 + 5,44 + 3,3 = 41,26 \approx 41,3.$$

Решая с предварительным округлением, получим:

$$32,5 + 5,4 + 3,3 = 41,2.$$

Разница на 0,1 не имеет существенного значения.

Задание 94.

1. Вычислить сумму приближенных чисел: 24,28 кв. м и 15,3 кв. м.

2. Вычислить разность этих чисел.

3. Какими правилами нужно пользоваться при сложении и вычитании приближенных чисел?

4. Вычислить сумму и разность чисел в упражнениях 1 и 2, округлив предварительно данные числа.

Упражнения.

1200. Чем отличается значение длины 24 м от значения длины 24,00 м? Сколько верных цифр содержит каждое из этих приближенных чисел, если они записаны по правилу Крылова? Привести сходные примеры приближенных значений каких-либо величин.

1201. В числе 18 000 два нуля поставлены взамен отброшенных цифр. Чем отличается от этого числа число 18 000, в котором все три нуля поставлены взамен отброшенных цифр? Привести примеры таких чисел, после округления которых получится первое число, второе число.

1202. Произвести действия над приближенными числами:

- 1) $0,58 + 0,379$;
- 2) $12,4 - 0,78$;
- 3) $13,475 + 1,48 + 15,9$;
- 4) $14,00 - 3,4$;
- 5) $15,4 - 3,4791$;
- 6) $8,092 + 3,40 - 5,6$;
- 7) $3,38 + 4,78 - 1,405 - 1,307$;
- 8) $0,48 + 1,39 + 14,26 - 3,401$.

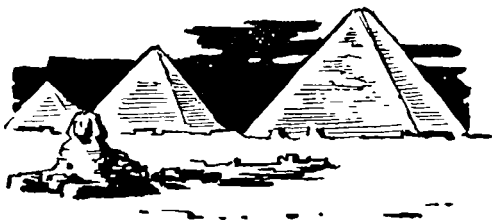


Рис. 122.

1203. Прямоугольный участок леса имеет длину $1,58$ км, а ширину 226 м. Какова длина канавы вокруг этого участка?

1204. Две стороны треугольного участка земли 2430 м и 2390 м, а третья 237 м. Первые два числа даны с точностью до 10 м, а третья до 1 м. Вычислить периметр участка.

1205. Одна из египетских пирамид (рис. 122) сооружена примерно 3000 лет тому назад. Можно ли утверждать через 20 лет, что эта пирамида была сооружена 3020 лет тому назад?

1206. Даны числа: $43\,700 (\pm 100)$; $127\,000 (\pm 1000)$ и $27\,940 (\pm 10)$. Вычислить их сумму без предварительного округления и с предварительным округлением.

1207. Произвести действия над приближенными числами без предварительного округления, а затем с предварительным округлением:

- 1) $1,52 + 0,7847 + 0,353$;
- 2) $7,28 - 5,5473$;
- 3) $0,9922 + 0,23 + 0,48753$;
- 4) $5,416 - 4,03 + 2,7$;
- 5) $38,25 + 3,825 + 0,3825 + 0,03825$;
- 6) $0,8488 - 0,08488 - 0,008488 + 84,88$.

1208. Найти сумму приближенных чисел, считая, что первое слагаемое дано с точностью до 1000 , а второе с точностью до 100 :

- 1) $523\,000 + 98\,500$;
- 2) $8000 + 159\,400$;
- 3) $2\,780\,000 + 535\,000$;
- 4) $5\,600\,000 + 998\,300$.

1209. Найти разность приближенных чисел, считая, что уменьшаемое дано с точностью до 1 , а вычитаемое с точностью до 100 :

- 1) $73\,792 - 73\,500$;
- 2) $100\,280 - 5400$;
- 3) $496\,800 - 75\,000$.

1210. Найти сумму $\frac{1}{2} + \frac{4}{9} + \frac{1}{17} + \frac{1}{5}$, выразив все слагаемые десятичными дробями с двумя десятичными знаками. Какие из этих десятичных дробей числа точные?

1211. 1) От моего города до Москвы по железной дороге 540 км. Это расстояние дано с точностью до 10 км. Я прошёл от вокзала в сторону Москвы 18 км. На каком расстоянии я нахожусь от Москвы?

2) На автомашину погружено 3,4 т. Вес шофера и двух грузчиков равен 266 кг. Сколько весит груз вместе с шофером и грузчиками?

1212. 1) Длина морского пути от Ленинграда до Нью-Йорка равна 8160 км (округлено до 10 км). Теплоход, направляясь в Нью-Йорк, отошел от Ленинграда на 73,5 км. Вычислить оставшийся путь.

2) Площадь поля равна 25,5 га. Убрано 23 а. Сколько осталось убирать?

1213. Выполнить действия, считая все значения приближенными:

1) $1,45 \text{ м} + 0,297 \text{ м} + 13,48 \text{ м}$;

2) $240 \text{ га} + 13\,700 \text{ га} + 970 \text{ га}$ (второе слагаемое выражено с точностью до 100 га);

3) $14,37 \text{ м} - 5,75 \text{ м} + 13,496 \text{ м}$;

4) $2,48 \text{ т} + 20,4 \text{ т} + 14,9 \text{ т} - 3,79 \text{ т}$;

5) $18,3 \text{ л} - 9,14 \text{ л} + 2,48 \text{ л} + 20,2 \text{ л}$;

6) $0,249 \text{ кг} + 1,47 \text{ кг} - 0,4729 \text{ кг}$;

7) $34,2 \text{ мм} + 1,49 \text{ мм} - 0,478 \text{ мм}$;

8) $24,68 \text{ кв. м} + 14,53 \text{ кв. м} + 124,9 \text{ кв. м} - 2,856 \text{ кв. м}$.

1214. Контрольное задание.

1. От станции до пионерского лагеря нужно пройти вдоль железнодорожной линии 1,18 км, по лесу 1,5 км и по деревне 0,8 км. Вычислить расстояние от станции до лагеря.

2. Вычислить разность приближенных чисел:

1) $8320 - 500$ (нули поставлены взамен отброшенных цифр);

2) $0,5763 - 0,49$.

3. Выразить $\frac{113}{120}$ десятичной дробью с точностью до 0,01. Найти абсолютную погрешность результата.

8. ЗНАЧАЩИЕ ЦИФРЫ ПРИБЛИЖЕННОГО ЧИСЛА.

При умножении и делении приближенных чисел пользуются не подсчетом числа десятичных знаков, а подсчетом значащих цифр числа.

Определение 1. Значащими цифрами приближенного числа, выраженного десятичной дробью, считаются все цифры этой дроби, кроме нулей, стоящих слева от первой цифры, отличной от нуля.

Пример 1. Приближенное число 10,408 имеет 5 значащих цифр. Все его цифры являются значащими, так как крайняя слева цифра числа отлична от нуля (она равна 1).

Пример 2. Приближенное число 0,0104 имеет три значащие цифры: 1, 0 и 4. Два нуля, стоящие слева от единицы, не считаются значащими цифрами.

Пример 3. Приближенное число 0,400 имеет три значащие цифры: 4, 0 и 0. Ноль, стоящий слева от цифры 4, не относится к значащим цифрам.

Определение 2. Значащими цифрами приближенного целого числа считаются все его цифры, кроме нулей, поставленных взамен отброшенных или неизвестных цифр.

Пример 1. Вес легкового автомобиля «ЗИЛ-111» равен 2576 кг. В этом приближенном числе все четыре цифры являются значащими.

Пример 2. Частное $34\ 2077 : 57 \approx 6001 \approx 6000$. Число 6000 имеет три значащие цифры, так как только один последний нуль поставлен взамен отброшенной цифры (единицы).

Пример 3. Наибольшее расстояние от Земли до Луны равно 406 000 км (с точностью до 1000 км). Это приближенное число имеет три значащие цифры, так как все нули в конце числа поставлены взамен неизвестных или отброшенных цифр.

139. ВЫДЕЛЕНИЕ ЗНАЧАЩИХ ЦИФР В ЗАПИСИ ПРИБЛИЖЕННОГО ЦЕЛОГО ЧИСЛА.

Чтобы из записи приближенного целого числа, оканчивающегося нулями, было ясно, сколько значащих цифр имеет это число, можно использовать особый способ записи таких чисел.

Например, пусть в числе 7520 000 три последних нуля не являются значащими цифрами. Условимся записывать это число так: $7520 \cdot 10^3$. Первый сомножитель показывает, какие цифры данного

числа являются значащими. Таких цифр — четыре. Второй сомножитель условно обозначает 1000.

Таким же образом запись $203 \cdot 10^4$ означает, что данное число равно 2 030 000 и оно содержит три значащие цифры. Число $58 \cdot 10 = 580$ содержит две значащие цифры и т. п.

С помощью этого способа особенно удобно записывать очень большие приближенные числа. Например, объем земного шара, равный 1100 000 000 000 000 000 000 *куб. м*, записывают так: $11 \cdot 10^{20}$ *куб. м* или $11 \cdot 10^{11}$ *куб. км*.

Задание 95.

1. Сколько значащих цифр содержат приближенные числа: 1,04; 5,40; 0,2047; 0,0023; 4,050? Какое из них имеет наименьшее число значащих цифр?

2. Сколько значащих цифр содержат числа: 543 000; 1 400 000; 234 340 000, если каждое из них дано с точностью до тысячи. Записать данные числа, используя способ выделения значащих цифр.

3. Сколько значащих цифр содержат числа: $78 \cdot 10^2$; $580 \cdot 10^6$; $20 \cdot 10^5$? Записать эти числа обычным способом.

4. Когда нуль в конце записи числа является значащей цифрой?

Упражнения.

1215. 1) В числах 127 000; 5 570 000 и 37 290 все нули поставлены взамен отброшенных цифр. Сколько значащих цифр содержит каждое из чисел? Записать эти числа, используя способ выделения значащих цифр.

2) Сколько значащих цифр содержат числа: $12 \cdot 10^3$; $9400 \cdot 10^4$; $104 \cdot 10^6$; $41 \cdot 10$? Записать эти числа обычным способом.

1216. Числа 2 570 000 и 39 000 выражены с точностью до 1000. Сколько значащих цифр содержит каждое из них?

1217. Число 27 534 выражено с точностью до 1. Сколько значащих цифр оно имеет?

1218. Сколько значащих цифр содержат числа:

- | | | | |
|------------|------------|------------|-------------|
| 1) 5,20; | 4) 0,0092; | 7) 0,0071; | 9) 11,00; |
| 2) 13,457; | 5) 0,75; | 8) 13,000; | 10) 15,720. |
| 3) 0,9724; | 6) 2,931; | | |

1219. Вычислить сумму приближенных чисел:

- 1) $63,4 + 4,58 + 0,789$;
- 2) $0,48 + 0,751 + 0,9000$;

$$3) 172\,000 + 192\,000 + 34\,700;$$

$$4) 68\,400 + 9\,850\,000 + 11\,000$$

(нули поставлены взамен отброшенных цифр). Сколько значащих цифр имеет каждое слагаемое и сумма их?

УМНОЖЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ ЧИСЕЛ.

Чтобы вывести правило для умножения приближенных чисел, решим задачу: «Вычислить вес ртути, если ее объем равен 42 куб. см, а вес 1 куб. см ее равен 13,6 г».

Оба данных — числа приближенные. Для нахождения веса ртути эти числа нужно перемножить.

$$\text{Произведение } 13,6 \cdot 42 = 571,2.$$

Так как объем ртути могли измерить только с точностью до 1 куб. см, то он мог быть, например, равным не 42 куб. см, а 41,6 куб. см.

$$\text{Произведение } 13,6 \cdot 41,6 = 565,76.$$

В полученных произведениях 571,2 и 565,76 только цифру сотен можно считать верной. Поэтому остальные цифры числа 571,2 будут сомнительными. По правилу Крылова результат следует округлить и принять вес ртути равным 570 г.

Записать следует так:

$$13,6 \cdot 42 \approx 570 \text{ (г)}.$$

Результат 570 имеет две значащие цифры. Множитель 42 также имеет две значащие цифры, а в множителе 13,6 три значащие цифры.

Таким образом, в результате умножения приближенных чисел нужно сохранить столько значащих цифр, сколько их имеет число с наименьшим количеством значащих цифр.

Пример. В произведении приближенных чисел $0,735 \cdot 12,451$ первое число имеет три значащие цифры, а второе — пять. В произведении надо сохранить три значащие цифры. Вычисления можно записать так:

$$\begin{array}{r} \times 12,451 \\ 0,735 \\ \hline 62255 \\ 37353 \\ 87157 \\ \hline 9,051485 \approx 9,05 \end{array}$$

Задание 96.

1. Вычислить площадь прямоугольника, если его основание равно 579 м, а высота 402 м. Измерения произведены с точностью до 1 м.

2. Вычислить объем комнаты, если ее длина 11,9 м, ширина 8,4 м и высота 4,2 м.

3. Средняя скорость бега спортсмена равна 7,8 м в сек. Сколько он пробежит за 29,3 сек.?

Упражнения.

1220. Выполнить действия над приближенными числами:

1) $54 \cdot 83$; 2) $256 \cdot 48$; 3) $5,24 \cdot 2,5$; 4) $0,0756 \cdot 0,12$;

5) $8,1 \cdot 5,4 \cdot 0,75$; 6) $4,25 \cdot 0,04 \cdot 7,6$.

1221. Стороны прямоугольника равны 10,2 м и 5,56 м. Найти его площадь и периметр.

1222. Норма высева гречихи равна 0,90 ц на 1 га. Сколько нужно семян, чтобы засеять участок площадью 48,5 га?

1223. Скорость лыжника равна 0,17 км в мин. Какое расстояние он пройдет за 24,3 мин.?

41. ДЕЛЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ ЧИСЕЛ.

Чтобы вывести правило деления приближенных чисел, рассмотрим задачу: «Для определения скорости поезда отмерили вдоль железнодорожного пути расстояние 1021 м (с точностью до 1 м) и заметили, что это расстояние поезд прошел за 93 сек. (с точностью до 1 сек.). Какова скорость поезда?»

Решение. Так как время не было измерено с точностью до 0,1 сек., то возможно, что поезд прошел это расстояние не за 93 сек., а, например, за 92,6 сек.

Вычислим скорость движения для того и другого случая:

$$1021 : 93 \approx 10,98 \text{ (м в сек.)},$$

$$1021 : 92,6 \approx 11,03 \text{ (м в сек.)}.$$

В этих результатах совпадают только цифры десятков, а потому следует считать, что скорость поезда равна:

$$1021 : 93 \approx 11 \text{ (м в сек.) или } 40 \text{ км в час.}$$

Делимое имело четыре значащие цифры, а делитель — две значащие цифры. В частном пришлось оставить две значащие цифры.

Таким образом, в результате деления приближенных чисел нужно сохранить столько значащих цифр, сколько их имеет число с наименьшим количеством значащих цифр.

Например, при делении приближенных чисел 20,3 на 5,846 в частном надо оставить три значащие цифры (делимое имеет три, а делитель четыре значащие цифры). Следовательно, частное $20,3 : 5,846 \approx 3,47$.

Правила умножения и деления приближенных чисел можно объединить в одно правило: *при умножении и делении приближенных чисел в результате надо сохранить столько значащих цифр, сколько их имеет число с наименьшим количеством значащих цифр.*

Применение этого правила лишь изредка дает результат, который содержит не одну, а несколько сомнительных цифр.

Замечание. Если одно из чисел является точным, а другое приближенным, то в результате сохраняют столько значащих цифр, сколько их содержит приближенное число.

Задача 1. Лист кровельного железа весит 4,52 кг. Сколько весят 8 таких листов?

Решение. Число 8 точное, число 4,52 — приближенное, оно имеет три значащие цифры; в результате надо сохранить тоже три значащие цифры.

$$4,52 \cdot 8 = 36,16 \approx 36,2 \text{ (кг)}.$$

Задача 2. Железнодорожный мост длиной 548 м имеет 6 одинаковых пролетов. Вычислить длину пролета.

Решение. Число 6 точное, а число 548 приближенное, оно имеет три значащие цифры, частное следует найти с тремя значащими цифрами.

$$548 : 6 \approx 91,3 \text{ (м)}.$$

Задание 97.

1. Кусок меди весит 478 г. Найти его объем, если 1 куб. см меди весит 8,9 г (1 куб. см — число точное, остальные числа — приближенные).

2. Как следует округлять результат умножения или деления двух приближенных чисел?

3. Как следует округлять результат умножения или деления двух чисел, одно из которых является точным, а другое приближенным?

Упражнения.

1224. Выполнить действия над приближенными числами:

- 1) $2753 : 33$; 4) $23,0 \cdot 41,9$; 7) $0,63 : 1,93$; 10) $5,57 \cdot 1,309$;
2) $431 \cdot 592$; 5) $13,70 : 1,4$; 8) $44,5 \cdot 0,0075$;
3) $34,7 : 1,23$; 6) $5,703 \cdot 2,7$; 9) $3,4 : 154$;

- 11) $37\,000 : 230$ (нули поставлены взамен отброшенных цифр);
12) $3400 \cdot 725\,000$ (оба числа даны с точностью до сотни).

1225. Вычислить площадь прямоугольника, если его основание и высота выражены приближенными числами:

- 1) $4,25$ м и $3,25$ м; 4) $14,72$ км и $5,31$ км;
2) 341 м и 245 м; 5) 5432 м и 349 м;
3) $0,78$ дм и $0,037$ дм; 6) $0,079$ м и $0,231$ м.

1226. Не вычисляя произведения или частного приближенных чисел, указать, сколько значащих цифр должен содержать результат (в целых числах нули не являются значащими цифрами):

- 1) $3,48 \cdot 0,78$; 4) $0,0732 \cdot 0,00509$;
2) $12,34 : 0,0789$; 5) $132 : 14$;
3) $57\,000 \cdot 3600$; 6) $2341 \cdot 569$;
7) $14,01 : 5,00$; 8) $16,0 \cdot 17,234$.

1227. Вычислить произведение двух чисел, если первый сомножитель — приближенное число, а второй — точное число:

- 1) $8,3 \cdot 7$; 2) $0,543 \cdot 12$; 3) $752 \cdot 0,9$; 4) $6 \cdot 0,274$.

1228. Вычислить частное, если делимое — точное число, а делитель — приближенное:

- 1) $5 : 0,42$; 2) $4,8 : 0,9$; 3) $0,524 : 8$; 4) $124 : 35$.

1229. Сколько пшеницы получено с участка, площадь которого 4250 га, если средний урожай составил $19,5$ ц с 1 га?

1230. Цистерна вмещает $38,8$ т нефти. Сколько надо цистерн для перевозки 4700 т нефти? (Число 4700 т дано с точностью до 100 т.)

1231. Сосуд с жидкостью весил $59,7$ кг. Когда из него было вылит $\frac{3}{4}$ жидкости, то сосуд с оставшейся жидкостью весил $17,3$ кг. Сколько весил пустой сосуд?

1232. На пошивку мужского костюма идет в среднем $3,1$ м сукна. Сколько надо сукна для пошивки 7 костюмов? 123 костюмов?

1233. В железнодорожном составе 39 одинаковых вагонов. В состав погружено 669 т зерна. Сколько зерна в среднем погружено в каждый вагон?

§ 142.) УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ ЧИСЕЛ С ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫМ ОКРУГЛЕНИЕМ ДАННЫХ.

Для упрощения умножения или деления двух чисел одно из них можно предварительно округлить так, чтобы в этом числе было только на одну значащую цифру больше, чем в другом.

Пример 1. Вычислить произведение приближенных чисел $24,351 \cdot 0,45$. Первое число имеет пять значащих цифр, а второе только две значащие цифры. Округлим первое так, чтобы оно имело три значащие цифры:

$$24,351 \approx 24,4.$$

Вычислим произведения $24,351 \cdot 0,45$ и $24,4 \cdot 0,45$:

$$1) 24,351 \cdot 0,45 = 10,95795 \approx 11;$$

$$2) 24,4 \cdot 0,45 = 10,980 \approx 11.$$

Результаты равны, но вычисление во втором случае проще, чем в первом.

Пример 2. Вычислить частное приближенных чисел $6,4 : 2,7413$. Делимое имеет две значащие цифры, а делитель пять значащих цифр. Округлим делитель так, чтобы в нем остались три значащие цифры:

$$2,7413 \approx 2,74.$$

Вычислим частные.

$$1) \begin{array}{r} 64000 \\ 54826 \\ \hline 91740 \\ 82239 \\ \hline 95010 \end{array} \quad \begin{array}{l} | 2,7413 \\ 2,33 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 640 \\ 548 \\ \hline 920 \\ 822 \\ \hline 980 \end{array} \quad \begin{array}{l} | 274 \\ 2,33 \end{array}$$

$$6,4 : 2,7413 \approx 2,3;$$

$$6,4 : 2,74 \approx 2,3.$$

Результаты одинаковы, но вычисление с предварительным округлением проще.

§ 143.) СОВМЕСТНЫЕ ДЕЙСТВИЯ С ПРИБЛИЖЕННЫМИ ЧИСЛАМИ.

Пример. Вычислить: $4,4 \cdot 0,326 + 0,5028 : 2,8 - 16,28 \cdot 0,031$, считая все данные числа приближенными.

Решение выполняем по действиям. Результаты каждого действия округляем по правилам из § 137 и 141.

$$1) \times \begin{array}{r} 0,326 \\ 4,4 \\ \hline 1304 \\ 1304 \\ \hline 1,4344 \approx 1,4 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 5,028 \overline{)28} \\ 28 \\ \hline 222 \\ 196 \\ \hline 268 \\ 252 \\ \hline 16 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} 28 \\ 1,79 \approx 1,8 \end{array} \right.$$

$$3) \times \begin{array}{r} 16,3 \\ 0,031 \\ \hline 163 \\ 489 \\ \hline 0,5053 \approx 0,51 \end{array}$$

$$4) 1,4 + 1,8 - 0,5 = 2,7.$$

В третьем и четвертом действиях произведено предварительное округление чисел.

Задача. Три участка 53,5 га, 81 га и 9,6 га засеяны просом. Средний урожай на первом участке составил 27,0 ц с гектара, на втором 31,3 ц, а на третьем — 31,7 ц. Сколько проса собрано со всех участков?

Решение. С каждого из участков собрано:

$$1) \times \begin{array}{r} 53,5 \\ 27,0 \\ \hline 3745 \\ 1070 \\ \hline 1444,5 \approx 1440 \text{ ц} \end{array}$$

$$2) \times \begin{array}{r} 31,3 \\ 81 \\ \hline 313 \\ 2504 \\ \hline 2535,3 \approx 2500 \text{ ц} \end{array}$$

$$3) \times \begin{array}{r} 31,7 \\ 9,6 \\ \hline 1902 \\ 2853 \\ \hline 304,32 \approx 300 \text{ ц} \end{array}$$

Всего собрано:

$$\begin{array}{r} 1440 \\ + 2500 \\ 300 \\ \hline 4240 \approx 4200 \text{ ц} \end{array}$$

Такой же результат получится, если в последнем действии предварительно округлить слагаемые.

Точность окончательного результата иногда можно повысить, применяя правило «запасной цифры». Оно состоит в следующем: **при округлении промежуточных результатов следует оставлять на одну цифру больше, чем это требуют правила действий.**

Применим правило запасной цифры к задаче 2.

$$1) 53,5 \cdot 27,0 \approx 1445 \text{ (ц);}$$

$$2) 31,3 \cdot 81 \approx 2540 \text{ (ц);}$$

$$3) 31,7 \cdot 9,6 \approx 304 \text{ (ц);}$$

4) $1445 + 2540 + 304 = 4289 \approx 4300 \text{ (ц)}$. Оказывается, такой результат точнее, чем 4200 ц.

В некоторых случаях применение правила запасной цифры не влияет на окончательный результат. Все же при решении задач с числом действий, большим трех, лучше пользоваться этим правилом.

Задание 98.

1. Вычислить без предварительного округления и с предварительным округлением:

1) $1,43 \cdot 11,0789$; 2) $0,6 : 0,8593$.

2. Как следует округлять одно из данных чисел при умножении и делении приближенных чисел?

Упражнения.

1234. Вычислить без предварительного округления и с предварительным округлением:

1) $1,7 \cdot 0,72315$; 3) $13 : 0,42909$; 5) $75\ 281 \cdot 35$;

2) $1,7 : 0,72315$; 4) $0,2725 \cdot 0,4$; 6) $8 : 95\ 429$.

1235. Размеры чугунной плиты, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда, равны: $245\text{ см} \times 127\text{ см} \times 12\text{ см}$. Вычислить ее вес, если 1 куб. дм чугуна весит 7,2 кг.

1236. Шагающий экскаватор (рис. 123) вынимал в среднем за сутки 12 тыс. куб. м грунта. Сколько вынули грунта два таких экскаватора за 7 суток?

1237. За смену 9 тракторов марки ДТ-54 вспахали 55 га. Найти среднюю выработку на один трактор.

1238. Вычислить ширину прямоугольного параллелепипеда, если его объем равен объему куба, ребро которого 12,2 см, длина параллелепипеда равна 44,2 см, а высота — 2,4 см.

1239. Сколько кубометров досок нужно для устройства сплошного забора вокруг прямоугольного участка, если длина участка 86 м, ширина 37 м. Толщина доски 2,5 см, ширина 16 см, а длина 4,9 м. Высота забора составляет 0,5 длины доски.

1240. Выполнить действия над приближенными числами (в целых числах нули справа — незначащие цифры):

1) $350 \cdot 271 + 291 \cdot 540 - 437\ 400 : 240$;

2) $243\ 700 : 570 + 290 \cdot 370 + 305 \cdot 490$;

3) $0,42 \cdot 7,32 + 3,4 : 0,72$;

4) $289,2 : 21 - 34,28 : 32,4$;

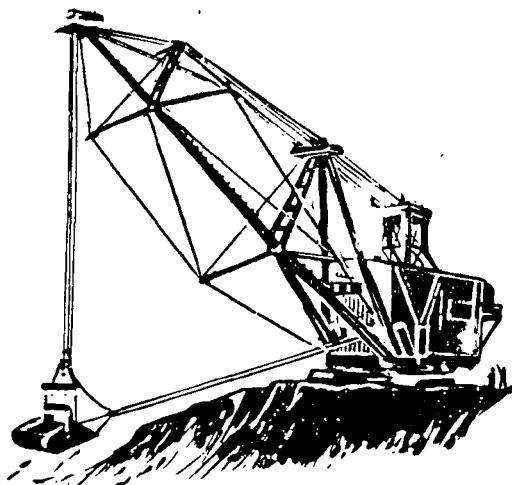


Рис. 123.

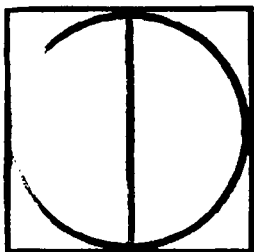


Рис. 124.

- 5) $0,51 + (4,3 : 9,01 - 0,0728) \cdot 2,4$;
 6) $12,4 : (0,84 \cdot 0,941 + 0,7592 : 0,738)$;
 7) $6,24 \cdot 8 - 34 : 2,8 - 0,423$;
 8) $(3,4 - 1,289) : (12,4 - 0,981)$;
 9) $5,4 \cdot (5,5 : 270 + 0,31 : 7,29)$;
 10) $(8,04 + 2,4 \cdot 3,61 - 0,5) \cdot (3,1 - 0,72 \cdot 0,92)$.

1241. 1) В первой бригаде колхоза было засеяно сахарной свеклой 202 га, а во второй бригаде 98 га. Средний урожай с 1 га составил в первой бригаде 230,2 ц, а во второй 272 ц. Сколько всего получено свеклы?

2) В колхозе два участка орошаемой земли общей площадью 62,5 га засеяны рисом. Собрано риса с участка площадью 29,0 га по 43,6 ц с 1 га, а с другого участка по 51,4 ц с 1 га. Вычислить средний урожай риса с 1 га.

1242. Сколько кубических метров раствора пойдет на наружную штукатурку стен здания длиной 52,7 м, шириной 12,5 м и высотой 12,8 м? Площадь окон и дверей составляет 142 кв. м. На 1 кв. м стены расходуется 0,035 куб. м раствора.

1243. Поезд за 2,4 часа прошел 153,4 км. До конечной станции ему осталось идти 546,6 км. Сколько времени поезд затратит на весь рейс?

1244. Из Москвы отправились 2 поезда: один в Горький со средней скоростью 72,4 км в час, а другой в Новосибирск со средней скоростью 80,5 км в час. Расстояние по железной дороге от Москвы до Горького 439 км, а от Москвы до Новосибирска 3191 км. На сколько часов дольше будет в пути поезд, идущий в Новосибирск?

1245. Два железнодорожных состава перевозят руду. В первом составе 45 платформ, а средняя нагрузка на платформу составляет 16,4 т; во втором составе 42 платформы со средней нагрузкой 17,6 т. Сколько тонн руды перевезли оба состава вместе?

1246. Отношение длины окружности к ее диаметру приближенно равно 3,14, а диаметр равен 5,7 см (рис. 124). Вычислить длину окружности. На сколько она меньше, чем периметр квадрата со стороной, равной диаметру?

1247. 1) Некоторое количество воды один насос может откачать за 17 час., а другой за 15 час. За какое время откачают это количество воды оба насоса, работая одновременно?

2) Одна бригада может выполнить некоторую работу за 12 дней, другая за 10 дней и третья за 11 дней. За какое время все три бригады, работая совместно, выполнят эту работу?

1248. Вычислить точное и приближенное значения (с точностью до 0,01):

$$1) 3 \frac{2}{13} \cdot 2 \frac{1}{12}; \quad 3) 0,48 : \frac{13}{19};$$

$$2) 5 \frac{1}{3} : 2 \frac{1}{7}; \quad 4) 1,58 \cdot 1 \frac{2}{41}.$$

Найти абсолютную погрешность каждого вычисления.

1249. Контрольное задание.

1. Выполнить действия над приближенными числами:

$$1) 32,47 \cdot 0,12; \quad 2) 14,8 - 3,98 + 4,796.$$

2. Мраморная плита имеет размеры: $2,41 \text{ м} \times 0,62 \text{ м} \times 1,40 \text{ м}$.

Вычислить ее вес, если 1 куб. м мрамора весит 2,6 т.

1250. Контрольное задание.

1. Выполнить действия над приближенными числами:

$$1) 5,7 : 0,3729; \quad 2) 12,7 + 3,95 - 1,479.$$

2. Кирпичная стена дома имеет размеры: $12,42 \text{ м} \times 0,51 \text{ м} \times 15,48 \text{ м}$.

Вычислить ее вес, если 1 куб. м кирпичной кладки весит 1,52 т.

1251. Ниже приведены две записи умножения приближенных чисел: обычная (слева) и сокращенная (справа):

$$\begin{array}{r} \times 4,19 \\ 7,33 \\ \hline 1257 \\ 2933 \\ \hline 30,7127 \approx 30,7 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 4,19 \\ 7,33 \\ \hline 2933 \\ 126 \\ 13 \\ \hline 30,7 \end{array}$$

При сокращенной записи умножение начинают с высших разрядов множителя и сразу округляют полученные произведения.

Вычислить сокращенным способом произведения:

$$1) 241 \cdot 399; \quad 2) 0,43 \cdot 2,79; \quad 3) 2,47 \cdot 0,985.$$

1252. Вычислить с точностью до 0,001:

$$1) 0, (21) + 5,2 (13); \quad 4) 7,3 (2) \cdot 0,0 (5);$$

$$2) 2,3 (15) - 2, (1); \quad 5) 2, (32) : 0, (3);$$

$$3) 0, (4) \cdot 0, (82); \quad 6) 0,4 (7) : 0,0 (35).$$

1253. Размеры кирпича 26 см, 13 см и 6,5 см. Известь при кирпичной кладке занимает 10% объема кирпича. Сколько потребуется кирпича для постройки четырех стен здания размерами 6,6 м, 5,4 м, 4,5 м, если толщина каждой стены 0,43 м?



14 ПОНЯТИЕ О ПРОЦЕНТЕ.

Процентом называется одна сотая. Процент обозначается знаком % (§ 105).

При изучении десятичных дробей были рассмотрены некоторые задачи на проценты. В этих задачах мы имели дело только с целым числом процентов. Но число процентов может быть и дробным.

В § 105 был указан способ выражения целого числа процентов в виде натурального или дробного числа. Покажем, что этот способ пригоден и для дробного числа процентов. Например, выразим 1,5% дробью.

Очевидно, что $1,5\% = 1\% \cdot 1,5$, но $1\% = 0,01$, следовательно,

$$1,5\% = 0,01 \cdot 1,5 = 0,015.$$

Рассуждая таким же образом, можно записать, что

$$0,38\% = 0,01 \cdot 0,38 = 0,0038; \quad 252,4\% = 0,01 \cdot 252,4 = 2,524;$$

$$\frac{1}{3}\% = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{300}; \quad 2\frac{1}{4}\% = \frac{1}{100} \cdot 2\frac{1}{4} = \frac{9}{400}.$$

Следовательно, чтобы любое число процентов выразить натуральным или дробным числом, достаточно одну сотую умножить на число процентов.

Вообще, $n\% = 0,01 \cdot n$, где n — любое число.

Ранее было показано, что целым числом процентов можно выразить любое целое число, а также десятичную дробь со знаменателем 10 и 100 (§ 105).

Пользуясь дробным числом процентов, можно любое число выразить в процентах точно или приближенно. Для этого надо помнить, что $1 = \frac{100}{100} = 100\%$, тогда, например:

$$2 = 1 \cdot 2 = 100\% \cdot 2 = 200\%;$$

$$5 = 1 \cdot 5 = 100\% \cdot 5 = 500\%;$$

$$0,009 = 1 \cdot 0,009 = 100\% \cdot 0,009 = 0,9\%;$$

$$0,0583 = 1 \cdot 0,0583 = 100\% \cdot 0,0583 = 5,83\% \approx 5,8\%;$$

$$1\frac{5}{6} = 1 \cdot 1\frac{5}{6} = 100\% \cdot 1\frac{5}{6} = 183\frac{2}{3}\% \approx 183,7\%.$$

Из примеров следует, что для выражения числа в процентах достаточно 100% умножить на данное число.

Используя это правило, следует записывать вычисления короче:

$$0,0583 = 100\% \cdot 0,0583 = 5,83\%.$$

$$\frac{5}{7} = 100\% \cdot \frac{5}{7} = 71\frac{3}{7}\% \approx 71,4\%.$$

При приближенном выражении число процентов обычно округляют до $0,1\%$ и реже до $0,01\%$.

Задание 99.

1. Выразить данное число процентов натуральным числом или дробью: 4% ; 175% ; $5,4\%$; $0,079\%$; $\frac{1}{6}\%$; $2\frac{3}{8}\%$.

2. Следующие числа выразить в процентах (точно или приближенно): 4 ; $0,38$; $0,025$; $2,512$; $\frac{5}{9}$; $1\frac{3}{200}$; $\frac{1}{1200}$.

Упражнения.

1254. Выразить десятичными дробями:

$$1) 7\%; \quad 4) 112\%; \quad 7) 83,6\%; \quad 10) 0,3\%;$$

$$2) 30\%; \quad 5) 250\%; \quad 8) 126,3\%; \quad 11) 2,25\%;$$

$$3) 99\%; \quad 6) 7,5\%; \quad 9) 352,5\%; \quad 12) 0,07\%.$$

1255. Выразить обыкновенными несократимыми дробями:

$$1) 5\%; \quad 5) 125\%; \quad 9) 327,2\%; \quad 12) 40\frac{5}{6}\%;$$

$$2) 12\%; \quad 6) 200\%; \quad 10) \frac{4}{15}\%;$$

$$3) 75\%; \quad 7) 12,5\%; \quad 13) 89\frac{1}{3}\%;$$

$$4) 90\%; \quad 8) 84,4\%; \quad 11) 5\frac{5}{9}\%;$$

$$14) 116\frac{4}{7}\%.$$

1256. Выразить в процентах:

- 1) 0,35; 4) 1,8; 7) 0,515; 9) 1,111;
2) 0,03; 5) 1,42; 8) 0,0234; 10) 3,0035.
3) 0,78; 6) 5,03;

1257. Выразить в процентах:

- 1) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{3}{7}$; 7) $\frac{3}{20}$; 10) $5\frac{4}{5}$;
2) $\frac{1}{4}$; 5) $\frac{1}{10}$; 8) $\frac{7}{50}$; 11) $\frac{17}{1000}$;
3) $\frac{1}{5}$; 6) $1\frac{2}{3}$; 9) $1\frac{3}{4}$; 12) $2\frac{5}{6}$.

1258. Выразить в процентах (с точностью до 0,1%) следующие дроби:

- 1) $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{5}{12}$; 7) $25\frac{2}{3}$; 9) $8\frac{9}{35}$;
2) $\frac{1}{7}$; 5) $\frac{11}{18}$; 8) $1\frac{17}{60}$; 10) $10\frac{5}{6}$.
3) $\frac{2}{11}$; 6) $2\frac{1}{6}$;

1259. Пользуясь понятием процента, выразить следующие данные по Советскому Союзу:

1) В 1961 г. выработано электроэнергии в 160 раз больше, чем в 1913 г.

2) В 1961 г. машиностроительная и металлообрабатывающая промышленность выпустила продукции в 350 раз больше, чем в 1913 г.

3) Реальная заработная плата рабочих увеличилась за 44 года Советской власти в 5,8 раза.

4) Грамотные составляли в 1920 г. $\frac{1}{3}$ взрослого населения страны, в 1939 г. $\frac{4}{5}$, в настоящее время СССР — страна сплошной грамотности.

145. НАХОЖДЕНИЕ ПРОЦЕНТОВ ЧИСЛА.

В § 106 была рассмотрена *первая основная задача на проценты: найти несколько процентов числа. Решение ее сводится к нахождению дроби числа.*

Задача 1. Сберегательная касса платит 2% годовых. Сколько процентных денег принесет вклад в 300 руб. через 8 месяцев?

Решение. 8 месяцев составляет $\frac{2}{3}$ года, следовательно, процентные деньги составят: $2\% \cdot \frac{2}{3}$ или $1\frac{1}{3}\%$ от 300 руб.

Так как $1\frac{1}{3}\% = \frac{1}{100} \cdot 1\frac{1}{3} = \frac{1}{75}$, то для решения задачи достаточно найти $\frac{1}{75}$ от 300 руб.

$$300 \cdot \frac{1}{75} = 4 \text{ (рубля).}$$

Другой прием нахождения процентов числа заключается в вычислении сначала 1% от числа, а затем требуемого числа процентов. Этот способ часто применяют при устных вычислениях.

Задача 2. Найти 2,5% от 40 руб.

Решение. 1% от 40 руб. составляет 40 коп., а $\frac{1}{2}\%$ составляет 20 коп., следовательно, 2,5% от 40 руб. равны 100 коп., или 1 рублю.

Задание 100.

1. Вычислить устно:

1) 1% от 160 руб.; 2) 5% от 400 м; 3) 1,25% от 200 м.

2. Найти 3,6% от 735 руб.

3. Совхоз должен был сдать 412 400 ц зерна. Он выполнил план на 103,4%. Сколько зерна сверх плана он сдал государству?

Упражнения.

1260. Найти:

1) 6% от 50;

9) 128% от 76;

2) 14% от 525;

10) 325% от 8,8;

3) 9% от 20,4;

11) 100,7% от 12 000;

4) 80% от 37,5;

12) 120,2% от 56 100;

5) 1,5% от 36;

13) $4\frac{2}{3}\%$ от 33;

6) 0,5% от 4,8;

14) $16\frac{1}{6}\%$ от 56;

7) 16,4% от 62,5;

15) $33\frac{1}{3}\%$ от 72,3;

8) 3,25% от 400;

16) $150\frac{1}{4}\%$ от 6000.

1261. Найти 2%; 8%; 21%; 30,5%; 124% от 60.

1262. Найти 87,5% от 4; 40; 120; 88; 104.

1263. Найти:

- | | |
|-----------------------------|----------------------------------|
| 1) 12% от 25 руб.; | 6) 0,4% от 220 млн. чел.; |
| 2) 65% от 46 кг; | 7) 14,3% от 12 600 га; |
| 3) 22% от 420 руб. 50 коп.; | 8) $14\frac{2}{7}$ % от 1470 км; |
| 4) 111% от 8 млрд. пудов; | 9) 5% от 60%; |
| 5) 1,8% от 1650 л; | 10) 4% от 4% |

1264. Один метр ткани стоит 2 руб. 40 коп. Сколько он будет стоить после снижения цены на 15%?

1265. Сберегательная касса платит 2% годовых. В какую сумму превратится вклад в 750 руб. через 1 год? через два года?

1266. Рабочий, уходящий на пенсию, имел среднемесячный заработок 124 руб. По закону о государственных пенсиях, его пенсия должна составлять 55% от месячного оклада, кроме того, за непрерывность стажа прибавляется 10% от пенсии. Сколько рублей будет получать пенсионер в месяц? (Ответ округлить до 1 руб.)

1267. Стандартизованное молоко содержит $3\frac{3}{4}$ % жира (по весу). Сколько жира содержится в 840 кг молока?

1268. При перевозке зерна по железной дороге на расстояние 1000—2000 км допускаются потери зерна в 0,15%. Вычислить допустимые потери в килограммах при транспортировке 750 т зерна.

1269. Сплав содержит 12% сурьмы, 6,5% меди, а остальное олово. Сколько нужно взять каждого металла для получения 40 кг сплава?

1270. Водоупорный казеиновый клей содержит 22,2% казеина, 33,3% нашатырного спирта, остальное вода. Сколько казеина, нашатырного спирта и воды нужно взять для приготовления 500 г клея? (Ответ округлить до 1 г.)

1271. Производство зерна в СССР в 1961 г. возросло на 67,2% по сравнению с уровнем 1953 г., когда было произведено 5036 млн. пудов. Сколько зерна было произведено в 1961 г.?

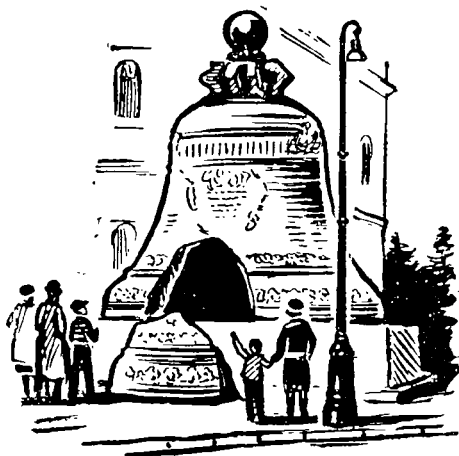


Рис. 125.

1272. В СССР имеется $7 \cdot 10^2$ млн. га леса. Из этого количества занято лиственницей 35,6%, сосновыми лесами 12,6%, еловыми 9,7%, березовыми 7%, дубовыми 0,7%. Сколько гектаров леса каждого из указанных видов находится в СССР?

1273. Рис содержит 74,5% углеводов, 5,8% белков, 0,8% жира. Сколько жира, белка, углеводов содержится в 3 кг риса?

1274. Площадь островов Новая Земля составляет 82,6 тыс. кв. км, площадь острова Сахалин равна 93,2% этой площади, а площадь Курильских островов равна 20,3% площади острова Сахалин. Чему равна общая площадь острова Сахалин и Курильских островов?

1275. Царь-колокол (рис. 125), находящийся в Московском Кремле, содержит 84,5% меди, 13,2% олова, 1,3% серы и 1,0% цинка. Вычислить, сколько каждого из указанных веществ содержится в колоколе, если он весит $200 (\pm 10)$ т.

1276. Среднее содержание жира в коровьем молоке составляет 3,7%. На сколько увеличилось бы количество жира в годовом удое стада в 400 голов, если бы жирность молока была равна 5,2%? Годовой удой одной коровы принять за 3000 кг.

1277. Месячная норма штамповщика 650 т деталей, сделанная расценка — 16 коп. за 1 т. Штамповщик перевыполнил норму на 12,5%. Сколько он заработал за месяц?

1278. 1) Фотоаппарат стоит 25 руб. 40 коп. Эта цена была снижена на 15%, а через некоторое время новая цена была снижена на 12%. Сколько стоит фотоаппарат после второго снижения цены?

2) Цена на товар снижалась два раза: сначала на 20%, а новая цена снижена на 25%. Сколько процентов от первоначальной цены составляет цена товара после второго снижения?

§ 14) НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЛА ПО ЕГО ПРОЦЕНТАМ.

В § 107 была рассмотрена *вторая основная задача на проценты: найти число, если известно несколько его процентов. Эта задача сводится к нахождению числа по его дроби.*

Задача 1. В медной руде содержится $2\frac{2}{3}$ % меди. Сколько нужно добыть руды, чтобы получить 4 т меди?

Решение. 1) $2\frac{2}{3}\% = 0,01 \cdot 2\frac{2}{3} = \frac{8}{300} = \frac{2}{75}$;

2) $4 : \frac{2}{75} = \frac{4 \cdot 75}{2} = 150$ (т)

Другой прием нахождения числа по его процентам заключается в вычислении 1% от числа, а затем всего числа, которое принимается за 1 или за 100%.

Задача 2. Найти число, если 0,2% его равны 50 м.

Решение. Если 0,2%, или $\frac{1}{5}$ % числа, равны 50 м, то 1% его равен $50 \cdot 5 = 250$ (м). Все число составляет 100%, следовательно, оно равно:

$$250 \cdot 100 = 25\,000 \text{ (м)} = 25 \text{ км.}$$

В жизни, на практике, задачи на процентные вычисления часто связаны с округлением чисел и с приближенными вычислениями.

Задача 3. Вычислить 23% от 60 руб. 75 коп.

Решение. $23\% = 0,23$; $60 \text{ руб. } 75 \text{ коп.} = 60,75 \text{ руб.}$

Следовательно, 23% от 60 руб. 75 коп. равны:

$$60,75 \cdot 0,23 = 13,9725 \text{ (руб.)} \approx 13 \text{ руб. } 97 \text{ коп.}$$

Результат, очевидно, следует округлить, отбросив 0,25 коп.

В этой задаче предполагалось, что 23% от 60,75 руб. — числа точные. Однако нередко данные числа являются приближенными.

Задача 4. За несколько дней уборки свеклы оказалось, что убрали 36,8 га, или 27,2%, планового задания. Сколько гектаров составляло плановое задание?

В этой задаче оба числа приближенные: 36,8 га получено путем измерения, а число процентов вычислено приближенно. Следовательно, при решении задачи надо применить правило деления приближенных чисел.

Решение. $36,8 : 0,272 \approx 132$ (га).

Замечание. В этой главе и в следующих главах при решении задач следует применять правила приближенных вычислений, если известно, что в задаче даны приближенные числа.

Задание 101.

1. Найти число, если 4,3% его составляют 215 кв. м.

2. Фабрика выполнила план на 147% и выпустила 735 000 пар обуви. Сколько пар обуви предполагалось выпустить по плану?

3. Вычислить x , если 11,4% его составляют 62 кг (данные выражены приближенными числами).

Упражнения.

1279. Найти число, если:

1) 15% его составляют 330; 2) 7% его составляют 9,1;

- 3) 123% его составляют 86,1; 6) $15\frac{2}{3}\%$ его составляют 564 ;
4) 5,4% его составляют 27; 7) $4\frac{3}{8}\%$ его составляют 22,5;
5) 63,7% его составляют 700,7; 8) 22,5% его составляют $964\frac{2}{7}$.

1280. От каких чисел 18 составляет 1%; 3%; 4,5%; 25%; 50%; 150%?

1281. От каких чисел 1,2 составляет 2%; 8,4%; 16,8%; 1200%?

1282. Найти число, если:

- 1) 3% его составляют 36 коп.;
- 2) 85% его составляют 510 руб.;
- 3) 7,2% его составляют 21 руб. 60 коп.;
- 4) $1\frac{1}{4}\%$ его составляют 7,5 руб.;
- 5) 13% его составляют 156 га;
- 6) 115% его составляют 2,3 млн. т;
- 7) 34% его составляют 1020 га;
- 8) 6,7% его составляют $5\frac{7}{12}$ м.

1283. За перевыполнение нормы рабочий получил в месяц сверх зарплаты 17 руб. 10 коп., что составило 18% его месячного оклада. Сколько заработал рабочий за месяц?

1284. Вкладчик сберкассы внес некоторую сумму сроком на один год и через год получил 576 руб. 80 коп. Какова была сумма вклада, если известно, что по срочным вкладам сберкассы платят 3% годовых?

1285. Вкладчик внес 1 июля в сберкассу некоторую сумму. Через полгода ему начислили 9 руб. 50 коп. процентных денег (из расчета 2% годовых). В какую сумму превратится вклад еще через год?

1286. Производство радиоприемников и телевизоров в СССР увеличилось в 1962 г. по сравнению с 1958 г. на 1538 тыс. штук, или на 31,5%. Вычислить число радиоприемников и телевизоров, произведенных в СССР в 1958 г. и в 1962 г.

1287. В 1961 г. в СССР произведено цемента на 28,4 млн. т больше, чем в 1955 г. В процентах прирост производства цемента составил 126%. Выразить в миллионах тонн производство цемента в 1955 г. и в 1961 г.

1288. Производство шерстяных тканей в СССР составило в 1962 г. 131% по сравнению с производством этих тканей в США. Известно, что в США произведено на 86 млн. м шерстяных тканей меньше, чем в СССР. Выразить в миллионах метров производство шерстяных тканей в СССР и США в 1962 г.

1289. Рыболовное судно за сезон выловило 9570 ц рыбы, перевыполнив план на 12,6%. Другое судно такой же план недополнило на 5,8%. Сколько рыбы выловило второе судно?

1290. Мясо теряет при варке около 35% своего веса. Сколько нужно взять сырого мяса, чтобы получить 1 кг вареного?

1291. При сушке картофель теряет 85,7% своего веса. Сколько нужно взять сырого картофеля, чтобы получить 71,5 т готовой продукции?

1292. Ржаная мука дает 40% припека, а пшеничная 35%. Сколько нужно муки для выпечки 1 т ржаного хлеба и 1 т пшеничного хлеба? (Ответ с точностью до 10 кг.)

1293. При переработке пшеницы можно получить 80% муки, 2% манной крупы и 18% кормовых отходов. Сколько надо взять пшеницы, чтобы при переработке получить 200 кг муки? Сколько при этом получится манной крупы и кормовых отходов?

1294. 25% участка земли засеяно рожью, 35% кукурузой, остальное пшеницей. Под пшеницей было на 297 га больше, чем под кукурузой. Найти площадь всего участка.

1295. Цена на товар снижалась 2 раза: сначала на 10%, а потом еще на 6,5% (по отношению к новой цене), после чего 1 кг товара стал стоить 1 руб. 71 коп. Какова первоначальная цена товара?

1296. На заводе 35% всех рабочих составляли женщины, 58% мужчины, остальные 98 человек были подростки-ученики. Сколько было мужчин и женщин среди взрослых рабочих?

1297. Купили 20 м сатина по 1 руб. 60 коп. за метр, а ситца купили на 55% больше, чем сатина. Сколько заплатили за всю покупку, если цена сатина выше цены ситца на $33\frac{1}{3}\%$?

1298. За рационализаторское предложение рабочий получил премию. 60% ее он израсходовал на покупку костюма, 16% на покупку туфель, 6% на покупку книг, а на остальные деньги он купил 4,5 м материи по 6 руб. за метр. Сколько рублей составила премия? Сколько рабочий истратил на книги?

1299. Контрольное задание.

1. При покупке в кредит мотороллера уплачено наличными 120 руб., что составило 37,5% его стоимости. Остальная сумма была выплачена равными долями в 4 месяца. При этом сделана наценка в размере 1% стоимости мотороллера. Сколько выплачивали каждый месяц?

2. Найти $5\frac{1}{3}\%$ от 82,5

3. Найти число, 252% которого составляют $50\frac{2}{5}$.

1300. После того как от числа отняли 10%, затем 25% остатка и еще 20% следующего остатка, осталось 18,9. Найти это число.

1301. Цена на товар сначала была снижена на 20%, затем повышена на 20%. Осталась ли прежней цена товара?

1302. Рыболовецкий колхоз получил на приобретение оборудования ссуду в 2500 руб. от двух учреждений: от одного по 5% годовых, а от другого по 7%; всего за год колхоз уплатил 155 руб. процентных денег. Сколько денег взято у каждого учреждения?

1303. В банк, платящий 1,5% годовых, положена сумма 2400 руб. В какую сумму обратятся эти деньги через 1 месяц; через два месяца 10 дней; через 11 месяцев 5 дней; через 1 год и 4 месяца? (1 год принимается в таких расчетах равным 360 дням, а месяц — 30 дням)



7. ПРОЦЕНТНОЕ ОТНОШЕНИЕ ДВУХ ЧИСЕЛ.

Отношение чисел выражается натуральным или дробным числом. Известно, что всякое натуральное или дробное число можно выразить в процентах, а поэтому и отношение двух чисел можно выразить в процентах.

Определение. *Процентным отношением двух чисел называется их отношение, выраженное в процентах.*

Процентное отношение первого числа ко второму показывает, сколько процентов (сотых) составляет первое число от второго числа.

Процентным отношением очень широко пользуются на практике. Рассмотрим несколько задач на процентные отношения.

Задача 1. Колхоз получил 18 ц пшеницы с 1 га, а на следующий год урожайность с 1 га увеличилась на 3 ц. На сколько процентов повысилась урожайность?

Решение. Для решения задачи надо найти отношение 3 ц к 18 ц и выразить это отношение в процентах:

$$3 : 18 = \frac{1}{6} = 100\% \cdot \frac{1}{6} = 16\frac{2}{3}\% \approx 17\%.$$

урожайность увеличилась примерно на 17%.

Задача 2. По плану цех завода должен был изготовить 20 000 запасных частей к тракторам; благодаря повышению производительности труда цех за это время выпустил 24 000 запасных частей. Каков процент выполнения плана?

Решение. Надо найти отношение количества выпущенных деталей к количеству их по плану и выразить отношение в процентах:

$$24\ 000 : 20\ 000 = \frac{6}{5} = 100\% \cdot \frac{6}{5} = 120\% .$$

План выполнен на 120%.

Вычисление процентного отношения можно записывать и иначе:

$$3 : 18 = \frac{3 \cdot 100}{18} \% = 16 \frac{2}{3} \% ;$$

$$24\ 000 : 20\ 000 = \frac{24000 \cdot 100}{20000} \% = 120\% .$$

В задачах на процентное отношение обычно ставится вопрос: сколько процентов составляет значение одной величины от значения другой величины? Значение первой величины должно быть предыдущим членом отношения. Значение второй величины, которое принимается за единицу или за 100%, должно быть последующим членом отношения.

Пример. Улов рыбы в СССР в 1955 г. составлял 2,7 млн. *т*, а в 1961 г. 3,7 млн. *т*. Сколько процентов составил улов 1961 г. от улова 1955 г.? Сколько процентов составил улов 1955 г. от улова 1961 г.?

В первом случае предыдущим членом отношения нужно считать 3,7 млн. *т*, а последующим 2,7 млн. *т*, во втором случае наоборот.

$$\text{Улов 1961 г. составил: } \frac{3,7 \cdot 100}{2,7} \% \approx 140\% \text{ улова 1955 г.}$$

$$\text{Улов 1955 г. составил: } \frac{2,7 \cdot 100}{3,7} \% \approx 73\% \text{ улова 1961 г.}$$

Задание 102.

1. Из 327 га вспахано 225 га. Сколько процентов вспахано? Сколько процентов осталось вспахать?

2. Рабочий выполнил 3 нормы. Сколько процентов они составляют? На сколько процентов перевыполнил рабочий свою норму?

3. Из 135 посеянных семян взошли 107 семян. Найти процент всхожести. Под процентом всхожести разумеется процентное отношение числа семян, которые взошли, к общему количеству посеянных семян.

4. Что называется процентным отношением двух чисел?

Упражнения.

1304. Выразить в процентах отношение чисел:

- 1) 2 : 5; 5) 15 : 2; 9) 13 : 7; 13) 2,5 : 1,75;
2) 3 : 4; 6) 1 : 6; 10) 52 : 11; 14) 8,1 : 10,2;
3) 7 : 20; 7) 3 : 14; 11) $\frac{3}{5} : \frac{5}{6}$; 15) $\frac{3}{7} : 0,28$;
4) 8 : 5; 8) 9 : 80; 12) $5\frac{5}{8} : 6\frac{1}{4}$; 16) $5,5 : 6\frac{2}{3}$.

1305. Выразить в процентах (с точностью до 0,1%) отношение чисел и их обратное отношение:

- 1) 17 : 19; 2) 30 : 27,2; 3) 0,41 : 0,42; 4) $\frac{2}{7} : \frac{5}{13}$.

1306. Найти процентное отношение:

- 1) 1 кг к 5 кг; 5) 14 руб. к 32 руб.;
2) 5 кг к 1 кг; 6) 5 руб. 20 коп. к 130 руб.;
3) 7,5 т к 12 т; 7) 5 м к 2 км;
4) 12 т к 7,5 т; 8) 1 сек. к 1 часу.

1307. Вычислить процентное отношение с точностью до 0,1%:

- 1) 18 руб. к 57 руб.; 4) 170 кв. м к 1 га;
2) 25 коп. к 17 руб.; 5) $3\frac{3}{4}$ тыс. т к 14 тыс. т;
3) 2 кг к 850 г; 6) 0,39 м : $\frac{1}{6}$ дм.

1308. В классе 23 ученика и 15 учениц. Вычислить с точностью до 0,1% : 1) сколько процентов составляет отдельно число учеников и число учениц от общего числа учащихся в классе; 2) каково отношение числа учеников к числу учениц, выраженное в процентах.

1309. Произвести такой же подсчет для вашего класса.

1310. Из 2004 человек, занесенных в список избирателей, приняло участие в голосовании 1998 человек, из них за выдвинутых кандидатов голосовало 1990 человек. Вычислить с точностью до 0,01% процент избирателей, принявших участие в голосовании, и процент избирателей, голосовавших за кандидатов.

Указание. Во втором случае последующий член отношения равен числу избирателей, принявших участие в голосовании.

1311. В связи с повышением разряда рабочих стал вместо 75 руб. получать 80 руб. в месяц. На сколько процентов увеличилась его зарплата?

1312. В прошлом году в колхозе на 1 ц зерна затрачивалось 1,45 трудодня, а в этом году 0,96 трудодня. На сколько процентов понизилась затрата трудодней на 1 ц зерна?

1313. Грузоподъемность автомашины «ЯАЗ-200» равна 7 т, а «ГАЗ-51» 2 т 500 кг. На сколько процентов грузоподъемность одной машины «ЯАЗ-200» больше грузоподъемности двух машин «ГАЗ-51»?

1314. Составить таблицу роста производства стали в СССР (с точностью до 0,1%), используя следующие данные.

Годы	Производство стали в млн. т	В % к уровню 1913 г.	В % к предшествующему уровню
1913	4,2		
1928	4,3		
1950	27,3		
1955	45,2		
1963	80,2		

Продолжить эту таблицу, используя новые данные.

1315. Составить таблицу роста продукции сельского хозяйства в СССР за 1953—1961 гг. (с точностью до 0,1 %).

Произведено	1953 г	1961 г	В % к уровню 1953 г.
Зерно	5036 млн. пуд.	8423 млн. пуд.	
Мясо (в убойном весе) . .	5,8 млн. т	8,7 млн. т	
Молоко	36,5 млн. т	62,6 млн. т	
Яйцо	16 млрд. шт.	29 млрд. шт.	
Сахар (из сахарной свеклы)	3434 тыс. т	6085 тыс. т	

1316. Для определения чистоты посевного материала взяли две пробы по 50 г. В первой пробе было 0,8 г сора и 0,3 г поврежденных семян, а во второй 1,1 г сора и 0,4 г поврежденных семян. Определить чистоту семян с точностью до 0,1%.

У к а з а н и е. Нужно вычислить процент неповрежденных семян в каждой пробе и взять среднее арифметическое найденных чисел.

1317. Для определения влажности муки была взята проба весом 8,40 г и высушена, после чего ее вес оказался 7,35 г. Найти процент влажности муки (до 0,1%).

1318. Маслодельный завод принял 200 кг молока жирностью 3,5%, 250 кг жирностью 4,2% и 350 кг жирностью 4%. Все

это молоко смешали вместе. Вычислить процент содержания жира в полученной смеси (до 0,1%).

1319. Шахтер взял обязательство добывать ежемесячно угольным комбайном 16 тыс. *т* угля, а добыл за 3 месяца 53,16 тыс. *т*. На сколько процентов в среднем он перевыполнил месячное задание?

1320. В 1961 г. задание семилетнего плана по прокату было перевыполнено на 3,9 млн. *т*; общее количество проката в 1961 г. составило 55,3 млн. *т*. На сколько процентов было перевыполнено задание?

1321. Чтобы найти процентное содержание перегноя в почве, ученик взял две навески высушенной почвы: подзолистой 82,4 г, чернозема 96,8 г. После прокаливании органические вещества сгорели и вес стал равным 80,9 г и 87,3 г. Вычислить процент содержания перегноя в той и другой почве.

1322. Бетон содержит (по объему) 1 часть цемента, 2 части песка и 4 части щебня. Сколько цемента, песка и щебня надо взять для получения 200 куб. м бетона, если выход бетона составляет 63% от общего количества составляющих веществ?

1323. 3,5% первого числа составляет 175, а 6,2% второго числа составляет 155. Сколько процентов составляет второе число от первого числа?

1324. Основание прямоугольника равно 20 м, высота составляет 30% основания. Если основание увеличить на 25%, а высоту уменьшить на 10%, то на сколько квадратных метров увеличится площадь прямоугольника?

1325. Электронная счетная машина (рис. 126) заменяет труд 200 000 вычислителей. Найти процентное отношение производительности одного человека-вычислителя к производительности электронной машины.

1326. Ножные швейные машины двух разных марок до снижения цены стоили 116,6 руб. и 122 руб.; после снижения обе машины стоят по 100 руб. На сколько процентов снижена цена на машины каждой марки? На сколько процентов в среднем снижена цена на ножные швейные машины?

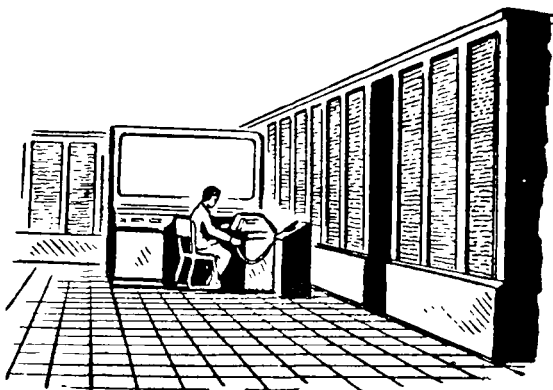


Рис. 126

1327. Построить две прямоугольные диаграммы, показывающие рост промышленного производства в странах социализма и в капиталистических странах (в процентах к уровню 1937 г.) по данным таблицы:

Годы	1937	1955	1957	1959	1960
Страны социализма	100	362	445	610	681
Страны капитализма	100	198	213	229	246

Продолжить эту таблицу, используя новые данные.

1328. Построить три прямоугольные диаграммы, показывающие план создания материально-технической базы коммунизма в 1960—1980 гг. по данным таблицы:

Годы	1960	1970	1980
	данные выражены в процентах		
Валовая продукция промышленности	100	263	690
Производство средств производства	100	273	700
Производство предметов потребления	100	242	500

1329. Построить секторную диаграмму процентного состава мороженого «Эскимо», которое содержит 63,6% сливок, 18% сахара, 3% сухого молока, 10% шоколадной глазури, 3% агара и 2,4% питьевой воды.

1330. Пользуясь данными предыдущей задачи, составить и решить задачи нахождение: 1) нескольких процентов числа; 2) числа по его процентам.

1331. Построить секторную диаграмму распределения площади вашего пришкольного участка между различными сельскохозяйственными культурами.

1332. Используя данные предыдущей задачи, составить три задачи различных видов на процентные вычисления.

§ 148. ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ.

Абсолютная погрешность не дает возможности судить о качестве измерения или вычисления.

Сравним два измерения длины:

1) длина карандаша равна 17 см с точностью до 1 см;

2) длина комнаты равна 9,63 м с точностью до 1 см.

Абсолютная погрешность того и другого измерения не превышает 1 см, но в первом измерении погрешность в 1 см допущена на расстоянии примерно 17 см, а во втором случае на расстоянии примерно 10 м.

Для сравнения качества того и другого измерения надо найти отношения абсолютных погрешностей к приближенным числам и сравнить эти отношения. В данном случае надо вычислить и сравнить отношения:

1) 1 см : 17 см и 2) 1 см : 9,63 м.

Относительной погрешностью называется отношение абсолютной погрешности к приближенному значению. Относительная погрешность обычно выражается в процентах.

В первом измерении относительная погрешность равна:

$$1 : 17 = \frac{100}{17} \% \approx 6\%.$$

Во втором измерении она равна:

$$1 \text{ см} : 9,63 \text{ м} = 0,01 \text{ м} : 9,63 \text{ м} = \frac{100}{963} \% \approx 0,1\%.$$

Эта погрешность меньше, следовательно, качество измерения длины комнаты лучше по сравнению с качеством измерения длины карандаша.

Чем меньше относительная погрешность, тем выше качество измерения или вычисления.

Если известно точное значение величины, то относительную погрешность можно вычислять как отношение абсолютной погрешности к точному значению. Это отношение мало отличается от отношения абсолютной погрешности к приближенному значению.

Пример. При измерении углов с общей вершиной получили, что их сумма равна 362° , а точное значение этой суммы равно 360° . Абсолютная погрешность составляет 2° . Отношение $\frac{2}{360} \approx 0,56\%$, а $\frac{2}{362} \approx 0,55\%$. Относительная погрешность равна $\approx 0,6\%$.

Задание 103.

1. Измерили высоту заводской трубы с точностью до 0,1 м. Она оказалась равной 32,4 м. Каковы абсолютная и относительная погрешности этого измерения?

2. Измерили ширину листа бумаги с точностью до 1 мм. Ширина равна 253 мм. Каковы абсолютная и относительная погрешности этого измерения?

3. Как вычисляется относительная погрешность?

Упражнения.

1333. При взвешивании на торговых весах с точностью до 5 г вес рыбы оказался равным 0,5 кг. Каковы абсолютная и относительная погрешности взвешивания?

1334. Определите вес учебника арифметики, взяв его в руку, а затем взвесьте учебник на весах. Вычислите абсолютную и относительную погрешности, которые вы допустили, взвешивая книгу без весов.

1335. Термометр с делениями в 1° показал утром 12° тепла, а в полдень 20° . Вычислите относительную погрешность каждого измерения.

1336. Высота горы, измеренная с точностью до 1 м, составила 1205 м, а высота дома, измеренная с точностью до 1 см, составила 853 см. Найти относительную погрешность каждого измерения.

1337. Измерив толщину листа железа с помощью измерительной линейки, нашли, что она равна 2 мм. Измерив ее штангенциркулем (рис. 127), получили 1,8 мм. Найти абсолютную и относительную погрешности первого измерения, приняв результат второго измерения за точное значение толщины.

1338. Для нахождения расстояния было произведено 3 измерения, их результаты: 226 м, 227 м и 230 м. Вычислить искомое расстояние, абсолютную и относительную погрешности измерения.

Указание. За абсолютную погрешность принять среднее арифметическое абсолютных погрешностей отдельных измерений.

1339. Для нахождения угла между двумя направлениями на местности произвели 2 измерения, их результаты: $36^\circ 25'$ и $36^\circ 35'$. Вычислить абсолютную и относительную погрешности измерения. Использовать указание из предыдущей задачи.

1340. Начертить треугольник, измерить его углы и найти их сумму. Вычислить абсолютную и относительную погрешности суммы углов. (Точное значение суммы равно 180° .)

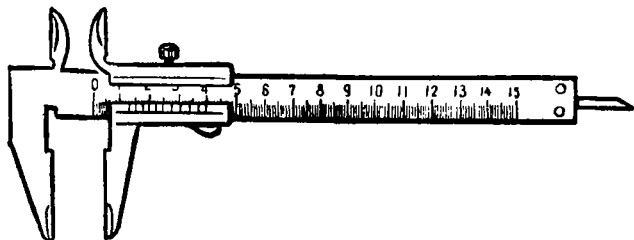


Рис. 127.



ФОРМУЛЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОСНОВНЫХ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ.

Каждая из основных задач на процентные вычисления решается по определенному правилу. При решении задач одного и того же вида мы, применяя соответствующее правило, производим вычисления в одном и том же порядке. Это дает возможность составить формулу решения основной задачи данного типа, обозначив данные числа и искомое число буквами.

1. Составление формулы для решения первой основной задачи: найти $p\%$ от числа n .

Решение. Так как $1\% = \frac{1}{100}$, то $p\% = \frac{p}{100}$. Следовательно, искомое число x составляет:

$$n \cdot \frac{p}{100}, \text{ т. е. } x = n \cdot \frac{p}{100}, \text{ или } x = \frac{n p}{100}.$$

Пример. Найти $2,4\%$ от 30 .

Решение. Так как $p = 2,4$ и $n = 30$, то

$$x = \frac{2,4 \cdot 30}{100} = 0,72.$$

2. Составление формулы для решения второй основной задачи: найти число x , если $p\%$ его равны числу m .

Решение. Известно, что $p\% = \frac{p}{100}$. Задача сводится к нахождению числа x , если $\frac{p}{100}$ его равны m . Такая задача решается делением:

$$x = m : \frac{p}{100}; \text{ выполнив его, получим, что } x = \frac{100m}{p}$$

Например: найти число x , если $2,4\%$ его составляют 30 .

Решение. Так как $p = 2,4$ и $m = 30$, то

$$x = \frac{100 \cdot 30}{2,4} = \frac{10\,000}{8} = 1250.$$

3. Составление формулы для решения третьей основной задачи: найти процентное отношение числа a к числу b .

Решение. Задача сводится к выражению в процентах отношения $a : b$. Отношение равно дроби $\frac{a}{b}$. Известно, что $1 = 100\%$, а поэтому

$$\frac{a}{b} = 1 \cdot \frac{a}{b} = 100\% \cdot \frac{a}{b} = \frac{100a}{b} \%$$

Следовательно, искомое процентное отношение

$$x = \frac{100a}{b} \% .$$

Задача. Найти процентное содержание воды в семенах пшеницы, если в 157 г семян содержится 23,6 г влаги.

Решение. В этой задаче $a = 23,6$; $b = 157$. Следовательно,
 $x = \frac{100 \cdot 23,6}{157} \% = \frac{2360}{157} \% \approx 15,0\%$.

Замечание. Применяя эти формулы, не следует надеяться только на свою память. В тех случаях, когда нет уверенности в правильности выбора формулы, нужно провести те рассуждения, с помощью которых получена эта формула.

Задание 104.

Пользуясь формулами, решить следующие задачи:

- 1) Пройдено 3 км, что составляет 15% всего пути. Чему равен весь путь?
- 2) Пройдено 4 км, весь путь равен 7 км. Сколько процентов пути пройдено?
- 3) Расстояние между двумя селами равно 8 км, пройдено 15% этого расстояния. Сколько километров пройдено?

Упражнения.

Задачи № 1341—1346 решить, применяя формулы для процентных вычислений. Для каждой задачи, используя данные и полученный ответ, составить другие основные задачи.

1341. Кузнец отковал за смену 342 скобы, выполнив задание на 114%. Сколько скоб составляло задание?

1342. Содержание в зерне свыше 0,05% рожек спорыньи делает зерно непригодным для употребления. В 0,5 кг зерна обнаружено 0,2 г спорыньи. Пригодно ли это зерно?

1343. Зола составляет примерно 5% от веса дров. Сколько получится золы при сжигании 1,42 т дров?

1344. В 1 ц китовой печени содержится около 100 г витамина А. Сколько это составит процентов?

1345. Расстояние от Москвы до Калининграда по железной дороге равно 1300 км, что составляет 14% расстояния от Москвы до Владивостока. Найти это расстояние.

1346. Месячное задание работницы чулочной фабрики составляет 2600 пар чулок. За неделю она выполнила 30,5% этого задания. Сколько пар чулок связала работница за неделю?

1347. Дюралюминий — сплав, который применяется для постройки самолетов. Один из его сортов содержит 3,7% меди, 0,90% магния, 0,70% марганца и остальное алюминий. Сколько потребуется каждого из металлов для приготовления 25 т этого сплава?

1348. Часы до снижения цены стоили 40 руб., а после снижения 34 руб. На сколько процентов снижена цена?

1349. В школьном питомнике выращено 11 500 саженцев. Из этого количества 35% саженцев выделено для посадки вдоль шоссе и озеленения завода. При этом число саженцев, переданных заводу, составило $7\frac{1}{3}\%$ того, что было высажено вдоль шоссе. Сколько саженцев передано заводу?

1350. Работница на питание, квартиру и т. п. за месяц израсходовала 48,6 руб., что составило 54% ее месячной зарплаты. Из оставшихся денег 18 руб. она внесла на сберегательную книжку, а на остальные деньги купила материи на платье. Какой процент зарплаты составляет стоимость материи?

1351. Колхозник купил в спортивном магазине велосипед и охотничье ружье, заплатив за всю покупку 140 руб. Сколько стоила каждая вещь в отдельности, если стоимость велосипеда составила 75% стоимости ружья?

1352. Спутник весил 510 кг. Вес последней ступени ракеты, с помощью которой он был запущен, составляет 440% веса спутника или 4,8% от общего веса многоступенчатой ракеты. Найти общий вес ракеты.

Во сколько раз вес ракеты превосходит вес автомобиля «Москвич», если вес его равен 980 кг?

1353. Чтобы получить 1 т чугуна, надо переработать 2—2,5 т железной руды. Для выплавки 1 т меди требуется 70—100 т руды, а для добычи 1 т радия надо переработать около 500 млн. т руды. Сколько процентов составляет вес чугуна, меди и радия от веса тех руд, из которых они получают?

1354. В 1913 г. в России на 1 жителя приходилось 205 кг каменного угля, 66 кг нефти и 11 кг цемента. В 1961 г. на 1 жителя СССР приходилось примерно 2400 кг каменного угля, 760 кг нефти и 230 кг цемента. Выразить эти числа в процентах по сравнению с соответствующими числами за 1913 г.

1355. Выход сахара составляет 16% от веса переработанной сахарной свеклы. Приняв суточную норму потребления сахара равной 50 г на 1 человека, вычислить, сколько свеклы нужно переработать, чтобы обеспечить на год сахаром вашу семью?

1356. По расчетам семилетнего плана, в 1961 г. нужно было получить 66,6 млн. *т* стали, а фактически произведено 70,7 млн. *т*. Вычислить с точностью до 0,1 процент перевыполнения плана.

1357. Себестоимость изделия на заводе составляет 15 руб. 20 коп., в таблице указаны отдельные статьи расхода.

Наименование статьи	В процентах	Руб.	Коп.
Материалы и электроэнергия	68,5%		
Зарплата рабочим	15%		
Общезаводские расходы	9,5%		
Износ оборудования	7%		

Вычислить с точностью до 1 коп. расход по каждой статье.

1358. Себестоимость изделия, равная 52 руб. 48 коп., состоит из: 26 руб. 12 коп. стоимости материала, 11 руб. 15 коп. зарплаты рабочим и 15 руб. 21 коп. прочих издержек. Выразить с точностью до 0,1% расход по каждой статье.

1359. Основание прямоугольника 42,2 м, высота его 31,4 м. Основание уменьшили на 7%, а высоту увеличили на 7%. На сколько квадратных метров изменилась его площадь?

1360. На склад прибыло 6 вагонов картофеля по 40,7 *т* в каждом. Через некоторое время вес картофеля вследствие усушки оказался равным 243 *т*. Вычислить процент усушки (с точностью до 0,1%).

1361. Площадь треугольника равна 14,4 кв. дм, основание равно 4,8 дм. Высоту треугольника увеличили на 20%, затем уменьшили на 20 см. На сколько квадратных дециметров изменилась площадь треугольника?

1362. Стороны треугольника равны 8 см, 10 см, 12 см. На сколько процентов увеличится периметр треугольника, если первую сторону увеличить на 25%, вторую на 30% и третью на 35%?

1363. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 2 дм, 4 дм и 6 дм. На сколько увеличится объем параллелепипеда, если каждое ребро увеличить на 50%?

1364. С участка земли колхоз снял 205,5 *т* картофеля; 60% этого картофеля было продано по 8 коп. за килограмм. Из полученных денег 2589,3 руб. правление выделило на проведение водопровода. Сколько процентов составляют деньги, выделенные на проведение водопровода, от всех денег, полученных за картофель?

1365. Совхоз планировал получить на участке в 24 га по 12 ц семян свеклы с каждого гектара, на деле урожайность оказалась

на 25% выше. За проданные семена совхоз получил 12 960 руб. из расчета по 45 руб. за 1 ц. Сколько процентов собранных семян продал совхоз?

1366. 1) Сумма двух чисел равна 244, одно из них составляет 22% другого. Найти эти числа.

2) Разность двух чисел равна 61, одно из них составляет 87,5% другого. Найти эти числа.

1367. Цена на товар снижалась 2 раза: сначала на 20%, затем на 10%. Сколько процентов от первоначальной цены составляет цена его после второго снижения?

1368. За два месяца швейная фабрика выпустила 770 мужских костюмов, причем во второй месяц она сшила костюмов на 20% больше, чем в первый. Сколько костюмов было сшито в каждый из месяцев?

1369. Территория трех союзных республик Закавказья: Грузинской ССР, Армянской ССР и Азербайджанской ССР — составляет 187 тыс. кв. км. Территория Грузии на $133\frac{1}{3}\%$, а территория Азербайджана на 190% больше территории Армении. Какова территория каждой республики?

1370. Отношение веса автомобиля марки «ЗИЛ» к весу автомобиля марки «Чайка» равно отношению 103 : 78. Вес автомобиля «Волга» составляет 74,9% веса автомобиля «Чайка». Найти вес автомобилей этих марок, если автомобиль «Чайка» легче автомобиля «ЗИЛ» на 625 кг.

1371. Начертить прямоугольную диаграмму продолжительности жизни некоторых растений (данные выражены в процентах):

Секвойя	100%
Кипарис	60%
Тополь серебристый	20%
Сосна обыкновенная	12%
Ясень	10%
Береза	5%
Рябина	1,6%

Найти продолжительность жизни каждого из указанных растений, если продолжительность жизни рябины составляет 80 лет.

1372. Начертить прямоугольную диаграмму продолжительности жизни некоторых животных (данные выражены в процентах):

Щука	100%
Попугай	50%
Слон	27%
Страус	13%
Речной рак	10%
Рыбка колюшка	1,7%

Найти продолжительность жизни каждого из указанных животных, если продолжительность жизни колюшки составляет 5 лет (результаты округлить до одной значащей цифры).

1373. Контрольное задание.

1. За декаду колхоз должен был засеять по плану 1250 га, а засеял 1370 га. Другой колхоз должен был за это же время засеять на 4,8% больше первого, но он засеял на 10% больше, чем засеял первый. На сколько процентов каждый из колхозов перевыполнил декадный план сева?

2. Измерив длину кузова автомашины «ГАЗ-51-Д», я получил 3 м и 3 см. За точное значение длины принимается 3070 мм (размер, предусмотренный техническими расчетами). Каковы абсолютная и относительная погрешности измерения?

1374. На какое время нужно положить в сберкассу 600 руб., чтобы, считая по 3% годовых, получить 613 руб. 50 коп.?

1375. Какую сумму нужно положить в сберкассу, чтобы через 10 месяцев получить дохода 10 руб. (считая по 3% годовых).

1376. За 5 шт. лимонов и 8 шт. апельсинов уплачено 4 руб. 45 коп. Сколько стоит каждый лимон и каждый апельсин, если апельсин дороже лимона на 60%?

1377. С двух участков площадью 15 га и $12\frac{1}{2}$ га собрано 7530 ц сахарной свеклы. Урожай с 1 га на первом участке составил 84% урожая с 1 га второго участка. Сколько свеклы собрано с каждого участка?

1378. Вычислить 7% от 20%? a % от b %?

IX. ПРОПОРЦИИ. ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ВЕЛИЧИН.

§ 150. ОТНОШЕНИЕ ЧИСЕЛ. ЗАМЕНА ОТНОШЕНИЯ ДРОБНЫХ ЧИСЕЛ ОТНОШЕНИЕМ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ.

Отношением двух чисел называется частное от деления первого из этих чисел на второе (§ 118).

Отношением двух величин называется частное от деления их числовых значений (§ 119).

Частное не изменяется, если делимое и делитель умножить на одно и то же число (отличное от нуля). Вследствие этого отношение не изменится, если предыдущий и последующий члены умножить на одно и то же число (кроме нуля).

На основании этого свойства можно отношение дробных чисел заменить отношением целых чисел.

$$\text{Примеры. 1) } \frac{3}{4} : \frac{5}{14} = \left(\frac{3}{4} \cdot 28\right) : \left(\frac{5}{14} \cdot 28\right) = 21 : 10;$$

$$2) 5 : \frac{2}{3} = (5 \cdot 3) : \left(\frac{2}{3} \cdot 3\right) = 15 : 2;$$

$$3) 1,4 : 1,25 = 140 : 125.$$

В последнем примере оба члена отношения умножили на 100.

При замене отношения дробных чисел отношением натуральных чисел следует оба члена отношения умножить на их наименьший общий знаменатель.

Задание 105.

1. Найти отношения: 8 к 3; 4 к 12,4; 2 кг 100 г к 700 г.
2. Найти неизвестный член отношения:
 - 1) $x : 0,8 = 6,5$; 2) $2 : x = 0,25$.
3. Заменить отношение дробей отношением натуральных чисел:

$$1) \frac{3}{5} : \frac{4}{5}; \quad 3) 1 \frac{3}{5} : 2 \frac{1}{4}; \quad 5) 14 : 2 \frac{1}{3}.$$

$$2) 0,4 : 0,5; \quad 4) \frac{13}{20} : 0,39;$$

Упражнения.

1379. Найти отношения:

- 1) 13,5 м к 45 дм; 4) 144 кг к 7,2 ц;
2) 7,8 т к 1300 ц; 5) 5 лет 4 мес. к 15 дням;
3) 3 час. 45 мин. к 1,14 час.; 6) 1,2 кв. м к 1,5 кв. дм.

1380. В I—IV классах 136 учащихся, а в V—VIII 198 учащихся. Вычислить с точностью до 0,1 отношение первого числа ко второму и обратное отношение.

1381. В 1960 г. в СССР произведено зерна 8,20 млрд. пудов, а в 1962 г. на 0,85 млрд. пудов больше. Вычислить отношение количества зерна, произведенного в 1962 г., к количеству, произведенному в 1960 г. Выразить это отношение в процентах

1382. Найти неизвестный член отношения:

- 1) $x : 2,6 = 1 \frac{2}{13}$; 4) $0,54 : x = 0,027$; 7) $x : \frac{3}{4} = 0,66$;
2) $x : \frac{3}{8} = 2,4$; 5) $0,1 : x = 0,0001$; 8) $2,56 : x = 1 \frac{3}{5}$.
3) $x : \frac{7}{9} = 6,3$; 6) $3,43 : x = 4,9$;

1383. Заменить отношение дробных чисел отношением натуральных чисел:

- 1) $\frac{5}{6} : \frac{7}{6}$; 5) $71 : 0,023$; 9) $6 \frac{2}{5} : 7 \frac{1}{4}$; 12) $1,2 : \frac{15}{16}$;
2) $\frac{6}{7} : \frac{3}{7}$; 6) $2 : \frac{3}{20}$; 10) $5 \frac{1}{10} : 6 \frac{1}{4}$; 13) $3 \frac{3}{4} : 4,5$;
3) $0,9 : 0,4$; 7) $1 \frac{2}{3} : 5$; 11) $\frac{4}{9} : 0,24$; 14) $6,26 : 2 \frac{3}{5}$.
4) $2,52 : 0,31$; 8) $\frac{11}{14} : \frac{9}{35}$;

§ 151. УПРОЩЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ.

Частное не изменится, если делимое и делитель разделить на одно и то же число.

Вследствие этого отношение не изменится, если предыдущий и последующий члены разделить на одно и то же число. На основании этого можно заменить отношение двух целых чисел отношением взаимно простых чисел. Такое преобразование можно назвать **сокращением членов отношения**.

Пример. $120 : 48 = (120 : 6) : (48 : 6) = 20 : 8 =$
 $= (20 : 4) : (8 : 4) = 5 : 2.$

Обычно сокращение членов отношения записывают короче, не показывая, на что делят члены отношения. Предыдущий пример следует записать так:

$$120 : 48 = 20 : 8 = 5 : 2$$

или еще короче:

$$120 : 48 = 5 : 2,$$

разделив члены отношения на их общий делитель 24.

При сокращении членов отношения следует оба члена делить на их общий делитель до тех пор, пока члены отношения не окажутся взаимно простыми числами.

Чтобы упростить отношение чисел, сначала заменяют отношение дробных чисел отношением целых чисел, а затем, если возможно, сокращают члены отношения.

Пример. $0,45 : 5,4 = 45 : 540 = 5 : 60 = 1 : 12.$

Задание 106.

1. Сократить члены отношения:

1) $36 : 108$; 2) $240 : 90.$

2. Упростить отношения:

1) $\frac{7}{12} : \frac{21}{60}$; 2) $4,8 : 0,15.$

3. Как упростить отношение?

Упражнения.

1384. Сократить члены отношения (устно):

1) $12 : 8$; 3) $7 : 35$; 5) $15 : 20$;
2) $5 : 15$; 4) $22 : 11$; 6) $100 : 1000.$

1385. Сократить члены отношения:

1) $64 : 120$; 3) $108 : 72$; 5) $189 : 105$; 7) $143 : 78$;
2) $55 : 605$; 4) $112 : 210$; 6) $1200 : 720$; 8) $209 : 88.$

1386. Упростить отношения:

1) $16 : 1 \frac{1}{3}$; 4) $9 \frac{6}{7} : 4 \frac{3}{5}$; 7) $\frac{1,024}{3,84}$; 9) $3,25 : \frac{13}{18}$;

2) $7 \frac{1}{5} : 20$; 5) $7,29 : 1,62$; 8) $6 \frac{3}{4} : 0,81$; 10) $1 : 1,025.$

3) $\frac{18}{25} : \frac{27}{35}$; 6) $\frac{0,784}{0,84}$;

1387. Упростить отношения:

1) $\frac{15}{17} : \frac{45}{34}$; 3) $8,25 : 3,75$; 5) $5 \frac{2}{5} : 2,5$; 7) $5 : \frac{10}{13}$;

2) $26 : 1 \frac{5}{8}$; 4) $\frac{1}{4} : 0,5$; 6) $\frac{2}{15} : \frac{7}{30}$; 8) $4,02 : 6$.

1388. В прошлом году жители города получили 75 630 кв. м жилплощади, а в этом году на 28 700 кв. м больше. Найти отношение жилплощади, полученной в этом году, к жилплощади, полученной в прошлом году. Выразить это отношение в процентах.

1389. В 1961 г. в СССР произведено 8,7 млн. т мяса и 62,6 млн. т молока. На 1980 г. намечено получить около 32 млн. т мяса и около 175 млн. т молока. Выразить отношением намеченный объем производства мяса и молока к производству в 1961 г. Отношения вычислить с точностью до 0,1. Выразить их в процентах.

1390. Найти неизвестное число x из отношения:

1) $2x : 0,35 = 16$; 3) $0,441 : 7x = 4 \frac{1}{5}$; 5) $\frac{2}{5}x : \frac{1}{3} = 4$;

2) $7 \frac{2}{9} : 5x = 1,3$; 4) $6x : 11 \frac{1}{9} = 0,18$; 6) $5,2 : \frac{3}{5}x = \frac{3}{8}$.

1391. Расстояние между пунктами на местности равно 85 км, а на карте 3,4 см. Найти числовой масштаб карты. Вычислить расстояние на местности, если на карте оно равно 15,8 см.



§ 15. ПРОПОРЦИЯ.

При изучении изменения величин часто пользуются отношением их числовых значений, сравнивают эти отношения, определяют, какое из них меньше, какое больше. Отношения могут оказаться и равными друг другу. Например, отношение $2 \text{ м} : 5 \text{ см} = 200 : 5 = 40$, отношение $14 \text{ км} : 350 \text{ м} = 14 : 0,35 = 40$. Отношения равны и, следовательно, можно записать: $2 \text{ м} : 5 \text{ см} = 14 \text{ км} : 350 \text{ м}$ или $200 : 5 = 14 : 0,35$.

Такое равенство отношений называют пропорцией.

Определение. **Пропорцией называется равенство двух отношений.**

Например, равенство

$$24 : 3 = 80 : 10 \quad (1)$$

можно назвать пропорцией.

Пропорцию записывают и в таком виде:

$$\frac{24}{3} = \frac{80}{10} . \quad (1)$$

С помощью букв пропорцию можно записать так:

$$a : b = c : d, \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} . \quad (2)$$

Числа, составляющие пропорцию, называются **членами пропорции**. Первый и последний члены называются **крайними членами**, а второй и третий члены — **средними членами**.

В пропорции (1) крайние члены — 24 и 10, а средние члены — 3 и 80; в пропорции (2), записанной в буквенном виде, a и d — крайние члены, b и c — средние члены.

Пропорцию читают так: a так относится к b , как c относится к d .

Этими словами указывается, что отношение чисел a и b равно отношению чисел c и d .

Чтобы проверить, верно ли составлена пропорция, вычисляют величину каждого из отношений, входящих в пропорцию. Если эти отношения не равны, то пропорция составлена неверно.

Пример. Пропорция $0,35 : \frac{1}{3} = 0,3 : 0,25$ неверна, так как $0,35 : \frac{1}{3} = 1,05$, а $0,3 : 0,25 = 1,2$.

Задание 107.

1. Из каких отношений:

1) $0,6 : 5$; 2) $4,2 : 7$;

3) $\frac{3}{4} : 6,25$ можно составить пропорцию?

2. Верно ли составлены пропорции:

1) $0,02 : 0,5 = 1 : 40$; 3) $\frac{2}{11} : 2 \frac{2}{3} = 4 \frac{1}{2} : 66$?

2) $0,02 : 0,5 = 1 : 25$;

3. Что называется пропорцией? Как называются числа, составляющие пропорцию?

Упражнения.

1392. Вычислить отношения:

1) 0,125 к 0,25; 2) 1,3 к 2,6; 3) 10,5 к 5,25.

Составить пропорцию из этих отношений.

1393. Записать пропорции:

1) 5 так относится к 3, как 2 относится к 1,2;

2) 0,9 так относится к $\frac{1}{3}$, как 45 относится к $16\frac{2}{3}$;

3) $\frac{2}{7}$ так относится к 0,1, как 14 относится к 4,9.

Проверить эти пропорции.

1394. Проверить пропорции:

1) $5 : 2\frac{2}{3} = 3 : 1\frac{3}{5}$; 3) $1 : 0,25 = 0,6 : 0,15$;

2) $0,8 : 0,2 = 0,32 : 0,08$; 4) $0,1 : 0,01 = 0,2 : 0,02$.

1395. Составить пропорции из таких чисел:

1) 2; 6; 4 и 12; 3) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{12}$;

2) 12; 1; 12 и 144; 4) 36; 3; 18 и 6.

1396. Составить две такие пропорции, у которых крайними членами будут числа 100 и 20.

1397. Составить две такие пропорции, у которых каждый из средних членов равен 18.

1398. Составить две такие пропорции, у которых каждое из отношений было бы равно 0,3.

1399. Отношение двух чисел равно $\frac{5}{3}$. Найти эти числа, если: 1) их сумма равна 16,28; 2) их разность равна 0,35.

§ 13

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ПРОПОРЦИИ. ПЕРЕСТАНОВКА ЧЛЕНОВ ПРОПОРЦИИ.

Напишем несколько пропорций:

1) $5 : 3 = 75 : 45$; 3) $0,2 : \frac{2}{3} = 2,1 : 7$.

2) $0,2 : 0,3 = 14 : 21$;

Составим и вычислим произведение средних членов и произведение крайних членов для каждой из этих пропорций:

1) $5 \cdot 45 = 225$ и $3 \cdot 75 = 225$;

2) $0,2 \cdot 21 = 4,2$ и $0,3 \cdot 14 = 4,2$;

3) $0,2 \cdot 7 = 1,4$ и $\frac{2}{3} \cdot 2,1 = 1,4$.

Из примеров можно сделать такой вывод: **произведение крайних членов пропорции равно произведению ее средних членов**. Это свойство называют **основным свойством пропорции**.

Докажем основное свойство для любой пропорции.

Пусть дана пропорция: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Если равные числа $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$ умножим на одно и то же число bd , то получим также равные числа. Следовательно, $\frac{a}{b} \cdot bd = \frac{c}{d} \cdot bd$, или $\frac{abd}{b} = \frac{cbd}{d}$.

После сокращения дробей получим, что $ad = bc$.

Чтобы убедиться в том, что пропорция составлена верно, достаточно проверить, равны ли произведения крайних и средних членов. Если эти произведения равны, то пропорция составлена верно.

Примеры. Пропорция $2,4 : 5 = 0,8 : 1\frac{2}{3}$ верна, так как $2,4 \cdot 1\frac{2}{3} = 4$ и $5 \cdot 0,8 = 4$.

Пропорция $2,4 : 5 = 1\frac{2}{3} : 8$ неверна, так как $2,4 \cdot 8 = 19,2$, а $5 \cdot 1\frac{2}{3} = 8\frac{1}{3}$.

Пользуясь таким способом проверки пропорции, можно делать перестановку членов данной пропорции.

Пусть дана, например, пропорция

$$15 : 6 = 0,5 : 0,2.$$

Если поменять местами крайние члены или средние члены, то получим такие верные пропорции:

$$0,2 : 6 = 0,5 : 15; \quad 15 : 0,5 = 6 : 0,2.$$

Если поставить крайние члены на место средних, а средние на место крайних, то также получим верные пропорции:

$$6 : 15 = 0,2 : 0,5; \quad 0,5 : 0,2 = 15 : 6.$$

С помощью перестановки членов пропорции можно составить 8 различных пропорций, включая данную пропорцию.

Задание 108.

1. Проверить пропорцию $60 : 6\frac{2}{3} = 1\frac{4}{5} : 0,2$ двумя способами.
2. В пропорции $24 : 3 = 1 : \frac{1}{8}$ выполнить перестановку членов тремя способами.
3. В чем заключается основное свойство пропорции? Записать его для пропорции $m : n = k : p$.

Упражнения.

1400. Проверить пропорции, находя произведения крайних и средних членов:

1) $4 \frac{1}{2} : 3 \frac{1}{4} = 36 : 28$; 4) $0,35 : 0,6 = 0,105 : 0,18$;

2) $3 : 7,5 = 2 \frac{1}{2} : 6 \frac{1}{4}$; 5) $2 \frac{1}{4} : 9 = 1 : 3,9$;

3) $18 : 3 = 30 : 5$; 6) $15 : 1,8 = 2,7 : 0,09$.

1401. Даны равенства:

1) $4 \cdot 9 = 0,2 \cdot 180$; 3) $0,48 \cdot 0,5 = 0,6 \cdot 0,4$;

2) $0,3 \cdot 0,2 = 0,006 \cdot 10$; 4) $7 \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{12} = 1 \frac{1}{4} \cdot 3 \frac{1}{2}$.

Из каждого равенства составить пропорцию, применяя основное свойство пропорции. В каждой пропорции выполнить перестановку членов двумя способами.

1402. Основания двух треугольников равны $12,4$ см. Вычислить их площади, если высоты равны $2,5$ см и $7,5$ см. Составить отношение площадей и отношение высот треугольников. Можно ли из этих отношений составить пропорцию? Записать эту пропорцию.

1403. Стороны одного треугольника равны 12 см, 15 см и 20 см, а другого 12 дм, 15 дм и 2 м. Вычислить периметры треугольников. Составить отношение периметров и отношение меньших сторон этих треугольников. Можно ли из этих отношений составить пропорцию?

1404. Площади оснований двух прямоугольных параллелепипедов равны 240 кв.см, высоты их равны $1,5$ дм и $2,5$ дм. Вычислить объемы параллелепипедов. Составить отношение объемов и отношение высот этих параллелепипедов. Можно ли составить пропорцию из этих отношений?

1405. Сторона одного квадрата равна $1,2$ см, а другого $2,4$ см. Вычислить периметры и площади квадратов. Составить отношение сторон, отношение площадей и отношение периметров этих квадратов. Какие пары полученных отношений можно взять для составления пропорции?

§ 154) НАХОЖДЕНИЕ НЕИЗВЕСТНОГО ЧЛЕНА ПРОПОРЦИИ.

Используя основное свойство пропорции, можно найти неизвестный член ее, если остальные 3 члена известны.

Найти x , если $0,5 : x = 2 : 13$.

Чтобы решить это уравнение, используем основное свойство и запишем:

$$x \cdot 2 = 0,5 \cdot 13.$$

Отсюда следует, что

$$x = \frac{0,5 \cdot 13}{2} = 3 \frac{1}{4}.$$

Средний член пропорции равен произведению ее крайних членов, деленному на другой средний член.

Так же можно показать, что *крайний член пропорции равен произведению ее средних членов, деленному на другой крайний член.*

Если дана пропорция

$$a : b = c : d,$$

то эти выводы можно записать так:

$$b = \frac{ad}{c} \text{ и } c = \frac{ad}{b} \text{ (для средних членов);}$$

$$a = \frac{bc}{d} \text{ и } d = \frac{bc}{a} \text{ (для крайних членов).}$$

Задание 109.

1. Вычислить неизвестный член пропорции:

1) $125 : 25 = 35 : x$; 3) $9 \frac{1}{2} : 14 \frac{1}{2} = x : 0,75$;

2) $x : 15 = 1,456 : 1,05$; 4) $0,3 : x = \frac{4}{9} : 3 \frac{1}{3}$.

2. Как можно вычислить неизвестный член пропорции?

Упражнения.

1406. Вычислить неизвестный член пропорции:

1) $x : 12 = 5 : 4$; 7) $9 \frac{1}{2} : x = 14 \frac{1}{4} : 12$;

2) $18 : x = 6 : 35$; 8) $8,75 : 3 \frac{3}{4} = x : 4,2$;

3) $15 : 2 = x : 8$; 9) $x : 23 = 0,5 : 1,4$;

4) $100 : 13 = 10 : x$; 10) $x : 21 = 4,5 : 35$;

5) $2 \frac{3}{8} : 1 \frac{7}{12} = 4 : x$; 11) $0,6 : 0,25 = x : 3,7$;

6) $9,36 : 2,34 = x : 1 \frac{1}{3}$; 12) $13,5 : x = 12 \frac{1}{2} : 4$.

1407. Решить уравнения, используя правило о нахождении неизвестного члена пропорции:

- | | |
|--------------------------------------|---|
| 1) $3x : 0,25 = 25,2 : 5;$ | 6) $0,2 : 4x = \frac{1}{2} : 2 \frac{1}{2};$ |
| 2) $0,5 : 5y = 4,2 : 14;$ | 7) $\frac{5}{9} : 3 \frac{1}{5} = 1 \frac{1}{2} : 8x;$ |
| 3) $\frac{1}{2}x : 5 = 16 : 0,8;$ | 8) $\frac{2}{3}x : 5 = 20 : 1,6;$ |
| 4) $12,3 : 6 = 7x : 4,2;$ | 9) $2 \frac{2}{3} : 0,08 = 1 \frac{7}{9} : \frac{1}{3}x;$ |
| 5) $5,1 : 8 \frac{1}{2} = 6x : 0,3;$ | 10) $0,01 : 10x = 10 : \frac{4}{5}.$ |



150 ПРЯМО ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ.

Наблюдая различные величины, с которыми мы встречаемся в жизни, можно заметить, что многие из них изменяются. Например, изменяются: температура воздуха, производительность труда, путь, который проходит движущийся предмет, и другие величины.

Во многих случаях изменение одной из них зависит от изменения другой. Например, стоимость товара зависит от количества этого товара или его цены; пройденный путь зависит от скорости или времени движения, площадь прямоугольника зависит от длины его сторон.

Рассмотрим изменение двух величин: площади прямоугольника и его основания, если высота прямоугольника не изменяется и равна, например, 5 м.

Обозначим площадь буквой S , а основание буквой a и составим таблицу значений этих величин.

Для вычисления площади S будем пользоваться формулой

$$S = 5a,$$

где 5 — значение высоты прямоугольника.

Пусть, например, $a = 6$ м, тогда $S = 30$ кв. м. Эти числа записаны в первой графе нижеследующей таблицы:

	I	II	III	IV	V	VI	VII
Значения a в м	6	18	9	1	$\frac{1}{2}$	4	28
Значения S в кв. м	30	90	45	5	$2 \frac{1}{2}$	20	140

Увеличим основание в 3 раза: $a = 18$ м, тогда $S = 90$ кв. м. Эти значения записаны во второй графе таблицы.

Из этих примеров видно, что каждому значению одной величины (основанию) соответствует значение другой величины (площади). Например, 6 м и 18 м соответствуют значения площади, равные 30 кв. м и 90 кв. м.

Сравним отношения $6 : 18$ и $30 : 90$. Каждое из них равно $\frac{1}{3}$. Из этих отношений можно составить пропорцию: $6 : 18 = 30 : 90$. В таблице даны еще несколько значений a и соответствующих им значений S . Если сравнить отношения значений a и отношения соответствующих значений S , то эти отношения будут равны.

Из них можно составить пропорцию. Например,

$$9 : \frac{1}{2} = 45 : 2 \frac{1}{2} \quad \text{или} \quad 4 : 28 = 20 : 140.$$

Такие величины называют прямо пропорциональными величинами, а зависимость между ними называется прямо пропорциональной зависимостью.

Определение. *Две величины называются прямо пропорциональными, если отношение двух любых значений одной величины равно отношению соответствующих им значений другой величины.*

Можно сказать, что длина основания и площадь прямоугольника — прямо пропорциональные величины (при условии, что высота прямоугольника не изменяется).

Приведем другой пример прямо пропорциональных величин.

Если количество товара увеличить, например в 2 или в 3 раза, то его стоимость также увеличится в 2 или в 3 раза (если цена товара при этом не изменилась). Отношения соответствующих значений величины одинаковы: стоимость товара и его количество — величины прямо пропорциональные.

Задание 110.

1. Привести примеры прямо пропорциональных величин.
2. Какие величины называются прямо пропорциональными?
3. Будет ли сумма двух слагаемых и одно из них — величинами прямо пропорциональными, если другое слагаемое остается без изменения? Выяснить на примере.

Упражнения.

1408. Показать, что следующие пары величин являются прямо пропорциональными:

- 1) цена товара и его стоимость, если количество товара не изменяется;
- 2) периметр квадрата и длина его стороны;
- 3) объем тела и его вес, если удельный вес не изменяется;
- 4) площадь треугольника и его основание, если высота не изменяется;
- 5) стоимость товара и его количество, если цена товара не изменяется;
- 6) объем прямоугольного параллелепипеда и его высота, если площадь основания не изменяется;
- 7) расстояние и расход бензина, если норма расхода бензина на 1 км не изменяется;
- 8) количество изготавливаемой продукции и время, затраченное на ее изготовление, если производительность труда не изменяется;
- 9) дробь и ее числитель, если знаменатель остается постоянным.

1409. Можно ли считать прямо пропорциональными следующие величины:

- 1) дробь и ее знаменатель, если числитель дроби остается без изменения?
- 2) произведение двух чисел и одно из них, если другое остается без изменения?
- 3) возраст человека и его вес?
- 4) площадь квадрата и длину его стороны?
- 5) объем куба и длину его ребра?

1410. Решить уравнения, используя основное свойство пропорции:

- | | |
|--|--|
| 1) $2 \frac{1}{2} x : 0,5 = 2 \frac{1}{7} : 1 \frac{3}{4}$; | 4) $4300 : 5,8 = 4,3 : 10 x$; |
| 2) $12,1 : \frac{1}{14} = 5,5 x : 3 \frac{2}{7}$; | 5) $2 \frac{1}{5} : 3 \frac{2}{3} = \frac{x}{7} : 2,5$; |
| 3) $1000 : 4 \frac{1}{2} y = 5 \frac{1}{9} : 4,6$; | 6) $0,05 x : 0,01 = 4 : 3 \frac{1}{2}$. |



§ 15 ОБРАТНО ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ.

Рассмотрим изменение таких двух величин: времени и скорости равномерного движения на некотором неизменном участке пути, например на расстоянии 200 км. Обозначим время движения буквой t , скорость равномерного движения буквой v . Так как

скорость есть отношение пути ко времени, то для нашей задачи можно записать, что $v = \frac{200}{t}$.

Условимся выражать время в часах, тогда скорость будет выражена в километрах в час. Составим таблицу соответствующих значений t и v .

	I	II	III	IV	V	VI
Время в часах	10	5	1	$\frac{1}{2}$	4	12
Скорость движения в км в час. .	20	40	200	400	50	$16\frac{2}{3}$

Если взять отношение двух любых значений времени, например отношение 10 : 5 (из I и II граф таблицы), то это отношение равно обратному отношению соответствующих значений скорости:

$$10 : 5 = 40 : 20.$$

Такие величины называются **обратно пропорциональными**, а зависимость между ними называют **обратно пропорциональной зависимостью**.

Определение. *Две величины называются обратно пропорциональными, если отношение двух любых значений одной величины равно обратному отношению соответствующих значений другой величины.*

Можно сказать, что скорость и время движения — обратно пропорциональные величины (при условии, что пройденный путь не изменяется).

Рассмотрим другой пример. Если число рабочих, выполняющих некоторую работу, увеличить, например в 2 или в 3 раза, то (при той же производительности труда) время работы уменьшится в 2 или в 3 раза. Иначе говоря, отношение значений времени будет равно $\frac{1}{2}$ или $\frac{1}{3}$. Эти отношения обратны отношениям соответствующих значений первой величины. Число рабочих и время работы — величины обратно пропорциональные.

§ 157 НЕПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ.

Кроме прямо и обратно пропорциональных величин, встречаются и непропорциональные величины.

Для непропорциональных величин отношение значений одной величины не равно ни прямому, ни обратному отношению соответствующих значений другой величины.

Например, возраст и рост человека — величины непропорциональные.

Рассмотрим более сложный пример.

Стоимость обычной телеграммы вычисляется так: за каждое слово взимается 3 коп. и, кроме этого, за подачу телеграммы 10 коп. Если стоимость телеграммы в копейках обозначить буквой y , а количество слов буквой x , то $y = 3x + 10$. Пусть $x = 6$, тогда $y = 28$. Если $x = 12$, то $y = 46$. Сравним отношение числа слов и отношение стоимостей:

$$12 : 6 = 2; 46 : 28 = 1 \frac{9}{14}.$$

Эти отношения не равны. Отношение, обратное второму отношению, $28 : 46$, также не равно 2.

Следовательно, стоимость телеграммы и количество слов в ней — величины непропорциональные.

Задание 111.

1. Привести примеры обратно пропорциональных величин.
2. Какие величины называются обратно пропорциональными?
3. Будут ли разность и вычитаемое величинами обратно пропорциональными, если уменьшаемое остается без изменения? Выяснить на примере.

Упражнения.

1411. Показать, что следующие пары величин являются обратно пропорциональными:

- 1) цена товара и его количество, если стоимость товара не изменяется;
- 2) основание и высота прямоугольника, если площадь его не изменяется;
- 3) два взаимно обратных числа;
- 4) дробь и ее знаменатель, если числитель дроби остается без изменения.

1412. Показать, что следующие величины не будут пропорциональными:

- 1) количество истраченных и оставшихся денег;
- 2) поверхность куба и длина его ребра;
- 3) стоимость железнодорожного билета и расстояние;
- 4) количество бензина и скорость автомобиля;
- 5) количество мальчиков и девочек в классе;
- 6) возраст человека и размер его обуви.

1413. В таблицах даны значения прямо или обратно пропорциональных величин. Выяснить для каждой таблицы вид зависимости. Вычислить неизвестные числа, обозначенные в таблицах буквами.

1)

I	15	20	40	$\frac{2}{5}$
II	x_1	7	14	x_2

2)

I	1	2	14,5	$10 \frac{1}{2}$
II	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	x_1	x_2

3)

I	$2 \frac{1}{7}$	15	3,5	50
II	0,7	0,1	x_1	x_2

4)

I	3	x_1	0,6	x_2
II	6	$3 \frac{1}{9}$	1,2	7,4

1414. Решить уравнения, используя свойство пропорции:

1) $0,3 : 1 \frac{1}{3} x = 1 : 0,001$;

4) $4,5 : 2 \frac{1}{3} = 0,09 : 4 y$;

2) $(x + 1) : 6 = 5 : 3$;

5) $1,1 x : 4,4 = 0,43 : 5 \frac{3}{8}$.

3) $1,25 : 4 = 1,35 : 3 y$;

1415. Контрольное задание.

1. Записать пропорцию, у которой первые три члена равны 5; 12 и 0,3.

2. Показать, что ширина доски и количество досок для настила пола заданной площади — величины обратно пропорциональные, если все доски имеют одинаковую длину.

3. Решить уравнения:

1) $2,55 : 2 \frac{1}{7} = x : 6$;

2) $64 : 2 y = 0,8 : 0,42$.

§ 138. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ.

Задачи на пропорциональные величины решались и раньше. Но при решении таких задач величины не назывались пропорциональными.

Рассмотрим, например, задачу: «За 7 кг товара заплатили 3 руб. 50 коп. Сколько следует уплатить за 4,5 кг этого товара?»

Обычно такую задачу решают способом приведения к единице: вычисляют сначала стоимость одного килограмма, а затем стоимость 4,5 кг. Один килограмм стоит 50 коп., следовательно, за 4,5 кг надо уплатить 2 руб. 25 коп.

Можно применить и другой способ решения таких задач, способ пропорций. Он заключается в следующем: неизвестное число обозначают буквой (обычно буквой x) и составляют пропорцию, одним из членов которой является это неизвестное число, а затем вычисляют его как неизвестный член пропорции.

Применим способ пропорции к решению предыдущей задачи.

1. Кратко запишем содержание задачи, обозначив буквой неизвестное число, т. е. стоимость 4,5 кг.

Запись имеет вид:

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 7 \text{ кг} & \text{---} & 3,5 \text{ руб.} & \downarrow \\ \downarrow & 4,5 \text{ кг} & \text{---} & x \text{ руб.} & \downarrow \end{array}$$

2. Установим вид зависимости между величинами задачи. Эта зависимость прямо пропорциональная: если купить товара в несколько раз больше, то стоимость его увеличится в том же отношении.

Условно можно обозначать прямо пропорциональную зависимость одинаково направленными стрелками, как это сделано в краткой записи содержания задачи.

3. Запишем пропорцию. Величины в этой задаче прямо пропорциональные, пропорция запишется так:

$$\frac{7}{4,5} = \frac{3,5}{x}.$$

4. Надо найти неизвестный член пропорции:

$$x = \frac{4,5 \cdot 3,5}{7} = 4,5 \cdot 0,5 = 2,25 \text{ (руб.)},$$

или $x = 2$ руб. 25 коп.

Решим еще одну задачу: «В коробке передач автомашины «ЗИЛ-150» зубчатое колесо ведущего вала, имеющее 17 зубцов, сцеплено с другим колесом, имеющим 40 зубцов (рис. 128). Первое колесо сделало 400 оборотов. Сколько оборотов сделало второе колесо?»

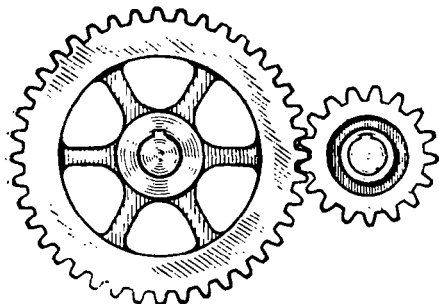


Рис. 128.

1. Запишем кратко содержание задачи:

$$\begin{array}{c} | 17 \text{ зуб.} - 400 \text{ об.} \uparrow \\ \downarrow 40 \text{ зуб.} - x \text{ об.} | \end{array}$$

2. Устанавливаем вид зависимости. Зависимость обратно пропорциональная, так как при увеличении числа зубцов в несколько раз число оборотов уменьшается во столько же раз. Обозначим эту зависимость противоположно направленными стрелками.

3. Запишем пропорцию:

$$17 : 40 = x : 400.$$

4. Вычислим неизвестный член пропорции:

$$x = \frac{17 \cdot 400}{40} = 170 \text{ (об.)}.$$

Таким образом, решение задач по способу пропорций сводится к составлению уравнения, зная, что отношения соответствующих значений пропорциональных величин будут равны.

При решении задач не следует забывать, что значения одной и той же величины должны быть выражены в одинаковых единицах.

Задание 112.

1. 12 тракторов одинаковой производительности вспахали поле за 88 час. Сколько нужно таких же тракторов, чтобы вспахать это поле за 33 часа?

2. Из 1 кг ржаной муки получается 1,4 кг хлеба. Сколько килограммов муки расходует хлебозавод на выпечку 28 т хлеба?

3. Задача-шутка. Один петух разбудил своим пением двух людей, спящих на сеновале. Сколько надо петухов, чтобы разбудить 10 человек?

Упражнения.

1416. Если ежедневно расходовать 500 л, то запаса бензина хватит на 36 дней. На сколько дней хватит бензина при ежедневном расходе в 400 л?

1417. За 102 киловатта электроэнергии уплатили 4 руб. 8 коп. Сколько следует уплатить за 173 киловатта электроэнергии?

1418. Машина «ГАЗ-51» израсходовала на 150 км пробега 39,75 л бензина. Сколько эта машина израсходует бензина на 800 км пробега?

1419. Из 2,5 кг ржаной муки получается $3\frac{1}{2}$ кг хлеба. Сколько хлеба можно испечь из 35 т ржаной муки?



Рис. 129.

1420. Велосипедист затратил на проезд 8 час. при скорости 15 км в час. Сколько бы он затратил времени на тот же путь, если бы он делал по 12 км в час?

1421. Окружность переднего колеса повозки равна $2\frac{3}{8}$ м. На некотором расстоянии оно обернулось 48 раз. Сколько раз на том же расстоянии обернулось заднее колесо, если его окружность равна 3 м?

1422. Маятник стальных часов делает 135 качаний за $1\frac{1}{2}$ мин. Сколько качаний он делает за 9 мин. 20 сек.?

1423. Колхоз имеет запас сена для 240 коров на 60 дней. На сколько дней хватит этого сена, если стадо увеличится на 60 коров?

1424. Насос может выкачать $\frac{2}{3}$ бассейна за $7\frac{1}{2}$ мин. Какую часть бассейна он выкачает за 0,15 часа?

1425. 1) Сколько весят 70 л керосину, если 15 л весят 12,3 кг?

2) В 2 т медной руды содержится 25 кг чистой меди. Сколько меди содержится в 270 т такой руды?

1426. Составить две задачи: одну на прямо пропорциональные величины, а другую на обратно пропорциональные. Решить эти задачи.

1427. 1) На одной из сцепляющихся шестерен 30 зубцов, а на другой 18 (рис. 128) Сколько оборотов сделает вторая шестерня, в то время как первая сделает 135 оборотов?

2) Одна из двух сцепляющихся шестерен делает 540 оборотов в минуту, а другая 216 оборотов. На большей шестерне имеется 60 зубцов. Сколько их на другой шестерне?

1428. Из 50 кг картофеля получается 7,5 кг крахмала. Сколько крахмала получится из 3,6 т картофеля?

1429. 1) Шкив, диаметр которого 800 мм, делает 280 оборотов в минуту. Он соединен ременной передачей со шкивом, имеющим диаметр в 350 мм (рис. 129). Сколько оборотов в минуту делает второй шкив?

2) Два шкива соединены ременной передачей. Один из них делает в секунду 4 оборота, а другой 6 оборотов. Диаметр меньшего шкива равен 24 см. Найти диаметр другого шкива.

1430. Два прямоугольника имеют одинаковую площадь. Основание одного из них равно 3,6 м, а высота 2,4 м. Основание другого 4,8 м. Чему равна его высота?

Задачу решить, не вычисляя площадей.

1431. Два треугольника имеют одинаковую площадь. Основание одного треугольника равно 12 см. Найти основание другого треугольника, если его высота составляет 25% высоты первого треугольника.

1432. 17% некоторого числа равны 5,1. Найти 24% этого числа (решить способом пропорции).

1433. 15% поля убрано за 2 дня. За сколько дней будет убрано 50% поля? 75% поля?

1434. 2,8 т составляют 25% груза. Сколько процентов этого груза составят 6 т? 10 т?

1435. Из 2 кг бумажной макулатуры можно изготовить около 40 штук школьных тетрадей. Сколько нужно макулатуры, чтобы изготовить тетради для школы, где учится 720 учащихся и каждый учащийся должен получить по 20 тетрадей?

1436. Два вала соединены посредством ременной передачи. Ведущий вал делает 180 оборотов в минуту. На ведомом валу, который делает 300 оборотов в минуту, посажен шкив с диаметром 240 мм. Каков диаметр шкива на ведущем валу?

1437. На плане расстояние между двумя пунктами равно 3,4 см, масштаб плана $\frac{1}{1000}$. Эта же местность изображена на плане, масштаб которого равен $\frac{1}{2500}$. Чему равно расстояние на втором плане между теми же пунктами?

1438. Длина детали на чертеже в масштабе 1 : 40 равна 1,3 см. Чему равна ее длина на чертеже, масштаб которого 1 : 25?

1439. За 12 оборотов винт продвинулся вперед на 15 мм (рис. 130). Сколько оборотов надо сделать, чтобы винт продвинулся на $4\frac{1}{2}$ мм?

1440. За 8 месяцев рабочий выполнил 1,75 годовой нормы. Сколько он выполнил норм за год, если работал с той же производительностью?

1441. Конными граблями с шириной захвата 2,15 м за 4 часа можно убрать сено с площади 3,5 га. За какое время можно убрать эту площадь тракторными граблями с шириной захвата 6,00 м при той же скорости движения? С какой площади можно убрать сено тракторными граблями за 4 часа?

1442. Трое маляров могут закончить работу за 5 дней. Для ускорения работы добавили еще двух маляров. За какое вре-

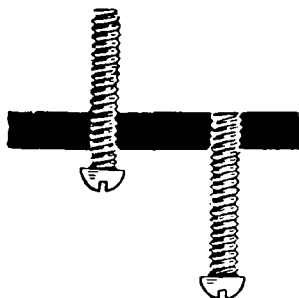


Рис. 130.

мя они закончат работу, считая, что все маляры будут работать с одинаковой производительностью?

1443. Для изготовления 100 штук кирпичей требуется 0,39 куб. м глины, 0,05 куб. м песку. Сколько глины и песка потребуется для изготовления 125 тысяч кирпичей?

1444. Книга содержит 345 страниц, на каждой странице в среднем 34 строки по 48 букв в каждой. Сколько страниц имела бы эта книга, если бы на каждой странице было по 36 строк, а в каждой строке по 40 букв?

1445. В одном из промышленных северных поселков был сделан запас муки на $4\frac{1}{2}$ месяца для 1500 человек из расчета по 0,8 кг в день на одного человека. На сколько месяцев хватит этого запаса для 960 человек, считая по 1 кг в день на одного человека?

1446. Пять бульдозеров за 90 минут выравнивают 15 га. Сколько времени потребуется шести таким бульдозерам для выравнивания площадки размерами 3 км \times 0,5 км?



159. ПРЯМО ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ДЕЛЕНИЕ.

Задача. Трем звеньям пионеров поручено собрать 36 ц помидоров. Известно, что отношение числа пионеров первого звена к числу их во втором звене равно 3 : 7, а для второго и третьего звеньев это отношение равно 7 : 5. Сколько помидоров собрало каждое звено, если все пионеры работали с одинаковой производительностью?

Решение. В таких же отношениях будут находиться количества помидоров, собранных звеньями.

Короче говоря, что 36 ц надо разделить прямо пропорционально числам 3, 7 и 5, или разделить в отношении 3 : 7 : 5 (читается так: три к семи, к пяти).

Если искомые числа обозначить через x_1 , x_2 и x_3 , то $x_1 : x_2 = 3 : 7$ и $x_2 : x_3 = 7 : 5$.

Эти пропорции показывают, что если число x_1 состоит из трех равных частей, то число x_2 содержит 7 таких частей, а число x_3 5 таких частей.

Если эту часть обозначить через x , то

$$x_1 = 3x; \quad x_2 = 7x; \quad x_3 = 5x.$$

Сложив x_1 , x_2 и x_3 , получим 36 (по условию задачи), а потому можно составить такое уравнение:

$$3x + 7x + 5x = 36.$$

Решаем это уравнение:

$$15x = 36, \quad x = 2,4.$$

Теперь можно найти искомые числа:

$$x_1 = 3 \cdot 2,4 = 7,2 \text{ (ц);}$$

$$x_2 = 7 \cdot 2,4 = 16,8 \text{ (ц);}$$

$$x_3 = 5 \cdot 2,4 = 12 \text{ (ц).}$$

Такое разделение данного числа называют прямо пропорциональным делением или делением в данном отношении.

Если все данные числа или некоторые из них выражены дробями, то их можно заменить натуральными (целыми) числами.

Задача. Разделить 195 прямо пропорционально числам $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{12}$ и 2.

В этой задаче 195 надо разделить на такие три части:

$$x_1, x_2 \text{ и } x_3, \text{ чтобы } x_1 : x_2 = \frac{2}{3} : \frac{7}{12} \text{ и } x_2 : x_3 = \frac{7}{12} : 2.$$

Заменим отношения дробных чисел отношениями целых чисел. Для этого умножим оба члена каждого отношения (в правой части этих равенств) на общий наименьший знаменатель всех дробей, входящих в отношения. Этот знаменатель равен 12. Тогда получим, что

$$x_1 : x_2 = 8 : 7 \text{ и } x_2 : x_3 = 7 : 24.$$

Следовательно, для решения задачи достаточно 195 разделить в отношении 8 : 7 : 24.

Решение.

$$1) \quad x_1 : x_2 : x_3 = \frac{2}{3} : \frac{7}{12} : 2; \quad x_1 : x_2 : x_3 = 8 : 7 : 24.$$

$$2) \quad x_1 = 8x; \quad x_2 = 7x; \quad x_3 = 24x.$$

$$3) \quad 8x + 7x + 24x = 195; \quad 39x = 195; \quad x = 5.$$

$$4) \quad x_1 = 5 \cdot 8 = 40; \quad x_2 = 5 \cdot 7 = 35; \quad x_3 = 5 \cdot 24 = 120.$$

З а м е ч а н и е. Запись: $x_1 : x_2 : x_3 = 8 : 7 : 24$ — нельзя понимать как запись деления нескольких чисел. Если левую и правую части этого равенства понимать как частные, то оказывается, что они не равны между собой:

$$40 : 35 : 120 = \frac{40}{35 \cdot 120} = \frac{1}{105};$$

$$8 : 7 : 24 = \frac{8}{7 \cdot 24} = \frac{1}{21}.$$

Следовательно, запись $x_1 : x_2 : x_3 = 8 : 7 : 24$ является лишь кратким обозначением условия задачи о прямо пропорциональном делении.

Прямо пропорциональное деление часто применяется для практических расчетов, особенно при изготовлении смесей, сплавов и растворов. Решим одну из таких задач: «Для борьбы с вредителями садов берут серу, негашеную известь и воду в отношении 6 : 3 : 50. Сколько надо взять каждого вещества для обработки 60 га, если на 1 га надо 25 кг этой смеси?»

Решение. Вычислим количество смеси для 60 га.

$$25 \cdot 60 = 1500 \text{ (кг)}.$$

Найдем количество серы, негашеной извести и воды для приготовления 1500 кг смеси. Число 1500 надо разделить прямо пропорционально числам 6 : 3 : 50.

$$1) \quad x_1 = 6x; \quad x_2 = 3x; \quad x_3 = 50x;$$

$$6x + 3x + 50x = 1500; \quad 59x = 1500; \quad x = \frac{1500}{59}.$$

$$2) \quad \text{Количество серы } x_1 = \frac{1500 \cdot 6}{59} \approx 150 \text{ (кг)}.$$

$$3) \quad \text{Количество негашеной извести } x_2 = \frac{1500 \cdot 3}{59} \approx 76 \text{ (кг)}.$$

$$4) \quad \text{Количество воды } x_3 = \frac{1500 \cdot 50}{59} \approx 1300 \text{ (кг)}.$$

Задание 113.

1. Разделить 240 прямо пропорционально числам 3; 5 и 4 (вычисления сделать устно).

2. Разделить проволоку длиной 9,37 м в отношении 2 : 5 : 7 (вычислить с точностью до 0,01 м).

Упражнения.

1447. Разделить:

1) 450 прямо пропорционально числам 2; 4; 9;

2) 360 в отношении 8 : 11 : 6;

3) 33,8 прямо пропорционально числам 10; 2; 3 и 11;

4) 3913 в отношении $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$;

5) 6464 в отношении $\frac{1}{2} : 0,3 : 1 \frac{1}{3}$;

6) 156 прямо пропорционально 0,2 : 0,3 : 1,4 : 0,5.

1448. Моток провода длиной 156 м разрезали на 3 части, длины которых пропорциональны числам 6, 5 и 2. Найти длину каждой части.

1449. Для приготовления крахмального клейстера берут по весу 1 часть крахмала, 1 часть холодной воды и 13 частей кипятку. Сколько надо взять крахмала для приготовления 7,5 кг клейстера?

1450. Для выведения чернильных пятен с одежды применяют раствор, который содержит три весовые части хлорной извести, две части стиральной соды и 100 частей воды. Сколько нужно взять извести и соды для получения 210 г раствора?

1451. Трое мальчиков собрали вместе 155 белых грибов. Они разделили их пропорционально своему возрасту. Сколько грибов получил каждый, если одному было 12 лет, другому 10 лет, а третьему 9 лет?

1452. Для приготовления какао берут порошок какао, молоко и сахар в отношении 0,3 : 20 : 2. Сколько нужно взять порошка какао и сахара для приготовления 500 г какао? 5 кг какао?

1453. Для приготовления стекла берут 24 части мела, 31 часть песку и 10 частей поташа. Сколько потребуется поташа, песка и мела для изготовления 520 кг стекла?

1454. На ремонте железнодорожного полотна работали три бригады рабочих. В первой было 24 человека, во второй 15, в третьей 16 человек. За один день они выполнили работу, которая оценивается в 171 руб. 60 коп. Сколько заработала каждая бригада, если все рабочие работали с одинаковой производительностью?

ОБРАТНО ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ДЕЛЕНИЕ.

Задача 1. Разделить 120 обратно пропорционально числам $\frac{1}{3}$, 2 и 4.

Выражение «разделить число обратно пропорционально данным числам» означает — разделить это число прямо пропорционально числам, обратным данным.

Итак решение задачи: разделить число обратно пропорционально числам $\frac{1}{3}$, 2 и 4, сводится к следующему:

1) Заменяем данные числа обратными им:

$$3, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}.$$

2) Делим 120 прямо пропорционально числам 3, $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$.

Решение. 1) $x_1 : x_2 : x_3 = 3 : \frac{1}{2} : \frac{1}{4}$;

$$x_1 : x_2 : x_3 = 12 : 2 : 1;$$

$$2) x_1 = 12x; x_2 = 2x; x_3 = x; 15x = 120; x = 8;$$

$$3) x_1 = 12 \cdot 8 = 96; x_2 = 2 \cdot 8 = 16; x_3 = 8.$$

Обратно пропорциональное деление можно использовать при решении таких задач на обратно пропорциональные величины, в которых значение одной из величин равно сумме нескольких неизвестных чисел.

Задача 2. Одно и то же расстояние скорый поезд проходит за $7\frac{1}{3}$ часа, а пассажирский за 10 час. Где произойдет встреча этих поездов, если они одновременно вышли навстречу друг другу со станций, расстояние между которыми равно 442 км?

Для решения задачи достаточно узнать, какое расстояние прошел до встречи один из поездов. Скорый поезд пройдет большее расстояние, так как его скорость больше. Если бы, например, одно и то же расстояние скорый поезд прошел за 5 час., а пассажирский за 15 час., то при встрече скорый поезд прошел бы в 3 раза большее расстояние, чем пассажирский. Следовательно, для решения задачи надо 442 км разделить обратно пропорционально числам $7\frac{1}{3}$ и 10.

Решение.

1. Заменяем данные числа $7\frac{1}{3}$ и 10 обратными им:

$$\frac{3}{22} \text{ и } \frac{1}{10}.$$

2. Делим 442 прямо пропорционально числам $\frac{3}{22}$ и $\frac{1}{10}$:

$$x_1 : x_2 = \frac{3}{22} : \frac{1}{10} = 15 : 11;$$

$$x_1 + x_2 = 442;$$

$$x_1 = \frac{442 \cdot 15}{26} = 255.$$

Скорый поезд прошел до встречи 255 км. Поезда встретятся на расстоянии 255 км от той станции, из которой вышел скорый поезд.

Задача 3. Первый рабочий выполняет норму за $6\frac{1}{4}$ часа, второй за 5 час. и третий за $4\frac{1}{2}$ часа. Работая некоторое время, они сделали 917 изделий. Сколько изделий сделал каждый из них?

Время выполнения нормы и количество изделий, вырабатываемых за одно и то же время, — величины обратно пропорциональные. Если бы, например, один рабочий выполнял норму за 4 часа,

а другой за 8 час., то за одно и то же время первый сделал бы в 2 раза больше изделий, чем второй.

Следовательно, для решения данной задачи надо 917 разделить обратно пропорционально числам $6\frac{1}{4}$, 5 и $4\frac{1}{2}$ или прямо пропорционально $\frac{4}{25}$, $\frac{1}{5}$ и $\frac{2}{9}$.

Решение.

$$1) x_1 : x_2 : x_3 = \frac{4}{25} : \frac{1}{5} : \frac{2}{9};$$

$$x_1 : x_2 : x_3 = 36 : 45 : 50.$$

$$2) x_1 = 36x; x_2 = 45x; x_3 = 50x;$$

$$131x = 917; x = 7.$$

$$3) x_1 = 36 \cdot 7 = 252 \text{ (изд.);}$$

$$x_2 = 45 \cdot 7 = 315 \text{ (изд.);}$$

$$x_3 = 50 \cdot 7 = 350 \text{ (изд.).}$$

Задание 114.

1. Разделить 250 обратно пропорционально числам $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$ и 1. Вычисление провести: 1) точно; 2) приближенно, с точностью до 0,01.

2. Как разделить данное число прямо пропорционально заданным числам?

3. К какой задаче сводится задача о делении данного числа обратно пропорционально заданным числам?

Упражнения.

1455. Разделить:

1) 65 обратно пропорционально 3; 2 и 4;

2) 322 обратно пропорционально 3; 5 и 1;

3) 34 обратно пропорционально $\frac{1}{2}$; 0,75 и $\frac{5}{6}$;

4) 931 обратно пропорционально $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; 0,8;

5) 980 обратно пропорционально 12; 9; $\frac{1}{2}$; $\frac{4}{13}$;

6) 124,6 обратно пропорционально $\frac{1}{3}$; 0,9; 1,5 и 6.

1456. Три числа относятся как 3 : 5 : 10. Третье число равно 12. Вычислить первые два числа.

1457. Три числа относятся как 0,4 : 1,2 : 0,6. Третье число на 11,7 меньше второго. Чему равно каждое из трех чисел?

1458. При делении данного числа обратно пропорционально 5; 4 и 6 оказалось, что большая часть на 9,7 больше меньшей части. Чему равно данное число и на какие три части его разделили?

1459. Два насоса, действуя один после другого, наполнили водоем за 42 часа. Первый давал в час 64 гл воды, второй 48 гл. Сколько часов действовал каждый насос, если через тот и другой поступило одно и то же количество воды?

1460. Чтобы приготовить замазку для аквариумов и сосудов (для воды) с деревянными каркасами, берут мел, свинцовый сурик и олифу пропорционально числам 5; 3,5 и 1. Сколько нужно взять каждого из веществ для приготовления 0,5 кг замазки?

1461. Первый спортсмен пробегает 100 м за 12 сек., а второй за 13 сек. Сколько метров пробежит каждый спортсмен до встречи, если они начнут бег одновременно и навстречу друг другу, разойдясь на 200 м?

1462. Мастер изготавливает одну деталь за 5 мин., ученик изготавливает такую же деталь за 9 мин. Работая вместе, они изготовили 84 детали. Сколько деталей изготовил каждый?

1463. На окраску стен в помещении нужно 36 кг краски. Во время ремонта решили окрасить стены в два цвета: верх светлой краской, а низ темной. Сколько понадобится той и другой краски, если высота стен 3 м, а высота части стены, окрашенной в темный цвет, 1,8 м?

1464. 1) Колхозник поехал на луг за сеном и взял с собой трех сыновей: 15 лет, 12 лет и 10 лет. Обратный путь в 13,5 км мальчики по очереди ехали на возу, причем расстояние распределили обратно пропорционально возрасту. Сколько километров проехал каждый из них на возу?

2) На севе яровых было занято 217 тракторов разных марок с нормой выработки за смену 20 га, 48 га и 88 га на трактор. Каждая группа тракторов одной и той же марки засеяла одинаковую площадь. Сколько было тракторов каждой марки?

1465. Контрольное задание.

1. Разделить 765 обратно пропорционально числам 5; 4 и $3\frac{1}{3}$.

2. При ежедневном расходе 5,6 т каменного угля его хватит на 50 дней. На сколько хватит этого запаса, если расход уменьшить на 1100 кг?

3. Решить уравнение:

$$0,4x : 2 \frac{7}{15} = 4,05 : 2 \frac{5}{16}.$$

1466. Контрольное задание.

1. Разделить 46,2 прямо пропорционально числам 0,4; 6; 9.
2. Если скорость велосипедиста равна 20,4 км в час, то он проедет путь за 3 часа 20 мин. За сколько времени он проедет этот путь, двигаясь со скоростью 17 км в час?
3. Решить уравнение:

$$6,4 : \frac{2}{3} x = 1 \frac{1}{4} : \frac{5}{16}.$$

Х. ПОВТОРЕНИЕ ПРОЙДЕННОГО

Перед началом повторения пройденного следует прочитать указания в § 128.



ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ.

1. Почему на практике мы часто пользуемся приближенными числами?
2. Что называется абсолютной погрешностью приближенного числа?
3. Как оценивается абсолютная погрешность, если неизвестно точное значение величины?
4. Что называется относительной погрешностью приближенного числа?
5. Какое значение имеет относительная погрешность для оценки качества измерения или вычисления?
6. Какие цифры приближенного числа называют верными? Какие называют сомнительными?
7. Сколько сомнительных цифр обычно оставляют в записи приближенного числа?
8. Какие цифры приближенного целого числа называют значащими?
9. Какие цифры приближенного числа, выраженного десятичной дробью, называют значащими?
10. Каким правилом следует пользоваться при округлении суммы и разности приближенных чисел?
11. Каким правилом следует пользоваться при округлении произведения и частного приближенных чисел?

12. Каким правилом следует пользоваться при выполнении действия над числами, одно из которых точное число, а другое приближенное?

13. Как нужно предварительно округлять данные, чтобы упростить действия с приближенными числами?

ПРОЦЕНТЫ.

1. Что называется процентом?
2. Как любое число выразить в процентах?
3. Как можно любое число процентов выразить натуральным или дробным числом?
4. Как вычислить один процент от данного числа?
5. Как вычислить число, если известно значение 1% этого числа?
6. Какими способами можно вычислить несколько процентов данного числа?
7. Какими способами можно вычислить число, если известны несколько процентов его?
8. Как выразить отношение двух чисел в процентах?
9. Записать формулы, с помощью которых можно решать три основные задачи на проценты.

ПРОПОРЦИИ.

1. Как заменить отношение дробей отношением натуральных чисел?
2. На каком свойстве частного основана замена отношения дробей отношением натуральных чисел?
3. Что значит сократить члены отношения и упростить отношение?
4. На каком свойстве частного основано сокращение членов отношения?
5. Что называется пропорцией и как называются ее члены?
6. Как проверить пропорцию?
7. В чем заключается основное свойство пропорции?
8. Как можно применить основное свойство пропорции для перестановки ее членов?
9. Как можно решить уравнение, если оно имеет форму пропорции, один из членов которой неизвестен?
10. Какие две величины называются прямо пропорциональными?

11. Какие две величины называются обратно пропорциональными?
12. Существуют ли непропорциональные величины?
13. Как разделить число прямо пропорционально данным числам?
14. Как разделить число обратно пропорционально данным числам?

§ 164. УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ.

1467. Выполнить действия над приближенными числами, применяя к каждому из упражнений два способа вычисления: а) без предварительного округления данных; б) с предварительным округлением данных:

- 1) $7,8345 - 6,28 + 1,451 - 0,8359$;
- 2) $85\ 946 - 4200 - 54\ 300 + 7390$
(числа 4200 и 54 300 даны с точностью до 100);
- 3) $102,07 \cdot 0,830$;
- 4) $0,079 \cdot 9,75368$;
- 5) $0,035281 : 0,351$;
- 6) $203\ 409 : 0,190$.

1468. Выполнить действия над приближенными числами:

- 1) $3,4729 : 0,43 + 0,0571 \cdot 1,297$;
- 2) $340\ 000 : 547 + 124 \cdot 39$
(первое число дано с точностью до 100);
- 3) $14,75 \cdot 72,39 - 141,29 : 23,75$;
- 4) $(4,37 + 0,437 - 0,0437) \cdot 5$
(число 5 точное);
- 5) $3,48 \cdot 2,7 \cdot 0,7293 - 13,49 : 25,5$;
- 6) $17,299 + \frac{1}{3} \cdot 4,270 \cdot 4,00$ (число $\frac{1}{3}$ точное).

1469. Вычислить:

- 1) 52% от 142 руб.;
- 2) 3,5% от 40,4 км;
- 3) 14,5% от 200 м;
- 4) 0,75% от 34 га;
- 5) 4,3% от 342 т;
- 6) 12% от 12%.

1470. Найти число, если:

- 1) 12% его составляют 2010 кв. м;
- 2) $3\frac{1}{2}$ % его равны 77 км;

- 3) 1,25% его равны 5 га; 5) 1,8% его равны 900 кг;
 4) 10,2% его равны 3,4 л; 6) 0,03% его равны $12\frac{3}{20}$.

1471. Выразить в процентах отношения:

- 1) 15,7 : 33,1; 4) 49 руб. : 74 руб.;
 2) $1\frac{2}{3}$: 576; 5) 37,2 ц : $3\frac{1}{2}$ т;
 3) $102\frac{2}{7}$: 92,8; 6) 27,4 га : 1,3 кв. км.

1472. Решить уравнения:

- 1) $x : 8,5 = 23,4 : 15$; 4) $12 : 4,5 = 0,03 : 0,9 x$;
 2) $13\frac{1}{2} : x = 11 : 0,11$; 5) $5\frac{1}{3} x : 5,6 = 5\frac{1}{4} : 2,1$;
 3) $8\frac{2}{3} : 0,04 = \frac{2}{5} x : 0,5$; 6) $0,46 : 0,012x = 0,92 : 0,08$.

1473. Произвести всевозможные перестановки членов пропорции:

- 1) $\frac{0,8}{2} = \frac{5}{12,5}$; 2) $\frac{3}{4} : 6 = 2\frac{1}{3} : 18\frac{2}{3}$.

Проверить полученные пропорции.

1474. Разделить:

- 1) число 220 прямо пропорционально числам 2,1 и 0,1;
 2) число 34,5 обратно пропорционально $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$;
 3) число 68,6 обратно пропорционально числам $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$;
 4) число 2,35 прямо пропорционально $\frac{1}{3}$; 0,25 и 0,2;
 5) число 50 в отношении $\frac{2}{3} : \frac{5}{6} : \frac{7}{12}$;
 6) число 705 разделить на части прямо пропорционально числам 2,10 и $1\frac{1}{3}$ и обратно пропорционально этим же числам.

1475. Каждое ребро куба увеличили на 40%. На сколько процентов увеличится объем куба? На сколько процентов увеличится его поверхность?

1476. Стронтельные организации города по плану за год должны были сдать 72,8 тыс. кв. м жилой площади. В первом квартале было выполнено $\frac{2}{7}$ плана, во втором 35% плана, в третьем $\frac{3}{14}$ плана, а в четвертом квартале было сдано 21,84 тыс. кв. м. На сколько процентов перевыполнен годовой план? В каком квартале квартальный

план был невыполнен и на сколько процентов? (Считать квартальный план равным $\frac{1}{4}$ годового.)

1477. В 1961 г. кукурузой по стране было занято 25,7 млн. га, а сахарной свеклой на корм скоту 1,3 млн. га. В 1962 г. посевные площади составили: под кукурузой 145%, а под свеклой (на корм скоту) 220% от площадей, отводившихся в 1961 г. Вычислить, на сколько миллионов гектаров увеличились посевные площади под этими культурами?

1478. Колхоз за год получил по 76 ц мяса на 100 га пашни; молока получено по 527 ц на 100 га земли. В следующем году запланировано получить мяса 91 ц, молока 575 ц. Вычислить в процентах намеченный прирост производства мяса и молока.

1479. Прядильная фабрика выработала за месяц сверх плана 22 т пряжи, перевыполнив план на 5,5%. Из всей выпущенной пряжи первый сорт составил 97,5% при плановом задании в 96%. Сколько пряжи первого сорта выработала фабрика сверх плана? Написать числовую формулу.

1480. Шахта выдала за месяц 388 800 т каменного угля, перевыполнив задание плана на 8,0%. В следующие два месяца задание было увеличено на 15% и перевыполнялось на 10%. Вычислить процент выполнения квартального плана добычи угля (до 0,1%).

1481. На рисунке 131 изображена в виде диаграммы численность населения некоторых городов СССР (в тысячах человек, по данным 1959 г.). Приняв численность населения Москвы за 100%, выразить в процентах население остальных городов (до 0,1%).

1482. На рисунке 132 изображена секторная диаграмма «Распределение учащихся в СССР между школами различного вида к началу 1962/63 учебного года». Зная, что число учащихся во всех школах СССР составляло в то время 42,4 млн. чел., вычислить до 0,1 млн. численность учащихся в школах каждого вида.

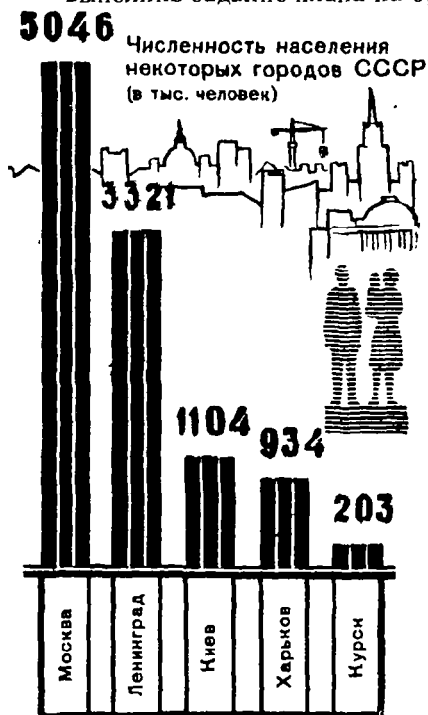


Рис. 131.

1483. Из бассейна в первый час выкачали 25% всей воды, затем 10% остатка, после чего в нем осталось 13,5 куб. м воды. Сколько воды было в бассейне первоначально и сколько воды выкачали в первый час?

1484. Первая в мире советская атомная электростанция расходует в день 35 г урана. Сколько каменного угля заменяет это количество урана, если 0,4 г урана дает столько же тепла, что и 1 т угля?

1485. Из 1 ц картофеля получается 1 пуд крахмала. Сколько нужно взять картофеля, чтобы получить 1 ц крахмала?

1486. Автобус, двигаясь со средней скоростью 48 км в час, прошел расстояние между городами за 6 час. 18 мин. За сколько времени пролетит это расстояние пассажирский самолет, средняя скорость которого равна 252 км в час?

1487. Зубчатое колесо, имеющее 30 зубцов, делает 50 оборотов в 1 мин. Зубчатое колесо, сцепленное с первым, делает 75 оборотов. Сколько зубцов имеет второе колесо?

1488. Педальное колесо велосипеда имеет 46 зубцов, а соединенная с ним цепью зубчатка заднего колеса 18 зубцов. Велосипедист сделал 36 оборотов педальным колесом. Сколько оборотов сделало заднее колесо?

1489. Трактор за 2 часа 30 мин. работы израсходовал 22,5 л керосину. Сколько керосина нужно для 7 час. работы?

1490. Куплено 2,5 кг конфет ценой 2,52 руб. за 1 кг. Сколько за такую же сумму можно купить конфет ценой 1,8 руб. за 1 кг?

1491. Комбайнер, убирая в среднем по 26,4 га в день, убрал участок за 12 дней. Сколько он должен был убирать в день, чтобы закончить работу за 11 дней?

1492. Девять автомашин перевезли груз за 11 рейсов. За сколько рейсов перевезут этот груз 11 автомашин?

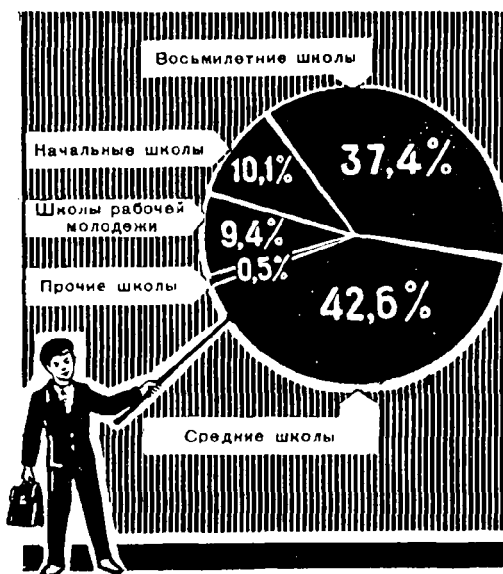


Рис. 132.

1493. Главный вал делает 250 оборотов в 1 мин. Какого диаметра надо насадить на него шкив, чтобы с помощью ременной передачи другой шкив с диаметром 160 мм делал 400 оборотов в 1 мин.?

1494. Для перевозки груза требовалось 16 трехтонных машин. Автобаза выделила для этого одну трехтонную машину, а остальные пятитонные. Сколько пятитонных машин выделила автобаза?

1495. При бурении скважины в мягком грунте норма времени составляет 0,75 часа на 1 м, а в твердой породе на 4,65 часа больше. В мягком грунте скважина пробурена за 33 рабочих часа. Сколько времени потребуется, чтобы пробурить скважину такой же глубины в твердой породе?

1496. Если пароход будет делать по 22 км в час, то он сделает рейс за $10\frac{1}{5}$ часа. Сколько времени он затратил на рейс, если на самом деле он двигался со скоростью 18,7 км в час?

1497. За 35 мин. автомобиль проехал 42 км. Какое расстояние он проедет за $1\frac{3}{4}$ часа? За сколько времени он проедет 133 км?

1498. Из 120 посеянных семян 115 взошло. Сколько семян с такой же всхожестью нужно посеять, чтобы получить 575 растений? Сколько всходов получим, если посеем 576 семян?

1499. Пароход, двигаясь со средней скоростью $18\frac{3}{4}$ км в час против течения реки, затратил на рейс 6 час. 24 мин. На обратном пути его скорость была на $6\frac{1}{4}$ км в час больше. Сколько времени он затратил на обратный путь?

1500. Звено колхозниц за $4\frac{1}{2}$ часа сделало прорывку свеклы на участке длиной 240 м и шириной 80 м. Сколько времени потребуется этому звену для прорывки свеклы на участке длиной 180 м и шириной 160 м?

У к а з а н и е . Решать с помощью числовой формулы.

1501. За 3,7 часа учащиеся школы проползли на колхозном огороде участок длиной 92,5 м и шириной 24 м. Сколько времени потребуется им для прополки другого участка длиной 88,5 м и шириной 32 м?

У к а з а н и е . Решать с помощью числовой формулы.

1502. Три земснаряда (рис. 133) за сутки укладывают около 120 000 куб. м грунта. Какой длины плотину смогут намыть 9 таких земснарядов за 4 суток, если в среднем ширина плотины 64 м, а высота 24 м?

У к а з а н и е . Решать с помощью числовой формулы.

1503. Звеньевая расчитала, что звено в составе 20 человек, выполняя норму в 0,12 га на одного человека в день, закончит обработку участка за 10 дней. За сколько дней выполнят эту работу 25 человек, работая с той же производительностью?

За сколько времени закончат эту работу 32 человека, выполняя по 15 соток в день?

1504. Прямоугольный участок земли размерами 750 м × 660 м намечено засеять гречихой из расчета 0,7 ц на 1 га. Однако норму высева пришлось увеличить на 20 кг на 1 га. Какую площадь можно засеять семенами, отпущенными согласно первоначальному расчету? Сколько семян нужно добавить, чтобы закончить сев на всей площади?

1505. Для 54 коров на 30 дней заготовлено 24,3 т силоса. Сколько силоса нужно заготовить для 72 коров на 40 дней, если увеличить норму выдачи силоса на 20%?

1506. Пешеход тратит на прохождение некоторого пути 1 час, делая в минуту 120 шагов длиной по 75 см каждый. Сколько времени затратит на тот же путь другой пешеход, если он будет делать ежеминутно по 125 шагов длиной по 80 см каждый?

1507. Свинцовая пластинка имеет размеры 4,05 дм × 3,6 дм × 1,9 см. Как велика толщина другой свинцовой пластинки такого же веса, длина которой 8,55 дм, а ширина 3,24 дм? Написать числовую формулу.

1508. Для двух автомашин «ЗИЛ-110» на 100 км пути нужно 54 л бензину. Сколько бензина израсходуют три такие машины на расстоянии 120 км?

1509. Участок поля в 30 га был скошен тракторной косилкой за 10 час. Сколько конных косилок нужно, чтобы скосить участок за это же время, если производительность конной косилки составляет 10% производительности тракторной косилки? За сколько часов участок будет скошен самоходной косилкой, производительность которой в $2\frac{1}{6}$ раза больше производительности тракторной косилки?

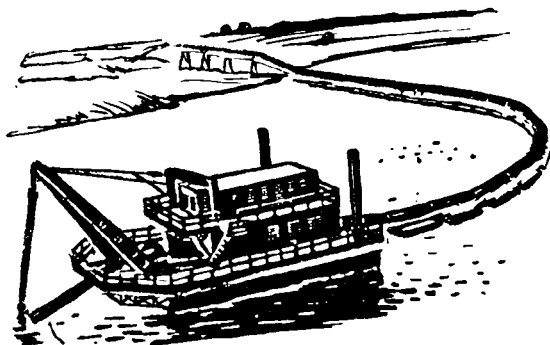


Рис. 133.

1510. Бригада рабочих при 7-часовом рабочем дне может выполнить работу за 15 дней. За сколько дней выполнит эту работу та же бригада при 6-часовом рабочем дне, если увеличить производительность труда на 26%?

1511. Плата за электроосвещение в течение 20 дней при 6 электролампах составила 2 руб. 88 коп. Сколько придется заплатить за 5 таких же лампочек, если пользоваться ими 30 дней?

1512. В первый день турист прошел 40% пути, во второй 20% остатка, остальной путь пройден за третий и четвертый дни пропорционально числам 5 и 7. Какова длина всего пути, если в четвертый день турист прошел 28 км?

1513. Комбайнер убрал пшеницу за 3 дня. В первый день он убрал 30% всего участка; площади, убранные во второй и третий дни, относились как 3 : 4. Какова площадь всего участка, если в третий день убрано на 5 га больше, чем в первый?

1514. Три колхоза сообща построили мост через реку. Первый колхоз внес 35% стоимости моста, а остальную сумму внесли второй и третий колхозы в отношении 2 : 3. Известно, что третий колхоз внес на 240 руб. больше, чем первый. Во сколько рублей обошлась постройка моста и сколько внес каждый колхоз?

1515. В три палатки были доставлены яблоки. Первая палатка получила $14\frac{1}{2}\%$ всех яблок, остальные яблоки распределены между второй и третьей палатками пропорционально числам 9 и 10, причем во вторую палатку поступило яблок на 135 кг меньше, чем в третью. Яблоки были проданы по 55 коп. за 1 кг. Сколько рублей выручили за яблоки все три палатки?

1516. Обувной магазин получил мужскую и женскую обувь, всего 840 пар. Количества мужской и женской обуви пропорциональны числам 2,5 и 3,5. За день продано 42% мужской обуви по 20 руб. 80 коп. за 1 пару и 35% женской обуви по 19 руб. 20 коп. за 1 пару. Сколько выручил магазин за проданную обувь?

1517. Два поезда вышли одновременно навстречу друг другу с двух станций, отстоящих на 820 км. При встрече поездов выяснилось, что пройденные ими пути относятся как $1,4 : 1\frac{1}{3}$. Найти средние скорости поездов, если через 5 час. 36 мин. расстояние между ними составляло 30% расстояния между станциями.

1518. В технической библиотеке завода были книги на русском, немецком и английском языках. Книг на иностранных языках было

5520, причем количества книг на английском и немецком языках были пропорциональны числам 1 и 1,875, число книг на русском языке составляло 180% числа книг на немецком языке. Сколько всего книг в библиотеке?

1519. Колхоз отвел под кормовые культуры: кукурузу, свеклу и бобовые — 740 га, причем отношение площадей, отведенных под каждую из культур, было равно $1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{3} : \frac{1}{4}$. На следующий год посеvy кукурузы увеличены на 15%, а посеvy бобовых на 37,5%. Сколько гектаров отведено под кормовые культуры во второй год?

1520. Молочнотоварная ферма колхоза получила за квартал 5,60 тыс. ц молока, причем надой молока в первый, второй, третий месяцы были пропорциональны числам 5, 11 и 12. По плану в первый месяц нужно было получить 1,2 тыс. ц, во второй 2 тыс. ц, а в третий 2,2 тыс. ц. На сколько процентов выполнен план надоя в каждый месяц?

1521. Со склада в первый день отпустили угля на 12 т, или в 1,3 раза, меньше, чем во второй день, а в третий день 37,5% того, что было отпущено в первые два дня. Сколько угля отпускали каждый день?

1522. Три школы помогали колхозу в уборке початков кукурузы. Одна школа собрала початки с 30% участка, вторая сделала $83\frac{1}{3}\%$ того, что сделала первая школа, а третья школа убрала на 10 га больше, чем вторая. Чему равна площадь участка, с которого школьники собрали урожай?

1523. Три пионерских отрядов обязались собрать 12 т металлического лома. Первый отряд собрал лома в полтора раза больше, чем второй. Третий отряд собрал 40% того, что первый, причем третий отряд собрал на 2,4 т меньше, чем второй отряд. На сколько процентов перевыполнено обязательство?

1524. Для трех школ нужно заготовить дрова. Второй школе нужно было заготовить $\frac{3}{4}$ того, что нужно было первой школе, а третьей школе 120% того, что нужно было второй. После того как заготовили 106 куб. м, осталось заготовить еще 60% общего количества. Сколько дров нужно заготовить каждой школе?

1525. Под спортивную площадку отведено $26\frac{2}{3}\%$ всей площади школьного участка, под сад 22,5% всей площади, а площадь питомника составляет 24% площади сада. Оставшуюся часть участка отвели под опытное поле и площадку для игр, причем под опытное поле отведено на 363 кв. м больше, чем под площадку для игр. Вычислить площадь питомника и площадь сада, если известно, что

площадь опытного поля составляет 144% площади игровой площадки.

1526. Лыжная мазь для оттепели состоит из льняного масла, канифоли и соснового дегтя, взятых в отношении 3 : 7 : 15. Сколько нужно взять каждого из указанных веществ для приготовления 12 кусков мази весом по 50 г?

1527. Лыжная мазь для зернистого снега готовится из льняного масла, канифоли и автoла, взятых в отношении 17 : 41,5 : 41,5. Сколько нужно взять каждого из указанных веществ для приготовления 500 г мази?

1528. С участка площадью 85 га собрали 156,4 т пшеницы. Сколько соберут пшеницы с поля размерами 750 м × 1200 м, если урожайность повысить на 20%?

1529. Для настила пола в здании требовалось 400 досок длиной 4,5 м и шириной 16 см. Вместо этих досок взяли доски, длина которых на 20% меньше, а ширина на 20% больше. Сколько потребуются таких досок для настила пола? Написать числовую формулу.

1530. Из 3,5 т золотосодержащего песка намывают примерно 1,4 г золота. Найти процент золота в песке. Сколько нужно промыть песка, чтобы получить 1 кг золота?

1531. Два шофера сэкономили вместе за месяц 250 л бензина, причем количество бензина, сэкономленного первым и вторым шоферами, относится как 3 : 2. За экономию бензина шофер получает премию, равную 48,7% стоимости сэкономленного бензина. Какую премию получит каждый шофер, если 1 л бензина стоит 8 коп.?

1532. Доярка выработала 200 трудодней. Ее сменила другая доярка, которая выработала 100 трудодней. План надоя был перевыполнен на 600 л, за что дояркам выдали 15 % молока, полученного сверх плана. Сколько молока получила каждая доярка за перевыполнение плана?

1533. На обработку одной детали первый рабочий затрачивает 10 мин., второй 12 мин., а третий 16 мин. Сколько деталей обработал каждый, если все вместе они обработали 2478 деталей?

1534. Руда содержит 19% (по весу) свинца. На заводе во время переработки руды теряется 14% содержащегося в руде свинца. Сколько нужно переработать руды, чтобы получить на заводе 47 т свинца?

1535. Смешано 250 т руды, содержащей 68% железа, и 370 т руды, содержащей 42% железа. Сколько процентов железа содержит эта смесь?

1536. Для большинства комнатных растений рекомендуется следующий состав почвы: дерновая и листовая земля, перегной и

песок в отношении $2 : 1 : 1 : 0,2$. Сколько нужно взять каждой из составных частей для приготовления 5 кг почвы?

1537. Периметр прямоугольника равен $2,2 \text{ м}$, стороны относятся как $3 : 2,5$. Найти площадь

1538. Масштаб карты равен $\frac{1}{50000}$. Участок леса на плане имеет вид прямоугольника, основание которого равно 12 см , а высота на 25% меньше. Найти площадь участка в гектарах и квадратных километрах.

1539. Периметр треугольника равен $7,4 \text{ дм}$, его стороны пропорциональны числам $5; 6$ и $7,5$. Найти стороны.

1540. Вычислить площади фигур, изображенных на рисунке 134. Измерения выполнить с точностью до $0,1 \text{ см}$.

1541. Вычислить площади земельных участков (рис. 135), если первый участок изображен в масштабе $\frac{1}{25000}$, а второй участок в масштабе $\frac{1}{100000}$.

1542. Кусок железа имеет форму прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны $14,5 \text{ см}$, $24,2 \text{ см}$ и $30,8 \text{ см}$. Вычислить давление, производимое этим куском, если его поставить на каждую из различных граней? (Удельный вес железа взять из таблицы в учебнике физики.) Написать числовую формулу.

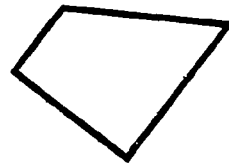
1543. Вычислить давление воды в месте наибольшей глубины Черного моря, если известно, что эта глубина достигает 2245 м , а удельный вес морской воды равен $1,03 \text{ г/см}^3$. Во сколько раз это давление больше того, какое производит столбик ртути высотой 2 м ? (Удельный вес ртути взять из таблицы.)

1544. Сумма одного числа и 24% второго числа составляют $13,72$, а 15% разности искоемых чисел равны $1,035$. Чему равно каждое из чисел, если второе число меньше первого?

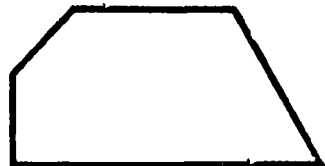
1545. Для перевозки груза были выделены три автомашинны, грузоподъемности которых относятся как $5 : 14 : 10$.



Рис. 134.



1



2

Рис. 135.

Сначала первая автомашина перевезла $33\frac{1}{3}\%$ груза, затем вторая перевезла столько же, после чего остальной груз перевезла третья автомашина. На всю перевозку было затрачено 13 час. Сколько часов была занята каждая из автомашин?

1546. Туристский маршрут рассчитан на 26 дней. Предположено одинаковые расстояния пройти пешком, делая в день по 20 км, проплыть на байдарках, делая в день по 30 км, и проехать на лошадях, делая в день по 40 км. Сколько дней будет затрачено на каждый вид передвижения?

Контрольные задания.

1547. 1) Расстояние от Свердловска до Челябинска равно 262 км. Из этих городов навстречу друг другу вышли два поезда. Первый шел со средней скоростью 48 км в час. Второй вышел на $\frac{1}{4}$ часа позже, а его скорость составляла $\frac{13}{12}$ скорости первого поезда. Через сколько времени после отхода первого поезда эти поезда встретятся?

2) Вычислить: $(5809 \cdot 457 + 1\ 407\ 232 : 368 - 1\ 293\ 432) : (449\ 400 + 3\ 279\ 570 : 582)$.

3) Решить уравнение: $\frac{7,32}{5x} = 2$.

1548. 1) Автобус проезжает расстояние между городами за $4\frac{1}{2}$ часа, а легковой автомобиль за 3 часа. Через сколько времени они встретятся, если выедут из этих городов одновременно навстречу друг другу?

2) Вычислить: $\frac{1394615 : 205 + 21378 : 42}{3216 + 16 \cdot 16 \cdot 16}$.

3) Решить уравнение: $\frac{0,9x}{89,1} = 6$.

1549. 1) В 7 час. 30 мин. от речной пристани отошел пароход и двигался со средней скоростью 18 км в час. В 8 час. 6 мин. вслед за ним отправилась моторная лодка, скорость которой была на 25% больше скорости парохода. На каком расстоянии от пристани моторная лодка догонит пароход?

2) Вычислить: $\left(\frac{6400 \cdot 450 - 320 \cdot 6250}{40000} \cdot 250\ 000 - 4\ 500\ 001 \right) : 7$.

3) Решить уравнение: $\frac{15x}{2,8} = \frac{2\frac{1}{4}}{2\frac{1}{3}}$.

1550. 1) Теплоход прошел расстояние по течению реки за $2\frac{2}{5}$ часа, двигаясь со средней скоростью $37\frac{1}{2}$ км в час. Сколько времени он затратит на обратный рейс, если скорость течения реки в среднем равна 40 м в мин.?

2) Вычислить: $4\frac{7}{12} + 5\frac{21}{50} : \left(61 - 221 : 32\frac{1}{2}\right) + \frac{16}{31} \cdot 2\frac{171}{240}$.

3) Решить уравнение: $\frac{6\frac{2}{3}}{0,5x} = \frac{5,4}{81}$.

1551. 1) Два отреза сукна ценой по 16 руб. 80 коп. за метр стоили вместе 88 руб. 20 коп. Сколько стоил каждый отрез, если известно, что в одном было на $\frac{3}{4}$ м больше, чем в другом?

2) Вычислить: $\left[\left(2\frac{3}{5} \cdot 4\frac{2}{3} + \frac{3}{20} : \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{15} - 6 : \frac{1}{28}\right] \cdot \frac{4}{11}$.

3) Разделить 95 обратно пропорционально числам $\frac{4}{7}, 2\frac{2}{3}, 4$.

1552. 1) Средняя температура за двое суток составила $24^\circ\frac{1}{2}$, во вторые сутки было на 4° теплее, чем в первые. Найти температуру в первые и во вторые сутки.

2) Вычислить: $7,5 \cdot [2,008 - (1,02 + 3,42 : 11,4)] : 0,8$.

3) Упростить отношение: $5\frac{19}{25} : 26,4$.

1553. 1) Периметр прямоугольника равен 75,6 м, основание в $3\frac{1}{2}$ раза больше высоты. Найти площадь прямоугольника.

2) Вычислить: $\frac{22,45 - 3,36 : 0,3}{2,7 : 0,18 + 0,065 : 0,013} : 0,05 \cdot 0,04$.

3) Решить уравнение: $2\frac{1}{3}x - \frac{2}{9} = \frac{32}{45}$.

1554. 1) За три рабочих дня каменщик уложил 32,4 куб. м кирпичной кладки. Во второй день он сделал в $1\frac{1}{4}$ раза больше, чем в первый день, а в третий сделал 90% того, что сделано во второй день. Сколько кубических метров кирпичной кладки укладывал каменщик в каждый из трех дней?

2) Вычислить: $\frac{15,2 \cdot 0,975}{0,28 \cdot 0,07 - 0,75} + \frac{(4 - 1,15 \cdot 0,4) \cdot 24}{8,9 + 10 \cdot 100}$.

3) Решить уравнение: $12 \frac{1}{4} x + 3 : 8 = 9 \frac{1}{8}$.

1555. 1) В январе совхоз израсходовал силоса в 1,2 раза больше, чем в декабре, а в феврале 85% того, что было израсходовано в январе. Сколько тонн силоса израсходовано за три зимних месяца, если известно, что в январе израсходовано на 64,8 т силоса больше, чем в феврале?

2) Вычислить: $\frac{0,035 \cdot 0,02 \cdot 0,5 - 0,78232 \cdot 0,254}{0,475 \cdot 0,04 \cdot 0,02}$.

3) Решить уравнение: $6 \frac{2}{3} - 6 \frac{3}{5} x = 6 \frac{13}{25}$.

1556. 1) В саду растут яблони, груши и сливы. Число яблонь составляет 85% всех деревьев сада, груш в $8 \frac{1}{2}$ раза меньше, чем яблонь, а сливовых деревьев на 26 меньше, чем грушевых. Сколько деревьев каждого вида в саду?

2) Вычислить: $\frac{6 \cdot 0,5 + 204 \cdot 5}{7,62 \cdot 0,25 - 0,918 \cdot 3,6} - \frac{0,032}{0,001}$.

3) Вычислить сумму и произведение чисел, обратных числам 2; 0,24; $2 \frac{2}{5}$; 1.

1557. 1) Один из рабочих может выполнить задание за 5 дней, другой тратит на эту работу на 50% времени больше. За сколько дней они выполнят эту работу, работая вместе?

2) Вычислить: $\left[6,3 + 3 \cdot \left(35 \frac{17}{42} - 10 \frac{3}{7} \cdot 0,4 \right) \right] \cdot \left(0,7 - \frac{1}{12} \right)$.

3) Решить уравнение: $7,5x - 3,3x - 3,2 = 1$.

1558. 1) В бассейн проведены три трубы. По двум трубам вода поступает в бассейн, а по третьей вытекает из него. Первая труба может наполнить бассейн за $4 \frac{1}{2}$ часа, вторая за 6 час., а через третью трубу вода из наполненного бассейна может вытечь за 9 час. Через сколько времени наполнится пустой бассейн, если открыть все три трубы?

2) Вычислить: $\frac{\left(3 \frac{4}{27} - 0,7 \cdot 1 \frac{2}{3} + \frac{7}{18} \right) : \frac{4}{27} - 8,3}{4,16 + 2 \frac{4}{5} \cdot 0,3}$.

3) Масштаб плана равен $\frac{1}{1500}$. Найти расстояния на местности, если на плане они составляют 7,5 см; 42,3 см; 18 мм. Отрезком какой длины изобразится на плане участок дороги длиной 135 м?

1559. 1) Два маляра должны были окрасить забор. Сначала один из них окрасил половину забора, затратив на это 3 часа 45 мин., затем к нему присоединился второй, и через 2 часа 30 мин. работа была окончена. За сколько времени мог закончить всю работу каждый из маляров?

2) Вычислить:
$$\frac{\left(5 \frac{1}{25} + 5 \frac{1}{25} \cdot 7,125\right) : 9,1 \cdot \frac{8}{27}}{2 - 1 \frac{2}{3} : 1,5} \cdot \frac{8}{15} : 0,8.$$

3) Участок земли имеет форму треугольника. Вычислить его площадь, если на плане с масштабом 1:10 000 основание треугольника равно 9,1 см, а высота 3,8 см.

1560. 1) Одна колхозница собрала 0,1 ц хлопка за 0,9 часа, другая 0,08 ц за 0,8 часа. За сколько времени они соберут 1 ц хлопка, работая одновременно?

2) Вычислить с точностью до 0,1:

$$1,5 \cdot \left(2,652 : 1,3 - 1 \frac{17}{30} + 0,06\right) + 3,7 \cdot \left(5,4 - \frac{5}{27} : \frac{25}{48}\right).$$

3) Выразить с точностью до 0,1% отношение $4 \frac{3}{7} : 4,3$ и обратное отношение.

1561. 1) В магазин привезли муку трех сортов: муки первого сорта было 44% всего количества, а количества муки второго и третьего сортов относились как 0,05 : 0,125. При этом муки третьего сорта было на 288 кг больше, чем муки второго сорта. Сколько привезли муки каждого сорта?

2) Вычислить с точностью до 0,1:

$$\frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{9} \cdot 1,8 + \frac{3}{26} \cdot 3,25\right) \cdot 595}{\frac{2}{3} \cdot 72}.$$

3) Найти среднее арифметическое: 1 кг 23 г; 995 г; 1,03 кг.

1562. 1) Площади участков, вспаханных тремя трактористами, относятся как 0,25 : 0,5 : 1. Сколько всего вспахано земли, если известно, что первый и второй трактористы вместе вспахали на 1,65 га меньше, чем третий?

2) Вычислить с точностью до 0,1:

$$\left(82,15 - 15,2 : 2 \frac{2}{3}\right) \cdot 0,05 : 0,25 + \left(0,81 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(0,81 - \frac{1}{2}\right).$$

3) В колхозе две полеводческие бригады. Первая бригада собрала ржи по 18,7 ц с каждого из 115 га, а вторая по 22,5 ц с 184 га. Вычислить урожай с 1 га по всему колхозу.

1563. 1) Из $573 \frac{3}{4}$ м сукна шириной $1 \frac{1}{4}$ м сшито 204 пальто. Сколько таких пальто можно сшить из $112 \frac{1}{2}$ м сукна шириной $1 \frac{1}{2}$ м? Написать числовую формулу.

2) Вычислить с точностью до 0,01:

$$\left[\left(2,25 - \frac{5}{6} \right) : 2 \frac{5}{6} + 29,75 : 6 \frac{4}{5} - 1 \frac{1}{5} : 0,64 \right] : 8 \frac{1}{4}.$$

3) Найти НОК чисел 132, 100 и 32.

1564. 1) Расстояние между двумя городами мотоциклист проехал за 3 часа. В первый час он проехал 30% пути, во второй $\frac{9}{14}$ остатка, а в третий час остальное расстояние, причем в третий час мотоциклист проехал на 24,8 км меньше, чем во второй час. Найти расстояние между городами и среднюю скорость мотоциклиста на всем пути.

2) Вычислить: $\frac{56 \cdot 38 \cdot 75}{19 \cdot 15 \cdot 28} : \frac{124 \cdot 128 \cdot 144}{48 \cdot 31 \cdot 32}$.

3) Упростить отношение: $17 \frac{1}{7} : 21,6$.

1565. 1) Катер, двигаясь со средней скоростью 330 м в мин., прошел расстояние между пристанями А и В за 6 час. 30 мин. Теплоход «Ракета» на подводных крыльях вышел из А одновременно с катером, пришел в В, вернулся в А и снова пришел в В в одно время с катером. На стоянки в В и А теплоход израсходовал по 30 мин. Найти среднюю скорость движения теплохода «Ракета».

2) Вычислить: $\frac{38,4 \cdot 0,88 \cdot 1,56}{0,33 \cdot 2,56 \cdot 65} + \frac{0,432 \cdot 0,8 \cdot 9,8}{0,014 \cdot 5,76 \cdot 70}$.

3) Как изменится частное, если делимое увеличить в 3,6 раза, а делитель уменьшить в 5 раз?

1566. 1) Комната имеет длину 6,4 м, высоту 2,5 м, а ширина ее составляет 144% высоты. Стены этой комнаты нужно оклеить обоями. Сколько кусков обоев нужно для оклейки, если каждый кусок имеет длину 12 м и ширину 0,5 м, а окна и двери занимают 10% площади стен?

2) Выполнить действия над приближенными числами:

$$(253,859 - 193,96 + 20,3) \cdot 0,069.$$

3) Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить на $5\frac{2}{3}$, а вычитаемое увеличить на 5,6?

1567. 1) Колхоз заготовил 105 т сена. $48\frac{4}{7}\%$ сена вывезено с луга, а остальное сено сложено в трех стогах, причем между стогами сено распределено в отношении обратно пропорционально числам $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$. Сколько тонн сена было в каждом стогу?

2) Выполнить действия над приближенными числами:

$$45,28 : 6,45 + 89,5 \cdot 0,567 - 12 \cdot 0,4682.$$

3) Найти среднее арифметическое чисел:

$$125 \text{ м}; 118,4 \text{ м}; 119 \text{ м}; 126,6 \text{ м}.$$

1568. 1) Три машины различной грузоподъемности перевозят удобрения с железнодорожной станции в колхоз. Шофер первой автомашины беретса перевезти вагон удобрений за 3 рейса, второй за 5 рейсов, а третий за 10 рейсов. Они вместе перевезли 85,5 т удобрений, сделав одно и то же число рейсов. Сколько перевез каждый?

2) Выполнить действия над приближенными числами:

$$0,75999 \cdot 7,2 - 56,2001 : 38,4 + 93 : 111.$$

3) Произвести несколько перестановок членов пропорции:

$$\frac{8,4}{1,2} = \frac{14\frac{7}{11}}{2\frac{1}{11}}.$$

Проверить полученные пропорции.

Задачи на сообразительность.

Занимательные задачи.

1569. Дети делили яблоки. Когда стали раздавать по 5 яблок, то последнему досталось 3 яблока. Когда же стали раздавать по 4 яблока, то осталось 15 яблок. Сколько было детей?

1570. Колхозница принесла на рынок продавать яйца. Когда она их раскладывала по 2, по 3, по 4, по 5, по 6, то каждый раз оставалось одно яйцо. Когда же она разложила их по 7, то ни одного лишнего яйца не осталось. Сколько яиц принесла колхозница на рынок?

1571. На памятнике греческого математика Диофанта имелась следующая надпись: «Здесь погребен Диофант, и камень могильный расскажет, сколь долгод был век его жизни. Часть шестую ее составляло прекрасное детство, двенадцатой части равна его светлая юность. Еще часть седьмая прошла — браком себя сочетал. Пять лет прошло — и послал Гименей ему сына, коему рок половину лишь жизни прекрасной дал по сравненью с отцом. И в печали глубокой старец кончину воспринял, четыре лишь года с тех пор прожив, как сына лишился. Скажи мне, скольких лет жизни достигнув, смерть воспринял Диофант?»

1572. Вставить пропущенные цифры:

$$\begin{array}{r}
 1) \quad \begin{array}{r}
 \text{????} \\
 \times \text{ ?2} \\
 \hline
 18?48 \\
 7499? \\
 \hline
 ??\text{?}66?
 \end{array}
 \qquad
 2) \quad \begin{array}{r}
 6?7?8 \quad | \text{??} \\
 \text{??} \quad | \\
 \hline
 3?64 \\
 ?9?8 \\
 \hline
 2?68 \\
 ?9?8 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \end{array}$$

1573. Восстановить стертые цифры, обозначенные знаками вопроса:

$$\begin{array}{r}
 1) \quad \begin{array}{r}
 23??85 \\
 \times \text{ ???5} \\
 \hline
 ??????2? \\
 ?347?? \\
 ??9570 \\
 ?04??? \\
 \hline
 7???????
 \end{array}
 \qquad
 2) \quad \begin{array}{r}
 ?7??? \\
 \times \quad 743 \\
 \hline
 ??????5 \\
 ?????? \\
 ?????? \\
 \hline
 42???87?
 \end{array}
 \end{array}$$

1574. Даны три отрезка (рис. 136). Измерить их длины с точностью до 0,1 см. Начертить такой четвертый отрезок, чтобы из длин всех четырех отрезков можно было составить пропорцию. Сколько решений имеет задача?

1575. Найти вес рыбы, зная, что хвост ее весит 4 кг, голова весит столько, сколько хвост и половина туловища, и туловище столько, сколько голова и хвост вместе.

1576. Один рабочий получил за день столько рублей, сколько дней он проработал, а другой получал за день на 1 рубль больше первого, но работал на 1 день меньше. Какой из рабочих больше получил денег?

1577. Жители одного из городов УССР разговаривают либо на



Рис. 136.

украинском, либо на русском языке, либо на том и другом. По-украински разговаривают 84,2%, по-русски 78,8%. Сколько процентов населения этого города разговаривают на обоих языках?

1578. Хозяйка купила на рынке курицу, утку, гуся и индейку за 20,3 руб. Утка, гусь и курица вместе стоят 11,9 руб., индейка, гусь и курица 17,5 руб., утка и курица 6,2 руб. Сколько стоит каждая птица в отдельности?

1579. Матери 36 лет, у нее сын 13 лет и дочь 11 лет. Через сколько лет возраст сына и дочери вместе будет равен возрасту матери?

1580. На сколько процентов возрастет покупательная способность населения, если цены на все товары снизить на 20%?

1581. Сколько раз в сутки часовая и минутная стрелки образуют прямой угол?

1582. Изменится ли величина дроби, если к числителю и знаменателю ее прибавить равные числа, отличные от нуля? Какие неравные числа можно прибавить к числителю и знаменателю дроби, чтобы величина ее осталась прежней?

1583. Найти число, обладающее таким свойством: любое число процентов его равно этому числу.

1584. Ваза весит 60 кг и состоит из сплава золота, меди, олова и железа. Золото и медь составляют вместе $\frac{2}{3}$, золото и олово $\frac{3}{4}$, золото и железо $\frac{3}{5}$ общего веса. Найти вес каждого металла в отдельности.

1585. Индийская задача. Старший брат сказал младшему: «Дай мне 8 орехов, тогда у меня будет вдвое больше орехов, чем у тебя». А младший сказал старшему: «Ты мне дай 8 орехов, тогда у нас будет поровну». Сколько орехов было у каждого?

ТАБЛИЦЫ НАИБОЛЕЕ УПОТРЕБИТЕЛЬНЫХ ЕДИНИЦ ИЗМЕРЕНИЯ.

1. Меры длины.

Обозначения единиц.

Название единиц	Обозначение
Метр	<i>м</i>
Километр	<i>км</i>
Дециметр	<i>дм</i>
Сантиметр	<i>см</i>
Миллиметр	<i>мм</i>
Микрон	μ

Соотношения между единицами

$$\begin{aligned}
 1 \text{ км} &= 1000 \text{ м} \\
 1 \text{ м} &= 100 \text{ см} = 10 \text{ дм} \\
 1 \text{ дм} &= 10 \text{ см} \\
 1 \text{ см} &= 10 \text{ мм} \\
 1 \text{ мм} &= 1000 \mu
 \end{aligned}$$

Примечание. При измерении диаметра труб употребляется одна из единиц прежней русской системы мер длины — дюйм. Он обозначается знаком «"». $1" \approx 25,4 \text{ мм}$.

2. Меры площадей.

Обозначения единиц.

Название единиц	Обозначение
Квадратный метр	<i>кв. м, или м²</i>
Квадратный километр	<i>кв. км, или км²</i>
Квадратный дециметр	<i>кв. дм, или дм²</i>
Квадратный сантиметр	<i>кв. см, или см²</i>
Квадратный миллиметр	<i>кв. мм, или мм²</i>
Ар	<i>а</i>
Гектар	<i>га</i>

Соотношения между единицами.

$$\begin{aligned}
 1 \text{ кв. м} &= 100 \text{ кв. дм} = \\
 &= 10\,000 \text{ кв. см} \\
 1 \text{ кв. км} &= 1\,000\,000 \text{ кв. м} \\
 1 \text{ кв. дм} &= 100 \text{ кв. см} \\
 1 \text{ кв. см} &= 100 \text{ кв. мм} \\
 1 \text{ а} &= 100 \text{ кв. м} \\
 1 \text{ га} &= 100 \text{ а}
 \end{aligned}$$

3. Меры объемов.

Обозначения единиц.

Название единиц	Обозначение
Кубический метр	<i>куб. м</i> , или m^3
Кубический дециметр	<i>куб. дм</i> , или dm^3
Кубический сантиметр	<i>куб. см</i> , или cm^3
Кубический миллиметр	<i>куб. мм</i> , или mm^3

Соотношения между единицами.

$$\begin{aligned} 1 \text{ куб. м} &= 1\,000\,000 \text{ куб. см} \\ 1 \text{ куб. дм} &= 1000 \text{ куб. см} \\ 1 \text{ куб. см} &= 1000 \text{ куб. мм} \end{aligned}$$

4. Меры емкости (вместимости).

Обозначения единиц.

Название единиц	Обозначение
Литр	<i>л</i>
Декалитр	<i>дкл</i>
Гектолитр	<i>гга</i>

Соотношения между единицами

$$\begin{aligned} 1 \text{ л} &\approx 1 \text{ куб. дм} \\ 1 \text{ дкл.} &= 10 \text{ л} \\ 1 \text{ гга} &= 100 \text{ л} \end{aligned}$$

5. Меры веса.

Обозначения единиц.

Название единиц	Обозначение
Килограмм	<i>кг</i>
Тонна	<i>т</i>
Центнер	<i>ц</i>
Грамм	<i>г</i>
Миллиграмм	<i>мг</i>

Соотношения между единицами.

$$\begin{aligned} 1 \text{ т} &= 1000 \text{ кг} \\ 1 \text{ ц} &= 100 \text{ кг} \\ 1 \text{ кг} &= 1000 \text{ г} \\ 1 \text{ г} &= 1000 \text{ мг} \end{aligned}$$

Примечание. При измерении веса иногда употребляется одна из единиц прежней русской системы мер веса — пуд.

$$1 \text{ пуд} \approx 16 \text{ кг},$$

$$1 \text{ т} \approx 61 \text{ пуд}.$$

6. Меры времени.

$$\begin{aligned} 1 \text{ сутки} &= 24 \text{ часам} \\ 1 \text{ час} &= 60 \text{ минутам} \\ 1 \text{ минута} &= 60 \text{ секундам} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ високосный год} &= 366 \text{ суткам} \\ 1 \text{ простой год} &= 365 \text{ суткам} \\ 1 \text{ век} &= 100 \text{ годам} \end{aligned}$$

ТАБЛИЦА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ, МЕНЬШИХ 1000.

2	3	5	7	11	13	17	19
23	29	31	37	41	43	47	53
59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131
137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311
313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	409
419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503
509	521	523	541	547	557	563	569
571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719
727	733	739	743	751	757	761	769
773	787	797	809	811	821	823	827
829	839	853	857	859	863	877	881
883	887	907	911	919	929	937	941
947	953	967	971	977	983	991	997

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ.

Абсолютная погрешность 329

Арифметическое действие 21

Верные цифры 331

Вершина угла 197

Вежа 298

Взаимно обратные числа 165

» простые числа 95

Высота прямоугольника 188

» треугольника 257

Вычитаемое 29

Вычитание 29, 132

Градус 198

Грани параллелепипеда 192

Действия первой и второй ступени 70

Деление 46, 167

Деление с остатком 46

Делимое 46

Делитель 46

Делитель числа 83

Десятичная дробь 217

Десятичная система счисления 6

Десятичные знаки 217

Диаграмма 202

Диаметр 196

Доли единицы 106

Дополнительный множитель 124

Дробь 107

Дуга 197

Знаки неравенства 116

Знаменатель дроби 109

Значащие цифры 339

Классы чисел 6

Крайние члены пропорции 377

Кратное 84

Круг 197

Куб 192

Луч 111

Минута (угловая) 200

Многозначные числа 6

Множество 20

Множимое 36

Множитель 36

Наибольший общий делитель 95

Наименьшее общее кратное 97

Натуральные числа 5

Неправильная дробь 110

Непропорциональные величины 385

Несократимая дробь 121

Нечетные числа и цифры 86

Нуль 5

Нумерация чисел 6

Обратные числа 165

Обратно пропорциональные величины 384

» пропорциональное деление 395

Обыкновенные дроби 107

Общее кратное 97

Общий делитель 95

Однозначные числа 6

Округление чисел 76, 226

Окружность 196

- Основание параллелепипеда 192
 - » прямоугольника 188
 - » треугольника 257
- Основное свойство дроби 120
 - » свойство пропорции 378
- Остаток 46
- Острый угол 200
- Относительная погрешность 365
- Отношение 283, 284
- Отрезок 111
- Переместительный закон сложения 22, 130
 - » закон умножения 37, 159
- Период 275
- Периодическая дробь 275
- Перпендикулярные прямые 301
- Периметр 255
- Поверхность параллелепипеда 259
- Последующий член отношения 283
- Правильная дробь 110
- Предыдущий член отношения 283
- Приближенные числа 74, 244, 326
- Приведение к наименьшему общему знаменателю 124
- Признаки делимости чисел 86
- Прикидка 144
- Провешивание прямой 298
- Произведение 36
- Пропорция 376
- Простые числа 91
- Процент 249
- Процентное отношение 359
- Прямой угол 197
- Прямо пропорциональное деление 392
- Прямо пропорциональные величины 383
- Прямоугольная диаграмма 202
- Прямоугольный параллелепипед 192
- Прямоугольный треугольник 257
- Радиус 196
- Разложение на простые множители 93
- Разность 29
- Разряды чисел 6
- Разрядные единицы 6
- Распределительный закон умножения 38, 160
- Ребра параллелепипеда 192
- Римские цифры 15
- Сектор 205
- Секторная диаграмма 205
- Систематические дроби 216
- Слагаемое 22
- Сложение 21, 127
- Смета 260
- Смешанное число 111
- Сокращение дроби 121
- Сомножители 36
- Сомнительные цифры 331
- Составные числа 91
- Сочетательный закон сложения 22, 130
- Сочетательный закон умножения 37, 160
- Среднее арифметическое 73
- Средние члены пропорции 377
- Стороны угла 197
- Сумма 22
- Сумма цифр числа 86
- Счеты 8
- Транспортир 198
- Тупой угол 200
- Угол 197
- Уменьшаемое 29
- Умножение 36, 139, 147
- Уравнение 56, 185
- Формула 190
- Цена деления 329
- Центральный угол 198
- Цифры 5
- Частное 46
- Четные числа и цифры 86 и 87
- Числитель дроби 109
- Числовая формула 212, 259
- Числовой луч 111
- Числовой масштаб 288
- Члены дроби 109
- Члены пропорции 377
- Эккер 301
- Элементы множества 21

ОТВЕТЫ И УКАЗАНИЯ К ЗАДАНИЯМ.

№ за-
даний

1. 4. 900. 5. 1) 4; 2) 7; 3) 5; 4) 10; 5) 9.
2. 1. $1000 \cdot 1000$. 2. 1 кв. м. 3. $100 \cdot 100 \cdot 100$. 4. $1000 \cdot 1000 \cdot 1000$.
3. 4. I; V; X; L и C. 5. XXXIX; LXXIV; CI.
4. 3. $7000 + 600 + 70 + 2$.
5. 2. 1) Сумма равна 226; 2) Сумма равна 33 514.
6. 7) 41 119; 8) 217 576.
7. 1. 1) 4 351 950; 2) 157 495 784. 2. 19 985; 22 807 и 119 747. 3. 43 за 46 а.
8. 1. 1) 38 180; 2) 12 208; 3) 92 906; 4) 224 092; 5) 811 806.
9. 1. Разность равна 2323. 2. 46 535. 3. 297 644. 4. 194 529. 5. 699 295.
10. 7) 739; 8) 16 140.
12. 1. 5) 2 732 172; 6) 2 531 130 000.
13. 1. 1) Произведение равно 37 157. 2) Произведение равно 8772. 2. 988 и 243 811. 3. 10 008 кв. см.
14. 1. 209. 2. 1) 307; 2) 1; 3) 8007; 4) 0.
15. 1. 1) Частное равно 909. 2) Частное равно 4009. 3) Частное равно 8060.
2. Первый результат равен 189 189, второй равен 7008. 3. В 9080 раз;
на 426 713.
16. 1) $x=995\ 961$; 2) $y=10\ 201$; 3) $c=1729$; 4) $z=101$; 5) $x=505$; 6) $y=273\ 351$.
17. 1. 902 и 4510. 2. 3 часа. 3. 5 мин.
18. 4. Не изменилась. 5. 10.
19. 2. Увеличилось в 6 раз. 3. 144 кв. м.
20. 2. Уменьшилось в 20 раз.
21. 3. 63 376. 4. 10.
22. 1. $\approx 14^\circ$. 2. 92 руб. 64 коп. 3. Можно сказать, что население составляет 700 000 чел. или 720 000 чел. 4. Нет. Обычно выражают в километрах.
23. 1. $1\ 586\ 883$ кв. мм $\approx 1\ 590\ 000$ кв. мм = 159 кв. дм. 2. $\approx 1\ 610\ 000$ куб. дм =
= 1610 куб. м.
26. 3. 1) 19; 2) 21; 3) 22.
27. 4. Так как 9 делится на 3, то число, кратное девяти, делится на 3. Число, кратное трем, не всегда делится на 9, например число 33.
28. 4. 0 и 1. 5. 11 и 97.
29. $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$; $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$; $65 = 5 \cdot 13$; $99 = 3 \cdot 3 \cdot 11$; $490 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$;
 $512 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; $4900 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$; $94\ 600 = 2 \cdot 2 \times$
 $\times 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 43$.

30. 1, 12 и 6 имеют такие общие делители: 1, 2, 3 и 6. Числа 20 и 3 имеют только один общий делитель, он равен 1. 2. Например, числа 12 и 1706 имеют общий делитель 2; числа 30 021 и 71 211 имеют общий делитель 3. 3. Например, 16 и 25; 7 и 11; 13 и 60.
31. 1. 1) 30; 2) 60; 3) 60; 2. 1) 720; 2) 29 400; 3) 55; 4) 360.
32. 1. 2) $\frac{1}{10}$; 4) $\frac{2}{5}$; 6) $\frac{8}{10}$; 2. $\frac{1}{10}$ часа = 6 мин. 3. $\frac{3}{10}$ кг = 300 г.
33. 1. 1) $\Delta m = \frac{1}{10}$ м; 2) $\Delta m = \frac{2}{10}$ м; 3) $\Delta m = \frac{3}{10}$ м; 7) $\Delta m = \frac{7}{10}$ м.
2. $273 \text{ кв. см} = \frac{273}{10000} \text{ кв. м.}$
34. 2. 2) $\frac{3}{4}$; 4) $\frac{1}{5}$; 10) $\frac{1}{10}$.
35. 1. $\frac{7}{1}$; $\frac{14}{2}$; $\frac{21}{3}$; $\frac{28}{4}$; $\frac{35}{5}$; $\frac{42}{6}$. 2. $\frac{7}{3}$; $\frac{61}{3}$; $\frac{39}{8}$; $\frac{75}{7}$; $\frac{59}{10}$. 36. 1. 30) $\frac{1}{10}$; 101) $\frac{1}{4}$; 121) $\frac{3}{8}$; 14) $\frac{15}{30}$. 2. Наибольшее $121 \frac{3}{8}$; наименьшее $14 \frac{15}{30}$. 37. 1. $\frac{1}{13} < \frac{5}{13} < \frac{7}{13} < \frac{10}{13}$. 2. $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$; $1 \frac{1}{4} > 1 \frac{1}{5}$. 39. 4. $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$; $\frac{30}{75} = \frac{2}{5}$; $1 \frac{4}{10} = 1 \frac{2}{5}$; $2 \frac{30}{162} = 2 \frac{5}{27}$; $\frac{81}{1863} = \frac{1}{23}$. 40. 1. $\frac{7}{15} > \frac{4}{9}$. 2. $\frac{31}{90} > \frac{51}{180}$. 3. $\frac{17}{20} > \frac{18}{24} > \frac{631}{900}$. 41. 1) 1;
- 2) $1 \frac{1}{10}$; 3) $4 \frac{3}{8}$; 4) $10 \frac{7}{60}$; 5) $\frac{269}{1530}$. 2. 1) 1; 2) $2 \frac{5}{12}$. 42. 1. 1) Сложить первое слагаемое с третьим, а второе с четвертым, затем сложить полученные результаты. 2. Сложить сначала второе и третье слагаемое. 43. 1. 1) $\frac{1}{3}$; 2) $4 \frac{5}{8}$; 3) $\frac{5}{18}$; 4) $1 \frac{19}{24}$; 5) $\frac{7}{20}$; 2. На $\frac{13}{24}$. 3. $3 \frac{19}{70}$. 44. 1. 1) $\frac{107}{154}$; 2) $\frac{47}{96}$; 3) $7 \frac{1}{8}$. 45. 1. 1) $3 \frac{3}{5}$; 2) $23 \frac{1}{4}$. 2. $23 \frac{1}{10}$. 3. $7 \frac{11}{14}$.
46. 1. 25 мин. 2. 140 см. 3. $\frac{1}{35}$. 47. 1. 1) $13 \frac{1}{3}$; 2) 14; 3) $2 \frac{1}{3}$. 2. 18 км.
3. 1) $72 \frac{1}{2}$; 2) $7 \frac{2}{7}$; 3) 23; 4) 14. 48. 1. 1) $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{1}{32}$; 3) $\frac{1}{30}$; 4) 60. 2. $\frac{259}{300}$. 49. 1. 1) $\frac{1}{36}$; 2) $\frac{1}{6}$; 3) 6; 4) 28. 2. 1) $\frac{14}{27}$; 2) $\frac{5}{6}$; 3) $1 \frac{1}{3}$.
3. $\frac{3}{8}$ га. 50. 1. а) Если множитель равен 1; б) если множимое равно 0. 2. Если множитель меньше единицы. 3. 1) $3 \frac{1}{2} \cdot 2 > 3 \frac{1}{2}$; 2) $10 \cdot \frac{2}{5} < 10$; 3) $\frac{1}{4} \cdot 2 \frac{1}{5} > \frac{1}{4}$; 4) $0 \cdot \frac{3}{4} = 0$; 5) $1 \cdot \frac{3}{12} = \frac{3}{12}$. 51. 1. 1) и 2) Сначала перемножить первый и третий сомножители. 3) Применить распределительный закон. 2. 3. 52. 1. 48 руб. 2. $2 \frac{19}{28}$. 53. 1. $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{100}$; 4; $2 \frac{1}{2}$; 8; $5 \frac{1}{4}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{3}{31}$. 3. Потому, что нет такого числа, произведение которого и нуля

- было бы равно 1. Это произведение всегда равно 0. 54. 1. 1) $\frac{1}{42}$; 2) $\frac{1}{24}$;
 3) $\frac{1}{16}$; 4) $1\frac{5}{12}$; 2. $\frac{37}{120}$; $\frac{1}{60}$; $\frac{1}{180}$. 3. 4) $\frac{3}{10}$. 55. 1. 1) $2\frac{79}{153}$; 2) $\frac{9}{13}$;
 3) $\frac{2}{125}$. 3. 32 см. 4. а) Делением на дробь. б) Умножением на дробь. 56. 1.
 1) $1\frac{1}{7}$; 2) $2\frac{4}{5}$; 3) $\frac{5}{32}$. 57. 1. Выполнить действия над числами, стоящи-
 ми до знака равенства, затем с числами, стоящими после знака равенства, и
 сравнить результаты. 2. 1) $20\frac{1}{15}$; 2) $25\frac{1}{40}$; 3) $10\frac{1}{112}$; 3. 1) $2\frac{21}{88}$;
 2) $3\frac{13}{189}$; 3) $6\frac{31}{250}$. 58. 1. 1) 420; 2) 24; 3) 90. 2. 1) 4; 2) 112; 3) $23\frac{1}{3}$.
 59. 1. $\frac{24}{25}$ и $1\frac{5}{27}$. 2. $2\frac{1}{24}$. 60. 1. $23\frac{2}{15}$ и $27\frac{8}{15}$. 2. $35\frac{5}{18}$ км; $37\frac{7}{9}$ км
 и $32\frac{1}{36}$ км. 61. 1. $6\frac{1}{4}$ кв. м. 2. 5 м. 62. 1. $10\frac{81}{125}$ куб. м. 2. $26\frac{2}{3}$ куб. м.
 3. $97\frac{3}{5}$ куб. м. 63. 2. 180'; 90'. 64. Всего 10 070 тыс. чел. 66. 1. 0,57;
 0,03; 1,2; 3,04; 0,006; 0,077; 2,000397; 3,00077.
 67. 3. Могут быть равными, если одна получится из другой путем приписы-
 вания нулей справа.
 68. 1. Наибольшая 4,3; наименьшая 1, 475. 2. 6; 7; 7, 805; 7,84; 7,843; 9
 69. 1. 41,2; 412; 0,412; 0,0412 и 40,759; 407,59; 0,40759; 0, 040759. 2. В 100;
 в 10; в 1000; в 100 000 раз. 3. 1) 0,27 руб. 2) 0,03 руб. 3) 12, 15 руб.
 70. 1. 12 300; 2 400 000; 4 800 000 000; 2. 14 млн.; 15,47 млн.; 0,7 млн. 3.
 1) 1,2 кг; 0,0012 т; 2) 0,473 куб. м.
 71. 1. 4,4; 14,2; 0,8; 0,9; 1,0; 1,0. 2. 4,8054; 4,805; 4,81; 4,8; 5. 3. 170. 5 млн.
 72. 1. 17,365. 2. 152,713. 3. 1) 6; 2) 5,1; 3) 26,1; 4) 0,73; 5) 0,75.
 73. 1. На 2,52. 2. 9,411. 3. 1) 88,4; 2) 9,015; 3) 13,525.
 74. 1. 1) 1,715; 2) 1,206; 3) 163,8; 4) 0,001183; 5) 27. 2. 9,8935 кв. м \approx 9,9 кв. м.
 75. 1. 1) 1,36; 2) 0,07; 3) 31,41. 2. 1) 0,005; 2) 4,07.
 76. 1. 1) 4,06; 2) 0,072; 3) 0,0606.
 77. 1. Толщину учебника нужно разделить на число листов (не страниц).
 2. \approx 0,67 м. 3. \approx 0,3; \approx 0,27; \approx 0,273.
 78. 1. $1,53=153\%$; $1,5=150\%$ и $5=500\%$. 2. 264 руб. 60 коп.
 79. 1. 500. 2. 500 000 пар.
 80. 1. 2,4 м и 0,36 кв. м.
 81. 1. 125. 46 кв. м.
 82. 1. 34, 56 кв. м.
 83. Общая стоимость 24 руб. 81 коп.
 84. 1. $1\frac{1}{25}$; $\frac{1}{8}$; $4\frac{1}{625}$; $\frac{76}{125}$; $1\frac{3}{4}$. 2. $\frac{3}{5} = 0,6$; $\frac{3}{6} = 0,5$;
 $\frac{3}{125} = 0,024$, $\frac{7}{28} = 0,25$; $\frac{7}{400} = 0,0175$.
 85. 1. 5,175; 1,875; 0,068; 0,2. 2. $\frac{2}{17} \approx 0,118 \approx 0,12 \approx 0,1$; $\frac{3}{41} \approx 0,073 \approx$
 $\approx 0,07 \approx 0,1$; $\frac{120}{57} \approx 2,105 \approx 2,11 \approx 2,1$; $\frac{1}{140} \approx 0,007 \approx 0,01 \approx 0,0$; $\frac{17}{400} \approx$

$\approx 0,043 \approx 0,04 \approx 0,0$. 86. 1. $\frac{1}{6} = 0,1(6) \approx 0,167$; $\frac{3}{11} = 0,(27) \approx 0,273$; $\frac{2}{13} = 0,(153846) \approx 0,154$; $\frac{7}{15} = 0,4(6) \approx 0,467$. 87. 1. $\frac{5}{6}$ 2. 1. 88. 1. 1) $2\frac{4}{5}$; 2) 200; 3) $\frac{1}{20\,000}$; 4) 25. 2. а) 50 км в час. б) Нельзя. 89. 1. 1) 36; 2) 6; 3) 15,6; 4) 13,5; 2. 1) 7,8; 2) 13; 3) $22\frac{2}{7}$; 4) 41,6. 90. 1. ≈ 1100 км. 2. Не более $\frac{1}{1200}$. 91. 1. Первое и третье — приближенные числа. 92. 1. $\frac{1}{3300}$; 2. 1° и $0,1^\circ$. 93. 2. 1) ≈ 1350 ; 2) ≈ 350 ; 3) $\approx 57\,900$; 4) $\approx 0,7891$; 5) $\approx 0,789$; 6) $\approx 4,5$. 94. 1. $\approx 39,6$. 2. $\approx 9,0$. 95. 1. 3; 3; 4; 2. 4. 2. 3; 4; 6. 96. 1. $\approx 233\,000$ кв. м. 2. ≈ 420 куб. м. 97. 1. ≈ 54 куб. см. 98. 1. 1) $\approx 15,8$; 2) $\approx 0,7$. 99. 1. 0,04. 1,75; 0,054; 0,00079; $\frac{1}{600}$; $\frac{19}{800}$. 2. 400%; 38%; 2,5%; 251,2%; $55\frac{5}{9}\% \approx 55,5\%$; $101\frac{1}{2}\%$; $\frac{1}{12}\%$. 100. 2. 26,46 руб. 3. 14 000 ц. 101. 1. 5000 кв. м. 2. 500 000 пар. 3. ≈ 540 кг. 102. 1. $\approx 68,8\%$, 31,2%. 2. 300%; 200%. 3. $\approx 79,3\%$. 103. 1. 0,1 м; $\approx 0,3\%$. 2. 1 мм; $\approx 0,4\%$. 104. 1) 20 км. 2) $\approx 57\%$; 3) 1,2 км. 105. 1. $2\frac{2}{3}$; $\frac{10}{31}$; 3. 2. 1) 5; 2) 8. 3. 1) 3:5; 2) 4:5; 3) 32:45; 4) 65:39. 106. 1. 1) 1:3; 2) 8:3. 2. 1) 5:3; 2) 32:1. 107. 1. $0,6:0,5 = \frac{3}{4}:6,25$. 2. 1) Не верно. 2) Верно. 3) Верно. 109. 1) 7; 2) 20,8; 3) $\frac{57}{116}$, или $\approx 0,49$; 4) 2,25. 110. 3. Нет. 111. 3. Нет. 112. 1. 32 трактора. 2. 20 т. 113. 2. 1,34 м; 3,35 м и 4,68 м. 114. 1. 1) $104\frac{1}{6}$; 125 и $20\frac{5}{6}$; 2) 104,17; 125 и 20,83.

ОТВЕТЫ К УПРАЖНЕНИЯМ.

1. Натуральные числа.

17. 507 цифр. 32. 1) 210 мин.; 2) 580 мин. 33. 1) 900 мин.; 3) 4320 мин. 34. 1) 170 га. 35. 1) 400 000 куб. см; 400 куб. дм. 53. 39 м 84 см. 54. 4 км 286 м. 55. 3) 65 га 30 а; 4) 18 час. 18 мин. 61. 14 180 га. 62. 3610 кг. 63. 4 часа 2 мин.; 39 мин. 66. 43 руб. 92 коп. 68. Может. 74. 900. 75. 90 001. 78. 7590. 79. 384 руб. 95 коп. 80. 1) 91129; 2) 5229; 3) 1 546 044. 83. 21 м 70 см. 84. 444 а. 85. 1 га больше на 9421 кв. м. 86. 91 295. 87. 301 760 куб. см. 88. 5 400 002. 89. 1) 50 719; 2) 1739; 3) 36 271. 93. 870. 94. 1) 955; 2) 0. 95. 2) 705; 4) 0. 99. 2) 2 134 264; 4) 2 820 800; 6) 3 573 360; 8) 293 760; 10) 42 025. 100. 5) 3 002 400; 6) 623 801; 7) 90 420; 9) 15 373 426; 10) 493 039. 101. 2 592 000 сек. 103. 209 000 000 куб. см. 104. 1 499 784. 105. 669 330. 106. 1) 133 225 кв. см. 107. 1) 195 112 куб. дм. 109. 5 или 6. 110. 3) 84 часа. 111. 1) 10 час. 30 мин.; 2) 1518 кг; 3) 410 кв. м. 113. 237 510 кв. см или около 24 кв. м. 115. 3 часа. 116. 9 371 250 кв. м. 117. 2105 кг. 118. 643 км; 221 км. 120. 4) 4007; 6) 79 090. 121. 1) 4090; 4) 306; 5) 34 090. 122. 1) 12 кв. м 55 кв. дм. 2) 2 часа 22 мин.; 3) 8 куб. м 367 куб. дм. 124. 1) 28 м. 125. 125 млн. мешков; 625 000 вагонов. 128. 105 452. 130. 8 станков. 131. 117 сек. или около 2 мин. 132. 112. 134.

1) 15 *дм*. 135. 1002 ящика или примерно 1000 ящичков. 136. 1) 48 165; 2) 500.
 137. 7 мальчиков. 141. 973 *м*. 142. 2) 1 649 751. 3) 63 488 *куб. см*. 143. 2) 14;
 3) 87 750 *куб. мм*. 144. 1) 90 000; 2) 1056 *куб. дм*; 3) 25. 145. 2) 4366; 3) 901.
 146. 1) 1000; 2) 383. 147. 1) 203; 2) 486. 148. 1) 73 124; 4) 160. 149. 8680. 150.
 8889. 151. 83. 152. 401. 153. 102 818. 154. 1) 8; 2) 15; 3) 14; 4) 9; 6) 9; 7) 3; 8) 9.
 155. 9 и 63. 156. 7 и 42. 157. 650 *км* в час. 158. 4 часа. 159. 80 и 160. 160.
 720 *а*. 165. 1) Увеличится на 48 *м*; 2) уменьшится на 6 *м*. 166. 30 лет; 20 лет.
 170. На 5 лет. 174. 1) Увеличится в 20 раз; 3) уменьшится в 2 раза. 177. В
 первой пачке в 2 раза больше. 178. В 3 раза. 179. В 2 раза. 180. В 6 раз. 181.
 Увеличится на число, равное другому сомножителю. 185. 1) Увеличится в
 5 раз; 3) уменьшится в 18 раз. 188. 60 дней. 189. В первый раз затратят вре-
 мени в 2 раза больше. 190. Взять машин в 5 раз больше. 191. В 9 раз больше.
 193. 9) 1400; 10) 169. 194. 1) 1; 2) 338; 3) 461 580; 4) 0; 5) 66 120; 6) 1; 7) 0;
 8) 83. 195. 1) 237; 2) 220. 196. 2) 977. 197. 1) 200; 2) 2530. 200. 49 мин. 201.
 ≈ 379 *м* 27 *см* или ≈ 379 *м*. 202. 4 *км* 750 *м*. 203. 1) ≈ 16 ; 2) 62; 3) ≈ 94 ;
 4) 5 *кв. м* 50 *кв. дм*; 5) 1060 *куб. см*; 6) ≈ 13 *кг* 268 *г*. 204. ≈ 88 семян.
 205. 1) $3792 \approx 3790 \approx 3800 \approx 4000$; 47 588 $\approx 47 590 \approx 47 600 \approx 48 000$;
 31 049 $\approx 31 050 \approx 31 000 \approx 31 000$;
 2) 3 579 261 $\approx 3 600 000 \approx 4 000 000$;
 4 099 987 $\approx 4 100 000 \approx 4 000 000$;
 5 908 751 $\approx 5 900 000 \approx 6 000 000$. 207. 373 000 *кв. м* или ≈ 37 *га*. 208. ≈ 149
куб. м. 209. ≈ 548 *га*. 210. ≈ 20 *т*. 211. 1) 87 059; 3) 6270; 5) 5. 212. 1) 23 254;
 2) 4 055 345; 3) 920; 4) 10; 5) 17 473; 6) 1 000 000. 213. 1) 32; 2) 35; 3) 35; 4) 10;
 5) 5; 6) 32; 7) 11; 8) 8. 214. 5 час. 215. Через 3 часа после выезда мотоцикли-
 ста; расстояние равно 126 *км*. 216. 88 *км* в час. 217. 40 *м* в мин. и 120 *м* в мин.
 218. 33. 219. 1) 11; 33 и 132; 2) 45, 180 и 900. 220. 12. 221. 3 руб. 20 коп. 222.
 Перевыполнил на 59 300 руб. 223. $\approx 12 387$ руб. 228. 1) 391 682; 2) 2 часа;
 3) увеличится на 22. 229. 1) 0; 2) ≈ 306 *ц* ≈ 31 *т*; 3) уменьшится в 27 раз. 234.
 6 час. 235. 46 *км* и 92 *км*. 239. 8100 *кв. м*. 240. 4 часа утра. 245. На 5 делятся чис-
 ла: 3560; 3650; 5360; 5630; 6350; 6530; 3605; 3065; 6305; 6035. 246. 1634 *куб. м*;
 441 *куб. м*; 2240 *куб. м*. 247. 1 руб. 46 коп. 248. 9379. 251. 6 *кг* 150 *г*
 меди и 150 *г* цинка. 252. 6480 *км*. 253. 1480 *кг*. 258. Существует только одно
 четное простое число 2. 259. Нет, так как оно делилось бы на 3. 261. 4 дня.
 262. 1) 80 оборотов; 2) 5 *дм*. 263. Число 11. Трехзначного простого числа с
 одинаковыми цифрами не существует. 264. Таких чисел только два: 2 и 3.
 265. Их сумма будет четным числом. 271. 6 час. 272. 6400. 273. Два. 274. 11.
 278. 100 *км*. 279. 243 *ц*. 280. 489 *км* и 1956 *км*. 284. 9) 2880; 10) 10 080;
 11) 8550; 12) 640 000. 285. 1) 168; 7 и 3; 3) 1425; 19 и 15; 5) 32 000; 128 и 125.
 286. 42 руб. 20 коп. и 126 руб. 60 коп. 287. 4020 *ц*, 2010 *ц* и 12 060 *ц*. 288.
 107 *т* 500 *кг*. 289. 1) 475 337; 2) 21 249; 3) 6528; 4) 100 000. 290. 1) 416; 2) 101;
 3) 0. 291. 400 *г* и 800 *г*. 292. 40 *км* в час и 50 *км* в час. 293. 1) 36 *т*, 72 *т* и 144
т; 2) 1584; 3) 1. 294. 1200 *ц*, 600 *ц* и 300 *ц*; 2) 133 920; 3) 0. 295. 1) 5000;
 2) 1; 3) 18 126; 4) 110; 5) 249 480; 6) 933 333; 7) 0; 8) 0. 299. 7) 5580; 8) 6006.
 300. 3) 223; 5) ≈ 189 ; 6) 73. 301. 10 402 *км*. 302. 1029 *куб. см*. 303. 20 плат-
 форм; 150 шпал. 304. 848 *км* и 784 *км*. 305. 480 000 *кв. м*; 48 *га*. 306. ≈ 142 *ц*.
 309. Через 180 *м*. 310. 4 года; 12 лет и 36 лет. 311. 48; 48 и 96. 312.
 1250 *куб. м* и 3750 *куб. м*. 314. 0. 315. На седьмой день. 316. 342 стр. 317.
 9 и 7.

II. Дроби.

324. 1) 240 и 960; 2) 64 и 320. 329. 1) 400; 2) 120; 3) 4680. 330. 18 480 кв. м \approx 2 га. 333. $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}$ и $\frac{7}{8}$. 335. 1) $3\frac{1}{2}$; 2) $2\frac{4}{5}$; 3) $4\frac{3}{7}$. 341. 1) $\frac{5}{3}, \frac{46}{9}, \frac{71}{4}, \frac{403}{8}$; 2) $\frac{15}{7}, \frac{43}{8}, \frac{111}{10}, \frac{139}{5}$. 348. 1) 24 км.; 2) 90 км. 349. 1) 7 руб. 60 коп.; 2) 63 коп. 350. Со знаменателем 3 будут дроби: $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$; $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$; $\frac{12}{3} = 4$; $\frac{3}{3} = 1$. 352. $\frac{1}{12}, \frac{4}{12}, \frac{5}{12}$.
353. $\frac{3}{10}, \frac{3}{7}, \frac{3}{5}, \frac{3}{2}$. 356. $\frac{1}{5}, \frac{15}{13}, \frac{15}{11}, \frac{15}{8}, \frac{15}{7}$. 357. $\frac{11}{5}, \frac{9}{10}, \frac{9}{14}, \frac{9}{17}, \frac{9}{20}$. 358. 1) $1\frac{4}{5}$; 2) $2\frac{3}{5}$. 367. Уменьшится в 16 раз. 368. Увеличится в 4 раза. 371. $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}, \frac{5}{12} = \frac{15}{36}, \frac{7}{40} = \frac{21}{120}$. 373. $\frac{1}{4} = \frac{12}{48}, \frac{7}{12} = \frac{36}{48}$. $\frac{28}{48} = \frac{5}{6} = \frac{40}{48}, \frac{3}{16} = \frac{9}{48}$. 376. $\frac{27}{72} = \frac{3}{8}$; $\frac{144}{3} = 48$; $\frac{360}{430} = \frac{36}{43}$. $\frac{378}{630} = \frac{3}{5}$. 380. $\frac{9}{10}$. 383. 1) $\frac{5}{8}, \frac{7}{9}, \frac{9}{11}, \frac{5}{6}$; 2) $\frac{7}{20}, \frac{5}{9}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$; 3) $1\frac{2}{7}, 1\frac{1}{2}, 1\frac{13}{21}$. 385. 1) $49\frac{2}{3}$; 2) $18\frac{4}{5}$. 386. 1) $17\frac{5}{6}$.
- 2) $620\frac{1}{2}$; 3) $20\frac{2}{5}$. 389. 4) $10\frac{1}{4}$. 390. 4) $5\frac{23}{24}$. 393. 1) $1\frac{1}{2}$; 3) $1\frac{5}{9}$; 4) 2. 394. 2) $11\frac{4}{11}$; 4) $62\frac{13}{25}$. 395. 1) $\frac{2}{3}$; 2) $1\frac{5}{12}$; 4) $1\frac{5}{24}$; 5) $1\frac{1}{36}$; 6) $1\frac{2}{3}$; 7) $2\frac{9}{16}$. 397. $\frac{37}{60}$. 398. $184\frac{1}{5}$ м.
399. $36\frac{9}{10}$ км. 400. 1) $\frac{5}{12}$; 2) $\frac{47}{240}$. 401. 1) $\frac{5}{24}$; около 5 часов; 2) $\frac{1}{24}$ 24 мин. 403. $122\frac{1}{2}$ м. 406. 1) $20\frac{1}{12}$; 2) $10\frac{19}{48}$; 3) $23\frac{1}{10}$; 4) $44\frac{5}{8}$.
407. $15\frac{2}{5}$ т. 408. 23 л. 409. 250 т. 410. 45 км. 414. 1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{13}{144}$; 5) $\frac{7}{30}$; 6) $\frac{9}{100}$. 415. 2) $3\frac{5}{12}$; 4) $\frac{7}{150}$; 6) $\frac{11}{12}$; 8) $8\frac{45}{52}$. 10) $2\frac{109}{144}$. 417. 2) $21\frac{29}{48}$. 4) $13\frac{13}{30}$; 6) $1\frac{47}{48}$; 8) $17\frac{5}{102}$; 10) 0. 418. $3\frac{1}{10}$ млрд. чел. 419. $54\frac{3}{5}$ л. 420. 1) $25\frac{1}{8}$ км в час и $19\frac{3}{8}$ км в час; 2) 4 км в час. 421. $\frac{3}{20}$. 422. 2) $13\frac{87}{100}$; 4) $25\frac{8}{9}$; 6) $5\frac{19}{100}$; 8) $2\frac{37}{55}$. 423. $11\frac{19}{24}$. 424. 4) Увеличится на 1. 425. 2) $2\frac{11}{60}$; 4) $12\frac{5}{36}$. 427. 5) $\frac{3}{10}$ л и $3\frac{11}{20}$ л. 428. $2\frac{3}{4}$ т; $\frac{3}{20}$ т. 429. $\frac{1}{10}$. 430. 85 коп.
431. $3\frac{1}{10}$ руб. 432. 1) $\frac{9}{20}$; 2) $11\frac{11}{24}$; 3) увеличится на $8\frac{27}{28}$.

437. 2) $11\frac{1}{6}$; 4) 2; 6) $148\frac{11}{15}$; 7) $6\frac{23}{60}$; 10) $25\frac{41}{56}$. 438. 2) $19\frac{43}{56}$;
4) $40\frac{2}{3}$; 6) $126\frac{1}{10}$. 439. 27 км. 440. $16\frac{9}{20}$ кг, $21\frac{13}{20}$ кг. 441. $\frac{29}{600}$;
 $\frac{29}{60}$; $\frac{29}{30}$. 442. $\frac{4}{15}$. 444. 2) $\frac{5}{108}$; 4) $\frac{81}{100}$; 6) $\frac{1}{7}$; 8) $3\frac{8}{9}$. 446. 1) 390 км;
2) 10 руб. 447. ≈ 2900 км. 448. 387 ц; $262\frac{1}{2}$ ц. 449. 630 мальчиков.
450. $12\frac{1}{2}$ т. 451. ≈ 1430 г; $\approx 14\ 290$ г. 455. 2) 18; 4) $1\frac{11}{24}$. 456. 2) $24\frac{2}{21}$;
4) $50\frac{5}{6}$; 6) $171\frac{2}{11}$. 457. 1) $142\frac{1}{7}$; 2) $580\frac{17}{33}$; 3) $4\frac{13}{24}$; 4) $57\frac{1}{24}$;
5) 44; 6) 0. 458. 179 руб. 25 коп. 459. 9 км. 460. $\frac{39}{200}$; $\frac{13}{40}$. 461. 41 руб.
15 коп. 462. 1) $9\frac{7}{15}$; 2) $12\frac{17}{18}$; 3) $15\frac{61}{77}$; 4) $815\frac{7}{12}$. 466. 1) $49\frac{7}{12}$;
3) $14\frac{3}{4}$; 5) $7\frac{5}{18}$; 6) 0; 7) $13\frac{1}{6}$; 8) $8\frac{53}{72}$. 469. Достаточно. 470. 20 а
и 25 а. 471. $12\frac{1}{4}$ км. 473. 7) $\frac{3}{160}$; 8) $\frac{3}{28}$. 474. 6) $6\frac{3}{4}$; 7) 51. 475. 2) $2\frac{1}{18}$;
4) $7\frac{7}{25}$; 6) $\frac{37}{72}$. 476. 2) $13\frac{4}{7}$; 4) 13. 477. $25\frac{1}{5}$ км, $37\frac{4}{5}$ км и
 $113\frac{2}{5}$ км. 478. $5\frac{11}{50}$ часа; $21\frac{3}{4}$ часа; $61\frac{5}{8}$ часа. 479. $64\frac{4}{5}$ руб.
480. 90 км в час. 481. 128 часов. 482. 2) $\frac{27}{50}$; 4) $1\frac{13}{14}$; 6) $4\frac{1}{4}$.
483. 2) $\frac{49}{81}$; 4) 1; 6) 3. 484. 5) 7; 7) $865\frac{2}{3}$. 486. 1) $\frac{2}{25}$ т; $\frac{4}{5}$ т и
1 т. 489. 1) 50 коп.; 2) 25 руб. 491. 1) $\frac{49}{52}$; 2) $\frac{257}{315}$; 3) $1\frac{23}{24}$; 4) $47\frac{9}{10}$;
5) $2\frac{17}{90}$; 6) $\frac{19}{21}$. 492. 2) $\frac{41}{140}$; 4) $\frac{1}{6}$; 6) $13\frac{31}{120}$.
493. 1) $1\frac{164}{315}$; 2) $34\frac{1}{4}$; 3) $2\frac{5}{18}$; 4) $103\frac{3}{32}$; 5) $11\frac{5}{6}$; 6) $128\frac{1}{25}$.
494. 1) $4\frac{3}{4}$; 2) $7\frac{14}{15}$; 3) $\frac{11}{70}$; 4) $9\frac{1}{6}$. 495. $136\frac{1}{4}$ км. 496. $523\frac{1}{5}$ км. 497. $\frac{5}{12}$.
498. $\frac{13}{60}$. 500. 5. 505. 1) $3\frac{1}{4}$; 2) 6; 3) 0; 4) $\frac{13}{120}$. 506. 1) $2\frac{7}{54}$; 2) $5\frac{15}{28}$;
3) $\frac{151}{162}$; 4) $27\frac{11}{12}$; 5) 22; 6) $1\frac{59}{90}$. 507. 159 руб. 508. ≈ 7 руб. 509.
1) $\frac{2}{7}$; 2) $\frac{13}{24}$. 510. 1) $27\frac{1}{2}$ м; 2) $26\frac{7}{20}$; 3) $\frac{17}{18}$. 511. 1) $32\frac{2}{5}$ га;
2) $7\frac{1}{12}$; 3) $\frac{19}{24}$. 512. 6) 2) 48; 4) $\frac{3}{4}$; 6) $7\frac{3}{8}$; 8) 6; 10) $3\frac{9}{16}$. 514. 8 м.
515. 14 дней. 516. $2\frac{1}{2}$ км. 517. $77\frac{9}{10}$ руб. 519. 80 га. 520. 192 пары.
521. $28\frac{4}{5}$. 522. 50. 523. 140 стр. 524. $52\frac{1}{2}$ км. 525. 1) $19\frac{3}{64}$; 2) $57\frac{4}{5}$;

- 3) 1; 4) $1 \frac{33}{40}$. 526. 7 $\frac{1}{2}$ а. 528. 2) $\frac{3}{14}$; 4) $\frac{3}{50}$; 6) $\frac{1}{90}$; 8) $\frac{2}{245}$. 530.
 2) $\frac{5}{14}$; 4) $\frac{9}{40}$; 6) $\frac{5}{12}$. 531. 2) $\frac{8}{15}$; 4) $\frac{13}{30}$; 6) $\frac{31}{180}$. 532. 2) $\frac{27}{160}$; 4) $\frac{17}{100}$;
 6) $\frac{71}{96}$. 534. 2) $1 \frac{17}{60}$; 4) $\frac{7}{8}$; 6) $1 \frac{1}{5}$. 535. 2) 28; 4) $1 \frac{8}{27}$; 6) $76 \frac{4}{5}$;
 538. 2) $22 \frac{1}{2}$; 4) $\frac{2}{5}$; 6) $\frac{4}{5}$; 8) $4 \frac{71}{91}$. 541. 1) $\frac{12}{25}$; 2) $\frac{163}{189}$; 3) $\frac{23}{102}$;
 4) $\frac{13}{30}$; 5) $8 \frac{7}{12}$; 6) $14 \frac{19}{52}$. 542. 2) $1 \frac{33}{40}$; 4) $\frac{1}{4}$; 6) $2 \frac{1}{3}$; 8) $1 \frac{11}{45}$;
 9) $6 \frac{2}{3}$. 543. 3 часа. 544. $12 \frac{3}{5}$ руб. 545. 9 м. 546. 325 куб. м;
 1083 $\frac{1}{3}$ куб. м. 547. 1113 $\frac{3}{4}$ куб. м \approx 1100 куб. м. 548. 3) $22 \frac{4}{5}$. 549. 3) $\frac{20}{27}$.
 550. 2) $\frac{6}{7}$; 4) 8; 6) 4; 8) $5 \frac{1}{3}$. 551. 50 $\frac{5}{8}$ км в час; 270 км. 552. 60 000 кв. м.
 553. 17 мин. $11 \frac{1}{4}$ сек. 554. 4 м не хватит. 556. 2) $9 \frac{1}{15}$; 4) $5 \frac{1}{34}$; 6) $6 \frac{1}{54}$.
 557. 2) $7 \frac{14}{25}$; 4) $12 \frac{29}{105}$. 6) $5 \frac{4}{55}$. 558. 1) 4 мин.; 2) 6 час. 559. 1) 24 л;
 2) 200 кг. 560. $2 \frac{2}{3}$ дня. 561. 16 мин. 562. 2) $13 \frac{1}{3}$; 4) $36 \frac{1}{9}$; 6) 63. 563.
 2) $1 \frac{7}{27}$; 4) $15 \frac{3}{7}$. 564. $\frac{1}{5}$ т. 565. 150 т. 566. 175 км. 567. $20 \frac{1}{4}$ ц. 568.
 2) $\frac{3}{16}$; 4) $2 \frac{2}{3}$; 6) $3 \frac{9}{13}$. 569. 1) $3 \frac{13}{15}$; 2) $137 \frac{4}{7}$; 3) $\frac{1}{14}$; 4) $\frac{2}{3}$. 570.
 1) $1 \frac{1}{24}$; 2) $\frac{2}{25}$; 3) 2; 4) $1 \frac{4}{5}$; 5) $\frac{3}{8}$; 6) 3. 571. 1) $\frac{1}{50}$; 2) $5 \frac{1}{10}$; 3) $2 \frac{1}{2}$.
 4) 13; 5) 6; 6) 58; 7) 1; 8) $\frac{6}{25}$. 572. 1) $3 \frac{1}{18}$; 2) $\frac{11}{16}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) 0; 5) 1.
 573. 1) $1 \frac{1}{4}$; 2) $1 \frac{15}{64}$; 3) $2 \frac{11}{56}$; 4) $\frac{13}{15}$. 574. $3 \frac{1}{2}$ и $12 \frac{1}{4}$. 575. $9 \frac{3}{5}$ и
 $26 \frac{2}{5}$. 576. $15 \frac{2}{5}$ га и $23 \frac{1}{10}$ га. 577. $17 \frac{1}{10}$ млн. кв. км и $2 \frac{7}{10}$ млн. кв. км.
 578. 6 дней. 579. 24 дня. 580. 14 мин. 35 сек. \approx 15 мин. 581. $45 \frac{1}{3}$ км в час.
 582. 768 чел.; 672 чел.; 720 чел. 583. $3 \frac{1}{3}$; 15; 24. 584. $12 \frac{3}{4}$ и 17. 585.
 1) 10 час.; 2) $\frac{2}{23}$. 586. 1) $3 \frac{19}{27}$; примерно за 3 месяца 20 дней; 2) $2 \frac{2}{5}$.
 587. 2) $3 \frac{1}{8}$; 4) $\frac{15}{16}$; 6) 4. 588. 1) $3 \frac{3}{8}$ и $5 \frac{3}{8}$; 2) $5 \frac{23}{44}$ и $7 \frac{1}{44}$. 589. $5 \frac{1}{8}$ км,
 $4 \frac{5}{8}$ км. 590. 3 т 275 кг и 2 т 525 кг. 591. $117 \frac{1}{2}$ млн. чел.; $41 \frac{9}{10}$ млн. чел.
 592. 1) $19 \frac{41}{60}$ и $21 \frac{59}{60}$; 2) 8 и $10 \frac{2}{3}$. 593. 2) 72 кв. дм; 4) 549 кв. см;
 6) $1081 \frac{3}{5}$ кв. дм. 594. 105 625 кв. см. 595. $16 256 \frac{1}{4}$ кв. см. 596.

$3 \frac{1}{8}$ м; 22 м; $12 \frac{1}{2}$ м; 44 дм. 597. $9 \frac{3}{8}$ дм; $12 \frac{4}{5}$ дм; $9 \frac{3}{5}$ дм.
 599. $13 \frac{16}{25}$ кв. м. 600. $155 \frac{41}{80}$ кв. м ≈ 156 кв. м. 601. $3194 \frac{1}{10}$ кв. м ≈ 32 а. 602. ≈ 700 плиток. 603. ≈ 43 г. 604. $\frac{27}{32}$ кв. км или $84 \frac{3}{8}$ га.
 605. $\frac{69}{80}$. 606. 2) $68 \frac{1}{4}$ куб. дм; 4) $\frac{17}{2000}$ куб. км; 6) 48 125 куб. см.
 607. $91 \frac{1}{8}$ куб. дм = 91 125 куб. см = $\frac{729}{8000}$ куб. м. 608. $\frac{1}{27}$ куб. м =
 = $37 \frac{1}{27}$ куб. дм = $37 037 \frac{1}{27}$ куб. см. 609. $124 \frac{4}{5}$ кг. 612. $68 \frac{1}{5}$ куб. м.
 613. $107 \frac{1}{2}$ кв. м. 614. $2 \frac{1}{2}$ м. 615. 12 800. 616. 71 см, 56 см и 67 см.
 617. ≈ 933 куб. м. 621. 30° , 60° , 120° , 180° , 270° . 622. 5) $150'$; 6) $195'$.
 626. 6) $61^\circ 23'$; 8) $36^\circ 26'$; 10) $33^\circ 39'$. 627. 30° и 150° . 628. 1) $42 30'$ и $47^\circ 30'$;
 2) 16° и 48° . 630. $1 \frac{5}{6}$ часа. 631. 9 дней. 632. $1 \frac{4}{5}$ часа. 633. $\frac{1}{4}$ руб
 и $\frac{7}{10}$ руб. 636. ≈ 40 машин. 637. Книги — $60 \frac{1}{2}$ руб., журналы — $24 \frac{1}{5}$ руб.
 638. $5 \frac{3}{25}$ т; $6 \frac{12}{25}$ т. 639. Сепаратор $3 \frac{1}{2}$ т; сортировка $\frac{1}{4}$ т. 640.
 22 $\frac{2}{5}$ млн. кв. км. 646. 1) $\frac{37}{60}$; 2) $1 \frac{31}{80}$; 3) $\frac{9}{50}$; 4) $1 \frac{23}{24}$; 5) $7 \frac{33}{80}$;
 6) $31 \frac{17}{20}$. 647. 1) $\frac{43}{72}$; 2) $9 \frac{19}{48}$; 3) $\frac{41}{60}$; 4) $2 \frac{7}{16}$; 5) 24; 6) $25 \frac{2}{21}$.
 648. 4) $9 \frac{27}{28}$; 6) $\frac{6}{13}$. 649. 2) $\frac{4}{9}$; 4) $\frac{1}{18}$. 650. 1) 1; 2) $11 \frac{1}{5}$; 3) 1;
 4) $\frac{1}{2}$. 651. 2) $1 \frac{3}{4}$; 4) $\frac{1}{2}$. 652. 780 км. 653. 730 км и 330 км. 654.
 7 час. 15 мин. 655. $\frac{5}{18}$. 656. 2 часа 24 мин. 657. 30 дней и 20 дней.
 658. $185 \frac{11}{24}$ и $162 \frac{5}{24}$. 659. $90 \frac{3}{4}$ и $60 \frac{1}{2}$. 660. $2 \frac{1}{2}$ км в час
 и $4 \frac{1}{2}$ км в час. 661. 1495 кв. м ≈ 1500 кв. м.
 662. $101 \frac{16}{25} \approx 100$ (куб. м). 663. $10 \frac{1}{10}$ см. 664. $4 \frac{1}{6}$ часа. 665. 5 час. 32 мин.
 666. 4 часа 51 мин. 667. ≈ 61 т. 668. 13 час. 669. 56 тыс. и 82 тыс. 670. На
 4 млрд. пудов; в $1 \frac{4}{5}$ раза. 671. 40 кг и 50 кг. 675. $\frac{12}{25}$ часа $\approx \frac{1}{2}$ часа.
 676. 28 чел. 677. $4 \frac{1}{6}$ дм. 678. Уменьшилась на $\frac{1}{16}$. 679. 1) 20 дней;
 2) 194; 3) $\frac{1}{12}$. 680. 1) $37 \frac{1}{2}$ ц и 100 ц; 2) $2 \frac{25}{28}$.

III. Десятичные дроби.

683. 0,20; 0,12 и 3,50. 684. 1) 0,751; 2) 0,3077. 685. 2) 0,034 м; 4) 2,03 м; 6) 2,031 м; 8) 1,705 м; 10) 2,02 кв. м; 12) 0,0005 кв. м; 14) 3,1528 кв. м; 16) 0,504 кг; 18) 13,122 кг. 688. 4) 7,0293; 5) 0,00142; 6) 3,008521. 689. 5) 9,00203; 6) 0,0005394. 692. 2) 0,559; 4) 0,7; 6) 5,2; 8) 1,25. 698. 9) 0,00102; 10) 0,0001357. 699. 2) 5,42; 4) 0,893; 6) 0,0073; 8) 0,00002. 700. 4) 14,5 м; 6) 3,337 м; 8) 0,0068 м. 701. 2) 0,035 т; 4) 57,356 т; 6) 0,00952 т. 702. 2) 2,0347 га; 4) 0,0085 га. 703. 1) 1,54 куб. м; 3) 0,0003 куб. м. 705. 150 900 = 150,9 тыс.; 43 = 0,043 тыс. 709. 2,56 кв. м. 711. 0,479 ≈ 0,5; 0,479 ≈ 0,48. 713. 46,656 ≈ 46,7 (куб. дм). 714. 43,7 га; 34,8 га. 715. 0,91368 куб. дм. ≈ 0,91 куб. дм. 718. 2) 57,939; 3) 28,408; 5) 5. 719. 2) 22,62; 3) 9,8002. 720. 3) 8,223 т; 4) 46,051 га. 721. 24,84 дм. 722. 4,72 гл. 723. Вторая сумма больше. 728. 60,58 м. 729. 513 млн. т. 730. 101,5 км; 203 км. 731. 149,62 кг. 732. 8) 29,443; 10) 436,548. 736. 1) 1,394; 2) 0,2648; 3) 15,66; 4) 13,22; 5) 30,66; 6) 2,318; 737. 2) 9,41; 4) 15,81; 6) 7,43. 738. 1) 100,269; 2) 9,225; 3) 4,505; 4) 5,3228. 739. 3,5095. 740. 0,3797 кг ≈ 0,38 кг. 741. 16,11 кг. 742. 1) 123,156; 2) 96,8715. 743. 137,625. 745. 426,2 м. 746. 60,469 т. 747. 7,582. 749. 9) 19,8; 10) 0,982; 750. Увеличится на 10,12. 751. Увеличилась на 30,4. 752. Увеличилась на 0,09. 754. 3500 кг. 755. 819,4 га. 756. 11,54 км в час и 5,06 км в час. 757. 1) 63,981; 3) 7,3 м. 758. 2) 12; 4) 0,301; 6) 0,0348; 8) 16,2; 10) 4,401; 12) 0,02. 759. 2) 0,144; 4) 0,6171; 6) 7,29. 761. 0,51 куб. см. 762. ≈ 0,97 кв. дм. 763. 1) 231,67; 2) 2,952; 3) 11,9082; 4) 29,76; 5) 0,9444; 6) 15,247; 7) 15,3; 8) 1275; 9) 71,88; 10) 19,4625. 764. ≈ 29 см. 765. ≈ 9,2 км. 766. 11,8504. 767. ≈ 195 км. 768. 155 га, 60 га и 35 га. 769. 1) 13,76; 2) 2,7086. 770. 3,1 т. 771. 121,5 кг. 772. 1) ≈ 48 кг и ≈ 68 руб. 773. 2) 1,971; 4) 0,14; 6) 1,875; 8) 0,00484. 774. 2) 2,09; 4) 0,014; 6) 14,001; 8) 0,007. 775. 2) 0,0975; 4) 0,0654. 776. 1) 0,345; 2) 0,148; 3) 0,01; 4) 13,2. 777. 12,2 т. 779. ≈ 7,6 га. 780. 7,2 мм. 781. На 0,05 м. 782. 0,09 кг. 784. 2) 7,04; 4) 80; 6) 70,8; 8) 4,009; 11) 4,5; 13) 3,13; 15) 0,11; 17) 11,6; 20) 210 000 000. 786. а) 2) 0,3; 4) 5; 6) 2) 2; 4) 50. 787. 1) 4,28; 2) 5; 3) 3; 4) 8,5; 5) 0,4; 6) 100; 7) 30; 8) 285,8. 788. 500. 789. 12,4. 790. 0,1225. 791. 920,2. 792. 200. 793. 0,085 часа или 5,1 мин. 794. 3,6. 795. 4,89 и 0,59. 796. 1,03 и 2,472. 797. 20,18 и 22,58. 798. 0,01 и 0,053. 799. 1) 12,5; 2) 0,0693; 3) 90,5; 4) 1,26. 800. 0,348. 801. 2,4 м. 802. 750 м. 803. ≈ 3,14. 804. 7,6 т и 11 т. 805. 1,8 ц и 2,2 ц. 806. 21,84 кг и 8,4 кг. 807. 23,32 ц ≈ 23 ц; 220 ц. 808. 200 км. 809. 2) 1,09 и 1,10; 4) 31,57 и 31,58; 6) 1,04 и 1,05; 8) 0,71 и 0,72; 10) 1,42 и 1,43. 810. 1) 12,2; 2) 1,20. 811. 3,15 т. 812. 22,4 млн. кв. км. 813. 1) 24,9; 2) 14,7; 3) 24,3; 4) 27,8; 5) 50,8; 6) 0,1; 814. 7,2 чел. 815. ≈ 13 час.; 69,5 руб. 816. 811,6 кг; 643,9 кг; 558,1 кг; 6 шт. и 9 шт. 817. 108 млн. км и 227 млн. км. 818. 14 кг и 34 кг. 819. 0,909 куб. м, 1,1 куб. м. 820. 38,88 кг. 821. 2,9 т; 3,48 т 3,77 т и 4,35 т. 822. 54,5 км в час и 42,5 км в час. 823. 42,5 км. 824. 8 час. и 6 час. 825. 5 мин. 826. 1,5 часа. 827. $6\frac{7}{8}$ мин. ≈ 7 мин. 828. $7\frac{1}{7}$ часа ≈ 7 час. 829. ≈ 0,20 часа и ≈ 2,4 часа. 834. 1) 375 ц и 16,2 т; 2) 74,1084; 3) 209,3 м. 835. 1) 348 чел.; 2) 4; 3) 64,6 км в час. 836. 8) 150%; 10) 170%. 837. 6) 7%; 8) 144%; 10) 1010%. 838. 8) 10; 10) 2,31; 12) 5,29. 840. 3 руб.; 6 руб.; 13,5 руб.; 150 руб. 842. 2) 100,7 кг; 4) 83,6 кв. м.; 6) 92 сек.; 8) 0,0182 куб. м; 10) 3,85 м; 12) 12,852 куб. м. 843. 506 и 414. 844. 24 км в час. 845. 3 руб. 52 коп. 846. 4 руб. 76 коп. 847. 49 га; 61,6 га и 29,4 га. 848. 24 дет. 849. 12,5 га. 850. На 60 деревьев. 851. 39 123 т. 852. 2) 153,75; 4) 230 000; 6) 400 м. 853. 1) 7,1 кг; 2) 37,8 м; 3) 18,0 га; 4) 162,3 куб. м. 856. 200 руб. 857. 20 га. 858. 200 дет.

859. 570 т. 860. 27 руб. 861. 18 т. 862. 14 мальчиков. 863. 50. 864. 143 куста. 865. 59,5 км в час. 866. 9,3 часа. 867. 279,18 км \approx 279,2 км. 868. 25 кг; 3,75 кг и 0,75 кг. 869. 3,6 руб. и 1,8 руб. 870. \approx 163,2 ц. 871. 2) 6 дм и 2,25 кв. дм. 4) 0,232 см и 0,003364 кв. см. 872. 2) 58 см и 175,44 кв. см; 4) 79 см и 187 кв. см. 873. 2) 21,6 см. 4) 19,2 см. 874. 2) 116,3 дм; 4) 13,173 км \approx 13,2 км. 877. Площадь квадрата больше на 0,04 кв. м. 878. Квадрат имеет наибольшую площадь. 879. 2) 1,2495 кв. м; 4) 13,65 кв. дм; 6) 1919 кв. дм. 880. 1) 10,4 см; 2) 20,8 см. 881. 2) 26 м. 882. \approx 259 кг. 883. \approx 2 часа 40 мин. 885. 2) 37,5 кв. м; 4) 3,84 кв. см. 886. 2) 106 кв. дм; 4) \approx 3,83 кв. дм; 6) 660,4 кв. дм. 887. 2) 69,4 кв. м, 24 куб. м. 888. 424 кв. дм \approx 420 кв. дм. 890. 117 руб. 30 коп. 892. 19 руб. 03 коп. 893. 1) 2345 кг; 2) 2,176 кв. м и 0,1792 куб. м \approx 0,18 куб. м. 894. 1) 7 га и 9,5 га; 2) 9,0 см и 3,4 кв. см. 895. 1) 0; 3) 0,5; 5) 52,555; 7) 1,6. 896. 1) 8; 2) 0,09; 3) 118; 4) 104,15; 5) 1; 6) 600. 897. 2) 7,4; 7,42 и 7,419; 4) 9,1; 9,09 и 9,091. 898. 2) 2,68; 4) 0,45. 900. 2) 4,23; 4) 1,91; 6) 0,39375; 8) 0,98; 10) 0,036; 12) 0,05. 901. 1,343 и 0,346. 902. 0,5 и 13,28. 903. 8,4 т и 16,2 т. 904. 11 ц и 11,7 ц. 905. 2,61. 906. 11,5 и 5. 907. 2,7 и 9,99. 908. 0,09 л и 0,135 л. 909. 18,5 т; 88,8 т. 910. 20 г; 30 г и 150 г. 911. 3,5 руб. 912. 72 коп. 913. 9 ц; 2,7 ц; 6,1 ц и 4,7 ц. 914. 400 млн. т; 200 млн. куб. м. 915. \approx 5 кг; \approx 15 кг и \approx 1000 кг. 916. 400,75 км и 363,75 км. 917. 8,8 часа. 918. 21 км; 25,2 км; 30,8 км и 28 км. 919. За 25 сек. 920. 656,1 км \approx 656 км. 921. $\frac{1}{4}$. 922. 8 мин. 923. 20 $\frac{2}{3}$ дня. 924. 1) 120 куб. м; 144 кг; 2) 1,18 кв. м (без крышки). 926. \approx 14 листов. 929. 1) 41 руб. 20 коп. 2) 108 руб. 15 коп. 3) 197 руб. 76 коп. 930. 90 руб. 931. 6 руб. 15 коп. и 5 руб. 94 коп. 932. 22,2 т. 933. 215,04 кв. см и 64 см. 934. Периметр прямоугольника больше на 6,4 м. 935. 1) 45 кв. см; 2) 28,8 кв. см; 3) 27 кв. см. 936. 0,216 куб. м и 0,03888 куб. м. 937. 2,16 кв. м и 0,8424 кв. м. 938. На 127,4 куб. дм. 939. 3 часа. 940. 84 км и 165 км. 941. 1) 4,5 км; 2) 11415,4. 942. 1) 2 дня; 2) 21,9275.

IV. Совместные действия над обыкновенными и десятичными дробями. Отношение величин.

944. $\frac{7}{2} = 3,5$; $\frac{14}{35} = 0,4$; $\frac{3}{80} = 0,0375$. 945. $8\frac{19}{70} \approx 8,27$; $49\frac{22}{35} \approx 49,63$. 946. 6,37 дм. 947. 15,8 м в сек. или 56,8 км в час. 948. 1) 2,375; 2) 8,775; 3) 4,2; 4) 1,2. 949. 2) $\frac{7}{20} = 0,35$; $\frac{11}{5500} = 0,002$; 4) $\frac{7}{80} = 0,0875$; $\frac{81}{450} = 0,18$. 950. 2) $\frac{1}{13} \approx 0,077$; $\frac{127}{88} \approx 1,443$; 4) $\frac{40}{43} \approx 0,930$; $\frac{1}{99} \approx 0,010$. 951. 0,6300. 952. 44—52 уч. 954. 1 млн. м и 40 тыс. м. 955. 1) $\frac{26}{63} \approx 0,41$; 2) $5\frac{169}{264} \approx 5,64$; 3) 135,125; 4) $40\frac{8}{9} \approx 40,89$; 5) 0,0525; 6) 16,25; 8) $0,125$. 956. $\frac{1}{12} = 0,08$ (3); $\frac{7}{45} = 0,1$ (5); $1\frac{7}{11} = 1,63$; $\frac{2}{7} = 0,285714$. 960. \approx 10,9 км. 961. \approx 4 дня. 962. 2) 1,77; 4) 0,105; 6) 0,335. 963. 2) $8\frac{2}{25} = 8,08$; 4) $7\frac{6}{7} \approx 7,86$; 6) 26. 964. 2) \approx 0,274; 4) 2,2055; 6) \approx 0,964; 8) 0,5. 965. 1) 8,5;

- 2) 10,2; 3) 3,96; 4) 21,04; 5) 5,16; 6) 0,25; 7) $\frac{16}{125}$; 8) 4,9. **966.** 1) 0,8; 2) 1;
 3) $\frac{7}{15}$; 4) $18 \frac{1}{3}$; 5) 1,5; 6) $1 \frac{2}{3}$; 7) $18 \frac{1}{15}$; 8) $\frac{25}{63}$. **967.** 2) $\frac{1}{150}$;
 4) 0,00875; 6) 7. **968.** 2) 1,14; 4) $26 \frac{1}{4}$; 6) $1 \frac{9}{11}$. **969.** 2) 2,53 т; 4) 0,24 га.
972. 174 т. **973.** 85,7 км в час. **974.** 15 дней. **975.** 126 км. **976.** 1) 21; 2) 0,625;
 3) 0,213; 4) 0,54; 5) $\approx 2,60$. **977.** 1) 34 часа; 2) $\frac{149}{90} \approx 1,656$; 3) $8 \frac{1}{3}$.
978. 2) 0,3; 4) 2,2; 6) 98; 8) $\frac{5}{6}$; 10) 0,027; 12) 2 000 000; 14) 11 500 000.
979. 2) 0,54; 4) 0,51; 6) 0,76; 8) 7,82. **980.** 2) $\frac{5}{14}$; 4) 1,5; 6) 0,04; 8) 25.
981. Первого. **982.** Первого. **983.** 0,6. **984.** 0,23 и 0,02. **985.** 2) 48,8; 4) $1 \frac{1}{9}$;
 6) 13; 8) 0,75. **986.** 2) 9; 4) 6; 6) 13; 8) $\frac{7}{30}$. **987.** 2) 63 г; 4) 3,64 кг; 6) 3 руб.
 50 коп. **988.** $\frac{5}{8}$; $\frac{5}{13}$ и $\frac{8}{13}$. **989.** 0,5. **990.** $1 \frac{1}{3}$. **991.** 24. **992.** $\approx 1,2$.
993. 2 : 1. **995.** 4; 0,36; 0,81; 2,56. **997.** 0,57. **998.** 3,5. **999.** 2) 1 : 10 000;
 4) 1 : 200; 6) 1 : 8 000 000; 8) 1 : 1 000 000. **1000.** 650 км, 140 км, 420 км.
1001. 2) 1 см; 4) $\approx 2,5$ см. **1002.** 2) 40 см; 4) 1,6 см; 6) 9 см. **1003.** 8856 кв. м \approx
 ≈ 89 а. **1009.** 36 ц. **1013.** 1) 5,74; 2) 2; 4) 4,6; 6) 5,12; 8) 1950,07. **1014.** 2) 16;
 4) 1,2; 6) 1. **1015.** 2) 1,19; 4) 352,7. **1016.** 1) $1 \frac{17}{18}$; 2) 40; 3) 1,84; 4) $\frac{1}{3}$;
 5) $5 \frac{5}{7}$; 6) 0,25. **1017.** 2) 0,313; 4) 0,1953. **1018.** 2) 72; 4) 0,15; 6) 2; 8) 625.
1019. 2) 120; 4) 0,484; 6) 4; 8) 19,5. **1020.** 65,5 км в час. **1021.** 5 час.
 44 мин.; ≈ 25 км в час. **1022.** 6,4 часа. **1023.** 3,6 часа. **1024.** 40,5 км в час.
1025. 880; 4752 и 528. **1026.** 8,75 т ≈ 9 т. **1027.** $\frac{6}{17} \approx 0,35$. **1028.** 2) ≈ 3 км
 и 0,4 кв. км. **1029.** 37,8 м. **1030.** 68,85 см и 22,95 см. **1033.** 2) $2 \frac{7}{90}$ дм.
1034. 2) $2 \frac{7}{64}$ кв. м. **1035.** 13,26 и 4,08. **1036.** 5 и 1,2. **1037.** 9 и 0,1.
1038. $6 \frac{1}{60}$ и $4 \frac{49}{60}$. **1039.** 480 г. **1040.** 12,4 кг, 6,2 кг и 6,8 кг. **1041.** $\approx 2,8$ дня.
1042. 5,29 часа. **1043.** 1) 22,7; 2) 176,8 м.

V. Повторение пройденного.

- 1049.** 2) $\frac{17}{23}$; 4) $\frac{1}{6}$; 6) $10 \frac{1}{2}$. **1050.** 2) 720; 4) 5400; 6) 9999. **1052.** 2) $\frac{5}{24} > \frac{7}{36}$;
 4) $5 \frac{119}{120} < 5 \frac{129}{130}$; 6) $6,825 < 6,852$. **1053.** 2) $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{9}{10}$.
1055. 2) 0,939; 4) 0,156; 6) 0,098. **1058.** 315. **1059.** 1) 528; 2) 12 144. **1060.**
 27 000. **1061.** 5250. **1062.** 2) Уменьшится на 1,05. **1063.** 2) Увеличится в 210
 раз. **1064.** 2) Уменьшится на 1,2; 4) уменьшится на 1,08. **1065.** 2) Увеличит-

ся в 3 раза; 4) увеличится в 10 раз. 1066. 2) 4,65; 4) 14,42; 6) $29\frac{5}{8}$. 1067. 2) 0,619; 4) 3,55; 6) 7,98. 1068. 1) 5,94; 2) 28; 3) 0,45; 4) 50; 5) 1,458; 6) $\frac{5}{48}$. 1069. 1) 18520; 2) 29840. 1071. 2) $2\frac{83}{99}$; 4) $14\frac{43}{48}$. 1072. 1) 424 650 2) 0; 3) 2,6; 4) $\frac{1}{4}$; 5) 2,6; 6) $1\frac{2}{3}$. 1073. 1) 20,71; 2) $14\frac{29}{70}$; 3) 3 4) 0,95; 5) 0,3; 6) 15,94; 7) 5; 8) 5. 1074. 1) 14,4; 2) $2\frac{11}{30}$; 3) 1; 4) $\frac{1}{2}$. 5) 0,025; 6) $\frac{1}{18}$. 1075. 1) 1,25; 2) $\frac{1}{6}$; 3) 0; 4) $\frac{2}{13}$; 5) 1; 6) 3; 7) 5,6; 8) 2,65. 1076. 4) $29\frac{19}{72}$; 6) 4; 8) 2,0536; 10) 1,26. 1077. 1) $\frac{1}{4}$; 2) 0,4. 5) 3,75; 6) $2\frac{7}{9}$; 8) 500. 1079. 2) 0,64; 4) $1\frac{29}{36}$; 6) 5; 8) 11; 10) 0,002; 12) $\frac{1}{1440}$. 1080. 2) 1,55; 4) 0,24; 6) 0,87. 1081. 2) 3,41; 4) 4,8 руб.; 6) 65000 м. 1082. 2) 27,5; 4) 500 руб.; 6) 404 л. 1083. 2) 5,78; 4) 72,61 ц. 1084. $\approx 40\ 000$ км. 1085. 30 т. 1086. 1) 6,48 кг. 1087. 14,46 т; 7,23 т. 1088. 56 руб. 1089. 2400 га. 1090. 881,5 ц ≈ 882 ц и 1939,3 ≈ 1940 ц. 1091. 768 м. 1092. 420 кг, 2940 кг, 252 кг. 1093. 60 коп., 48 коп. и 39 коп. 1094. $\approx 3,1$ т; 40 раз. 1095. $\approx 2,0$ м; $\approx 1,5$ м. 1096. 100—160 дней; 20 дней; 270 дней. 1097. 2654,4 кг ≈ 2700 кг. 1098. 32844 кг ≈ 33 т. 1099. $\approx 3,4$ км в час. 1100. 9302 км. 1101. 72,6 км и 79,2 км. 1102. 9 км. 1103. 67,5 км в час. 1104. 15 час. 30 мин.; ≈ 23 км в час. 1105. В 18 час. 51 мин. 1106. 1) 1250 раз; 2) $\approx 1,6$ км. 1107. 48 млрд. т. 1108. $149\frac{7}{15}$ га и $106\frac{13}{15}$ га. 1109. $18\frac{1}{30}$ и $16\frac{11}{30}$. 1110. 52 км в час и 59,3 км в час. 1111. 21,7 км в час и 3,1 км в час. 1112. 44 мин. 1113. 31,8 руб., 27 руб. и 23,4 руб. 1114. $4\frac{1}{8}$ и 33. 1115. 3,85 и 11,55. 1116. $3\frac{6}{13}$ и $22\frac{2}{13}$. 1117. 2 и 7,2. 1118. 2,1 ц и 1,8 ц. 1119. 1,8 м и 2,1 м. 1121. 32,67 кв. см $\approx 0,33$ кв. дм. 1122. $1\frac{2}{3}$ м; $11\frac{1}{9}$ кв. м. 1124. 5 час. 1126. 521 ц; 18 рейсов. 1127. 7,5 кг; 7,75 кг и 6,4 кг. 1128. ≈ 60 кв. м. 1129. ≈ 28 млн. т. 1130. ≈ 810 т. 1131. 22 рейса. 1132. $\frac{2}{3}$. 1133. 12 дней. 1134. 1,8 часа. 1135. $4\frac{3}{4}$ дня; 7 дней. 1136. 2,9 часа. 1137. 6 руб. 7 коп. 1139. 7,092 кг; 6,354 кг и 5,926 кг. 1140. 50 коп. и 26 коп. 1141. 6,4; 4,8 и 4,2. 1142. 15 и 20. 1143. 2,5 руб. и 1,3 руб. 1144. 19 м и 17,5 м. 1145. 10,5 м. Нет. 1146. $63\frac{1}{4}$ ц; $12\frac{1}{2}$ а. 1147. 100 и 25. 1148. 110; 99 и 11. 1149. 86,25. 1150. 3,71. 1151. $\frac{2012}{5533}$. 1152. 18,6; 17,9. 1153. 10 раз. 1154. 60129. 1155. Три нуля. 1156. 10 лет. 1157. 12 лет. 1158. 12 и 4. 1159. 59. 1160. 486 мм $\approx 0,5$ м. 1161. На расстоянии $2\frac{8}{11}$ м. 1162. 3 кг. 1163. При первом взвешивании положить по 9 деталей на каждую чашку весов. 1164. 31,25 км. 1165. 9 км. 1166. Пятый, десятый, пятнадцатый и т. д. шаг мальчика совпадает с шестым, двенадцатым, восемнадцатым и т. д. шагом девочки.

1167. $233 \frac{1}{3}$ м. 1168. Через 15 мин. 1169. 192 час. 1170. 4 яблока разрезать пополам, 2 яблока на 4 части и одно на 8 частей. 1171. $\frac{1}{12}$. 1172. 71 не делится на 3. 1173. $\frac{1}{2}$. 1174. 13 дробей; несократимы дроби, у которых числитель равен: 27; 29; 31 и 33. 1177. Неверно, так как есть числа, которые делятся на 2, но не оканчиваются нулем.

VII. Приближенные вычисления.

1184. $\frac{31}{112} \approx 0,277$. 1187. Абсолютная погрешность равна: 2) $\frac{1}{300}$; 4) $\frac{3}{1300}$. 1188.50 г. 1189. 1) 1²; 2) 1 мин. 1191. 2) 0,002; 4) 0,0001; 6) 0,0015. 1192. 2) 0,22; 4) 0,3; 6) 0,0752. 1193. 2) 0,00023; 4) 0,00003; 6) 0,00077. 1194. 2) 27341; 4) 2659; 6) 659. 1195. 25 мм; 25,40 мм и 25,3995 мм. 1197. $\approx 6,8$ м. 1198. Окончательный результат $\approx 8,9$ г. 1201. В первом числе верные цифры 1 и 8, а во втором только 1. 1202. 1) $\approx 0,96$; 2) $\approx 11,6$; 3) $\approx 30,9$; 4) $\approx 10,6$; 5) $\approx 11,9$; 6) $\approx 5,9$; 7) $\approx 5,45$; 8) $\approx 12,73$. 1203. $\approx 3,61$ км. 1204. ≈ 5060 м. 1206. $\approx 199\,000$. 1207. 2) $\approx 1,73$; 4) $\approx 4,1$; 6) $\approx 85,64$. 1208. 2) $\approx 167\,000$; 4) $\approx 6\,598\,000$. 1209. 2) $\approx 94\,900$. 1210. $\approx 1,20$. 1211. 1) ≈ 520 км; 2) $\approx 3,7$ т. 1212. 1) ≈ 8090 км; 2) $\approx 25,3$ га. 1213. 1) $\approx 15,23$ м; 2) $\approx 14\,900$ га; 3) $\approx 22,12$ м; 4) $\approx 34,0$ т; 5) $\approx 31,8$ л; 6) $\approx 1,25$ кг; 7) $\approx 35,2$ мм; 8) $\approx 161,2$ кв. м. 1214. 1) $\approx 3,5$ км; 2) ≈ 7800 н $\approx 0,09$; 3) 0,94; $\frac{1}{600}$. 1215. 1) 3; 3 и 4 цифры. 2) 2; 4; 3; 2. 1216. 4 и 2 цифры. 1218. 2) 5; 3) 4; 4) 2; 6) 4; 8) 5; 10) 5. 1219. 1) $\approx 68,8$; 2) $\approx 2,13$; 3) $\approx 399\,000$; 4) $\approx 9\,930\,000$. 1220. 2) $\approx 12\,000$; 4) $\approx 0,0091$; 6) ≈ 1 . 1221. $\approx 56,7$ кв. м и $\approx 31,5$ м. 1222. ≈ 44 ц. 1223. $\approx 4,1$ км. 1224. 1) ≈ 83 ; 2) $\approx 255\,000$; 3) $\approx 28,2$. 4) ≈ 964 ; 5) $\approx 9,8$; 6) ≈ 15 ; 7) $\approx 0,33$; 8) $\approx 0,33$; 10) $\approx 7,29$; 12) $\approx 2\,500\,000\,000$. 1225. 1) $\approx 13,8$ кв. м; 2) $\approx 83\,500$ кв. м; 3) $\approx 0,029$ кв. дм; 4) $\approx 78,2$ кв. км; 5) ≈ 190 га; 6) $\approx 0,018$ кв. м. 1226. 2) 3; 4) 3; 6) 3; 8) 3. 1227. 2) $\approx 6,52$; 4) ≈ 2 . 1228. 2) ≈ 5 ; 4) $\approx 3,5$. 1229. $\approx 82\,900$ ц. 1230. ≈ 120 . 1231. $\approx 3,2$ кг. 1232. ≈ 22 м; ≈ 380 м. 1233. $\approx 17,0$ т. 1234. 1) $\approx 1,2$; 2) $\approx 2,4$; 4) $\approx 0,1$; 6) $\approx 0,00008$. 1235. $\approx 2,7$ т. 1236. ≈ 170 тыс. куб. м. 1237. $\approx 6,1$ га. 1238. ≈ 17 см. 1239. ≈ 15 куб. м. 1240. 1) $\approx 250\,000$; 2) $\approx 260\,000$; 3) $\approx 7,8$; 4) ≈ 13 ; 5) $\approx 1,48$; 6) $\approx 6,81$; 7) ≈ 40 ; 8) $\approx 0,18$; 9) $\approx 0,34$; 10) ≈ 39 . 1241. 1) $\approx 74\,000$ ц; 2) $\approx 47,7$ ц. 1242. ≈ 53 куб. м. 1243. $\approx 11,0$ часа. 1244. $\approx 33,5$ часа. 1245. ≈ 1477 т. 1246. ≈ 18 см; на ≈ 5 см. 1247. 1) $\approx 8,0$ часа; 2) $\approx 3,7$ дня. 1248. 2) $2 \frac{22}{45} \approx 2,49$; $\frac{1}{900}$; 4) $1 \frac{1347}{2050} \approx 1,66$; $\frac{3}{1025}$. 1249. 1) $\approx 3,9$ и $\approx 15,6$; 2) $\approx 5,5$ т. 1250. 1) ≈ 15 и $\approx 15,2$. 2) ≈ 150 т. 1252. 2) 0,204; 4) 0,406; 6) 13,514. 1253. ≈ 18 тыс.

VIII. Проценты.

1254. 2) 0,3; 4) 1,12; 6) 0,075; 8) 1,263; 10) 0,003; 12) 0,0007. 1255. 2) $\frac{3}{25}$; 4) $\frac{9}{10}$; 6) 2; 8) $\frac{211}{250}$; 10) $\frac{1}{375}$; 12) $\frac{49}{120}$; 14) $\frac{204}{175}$. 1256. 6) 503%; 8) 2,34%;

10) 300,35%. 1257. 4) $42 \frac{6}{7}$ %; 6) $166 \frac{2}{3}$ %; 8) 14%; 10) 580%; 12) $283 \frac{1}{3}$ %.
 1258. 2) 14,3%; 4) 41,7%; 6) 216,7%; 8) 128,3%; 10) 1083,3%. 1259.
 2) 35 000%; 4) $33 \frac{1}{3}$ %, 80%, 100%. 1260. 6) 0,024; 8) 13; 12) 67432,2;
 14) $\approx 9,05$; 16) 9015. 1263. 2) 29,9 кг. 4) 8,88 млрд. пудов; 6) 880 000 чел.
 8) 210 км; 10) 0,16%. 1264. 2 руб. 4 коп. 1265. 765 руб. и 780 руб. 30 коп.
 1266. 75 руб. 1267. 31,5 кг. 1268. ≈ 1100 кг. 1269. 4,8 кг, 2,6 кг и 32,6 кг \approx
 ≈ 33 кг. 1270. 111 г; 167 г; 222 г. 1271. ≈ 8420 млн. пудов. 1272.
 ≈ 200 млн. га; ≈ 90 млн. га; ≈ 70 млн. га; ≈ 50 млн. га; ≈ 5 млн. га.
 1273. $\approx 2,24$ кг; $\approx 0,17$ кг и $\approx 0,02$ кг. 1274. $\approx 92,6$ тыс. кв. км. 1275. ≈ 170 т;
 ≈ 26 т; $\approx 2,6$ т и $\approx 2,0$ т. 1276. 18 т. 1277. 117 руб. 1278. 1) 19 руб.;
 2) 60%. 1279. 2) 130; 4) 500; 6) 3600; 8) $4285 \frac{5}{7}$. 1282. 2) 600 руб.;
 4) 600 руб.; 6) 2 млн. т; 8) $83 \frac{1}{3}$ м. 1283. 112 руб. 10 коп. 1284. 560 руб.
 1285. 978 руб. 69 коп. 1286. $\approx 4,88$ млн. и $\approx 6,42$ млн. 1287. ≈ 23 млн. т
 и ≈ 51 млн. т. 1289. ≈ 8000 ц. 1290. $\approx 1,5$ кг. 1291. ≈ 500 т. 1292. 710 кг и 740 кг.
 1293. 250 кг; 5 кг; 45 кг. 1294. 5940 га. 1295. 2 руб. 3 коп. 1296. 812 и 490.
 1297. 69 руб. 20 коп. 1298. 150 руб. и 9 руб. 1299. 1) 50,8 руб.; 2) 4,4;
 3) 20. 1300. 35. 1301. Уменьшилась на 4%. 1302. 1000 руб. и 1500 руб.
 1303. 2403 руб., 2407 руб., 2433 руб. 50 коп., 2448 руб. 18 коп. 1304. 4) 160%;
 6) $16 \frac{2}{3}$ % $\approx 16,7$ %; 10) ≈ 473 %; 12) 90%; 14) ≈ 79 %; 16) 82,5%. 1305.
 2) 110,3% и 90,7%; 4) 74,3% и 134,6%. 1306. 2) 500%; 4) 160%; 6) 4%;
 8) $\frac{1}{36}$ %. 1307. 2) 1,5%; 4) 1,7%; 6) 2340%. 1308. 1) 60,5% и 39,5%;
 2) 153,3%. 1310. 99,70%; 99,60%. 1311. ≈ 7 %. 1312. ≈ 34 %. 1313. 40%.
 1316. 97,4%. 1317. 12,5%. 1318. 3,9%. 1319. ≈ 11 %. 1320. $\approx 7,6$ %.
 1321. $\approx 1,8$ % и $\approx 9,8$ %. 1322. ≈ 45 куб. м; ≈ 91 куб. м; ≈ 180 куб. м. 1323.
 50%. 1324. 15 кв. м. 1325. 0,0005%. 1326. $\approx 14,2$ %; $\approx 18,0$ %;
 $\approx 16,1$ %. 1333. 5 г; 1%. 1335. ≈ 8 % и 5%. 1336. $\approx 0,1$ %. 1337. 0,2 мм.
 и 10%. 1338. ≈ 228 м; ≈ 2 м; $\approx 0,9$ %. 1339. 5' и $\approx 0,2$ %. 1341. 300 скоб. 1342.
 Пригодно, так как содержит 0,04% рожек спорыньи. 1343. ≈ 70 кг. 1344.
 0,1%. 1345. ≈ 9300 км. 1346. 793 пары. 1347. ≈ 930 кг; ≈ 230 кг; ≈ 180 кг и
 $\approx 23,7$ т. 1348. 15%. 1349. 275 штук. 1350. 26%. 1351. 60 руб. и 80 руб.
 1352. ≈ 47 т; ≈ 48 раз. 1353. 40%—50%; 1%—1,4%; 0,0000002%. 1354.
 ≈ 1200 %; ≈ 1200 % и ≈ 2100 %. 1356. 6,2%. 1359. Уменьшилась примерно на
 10 кв. м. 1360. 0,5%. 1361. Уменьшилось на 1,92 кв. дм ≈ 2 кв. дм.
 1362. Увеличился на ≈ 31 %. 1363. 114 куб. дм. 1364. ≈ 26 %. 1365. 80%.
 1366. 1) 44 и 200; 2) 427 и 488. 1367. 72%. 1368. 350 и 420. 1369. 70 тыс. кв.
 км; 30 тыс. кв. км; 87 тыс. кв. км. 1370. ≈ 2580 кг. ≈ 1950 кг и ≈ 1460 кг.
 1373. 1) 9,6% и ≈ 15 %; 2) 40 мм и ≈ 1 %. 1374. 9 месяцев. 1375. 400 руб.
 1376. 25 коп. и 40 коп. 1377. 3780 ц и 3750 ц. 1378. 1,4%; $\frac{ab}{100}$ %.

IX. Пропорции. Прямая и обратная пропорциональность величин.

1379. 2) 0,06; 4) 0,2; 6) 80. 1380. 0,7 и 1,5. 1381. $\approx 110\%$. 1382. 2) 0,9; 4) 20; 6) 0,7; 8) 1,6. 1383. 2) 6 : 3; 4) 252 : 31; 6) 40 : 3; 8) 55 : 18; 10) 102 : 125; 12) 96 : 75; 14) 626 : 260. 1386. 2) 9 : 25; 4) 15 : 7; 6) 14 : 15; 8) 25 : 3; 10) 40 : 41. 1387. 2) 16 : 1; 4) 1 : 2; 6) 4 : 7; 8) 67 : 100. 1388. $\approx 138\%$. 1389. $3,6 = 360\%$ и $2,8 = 280\%$. 1390. 1) 2,8; 2) $1 \frac{1}{9}$; 3) 0,015; 4) $\frac{1}{3}$; 5) $3 \frac{1}{3}$; 6) $23 \frac{1}{9}$. 1391. $\frac{1}{2500000}$; 395 км. 1392. $0,125 : 0,25 = 1,3 : 2,6$. 1393. 2) $0,9 : \frac{1}{3} = 45 : 16 \frac{2}{3}$. 1394. Все пропорции верны. 1395. 2) 1 : 12 = 12 : 144; 4) $36 : 6 = 18 : 3$. 1399. 1) 10,175 и 6,105; 2) 0,875 и 0,525. 1400. Пропорции 5) и 6) неверны. 1403. Периметры равны 47 см и 47 дм. Пропорцию можно составить такую: 47 : 470 = 12 : 120. 1404. Объемы: 3600 куб. см и 6000 куб. см. Можно составить, например, такую пропорцию: 3600 : 6000 = 1,5 : 2,5. 1406. 1) 15; 2) 105; 3) 60; 4) 1,3; 5) $2 \frac{2}{3}$; 6) $5 \frac{1}{3}$; 7) 8; 8) 9,8; 9) $8 \frac{3}{14}$; 10) 2,7; 11) 8,88; 12) 4,32. 1407. 1) 0,42; 2) $\frac{1}{3}$; 3) 200; 4) 1,23; 5) 0,03; 6) 0,25; 7) 1,08; 8) $93 \frac{3}{4}$; 9) 0,16; 10) 0,00008. 1410. 1) $\frac{12}{49}$; 2) 101,2; 3) 200; 4) 0,00058; 5) 10,5; 6) $\frac{8}{35}$. 1414. $\frac{9}{40000}$; 2) 9; 3) 1,44; 4) $\frac{7}{600}$; 5) 0,32. 1415. 1. 5 : 12 = 0,3 : 0,72; 3. $x = 7,14$; $y = 16,8$. 1416. 45 дней. 1417. 6 руб. 92 коп. 1418. 212 л. 1419. 49 т. 1420. 10 час. 1421. 38 раз. 1422. 840. 1423. 48 дней. 1424. 0,8. 1425. 1) 57,4 кг; 2) $\approx 3,4$ т. 1427. 1) 225 оборотов; 2) 24 зуба. 1428. 540 кг. 1429. 1) 640; 2) 36 см. 1430. 1,8 м. 1431. 48 см. 1432. 7,2. 1433. $6 \frac{2}{3}$ дня; 10 дней. 1434. $\approx 54\%$; $\approx 89\%$ 1435. 720 кг. 1436. 400 мм. 1437. $\approx 1,4$ см. 1438. $\approx 2,1$ см. 1439. 3,6 оборота. 1440. $2 \frac{5}{8}$ нормы. 1441. $\approx 1,5$ часа; $\approx 9,8$ га. 1442. 3 дня. 1443. ≈ 490 куб. м и ≈ 63 куб. м. 1444. 391 стр. 1445. $\approx 5 \frac{1}{2}$ месяцев. 1446. 12,5 часа. 1447. 2) 115,2; 158,4 и 86,4; 4) 1806; 1204 и 903; 6) 13; 19,5; 91 и 32,5. 1448. 72 м, 60 м и 24 м. 1449. 0,5 кг. 1450. 6 г; 4 г. 1451. 60; 50 и 45. 1452. 1) ≈ 7 г и ≈ 45 г. 1453. ≈ 190 кг, ≈ 250 кг и ≈ 80 кг. 1454. 74 руб. 88 коп.; 46 руб. 80 коп. и 49 руб. 92 коп. 1455. 2) 70; 42 и 210; 4) 342; 304 и 285; 6) 75,6; 28; 16,8 и 4,2. 1456. 3,6 и 6. 1457. 7,8; 23,4 и 11,7. 1458. Данное число 71,78. 1459. 18 час. и 24 часа. 1460. ≈ 260 г; ≈ 180 г и ≈ 53 г. 1461. 104 м и 96 м. 1462. 54 и 30. 1463. ≈ 22 кг и ≈ 14 кг. 1464. 1) 3,6 км; 4,5 км и 5,4 км; 2) 132; 55 и 30. 1465. 1) 204; 225 и 306; 2) ≈ 62 дня; 3) 10,8. 1466. 1) 1,2; 18 и 27; 2) 4 часа; 3) 2,4.

Х. Повторение пройденного.

1467. 1) $\approx 2,17$; 2) $\approx 34\ 800$; 3) $\approx 84,7$; 4) $\approx 0,77$; 5) $\approx 0,101$; 6) $\approx 1\ 070\ 000$.
1468. 2) ≈ 5400 ; 4) $\approx 23,8$; 6) $\approx 22,99$. 1469. 2) 1,4 км; 4) 26 га; 6) 1,44%.
1470. 2) 2200 км; 4) $33\frac{1}{3}$ л; 6) 40500. 1471. 2) $\approx 0,3\%$; 4) $\approx 66\%$; 6) $\approx 21\%$.
1472. 2) 0,135; 4) $\frac{1}{80}$; 6) $3\frac{1}{3}$. 1474. 2) 13,8 и 20,7; 3) 25,2; 22,4 и 21; 4) 1; 0,75 и 0,6; 5) 16; 20 и 14; 6) $105\frac{3}{4}$; $528\frac{3}{4}$ и $70\frac{1}{2}$; $261\frac{1}{9}$; $52\frac{2}{9}$ и $391\frac{2}{3}$. 1475. 1) На 174%; 2) на 96%. 1476. На 15%; в третьем квартале на $\approx 14,3\%$. 1477. $\approx 11,6$ млн. га; $\approx 1,6$ млн. га. 1478. $\approx 20\%$ и $9,1\%$. 1479. ≈ 27 т. 1480. 109,4%. 1481. 65,8%; 21,9%; 18,5% и 4%. 1482. 4,3 млн.; 15,9 млн.; 18,0 млн.; 4,0 млн.; 0,2 млн. 1483. Было 20 куб. м. 1484. ≈ 88 т. 1485. $\approx 6,3$ ц. 1486. 1,2 часа. 1487. 20 зубцов. 1488. 92 оборота. 1489. 63 литра. 1490. 3,5 кг. 1491. 28,8 га. 1492. 9 рейсов. 1493. 256 мм. 1494. 9. 1495. ≈ 240 час. 1496. 12 час. 1497. 126 км; ≈ 1 час 51 мин. 1498. 600 сем.; 552 раст. 1499. 4,8 часа. 1500. $6\frac{3}{4}$ часа. 1501. $\approx 4,7$ часа. 1502. ≈ 940 м. 1503. 8 дней; 5 дней. 1504. ≈ 39 га; 9,9 ц. 1505. 51,8 т. 1506. 54 мин. 1507. 1 см. 1508. ≈ 97 л. 1509. 10 косилок; $\approx 4\frac{2}{3}$ часа. 1510. 14 дней. 1511. 3,6 руб. 1512. 100 км. 1513. 50 га. 1514. 6000 руб., 2100 руб., 1560 руб. и 2340 руб. 1515. 1650 руб. 1516. 6360 руб. 1517. 50 км/час; 52,5 км/час. 1518. 12000. 1519. ≈ 817 га. 1520. $\approx 83\%$; 110%; $\approx 109\%$; 1521. 40 т, 52 т, 34,5 т. 1522. 50 га. 1523. 55%. 1524. 100 куб. м; 75 куб. м и 90 куб. м. 1525. $\approx 2,4$ а и 10 а. 1526. 72 г, 168 г и 360 г. 1527. 85 г, 208 г и 208 г. 1528. ≈ 1990 ц. 1529. ≈ 420 досок. 1530. 2500 т. 1531. 5 руб. 84 коп. и 3 руб. 90 коп. 1532. 60 л и 30 л. 1533. 1008; 840 и 630. 1534. ≈ 290 т. 1535. $\approx 52\%$. 1536. $\approx 2,4$ кг; 1,2 кг; 1,2 кг и 0,2 кг. 1537. 0,3 кв. м. 1538. 27 кв. км. 1539. 2 дм; 2,4 дм и 3 дм. 1542. ≈ 240 г; ≈ 110 г и ≈ 190 г. 1543. ≈ 231 кг на 1 кв. см; ≈ 85 раз. 1544. 12,4 и 5,5. 1545. 7 час.; 2,5 часа; 3,5 часа. 1546. 12 дней, 8 дней и 6 дней. 1547. 1) 2 часа 45 минут; 2) 3; 3) 0,732. 1548. 1) 1 час. 48 минут; 2) 1; 3) 594. 1549. 1) 54 км; 2) 142 857; 3) 0,18. 1550. 1) $\approx 2\frac{3}{4}$ часа; 2) $6\frac{1}{12}$; 3) 200. 1551. 1) 50,4 руб и 37,8 руб.; 2) $6\frac{8}{11}$; 3) 70; 15 и 10. 1552. 1) 22,5°; 26,5°; 2) 6,45; 3) 12 : 55. 1553. 1) 246,96 кв. м; 2) 0,45; 3) 0,4. 1554. 1) 9,6 куб. м; 12 куб. м. и 10,8 куб. м; 2) 7, 56; 3) $\frac{5}{7}$. 1555. 1) ≈ 1200 т; 2) $\frac{42}{95}$; 3) $\frac{1}{45}$. 1556. 1) 442; 52 и 26; 2) 0; 3) $6\frac{1}{12}$ и $\frac{125}{144}$. 1557. 1) 3 дня; 2) $61\frac{2}{3}$; 3) 1. 1558. 1) 3 часа 36 минут; 2) 1,54; 3) 110 м, 635 м, 27 м и 9,0 см. 1559. 1) 7, 5 часа и 15 час.; 2) 1; 3) ≈ 17 га. 1560. 1) ≈ 5 час.; 2) 19,5; 3) 103,0% и 97,1%. 1561. 1) 528 кг, 192 кг, 480 кг; 2) 15,8; 3) 1 кг 16 г. 1562. 1) $\approx 11,6$ га; 2) 15,7; 3) $\approx 21,0$ ц. 1563. 1) 48; 2) 0,36; 3) 26 400. 1564. 1) 124 км; ≈ 41 км/час. 2) $\frac{5}{12}$. 3) 50:63.

1565. 1) ≈ 70 км/час; 2) 1,56; 3) увеличится в 18 раз. 1566. 1) $7\frac{1}{2}$ кусков; 2) $\approx 5,5$; 3) увеличится на $\frac{1}{15}$. 1567. 1) 12 т, 18 т и 24 т. 2) $\approx 52,1$; 3) 122,25 т. 1568. 1) 45 т, 27 т и 13,5 т; 2) $\approx 4,8$. 1569. 17 чел. 1570. 301. 1571. 84 лет. 1572. 1) $9374 \cdot 82 = 768\,668$; 2) $69\,748 : 371 = 188$. 1575. 32 кг. 1576. Первый получил на 1 рубль больше. 1577. 63%. 1578. 3,4 руб.; 2,8 руб.; 5,7 руб. и 8,4 руб. 1579. 12 лет. 1580. 25%. 1581. 44 раза. 1582. 1) Изменится, если дробь не равна 1. 2) Если дробь обозначить через $\frac{a}{b}$, то можно прибавлять к числителю pa , к знаменателю pb . 1583. Нуль. 1584. 30,5 кг; 9,5 кг; 14,5 кг и 5,5 кг. 1585. 56 и 40.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

I. Натуральные числа.

§ 1. Счет как основа арифметики. Натуральный ряд чисел	5
§ 2. Нумерация многозначных чисел	6
§ 3. Метрическая система мер	10
§ 4. Римская нумерация	15
§ 5. Исторические сведения о нумерации чисел и системах счисления	17
§ 6. Сложение и его законы	20
§ 7. Сложение многозначных чисел. Проверка сложения	24
§ 8. Сложение на счетах	25
§ 9. Основные задачи, решаемые сложением	27
§ 10. Вычитание	28
§ 11. Вычитание многозначных чисел	29
§ 12. Проверка сложения и вычитания	32
§ 13. Основные задачи, решаемые вычитанием	—
§ 14. Вычитание на счетах	34
§ 15. Умножение	35
§ 16. Законы умножения	37
§ 17. Умножение многозначных чисел	40
§ 18. Проверка умножения	43
§ 19. Основные задачи, решаемые умножением	—
§ 20. Деление	46
§ 21. Деление нуля и деление на нуль	47
§ 22. Деление многозначных чисел	—
§ 23. Проверка умножения и деления	50
§ 24. Основные задачи, решаемые делением	51
§ 25. Зависимость между данными числами и результатами действий над ними	55
§ 26. Решение задач с помощью уравнений	57
§ 27. Изменение суммы	60
§ 28. Изменение разности	61
§ 29. Изменение произведения	64
§ 30. Изменение частного	67

§ 31. Указания к усвоению правил об изменении результатов арифметических действий	68
§ 32. Порядок выполнения арифметических действий	70
§ 33. Среднее арифметическое нескольких чисел	73
§ 34. Понятие о приближенных числах	—
§ 35. Округление чисел	76
§ 36. Исторические сведения об арифметических действиях	82
§ 37. Делители и кратные данного числа	83
§ 38. Делимость суммы двух чисел	84
§ 39. Признаки делимости чисел	86
§ 40. Признак делимости на 2	—
§ 41. Признак делимости на 5	87
§ 42. Признаки делимости на 3 и на 9	88
§ 43. Простые и составные числа	91
§ 44. Разложение чисел на простые множители	93
§ 45. Общие делители двух чисел	95
§ 46. Общее кратное чисел	96
§ 47. Нахождение наименьшего общего кратного чисел	97
§ 48. Упражнения для повторения	101

II. Дроби.

§ 49. Введение новых чисел при делении натуральных чисел	105
§ 50. Введение дробных чисел при измерении	108
§ 51. Запись дроби. Изображение натурального числа в виде дроби	109
§ 52. Правильная и неправильная дробь	110
§ 53. Смешанное число	—
§ 54. Числовой луч	111
§ 55. Выражение натурального или смешанного числа неправильной дробью	113
§ 56. Выражение неправильной дроби натуральным или смешанным числом	114
§ 57. Сравнение дробей по величине	116
§ 58. Изменение дроби при изменении ее числителя в несколько раз	118
§ 59. Изменение дроби при изменении ее знаменателя в несколько раз	—
§ 60. Основное свойство дроби	120
§ 61. Сокращение дроби	121
§ 62. Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю	123
§ 63. Сложение дробей	127
§ 64. Законы сложения для дробных чисел	130
§ 65. Вычитание дробей	132
§ 66. Свойства сложения и вычитания	136
§ 67. Умножение дроби на натуральное число	139
§ 68. Нахождение дроби числа	142
§ 69. Умножение натурального числа на дробь	146
§ 70. Умножение дроби на дробь	150
§ 71. Другой способ решения задачи на нахождение дроби числа	154

§ 72. Особенности произведения двух чисел в зависимости от вида множителя	156
§ 73. Законы умножения для дробных чисел	159
§ 74. Нахождение числа по его дроби	163
§ 75. Взаимно обратные числа	165
§ 76. Деление дроби на натуральное число	167
§ 77. Деление на дробь	169
§ 78. Свойства произведения и частного	174
§ 79. Деление суммы на число	176
§ 80. Деление произведения на число	178
§ 81. Квадратные и фигурные скобки	180
§ 82. Решение задач с помощью уравнений	185
§ 83. Вычисление площади квадрата или прямоугольника, если длины их сторон выражены дробными числами	188
§ 84. Вычисление объема куба или прямоугольного параллелепипеда, если длины их ребер выражены дробными числами	192
§ 85. Окружность и угол	196
§ 86. Измерение углов	197
§ 87. Прямоугольные диаграммы	202
§ 88. Секторные диаграммы	205
§ 89. Упражнения для повторения по теме «Обыкновенные дроби»	208

III. Десятичные дроби.

§ 90. Понятие о десятичной дроби	216
§ 91. Запись и чтение десятичной дроби	217
§ 92. Значение цифр после запятой в десятичной дроби	219
§ 93. Запись некоторых обыкновенных дробей в виде десятичных дробей	219
§ 94. Сравнение десятичных дробей по величине	221
§ 95. Изменение десятичной дроби при переносе запятой	222
§ 96. Уменьшение натурального числа в 10, 100, 1000 и т.д. раз	223
§ 97. Значение десятичных дробей в практических расчетах	225
§ 98. Округление целых чисел и десятичных дробей	226
§ 99. Сложение десятичных дробей	228
§ 100. Вычитание десятичных дробей	231
§ 101. Умножение десятичных дробей	234
§ 102. Деление натурального числа и десятичной дроби на натуральное число	238
§ 103. Деление на десятичную дробь	240
§ 104. Приближенное частное	243
§ 105. Понятие о проценте	249
§ 106. Нахождение процентов числа	250
§ 107. Нахождение числа по его процентам	253
§ 108. Вычисление периметра прямоугольника и треугольника	255
§ 109. Вычисление площади треугольника	257

§ 110. Вычисление поверхности куба и прямоугольного параллелепипеда	259
§ 111. Составление сметы	260
§ 112. Упражнения для повторения по теме «Десятичные дроби»	262

IV. Совместные действия над обыкновенными и десятичными дробями. Отношение величин.

§ 113. Выражение обыкновенной дроби десятичной дробью	269
§ 114. Преобразование обыкновенной дроби в десятичную с помощью разложения знаменателя на простые множители	270
§ 115. Преобразование обыкновенной дроби в десятичную путем деления числителя на знаменатель	272
§ 116. Периодическая дробь	274
§ 117. Совместные действия над обыкновенными и десятичными дробями	277
§ 118. Отношение двух чисел	283
§ 119. Отношение двух величин	284
§ 120. Нахождение одного из членов отношения	286
§ 121. Числовой масштаб	288
§ 122. Упражнения по теме «Совместные действия над обыкновенными и десятичными дробями. Отношение величин»	291
§ 123. Исторические сведения о дробях	296

V. Измерения на местности.

§ 124. Обозначение на местности точек и прямых	298
§ 125. Измерение расстояний на местности	299
§ 126. Эккер	301
§ 127. Построение прямоугольного участка и вычисление его площади	—

VI. Повторение пройденного.

§ 128. Указания о работе с учебником при повторении пройденного	303
§ 129. Числа	304
§ 130. Действия над числами и законы действий	305
§ 131. Изменение результатов арифметических действий. Зависимости между данными числами и результатами действий над ними	306
§ 132. Геометрические сведения	307
§ 133. Упражнения	—

VII. Приближенные вычисления.

§ 134. Точные и приближенные значения величин	326
§ 135. Абсолютная погрешность	328
§ 136. Правило записи приближенных чисел	331
§ 137. Сложение и вычитание приближенных чисел	334
§ 138. Значащие цифры приближенного числа	339

§ 139. Выделение значащих цифр в записи приближенного целого числа	—
§ 140. Умножение приближенных чисел	341
§ 141. Деление приближенных чисел	342
§ 142. Умножение и деление приближенных чисел с предварительным округлением данных	345
§ 143. Совместные действия с приближенными числами	—

VIII. Проценты.

§ 144. Понятие о проценте	350
§ 145. Нахождение процентов числа	352
§ 146. Нахождение числа по его процентам	355
§ 147. Процентное отношение двух чисел	359
§ 148. Относительная погрешность	364
§ 149. Формулы для решения основных задач на проценты	367

IX. Пропорции. Прямая и обратная пропорциональность величин.

§ 150. Отношение чисел. Замена отношения дробных чисел отношением натуральных чисел	373
§ 151. Упрощение отношения	374
§ 152. Пропорция	376
§ 153. Основное свойство пропорции. Перестановка членов пропорции	378
§ 154. Нахождение неизвестного члена пропорции	381
§ 155. Прямо пропорциональные величины	382
§ 156. Обратно пропорциональные величины	384
§ 157. Непропорциональные величины	385
§ 158. Решение задач на пропорциональные величины	387
§ 159. Прямо пропорциональное деление	392
§ 160. Обратно пропорциональное деление	395

X. Повторение пройденного.

§ 161. Приближенные вычисления	400
§ 162. Проценты	401
§ 163. Пропорции	—
§ 164. Упражнения для повторения	402
Таблицы наиболее употребительных единиц измерения	420
Таблица простых чисел, меньших 1000	422
Алфавитный указатель	423
Ответы и указания к заданиям	425
Ответы к упражнениям	428

Николай Александрович Принцев
Михаил Ильич Ягодовский

АРИФМЕТИКА

для 5 и 6 классов средней школы

Редактор *Л. А. Сидорова*
Редактор карт *В. И. Борискина*
Внешнее оформление художника
С. Я. Нодельмани
Рисунки художника *А. В. Сайчука*
Художественный редактор *Б. Л. Николаев*
Технический редактор *В. И. Корнеева*
Корректоры *Т. А. Кузнецова* и *Н. А. Мясникова*

* * *

Сдано в набор 6/IV 1965 г. Подписано к печати
28/VII 1965 г. А 11560. Формат 60 × 90¹/₁₆. Печ. л. 28
Уч.-изд. л. 23,23 Тираж 20 000 экз. Заказ № 316

* * *

Издательство «Просвещение» Государственного
комитета Совета Министров РСФСР по печати.
Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Ярославский полиграфкомбинат Главполиграфпрома
Комитета по печати при Совете Министров СССР.
Ярославль, ул. Свободы, 97.

Цена без переплета 30 коп. Переплет 8 коп.