

Книгоиздательство Т-ва И. Д. Сытина.  
ОТДѢЛЪ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ.

---

**П. Карасевъ,**

преподаватель математики въ Коммерческомъ училищѣ имени Десаревича Алексѣя,  
Женскомъ Коммерческомъ Училищѣ и Торговыхъ Класахъ  
Моск. Общ. Распространенія Коммерч. Образованія

# ГЕОМЕТРІЯ

## НА ПОДВИЖНЫХЪ МОДЕЛЯХЪ.

Изготовленіе и примѣненіе  
подвижныхъ моделей геометрическихъ формъ  
(планиметрія).

Тѣснѣе для классной работы въ среднихъ и низшихъ учебныхъ заведеніяхъ при прохожденіи какъ систематическаго, такъ и пропедевтическаго курса геометріи, съ 94 рисунками и чертежами.

Типогр. Т-ва И. Д. Сытина  Пятницкая ул., свой домъ.

МОСКВА.—1916.

## ВВЕДЕНИЕ.

„Съездъ признаетъ необходимымъ усилить наглядность преподаванія математики на всѣхъ его ступеняхъ“ (1-й пунктъ резолюціи 1-го Всероссийскаго Съезда преподавателей математики. СПб. 26/XII—5/I 1910 г.).

### I.

Въ послѣднее время и въ педагогической литературѣ, и на съѣздахъ преподавателей математики, и въ научно-педагогическихъ кружкахъ все чаще и чаще раздаются голоса, указывающіе на неправильность пути, по которому идетъ преподаваніе элементарной геометріи. Начиная преподаваніе ея съ систематическаго курса, преподаватель неминуемо сталкивается съ фактомъ недостатка строго-научной системы, построенной на чистой логикѣ съ требованіями дѣтскаго ума, склоннаго къ конкретизаціи, къ образному способу усвоенія научныхъ истинъ. Если начинать геометрію съ систематическаго курса, то въ каждой теоремѣ придется доказывать справедливость такой истины, сущность которой дѣтми практически наглядно не усвоена, всеобщность ея не сознана и потребность въ доказательствѣ, которое дѣти учатъ, ничѣмъ не вызвана. Неудивительно, что забываются учениками не только доказательство, но и самыя свойства геометрическихъ формъ.

Въ установившейся практикѣ прохожденія систематическаго курса «доказательство» является чѣмъ-то исключительно главнымъ, чуть ли не единственнымъ критеріемъ

знанія геометріи <sup>1)</sup>, забывая, что теоремы доказываютъ не въ одной геометріи, а во всякой наукѣ, что главною цѣлью геометріи является изученіе образованія или «построенія» геометрическихъ формъ, выясненіе свойствъ каждой отдѣльной формы и, наконецъ, установленіе зависимости между формами. Раньше самаго доказательства надо обладать истинною, справедливою которой предстоитъ доказывать: обладаніе же этой истиной достигается при помощи всевозможныхъ приѣмовъ нагляднаго характера, а укрѣпленіе ея въ умѣ ученика—при помощи задачъ. Доказательство здѣсь должно занимать среднее мѣсто: когда уже наиболѣе пытливые ученики начинаютъ обращать вниманіе на постоянство этого свойства, начинаютъ спрашивать: «Почему это всегда такъ бываетъ?», тогда лишь на вопросъ «почему» отвѣтомъ является доказательство.

Въ ряду методовъ нагляднаго характера, способствующихъ усвоенію на отдѣльныхъ примѣрахъ геометрическихъ истинъ, слѣдуетъ отмѣтить примѣненіе различнаго рода моделей, въ особенности моделей подвижныхъ.

## II.

Въ началѣ изученія геометріи, когда геометрическое воображеніе дѣтей еще не развито, необходимо прийти ему на помощь при изученіи дѣйствій съ отрѣзками, углами и др. формами. Неопытный глазъ, несомнѣнно, испытаетъ большее удовлетвореніе, видя, какъ одинъ отрѣзокъ при сложеніи переносится къ другому и сливается съ нимъ, давая одинъ болѣе большой отрѣзокъ, какъ сливаются два угла въ одинъ, какъ накладывается одинъ уголь на другой,—чѣмъ если бы это было выполнено при помощи чертежа. **Необходимо**

<sup>1)</sup> Какъ часто при бесѣдахъ о математикѣ, въ обществѣ, съ людьми вполне интеллигентными приходится встрѣчаться съ представленіемъ о геометріи, какъ о такомъ (единственномъ въ своемъ родѣ) предметѣ, гдѣ только и дѣлаютъ, что „доказываютъ теоремы“!

прійти на помощь воображенію и въ такихъ случаяхъ, когда для доказательства приходится пользоваться вращеніемъ или перегибаніемъ фигуры.

Конечно, это необходимо лишь въ началѣ курса, въ маломъ сравнительно возрастѣ. Чтобы не избаловать воображенія подобными приемами, полезно продѣланное на модели упражненіе сейчасъ же повторять на чертежѣ, который такимъ образомъ будетъ слѣдующей стадіей отвлеченія.

Если признать, что первую ступенью геометрическаго развитія должно быть образованіе формъ, то модели въ этомъ дѣлѣ будутъ имѣть вполне опредѣленное значеніе, давая болѣе конкретныя формы, чѣмъ простой чертежъ.

### III.

Далѣе, по мѣрѣ изученія геометріи, польза моделей какъ пособниковъ воображенію, блѣднѣетъ—и справедливо, потому что ученику уже пора привыкать къ отвлеченію, потому что ученику, проработавшему годъ по геометріи, можно предъявлять уже другія требованія, болѣе высокія, чѣмъ къ начинающему ученику.

Здѣсь на первый планъ выступаетъ новое значеніе, новая особенность модели—и именно подвижной модели.

Выяснимъ на самомъ простомъ примѣрѣ эту вторую особенность геометрической модели.

Пусть намъ нужно изучить свойство угловъ  $\triangle$ -ка. Предложимъ каждому ученику взять листъ бумаги и приготовить треугольникъ какой угодно формы (можно даже заказать это какъ домашнюю работу).

Пусть они отмѣтятъ цифрами углы  $\triangle$ -въ, оторвутъ эти углы и сложатъ. У всѣхъ учениковъ углы образуютъ въ суммѣ  $2d$ . Одинъ подобный опытъ, произведенный предъ учениками на доскѣ, не удивить ихъ: мало ли что бываетъ! Но вотъ когда 30—40 треугольниковъ, и косоугольныхъ, и прямоугольныхъ, и тупоугольныхъ, дадутъ одинъ и тотъ же результатъ—это обстоятельство ихъ поражаетъ. Всегда слышишь вопросъ: «Да почему это такъ?» Одинъ опытъ