

П. А. ЛАРИЧЕВ

СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО
АЛГЕБРЕ

ЧАСТЬ
II

ДЛЯ 8—10 КЛАССОВ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Утвержден
Министерством просвещения РСФСР

ИЗДАНИЕ ГРЕГЪЕ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР
МОСКВА 1952

*Удостоен первой премии
Академии педагогических наук РСФСР
в 1950 г.*

Редактор *Н. И. Лепёшкина.*

Техн. редактор *Н. Н. Махова.*

Подписано к печати 1/III 1952 г. А-01584. Тираж 1 600 000 экз.
(1 — 800 тыс. экз.). Бумага $84 \times 108\frac{1}{32} = 4,125$ б. л. — 13,53 п. л.
Уч.-изд. л. 14,72. Заказ № 3. Цена без перенлёта 2 р. 20 к. Перенлёт 75 к.

2-я типография „Печатный Двор“ им. А. М. Горького Главлитграф-
издата при Совете Министров СССР. Ленинград, Гатчинская, 26.

ГЛАВА I.

ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ И УГЛУБЛЕНИЯ ПРОЙДЕННОГО ¹⁾.

§ 1. Тожественные преобразования алгебраических выражений.

1. Сформулировать и доказать тождества:

1) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;

2) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;

3) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$;

4) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;

5) $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b - 3ab^2 - b^3$.

2. Используя формулы предыдущей задачи, доказать следующие тождества:

1) $\frac{(m + n)^2}{2} + \frac{(m - n)^2}{2} = m^2 + n^2$;

2) $\left(\frac{m + n}{2}\right)^2 - \left(\frac{m - n}{2}\right)^2 = mn$;

3) $\left(\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}\right)^2 + \left(\frac{2a}{a^2 + 1}\right)^2 = 1$;

4) $(a - b)^3 + (b - c)^3 +$
 $+ (c - a)^3 - 3(a - b)(b - c)(c - a) = 0$.

3. 1) Доказать, что разность между квадратом суммы двух чисел и учетверённым их произведением равна квадрату разности тех же чисел.

2) Доказать, что сумма квадрата разности двух чисел и учетверённого их произведения равна квадрату суммы тех же чисел.

¹⁾ Предполагается, что повторение будет проводиться параллельно с прохождением нового материала.

18. 1) Может ли сумма $a + b$ быть меньше разности $a - b$?
 2) Можно ли утверждать, что $2a > a$?
 3) Известно, что $a \neq 0$ и $b \neq 0$; можно ли утверждать, что $a + b \neq 0$? $a \cdot b \neq 0$?
19. 1) Даны два числа a и b ; чему равно расстояние между соответствующими им точками на числовой оси?
 2) Известно, что абсолютная величина a меньше 2. Где на числовой оси может быть расположена точка, соответствующая числу a ?
 3) Можно ли сказать, что $(a - b)^2$ есть положительное число при всех значениях a ?
 4) Равны ли между собой выражения: $-m^2$ и $(-m)^2$? $-m^3$ и $(-m)^3$?
20. 1) Может ли при некоторых частных значениях a и b иметь место равенство: $(a + b)^2 = a^2 + b^2$?
 2) Можно ли утверждать, что $(a - b)^2 = (b - a)^2$? $(a - b)^4 = (b - a)^4$? $(a - b)^3 = (b - a)^3$?
 3) Можно ли, не изменяя величины дроби, возвести числитель и знаменатель в квадрат?
21. 1) При каких значениях a следующие выражения не имеют смысла:
 а) $\frac{1}{a-4}$? б) $\frac{2}{a+1}$? в) $\frac{b^2}{a^2-4}$? г) $\frac{1}{a^2+1}$?
 2) При каком условии:
 а) $\frac{3a-6b}{a+b} = 0$? б) $\frac{2a-b}{b-a} = 1$?

§ 2. Уравнения первой степени с одним неизвестным.

Решить уравнения:

22. 1) $2x(3x-2) - 3 \left[1 - (2-x)(2x+3) - \frac{x-3}{2} \right] = 13$;

2) $3 \left\{ x - \frac{3x-1}{4} - \left[1 - 2 \left(x - \frac{3+x}{5} \right) \right] \right\} = 5x - 2$.

23. 1) $\frac{1}{(x+1)^2} + \frac{4}{x(x+1)^2} = \frac{5}{2x(x+1)}$;

2) $\frac{2x+19}{5x^2-5} - \frac{17}{x^2-1} - \frac{3}{1-x} = 0$.

$$24. \quad 1) \quad \frac{3x-3}{2x^2-2} - \frac{2x+2}{3x^2+6x+3} = \frac{5(x-1)}{12x^2-24x+12};$$

$$2) \quad \frac{6}{4-x} = \frac{25}{1-3x} - \frac{16}{x-4}.$$

Решить относительно x следующие уравнения с буквенными коэффициентами:

$$25. \quad 1) \quad \frac{x+a}{a-x} + \frac{x-a}{a+x} = \frac{a}{a^2-x^2};$$

$$2) \quad \frac{x}{a} - 1 : \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right) = 1 : \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right).$$

$$26. \quad 1) \quad [(n-1)^2 + n] : \left[\frac{(n+1)^2}{3n} - n - 1\right] = x : \left[\frac{(n-1)^2}{4n} + 1\right];$$

$$2) \quad \frac{x}{a} (3ab + 1) = \frac{3ab}{1+a} + \frac{(2a+1)x}{a(a+1)^2} + \frac{a^2}{(a+1)^2}.$$

$$27. \quad 1) \quad \frac{am}{a^2-b^2} - \frac{x+m}{a+b} = \frac{b^2x}{a^2-ab^2+a^2b-b^3} - \frac{ax}{a^2+2ab+b^2};$$

$$2) \quad \frac{2}{a^2-ac-ax+cx} + \frac{1}{x^2-ax-cx+ac} =$$

$$= \frac{1}{c^2-cx-ac+ax}.$$

$$28. \quad 1) \quad \frac{a^2-1}{a^2+1} = \frac{a(x-1)+a^2-x}{a(x-1)-a^2+x};$$

$$2) \quad \frac{kx-lx}{2k+2l} + \frac{k lx}{k^2-l^2} - \frac{k-x}{k-l} = \frac{x}{2} + \frac{k+x}{k+l}.$$

Следующие уравнения решить относительно букв, входящих в уравнение:

$$29. \quad 1) \quad \frac{3a+k}{k} - 5 = \frac{b}{k}, \text{ решить относительно } k; a; b;$$

$$2) \quad ax + bx = cx, \text{ решить относительно } x; a; c.$$

$$30. \quad 1) \quad m \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 1, \text{ решить относительно } m; a;$$

$$2) \quad a - \frac{a+b}{x} = b - \frac{a-b}{x}, \text{ решить относительно } x; a; b;$$

$$3) \quad \frac{an+by}{n+y} = c, \text{ решить относительно } y; n; b.$$