П. А. ЛАРИЧЕВ

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО АЛГЕБРЕ

ЧАСТЬ II

ДЛЯ 8—10 КЛАССОВ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Утвержден Министерством просвещения РСФСР

ИЗДАНИЕ ТРЕТЬЕ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР
МОСКВА 1952

Удостоен первой премии
Академии педагогических наук РСФСР
в 1950 г.

Редактор *Н. И. Лепёшкина.* Техн. редактор *Н. Н. Махова.*

Подписано к печати 1/III 1952 г. А-01584. Тираж 1 600 000 экз. (1 — 800 тыс. экз.). Бумага $84 \times 108^1/_{32} = 4{,}125$ б. л. — 13,53 п. л. Уч.-изд. л. 14,72. Заказ № 3. Цена без переплёта 2 р. 20 к. Переплёт 75 к.

2-я типография „Печатный Двор“ им. А. М. Горького Главполиграфиздата при Совете Министров СССР. Ленинград, Гатчинская, 26.

ГЛАВА I.

ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ И УГЛУБЛЕНИЯ ПРОЙДЕННОГО[1]).

§ 1. Тождественные преобразования алгебраических выражений.

1. Сформулировать и доказать тождества:

1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$;
2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$;
3) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$;
4) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$;
5) $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$.

2. Используя формулы предыдущей задачи, доказать следующие тождества:

1) $\frac{(m+n)^2}{2}+\frac{(m-n)^2}{2}=m^2+n^2$;
2) $\left(\frac{m+n}{2}\right)^2-\left(\frac{m-n}{2}\right)^2=mn$;
3) $\left(\frac{a^2-1}{a^2+1}\right)^2+\left(\frac{2a}{a^2+1}\right)^2=1$;
4) $(a-b)^3+(b-c)^3+$
$+(c-a)^3-3(a-b)(b-c)(c-a)=0$.

3. 1) Доказать, что разность между квадратом суммы двух чисел и учетверённым их произведением равна квадрату разности тех же чисел.

2) Доказать, что сумма квадрата разности двух чисел и учетверённого их произведения равна квадрату суммы тех же чисел.

---

[1]) Предполагается, что повторение будет проводиться параллельно с прохождением нового материала.

18. 1) Может ли сумма $a+b$ быть меньше разности $a-b$?

2) Можно ли утверждать, что $2a > a$?

3) Известно, что $a \neq 0$ и $b \neq 0$; можно ли утверждать, что $a+b \neq 0$? $a \cdot b \neq 0$?

19. 1) Даны два числа a и b; чему равно расстояние между соответствующими им точками на числовой оси?

2) Известно, что абсолютная величина a меньше 2. Где на числовой оси может быть расположена точка, соответствующая числу a?

3) Можно ли сказать, что $(a-b)^2$ есть положительное число при всех значениях a?

4) Равны ли между собой выражения: $-m^2$ и $(-m)^2$? $-m^3$ и $(-m)^3$?

20. 1) Может ли при некоторых частных значениях a и b иметь место равенство: $(a+b)^2 = a^2 + b^2$?

2) Можно ли утверждать, что $(a-b)^2 = (b-a)^2$? $(a-b)^4 = (b-a)^4$? $(a-b)^3 = (b-a)^3$?

3) Можно ли, не изменяя величины дроби, возвести числитель и знаменатель в квадрат?

21. 1) При каких значениях a следующие выражения не имеют смысла:

а) $\frac{1}{a-4}$? б) $\frac{2}{a+1}$? в) $\frac{b^2}{a^2-4}$? г) $\frac{1}{a^2+1}$?

2) При каком условии:

а) $\frac{3a-6b}{a+b} = 0$? б) $\frac{2a-b}{b-a} = 1$?

§ 2. Уравнения первой степени с одним неизвестным.

Решить уравнения:

22. 1) $2x(3x-2) - 3\left[1 - (2-x)(2x+3) - \frac{x-3}{2}\right] = 13;$

2) $3\left\{x - \frac{3x-1}{4} - \left[1 - 2\left(x - \frac{3+x}{5}\right)\right]\right\} = 5x - 2.$

23. 1) $\frac{1}{(x+1)^2} + \frac{4}{x(x+1)^2} = \frac{5}{2x(x+1)};$

2) $\frac{2x+19}{5x^2-5} - \frac{17}{x^2-1} - \frac{3}{1-x} = 0.$

24. 1) $\frac{3x-3}{2x^2-2}-\frac{2x+2}{3x^2+6x+3}=\frac{5(x-1)}{12x^2-24x+12}$;

2) $\frac{6}{4-x}=\frac{25}{1-3x}-\frac{16}{x-4}$.

Решить относительно x следующие уравнения с буквенными коэффициентами:

25. 1) $\frac{x+a}{a-x}+\frac{x-a}{a+x}=\frac{a}{a^2-x^2}$;

2) $\frac{x}{a}-1:\left(1-\frac{a^2}{b^2}\right)=1:\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)$.

26. 1) $[(n-1)^2+n]:\left[\frac{(n+1)^3}{3n}-n-1\right]=x:\left[\frac{(n-1)^3}{4n}+1\right]$;

2) $\frac{x}{a}(3ab+1)=\frac{3ab}{1+a}+\frac{(2a+1)x}{a(a+1)^2}+\frac{a^2}{(a+1)^3}$.

27. 1) $\frac{am}{a^2-b^2}-\frac{x+m}{a+b}=\frac{b^2x}{a^3-ab^2+a^2b-b^3}-\frac{ax}{a^2+2ab+b^2}$;

2) $\frac{2}{a^2-ac-ax+cx}+\frac{1}{x^2-ax-cx+ac}=$
$=\frac{1}{c^2-cx-ac+ax}$.

28. 1) $\frac{a^3-1}{a^3+1}=\frac{a(x-1)+a^2-x}{a(x-1)-a^2+x}$;

2) $\frac{kx-lx}{2k+2l}+\frac{klx}{k^2-l^2}-\frac{k-x}{k-l}=\frac{x}{2}+\frac{k+x}{k+l}$.

Следующие уравнения решить относительно букв, входящих в уравнение:

29. 1) $\frac{3a+k}{k}-5=\frac{b}{k}$, решить относительно k; a; b;

2) $ax+bx=cx$, решить относительно x; a; c.

30. 1) $m\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=1$, решить относительно m; a;

2) $a-\frac{a+b}{x}=b-\frac{a-b}{x}$, решить относительно x; a; b;

3) $\frac{an+by}{n+y}=c$, решить относительно y; n; b.

§ 3. Неравенства первой степени.

31. (Устно.) Умножить обе части неравенства на указанные в скобках множители:

1) $3 > -5$ [2]; 2) $1 < 3$ [−2];
3) $4 > -2$ [5]; 4) $-6 < -5$ [−3].

32. (Устно.) Разделить обе части неравенства на указанные в скобках делители:

1) $12 > 8$ [4]; 2) $-20 > -30$ [10];
3) $15 < 20$ [−5]; 4) $-14 > -21$ $\left[-\frac{1}{2}\right]$.

Решить неравенства (№ 33—37 устно) и отметить на числовой оси полученные решения:

33. 1) $x + 3 > 8$; 2) $4 + x < 12$;
3) $1 - x < 2$; 4) $10 < 12 - x$.

34. 1) $x - 1 < 0$; 2) $2x + 3 > 13$;
3) $2x + 8 < 10$; 4) $3x + 5 > 5$.

35. 1) $13x + 4 > 5x + 20$; 2) $3(x + 2) < 2 + 5x$;
3) $-3(x + 10) > -20$; 4) $16 - 3(2x - 5) < 3 - 16x$.

36. Определить, при каких значениях x следующие выражения положительны:

1) $3x - 15$; 2) $12 - 4x$;
3) $(x + 1)2 - 3$; 4) $5(x - 1) - 2(x - 2)$.

37. Определить, при каких значениях x следующие выражения отрицательны:

1) $x - 4$; 2) $2x - 6$;
3) $(x + 3)2 - x$; 4) $4x - (x + 1)3$.

38. Из неравенств одинакового смысла выписать такое неравенство, которое удовлетворяло бы всем остальным неравенствам:

1) $x > 4$; $x > 12$; $x > 18$; $x > 25$;
2) $x < 4$; $x < 12$; $x < 18$; $x < 25$;
3) $a > \frac{3}{4}$; $a > \frac{5}{12}$; $a > \frac{5}{6}$;
4) $t > 1$; $t > -1$; $t > -2$;
5) $y > 0$; $y > -0{,}5$; $y > -5$;
6) $z < 0{,}01$; $z < 0{,}31$; $z < 0{,}001$.

39. Найти и указать на числовой оси целые значения x, удовлетворяющие следующим неравенствам:

1) $0 < x < 5$; 2) $1 < x < 4$; 3) $1\frac{1}{2} < x < 5\frac{3}{4}$;
4) $-6 < x < -1$; 5) $-2 < x < 2$;
6) $-3{,}5 < x < -0{,}4$.

§ 4. Система уравнений первой степени.

Решить системы уравнений с двумя неизвестными:

40. 1) $\begin{cases} \frac{7x-3y}{5} = \frac{5x-y}{3} - \frac{x+y}{2}, \\ 3(x-1) = 5(y+1); \end{cases}$

2) $\begin{cases} \frac{1}{2}\left(y+\frac{x}{2}\right) - \frac{1}{5}(x+2) = 1{,}1, \\ x-2y+4 = \frac{1}{4}\left[2x+3\left(y-\frac{1}{2}\right)\right]. \end{cases}$

41. 1) $\begin{cases} \frac{1}{2} - y = \left\{\frac{1}{3}[x-5(y-0{,}3)]-1\right\}+1{,}2, \\ 3\left[1-\frac{2-3(x-y)}{5}\right]+6{,}94 = 2(3x-1); \end{cases}$

2) $1 - \frac{x+5y}{7} = 4x-3y-80 = \frac{1}{21}[2-2(x-7)-y]$.

42. 1) $(x+2y-7):(2y-x+15):(2x+y+19) = 1:2:3$;
2) $(3x+y-3):(4x-2y+1):(5x-3y+8) = 6:3:5$.

43. $\begin{cases} b-5[15-(3-a)] = 11-8[7(3a-5)+3b], \\ 41(3a+2b) = 4\{5[22-3(5-2a)]-13b\}. \end{cases}$

44. 1) $\begin{cases} \frac{3}{2a+b}+\frac{7}{a-b} = 1{,}9, \\ \frac{5}{a-b}-\frac{2}{2a+b} = 1{,}15; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{11}{2r-3s}+\frac{18}{3r-2s} = 13, \\ \frac{27}{3r-2s}-\frac{2}{2r-3s} = 1. \end{cases}$

Следующие системы уравнений с буквенными коэффициентами решить относительно x и y:

45. 1) $\begin{cases} ax-by = a^2+b^2, \\ bx+ay = a^2+b^2; \end{cases}$

2) $\begin{cases} (2a+b)x-(2a-b)y=8ab, \\ (2a-b)x+(2a+b)y=8a^2-2b^2. \end{cases}$

46. 1) $\begin{cases} \dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1, \\ \dfrac{x}{3m}+\dfrac{y}{6n}=\dfrac{2}{3}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{lx+1}{k+y}=1, \\ \dfrac{x+y}{x-y}=\dfrac{k+l}{k-l}. \end{cases}$

47. 1) $\begin{cases} \dfrac{m-1}{n-1}=\dfrac{m(1-x)}{n(1-y)}, \\ mx=ny; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{x}{a+b}+\dfrac{y}{a-b}=2a, \\ x-y=4ab. \end{cases}$

48*. 1) $\begin{cases} x+y=2m^3, \\ \dfrac{x}{y}=\dfrac{m+n-\dfrac{mn}{m+n}}{m-n+\dfrac{mn}{m-n}}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-\dfrac{b}{a}=\dfrac{by-a}{a}, \\ \dfrac{ax+by}{a+b+2}-y=\dfrac{b-(a+1)}{b}. \end{cases}$

49*. $\begin{cases} [n(1-y)+m]\,p=nx, \\ \left[\dfrac{x+ny}{m+p}-x\right]\cdot\dfrac{m}{n}=y(1-p). \end{cases}$

Решить следующие системы с тремя и более неизвестными (x, y, z, u, v, t):

50. 1) $\begin{cases} 2x+3y-5z=17, \\ 3x-4y-6z=-14, \\ 8x-7y+2z=17; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{5}{x}-\dfrac{2}{y}+\dfrac{3}{z}=-\dfrac{9}{4}, \\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{5}{12}, \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{y}-\dfrac{2}{z}=\dfrac{5}{3}. \end{cases}$

51. 1) $\begin{cases} \dfrac{6}{x+z}+\dfrac{5}{x+3y}=2, \\ \dfrac{15}{x+z}-\dfrac{4}{z-2y}=\dfrac{1}{2}, \\ \dfrac{10}{x+3y}-\dfrac{7}{z-2y}=-\dfrac{3}{2}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-y+2z-3u=0, \\ 3x-y+z-2u=0, \\ x-2y+3z-u=5, \\ 2x-3y+z-u=-5. \end{cases}$

52*. 1) $\begin{cases} 3x-y+u=2, \\ x+3y-z=1, \\ y+3z-u=4, \\ x-z-3u+11=0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 6x-2y-3z=25, \\ 3y+z-2v=20, \\ 4x-3y-2t=13, \\ x-2v+t=4, \\ 2y+v=17. \end{cases}$

53. 1) $\begin{cases} px+my-nz=2mp, \\ my-px+nz=2mn, \\ px-my+nz=2pn; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{p}{x}+\frac{q}{x}+\frac{r}{z}=3, \\ \frac{p}{x}+\frac{q}{y}-\frac{r}{z}=1, \\ \frac{2p}{x}-\frac{q}{y}-\frac{r}{z}=0. \end{cases}$

54*. 1) $\begin{cases} \frac{x}{a}=1-\frac{y}{a}, \\ y-5z=9a-4, \\ z-\frac{4u-9a}{2}=1, \\ x-\frac{2u}{5}=\frac{3a}{2}-1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x-3z=a+3b, \\ y-\frac{x}{2}=a-b, \\ z-\frac{3u}{2}=a-4b, \\ y+v=a+b, \\ v+\frac{u}{2}=3b-a. \end{cases}$

§ 5. Функциональная зависимость и способы её выражения.

55. Результаты ежедневных измерений температуры воздуха в течение первой недели апреля записаны в следующей таблице:

Дни апреля	1	2	3	4	5	6	7
Температура C°	−6	−8	−5	−2	0	3	6

1) По данным таблицы построить график изменения температуры за первую неделю апреля.

2) Найти среднюю суточную температуру за неделю, построить её график (на том же чертеже) и определить по чертежу ежесуточные отклонения температуры от средней.

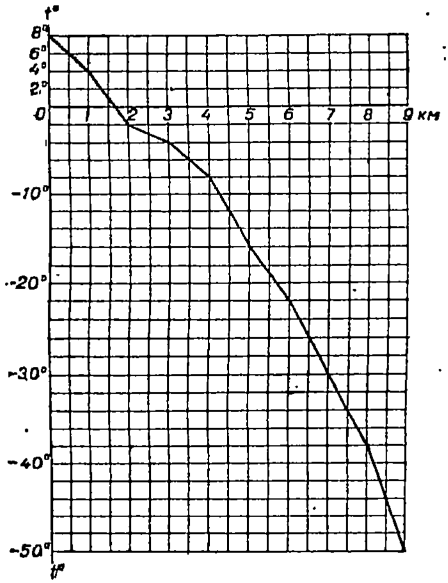
3) Определить по графику максимальную и минимальную температуры за неделю.

56. На чертеже 1 построен график изменения температуры окружающего воздуха в зависимости от изменения высоты подъёма аэростата от поверхности земли, причём на горизонтальной оси указана высота подъёма в километрах, а на вертикальной оси — температура воздуха в градусах C.

Определить по графику:

а) температуру воздуха на высоте 4 *км*, 6 *км*, 8 *км*, на поверхности земли;

б) на какой высоте температура воздуха была равна 4°? —16°? —48°? 0°? —30°?



Черт. 1.

57. В 8 час. утра из города в деревню вышел пешеход. В первый час он прошёл 5 *км*, затем на подъёме он в течение часа прошёл только 3 *км*, после чего 30 мин. отдыхал. Проходя дальше в среднем 4 *км* в час, пешеход пришёл в деревню в 12 час. дня.

1) Составить таблицу изменения пути пешехода в зависимости от изменения времени и по данным таблицы построить соответствующий график.

2) Определить по графику: а) на каком расстоянии от города пешеход был в 9 час.? в 10 час. 30 мин.? в 11 час.?

б) На каком расстоянии от города и в какое время дня он остановился для отдыха?

в) На каком расстоянии от города находилась деревня?

3) В какое время дня пешеход находился от города на расстоянии 6 *км*? 10 *км*? 2 *км*? 14 *км*?

58. На чертеже 2 изображён график движения двух пешеходов, вышедших навстречу друг другу из пунктов *A* и *B*.

Определить по графику:

1) В котором часу вышел каждый пешеход?

2) Сколько времени находился в пути каждый из них?

3) Сколько времени каждый пешеход затратил на движение и на отдых?

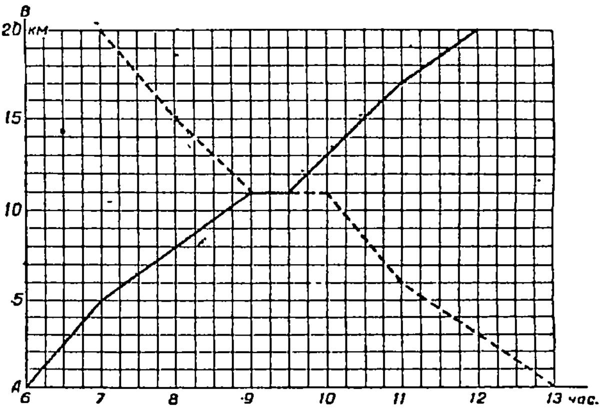
4) Когда и на каком расстоянии от пункта *A* они встретились?

5) Найти среднюю скорость движения каждого пешехода в час.

6) Дать описание движения каждого пешехода.

7) Составить по графику таблицу изменения пути каждого пешехода в зависимости от изменения времени.

59. В 6 час. утра из города A в пункт B, отстоящий от A на 24 *км*, выходит пешеход, проходя 4 *км* в час и делая остановки для отдыха по 30 мин. через каждые два часа. В 10 час. утра из города A вслед за пешеходом выехал велосипедист, который двигался без остановок со средней скоростью 12 *км* в час.



Черт. 2.

1) Построить на одном и том же чертеже графики движения пешехода и велосипедиста.

2) Определить по графикам:

а) На каком расстоянии от A и в какое время дня велосипедист догонит пешехода?

б) На каком расстоянии от A каждый из них будет в полдень?

в) В какое время дня каждый из них достигнет пункта B?

60. Количество бензина, равномерно поступающего в бак выражается следующей таблицей:

Время наполнения в минутах	t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Количество бензина в литрах	v	0	2	4	6	8	10	12	14	16

1) Показать, что отношение любых двух значений t равно отношению соответствующих значений v.

2) Найти отношение любого значения v к соответствующему значению t.

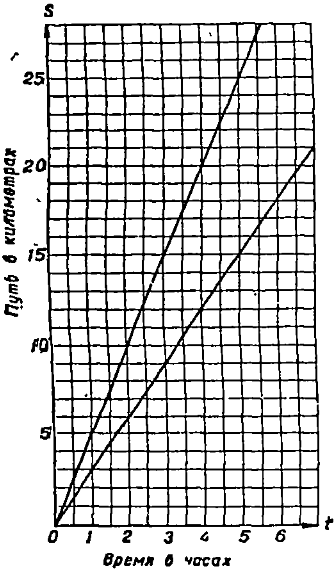
3) Выразить формулой зависимость v от t.

4) Построить график поступления бензина в бак.

5) Доказать, что отношение ординаты любой точки полученного графика к её абсциссе равно 2.

6) Доказать, что если точка не лежит на данном графике, то отношение её ординаты к соответствующей абсциссе не равно 2.

7) Как называется зависимость между v и t?



Черт. 3.

61. Тело движется равномерно со скоростью 4 *км* в час:

1) Написать формулу, выражающую путь S этого тела за t часов.

2) Составить таблицу значений S при $t=0$; 1; 2; 3; 4.

3) По данным таблицы построить график изменения пути данного тела в зависимости от изменения времени движения.

4) Найти по графику путь, пройденный телом за 1 час 30 мин.; за 3,5 часа.

5) Найти по графику, за какое время тело пройдёт 10 *км*; 6 *км*.

62. На чертеже 3 изображены графики движения двух пешеходов, причём по горизонтальной оси указано время движения, а по вертикальной оси отложен путь.

1) Найти по графику скорость каждого пешехода в час.

2) Написать формулу изменения пути каждого пешехода в зависимости от времени его движения.

3) Чем отличается в данном случае движение одного пешехода от другого?

4) В чём заключается сходство и различие графиков движения обоих пешеходов?

5) Как называется зависимость между изменением времени и изменением пути при постоянной скорости движения?

6) Какой формулой выражается прямая пропорциональная зависимость двух величин?

7) Что является графиком прямой пропорциональной зависимости в прямоугольной системе координат?

8) Привести примеры прямо пропорциональных величин.

63. В следующих примерах указать величины, находящиеся в прямой пропорциональной зависимости:

1) Длина окружности и длина её радиуса.

2) Возраст человека и его вес.

3) Периметр квадрата и длина его стороны.

4) Вес тела (сплошного) и его объём.

5) Площадь квадрата и длина его стороны.

6) Величина суммы и величина одного из слагаемых.

7) Величина делимого и величина частного (при одном и том же делителе).

64. Построить на одном чертеже графики функций: $y = 2x$ и $y = -2x$, давая x значения: -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3.

1) Указать различие в расположении полученных графиков относительно осей координат.

2) Как изменяется значение y в каждой из функций: $y = 2x$ и $y = -2x$ при изменении x?

65. 1) Построить на одном и том же чертеже графики функций:

$$y = \frac{1}{2}x;\quad y = 2x;\quad y = 5x;\quad y = -\frac{1}{2}x;\quad y = -2x;\quad y = -5x.$$

2) Выяснить изменение положения прямой при изменении углового коэффициента.

66. Ёмкость одной бутылки равна 0,6 *л*.

1) Написать формулу для перевода x бутылок в литры, обозначив число литров через y.

2) Вычертить график перевода числа бутылок в литры.

3) Найти по графику, сколько литров будет в 3 бутылках, в 5 бутылках, в 4,5 бутылки.

4) По этому же графику найти, сколько бутылок будет в 2 *л*, в 4 *л*, в 3,5 *л*.

Указание. При построении графика на горизонтальной оси откладывать число бутылок, а на вертикальной оси — число литров. Желательно построить график на миллиметровой бумаге в масштабе, позволяющем отсчитывать десятые доли единицы меры.

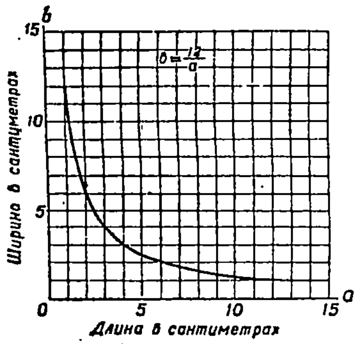
67. Площадь прямоугольника равна 12 $см^2$; длина его a сантиметров.

1) Найти ширину этого прямоугольника, обозначив её буквой b.

2) Вычислить $b=\frac{12}{a}$ при следующих значениях a:

Длина в сантиметрах	a	1	2	3	4	5	6	8	10	12
Ширина в сантиметрах	b									

3) Используя таблицу значений a и b, доказать, что при данной площади ширина прямоугольника обратно пропорциональна его длине.



Черт. 4.

4) Построить график изменения ширины прямоугольника в зависимости от изменения его длины (сравнить с чертежом 4).

5) Найти по графику значение b при $a=1{,}5$; $2{,}4$; 9.

6) Найти по графику значение a при $b=10$; 5; 8.

7) На том чертеже, где вычерчен график $b=\frac{12}{a}$, построить прямоугольники, у которых $a=1, 2, 3, 4, 6$, и доказать, что площадь каждого прямоугольника равна 12 $см^2$.

68. Построить график функции $y=\frac{6}{x}$, давая x следующие значения:

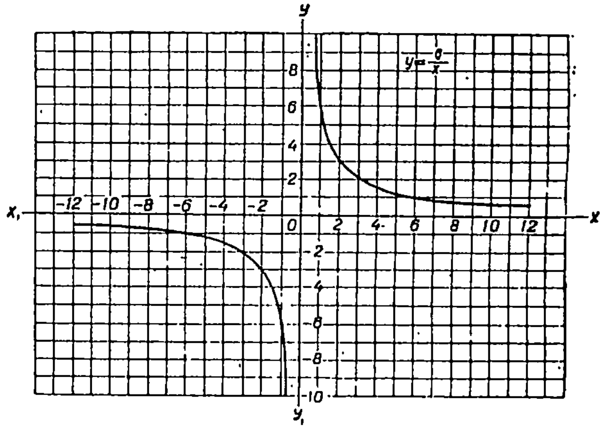
x	-12	-10	-8	-6	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	6	8	10	12
y																

1) Как расположена гипербола относительно осей координат (черт. 5)?

2) Найти по графику значения y при $x = -5$; -3; $-\frac{3}{4}$; $\frac{3}{4}$; 3; 5.

69. Построить на одном чертеже графики функций: 1) $y = \frac{8}{x}$; 2) $y = -\frac{8}{x}$.

Как расположен относительно осей координат график каждой из данных функций?



Черт. 5.

70. (Устно.) Определить зависимость между следующими величинами:

1) Цена 1 *кг* товара и количество товара при постоянной стоимости товара.

2) Количество рабочих и время выполнения данной работы.

3) Диаметр колеса и количество его оборотов на данном расстоянии.

4) Длина хорды в окружности и расстояние её от центра.

5) Длина окружности колеса и путь экипажа при данном числе оборотов.

6) Величина дроби и её знаменателя при постоянном числителе.

7) Величина дроби и её числителя при постоянном знаменателе.

8) Время и скорость равномерного движения при постоянном пути.

71. (Устно.) Формула $S=\frac{bh}{2}$ выражает площадь (S) треугольника в зависимости от его основания (b) и высоты (h). Как изменится S, если:

1) h увеличить в 5 раз? 2) b уменьшить в 3 раза?

3) h увеличить в 6 раз, а b уменьшить в 2 раза?

4) Как изменяется площадь треугольника в зависимости от изменения высоты?

72. (Устно.) Число оборотов колеса диаметра d метров на расстоянии S метров определяется по формуле: $n=\frac{S}{\pi d}$, где π — постоянное число, приближённо равное 3,14.

Как изменится число оборотов n, если:

1) S увеличить в 2 раза? 2) d увеличить в 3 раза?

3) S уменьшить в 4 раза, а d увеличить в 2 раза?

4) S и d увеличить в 3 раза?

5) S увеличить в 3 раза, а d уменьшить в 2 раза?

6) Как изменяется число оборотов колеса:

а) в зависимости от изменения его диаметра?

б) в зависимости от изменения пройденного расстояния?

§ 6. Линейная функция.

73. Поезд вышел со станции A и, пройдя при разгоне 2 *км*, стал двигаться равномерно со скоростью 40 *км* в час.

1) Найти, на каком расстоянии от станции A будет находиться поезд через t часов равномерного движения.

2) Вычислить значения S при следующих значениях t:

t часов	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
S километров										

3) Начертить график изменения расстояния S в зависимости от изменения времени t движения поезда.

Указание. На горизонтальной оси откладываются значения t, на вертикальной оси — значения S (черт. 6).

4) В чём заключается сходство и различие полученного графика с графиком прямой пропорциональной зависимости?

5) Проверить вычислением и по графику, что значения S изменяются непропорционально изменениям значений t.

6) Как называется функция, выражающая зависимость между S и t формулой $S=40t+2$?

74. На одном и том же чертеже построить графики функций: $y=2x$ и $y=2x+3$, заполнив предварительно следующую таблицу:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=2x$									
$y=2x+3$									

1) Чем отличается положение полученных прямых относительно осей координат?

2) Доказать, что прямые $y=2x$ и $y=2x+3$ параллельны друг другу.

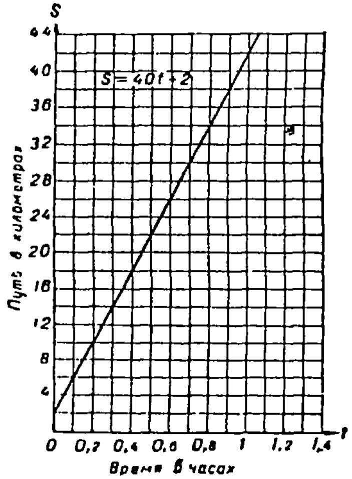
3) Найти длину отрезка, отсекаемого на оси y прямой $y=2x+3$.

75. 1) На одном и том же чертеже построить графики функций:

$$y=3x+2 \text{ и } y=-3x+2.$$

2) Установить, в чём заключается сходство и различие полученных графиков.

3) Доказать, что с увеличением x функция $y=3x+2$ равномерно возрастает, а функция $y=-3x+2$ равномерно убывает.



Черт. 6.

4) Доказать, что отношение любого приращения функции к соответствующему приращению аргумента x для $y=3x+2$ равно 3, а для функции $y=-3x+2$ равно (-3).

76. 1) На одном и том же чертеже построить графики следующих функций:

а) $y=\frac{1}{2}x+4$; б) $y=\frac{1}{2}x-4$;

в) $y=-\frac{1}{2}x+4$; г) $y=-\frac{1}{2}x-4$.

Найти координаты точек, в которых каждый график пересекает ось y и ось x.

4. Доказать и сформулировать следующие тождества:

1) $(a^3+b^3):(a+b)=a^2-ab+b^2$;
2) $(a^3-b^3):(a-b)=a^2+ab+b^2$.

5. Найти частное от деления:

1) $4a^2-b^2$ на $b-2a$; 2) $4m^2-4n^2$ на $2(m+n)$;
3) $8m^3-n^3$ на $2m-n$; 4) $32a^3-4b^3$ на $b-2a$.

Разложить на множители:

6. (Устно.) 1) ab^4-4ax^2; 2) $a^2+2ab+b^2-9$;
3) $1-x^2-2xy-y^2$; 4) $ab+ac+b^2+2bc+c^2$.

7. 1) m^4+m^3+m+1; 2) n^4+n^3-n-1;
3) a^4-b^4; 4) x^6-y^6.

8. 1) $(x+y)^3-(x-y)^3$; 2) $(x+y)^4-(x-y)^4$.

9. 1) $x^2+7x+12$; 2) $x^2-8x+15$;
3) a^2-a-12; 4) $m^2+3m-10$;
5) $2x^2+10x+12$; 6) $2a^2-6a+4$.

10. 1) $m^4+m^2n^2+n^4$; 2) x^8+x^4+1;
3) x^3-3x+2; 4) a^3+3a^2-4.

11*. 1) a^3+a^2-2; 2) $m^3+8m^2+19m+12$;
3) $n^6-n^4+2n^3+2n^2$; 4) $m^4+5m^3+15m-9$.

12*. 1) $a^3+6a^2+11a+6$; 2) $c^3+8c^2+17c+10$;
3) $a^4+a^3+6a^2+5a+5$;
4) $a^5+a^4+a^3+a^2+a+1$.

13. Найти числовое значение следующих выражений, выполнив предварительно требуемые упрощения:

1) $6a+\left(\frac{a}{a-2}-\frac{a}{a+2}\right):\frac{4a}{a^4-2a^3+8a-16}$
при $a=-2{,}5$;

2) $\left(\frac{a-1}{a+1}-\frac{a+1}{a-1}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{a}{4}-\frac{1}{4a}\right)$ при $a=-3\frac{3}{4}$;

3) $\left[\left(\frac{n+2}{n-2}\right)^3:\frac{n^3+4n^2+4n}{3n^2-12n+12}\right]\cdot\frac{n}{3}$ при $n=-0{,}5$;

4) $\left(\frac{a^2}{a+b}-\frac{a^3}{a^2+2ab+b^2}\right):\left(\frac{a}{a+b}-\frac{a^2}{a^2-b^2}\right)$
при $a=-2{,}5$; $b=-0{,}5$.

---

* Задачи, отмеченные звёздочкой, могут быть предназначены для индивидуальных заданий и для внеклассных занятий учащихся.

Выполнить указанные действия:

14. 1) $\left[\left(1-\frac{2}{1-3a}\right)\cdot\left(1-\frac{9a-9a^2}{3a+1}\right)\right]:\left[2\left(1-9a^2\right)\right];$

2) $\frac{2}{a}-\left(\frac{a+1}{a^3-1}-\frac{1}{a^2+a+1}-\frac{2}{1-a}\right):\frac{a^3+a^2+2a}{a^2-1};$

3) $\frac{3}{2}-\left[\frac{(0,5n+1)\,n}{n^3-1}+\frac{1}{2-2n}+\frac{1}{n^2+n+1}\right]\cdot\frac{n^3+n^2+n}{n-1};$

4) $\left[\frac{a+c}{a^2c+a^2-ac-1}+\frac{ac+1}{1-a^2}:(a+c)\right]\cdot\frac{a^3+c^3}{3-3c^2}.$

15. 1) $2n-\left(\frac{2n-3}{n+1}-\frac{n+1}{2-2n}-\frac{n^2+3}{2n^2-2}\right)\cdot\frac{n^3+1}{n^2-n};$

2) $\left[\left(\frac{3}{x-y}+\frac{3x}{x^3-y^3}\cdot\frac{x^2+xy+y^2}{x+y}\right):\frac{2x+y}{x^2+2xy+y^2}\right]\cdot\frac{3}{x+y};$

3) $\dfrac{\left(1-\frac{a}{b}+\frac{b^2}{a^2}-\frac{b^3}{a^3}\right)\cdot\left(1-\frac{a-b}{a+b}\right)\cdot\frac{a+b}{2}}{\left(1+\frac{3b-a}{a+b}\right)\cdot\left(a^2-b^2\right)};$

4) $\frac{a-c}{a^2+ac+c^2}\cdot\frac{a^3-c^3}{a^2b-bc^2}\cdot\left(1+\frac{c}{a-c}-\frac{1+c}{c}\right):\frac{c(1+c)-a^2}{bc}.$

16. 1) Упростить выражение

$$\left(\frac{a}{a-2b}+\frac{b}{a+2b}\right)\cdot\frac{a^3+8b^3}{a^3+3a^2b-2ab^2}$$

и найти его числовое значение при $a=0,5$; $b=-0,25$.

2) Упростить выражение

$$\frac{a+2b}{3a-3b}-\frac{3c-a}{2a-2c}+\frac{a^2-bc}{a^2-ac+bc-ab}$$

и найти его числовое значение при $a=\frac{1}{6}$; $b=-1$.

На каждый из следующих вопросов (№ 17—20) дать обоснованный ответ и привести пример.

17. 1) Как расположены на числовой оси точки, изображающие числа, равные по абсолютной величине, но противоположные по знаку?

2) Могут ли два взаимно обратных по величине числа быть противоположными по знаку?

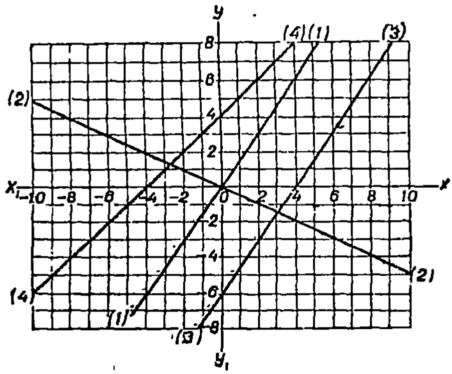
3) Можно ли сказать, что $(-a)$ изображает отрицательное число?

4) Известно, что абсолютная величина числа a больше абсолютной величины числа b; можно ли сказать, что $a>b$?

2) Найти „наклон“ (угловой коэффициент) каждой прямой.

3) Вычислить значение x, при котором соответствующее значение y равно 3 (для каждого уравнения), и проверить результат по графику.

77. Построить на одном чертеже следующие графики:



Черт. 7.

1) $y=2$; 2) $y=-2$; 3) $x=4$; 4) $x=-4$; 5) $x=0$; 6) $y=0$.

Как расположена каждая прямая относительно осей координат?

78. Построить графики:

1) $x-y=0$;
2) $x+y=0$;
3) $2x-5y=0$;
4) $3x-y=6$;
5) $3x+2y=5$.

Найти для каждого графика: а) точки пересечения с осями координат; б) наклон прямой (угловой коэффициент).

79. Написать уравнение вида $y=kx+m$ каждой из прямых, построенных на чертеже 7.

80. Решить графически уравнения:

1) $2x-6=0$; 2) $3x+3=0$;
3) $4x-2=2x-1$; 4) $7-3x=10-5x$.

81. Даны две функции: $y=3x-2$ и $y=2x+3$.

Найти, при каком значении x обе функции имеют одно и то же числовое значение. Решить графически и вычислением.

Исследовать системы уравнений и дать графическое истолкование их решения:

82. 1) $\begin{cases} x+y=5, \\ x-y=1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-y=5, \\ x-2y=2; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x+y=9, \\ x+2y=-2. \end{cases}$

83. 1) $\begin{cases} x+2y=3, \\ 2x+4y=6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-3y=-2, \\ 3x-9y=-6; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x=4-y, \\ 2y=8-2x. \end{cases}$

84. 1) $\begin{cases} x+y=3, \\ 2x+2y=7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-4=y, \\ 2x-2y=5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x+y=5, \\ 2y-5=-2x. \end{cases}$

ГЛАВА II.

СТЕПЕНИ И КОРНИ.

§ 7. Возвышение в степень.

Выполнить действия (№ 85—90 устно):

85. 1) $(-2)^3$; 2) $(-2)^4$; 3) $(-1)^2$; 4) $(-1)^3$.
86. 1) $(-1)^{2n}$; 2) $(-1)^{2n+1}$; 3) $-(-1)^{2n}$; 4) $-(-1)^{2n+1}$.
87. 1) $(-5)^3+(+4)^2-(-7)^0$; 2) $(-1)^{12}-(-2)^5-(-3)^4$.
88. 1) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; 2) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3+\left(-\frac{1}{3}\right)^4$; 3) $\left(\frac{3}{5}\right)^2-\left(-\frac{2}{5}\right)^3$.
89. 1) $0{,}1^2$; 2) $(-0{,}2)^2$; 3) $(-0{,}1)^3$; 4) $(-0{,}2)^3$.
90. 1) $(-0{,}02)^2$; 2) $0{,}12^2$; 3) $(-0{,}05)^3$; 4) $(-0{,}01)^5$.

Вычислить:

91. (Устно.) 1) x^2; $-x^2$; $(-x)^2$ а) при $x=3$; б) при $x=-3$;
2) x^3; $-x^3$; $(-x)^3$ а) при $x=4$; б) при $x=-4$;
3) $2x^5-3x^4+5x^3-x^2+x+1$ при $x=-1$;
4) $3x^4-2x^3-5x^2+4x-2$ при $x=-\frac{1}{2}$.

92. Написать числа, которые получатся при подстановке $x=10$ в следующие выражения:

1) $5x^2+2x+1$; 2) $8x^3+6x^2+3x+2$;
3) $6x^4+8x^3+4x^2+9x+5$; 4) $3x^4+7x^2+1$.

93. Записать с помощью степеней десяти следующие числа:

1) 583; 2) 8372; 3) 15 496; 4) 100 000;
5) 6 000 000; 6) 12 000 000 000.

94. Составить общее выражение по десятичной системе: 1) двузначного числа; 2) трёхзначного числа; 3) любого числа натурального ряда.

95*. Составить общее выражение двузначного, трёхзначного, четырёхзначного и пятизначного числа при основании:

1) 2; 2) 5; 3) 12.

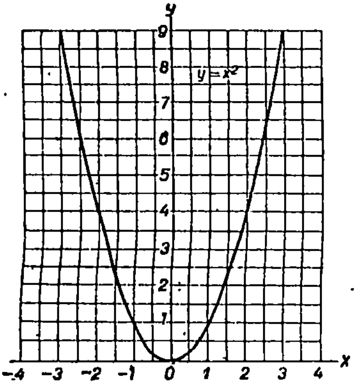
96*. Составить общее выражение чисел, записанных по системе с основанием:

1) 2; 2) 7; 3) 12.

97. 1) Вычислить $y = x^2$ при следующих значениях x:

x	-3	$-2\frac{1}{2}$	-2	$-1\frac{1}{2}$	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3
$y = x^2$												

2) Пользуясь значениями x и y, построить на клетчатой бумаге соответствующие точки и соединить их плавной кривой линией так, как показано на чертеже 8.



Черт. 8.

3) Определить по графику (приближённо) значения y, если:

а) $x = 2\frac{1}{4}$; б) $x = -1\frac{1}{4}$;

в) $x = 1{,}4$.

4) Какая особенность в расположении точек параболы (черт. 8), соответствующих следующим значениям x:

а) 1 и -1? б) 2 и -2?

в) 3 и -3?

5) При каком значении x функция $y = x^2$ имеет наименьшее значение?

98. Построить графики следующих функций (на одном чертеже):

1) $y = 2x^2$; 2) $y = \frac{1}{2}x^2$; 3) $y = -x^2$; 4) $y = -\frac{1}{2}x^2$.

99. Площадь квадрата вычисляется по формуле: $S = a^2$, где S — площадь и a — сторона квадрата.

1) Пользуясь этой формулой, вычислить S при следующих значениях a:

a — длина в сантиметрах	0	0,5	1	1,3	1,5	1,8	2	2,5	3	3,5
S — площадь в квадратных сантиметрах										

2) Вычертить график изменения площади квадрата в зависимости от изменения длины его стороны.

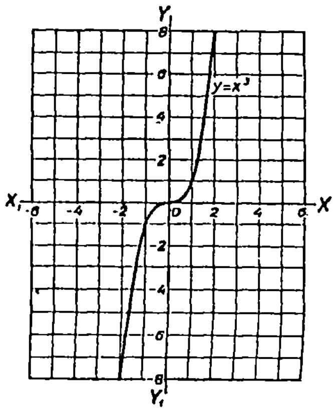
3) Определить по графику (приближённо) площадь квадрата, если его сторона a равна: 0,8 *см*; 1,2 *см*; 2,3 *см*; 2,8 *см*.

4) Определить по графику (приближённо) сторону квадрата, если его площадь S равна: 2 *см*^{2}; 3 *см*^{2}; 5 *см*^{2}; 6 *см*^{2}; 7 *см*^{2}; 8 *см*^{2}.

5) Как изменится площадь квадрата, если его сторону:

а) увеличить в 2 раза? в 3 раза? в $1\frac{1}{2}$ раза?

б) уменьшить в 2 раза? в 5 раз?



Черт. 9.

100. Площадь круга вычисляется по формуле: $S=\frac{1}{4}\pi d^2$, где S — площадь круга, d — его диаметр, $\pi \approx 3{,}14$.

1) Построить график изменения площади круга в зависимости от изменения длины его диаметра.

2) Применить полученный график: а) для нахождения площади круга по данному диаметру; б) для нахождения длины диаметра по заданному значению площади круга.

101. Вычертить графики: 1) $y=x^3$ (черт. 9); 2) $y=-x^3$.

102. При каких значениях x:

1) $x^2>x$;	2) $x^2=x$;	3) $x^2<x$;
4) $x^3>x$;	5) $x^3=x$;	6) $x^3<x$;
7) $x^3>x^2$;	8) $x^3=x^2$;	9) $x^3<x^2$.

§ 8. Возвышение в степень одночленов и многочленов.

103. (Устно.) Вычислить двумя способами:

1) $(2\cdot 3)^2$; 2) $(2\cdot 5)^3$; 3) $(2^3)^2$;

4) $(3^2)^3$; 5) $[(-4)^2]^2$; 6) $[-(-2)^3]^3$.

Выполнить действия (№ 104—107 устно):

104. 1) $(-3a^2b)^2$; 2) $(-0{,}5m^3n^2)^3$;

3) $(-0{,}2x^2y^3z)^4$; 4) $\left(\frac{2}{3}p^5q^4r^3\right)^3$.

105. 1) $(x^m)^3$; 2) $(-a^n)^4$; 3) $(a^kb^2)^3$; 4) $\left(\frac{1}{2}m^2n^k\right)^5$.

106. 1) $\left(\frac{1}{3}a^2b\right)^n$; 2) $(-3a^3b^2)^{2n}$;

3) $(a^xb^y)^m$; 4) $(a^{m+1}b^n)^2$.

107. 1) $\left(\frac{a^2}{b}\right)^4$; 2) $\left(\frac{m^3}{n^5}\right)^2$; 3) $\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^5$; 4) $\left(\frac{x^3}{y^4}\right)^n$.

108. 1) $\left(\frac{3ab}{5cd}\right)^4\cdot\left(\frac{5c}{6a}\right)^3\cdot\left(\frac{4b}{3d}\right)^2$;

2) $\left(\frac{3}{7}\right)^4\cdot\left(\frac{5a^3}{3b^2}\right)^3\cdot\left(\frac{7a^2}{5b}\right)^4\cdot\left(\frac{b^4}{a^5}\right)^7$.

109. 1) $\left[\left(\frac{a^2b}{cd^3}\right)^3\cdot\left(\frac{ac^4}{b^2d^3}\right)^2\right]:\left[\left(\frac{a^2b^2}{cd^3}\right)^4\cdot\left(\frac{c^3}{b^3d}\right)^3\right]$;

2) $\left[\left(\frac{mnp}{a^2b}\right)^4:\left(\frac{m^2n^3}{a^3b^2}\right)^2\right]\cdot\left[\left(\frac{a^3b^4c}{mp^3}\right)^6:\left(\frac{a^5b^8c^2}{m^2p^7}\right)^3\right]$.

110. 1) $(-2a)^6-(-8a^3)^2-[-(2a)^2]^3-[2(-a)^3]^2$;

2) $(-2a)^{10}-(-13a^5)^2-[-(2a)^2]^5-[2(-a)^5]^2$.

111. 1) $\left[\frac{2a^m(p-q)^n}{b^n(p+q)^m}\right]^3$; 2) $\left[\frac{3a^{2m}(x+y)^n}{4b^n(x-y)^m}\right]^4$.

112. 1) (Устно.) $(a+x)^2$; 2) (устно) $(2a-3b)^2$; 3) $(2a^n-3b^m)^2$;

4) $\left(\frac{a}{3}+\frac{2b}{3}\right)^2$; 5) $\left(2a^{3x}+\frac{x}{4a^{3x-1}}\right)^2$; 6) $\left(\frac{3a^{m-1}}{8}-\frac{5a^{n+1}}{9}\right)^2$.

113. 1) $(x+y+z)^2$; 2) $(2x-3y+1)^2$;

3) $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-1\right)^2$; 4) $\left(\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}b-\frac{1}{4}c\right)^2$.

114. 1) $(2ax^3+3a^2x^2-4a^3x)^2$; 2) $(2a^n-3a^{n-1}+a^{n-2})^2$;

3) $(1+2a-3b+4c)^2$; 4) $(2-3x-4x^2+5x^3)^2$;

5) $\left(x^2+x+1+\frac{1}{x}\right)^2$; 6) $\left(a^2-a-2+\frac{1}{a}\right)^2$.

115. 1) $(a+b)^4$; 2) $(a-b)^4$;
3) $(2-3b)^4$; 4) $\left(2x-\frac{1}{2}y\right)^4$.

116. 1) $(5a-3b)^3$; 2) $(2a+3b)^3$;
3) $(a+b+c)^3$; 4) $(1+2x-x^2)^3$; 5) $(x-2)^6$.

117. 1) Доказать справедливость тождеств:

а) $(a^2+b^2)(x^2+y^2)=(ax+by)^2+(ay-bx)^2$;
б) $(a^2+b^2)(x^2+y^2)=(ax-by)^2+(ay+bx)^2$.

2) Проверить справедливость этих тождеств:

а) при $a=4$; $b=3$; $x=2$; $y=1$;
б) при $a=3$; $b=2$; $x=4$; $y=1$.

3) Выяснить на примерах, что данные тождества выражают следующее свойство чисел:

Если каждое из двух чисел является суммой двух квадратов, то и произведение этих чисел может быть представлено в виде суммы двух квадратов.

118*. Доказать справедливость тождеств:

1) $(a+b+c)^2+(a-b+c)^2+(a+b-c)^2+(b+c-a)^2=$ $=4(a^2+b^2+c^2)$;

2) $(a+b+c)^3+(b-a-c)^3+(c-a-b)^3+(a-b-c)^3=$ $=24abc$.

119. Доказать тождество:

1) $(10a+5)^2=100a(a+1)+25$.

2) Проверить справедливость этого тождества при $a=4$.

3) Сформулировать правило устного возвышения в квадрат двузначных чисел, оканчивающихся на 5.

4) Вычислить устно: 45^2; 35^2; 55^2; 65^2; 75^2; 85^2; 95^2; 105^2; 115^2.

120. 1) Доказать, что если $b+c=10$, то справедливо тождество:

$$(10a+b)\cdot(10a+c)=100a(a+1)+bc.$$

2) Проверить справедливость этого тождества при $a=3$; $b=4$; $c=6$.

3) Сформулировать правило для устного вычисления произведения двузначных чисел, у которых число десятков одинаково, а сумма единиц равна 10.

4) Вычислить устно произведения следующих чисел, применяя данную формулу:

$24\cdot26$; $21\cdot29$; $32\cdot38$; $43\cdot47$; $56\cdot54$; $66\cdot64$; $78\cdot72$; $83\cdot87$; $98\cdot92$.

121. 1) Доказать тождество:

$$\left(a+\frac{1}{2}\right)^2=a(a+1)+\frac{1}{4}.$$

2) Проверить справедливость этого тождества при $a=2$; $a=3$; $a=4$.

3) Сформулировать правило для устного возвышения в квадрат смешанных чисел данного вида.

4) Вычислить устно квадраты следующих чисел, применяя данную формулу:

$$\left(6\frac{1}{2}\right)^2;\ \left(7\frac{1}{2}\right)^2;\ \left(8\frac{1}{2}\right)^2;\ \left(10\frac{1}{2}\right)^2;\ \left(20\frac{1}{2}\right)^2;\ \left(50\frac{1}{2}\right)^2.$$

122. Применяя формулы $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ и $(a+b)(a-b)$, вычислить устно:

1) 81^2; 72^2; 91^2; 71^2; 53^2;
2) 59^2; 69^2; 78^2; 99^2; 37^2;
3) $29\cdot31$; $49\cdot51$; $59\cdot61$; $48\cdot52$; $77\cdot83$;
4) 19^2-18^2; 27^2-26^2; 54^2-52^2; 65^2-62^2.

123. Составить таблицу квадратов всех двузначных чисел, вычисляя их последовательно по формуле:

$$(a+1)^2=a^2+2a+1,$$

например: $51^2=50^2+2\cdot50+1=2500+101=2601$.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	100	121	144	169						
20										
30										
40										
50										

§ 9. Понятие об извлечении корня[1]). Извлечение квадратного корня из чисел.

124. 1) Найти сторону квадрата, равновеликого прямоугольнику со сторонами 9 *см* и 16 *см*.

2) Найти ребро куба, объём которого равен 64 *см*^{3}.

125. (Устно.) Проверить найденные корни:

1) $\sqrt{9}=3$; 2) $\sqrt[3]{8}=2$; 3) $\sqrt[3]{-8}=-2$; 4) $\sqrt[4]{16}=2$;

5) $\sqrt[5]{32}=2$; 6) $\sqrt[5]{-32}=-2$; 7) $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}=-\frac{2}{3}$;

8) $\sqrt{a^2}=|a|$; 9) $\sqrt{(a-b)^2}=|a-b|$;

10) $\sqrt{(m-n)^2}=m-n$, если $m>n$; $\sqrt{(m-n)^2}=n-m$, если $m<n$[2]).

126. 1) Даны два произвольных числа m и n, причём $n>m$. Найти ошибку в следующих преобразованиях:

$m^2-2mn+n^2=n^2-2mn+m^2$; $(m-n)^2=(n-m)^2$;

$\sqrt{(m-n)^2}=\sqrt{(n-m)^2}$; $m-n=n-m$; $2m=2n$; $m=n$, т. е. два произвольных числа равны между собой.

2) Вычисляя числовое значение выражения $a+\sqrt{1-2a+a^2}$ при $a=5$, учащиеся получили различные ответы. Одни из них решали так:

$$a+\sqrt{1-2a+a^2}=a+\sqrt{(1-a)^2}=a+1-a=1.$$

Другие, подставив вместо a его значение, равное 5, получили:

$$5+\sqrt{1-10+25}=5+4=9.$$

Какой из этих ответов правильный и где ошибка?

127. Указать, какие из следующих выражений не имеют смысла:

1) $\sqrt[8]{-1}$; 2) $\sqrt{1}$; 3) $\sqrt{-4}$; 4) $\sqrt[5]{-32}$; 5) $\sqrt[4]{-16}$;

6) $\sqrt[3]{27}$; 7) $\sqrt{-1}$; 8) $\sqrt{16}$; 9) $\sqrt[4]{1}$; 10) $\sqrt[3]{0}$;

11) $\sqrt{0{,}01}$; 12) $\sqrt[3]{-0{,}001}$; 13) $\sqrt{-0{,}04}$.

---

[1]) В упражнениях на радикалы $\sqrt[n]{a}$ рассматривается при n нечётном как единственное вещественное число, n-я степень которого равна a, причём a может быть любым рациональным числом. Если же n чётное число, то $\sqrt[n]{a}$ рассматривается как единственное неотрицательное число, n-я степень которого равна a, причём обязательно $a\geqslant 0$. Например: $\sqrt{a^2}=a$, если $a>0$; $\sqrt{a^2}=-a$, если $a<0$.

[2]) В дальнейших упражнениях на радикалы и ответах к ним допустимые значения букв не указаны; учащиеся должны это сделать сами, дополнив ответ в соответствии с результатами исследования.

128. Указать допустимые значения букв в следующих выражениях:

1) $\sqrt{x+1}$; 2) $\sqrt{1-x}$; 3) $\sqrt{3-2x}$; 4) $\sqrt{x(x-1)}$.

Решить уравнения:

129. (Устно.) 1) $\sqrt{x}=5$; 2) $\sqrt[3]{x}=2$; 3) $\sqrt[4]{x}=3$; 4) $\sqrt[5]{x}=2$.

130. 1) $3+\sqrt{x}=5$; 2) $\sqrt{x}-4=3$; 3) $7-\sqrt{x}=4$.

Вычислить:

131. 1) $\sqrt{324}$; 2) $\sqrt{1849}$; 3) $\sqrt{4356}$; 4) $\sqrt{7921}$.

132. 1) $\sqrt{18\,225}$; 2) $\sqrt{64\,009}$; 3) $\sqrt{499\,849}$.

133. 1) $\sqrt{826\,281}$; 2) $\sqrt{5\,527\,201}$; 3) $\sqrt{57\,108\,249}$.

134. 1) $\sqrt{\frac{144}{961}}$; 2) $\sqrt{5\frac{31}{225}}$; 3) $\sqrt{2{,}89}$;

4) $\sqrt{0{,}0729}$; 5) $\sqrt{5{,}6169}$; 6) $\sqrt{8{,}0089}$.

Извлечь корень с точностью до единицы и записать ответ в виде двойного неравенства, например: $2<\sqrt{5}<3$:

135. 1) $\sqrt{232}$; 2) $\sqrt{1000}$; 3) $\sqrt{1240}$; 4) $\sqrt{8447}$.

136. 1) $\sqrt[3]{16}$; 2) $\sqrt[3]{100}$; 3) $\sqrt[4]{50}$; 4) $\sqrt[5]{45}$.

Извлечь корень с точностью до 0,1:

137. 1) $\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{5}$; 3) $\sqrt{30}$; 4) $\sqrt{56}$.

138. 1) $\sqrt{12{,}27}$; 2) $\sqrt{27{,}4}$; 3) $\sqrt{6270}$; 4) $\sqrt{7568}$.

Извлечь корень с точностью до 0,01:

139. 1) $\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{5}$; 3) $\sqrt{10}$; 4) $\sqrt{12}$.

140. 1) $\sqrt{0{,}3}$; 2) $\sqrt{1{,}2}$; 3) $\sqrt{23{,}4}$; 4) $\sqrt{152{,}4}$.

Извлечь корень с точностью до 0,001:

141. 1) $\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{3}$; 3) $\sqrt{5}$; 4) $\sqrt{10}$.

142. 1) $\sqrt{0{,}5}$; 2) $\sqrt{1{,}5}$; 3) $\sqrt{15{,}2}$; 4) $\sqrt{123{,}5}$.

143. 1) $\sqrt{\frac{7}{15}}$; 2) $\sqrt{1\frac{2}{3}}$; 3) $\sqrt{5\frac{7}{9}}$; 4) $\sqrt{8\frac{11}{15}}$.

144. 1) Найти по таблицам квадратных корней с точностью до 0,1 значения $y=\pm\sqrt{x}$ при следующих значениях x:

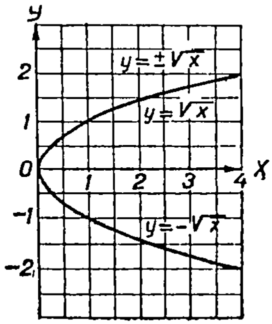
x	0	0,5	0,8	1	1,5	1,69	2	2,25	2,89	3	4	5	6
$y=\pm\sqrt{x}$													

2) Приняв значения x и y за координаты точек в прямоугольной системе координат, построить эти точки и соединить их плавной кривой так, как это показано на чертеже 10.

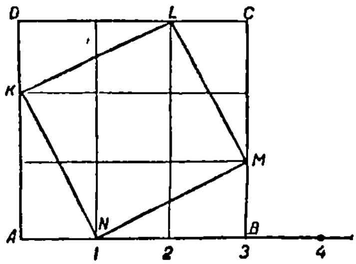
3) Найти по вычерченному графику значения y, соответствующие следующим значениям x:

$$x=0{,}2;\ x=1{,}2;\ x=2{,}5;$$
$$x=3{,}24;\ x=3{,}6.$$

145. На числовой оси отложен отрезок AB, равный трём единицам длины, и на этом отрезке построен квадрат $ABCD$. Внутри этого квадрата построен квадрат $KLMN$ (черт. 11).



Черт. 10.



Черт. 11.

1) Доказать, что площадь квадрата $KLMN$ равна пяти квадратным единицам.

2) Отложить на числовой прямой AB от точки A отрезок, равный KL.

3) Доказать, что длину отрезка KL при данной единице измерения нельзя выразить никаким рациональным числом.

4) Вычислить приближённые значения длины отрезка KL с точностью до 1; 0,1; 0,001; 0,0001 по недостатку и по избытку и записать их в виде таблицы: $2<\sqrt{5}<3$ и т. д.

5) Каким числом выражается длина отрезка, не соизмеримого с отрезком, принятым за единицу измерения?

6) Каким числом выражается длина отрезка, соизмеримого с отрезком, принятым за единицу измерения?

146. 1) Длина отрезка выражается следующей бесконечной непериодической десятичной дробью: 2,236067977... *см*. Найти приближённое значение длины этого отрезка с точностью до 0,001 *см* по недостатку и по избытку.

2) Иррациональное число, выражающее отношение длины окружности к своему диаметру, обозначается буквой π, причём $\pi = 3{,}1415926535\ldots$. Записать приближённое значение π с точностью до 0,0001 по недостатку и по избытку.

3) Иррациональное число $\sqrt{0{,}5}$ записать в виде бесконечной непериодической десятичной дроби, вычислив пять её первых десятичных знаков после запятой.

4) Записать в виде бесконечных периодических десятичных дробей следующие рациональные числа: $\frac{1}{3}$; $\frac{4}{7}$; 1,4; 2; 0; $\frac{5}{6}$.

5) Из следующих чисел выписать отдельно рациональные и иррациональные числа: 0,555555...; 6,243; 1,4142142...; —1,200000...; 0,23333...; —5,15151515...; 0,000000...; —2,141592...; 0,135171717...; 2,714285714285714285...; —1,000000...; $2\frac{463}{1100}$; 0,001001001; 0,1010010001...; 0,151151115...; $\sqrt{3}$; 294,6; $\sqrt[3]{10}$.

147. Сравнить по величине следующие числа и заменить букву „и" знаком $>$ или $<$:

1) 15,4 и 15,368; 2) 0,13762... и 0,13567...; 3) 5,368971... и 5,369; 4) 7,8934597... и 7,8934600...; 5) 0,001001001... и 0,001000100001...; 6) 0,5 и —1,555555...; 7) 2,535353... и 2,535456...; 8) 3,1415926535... и $\sqrt{10}$; 9) $\sqrt{29}$ и $5\frac{5}{13}$; 10) 1,7356 и $\sqrt{3}$.

148. 1) Составить таблицу сумм приближённых значений $\sqrt{2}$ и $\sqrt{5}$, вычисленных с точностью до 0,1, до 0,01, до 0,001 и т. д. по недостатку и по избытку; пользуясь определением суммы иррациональных чисел, найти пять десятичных знаков бесконечной десятичной дроби, выражающей

$$\sqrt{2}+\sqrt{5}.$$

2) Найти первые пять десятичных знаков бесконечных десятичных дробей, выражающих результаты следующих действий:

$$3{,}1415926535\ldots+\frac{1}{3};\quad 1{,}212212221\ldots+\sqrt{7};$$

$$4\cdot 0{,}1542763\ldots;\quad \sqrt{2}\cdot\sqrt{3}.$$

3) Можно ли утверждать, что над любыми двумя вещественными числами можно выполнить любое из четырёх арифметических действий?

4) Всегда ли выполнимо в области вещественных чисел действие извлечения корня нечётной степени? чётной степени?

149. Вычислить с точностью до 1 сек. время падения тела с высоты 300 *м*, пользуясь формулой: $S = \frac{gt^2}{2}$, где S — высота тела в метрах, $g \approx 9{,}8\ \frac{м}{сек^2}$ — ускорение силы тяжести, t — время падения в секундах.

150. Дальность горизонта на море определяется по формуле: $d = 4{,}1\sqrt{h}$, где d — дальность горизонта в километрах, h — высота глаза наблюдателя над уровнем моря в метрах.

Вычислить с точностью до 1 *км* дальность горизонта, если:

1) $h = 15$ *м*; 2) $h = 250$ *м*.

151. Площадь круга вычисляется по формуле: $S = \pi R^2$, где S — площадь круга, R — длина радиуса круга, $\pi \approx 3{,}14$.

Вычислить (с точностью до 0,1) радиус круга, если:

1) $S = 24$ *см*^{2}; 2) $S = 150$ *м*^{2}.

§ 10. Извлечение корня из одночленов.

Извлечь корень из произведения (№ 152—155 устно):

152. 1) $\sqrt{4 \cdot 9}$; 2) $\sqrt{25 \cdot 64}$; 3) $\sqrt{100 \cdot 4}$; 4) $\sqrt{81 \cdot 36}$.

153. 1) $\sqrt{16 \cdot 25 \cdot 9}$; 2) $\sqrt{49 \cdot 36 \cdot 100}$;

3) $\sqrt{64 \cdot 81 \cdot 25}$; 4) $\sqrt{144 \cdot 100 \cdot 4}$.

154. 1) $\sqrt[3]{8 \cdot 27}$; 2) $\sqrt[3]{64 \cdot 125}$; 3) $\sqrt[3]{216 \cdot 512}$;

4) $\sqrt[3]{27 \cdot 125 \cdot 8}$.

155. 1) $\sqrt[3]{64 \cdot 27 \cdot 125}$; 2) $\sqrt[3]{343 \cdot 512 \cdot 8}$;

3) $\sqrt[4]{16 \cdot 81}$; 4) $\sqrt[5]{32 \cdot 243}$.

Извлечь корень из дроби (№ 156, 157 устно):

156. 1) $\sqrt{\frac{49}{36}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$; 3) $\sqrt[3]{\frac{64}{343}}$; 4) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$.

157. 1) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$; 2) $\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}}$; 3) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$.

Извлечь корень из степени (№ 158—161 устно):

158. 1) $\sqrt{3^4}$; 2) $\sqrt{2^6}$; 3) $\sqrt{5^4}$; 4) $\sqrt{6^8}$.

159. 1) $\sqrt[3]{2^6}$; 2) $\sqrt[3]{5^3}$; 3) $\sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^6}$; 4) $\sqrt[4]{3^8}$.

160. 1) $\sqrt{x^4}$; 2) $\sqrt[3]{a^9}$; 3) $\sqrt[5]{m^{10}}$; 4) $\sqrt[6]{y^{12}}$.

161. 1) $\sqrt{a^{2n}}$; 2) $\sqrt[3]{x^{6n}}$; 3) $\sqrt[n]{a^{3n}}$; 4) $\sqrt[k]{m^{5k}}$.

Выполнить действия:

162. 1) $\sqrt{9a^2}$; 2) $\sqrt[3]{8x^6}$; 3) $\sqrt{\frac{1}{4}x^2y^4}$; 4) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}a^3b^9}$.

163. 1) $\sqrt[4]{a^8b^4c^{12}}$; 2) $\sqrt[3]{-64x^3y^6z^9}$; 3) $\sqrt[5]{-32m^5n^{10}}$.

164. 1) $\sqrt{\frac{4a^2b^4}{25c^2d^6}}$; 2) $\sqrt[3]{-\frac{8a^6b^3c^9}{27x^{12}}}$; 3) $3xy\sqrt[3]{\frac{64a^6b^9}{27x^3y^6}}$.

165. 1) $\sqrt[3]{\frac{8x^{3n}y^6}{27a^6b^{6n}}}$; 2) $\sqrt[n]{\frac{a^nb^{2n}}{x^{3n}y^n}}$; 3) $ab\sqrt[k]{\frac{5^km^{4k}n^k}{8^{2k}a^{6k}b^k}}$.

166. 1) $\sqrt{\frac{25(a+b)^2}{(c-d)^4}}$; 2) $\sqrt[3]{-\frac{(a-b)^{3n}}{(x+y)^{6n}}}$; 3) $\sqrt[n]{\frac{(a+b)^{2n}}{a^{3n}(a-b)^n}}$.

§ 11. Преобразование радикалов[1]).

а) Вывод множителей из-под знака радикала.

167. (Устно.) Не производя вычисления корней, определить, какое из чисел больше:

1) $2\sqrt{5}$ или $\sqrt{45}$; 2) $\sqrt{8}$ или $3\sqrt{2}$;

3) $5\sqrt{7}$ или $\sqrt{63}$; 4) $7\sqrt{2}$ или $\sqrt{72}$.

168. Доказать, что $3\sqrt{2}+2-\sqrt{18}=2$.

Вывести из-под радикала множители (№ 169—174 устно):

169. 1) $\sqrt{98}$; 2) $\sqrt{54}$; 3) $\sqrt{27}$; 4) $\sqrt{280}$.

170. 1) $\sqrt[3]{16}$; 2) $\sqrt[3]{54}$; 3) $\sqrt[3]{250}$; 4) $\sqrt[3]{72}$.

---

[1] Предполагаются преобразования арифметических корней при условии, что буквы в подрадикальных выражениях обозначают положительные числа и разность вида $a-b$ рассматривается при $a>b$.

171. 1) $\sqrt[4]{48}$; 2) $\sqrt[4]{243}$; 3) $\sqrt[5]{96}$; 4) $\sqrt[5]{1215}$.

172. 1) $\sqrt{a^3}$; 2) $\sqrt{9a}$; 3) $\sqrt{2a^2}$; 4) $\sqrt{5a^4}$.

173. 1) $\sqrt[3]{8m^2}$; 2) $\sqrt[3]{5n^3}$; 3) $\sqrt[3]{2x^6}$; 4) $\sqrt[3]{16y^5}$.

174. 1) $\sqrt[4]{a^5}$; 2) $\sqrt[5]{3x^{10}y^7}$; 3) $\sqrt[7]{m^8n}$; 4) $\sqrt[5]{32a^8b^3c^{10}}$.

175. 1) $2\sqrt{9a^2bc^3}$; 2) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{27x^4y^2z^5}$;

3) $\frac{3a}{4}\sqrt[4]{16a^5bc^8}$; 4) $\frac{2c}{3}\sqrt[4]{81c^6d^5}$.

176. 1) $\sqrt{\frac{a^2b}{9}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{x^6y}{a^3b^6}}$;

3) $m^2\sqrt{\frac{25n^3}{36m^4}}$; 4) $\frac{a}{x}\sqrt[3]{\frac{27x^8y^5}{125a^9b^3}}$.

177. 1) $\sqrt[n]{a^{2n}b^{3n}}$; 2) $x\sqrt[n]{x^{n+1}}$;

3) $a\sqrt[m]{\frac{a^{n+2}}{b^{m+1}}}$; 4) $\sqrt[n]{3x^{2n+1}}$.

178. 1) $\sqrt{\frac{3(x+y)^2}{4}}$; 2) $\sqrt{\frac{5(a^2-2ab+b^2)}{9(a^2+2ab+b^2)}}$;

3) $\sqrt[3]{\frac{(a-b)^3}{a^4}}$; 4) $\sqrt[3]{\frac{2(a-b)^4}{b^3}}$.

179. 1) $\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}$; 2) $\sqrt{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{a}}$;

3) $\sqrt[3]{\frac{a}{b^2}+\frac{1}{b^3}}$; 4) $\frac{a}{x}\sqrt[3]{\frac{x^3}{a^3}-\frac{x^3}{a^2}}$.

180. 1) $\sqrt[n+1]{x^{3n+3}y^{2(n+1)}z^{n+1}}$; 2) $\sqrt[m+1]{\frac{x^{m+1}y^{5m+5}}{a^{2(m+1)}}}$;

3) $\sqrt[k-1]{a^{4(k-1)}b^{2k-2}c^{k-1}}$; 4) $\sqrt[n]{\frac{a^nb^{n(k+1)}}{c^{2n}}}$.

б) Введение множителей под радикал.

181. (Устно.) Не производя вычисления корней, определить, которое из чисел больше:

1) $2\sqrt{3}$ или $3\sqrt{2}$; 2) $3\sqrt{5}$ или $4\sqrt{3}$;

3) $2\sqrt[3]{3}$ или $\sqrt[3]{25}$; 4) $2\sqrt[3]{3}$ или $3\sqrt[3]{2}$.

182. Вычислить $12\sqrt{3}$ с точностью до 0,1 двумя способами:

1) найти $\sqrt{3}$ с точностью до 0,1 и результат умножить на 12;

2) подвести под радикал множитель 12 и из полученного под корнем числа извлечь корень с точностью до 0,1. Который результат вернее и почему?

183. С помощью таблиц квадратных корней вычислить с точностью до 0,1:

1) $4\sqrt{2}$; 2) $7\sqrt{3}$; 3) $3\sqrt{15}$; 4) $8\sqrt{5}$.

184. Вычислить с точностью до 0,01:

1) $3\sqrt{2}$; 2) $7\sqrt{10}$; 3) $5\sqrt{6}$; 4) $12\sqrt{7}$.

Ввести множители под радикал (№ 185—189 устно):

185. 1) $2\sqrt{2}$; 2) $5\sqrt{3}$; 3) $4\sqrt{5}$; 4) $2\sqrt{7}$.

186. 1) $2\sqrt[3]{2}$; 2) $3\sqrt[3]{2}$; 3) $2\sqrt[3]{3}$; 4) $5\sqrt[3]{2}$.

187. 1) $2\sqrt{a}$; 2) $a\sqrt{5}$; 3) $x\sqrt[3]{10}$; 4) $a\sqrt[5]{7}$.

188. 1) $\frac{1}{2}\sqrt{6}$; 2) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$; 3) $\frac{3}{5}\sqrt{a}$; 4) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{x}$.

189. 1) $a\sqrt{a}$; 2) $b\sqrt[3]{b^2}$; 3) $a^2\sqrt{x}$; 4) $a^2\sqrt[3]{x}$.

190. 1) $2m\sqrt{mn}$; 2) $c^2\sqrt{5bc}$; 3) $x^2\sqrt[3]{2ax}$; 4) $2b\sqrt[3]{b^2c^2}$.

191. 1) $ab\sqrt{\frac{b}{a}}$; 2) $2xy\sqrt{\frac{3x}{2y}}$; 3) $\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{b}{a}}$; 4) $\frac{x}{y^2}\sqrt[4]{\frac{y}{x}}$.

192. 1) $\frac{x}{y}\sqrt[3]{-\frac{y^5}{x^2}}$; 2) $-\frac{m}{n}\sqrt[3]{-\frac{n^2}{m}}$; 3) $\frac{2x}{3y}\sqrt[5]{-\frac{y^4}{2x^3}}$.

193. 1) $(a-b)\sqrt{\frac{2}{a^2-b^2}}$; 2) $\frac{2}{x+y}\sqrt{\frac{3x^2-3y^2}{2}}$;

3) $ab\sqrt{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$; 4) $x\sqrt[3]{1+\frac{1}{x^3}}$.

194. 1) $\frac{1}{a}\sqrt[3]{a^3-a^4}$; 2) $ab\sqrt[3]{1+\frac{1}{a^2b^2}}$;

3) $\frac{a-b}{a+b}\sqrt{\frac{a^2+ab}{a^2-2ab+b^2}}$; 4) $\frac{a+b}{a-b}\sqrt[3]{\frac{a^2-2ab+b^2}{(a+b)^2}}$.

195. 1) $ab\sqrt[n]{ab}$; 2) $mn^2\sqrt[k]{m^2n}$;

3) $xy\sqrt[n+1]{xy^2}$; 4) $\frac{a}{b}\sqrt[n+1]{\frac{b^{n+2}}{a^{2n}}}$.

в) Сокращение показателей корней и показателей подкоренных выражений.

196. (Устно.) Вычислить:

1) $\sqrt[4]{36^2}$; 2) $\sqrt[6]{49^3}$; 3) $\sqrt[6]{125^2}$; 4) $\sqrt[8]{1,44^4}$.

197. Вычислить с точностью до 0,1:

1) $\sqrt[4]{25}$; 2) $\sqrt[6]{27}$; 3) $\sqrt[8]{16}$; 4) $\sqrt[10]{32}$.

Сократить показатели корней и подкоренных выражений:

198. (Устно.) 1) $\sqrt[4]{a^2}$; 2) $\sqrt[8]{x^4}$; 3) $\sqrt[6]{m^3}$; 4) $\sqrt[10]{a^5}$.

199. (Устно.) 1) $\sqrt[6]{b^4}$; 2) $\sqrt[12]{n^4}$; 3) $\sqrt[16]{a^{12}}$; 4) $\sqrt[20]{x^{15}}$.

200. 1) $\sqrt[4]{25x^2y^2}$; 2) $\sqrt[6]{27m^3n^3}$;
3) $\sqrt[6]{9a^4b^6}$; 4) $\sqrt[8]{16x^{12}y^4}$.

201. 1) $\sqrt[4]{\frac{4m^6}{9n^2}}$; 2) $\sqrt[9]{\frac{8a^6b^{12}}{27c^3d^9}}$.

202. 1) $\sqrt[6]{64x^9y^3z^{12}}$; 2) $\sqrt[10]{32a^{15}b^{20}c^5}$;
3) $\sqrt[16]{a^{4n}b^{8n}}$; 4) $\sqrt[n]{x^{2n}y^{3n}}$.

г) Освобождение подкоренного выражения от дроби.

203. 1) Вычислить $\sqrt{\frac{5}{6}}$ двумя способами:

а) извлечь корень с точностью до 0,01 отдельно из числителя и из знаменателя и первый результат разделить на второй;

б) освободить подкоренное выражение от дроби и вычислить $\frac{1}{6}\sqrt{30}$, извлекая корень с точностью до 0,01.

Который из этих способов проще и быстрее даёт результат?

в) проверить, который из результатов точнее. Для этого представить $\frac{5}{6}$ в виде десятичной дроби (с точностью до 0,0001) и извлечь корень.

2) Выполнить те же вычисления в следующих примерах:

а) $\sqrt{5\frac{2}{3}}$; б) $\sqrt{8\frac{4}{7}}$.

Освободить подкоренное выражение от дроби (№ 204—209 устно):

204. 1) $\sqrt{\frac{1}{2}}$; 2) $\sqrt{\frac{1}{3}}$; 3) $\sqrt{\frac{1}{5}}$; 4) $\sqrt{\frac{1}{6}}$.

205. 1) $\sqrt{\frac{2}{7}}$; 2) $\sqrt{\frac{3}{5}}$; 3) $\sqrt{\frac{2}{3}}$; 4) $\sqrt{\frac{3}{7}}$.

206. 1) $\sqrt{1\frac{1}{2}}$; 2) $\sqrt{2\frac{1}{2}}$; 3) $\sqrt{3\frac{1}{3}}$; 4) $\sqrt{2\frac{1}{7}}$.

207. 1) $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$; 3) $\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$; 4) $\sqrt[5]{\frac{1}{2}}$.

208. 1) $\sqrt{\frac{5}{12}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$; 3) $\sqrt[3]{\frac{2}{9}}$; 4) $\sqrt[4]{\frac{3}{8}}$.

209. 1) $x\sqrt{\frac{x}{y}}$; 2) $n\sqrt[3]{\frac{m}{n}}$; 3) $b\sqrt[4]{\frac{a}{b^3}}$; 4) $y\sqrt[5]{\frac{x^2}{y^3}}$.

210. 1) $6n\sqrt{\frac{m}{2n}}$; 2) $\frac{4a}{3m}\sqrt[3]{\frac{3m}{2a}}$; 3) $15mn\sqrt[4]{\frac{a^3m}{27m^2n^3}}$.

211. 1) $(a+b)\sqrt{\frac{1}{a+b}}$; 2) $(m-n)\sqrt[3]{\frac{m+n}{(m-n)^2}}$;

3) $(x-y)^2\sqrt{\frac{xy}{(x-y)^2}}$; 4) $x\sqrt{\frac{a}{x^2}+\frac{b}{x^2}}$.

212. 1) $a\sqrt[n]{\frac{3}{a^{n-1}}}$; 2) $\sqrt[n]{\frac{a^2b}{(a+b)^{n-1}}}$;

3) $b^2c\sqrt[m]{\frac{ab}{cb^{m-1}}}$; 4) $\frac{y}{x}\sqrt[n]{\frac{xy}{y^2(a-b)^{n-3}}}$.

Привести корни к простейшему виду:

213. 1) $3x^2y\sqrt{\frac{12}{xy}}$; 2) $\frac{5a^3}{7b}\sqrt{\frac{49b^3}{5a}}$;

3) $\frac{3a^3b}{2c}\sqrt{\frac{4c^3}{9a^5b}}$; 4) $\frac{2xy^2}{3ab}\sqrt{\frac{9a^3b^4}{8xy^3}}$.

214. 1) $2ab\sqrt[3]{\frac{b^2}{8a}}$; 2) $\frac{x^2}{y}\sqrt[3]{\frac{3y}{2x^2}}$;

3) $\sqrt{25m^3-50n^2}$; 4) $\sqrt{4x^6y^2+12x^4y^3}$.

215. 1) $2m\sqrt[4]{\frac{1}{m^3}+\frac{1}{m^4}}$; 2) $\frac{2a^2}{3b}\sqrt[3]{\frac{b^3}{a^4}-\frac{b^5}{a^6}}$;

3) $\frac{5x}{3y^2}\sqrt[3]{\frac{y^5}{x^4}+\frac{y^4}{x^5}}$; 4) $\frac{3b}{4a}\sqrt[5]{\frac{32a^6}{3b^5}-\frac{64a^5}{27b^4}}$.

216. 1) $\frac{x-y}{y}\sqrt[3]{\frac{x^4y^3+x^3y^4}{x^2-2xy+y^2}}$; 2) $\frac{a+1}{a}\sqrt[3]{\frac{a^4-a^3}{a^2+2a+1}}$;

3) $\frac{a}{a-2b}\sqrt{\frac{a^3b-4a^2b^2+4ab^3}{a}}$, при $a>2b$;

4) $\frac{x}{x+1}\sqrt[4]{(1+2x+x^2)(2x+2)(x^4-x^2)}$.

217. 1) $\frac{4}{ab}\sqrt[n]{a^{n+1}b^{2n+2}}$; 2) $\frac{x}{y}\sqrt[n]{\frac{y^{3n+2}}{x^{n-2}}}$;

3) $\frac{a+b}{a-b}\sqrt[m+n]{\frac{a(a-b)^{2m+2n}}{(a+b)^{m+n}}}$;

4) $\frac{1}{(ab)^{m+n}}\sqrt[m+n]{a^{2m+n}b^{m+2n}-a^{m+2n}b^{2m+n}}$.

д) Подобие корней.

Доказать подобие корней:

218. 1) (Устно.) $\sqrt{2}$ и $\sqrt{8}$; 2) $\sqrt{3}$ и $\sqrt{75}$;

3) $3\sqrt{12}$ и $2\sqrt{48}$; 4) $5\sqrt{63}$ и $4\sqrt{28}$.

219. 1) $\sqrt[3]{24}$ и $\sqrt[3]{81}$; 2) $\sqrt[3]{54}$ и $\sqrt[3]{16}$;

3) $2\sqrt[3]{250}$ и $3\sqrt[3]{128}$; 4) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{108}$ и $\frac{3}{2}\sqrt[3]{32}$.

220. 1) $\sqrt{216}$ и $\sqrt{\frac{3}{8}}$; 2) $\sqrt{\frac{1}{3}}$ и $\sqrt{243}$;

3) $\sqrt{135}$ и $\sqrt{\frac{3}{5}}$; 4) $\sqrt{2\frac{1}{3}}$ и $\sqrt{84}$.

221. 1) $\sqrt[3]{1\frac{1}{8}}$ и $\sqrt[3]{2\frac{2}{3}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{72}{343}}$ и $\sqrt[3]{41\frac{2}{3}}$;

3) $\sqrt[4]{\frac{1}{27}}$ и $\sqrt[4]{0{,}1875}$; 4) $\sqrt[4]{\frac{1}{125}}$ и $\sqrt[4]{\frac{80}{81}}$.

222. 1) $2\sqrt{a^3b^3c}$; $3\sqrt{a^3bc^3}$ и $4\sqrt{ab^3c^3}$;

2) $\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{b^4}{a^2}}$; $\frac{a^2}{b}\sqrt[3]{\frac{a^7}{b^2}}$ и $\frac{b}{a^2}\sqrt[3]{\frac{a^{10}}{b^5}}$;

3) $\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$; $\sqrt[3]{\frac{1}{x^2y}}$ и $\sqrt[3]{\frac{y^2}{x^2}}$;

4) $\sqrt[5]{\frac{a}{b}}$; $\sqrt[5]{ab^4}$ и $\sqrt[5]{\frac{b^4}{a^4}}$.

223. 1) $\sqrt[3]{\frac{x+y}{(x-y)^2}}$ и $\sqrt[3]{\frac{1}{y}-\frac{x^2}{y^3}}$;

2) $\sqrt{\frac{1}{mn-nq}}$ и $\sqrt{\frac{n^3}{m-q}}$;

3) $\sqrt[3]{\frac{x^5}{(x^2-1)^2}}$ и $\sqrt[3]{\frac{x^3+x^2}{(x-1)^2}}$;

4) $\sqrt{\frac{a^4}{b^4}-\frac{a^2}{b^2}}$ и $\sqrt{\frac{ac^2+bc^2}{a-b}}$.

224. 1) $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{a}{b}-1}$; $\frac{a-b}{b}\sqrt{\frac{1}{ab-b^2}}$;

2) $\sqrt{\frac{m}{1-2x+x^2}}$; $\sqrt{\frac{4m-8mx+4mx^2}{c^2n^2}}$ и $\sqrt{225m^3}$;

3) $\sqrt{\frac{1}{m}-n}$; $\sqrt{\frac{n^6-mn^7}{mn^2}}$ и $\sqrt{m^3-m^4n}$;

4) $\sqrt{\frac{1}{a^3b^2-a^2b^3}}$; $\sqrt{4a^3b^2-4a^2b^3}$ и $\sqrt{a^3+a^2b-ab^2-b^3}$.

225. 1) $\sqrt[n]{x^{n+1}y^{n+2}}$ и $\sqrt[n]{\frac{x^{2n+1}}{y^{n-2}}}$; 2) $\sqrt[n]{a^{2n+1}b^2}$ и $\sqrt[n]{\frac{a}{b^{2n-2}}}$;

3) $\sqrt[n]{x^{3+n}y^{3+n}}$ и $\sqrt[n]{\frac{y^3}{x^{2n-3}}}$; 4) $\sqrt[k+1]{a^{k+2}b^{k+1}}$ и $\sqrt[k+1]{\frac{b^{2k+2}}{a^k}}$.

§ 12. Сложение и вычитание корней.

226. Вычислить с точностью до 0,01:

1) $2{,}32+\sqrt{2}$; 2) $5{,}41-\sqrt{3}$;

3) $\sqrt{3}+\sqrt{5}$; 4) $\sqrt{7}-\sqrt{6}$.

227. Упростить, а затем вычислить результат с точностью до 0,01:

1) $\frac{1}{3}\sqrt{18}+\frac{1}{2}\sqrt{8}-\frac{1}{5}\sqrt{50}$;

2) $\sqrt{12}-\sqrt{27}+\frac{1}{2}\sqrt{48}$;

3) $5\sqrt{\frac{1}{5}}+\frac{1}{2}\sqrt{20}-\frac{5}{4}\sqrt{\frac{4}{5}}+\sqrt{7}$;

4) $0{,}1\sqrt{200}-2\sqrt{0{,}08}+4\sqrt{0{,}5}+0{,}4\sqrt{50}$.

Выполнить действия и, если возможно, упростить:

228. 1) $(2\sqrt{18}+3\sqrt{8})+(3\sqrt{32}-\sqrt{50})$;

2) $(2\sqrt{20}-\sqrt{45}+3\sqrt{18})+(\sqrt{72}-\sqrt{80})$;

3) $(0,5\sqrt{24}-3\sqrt{40})-(\sqrt{150}+\sqrt{54}-\sqrt{1000})$;

4) $\left(\sqrt{32}+\sqrt{0,5}-2\sqrt{\frac{1}{3}}\right)-\left(\sqrt{\frac{1}{8}}-\sqrt{48}\right)$.

229. 1) $(5\sqrt{a}-3\sqrt{25a})+(2\sqrt{36a}+2\sqrt{9a})$;

2) $(\sqrt[3]{125x}-\sqrt[3]{8x})-(\sqrt[3]{27x}-\sqrt[3]{64x})$;

3) $(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{16a})+(\sqrt[4]{81a}-\sqrt[4]{625a})$;

4) $(\sqrt{9x}-\sqrt[3]{8y})-(\sqrt[3]{27y}-\sqrt{16x})$.

230. Решить уравнения:

1) $2\sqrt{3x}-4\sqrt{3x}=27-3\sqrt{3x}$;

2) $\frac{3}{2}\sqrt{x}-\frac{2}{3}\sqrt{x}+7=2\sqrt{x}$;

3) $\frac{5}{3}\sqrt{15x}-\frac{3}{5}\sqrt{15x}-11=\frac{1}{3}\sqrt{15x}$;

4) $3\sqrt{2x}-5\sqrt{8x}+7\sqrt{18x}=28$.

Выполнить действия:

231. 1) $(5\sqrt{4x}+4\sqrt{x}-6\sqrt{9x}-8\sqrt{2x})+$
$+\left(8\sqrt{\frac{1}{4}x}+4\sqrt{8x}+1\right)$;

2) $\left(3\sqrt{8x}-\sqrt{18x}-5\sqrt{\frac{1}{2}x}\right)+\left(\sqrt{4\frac{1}{2}x}+\right.$
$\left.+\sqrt{50x}-\sqrt{32x}+\sqrt{72x}\right)$.

232. 1) $\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{4,5}-\sqrt{12,5}-0,5\sqrt{200}+\sqrt{242}+$
$+6\sqrt{1\frac{1}{8}}-\sqrt{24,5}$;

2) $\frac{1}{2}\sqrt{48}-2\sqrt{75}-\sqrt{54}+5\sqrt{1\frac{1}{3}}-\sqrt{5\frac{1}{3}}+$
$+4,5\sqrt{2\frac{2}{3}}+2\sqrt{27}$.

233. 1) $\sqrt[3]{40}+\left(\frac{3}{2}\sqrt[3]{-5}-2\sqrt[3]{\frac{1}{5}}\right)$;

2) $\left(3\sqrt[3]{32}+\sqrt[3]{\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{108}\right)-\left(16\sqrt[3]{\frac{1}{16}}-4\sqrt[3]{\frac{1}{72}}\right)$.

234. 1) $4\sqrt[3]{-3}-\sqrt[3]{\frac{8}{9}}+\sqrt[3]{\frac{3}{8}}-\sqrt[3]{7\frac{1}{9}}-$
$-\sqrt[3]{-0{,}375}+\sqrt[3]{46\frac{7}{8}}$;

2) $\frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{2}{49}}+0{,}8\sqrt{\frac{8}{3}}-\frac{1}{15}\sqrt{96}+1{,}5\sqrt{\frac{3}{2}}+$
$+3\sqrt{\frac{1}{6}}-\frac{3}{14}\sqrt[3]{14}$.

235. 1) $6a\sqrt{63ab^3}-3\sqrt{112a^3b^3}+2ab\sqrt{343ab}-$
$-5b\sqrt{28a^3b}$;

2) $3\sqrt[6]{27a^6b}+2a^2\sqrt[3]{125b^4}+5a\sqrt[3]{a^3b}-$
$-3a^2\sqrt[3]{64b}+2\sqrt[3]{a^6b}$.

236. 1) $4b\sqrt[3]{\frac{a^2}{b^2}}+\frac{2}{a}\sqrt[3]{a^5b}-3a\sqrt[3]{\frac{b}{a}}-\sqrt[3]{a^2b^4}$;

2) $\sqrt[4]{\frac{1}{x^2y}}-\sqrt[4]{\frac{x^6}{y^5}}-\sqrt[4]{x^{10}y^7}+\sqrt[4]{\frac{y^8}{x^6}}$.

237. 1) $7b\sqrt[3]{a}+5\sqrt{a^2x}-b^2\sqrt[3]{\frac{27a}{b^3}}-6\sqrt{\frac{b^2x}{9}}$;

2) $\frac{1}{m}\sqrt{8{,}64m^2z}-\frac{b^2}{c^3}\sqrt{\frac{6c^6z}{b^4}}+3{,}1a^2\sqrt{\frac{6z}{a^4}}+$
$+mx\sqrt{\frac{0{,}54z}{m^2x^2}}-\frac{a^2}{y}\sqrt{\frac{0{,}375y^2z}{a^4}}$.

238. 1) $\sqrt{(1+x)^2y}+\sqrt{(1-x)^2y}-\sqrt{(x-y)^2}-$
$-\sqrt{4y}+\sqrt{(x+y)^2}$;

2) $\sqrt{4a^2-4b^2}+\sqrt{(a+b)^2}-5\sqrt{a^2-b^2}+$
$+\sqrt{9a^2-9b^2}-\sqrt{(a-b)^2}$.

239. 1) $\sqrt{2x^2-4x+2}-\sqrt{4y^2-8y+4}+$
$+\sqrt{2x^2+4x+2}+\sqrt{9y^2-18y+9}$;

2) $\sqrt{a^2x-2abx+b^2x}-\sqrt{a^2x-2acx+c^2x}+$
$+\sqrt{b^2x+2bcx+c^2x}$, при $a>b>c$.

240. 1) $\sqrt{\frac{(x^2-y^2)(x-y)}{8x^3}}-\sqrt{\frac{2x}{(x^2-y^2)(x-y)}}-$
$-\sqrt{2x^4+2x^3y}$;

2) $\sqrt[3]{\frac{1-x^2}{x^3}}-\sqrt[3]{\frac{x}{(1-x^2)^3}}-\sqrt[3]{x^6-x^4}+\sqrt[3]{\frac{(1-x)x^4}{(1+x)^2}}$.

241. 1) $3a\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}-3x\sqrt{\frac{(a-x)^2}{a^2-x^2}}-$
$-2a\sqrt{\frac{(a+x)(a-x)}{(a+x)^2}}+\frac{4x}{a+x}\sqrt{\frac{a^2-x^2}{4}}$;

2) $2y\sqrt{x-y}+x\sqrt{\frac{1}{x-y}}-x\sqrt{\frac{a}{ax-ay}}-$
$-\sqrt{x^3-x^2y}+\sqrt{x^2y\left(\frac{x}{y}-1\right)}-y^2\sqrt{\frac{4(x-y)}{y^2}}$.

Решить уравнения:

242. 1) $4\sqrt{5x+4}-2\sqrt{5x+4}=48$;

2) $5\frac{1}{2}\sqrt{7x-13}-3\frac{1}{3}\sqrt{7x-13}-1\frac{1}{6}\sqrt{7x-13}=6$.

243. 1) $\sqrt{4x-20}+\sqrt{x-5}-\frac{1}{3}\sqrt{9x-45}=4$;

2) $\sqrt{16x+16}-\sqrt{9x+9}+\sqrt{4x+4}=16-\sqrt{x+1}$.

§ 13. Умножение корней.

244. Вычислить с точностью до 0,1 площадь прямоугольника, длина и ширина которого выражаются числами:

1) $\sqrt{5}$ и $\sqrt{2}$; 2) $3\sqrt{7}$ и $2\sqrt{5}$.

Выполнить умножение (№ 245—249 устно):

245. 1) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}$; 2) $\sqrt{10}\cdot\sqrt{20}$.

246. 1) $3\sqrt{7}\cdot 2\sqrt{14}$; 2) $\frac{3}{4}\sqrt{24}\cdot\frac{2}{3}\sqrt{6}$.

247. 1) $\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{4}$; 2) $5\sqrt[3]{48}\cdot 2\sqrt[3]{4}$.

248. 1) $\sqrt{a}\cdot\sqrt{ab}$; 2) $\sqrt{3m}\cdot\sqrt{3}$.

249. 1) $\sqrt[4]{a^3}\cdot\sqrt[4]{a^3}$; 2) $5\sqrt[4]{2a}\cdot 2\sqrt[4]{8a^3}$.

250. 1) $3\sqrt{a}\cdot 2\sqrt{\frac{x}{a}}$; 2) $\frac{3}{4}\sqrt{2\frac{1}{2}a}\cdot\sqrt{\frac{0,4}{a}}$.

251. 1) $(\sqrt{12}-3\sqrt{75})\cdot\sqrt{3}$;

2) $\left(\sqrt{6}-3\sqrt{3}+5\sqrt{2}-\frac{1}{2}\sqrt{8}\right)\cdot 2\sqrt{6}$.

252. 1) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{a}+\frac{3}{4}\sqrt{a^3}-\frac{7}{8}\sqrt{a^5}\right)\cdot(-16\sqrt{a^3})$;

2) $\left(\sqrt{ab}+2\sqrt{\frac{b}{a}}-\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{1}{ab}}\right)\cdot\sqrt{ab}$.

253. 1) $\left(\frac{a}{b}\sqrt{\frac{n}{m}}-\frac{ab}{n}\sqrt{mn}+\frac{a^2}{b^2}\sqrt{\frac{m}{n}}\right)\cdot a^2b^2\sqrt{\frac{n}{m}}$;

2) $(4x\sqrt[3]{x^2}-5y\sqrt[3]{xy}+xy\sqrt[3]{y^2})\cdot 2xy\sqrt[3]{xy}$.

254. 1) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{5})$; 2) $(5+\sqrt{6})(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})$;

3) $(5-\sqrt{15})(3+\sqrt{15})$; 4) $(7\sqrt{5}-4)(2\sqrt{5}-1)$.

255. 1) $(2a+3\sqrt{x})(3a-2\sqrt{x})$;

2) $\left(m-\sqrt{\frac{n}{m}}\right)(m+\sqrt{mn})$.

Решить уравнения:

256. 1) $(7-\sqrt{x})(8-\sqrt{x})=x+11$;

2) $(7+6\sqrt{x})(48-13\sqrt{x})=$

$=3(81-26\sqrt{x})(22+\sqrt{x})$.

Выполнить действия и упростить:

257. 1) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}+\frac{2-\sqrt{3}}{3}$; 2) $\frac{5+3\sqrt{2}}{4}-\frac{\sqrt{2}-1}{6}$;

3) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}{3}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2}}{5}-\frac{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}-5\sqrt{5}}{15}$;

4) $\frac{3\sqrt{6}-2\sqrt{5}+1}{8}-\frac{\sqrt{6}-3\sqrt{5}-2}{6}-\frac{4\sqrt{6}+5\sqrt{5}-1}{12}$.

Решить уравнения:

258. 1) $\frac{17-3\sqrt{x}}{11}=\frac{23-4\sqrt{x}}{15}$; 2) $\frac{29-5\sqrt{x}}{9}=\frac{39-5\sqrt{x}}{19}$;

3) $\frac{3\sqrt{x}-5}{2}-\frac{2\sqrt{x}-7}{3}=\sqrt{x}-1$;

4) $\frac{7\sqrt{x}-13}{3}-\frac{3\sqrt{x}-8}{4}+\frac{4\sqrt{x}-11}{5}=3\sqrt{x}-7$.

Выполнить умножение:

259. 1) $(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+\sqrt{6})(\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{3})$;

2) $(3+2\sqrt{6}-\sqrt{33})(\sqrt{22}+\sqrt{6}+4)$;

3) $(\sqrt{8}-3\sqrt{2}+\sqrt{10})(\sqrt{2}+\sqrt{1,6}+3\sqrt{0,4})$;

4) $\left(\frac{4}{3}\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3\frac{1}{3}}\right)(\sqrt{1,2}+\sqrt{2}-4\sqrt{0,2})$.

Доказать тождества:

260. 1) $(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{25})(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{5})=7$;

2) $(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2})=1$;

3) $(\sqrt[3]{m^2}+\sqrt[3]{mn}+\sqrt[3]{n^2})(\sqrt[3]{m}-\sqrt[3]{n})=m-n$;

4) $(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b})=a+b$.

Выполнить умножение:

261. 1) $(a+\sqrt{3})(a-\sqrt{3})$; 2) $(\sqrt{a}+\sqrt{x})(\sqrt{a}-\sqrt{x})$;

3) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$;

4) $(5\sqrt{2}+4\sqrt{3})(5\sqrt{2}-4\sqrt{3})$.

262. 1) $(\sqrt{a+b}+\sqrt{b})(\sqrt{a+b}-\sqrt{b})$;

2) $(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b})(\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b})$;

3) $(\sqrt{m}+\sqrt{m-1})(\sqrt{m}-\sqrt{m-1})$;

4) $(\sqrt{1-x}-\sqrt{x})(\sqrt{1-x}+\sqrt{x})$.

263. Доказать следующие равенства:

1) $(\sqrt{0,6}+\sqrt{0,3}-\sqrt{0,9})(3\sqrt{0,2}+2\sqrt{0,3}+$
$+\sqrt{0,6})=1,2$;

2) $\left(\frac{3}{2}\sqrt{6}+2\sqrt{\frac{2}{3}}-4\sqrt{\frac{3}{2}}\right)\left(3\sqrt{\frac{2}{3}}-\sqrt{12}-\sqrt{6}\right)=$
$=-\sqrt{2}$.

264. 1) $(\sqrt[3]{100}+\sqrt[3]{40}+\sqrt[3]{16})(\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{4})=6$;

2) $(12\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{16}-2\sqrt[3]{2})\left(5\sqrt[3]{4}-3\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right)=84$.

Решить уравнения:

265. 1) $(7\sqrt{3x}-3\sqrt{7})(7\sqrt{3x}+3\sqrt{7})=$
$=10(2\sqrt{5x}+3\sqrt{6})(2\sqrt{5x}-3\sqrt{6})$;

2) $(3\sqrt{5x}+2\sqrt{3})(2\sqrt{3}-3\sqrt{5x})=$
$=(7\sqrt{x}+2\sqrt{13})(2\sqrt{13}-7\sqrt{x})$.

Привести радикалы к общему показателю и выполнить умножение (№ 266—268 устно):

266. 1) $\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{4}$; 2) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[6]{2}$; 3) $\sqrt{5}\cdot\sqrt[8]{2}$; 4) $\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[8]{4}$.

267. 1) $\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{a}$; 2) $\sqrt[3]{b}\cdot\sqrt[9]{b}$; 3) $\sqrt[5]{x}\cdot\sqrt[10]{x}$; 4) $\sqrt[6]{y}\cdot\sqrt[3]{y}$.

268. 1) $\sqrt[8]{c}\cdot\sqrt[4]{c}$; 2) $\sqrt[5]{a}\cdot\sqrt{a}$; 3) $\sqrt[6]{x}\cdot\sqrt[4]{x}$; 4) $\sqrt[3]{y}\cdot\sqrt[5]{y}$.

269. 1) $\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{x}{a}}\cdot\sqrt{\frac{a}{x}}$;

3) $\sqrt{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt[4]{\frac{4}{3}}$; 4) $\sqrt{a}\cdot\sqrt[4]{\frac{x}{a}}$.

270. 1) $\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[4]{4}$; 2) $\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt[6]{\frac{1}{2}}$;

3) $\sqrt[4]{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt[6]{2}$; 4) $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt[4]{\frac{4}{3}}\cdot\sqrt[6]{3}$.

271. 1) $(\sqrt{2}-\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{8})\cdot\sqrt{2}$;

2) $(3\sqrt{10}-2\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{25})\cdot\sqrt[4]{2}$;

3) $\left(\sqrt[5]{5}-3\sqrt[3]{\frac{15}{2}}+2\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt[4]{\frac{24}{5}}$;

4) $(\sqrt[6]{2}+2\sqrt[3]{4}-\sqrt{8})\cdot\sqrt[6]{32}$.

272. 1) $(1+\sqrt{2})\cdot(1-\sqrt[3]{3})$;

2) $(\sqrt{2}-\sqrt[3]{3})\cdot(\sqrt{3}+\sqrt[3]{2})$;

3) $(3\sqrt[3]{2}-2\sqrt[4]{3})\cdot(5\sqrt{2}-3\sqrt[3]{3})$;

4) $\left(\frac{3}{4}\sqrt[6]{\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}+\sqrt[6]{16}\right)$.

273. 1) $\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[4]{a^3}\cdot\sqrt[6]{a^5}$; 2) $m\sqrt{3m}\cdot\sqrt[4]{3m}\cdot m^2\sqrt[8]{3m^3}$;

3) $a^2b\sqrt[6]{16a^5b}\cdot\frac{1}{2}a\sqrt{2ab}\cdot b\sqrt[8]{4ab^2}$;

4) $2m^2n\sqrt[4]{mn^3}\cdot 5mn^2\sqrt{mn}\cdot 3mn\sqrt[5]{m^3n}$.

274. 1) $\frac{2}{3}\sqrt[6]{\frac{81x^5}{25y^4}}:\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3y}{5x}}$; 2) $0{,}2\sqrt[5]{\frac{ab^3}{cd^4}}\cdot 5\sqrt[10]{\frac{c^3d^2}{a^3b}}$;

3) $\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{x}{y}}\cdot\frac{b}{a}\sqrt[5]{\frac{y^2}{x}}$; 4) $\sqrt[4]{\frac{a^3}{b}}\cdot\sqrt[6]{\frac{a^2}{b^5}}\cdot\sqrt[10]{\frac{b}{a}}$.

275. 1) $(2\sqrt{x}-\sqrt[3]{x^2})\cdot\left(\frac{1}{2}\sqrt{x}-\frac{3}{2}\sqrt[6]{x^5}\right)$;

2) $(a\sqrt{a}+\sqrt[6]{a})\cdot(\sqrt[3]{a^2}-a\sqrt[4]{a^3})$;

3) $(2\sqrt[5]{m^4}+\sqrt[3]{m^2}-3\sqrt{m})\cdot(\sqrt[15]{m^4}-\sqrt[3]{m})$;

4) $(4\sqrt{xy}+\sqrt[3]{xy^2}+3\sqrt[4]{xy^3})\cdot(\sqrt[12]{xy^4}-2\sqrt{xy})$.

§ 14. Деление корней.

Выполнить деление:

276. (Устно.) 1) $8\sqrt{2}:4$; 2) $10\sqrt[3]{5}:2$; 3) $12\sqrt{a}:3$; 4) $2\sqrt[4]{x}:5$.

277. (Устно.) 1) $4\sqrt{2}:2\sqrt{2}$; 2) $15\sqrt[3]{5}:3\sqrt[3]{5}$; 3) $\sqrt[5]{n}:4\sqrt[5]{n}$.

278. 1) Площадь одного квадрата равна 48 *см*², а площадь другого квадрата 3 *см*². Во сколько раз сторона первого квадрата больше стороны второго?

2) Во сколько раз $\sqrt{30}$ больше $\sqrt{5}$?

3) (Устно.) Вычислить следующие отношения:

а) $\sqrt{18}:\sqrt{2}$; б) $\sqrt{40}:\sqrt{10}$; в) $\sqrt{200}:\sqrt{8}$; г) $\sqrt{180}:\sqrt{5}$.

279. Вычислить с точностью до 0,1:

1) $\sqrt{10}:\sqrt{5}$; 2) $\sqrt{15}:\sqrt{5}$;

3) $\sqrt{140}:\sqrt{20}$; 4) $\sqrt{\frac{3}{5}}:\sqrt{0,3}$.

Выполнить деление (№ 280—283 устно):

280. 1) $\sqrt{60}:\sqrt{5}$; 2) $\sqrt{45}:\sqrt{15}$;
3) $\sqrt{90}:\sqrt{18}$; 4) $\sqrt{360}:\sqrt{60}$.

281. 1) $\sqrt{3a}:\sqrt{a}$; 2) $\sqrt{5x}:\sqrt{x}$;
3) $\sqrt{12m}:\sqrt{3m}$; 4) $\sqrt{a^2x}:\sqrt{x}$.

282. 1) $\sqrt[3]{6a^4}:\sqrt[3]{2a}$; 2) $\sqrt[3]{x^7}:\sqrt{x^4}$;
3) $\sqrt[4]{a^5}:\sqrt[4]{a}$; 4) $\sqrt[4]{9a^3}:\sqrt[4]{\frac{a}{9}}$.

283. 1) $\sqrt[3]{1\frac{1}{8}}:\sqrt[3]{2\frac{2}{3}}$; 2) $\sqrt[3]{0,2}:\sqrt[3]{25}$;
3) $9\sqrt{\frac{1}{45}}:\frac{3}{2}\sqrt{2\frac{2}{3}}$; 4) $0,75\sqrt[3]{9}:0,25\sqrt[3]{2\frac{2}{3}}$.

284. 1) $(10\sqrt{48}-6\sqrt{27}+4\sqrt{12}):\sqrt{3}$;
2) $(15\sqrt{50}+5\sqrt{200}-3\sqrt{450}):\sqrt{10}$;
3) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{1}{3}}+\frac{4}{5}\sqrt{\frac{4}{5}}\right):\frac{8}{15}\sqrt{\frac{1}{8}}$;
4) $\left(\frac{1}{2}\sqrt[3]{9}-2\sqrt[3]{3}+3\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right):2\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$.

285. 1) $(\sqrt{x^3y}+\sqrt{xy^3}):\sqrt{xy}$; 2) $(\sqrt{a^5b^3}-\sqrt{a^3b^5}):\sqrt{a^3b^3}$;
3) $\left(\sqrt{x}-\sqrt{\frac{x}{2}}\right):\sqrt{x}$; 4) $\left(\sqrt{mn}+\sqrt{\frac{m}{n}}\right):\sqrt{\frac{m}{n}}$.

286. 1) $(x\sqrt{y}-y\sqrt{x}):\sqrt{xy}$; 2) $(\sqrt{a^3b}+\sqrt{ab^3}-ab):\sqrt{ab}$;
3) $\left(\frac{3x}{2}\sqrt{\frac{x}{y}}-0{,}4\sqrt{\frac{3}{xy}}+\frac{1}{3}\sqrt{\frac{xy}{2}}\right):\frac{4}{15}\sqrt{\frac{3y}{2x}}$;
4) $\left(\frac{a}{2}\sqrt[3]{a^2b}+\frac{b}{3a^2}\sqrt[3]{\frac{15a}{b^2}}-\frac{4a}{5b}\sqrt[3]{\frac{b}{2a^2}}\right):\frac{2a^3}{15b^3}\sqrt[3]{\frac{5a^2}{2b}}$.

Разложить на множители (№ 287—289 устно):

287. 1) $\sqrt{6}+\sqrt{3}$; 2) $\sqrt{15}-\sqrt{10}$;
3) $\sqrt{21}+\sqrt{14}$; 4) $\sqrt{20}-\sqrt{30}$.

288. 1) $\sqrt{ab}-\sqrt{ac}$; 2) $\sqrt[3]{a^2y}-\sqrt[3]{b^2y}$;
3) $\sqrt[3]{a^2b}-\sqrt[3]{ab^2}$; 4) $\sqrt{a+b}-\sqrt{a^2-b^2}$.

289. 1) $5+\sqrt{5}$; 2) $2-\sqrt{2}$; 3) $a+\sqrt{a}$; 4) $ab-\sqrt{a}$.

290. 1) $a+b+\sqrt{a+b}$; 2) $a+b-\sqrt{a^2-b^2}$;
3) $\sqrt{a^3-b^3}+\sqrt{a-b}$; 4) $\sqrt{a^3+b^3}+\sqrt{a^2-b^2}$.

291. 1) $\sqrt{ax}-\sqrt{by}+\sqrt{bx}-\sqrt{ay}$;
2) $\sqrt{x^3}-\sqrt{y^3}+\sqrt{x^2y}-\sqrt{xy^2}$;
3) $x+4\sqrt{x}+3$; 4) $a+5\sqrt{a}+4$.

292. Сократить дроби:

1) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{6}}{\sqrt{35}-\sqrt{14}}$; 2) $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{15}}{\sqrt{8}+\sqrt{12}}$; 3) $\frac{a+\sqrt{ab}}{b+\sqrt{ab}}$; 4) $\frac{\sqrt[3]{x^2y}-\sqrt[3]{xy^2}}{\sqrt[3]{ax}-\sqrt[3]{ay}}$.

293. Выполнить деление:

1) $(\sqrt[3]{4m^2}-\sqrt[3]{9n^2}):(\sqrt[3]{2m}+\sqrt[3]{3n})$;
2) $(\sqrt[3]{25a^2}-\sqrt[3]{16b^2}):(\sqrt[3]{5a}-\sqrt[3]{4b})$;
3) $(\sqrt[3]{x^2y}-\sqrt[3]{16xy^2}+\sqrt[3]{4y^3}):(\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{2y})$;
4) $(\sqrt{8x^2y}-2y\sqrt{x}-x\sqrt{x}):(\sqrt{2y}-\sqrt{x})$.

294. Решить уравнения:

1) $\frac{3\sqrt{x}+1}{7\sqrt{x}-5}=\frac{8}{15}$; 2) $\frac{5\sqrt{x}+12}{7\sqrt{x}+15}=\frac{4}{5}$;

3) $\frac{5\sqrt{x}+13}{7\sqrt{x}+5}=\frac{3}{2}$; 4) $\frac{9x-7}{\sqrt{7x+5}}=\sqrt{7x+5}$.

Привести радикалы к общему показателю и выполнить деление:

295. 1) $\sqrt[4]{8}:\sqrt{2}$; 2) $\sqrt[6]{81}:\sqrt[3]{3}$;

3) $\sqrt[4]{32}:\sqrt[8]{16}$; 4) $\sqrt[6]{3}:\sqrt[12]{18}$.

296. 1) $\sqrt{a}:\sqrt[4]{a}$; 2) $\sqrt[6]{x^5}:\sqrt[3]{x^2}$;

3) $\sqrt[5]{m^4}:\sqrt[15]{m^2}$; 4) $\sqrt[12]{n^{11}}:\sqrt[4]{n^3}$.

297. 1) $\sqrt{2}:\sqrt[3]{2}$; 2) $\sqrt[4]{27}:\sqrt[3]{3}$;

3) $6\sqrt[5]{8}:2\sqrt[3]{4}$; 4) $\frac{3}{4}\sqrt[6]{\frac{4}{27}}:0,25\sqrt[4]{\frac{2}{3}}$.

298. 1) $\sqrt[4]{a^3}:\sqrt[8]{a}$; 2) $\sqrt[3]{x^2}:\sqrt{x}$;

3) $\sqrt[3]{\frac{a}{x^2}}:\sqrt[4]{\frac{x}{a^3}}$; 4) $\frac{a}{b}\sqrt[5]{\frac{a^3}{b^3}}:a\sqrt[3]{\frac{a^2}{b^2}}$.

299. 1) $\frac{4a^2}{15b}\sqrt[4]{\frac{a^3}{a-b}}:\frac{2a}{5b}\sqrt{\frac{a^3}{a-b}}$;

2) $6ab\sqrt[9]{a^8b^3}:\frac{2a}{3b}\sqrt[6]{a^2b^5}$;

3) $10a^2b:5a\sqrt{b}$; 4) $a^2x:\sqrt[3]{ax^4}$.

300. 1) $(4\sqrt{8}-6\sqrt[3]{2}):\sqrt{2}$;

2) $(10\sqrt[3]{9}+5\sqrt{3}):\sqrt[3]{3}$;

3) $(2\sqrt{12}+4\sqrt[3]{4}-6\sqrt[4]{32}):2\sqrt[4]{2}$;

4) $\left(\frac{3}{4}\sqrt[6]{54}-\frac{1}{2}\sqrt[4]{18}+\frac{2}{3}\sqrt[8]{9}\right):\frac{1}{2}\sqrt[6]{3}$.

301. 1) $(8\sqrt[6]{m^5}-6\sqrt[4]{m^3}-12\sqrt[3]{m^2}):2\sqrt{m}$;

2) $(a^3\sqrt[3]{x^2y^2}+a^4\sqrt{xy}-a^5\sqrt[6]{x^4y^5}):a^2\sqrt{xy}$;

3) $\left(\frac{a}{b^3}\sqrt{ab}-6a^3b^2\sqrt[3]{a^2b}+\sqrt[8]{a^4b^3}\right):\frac{a^2}{b}\sqrt[6]{ab^2}$;

4) $\left(2a\sqrt[6]{\frac{a^2}{3b^3}}+\frac{3a}{b}-5\sqrt[3]{ab}\right):\frac{3a}{2b}\sqrt{ab}$.

302. 1) $\left(x^2 \sqrt[4]{27xy^3} + 2xy \sqrt{2xy}\right) : \left(\sqrt[4]{3x^3y} + \sqrt{2xy}\right)$;

2) $\left(y \sqrt{2xy} - xy \sqrt{xy}\right) : \left(\sqrt[6]{2xy^3} - \sqrt{xy}\right)$;

3) $\left(x \sqrt[6]{a^5x} + 2a \sqrt[6]{ax^5} - 3ax\right) : \left(\sqrt[3]{ax^2} - \sqrt{ax}\right)$;

4) $\left(2a \sqrt[3]{ax^2} - a \sqrt[6]{ax^5} - ax\right) : \left(\sqrt[3]{a^2x} - \sqrt{ax}\right)$.

303. 1) $\left(ax^3 \sqrt[6]{x} - a^2x^2 \sqrt[3]{a^2}\right) : \left(a \sqrt[3]{ax^2} - x \sqrt[4]{a^2x}\right)$;

2) $\left(5b \sqrt[4]{a} - 8 \sqrt[4]{a^2b^5} + 4 \sqrt[4]{a^3b^2} - b \sqrt[4]{b}\right) : \left(2 \sqrt[4]{ab} - \sqrt{b}\right)$;

3) $\left(20 \sqrt{a} - \sqrt[3]{a^2} + 45 \sqrt[4]{a^3} - 53 \sqrt[12]{a^7}\right) : \left(4 \sqrt[6]{a} - 5 \sqrt[4]{a}\right)$;

4) $\left(\sqrt{a} - 9 \sqrt[4]{ab} - 6 \sqrt[8]{abc^2} - \sqrt{c}\right) : \left(\sqrt[4]{a} - 3 \sqrt[8]{ab} - \sqrt[4]{c}\right)$.

§ 15. Возведение корней в степень.

Возвести в степень (№ 304—312 устно):

304. 1) $(\sqrt{5})^2$; 2) $(\sqrt[3]{2})^3$; 3) $(\sqrt[5]{3})^5$; 4) $(\sqrt[n]{a})^n$.

305. 1) $(3\sqrt{2})^2$; 2) $(5\sqrt[3]{3})^3$;

3) $\left(\frac{1}{2}\sqrt[4]{8}\right)^4$; 4) $(a\sqrt[n]{b})^n$.

306. 1) $(\sqrt{3})^4$; 2) $(\sqrt[3]{2})^6$; 3) $(\sqrt[5]{7})^{10}$; 4) $(\sqrt[4]{5})^8$.

307. 1) $(\sqrt{2})^3$; 2) $(\sqrt{5})^3$; 3) $(\sqrt[3]{7})^4$; 4) $(\sqrt[5]{3})^7$.

308. 1) $(-\sqrt{6})^2$; 2) $(-\sqrt[3]{4})^3$;

3) $(-\sqrt[4]{3})^4$; 4) $(-\sqrt[5]{7})^5$.

309. 1) $(\sqrt[3]{m^2})^4$; 2) $(-\sqrt[3]{m^2})^4$;

3) $(\sqrt[5]{a^3})^2$; 4) $(-\sqrt[7]{n^3})^2$.

310. 1) $(\sqrt[4]{x^3})^3$; 2) $(-\sqrt[5]{y^2})^3$;

3) $(-\sqrt[3]{a^2})^5$; 4) $(-\sqrt[6]{n^5})^7$.

311. 1) $(-2\sqrt{a})^3$; 2) $(-3\sqrt[4]{a^3})^3$;

3) $\frac{1}{2}(\sqrt[3]{m^2})^2$; 4) $\left(-\frac{2}{3}\sqrt[5]{x^2}\right)^3$.

312. 1) $(\sqrt[3]{a^2b})^2$; 2) $(-\sqrt[3]{xy^2})^4$;

3) $\left(-\frac{3}{5}\sqrt[4]{x^3y}\right)^3$; 4) $(0{,}1\sqrt[5]{a^4b^2})^2$.

313. 1) $\left(-0{,}2\sqrt[4]{m^2n^3}\right)^3$; 2) $\left(-\frac{1}{2}\sqrt[6]{a^5b^2}\right)^4$;

3) $\left(-1\frac{1}{2}\sqrt[3]{a^2b^2c}\right)^4$; 4) $\left(0{,}5\sqrt[7]{x^3y^4z}\right)^3$.

314. 1) $(a\sqrt{ab})^3$; 2) $(m^2\sqrt[3]{m^2n})^2$;

3) $(-x\sqrt[4]{x^3y^2})^5$; 4) $(-2a\sqrt[5]{a^2b^3})^4$.

315. 1) $\left(\frac{y}{x}\sqrt[4]{x^2y}\right)^3$; 2) $\left(\frac{ab}{c}\sqrt[5]{a^3b^2c^4}\right)^2$;

3) $\left(-\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^3$; 4) $\left(\frac{x}{y}\sqrt[6]{\frac{y}{x}}\right)^3$.

316. 1) $\left(-3m\sqrt[3]{\frac{m^2}{n}}\right)^2$; 2) $\left(-\frac{2a}{3b}\sqrt[6]{a^5b^3}\right)^2$;

3) $\left(3x^2\sqrt{\frac{a}{3x}}\right)^3$; 4) $\left(-\frac{x}{2y}\sqrt[4]{\frac{y}{x}}\right)^5$.

317. 1) $\left(\frac{a^2}{a+x}\sqrt[3]{\frac{a+x}{a^2}}\right)^4$; 2) $\left(-\frac{m+n}{m-n}\sqrt[3]{\frac{(m-n)^2}{m+n}}\right)^5$;

3) $\left(\frac{x\sqrt[3]{(x-y)^2}}{x-y}\right)^4$; 4) $\left(\frac{a(a-b)}{\sqrt[5]{a^2(a-b)^4}}\right)^6$.

318. 1) $(\sqrt[n]{a})^{n+1}$; 2) $(\sqrt[n+1]{a^n})^2$;

3) $(\sqrt[2n]{x})^{2n+1}$; 4) $(\sqrt[3k]{a^k})^{k+1}$.

319. 1) $\left[\sqrt[m]{(a+x)^2}\right]^n$; 2) $\left[\sqrt[k]{(a-b)^3}\right]^{2k}$;

3) $\left[\sqrt[n]{(a+b)^4}\right]^{n+1}$; 4) $\left[\sqrt[n]{(a^2-b^2)^k}\right]^{nm}$.

320. 1) $(\sqrt{2}+1)^2$; 2) $(1-\sqrt{3})^2$;

3) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$; 4) $(\sqrt{5}-\sqrt{7})^2$.

321. 1) $(a-\sqrt{b})^2$; 2) $(m+\sqrt{n})^2$;

3) $\left(2\sqrt{a}-\frac{1}{2}\sqrt{b}\right)^2$; 4) $\left(\frac{1}{4}\sqrt{xy}+2\sqrt{x}\right)^2$.

322. 1) $(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})^2$; 2) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}+4\sqrt{3}\right)^2$;

3) $(2\sqrt{12}-\sqrt{3})^2$; 4) $\left(\frac{2}{3}\sqrt{18}+\frac{3}{4}\sqrt{2}\right)^2$.

323. Решить уравнения:

1) $(3\sqrt{x}-1)^2+(4\sqrt{x}-7)^2=(5\sqrt{x}-6)^2$;

2) $(5\sqrt{x}-2)^2+(12\sqrt{x}-9)^2=(13\sqrt{x}-9)^2$;

3) $\sqrt{x-3}=3-\sqrt{x}$; 4) $\sqrt{x+7}=7-\sqrt{x}$.

Выполнить действия:

324. 1) $(\sqrt{2}-\sqrt[3]{4})^2$; 2) $\left(\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt[3]{9}\right)^2$;

3) $(\sqrt[3]{a}+\sqrt{a})^2$; 4) $(a\sqrt[3]{b}-b\sqrt[3]{a})^2$.

325. 1) $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6})^2$; 2) $(\sqrt{3}-\sqrt{12}+1)^2$;

3) $\left(2\sqrt{8}-\frac{1}{2}\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)^2$; 4) $(3\sqrt{15}+2\sqrt{5}-5\sqrt{10})^2$.

326. 1) $\left(\sqrt{4+\sqrt{7}}+\sqrt{4-\sqrt{7}}\right)^2$;

2) $\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2$;

3) $\left(\sqrt{7+\sqrt{13}}+\sqrt{7-\sqrt{13}}\right)^2$;

4) $\left(\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}\right)^2$.

327. 1) $\left(\sqrt{\sqrt{11}+\sqrt{7}}+\sqrt{\sqrt{11}-\sqrt{7}}\right)^2$;

2) $\left(\sqrt{\sqrt{6}-\sqrt{2}}-\sqrt{\sqrt{6}+\sqrt{2}}\right)^2$;

3) $\left(\sqrt{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}-\sqrt{2\sqrt{3}-2\sqrt{2}}\right)^2$;

4) $\left(\sqrt{4\sqrt{2}-2\sqrt{7}}+\sqrt{4\sqrt{2}+2\sqrt{7}}\right)^2$.

328. 1) $\left(\sqrt{a-\sqrt{b}}+\sqrt{a+\sqrt{b}}\right)^2$;

2) $\left(3\sqrt{x-2\sqrt{y}}-2\sqrt{x+2\sqrt{y}}\right)^2$;

3) $\left(\sqrt{2+\sqrt{5}}+\sqrt{4-\sqrt{5}}\right)^2$;

4) $\left(\sqrt{a+\sqrt{b}}+\sqrt{a+\sqrt{ab}}\right)^2$.

329*. Доказать следующие тождества при $a>0$, $b>0$ и $a^2-b>0$:

1) $\sqrt{a+\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}+\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$;

2) $\sqrt{a-\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}-\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$.

Указание. Для доказательства достаточно возвести в квадрат обе части равенства и сделать упрощения.

3) Пользуясь выведенными формулами, упростить выражения:

а) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$; б) $\sqrt{5-\sqrt{21}}$; в) $\sqrt{6+4\sqrt{2}}$;
г) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$; д) $\sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}}$.

330. 1) $(\sqrt[4]{8}-\sqrt[4]{2})^2$; 2) $(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})^2$;
3) $(\sqrt[4]{40}-\sqrt{6})^2$; 4) $(\sqrt{3}+\sqrt[4]{45})^2$.

331. 1) $(\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^3})^2$; 2) $(\sqrt[3]{ab^2c}+\sqrt[3]{a^2bc^2})^2$;
3) $\left(\frac{1}{2}\sqrt[4]{x^3y^3}-\frac{2}{3}\sqrt{xy}\right)^2$; 4) $\left(x\sqrt[3]{\frac{a^2}{x^2}}-\sqrt[4]{a^3x}\right)^2$.

332. 1) $(\sqrt{3}+1)^3$; 2) $(\sqrt{6}-\sqrt{3})^3$;
3) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^3$; 4) $\left(\frac{2}{3}\sqrt{3}-\sqrt{15}\right)^3$.

333. 1) $(\sqrt{a}-\sqrt{3a})^3$; 2) $(x\sqrt{x}-\sqrt{2x})^3$;
3) $(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{a})^3$; 4) $\left(3\sqrt[3]{m^2}-\frac{1}{3}\sqrt[3]{m}\right)^3$.

§ 16. Извлечение корня из корня.

334. Проверить равенства:

1) $\sqrt{\sqrt{16}}=\sqrt[4]{16}$; 2) $\sqrt[4]{256}=\sqrt{\sqrt{256}}$;
3) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}=\sqrt[6]{64}$; 4) $\sqrt[6]{729}=\sqrt[3]{\sqrt{729}}$.

Извлечь корень:

335. 1) $\sqrt[4]{1296}$; 2) $\sqrt[4]{2401}$; 3) $\sqrt[6]{15625}$; 4) $\sqrt[12]{4096}$.

336. 1) $\sqrt{\sqrt{2}}$; 2) $\sqrt[3]{\sqrt{3}}$; 3) $\sqrt{\sqrt[3]{5}}$; 4) $\sqrt[7]{\sqrt[3]{2}}$.

337. 1) $\sqrt{\sqrt{a}}$; 2) $\sqrt{\sqrt[3]{x^2}}$; 3) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{m^3}}$; 4) $\sqrt[4]{\sqrt[5]{y^4}}$.

338. 1) $\sqrt{2\sqrt{3}}$; 2) $\sqrt[3]{2\sqrt{5}}$; 3) $\sqrt{3\sqrt[3]{2}}$; 4) $\sqrt[4]{5\sqrt{2}}$.

339. 1) $\sqrt{m\sqrt[3]{m}}$; 2) $\sqrt[3]{ab\sqrt{a}}$; 3) $\sqrt[4]{x^3\sqrt{x}}$; 4) $\sqrt[5]{a^4\sqrt{a}}$.

340. 1) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{a^{10}b^5}}$; 2) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{x^4y^8}}$;
3) $\sqrt[6]{\sqrt[3]{m^2n^6}}$; 4) $\sqrt[7]{\sqrt[5]{a^6b^3c^9}}$.

341. 1) $\sqrt{\frac{x}{y}\sqrt{\frac{y}{x}}}$; 2) $\sqrt{\frac{m}{n}\sqrt[3]{\frac{n}{m}}}$;

3) $\sqrt[4]{\frac{a^2}{b}\sqrt{\frac{b^3}{a}}}$; 4) $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}}$.

342. 1) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$; 2) $\sqrt[3]{3\sqrt{3\sqrt{3}}}$;

3) $\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}$; 4) $\sqrt{\frac{1}{5}\sqrt{\frac{1}{5}\sqrt{\frac{1}{5}}}}$.

343. 1) $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$; 2) $\sqrt[3]{m\sqrt[3]{m\sqrt{m}}}$;

3) $\sqrt[4]{x^3\sqrt[3]{x^2\sqrt{x}}}$; 4) $\sqrt[3]{a^2\sqrt[4]{a\sqrt{a}}}$.

344. 1) $\sqrt{\frac{m}{n}\sqrt{\frac{n}{m}\sqrt{\frac{m}{n}}}}$; 2) $\sqrt{\frac{a}{b}\sqrt{\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{b^3}{a}}}}$;

3) $\sqrt[3]{\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^2}{a}\sqrt{\frac{1}{a^2}}}}$; 4) $\sqrt[3]{\frac{a}{x}\sqrt{\frac{1}{ax}\sqrt{\frac{a}{x^3}}}}$.

§ 17. Уничтожение иррациональности в знаменателе или в числителе дроби.

345. В следующих примерах вычислить результат действий (с точностью до 0,01) двумя способами:

1) не выполняя преобразований данного выражения;

2) предварительно уничтожив иррациональность в знаменателе дроби:

$$1)\ \frac{2}{\sqrt{2}};\quad 2)\ \frac{3}{\sqrt{3}};\quad 3)\ \frac{6}{\sqrt{3}};\quad 4)\ \frac{10}{\sqrt{5}}.$$

Уничтожить иррациональность в знаменателе дроби (№ 346—349 устно):

346. 1) $\frac{8}{\sqrt{2}}$; 2) $\frac{18}{\sqrt{6}}$; 3) $\frac{5}{\sqrt{10}}$; 4) $\frac{12}{5\sqrt{3}}$.

347. 1) $\frac{a}{\sqrt{a}}$; 2) $\frac{m}{\sqrt{m}}$; 3) $\frac{2x^3}{\sqrt{x}}$; 4) $\frac{5n}{3\sqrt{n}}$.

348. 1) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$; 2) $\frac{5}{2\sqrt[3]{25}}$; 3) $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$; 4) $\frac{7}{5\sqrt[3]{49}}$.

349. 1) $\frac{a}{\sqrt[3]{a^2}}$; 2) $\frac{m}{\sqrt[3]{m}}$; 3) $\frac{x}{\sqrt[4]{x^3}}$; 4) $\frac{n^2}{\sqrt[4]{n^3}}$.

350. 1) $\frac{9}{\sqrt[4]{9}}$; 2) $\frac{5}{\sqrt[4]{125}}$; 3) $\frac{1}{\sqrt[5]{27}}$; 4) $\frac{16}{\sqrt[6]{8}}$.

351. 1) $\frac{a}{\sqrt[7]{x^4}}$; 2) $\frac{a}{b\sqrt[6]{a}}$; 3) $\frac{a}{\sqrt[n]{x^{n-1}}}$; 4) $\frac{a}{\sqrt[n]{x}}$.

352. 1) $\frac{1}{\sqrt{a+b}}$; 2) $\frac{1}{\sqrt{a-b}}$; 3) $\frac{a+b}{2\sqrt{a-b}}$; 4) $\frac{a-b}{b\sqrt{a+b}}$.

353. 1) $\frac{a-b}{\sqrt[3]{a-b}}$; 2) $\frac{m+n}{\sqrt[3]{(m+n)^2}}$;

3) $\frac{x-2}{\sqrt{x^2-4}}$; 4) $\frac{a+3}{\sqrt[3]{a^2-9}}$.

354. 1) $\frac{2}{2+\sqrt{2}}$; 2) $\frac{12}{3-\sqrt{3}}$; 3) $\frac{18}{\sqrt{7}-1}$; 4) $\frac{8}{\sqrt{5}+1}$.

355. 1) $\frac{m}{\sqrt{m}+1}$; 2) $\frac{n}{1-\sqrt{n}}$; 3) $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$; 4) $\frac{a^2-b^2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$.

356. 1) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$; 2) $\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$;

3) $\frac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{8}}$; 4) $\frac{14}{\sqrt{3}-\sqrt{10}}$.

357. 1) $\frac{9}{2\sqrt{3}-3}$; 2) $\frac{6}{3\sqrt{2}+4}$;

3) $\frac{17}{3\sqrt{5}-2\sqrt{7}}$; 4) $\frac{15}{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}$.

358. 1) $\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$; 2) $\frac{8-3\sqrt{7}}{8+3\sqrt{7}}$; 3) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$; 4) $\frac{\sqrt{10}-2\sqrt{3}}{2\sqrt{10}+\sqrt{3}}$.

359. 1) $\frac{7\sqrt{3}-5\sqrt{11}}{8\sqrt{3}-7\sqrt{11}}$; 2) $\frac{3\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}}$;

3) $\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{3\sqrt{5}-4\sqrt{2}}$; 4) $\frac{7\sqrt{15}-2\sqrt{3}}{10\sqrt{3}+8\sqrt{5}}$.

360. 1) $\frac{\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}}$; 2) $\frac{m+n+\sqrt{m^2-n^2}}{m+n-\sqrt{m^2-n^2}}$;

3) $\frac{\sqrt{x^2-a^2}+\sqrt{x^2+a^2}}{\sqrt{x^2-a^2}-\sqrt{x^2+a^2}}$; 4) $\frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}}$.

Уничтожить иррациональность в числителе дроби (№ 361, 362 устно).

361. 1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; 2) $\frac{\sqrt[3]{9}}{6}$; 3) $\frac{\sqrt{mn}}{m}$; 4) $\frac{\sqrt[5]{n^3}}{n}$.

362. 1) $\frac{2+\sqrt{3}}{3}$; 2) $\frac{\sqrt{2}+1}{3}$; 3) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{6}$; 4) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{15}$.

363. 1) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$; 2) $\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{xy}$; 3) $\frac{\sqrt{a}+1}{a}$; 4) $\frac{1-\sqrt{m}}{m}$.

364. 1) $\frac{\sqrt[3]{(x-y)^2}}{x^2-y^2}$; 2) $\frac{3+\sqrt{m}}{3-\sqrt{m}}$; 3) $\frac{a+b\sqrt{x}}{a-b\sqrt{x}}$; 4) $\frac{a\sqrt{x}-b\sqrt{y}}{a\sqrt{x}+b\sqrt{y}}$.

Уничтожить иррациональность в знаменателе дроби:

365. 1) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$; 2) $\frac{1}{5+\sqrt{7}+\sqrt{11}}$;

3) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}$; 4) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}}$.

366. 1) $\frac{18}{3+\sqrt{5}-\sqrt{2}}$; 2) $\frac{30}{2-\sqrt{3}+\sqrt{5}}$;

3) $\frac{12}{3+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$; 4) $\frac{42}{5-2\sqrt{3}+\sqrt{7}}$.

367. 1) $\frac{5+\sqrt{2}-\sqrt{5}}{5-\sqrt{2}+\sqrt{5}}$; 2) $\frac{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$;

3) $\frac{2+\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2-\sqrt{6}+\sqrt{2}}$; 4) $\frac{3-\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3+\sqrt{5}+\sqrt{2}}$.

368*. 1) $\frac{1}{\sqrt{10}-\sqrt{15}+\sqrt{14}-\sqrt{21}}$; 2) $\frac{2-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{6}-2}$;

3) $\frac{a}{2+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$; 4) $\frac{a}{2-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}}$.

369*. 1) $\frac{a}{\sqrt{5+\sqrt{3}}}$; 2) $\frac{15}{\sqrt{7-2\sqrt{6}}}$;

3) $\frac{\sqrt{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}}{\sqrt{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$; 4) $\frac{\sqrt{\sqrt{a}-\sqrt{b}}}{\sqrt{\sqrt{a}+\sqrt{b}}}$.

370. 1) $\frac{n}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}$; 2) $\frac{n}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}$; 3) $\frac{6}{\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{4}}$.

371. 1) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$; 2) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}+1}$; 3) $\frac{1}{1-\sqrt[3]{5}}$; 4) $\frac{4}{2-3\sqrt[3]{2}}$.

372. 1) $\frac{n}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}$; 2) $\frac{n}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}$;

3) $\frac{1}{\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}$; 4) $\frac{1}{\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{35}+\sqrt[3]{25}}$.

373. 1) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt[3]{3}}$; 2) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt[4]{3}}$; 3) $\frac{a}{\sqrt[6]{3}-\sqrt[4]{2}}$.

§ 18. Задачи для повторения раздела „Степени и корни".

374. Дать обоснованные ответы на следующие вопросы и привести соответствующие примеры:

1) Правильно ли утверждение, что всякое иррациональное число своим происхождением связано с каким-нибудь радикалом?

2) Привести примеры иррациональных чисел, происхождение которых не связано с радикалами.

3) Справедливо ли утверждение, что всякая бесконечная десятичная дробь выражает иррациональное число?

Дать правильную формулировку указанного суждения.

4) Справедливы ли следующие утверждения:

а) Всякому рациональному числу соответствует на числовой оси одна и только одна точка.

б) Всякой точке числовой оси соответствует определённое рациональное число.

5) Какие числа необходимо добавить к множеству рациональных чисел, чтобы всякой точке числовой оси соответствовало определённое число?

6) Как понимать следующее утверждение: „Между множеством всех вещественных чисел и множеством всех точек числовой оси можно установить взаимно однозначное соответствие"?

375. 1) Дать описание постепенного расширения понятия числа от натуральных чисел до вещественных чисел, руководствуясь следующей таблицей:

Множество чисел	Натуральные числа ↓	Положительные числа ↓	Рациональные числа ↓
Расширение понятия числа	Дробные числа |	Отрицательные числа |	Иррациональные числа |
Обобщение понятия числа	Положительные числа	Рациональные числа[1])	Вещественные числа

[1]) К рациональным числам относится и число 0

2) Какие из шести действий (сложение, вычитание, умножение, деление, возвышение в степень и извлечение корня) выполнимы в множестве всех: а) положительных чисел? б) рациональных чисел? в) вещественных чисел?

3) Если a и b натуральные числа, то в множестве каких чисел всегда разрешимо каждое из следующих уравнений:

$$ax=b;\ \frac{x}{a}=b;\ x+a=b;\ x-a=b;\ ax^2=b.$$

4) Если a и b любые рациональные числа, то всегда ли разрешимо в множестве вещественных чисел уравнение $ax^2=b$?

376. Дать обоснованные ответы на следующие вопросы и привести соответствующие примеры:

1) Может ли сумма двух иррациональных чисел быть рациональным числом?

2) Может ли произведение двух иррациональных чисел быть рациональным числом?

3) Может ли быть рациональным числом число, обратное данному иррациональному числу?

4) При всех ли значениях a и b справедлива формула:

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}?$$

377. При всех ли значениях x имеют смысл выражения:

1) $\sqrt{x-1}$; 2) $\sqrt{1+x^2}$; 3) $\sqrt[3]{x+1}$; 4) $\sqrt{x-2}$;

5) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$; 6) $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$; 7) $\sqrt{x}+\sqrt{-x}$; 8) $\frac{1}{1-\sqrt{x}}$.

Выполнить действия:

378. 1) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$; 2) $\frac{1}{a+a\sqrt{b}}-\frac{1}{a-a\sqrt{b}}$;

3) $\frac{a}{\sqrt{ac}+c}+\frac{c}{\sqrt{ac}-a}-\frac{a+c}{\sqrt{ac}}$;

4) $\frac{1}{a+\sqrt{a^2-b^2}}+\frac{1}{a-\sqrt{a^2-b^2}}$.

379. 1) $\frac{5}{4-\sqrt{11}}+\frac{1}{3+\sqrt{7}}-\frac{6}{\sqrt{7}-2}-\frac{\sqrt{7}-5}{2}$;

2) $\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}+\frac{3}{\sqrt{5}-2}-\frac{2}{\sqrt{3}-2}+\frac{\sqrt{3}-1}{6}$;

3) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}+\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}-\frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}}$;

4) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$.

380. 1) $\left(1+\frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}}\right):(a+\sqrt{a^2-b^2})$;

2) $\left(\frac{3}{\sqrt{1+x}}+\sqrt{1-x}\right):\left(\frac{3}{\sqrt{1-x^2}}+1\right)$;

3) $\left(\sqrt{a}+\frac{ab^2+c}{\sqrt{ab^2+c}}\right):(b\sqrt{a}+b\sqrt{ab^2+c})$;

4) $\left(\sqrt{ab}-\frac{ab}{a+\sqrt{ab}}\right):\frac{\sqrt[4]{ab}-\sqrt{b}}{a-b}$.

381. 1) $\left(\frac{m+\sqrt{m^2-n^2}}{m-\sqrt{m^2-n^2}}-\frac{m-\sqrt{m^2-n^2}}{m+\sqrt{m^2-n^2}}\right):\frac{4m\sqrt{m^2-n^2}}{n^2}$;

2) $\frac{n+2+\sqrt{n^2-4}}{n+2-\sqrt{n^2-4}}+\frac{n+2-\sqrt{n^2-4}}{n+2+\sqrt{n^2-4}}$;

3) $(1-a^2):\left[\left(\frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}}+\sqrt{a}\right)\left(\frac{1+a\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}}-\sqrt{a}\right)\right]+1$;

4) $\left(\sqrt{a}+\frac{b-\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right):\left(\frac{a}{\sqrt{ab}+b}+\frac{b}{\sqrt{ab}-a}-\frac{a+b}{\sqrt{ab}}\right)$.

382. 1) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-1}{a+\sqrt{ab}}+\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{2\sqrt{ab}}\cdot\left(\frac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}}+\frac{\sqrt{b}}{a+\sqrt{ab}}\right)$;

2) $\left(\frac{2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}\cdot\frac{a-\sqrt{ab}+b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right):4\sqrt{ab}$;

3) $\left[\left(\frac{1}{a}-\sqrt[6]{\frac{1}{a}}+\sqrt[3]{a^2}\right)^2+\frac{2}{a^2}\sqrt[6]{a^5}-\frac{3}{a}\sqrt[3]{a^2}\right]:a\sqrt[3]{a}$;

4) $\left[\left(\sqrt{n}-\frac{1}{2}\sqrt[4]{n^3}-n\right)^2+\frac{7}{4}n\sqrt{n}-n^2\right]:n\sqrt{n}$.

383. 1) $\left(\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right):(a-b)+\frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$;

2) $\left(\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}+\frac{1-a}{\sqrt{1-a^2}-1+a}\right)\left(\sqrt{\frac{1}{a^2}-1}-\frac{1}{a}\right)$;

3) $\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^3+\frac{2x^2}{\sqrt{x}}+y\sqrt{y}}{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}+\frac{3\sqrt{xy}-3y}{x-y}$;

4) $\frac{a-x}{\sqrt{a}-\sqrt{x}}-\left(\frac{a+\sqrt[4]{ax^3}}{\sqrt{a}+\sqrt[4]{ax}}-\sqrt[4]{ax}\right)$.

384. 1) $\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(4-\sqrt{15})}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$; 2) $\frac{(\sqrt{75}+\sqrt{50})(5-2\sqrt{6})}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$;

3) $\frac{7(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2}{20(2-\sqrt[4]{15})(2+\sqrt[4]{15})}$; 4) $\frac{6(\sqrt{2}-1)^3}{1-5(\sqrt{2}-1)^2}$.

385. Доказать, что:

1) $x+\sqrt{(x-1)^2}=\begin{cases} 2x-1, \text{ если } x>1; \\ 1, \text{ если } x<1. \end{cases}$

2) $(m-n)\sqrt{\frac{m+n}{(m-n)^2}}=\begin{cases} \sqrt{m+n}, \text{ если } m>n; \\ -\sqrt{m+n}, \text{ если } m<n. \end{cases}$

386. Найти ошибку в доказательстве софизма: $2\cdot 2=5$ (!?).

Возьмём равенство: $16-36=25-45$. (1)

Прибавим к обеим частям этого равенства по $20\frac{1}{4}$, получим: $16-36+20\frac{1}{4}=25-45+20\frac{1}{4}$. (2)

Отсюда:

$$4^2-2\cdot 4\cdot \frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2=5^2-2\cdot 5\cdot \frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2. \qquad (3)$$

Или:

$$\left(4-\frac{9}{2}\right)^2=\left(5-\frac{9}{2}\right)^2. \qquad (4)$$

Извлекая квадратный корень из обеих частей равенства, получим:

$$4-\frac{9}{2}=5-\frac{9}{2}. \qquad (5)$$

Отсюда: $4=5$, или: $2\cdot 2=5$ (!?)

387. Найти числовое значение выражения:

$$4x^3-8x^2+2x+3 \text{ при } x=\frac{1}{2}(1+\sqrt{3}).$$

388. Найти числовое значение выражения: $5x^2-6xy-2y^2$

$$\text{при } x=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \text{ и } y=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}.$$

389. Доказать, что дробь

$$\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}} \text{ при } x=\frac{2ab}{b^2+1}$$

принимает значение, равное b, если $b>1$, и $\frac{1}{b}$, если $b<1$.

390. Доказать, что дробь

$$\frac{x+y-1}{x-y+1} \text{ при } x=\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{ab}+1} \text{ и } y=\frac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1}$$

принимает значение, равное $(-\sqrt{ab})$.

391. Доказать, что при $x=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ выражение ax^2+bx+c обращается в нуль.

392. Упростить выражение

$$\frac{1-ax}{1+ax}\sqrt{\frac{1+bx}{1-bx}},$$

если $x=\frac{1}{a}\sqrt{\frac{2a-b}{b}}$, где $0<a<b<2a$.

393. Упростить выражение

$$\frac{2x\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}},\text{ где } x=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{b}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{b}{a}},$$

причём $a>0$, $b>0$ и $a>b$.

394. Самостоятельная работа:

1) Выяснить, что больше: а) $\sqrt[3]{0,1}$ или $\sqrt{0,1}$? б) $\sqrt{3}$ или $\sqrt[3]{5}$? в) $\sqrt{6}$ или 2,44921?

2) Доказать, что выражение

$$\sqrt{\frac{3}{4}-x}+\sqrt{2x}-\frac{3}{2}\sqrt{1-4x}$$

обращается в нуль при $x=\frac{1}{12}$.

3) Доказать равенство:

$$\left(\frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{a^3}}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}+\sqrt{ax}\right)\left(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{x-a}\right)^2=1.$$

4) Доказать, что если $x=\sqrt{ab}$ и $a>b$, то

$$\frac{\sqrt{(a+x)(x+b)}+\sqrt{(a-x)(x-b)}}{\sqrt{(a+x)(x+b)}-\sqrt{(a-x)(x-b)}}=\frac{\sqrt{ab}}{b}.$$

5) Выполнить действия и упростить:

$$\left(\sqrt[6]{28+6\sqrt{3}}+\sqrt[3]{\frac{1}{27}+\frac{\sqrt{3}}{9}}\right)\sqrt[3]{1-3\sqrt{3}}.$$

395. Самостоятельная работа повышенной трудности:

1) Доказать, что:

$$\left(\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}\right)^2=2.$$

Указание. Использовать формулы задачи № 329.

2) Доказать, что трёхчлен x^3+px+q обращается в нуль при

$$x=\sqrt[3]{-\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}+\sqrt[3]{-\frac{q}{2}-\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}.$$

Указание. Обозначить кубические корни соответственно через u и v и использовать формулу: $(u+v)^3=u^3+v^3+$ $+3uv(u+v)$.

3) Доказать справедливость равенства

$$\frac{x^2+ax+b}{x^2+bx+c}=\frac{a}{b} \quad \text{при} \quad x=-\sqrt{\frac{b^2-ac}{a-b}}.$$

4) Доказать тождество:

$$\frac{n^3-3n+(n^2-1)\sqrt{n^2-4}-2}{n^3-3n+(n^2-1)\sqrt{n^2-4}+2}=\frac{(n+1)\sqrt{n-2}}{(n-1)\sqrt{n+2}}.$$

Указание. Разложить сначала на множители n^3-3n-2 и n^3-3n+2.

ГЛАВА III.

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ И УРАВНЕНИЯ, ПРИВОДИМЫЕ К КВАДРАТНЫМ.

§ 19. Неполные квадратные уравнения.

Решить неполные квадратные уравнения (№ 396—397 устно):

396. 1) $x^2=256$; 2) $x^2=0{,}64$; 3) $x^2=\frac{25}{81}$; 4) $x^2=2\frac{7}{9}$.

397. 1) $x^2=0{,}3364$; 2) $x^2=2{,}3716$;
3) $5x^2-80=0$; 4) $9x^2-361=0$.

398. 1) $\frac{5}{9}x^2-3380=0$; 2) $0{,}09x^2=0{,}6084$;
3) $67-6x^2=43$; 4) $79-7x^2=16$.

399. 1) $8x^2-0{,}75=0{,}53$; 2) $4{,}3-6x^2=2{,}8$;
3) $2\frac{1}{4}-\frac{2}{9}x^2=2\frac{1}{8}$; 4) $7\frac{1}{4}-\frac{3}{5}x^2=3\frac{1}{2}$.

400. 1) $x^2=2$; 2) $4x^2=5$; 3) $3x^2=1$; 4) $2x^2=1$.

401. (Устно.) 1) $x^2-a^2=0$; 2) $x^2-m=0$;
3) $a^2x^2-b^2=0$; 4) $n^2x^2-1=0$;

5) $ax^2 - \frac{1}{a} = 0$; 6) $ax^2 - \frac{b^2}{a} = 0$.

402. 1) $x^2 - 4a^2 - 12ab - 9b^2 = 0$;
2) $x^2 - p^2 + 2p - 1 = 0$;
3) $\frac{a+b}{a-b}x^2 - a^2 = -b^2$; 4) $\frac{ax^2}{b} = \frac{b}{a}$.

403. (Устно.) 1) $x^2 - 5x = 0$; 2) $x^2 + 7x = 0$;
3) $x^2 - 0{,}5x = 0$; 4) $x^2 = 0{,}8x$.

404. Будут ли равносильны следующие уравнения:
1) $x - 2 = 4 - x$ и $(x-2)\,x = (4-x)\,x$;
2) $x - 4 = 8 - 3x$ и $x - 4 - x^2 = 8 - 3x - x^2$;
3) $x - 1 = 3 - x$ и $\frac{1}{x-2} + x - 1 = 3 - x + \frac{1}{x-2}$;
4) $2x - 5 = x + 3$ и $x^2 + 2x - 5 = x + 3 + x^2$.

Решить уравнения:

405. 1) $4x^2 + 6x = 9x^2 - 15x$; 2) $13x + 7x^2 = 5x^2 + 8x$;
3) $12x^2 - 5x = 9x^2 + 7x$; 4) $8{,}5x - 3x^2 = 3{,}5x + 2x^2$.

406. 1) $x(x - 15) = 3(108 - 5x)$;
2) $47 - x(3x + 4) = 2(17 - 2x) - 62$;
3) $(x-7)(x+3) + (x-1)(x+5) = 102$;
4) $10(x-2) + 19 = (5x-1)(1+5x)$.

407. 1) $(3x-8)^2 - (4x-6)^2 + (5x-2)(5x+2) = 96$;
2) $(2x-7)^2 + (3x-5)^2 - (4x-9)(4x+9) =$
$= 2(64 - 29x)$.

408. 1) $\frac{5x^2+9}{6} - \frac{4x^2-9}{5} = 3$; 2) $\frac{3x^2-11}{8} + \frac{74-2x^2}{12} = 10$;
3) $\frac{8x^2-3}{5} + \frac{9x^2-5}{4} = 2$; 4) $\frac{13x^2-4}{12} - \frac{20-3x^2}{18} = 3\frac{5}{9}$.

409. 1) $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1} = 2\frac{2}{3}$; 2) $\frac{x}{x+4} + \frac{x}{x-4} = 5\frac{5}{9}$;
3) $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = 3\frac{1}{3}$; 4) $\frac{5x+7}{x-2} - \frac{2x+21}{x+2} = 8\frac{2}{3}$.

410. 1) $(x+a)(x-b) + (x+b)(x-a) = 2a^2 - 2ab$.
2) $(a+x)(a+2x) - (a-x)(a-2x) =$
$= (a+3x)^2 - a^2 - 9b^2$;
3) $(ax+b)^2 - (a-bx)^2 - 4abx + a^2(x^2-1) = 0$.

411. 1) $\frac{a^3x}{b}=\frac{b}{ax}$; 2) $\frac{ax}{b^2}=\frac{b^2}{a^5x}$; 3) $\frac{a^5}{b^3x}=\frac{bx}{a^5}$; 4) $\frac{m^3}{n^2x}=\frac{n^4x}{m}$.

412. 1) $\frac{x}{x+a}+\frac{x}{x-a}=2\frac{2}{3}$; 2) $\frac{ax+b}{a}=\frac{ab}{a^2-x}$;

3) $\frac{ax+b}{x-a}=\frac{x-b}{x+a}$; 4) $\frac{x+a}{x-a}+\frac{x-a}{x+a}=\frac{a(3x+2a)}{x^2-a^2}$.

Вычислить приближённые значения иррациональных корней следующих уравнений (с точностью до 0,01):

413. 1) $x^2-5=0$; 2) $x^2=223$; 3) $2x^2=30$; 4) $\frac{x^2}{5}=0,3$.

414. При каких значениях q уравнение $x^2=q$ будет иметь два корня (действительных)?

§ 20. Полные квадратные уравнения[1]).

(Уравнения № 415—417 решить путём выделения полного квадрата двучлена.)

415. 1) $x^2+8x-33=0$; 2) $x^2+12x-64=0$;
3) $x^2-8x=20$; 4) $x^2-4x=45$.

416. 1) $x^2+12x=-35$; 2) $x^2+14x+24=0$;
3) $x^2-11x+30=0$; 4) $x^2-11x=60$.

417. 1) $x^2+x-30=0$; 2) $x^2-x-12=0$;
3) $x^2+x-20=0$; 4) $x^2-7x+12=0$.

418. 1) При каких значениях x трёхчлен $y=x^2+7x+10$: а) обращается в нуль? б) принимает значение, равное 4? в) может ли данный трёхчлен иметь значение, равное (-5)?

2) При каких значениях x трёхчлен $y=x^2+7x+6$ и двучлен $y=x+1$ принимают равные значения и какие именно?

Решить уравнения:

419. 1) $x^2-\frac{5}{3}x-26=0$; 2) $x^2-4\frac{1}{2}x+4\frac{1}{2}=0$;
3) $x^2+2\frac{1}{2}x+1=0$; 4) $x^2+3\frac{5}{12}x+2=0$;
5) $x^2-2,4x-13=0$; 6) $x^2-5,6x+6,4=0$.

420. 1) $3x^2-5x-2=0$; 2) $2x^2-7x+6=0$;
3) $4x^2+x-3=0$; 4) $5x^2-8x+3=0$.

---

[1]) Параллельно с решением упражнений на квадратные уравнения весьма целесообразно решать и соответствующие задачи на составление квадратных уравнений из § 22.

421. 1) $10x^2-3x-1=0$; 2) $3x^2+2x-8=0$;
3) $3x^2+11x+6=0$; 4) $4x^2-17x-15=0$.

422. 1) $(3x-1)(x+2)=20$; 2) $(x-4)(4x-3)+3=0$;
3) $(x-3)^2+(x+4)^2-(x-5)^2=17x+24$;
4) $(x+5)^2+(x-2)^2+(x-7)(x+7)=11x+30$.

423. 1) $\frac{3x-7}{x+5}=\frac{x-3}{x+2}$; 2) $\frac{5+2x}{4x-3}=\frac{3x+3}{7-x}$;
3) $\frac{2x-5}{x-1}=\frac{5x-3}{3x+5}$; 4) $\frac{5-x}{2x-1}=\frac{15-4x}{3x+1}$.

424. 1) $\frac{x^2}{5}-\frac{2x}{3}=\frac{x+5}{6}$; 2) $\frac{x(x-7)}{3}-1=\frac{11x}{10}-\frac{x-4}{3}$;
3) $\frac{5(x-1)}{4}=\frac{x}{6}+\frac{6}{x}$; 4) $\frac{7}{x}-\frac{21+65x}{7}+8x+11=0$.

425. 1) $\frac{(x+3)^2}{5}+1-\frac{(3x-1)^2}{5}=\frac{x(2x-3)}{2}$;
2) $\frac{5x-x^2}{3}-\frac{(5x-11)^2}{4}=6-\frac{(7-x)^2}{2}$;
3) $\frac{(x-12)^2}{6}-\frac{x}{9}+\frac{x(x-9)}{18}=\frac{(x-14)^2}{2}+5$;
4) $6x+\frac{(3+5x)^2}{2}=\frac{8-2x}{5}-\frac{(x+3)(x+7)}{2}$.

426. 1) $3x+\frac{(x-3)^2}{4}=\frac{(x+3)^2}{8}+\frac{(x+1)(x-1)}{3}$;
2) $\frac{5x-1}{9}+\frac{3x-1}{5}=\frac{2}{x}+x-1$;
3) $x-7+\frac{(x-6)^2}{3}=\frac{(x+4)^2}{2}-\frac{(x+2)(x+6)}{4}$.

427. Равносильны ли следующие уравнения:

1) $x-7=3-x$ и $(x-7)x=(3-x)x$;
2) $(x-4)(x+2)=5(x-4)$ и $x+2=5$;
3) $x+2=3$ и $(x+2)^2=3(x+2)$;
4) $(3-x)(x-1)=(x+2)(x-1)$ и $3-x=x+2$;
5) $\frac{x+1}{x-1}=\frac{3-x}{x-1}$ и $x+1=3-x$;
6) $x^2+5x+8=2$ и $x^2+5x+6=0$.

Решить уравнения:

428. 1) $\frac{6}{5x-1}=3x+8$; 2) $5x+6=\frac{7}{2x+9}$;

3) $\frac{x(1-x)}{1+x}=6$; 4) $5-\frac{45}{4x^2-1}=\frac{3x}{2x-1}-\frac{39}{2x+1}$.

429. 1) $4-\frac{x-1}{x+1}=\frac{2(x+7)}{x+1}-\frac{x+11}{x^2-1}$;

2) $\frac{14}{x^2-9}+\frac{4-x}{3+x}=\frac{7}{x+3}-\frac{1}{3-x}$;

3) $\frac{7}{x+1}+\frac{x+4}{2x-2}=\frac{3x^2-38}{x^2-1}$;

4) $\frac{x+0{,}5x}{9x+3}=\frac{x+2}{3x-1}-\frac{8x^2+3}{9x^2-1}$.

430. 1) $\frac{13-x}{3+x}+\frac{6}{x^2-9}=\frac{3}{x+3}-\frac{2}{3-x}$;

2) $\frac{1}{2-x}-1=\frac{1}{x-2}-\frac{6-x}{3x^2-12}$;

3) $\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+4}=\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+1}$;

4) $\frac{3}{x-2}-\frac{4}{x-1}=\frac{1}{x-4}-\frac{2}{x-3}$.

431. 1) $1-\frac{8}{x-4}=\frac{5}{3-x}-\frac{8-x}{x+2}$;

2) $1-\frac{3-2x}{5-x}=\frac{3}{3-x}-\frac{x+3}{x+1}$;

3) $\frac{x+1}{4x}-\frac{5x-1}{2x-4}=\frac{8-x}{3x^2-6x}-\frac{x-5}{x-2}$;

4) $\frac{20+x}{2x-2}-\frac{9x^2+x+2}{6x^2-6}=\frac{5-3x}{x+1}-\frac{10-4x}{3x+3}$.

432. 1) $\frac{30}{x^2-1}-\frac{13}{x^2+x+1}=\frac{7+18x}{x^3-1}$;

2) $\frac{2}{x^2-x+1}=\frac{1}{x+1}+\frac{2x-1}{x^3+1}$;

3) $\frac{13}{x^3+1}-\frac{17x+10}{5x^2-5x+5}=-\frac{5}{x+1}$;

4) $\frac{x+36}{x^3-1}=\frac{x+6}{x-1}-\frac{x^2-x+16}{x^2+x+1}$.

433. 1) $\frac{1}{4x+8}=\frac{20x+1}{4x^2-16}-\frac{7-5x}{x^2-4x+4}$;

2) $\frac{2}{x^2-4}-\frac{1}{x^2-2x}+\frac{x-4}{x^2+2x}=0$;

3) $\frac{1}{x^3-x^2+x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{x^2+10x}{x^4-1}-\frac{4x^2+21}{x^3+x^2+x+1}$;

4) $\frac{5}{x^2-4}-\frac{8}{x^2-1}=\frac{2}{x^2-3x+2}-\frac{20}{x^2+3x+2}$.

434. 1) $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+20}=\frac{1}{x+4}+\frac{1}{x+8}$;

2) $\frac{1}{x-6}+\frac{1}{x-4}=\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x-7}$;

3) $\frac{1}{x-8}-\frac{1}{x-2}=\frac{1}{x-11}-\frac{1}{x-10}$;

4) $\frac{1}{x-9}+\frac{1}{x-7}=\frac{1}{x+18}+\frac{1}{x-10}$.

435. 1) $\frac{1}{6x+6}+\frac{1}{3x+6}=\frac{1}{x+3}$; 2) $\frac{4}{x^2-4}=\frac{1}{x-2}+\frac{1}{2x+2}$;

3) $\frac{x+11}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{2(x+7)}{x+1}-4$;

4) $\frac{4(3x+1)}{(x-1)(x+3)}=\frac{3x-2}{x-1}-\frac{2x+3}{x+3}$.

436. 1) $\sqrt{2}\,z^2+4\sqrt{3}\,z-2\sqrt{2}=0$;

2) $z^2+2(\sqrt{3}+1)z+2\sqrt{3}=0$;

3) $\frac{x\sqrt{5}}{2x-\sqrt{5}}=\frac{2x}{x\sqrt{5}-3}$; 4) $\frac{2x}{x\sqrt{3}-5}=\frac{x\sqrt{3}}{x-2\sqrt{3}}$.

437. Вычислить приближённые значения иррациональных корней следующих уравнений (с точностью до 0,1):

1) $2x^2+15x+5=0$; 2) $3x^2+14x+4=0$;

3) $5x^2+24x+9=0$; 4) $7x^2-27x+12=0$;

5) $4x^2+3x-2=0$; 6) $6x^2-10x-1=0$.

438. Решить графически следующие уравнения:

1) $x^2-2x-3=0$; 2) $x^2-x-2=0$;

3) $2x^2-3x-4=0$; 4) $\frac{2x-5}{x-1}=\frac{5x-3}{3x+5}$.

Решить квадратные уравнения с буквенными коэффициентами:

439. 1) $x^2+2ax-3a^2=0$; 2) $x^2-11ax-60a^2=0$;

3) $x^2-3ax+2a^2-ab-b^2=0$;

4) $x^2-4ax+4a^2=b^2$.

440. 1) $x^2-(2a-b)x+a^2-ab-2b^2=0$;

2) $x^2-5(a-b)x+6a^2-13ab+6b^2=0$;

3) $(a^2-b^2)x^2-4abx=a^2-b^2$;

4) $(ax-b)^2+(a-bx)^2+4abx=2(a^2+b^2)x$.

441. 1) $x+\frac{1}{x}=a+\frac{1}{a}$; 2) $\frac{x-b}{a-b}=\frac{x^2}{a^2}$;

3) $\frac{3x-a}{a}=\frac{4x-a}{2x}$; 4) $\frac{2x-a}{b}=\frac{4x-b}{2x+a}$.

442. 1) $1+\frac{4a}{x+a}=\frac{3x}{2x-a}$; 2) $\frac{1}{b+x}=\frac{3b}{2x^2}-\frac{1}{x}$;

3) $\frac{3x+a}{b}=4-\frac{9x-3a}{6x-b}$; 4) $\frac{m}{x-m}-\frac{x}{x+m}=\frac{7}{5}$.

443. 1) $\frac{2x}{x+b}+\frac{x}{x-b}=\frac{b^2}{4x^2-4b^2}$;

2) $\frac{5a^2}{4x^2-a^2}=\frac{2x}{2x-a}-\frac{x}{2x+a}$;

3) $\frac{x^2+4ab}{b^2-x^2}=\frac{x-a}{x+b}-\frac{x+a}{x-b}$; 4) $\frac{2x}{a-x}-\frac{3x^2}{x^2-a^2}=\frac{9a}{2a+2x}$.

444. 1) $\frac{2x}{x-b}+\frac{12x^2}{b^2-x^2}=\frac{b-x}{x+b}$;

2) $\frac{2ax}{2ax-b}=\frac{3b}{2ax+b}-\frac{a^2x^2+2b^2}{b^2-4a^2x^2}$;

3) $\frac{x}{x-a}-\frac{2a}{x+a}=\frac{8a^2}{x^2-a^2}$;

4) $\frac{x}{a}+\frac{1}{ax-bx}+\frac{b}{a^2x-abx}=\frac{2}{a-b}$.

445. 1) $\frac{a+b}{2a-ax+2-x}+\frac{1}{a+1}=\frac{b+1}{2x-x^2}$;

2) $x+\frac{1}{x}=\frac{a-b}{a+b}+\frac{a+b}{a-b}$; 3) $a^2-\frac{a^2-b^2}{2x-x^2}=\frac{b^2(x+2)}{x-2}$;

4) $\frac{1}{x-a}+\frac{1}{x-b}-\frac{1}{x-c}=0$.

446. 1) $\frac{a-x}{x-b}-\frac{x-b}{x-a}=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$; 2) $\frac{2a+m}{a+x}-\frac{2a-m}{a-x}=\frac{2a}{m}$;

3) $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{1}{x}=\frac{1}{m+n+x}$;

4) $\frac{a}{bx}\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)=\frac{b(x+2)}{a}-\frac{a(x-2)}{b}$.

447. 1) $\frac{2x(x+1)}{6x+3}-\frac{(a+2)(2-a)}{6a}=\frac{1}{4x+2}$;

2) $\frac{1}{cx+nx}-\frac{1}{ac+an}=\frac{a-x}{2ax^2}$;

3) $\frac{n-p+1}{nx+px}=\frac{1}{(n+p)^2}+\frac{n-p}{x^2}$;

4) $\frac{1}{ax-cx^2}-\frac{1}{a-c}=\frac{d(x-1)}{a^2-acx-ac+c^2x}$.

§ 21. Свойства корней квадратного уравнения.

Не решая следующих уравнений, определить, какие из них имеют два различных корня, два равных корня или не имеют корней (действительных):

448. 1) $x^2 - 4x + 4 = 0$; 2) $x^2 - 4x + 3 = 0$;
3) $x^2 + 7x + 15 = 0$; 4) $x^2 - 2x + 5 = 0$.

449. 1) $x^2 - 10x + 25 = 0$; 2) $x^2 + 16x + 48 = 0$;
3) $x^2 - 14x + 49 = 0$; 4) $x^2 + x - 1 = 0$.

450. 1) $x^2 - 4x - 8 = 0$; 2) $4x^2 + 6x + 9 = 0$;
3) $7x^2 - x - 1 = 0$; 4) $2x^2 - 3x + 1 = 0$.

451. 1) $12x - 4 = x^2$; 2) $4x^2 + 5 = 10x$;
3) $4x^2 + 9x = -2$; 4) $2x^2 + 3x = 2$.

Не решая следующих уравнений, определить знаки корней:

452. 1) $x^2 - 6x + 5 = 0$; 2) $x^2 + 4x - 5 = 0$;
3) $x^2 + 20x + 19 = 0$; 4) $x^2 - 20x - 300 = 0$.

453. 1) $2x^2 + 5x + 2 = 0$; 2) $3x^2 + 8x - 4 = 0$;
3) $4x^2 - 10x + 5 = 0$; 4) $8x^2 - 1 = 2x$.

454. 1) При каких целых положительных значениях k уравнение $x^2 - 4x + k = 0$ имеет два различных (вещественных) корня?

2) При каких целых отрицательных значениях m уравнение $2x^2 - 6x + m + 7 = 0$ имеет два различных (вещественных) корня?

При каких значениях a следующие уравнения имеют по два равных корня:

455. 1) $x^2 + ax + 9 = 0$; 2) $x^2 + 12x + a = 0$;
3) $ax^2 + 4x + 1 = 0$; 4) $9x^2 + 6x + a = 0$.

456. 1) $4x^2 + ax + 9 = 0$;
2) $x^2 + 2(a - 4)x + a^2 + 6a + 3 = 0$;
3) $(2 + a)x^2 + 6ax + 4a + 1 = 0$;
4) $(a - 1)x^2 + 2(a + 1)x + a - 2 = 0$.

457. При каком значении k уравнение:

1) $x^2 + kx + 15 = 0$ будет иметь корень, равный 5;
2) $x^2 + kx - 24 = 0$ „ „ „ „ -3;
3) $kx^2 - 15x - 7 = 0$ „ „ „ „ 7;
4) $kx^2 + 12x - 3 = 0$ „ „ „ „ $\frac{1}{5}$;
5) $x^2 - 2ax + k = 0$ „ „ „ „ $a - b$;
6) $x^2 + kx + a^2 - b^2 = 0$ „ „ „ „ $a + b$.

Составить квадратные уравнения по данным корням их:

458. (Устно.) 1) 3 и 5; 2) 4 и -7; 3) -6 и -2; 4) -1 и -3.

459. (Устно.) 1) -3 и 3; 2) 1 и -1; 3) 4 и 0; 4) 0 и -2.

460. 1) $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{1}{6}$ и $-\frac{1}{9}$; 4) $-\frac{1}{7}$ и $-\frac{1}{2}$.

461. 1) $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{5}{6}$ и $-\frac{3}{5}$; 3) $-\frac{3}{5}$ и $\frac{3}{5}$; 4) $\frac{2}{3}$ и $-\frac{2}{3}$.

462. 1) $0{,}6$ и $0{,}5$; 2) $0{,}4$ и $-0{,}01$; 3) $-\frac{1}{3}$ и 3; 4) 5 и $-\frac{1}{5}$.

463. 1) $-\frac{3}{4}$ и $-\frac{4}{3}$; 2) $3\frac{1}{3}$ и $-2\frac{1}{2}$; 3) $1{,}5$ и $-0{,}4$.

464. 1) $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$; 2) $\sqrt{5}$ и $-\sqrt{2}$; 3) $2\sqrt{3}$ и $3\sqrt{2}$;
4) $-4\sqrt{3}$ и $-\sqrt{6}$.

465. 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ и $\frac{\sqrt{2}}{3}$; 2) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ и $-\frac{\sqrt{3}}{2}$;
3) $2+\sqrt{2}$ и $2-\sqrt{2}$; 4) $1+\sqrt{3}$ и $1-\sqrt{3}$.

466. 1) $1+2\sqrt{2}$ и $1-2\sqrt{2}$; 2) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ и $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$;
3) $\frac{3+2\sqrt{5}}{3}$ и $\frac{3-2\sqrt{5}}{3}$; 4) $\frac{-1+\sqrt{2}}{4}$ и $-\frac{-1-\sqrt{2}}{4}$.

467. 1) $2a$ и $-b$; 2) $-4a$ и $3b$; 3) $a+b$ и $a-b$; 4) $\frac{a}{2}$ и $\frac{a}{5}$.

468. 1) $\frac{b}{a}$ и $\frac{a}{b}$; 2) $a-2b$ и $a+2b$;
3) $\frac{m+n}{2}$ и $\frac{m-n}{2}$; 4) $\frac{m+n}{2}$ и $\frac{n}{2}$.

469. 1) $\frac{a+b}{a-b}$ и 1; 2) $\frac{a}{1-a}$ и $\frac{b}{1-a}$; 3) $\frac{a+b}{a-b}$ и $-\frac{a-b}{a+b}$.

470. 1) $a+\sqrt{b}$ и $a-\sqrt{b}$; 2) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ и $\sqrt{a}-\sqrt{b}$;
3) $3m+2n\sqrt{5}$ и $3m-2n\sqrt{5}$; 4) $a+b\sqrt{m}$ и $a-b\sqrt{m}$.

Разложить на множители следующие трёхчлены:

471. 1) x^2-4x+3; 2) $x^2-10x+9$;
3) $x^2-2x-35$; 4) $x^2-4x-60$.

472. 1) $x^2+7x+10$; 2) $x^2+25x+114$;
3) $a^2-17a+72$; 4) $a^2-29a+198$.

473. 1) m^2-m-56; 2) m^2-m-12;
3) $3x^2-7x-40$; 4) $5x^2+17x-126$.

474. 1) $2a^2-5a+2$; 2) $3a^2-2a-1$;
3) $5m^2+m-4$; 4) $2m^2-m-3$.

475. 1) $x^2-ax-6a^2$; 2) $x^2+ax-2a^2$;
3) $x^2-2ax+(a^2-b^2)$; 4) $x^2-6bx-(4a^2-9b^2)$.

476. 1) $4x^2-4a^2x+a^4-b^4$; 2) $4x^2-20ax+9a^2$;

3) $abx^2-(a^2+b^2)x+ab$;

4) $(a^2-b^2)x^2-4abx-(a^2-b^2)$.

477. Сократить следующие дроби:

1) $\frac{a^2+6a-91}{a^2+8a-105}$; 2) $\frac{2a^2+8a-90}{3a^2-36a+105}$;

3) $\frac{a^2-9ab+14b^2}{a^2-ab-2b^2}$; 4) $\frac{2a^2-ab-3b^2}{2a^2-5ab+3b^2}$.

478. Уравнение $x^2+3x+m=0$ имеет корни, равные x_1 и x_2. При каком значении m:

1) разность корней уравнения будет равна 6?

2) сумма квадратов корней уравнения будет равна 34?

3) разность квадратов корней уравнения будет равна 30?

4) один из корней уравнения будет в два раза больше другого корня?

479. Выразить через p и q:

1) сумму и разность квадратов корней уравнения $x^2+px+q=0$;

2) сумму и разность кубов корней уравнения $x^2+px+q=0$.

480. Найти сумму квадратов и сумму кубов корней уравнения $ax^2+bx+c=0$.

481. Не решая уравнения $x^2-2x-15=0$, вычислить:

1) сумму квадратов его корней;

2) разность квадратов его корней;

3) сумму кубов его корней;

4) разность кубов его корней.

482. Сумма квадратов корней уравнения $x^2-8x+q=0$ равна 34. Решить уравнение.

483. Решить уравнения: 1) $x^2+px+21=0$, зная, что сумма квадратов его корней равна 58;

2) $x^2+px+45=0$, зная, что квадрат разности его корней равен 144.

484. Составить квадратное уравнение, корни которого были бы обратны корням уравнения:

1) $x^2+px+q=0$; 2) $ax^2+bx+c=0$.

485. Составить квадратное уравнение, корни которого были бы в n раз более корней уравнения:

1) $x^2+px+q=0$; 2) $ax^2+bx+c=0$.

486. Составить квадратное уравнение, корни которого были бы на $\frac{p}{2}$ больше корней уравнения $x^2+px+q=0$.

487. Показать, что если дискриминант квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ равен нулю, то левая часть этого уравнения есть полный квадрат.

488. В уравнении $x^2-6x+q=0$ определить то значение q, при котором корни его x_1 и x_2 удовлетворяют уравнению $3x_1+2x_2=20$.

489. В уравнении $3x^2-5x+k=0$ определить то значение k, при котором корни его x_1 и x_2 удовлетворяют уравнению $6x_1+x_2=0$.

490. Определить то значение q в уравнении x^2-10x+ $+q=0$, при котором сумма квадратов корней этого уравнения была бы равна 68.

491. Дано уравнение $x^2-3x+2=0$. Требуется, не решая его, составить новое уравнение, корни которого были бы кубами корней данного уравнения.

492. Не решая уравнения $\frac{x^2}{3}+1=\frac{13}{27}+x$, составить новое уравнение, корни которого были бы обратны и по величине, и по знаку корням данного уравнения.

493. Составить квадратное уравнение, в котором коэффициент при неизвестном в первой степени равнялся бы (-12) и один корень которого был бы вдвое больше другого.

494. При каком значении k каждое из следующих уравнений имеет двукратный корень (т. е. равные корни):

1) $(k+2)x^2+6kx+4k+1=0$?

2) $x^2+2(k-4)x+k^2+6k+3=0$?

495. 1) (Устно.) Один из корней квадратного уравнения с рациональными коэффициентами равен $2+\sqrt{5}$. Найти второй корень.

2) В каком случае можно сказать, не вычисляя дискриминанта, что данное квадратное уравнение имеет действительные корни?

496. Если x_1 и x_2 являются корнями уравнения x^2+px+ $+q=0$, то какие корни имеет уравнение $x^2-px+q=0$?

497. Уравнению $x^2-6x+9=0$, так же как и уравнению $6x=18$, удовлетворяет только значение $x=3$. Можно ли сказать, что эти уравнения равносильны?

498. Чему равен дискриминант квадратного уравнения, левая часть которого после приведения его к нормальному виду представляет полный квадрат суммы или разности?

499. Какая зависимость должна быть между коэффициентами уравнения $ax^2+bx+c=0$, чтобы сумма его корней была вдвое больше их разности?

§ 22. Задачи на составление квадратных уравнений.

500. Произведение двух чисел, из которых одно на 8 больше другого, равно 240. Найти эти числа.

501. Произведение двух чисел равно (—150), а сумма их равна 5. Найти эти числа.

502. Разложить число 270 на два множителя так, чтобы сумма их была равна 33.

503. Сумма квадратов двух чисел, из которых одно на 3 больше другого, равна 89. Найти эти числа.

504. Огородный участок, имеющий форму прямоугольника, одна сторона которого на 10 *м* больше другой, требуется обнести изгородью. Определить длину изгороди, если известно, что площадь участка равна 1200 $м^2$.

505. Высота прямоугольника составляет $75^0/_0$ его основания. Найти периметр этого прямоугольника, зная, что площадь прямоугольника равна 48 $м^2$.

506. От нити, равной периметру некоторого квадрата, отрезано с одного конца 36 *см*. Укороченная таким образом нить представляет периметр другого квадрата, площадь которого в $2\frac{1}{4}$ раза меньше площади первого. Определить первоначальную длину нити.

507. От листа жести, имеющего форму квадрата, отрезали полосу шириной в 3 *см*, после чего площадь оставшейся части листа стала равна 10 $см^2$. Определить первоначальные размеры листа жести.

508. Куплено товара двух сортов: первого на 210 руб., второго на 156 руб. Первого сорта куплено на 3 *кг* больше, чем второго, и цена его за килограмм на рубль дороже. Сколько килограммов товара каждого сорта было куплено?

509. Куплено товара двух сортов: первого сорта на 320 руб., второго сорта на 240 руб. Второго сорта куплено на 4 *кг* больше, чем первого, но стоит он восемью рублями за килограмм дешевле. Сколько куплено килограммов товара каждого сорта?

510. Я прочёл книгу в 480 страниц, читая каждый день поровну. Если бы я читал каждый день на 16 страниц больше, то прочёл бы книгу на пять дней раньше. Сколько дней читал я книгу?

511. Отпущено 3120 руб. на приобретение обуви для воспитанников детского дома. При покупке оказалось, что пара обуви на 5 руб. подешевела, а потому на ту же сумму можно было купить на 4 пары больше. Сколько пар обуви предполагалось купить первоначально?

512. Несколько человек должны были заплатить поровну 240 руб. Во время платежа двое из них были в отсутствии, а потому остальные внесли за них деньги, прибавляя к своим частям по 4 руб. Сколько лиц участвовало в платеже?

513. Мой огород занимает площадь в 280 *м*², огород моего соседа — площадь в 360 *м*². Мы начали копать одновременно: сосед копал ежедневно на 10 *м*² больше, чем я, но я кончил копать на полдня раньше. Какую площадь вскапывали ежедневно я и мой сосед?

514. Для перевозки 15 *т* овощей было затребовано несколько грузовиков определённой грузоподъёмности. За неимением свободных грузовиков этой грузоподъёмности гараж выслал грузовики с грузоподъёмностью на полтонны меньше и дал таких грузовиков на один больше. Сколько тонн овощей взял каждый из высланных грузовиков?

515. Колхоз должен был засеять 200 *га* к определённому сроку, но он засевал ежедневно на 5 *га* больше, чем намечал по плану, и поэтому закончил сев на 2 дня раньше срока. Во сколько дней был закончен сев?

516. Герои Социалистического Труда Платонов и Сахнов собрали в 1947 г. со своих участков 775 *ц* и 610 *ц* пшеницы. Участок бригады Платонова был больше участка бригады Сахнова на 5 *га*, а урожай с 1 *га* участка бригады Сахнова был ниже на 0,5 *ц*, чем с участка бригады Платонова. Найти размеры участков бригад Сахнова и Платонова и урожай пшеницы с гектара.

517. Два автомобиля выезжают из одного города в другой. Скорость первого на 10 *км* в час больше скорости второго, и поэтому первый автомобиль приезжает на место на 1 час раньше второго. Определить скорость того и другого автомобиля, если известно, что расстояние между городами 560 *км*.

518. С аэродрома вылетают одновременно в пункт, отстоящий от него на 1600 *км*, два самолёта. Скорость одного из них на 80 *км* в час больше скорости другого, а потому он прилетает к месту назначения на час раньше. Найти скорость каждого самолёта.

519. Два велосипедиста выезжают одновременно из колхоза в город, находящийся от них на расстоянии 56 *км*. Второй велосипедист отстаёт от первого каждый час на 2 *км*, а потому приезжает в город на 30 мин. позже, чем первый. Определить скорость каждого велосипедиста.

520. Расстояние между двумя станциями железной дороги равно 150 *км*. Скорый поезд проходит это расстояние на

45 мин. скорее, чем пассажирский. Определить скорость каждого поезда, если известно, что пассажирский поезд проходит в час на 10 *км* меньше скорого поезда.

521. Сумма квадратов трёх последовательных нечётных чисел равна 155. Найти эти числа.

522. Составить задачу, решение которой привело бы к уравнению:

$$1)\ x(x-4)=60;\quad 2)\ \frac{180}{x}-\frac{180}{x+15}=2.$$

523. 1) При каком основании системы счисления число 129 оказалось бы записанным в виде 243?

2) При каком основании системы счисления справедливо следующее равенство: $4\cdot 13=100$?

524. Знаменатель дроби на 3 больше её числителя; если сложить эту дробь с обратной ей дробью, то сумма будет равна 2,9. Найти эту дробь.

525. Числитель дроби на 2 меньше её знаменателя; если сложить эту дробь с обратной ей дробью, то в сумме получится $2\frac{4}{15}$. Найти эту дробь.

526. Сумма квадратов двух последовательных целых чисел на 29 больше утроенного меньшего числа. Найти эти числа.

527. На какое число надо разделить 73, чтобы частное было на 3 больше делителя, а остаток на 4 меньше делителя?

528. Ученик, перемножая два положительных числа, из которых множимое было на 94 больше множителя, ошибся, уменьшив в произведении цифру десятков на 4; вследствие этого, разделив полученное произведение на множитель, он получил в частном 139, а в остатке 6. Какие числа перемножал ученик?

529. Ученик, перемножая два положительных числа, из которых одно на 195 больше другого, ошибся, уменьшив в произведении цифру сотен на 3; вследствие этого, разделив полученное произведение на меньший из сомножителей, он получил в частном 430, а в остатке 174. Какие числа перемножал ученик?

530. Некоторое двузначное число, умноженное на сумму его цифр, даёт 1666; найти это число, зная, что цифра его десятков на единицу превосходит цифру простых единиц.

531. Некоторое двузначное число, умноженное на сумму его цифр, даёт 814; найти это число, зная, что цифра его десятков превосходит на 3 цифру простых единиц.

532. Сумма цифр двузначного числа равна 8. Произведение этого числа на число, полученное путём перестановки его цифр, равно 1855. Найти это число.

533. Сумма цифр двузначного числа равна 5. Произведение этого числа на число, полученное путём перестановки его цифр, равно 736. Найти это число.

534. На расстоянии 240 *м* переднее колесо экипажа сделало на 20 оборотов более заднего колеса, длина окружности которого на 1 *м* больше окружности переднего колеса. Найти длину окружности каждого колеса.

535. Длина окружности заднего колеса экипажа в 2 раза больше длины окружности переднего. Если окружность переднего колеса увеличить на 5 *дм*, а окружность заднего уменьшить на 5 *дм*, то на расстоянии 150 *м* переднее колесо сделало бы на 15 оборотов больше заднего. Найти длину окружности каждого колеса.

536. Двум бригадам учащихся была поручена работа по озеленению пришкольного участка. Работая вместе, они смогли бы выполнить работу в 6 дней. Одна из бригад, работая отдельно, может выполнить эту работу на 5 дней скорее второй. Во сколько дней каждая бригада сможет выполнить эту работу отдельно?

537. Водопроводный бак наполняется двумя трубами в 2 часа 55 мин. Первая труба может наполнить его на 2 часа скорее, чем вторая. Во сколько времени каждая труба, действуя отдельно, может наполнить бак?

538. Две молотилки обмолачивают собранную пшеницу в 4 дня. Если бы одна из них обмолотила половину всей пшеницы, а затем вторая остальную часть, то вся работа была бы окончена в 9 дней. Во сколько дней каждая молотилка в отдельности могла бы обмолотить всю пшеницу?

539. Двое рабочих, выполняя определённое задание вместе, могли бы закончить его в 12 дней. Если сначала будет работать только один из них, а когда он выполнит половину всей работы, его сменит второй рабочий, то всё задание будет закончено в 25 дней. Во сколько дней каждый рабочий в отдельности может выполнить всё задание?

540. Два каменщика, из которых второй начинает работу $1\frac{1}{2}$ днями позже первого, могут выложить стену в 7 дней. Во сколько дней каждый из них отдельно мог бы выложить эту стену, если известно, что второй каменщик может выполнить эту работу на 3 дня скорее, чем первый?

541. В бассейн проведены две трубы, причём одной первой трубой он наполняется на 15 час. скорее, чем одной второй. После того как первая труба действовала 10 час., её закрыли и открыли одну вторую, которая наполнила

остальную часть бассейна в 30 час. Во сколько часов каждая труба, действуя отдельно, может наполнить пустой бассейн?

542. В бассейн проведены две трубы. Через одну вторую трубу бассейн наполняется на 3 часа скорее, чем через одну первую трубу. Вода поступала в продолжение $5\frac{3}{4}$ часа через первую трубу, затем открыли и вторую трубу, и через 10 час. после этого бассейн наполнился. Во сколько часов наполняет бассейн каждая труба отдельно?

543. В ванне имеются два крана. Через первый кран вода вливается, через второй вытекает. Если открыть оба крана, то наполненная ванна опорожнится в 24 мин. Во сколько минут может наполниться пустая ванна, если открыть только первый кран и если известно, что через второй кран наполненная ванна опорожнится на 2 мин. скорее, чем пустая ванна наполнится через первый кран?

544. Пароход прошёл по течению реки 48 *км* и столько же против течения и употребил на весь путь 5 час. Определить скорость парохода в стоячей воде, если считать скорость течения реки 4 *км* в час.

545. Расстояние между двумя пристанями по реке равно 80 *км*. Пароход проходит этот путь туда и обратно за 8 час. 20 мин. Определить скорость парохода в стоячей воде, считая скорость течения реки равной 4 *км* в час.

546. Лодка против течения прошла $22\frac{1}{2}$ *км* и по течению $28\frac{1}{2}$ *км*, затратив на весь путь 8 час. Скорость течения реки $2\frac{1}{2}$ *км* в час. Определить скорость движения лодки в стоячей воде.

547. Моторная лодка, обладающая скоростью 20 *км* в час, прошла расстояние между двумя пунктами туда и обратно, не останавливаясь, за 6 час. 15 мин. Расстояние между пунктами 60 *км*. Какова скорость течения реки?

548. Из двух городов, расстояние между которыми 900 *км*, отправляются навстречу друг другу два поезда и встречаются на середине пути. Определить скорость каждого поезда, если первый вышел на 1 час позднее второго и со скоростью на 5 *км* в час большей, чем скорость второго поезда.

549. Два поезда выходят из двух городов, расстояние между которыми равно 360 *км*, и идут навстречу друг другу. Они могут встретиться на середине пути, если второй поезд выйдет со станции на 1,5 часа раньше первого. Если же они выйдут со станции одновременно, то через 5 час. расстояние между ними будет равно 90 *км*. Найти скорость каждого поезда.

550. Два автомобиля вышли из городов A и B навстречу друг другу. Через час автомобили встретились и, не останавливаясь, продолжали путь с той же скоростью. Первый прибыл в B на 27 мин. позже, чем второй прибыл в A. Определить скорость каждого автомобиля, если известно, что расстояние между городами 90 *км*.

551. Два велосипедиста выезжают одновременно навстречу друг другу из пунктов A и B, расстояние между которыми 28 *км*, и через час встречаются. Не останавливаясь, они продолжают путь с той же скоростью, и первый прибывает в пункт B на 35 мин. скорее, чем второй в пункт A. Определить скорость каждого велосипедиста.

552. Из двух пунктов A и B, расстояние между которыми 24 *км*, отправлены в одно и то же время два автомобиля навстречу друг другу. После их встречи автомобиль, вышедший из A, приходит в B через 16 мин., а другой автомобиль приходит в A через 4 мин. Определить скорость каждого автомобиля.

553. С двух аэродромов вылетают одновременно навстречу друг другу дирижабль и учебный самолёт. К моменту встречи дирижабль прошёл на 100 *км* меньше самолёта. Остальной путь самолёт покрывает в 1 час 20 мин., а дирижабль в 3 часа. Найти расстояние между аэродромами и скорость самолёта и дирижабля.

554. Два туриста выходят одновременно навстречу друг другу из двух мест: A и B. При встрече оказывается, что первый прошёл на 4 *км* меньше второго. Продолжая движение с той же скоростью, первый приходит в B через 4 часа 48 мин. после встречи, а второй приходит в A через 3 часа 20 мин. после встречи. Найти расстояние от A до B.

555. Два пешехода идут друг другу навстречу: один из пункта A, другой из B. Первый выходит из A на 6 час. позже, чем второй из B, и при встрече оказывается, что он прошёл на 12 *км* меньше второго. Продолжая после встречи дальнейший путь с той же скоростью, первый приходит в B через 8 час., а второй в A через 9 час. Определить расстояние от A до B и скорость каждого пешехода.

556. Поезд был задержан в пути на 6 мин. и ликвидировал опоздание на перегоне в 20 *км*, пройдя его со скоростью, на 10 *км* в час большей той, которая полагалась по расписанию. Определить скорость поезда на этом перегоне по расписанию.

557. На середине пути между станциями A и B поезд был задержан на 10 мин. Чтобы прийти в B по расписанию, машинисту пришлось первоначальную скорость поезда увеличить на 6 *км* в час. Найти первоначальную скорость поезда, если известно, что расстояние между станциями равно 60 *км*.

558. Паровоз, пройдя первый перегон в 24 *км*, был задержан некоторое время, а потому следующий перегон проходил со скоростью, большей прежней на 4 *км* в час. Несмотря на то, что второй перегон был длиннее первого на 15 *км*, паровоз прошёл его за время, только на 20 мин. большее, чем потребовалось на прохождение первого перегона. Определить первоначальную скорость паровоза.

559. Поезд должен был пройти 840 *км*. В середине пути он был задержан на 30 мин. и поэтому, чтобы прибыть вовремя, он должен был увеличить скорость на 2 *км* в час. Сколько времени поезд затратил на весь путь?

560. Лётчик должен пролететь 1800 *км*. Пролетев 1050 *км*, лётчик сделал вынужденную посадку на 1 час 30 мин., после чего полетел со скоростью, на 50 *км* в час меньшей, чем раньше. Найти первоначальную скорость самолёта, если известно, что он прибыл на место назначения через 7 час. с начала полёта.

561. С аэродрома одновременно вылетают два самолёта: один по направлению на юг со скоростью 192 *км* в час, а другой по направлению на восток со скоростью 256 *км* в час. На каком расстоянии друг от друга будут находиться самолёты через 3 часа?

562. Два парохода одновременно вышли из порта: один на север, а другой на восток. Через 2 часа расстояние между ними оказалось равным 60 *км*. Найти скорость каждого парохода, зная, что скорость одного из них на 6 *км* в час больше скорости другого.

563. Два тела движутся по двум сторонам прямого угла по направлению к его вершине. В начале движения их расстояния от вершины были 270 *м* и 125 *м*. Через 10 сек. расстояние между телами оказалось равным 130 *м*. Найти скорость движения каждого тела, если известно, что скорость первого вдвое больше скорости второго.

564. Два тела движутся по двум пересекающимся под прямым углом прямым линиям в направлении от точки их пересечения; первое проходит в секунду 19 *дм*, а второе 28 *дм*. В известный момент первое тело было на расстоянии 173 *дм*, а второе на 20 *дм* от точки пересечения прямых. Когда будут или когда были тела на расстоянии 370 *дм* друг от друга?

565. По разным сторонам прямого угла к его вершине со скоростями, соответственно равными 8 *м* и 6 *м* в секунду,

движутся два тела A и B. Тело A остановилось, не дойдя 230 *м* до вершины, в которую тело B пришло через 5 сек. после этого. За сколько секунд до остановки тела A расстояние между телами по прямой было равно 370 *м*?

566. Тела A и B движутся по разным сторонам прямого угла со скоростью 7 *дм* в сек., причём первое тело движется к вершине, а второе удаляется от неё. В данный момент тело A находится на расстоянии 310 *дм*, а тело B на расстоянии 30 *дм* от вершины угла. Через сколько секунд, считая от этого момента, расстояние между телами будет равно 260 *дм*?

567. Цена ткани была снижена на столько процентов, сколько рублей стоил метр ткани до снижения цен. На сколько процентов была снижена цена на ткань, если метр этой ткани стали продавать по 16 руб.?

568. Заработная плата рабочего повысилась на столько процентов, сколько сотен рублей получал он раньше в месяц. На сколько процентов повысилась заработная плата рабочего, если он стал получать 636 руб. в месяц?

569. После двух последовательных снижений цен на одно и то же число процентов цена фотоаппарата упала с 300 руб. до 192 руб. На сколько процентов снижалась цена фотоаппарата каждый раз?

570. Заработная плата служащего после двух последовательных повышений на одно и то же число процентов поднялась с 500 руб. до 605 руб. в месяц. На сколько процентов повышалась заработная плата каждый раз?

571. Население города за два года увеличилось с 20 000 человек до 22 050 человек. Найти средний ежегодный процент роста населения этого города.

572. Кооператив купил на некоторую сумму товар и продал его с наценкой в 100 руб. На вырученные деньги кооператив купил новый товар, который продал за 1 210 руб., сделав на этот товар столько же процентов наценки, сколько и в первый раз. На какую сумму кооператив купил товара в первый раз?

573. Одна часть суммы денег, состоящей из 10 000 руб., приносит ежегодно 300 руб. процентных денег, другая часть 240 руб. Со второй части получается на 1% больше, чем с первой. Сколько процентов даёт каждая часть ежегодно?

574. В зрительном зале клуба было 320 мест. После того как число мест в каждом ряду увеличили на 4 и добавили ещё один ряд, в зрительном зале стало 420 мест. Сколько стало рядов в зрительном зале клуба?

575. Бригада лесорубов должна была по плану заготовить в несколько дней 216 $м^3$ дров. Первые 3 дня бригада выполняла ежедневно установленную планом норму, а затем каждый день заготовляла 8 $м^3$ сверх плана; поэтому уже за день до срока было заготовлено 232 $м^3$ дров. Сколько дров в день должна была заготовлять бригада по плану?

576. При розыгрыше первенства по футболу было сыграно 55 матчей, причём каждая команда играла с каждой из остальных команд по одному разу. Сколько команд участвовало в розыгрыше?

577. Если каждый участник шахматного турнира сыграет по одной партии с каждым из остальных участников, то всего будет сыграно 231 партия. Сколько участников турнира?

578. Учащиеся выпускного класса обмениваются своими фотографическими карточками. Сколько было учащихся, если для обмена потребовалось 870 фотографических карточек?

579. Через несколько точек, расположенных так, что никакие три из них не лежат на одной прямой, проведены все прямые, соединяющие эти точки попарно. Определить, сколько было взято точек, если число проведённых прямых оказалось равным 45.

580. В выпуклом многоугольнике проведены всевозможные диагонали; оказалось, что их всего 14. Сколько сторон у этого многоугольника?

581. Какой многоугольник имеет число диагоналей, на 12 большее числа его сторон?

582. В середине прямоугольной площадки со сторонами 12 *м* и 10 *м* требуется разбить прямоугольную клумбу площадью в 8 $м^2$ так, чтобы её края были на одинаковом расстоянии от краёв площадки. На каком расстоянии от края площадки должен быть расположен край клумбы?

583. В крышке ящика, имеющей форму прямоугольника длиной 30 *см* и шириной 20 *см*, требуется вырезать прямоугольное отверстие площадью в 200 $см^2$ так, чтобы края его были везде на одинаковом расстоянии от краёв крышки. На каком расстоянии от края крышки должен быть расположен край отверстия?

584. Фотографическая карточка размерами 12 *см* $\times$ 18 *см* имеет рамку одинаковой ширины. Определить ширину рамки, если её площадь равна площади карточки.

585. Клумба, имеющая форму прямоугольника со сторонами 2 *м* и 4 *м*, окружена дорожкой, имеющей везде одинаковую ширину. Определить ширину этой дорожки, если её площадь в 9 раз больше площади клумбы.

586. Из листа жести, имеющего форму прямоугольника, приготовлена открытая сверху коробка таким образом, что по углам её вырезано по квадрату со стороной в 5 *см* и получившиеся края загнуты. Какого размера был лист жести, если длина его вдвое больше ширины и если объём коробки оказался равным 1500 $см^3$?

587. Из сосуда, вмещающего 20 *л* и наполненного спиртом, отлили некоторое количество спирта и долили сосуд водой; потом отлили такое же количество смеси и снова долили водой. Тогда в сосуде осталось 5 *л* чистого спирта. По скольку литров жидкости отливали каждый раз?

588. Сосуд вместимостью 20 *л* наполнен спиртом. Из него отливают некоторое количество спирта в другой сосуд, равный ему; дополнив остальную часть второго сосуда водой, дополняют этой смесью первый сосуд. Наконец из первого сосуда отливают $6\frac{2}{3}$ *л* во второй. После этого оба сосуда содержат одинаковое количество чистого спирта. Сколько отлито спирта в первый раз?

589. Два разносчика, имея вместе 100 яблок, продавали их по разной цене и получили при продаже одинаковые суммы. Если бы первый продал столько, сколько второй, то получил бы 18 руб., а если бы второй продал столько, сколько первый, то получил бы 8 руб. Сколько яблок было у каждого разносчика?

590. Из двух пунктов A и C выехали одновременно двое связных в пункт B. Первый прибыл в B через 3 часа, а второй, чтобы прибыть в B одновременно с первым, должен был проезжать каждый километр на $\frac{3}{4}$ мин. скорее первого, так как расстояние от C до B на 12 *км* больше расстояния от A до B. Найти расстояние от A до B и скорость каждого связного.

591. Для уборки урожая в определённый планом срок колхоз выделил две бригады. Первая бригада, работавшая на участке в 400 *га*, окончила уборку урожая на 2 дня раньше срока, а вторая бригада на участке в 900 *га* проработала на 2 дня дольше срока. Если бы первая бригада работала столько дней, сколько вторая, а вторая столько дней, сколько первая, то каждая бригада убрала бы поровну. Найти срок уборки урожая по плану и производительность труда каждой бригады в день.

592. Одна из двух сил, приложенных под прямым углом, на 4 *кГ* больше другой, а равнодействующая их на 8 *кГ* меньше, чем сумма этих сил. Найти величину составляющих сил.

593. Звук от падения камня на дно шахты долетел до наблюдателя через 4 сек. после начала падения. Определить глубину шахты, принимая скорость звука равной 330 *м* в сек., а путь S свободно падающего тела равным $S=\frac{gt^2}{2}$, где $g\approx 10\frac{м}{сек^2}$.

594. Между двумя источниками света силой в 20 свечей и 45 свечей ставится экран так, чтобы обе стороны его были равно освещены. Определить расстояние между источниками света, если экран пришлось поместить для указанной цели на 1 *м* ближе к одному источнику, чем к другому.

595. Смешав 8 *г* жидкости с 6 *г* жидкости меньшей плотности, получили смесь с удельным весом $0{,}7\frac{Г}{см^3}$. Найти удельный вес каждой жидкости, если удельный вес одной из них на $0{,}2\ \frac{Г}{см^3}$ больше удельного веса другой.

Старинные задачи.

Индусские задачи из Бхаскары (1114 г.).

596. На две партии разбившись,
Забавлялись обезьяны.
Часть восьмая их в квадрате
В роще весело резвилась;
Криком радостным двенадцать
Воздух свежий оглашали.
Вместе сколько, ты мне скажешь,
Обезьян там было в роще?

597. Квадрат пятой части обезьян, уменьшенной на 3, спрятался в гроте, одна обезьяна, влезшая на дерево, была видна. Сколько было обезьян?

598. Цветок лотоса возвышался над поверхностью пруда на 4 фута; под напором ветра он скрылся под водой на расстоянии 16 футов от того места, где он раньше поднимался над водой. Какой глубины был пруд?

599. На самом берегу ручья растёт тополь. Порыв ветра сломил его на высоте трёх единиц длины от земли, и он упал перпендикулярно к направлению ручья, ширина которого равна четырём единицам длины; при падении дерево упёрлось в край противоположного берега. Как высок был тополь?

600. Из старинного руководства (1200 г.).

Две башни в равнине находятся на расстоянии 60 локтей одна от другой. Высота одной 50 локтей, высота другой 40 локтей. Между башнями находится колодец, одинаково удалённый от вершины обеих башен. Спрашивается: как далеко находится колодец от основания каждой башни?

601. Из арифметики Магницкого (1703 г.).

Случися некоему человеку к стене лествицу прибрати, стены же тоя высота 117 стоп. И обрете лествицу долготою 125 стоп. И ведати хощет, колико стоп сея лествицы нижний конец от стены отстояти имать?

В следующих задачах с буквенными данными следует при исследовании решения определить: 1) при каких значениях букв, входящих в условие задачи, и при каких соотношениях между ними задача имеет смысл; 2) какие значения может принимать выбранное для составления уравнения неизвестное, чтобы оно удовлетворяло условию задачи; 3) какой из найденных корней уравнения удовлетворяет этим условиям и будет пригоден для ответа на вопрос задачи.

602. Турист прошёл c километров и нашёл, что если бы он на это путешествие употребил времени на 6 дней более, то мог бы в день проходить на 2 *км* менее, чем проходил. Сколько километров он проходил в день?

603. Для перевозки a тонн груза выделены автомашины. Вследствие того что две из них были использованы на другой работе, на каждую машину погрузили на 1 *т* больше, чем предполагалось. Сколько автомашин было занято перевозкой груза?

604. На a рублей куплены книги. Если бы на эти деньги купили на 4 книги меньше, то каждая книга стоила бы одним рублём дороже. Сколько куплено книг?

605. Куплено m яблонь с целью посадить на каждую делянку по равному количеству. По делянок оказалось на 2 больше, а потому на каждую из них пришлось посадить на 3 яблони меньше, чем предполагалось. Сколько было делянок?

606. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу в t часов, причём один первый, работая в отдельности, может выполнить её на 4 часа скорее второго. Во сколько времени может выполнить эту работу каждый из них, работая один?

607. Два туриста выходят одновременно из деревни в город, находящийся от них на расстоянии s километров. Первый турист проходит в час километром более второго и прибывает в город на один час раньше. Определить скорость каждого туриста.

608. На s рублей куплено несколько килограммов товара; если бы каждый килограмм стоил на m рублей дороже, то на ту же сумму можно было бы купить на n килограммов меньше. Сколько килограммов товара было куплено?

609. Расстояние между двумя станциями железной дороги равно d километрам. Скорый поезд проходит это расстояние на t часов скорее, чем пассажирский поезд. Определить скорости обоих поездов, если известно, что скорый поезд проходит в час на a километров больше, чем пассажирский.

610. Путь длиной в n километров проходится автомобилем с определённой скоростью. Если эту скорость уменьшить на a *км* в час, то на прохождение всего пути будет затрачено на b часов больше. Найти скорость автомобиля.

611. Расстояние между двумя аэродромами A и B равно d километрам. Из A в B вылетает первый самолёт, а через m часов навстречу ему вылетает второй самолёт со скоростью, на b *км* в час большей первого. Встреча их произошла на середине пути. Определить скорость того и другого самолёта.

612. Двоим рабочим поручено было сделать по a штук изделий каждому. Первый рабочий делал в час на b штук больше, чем второй, а потому и окончил работу на c часов ранее второго. Сколько изделий делал каждый рабочий в час?

613. Переднее колесо экипажа делает на расстоянии s метров на k оборотов более заднего. Найти длину окружности каждого колеса, если окружность заднего на t метров более окружности переднего.

614. Двое рабочих могут окончить некоторую работу в m часов; если бы они работали отдельно, то первый мог бы окончить эту работу на a часов скорее второго. Во сколько часов может окончить эту работу каждый рабочий отдельно?

615. Чтобы сложить стену, два каменщика работали вместе c дней, и сверх того первый работал ещё b дней. Сколько дней требуется каждому из них отдельно для выполнения всей работы, если второй каменщик может сложить эту стену на a дней скорее, чем первый?

616. При совместной работе двух тракторов различной мощности колхозное поле было вспахано в t дней. Если бы половину поля вспахать сначала одним трактором, а затем другую половину вторым трактором, то вся работа была бы закончена в k дней. Во сколько дней можно было бы вспахать всё поле каждым трактором отдельно?

617. Бассейн, содержащий a литров воды, имеет два крана; через первый кран он наполняется, а через второй кран он опоражнивается на b минут скорее, чем первый кран наполняет бассейн. Однажды, когда бассейн до половины был наполнен водою, открыли оба крана одновременно. Через

t минут бассейн опорожнился. Через сколько минут первый кран наполнит бассейн, а второй опорожнит его, действуя отдельно?

618. Расстояние между двумя пристанями по реке равно d километрам. Пароход проходит это расстояние туда и обратно за t часов. Определить скорость парохода в стоячей воде, считая скорость течения реки равной v *км* в час.

619. Самолёт пролетел по прямой линии n километров, двигаясь по ветру, тотчас же повернул назад и по прямой линии вернулся к начальному месту через t часов после начала полёта. Какова была скорость ветра, если собственная скорость самолёта равна v *км* в час?

620. Разность катетов прямоугольного треугольника равна r, а гипотенуза его равна c. Найти катеты.

621. Колхоз заготовил на зиму для скота p тонн кормов. Но число голов скота увеличилось на a, вследствие этого норма выдачи корма на голову скота была уменьшена на b тонн. Сколько тонн кормов предполагалось расходовать на голову скота первоначально?

622. Из сосуда, вмещающего a литров и наполненного спиртом, отлили некоторую часть и вместо спирта сосуд долили водой; потом опять отлили такое же количество смеси и снова долили водой, после чего в сосуде осталось спирта b литров. По скольку литров жидкости отливали каждый раз?

623. Поезд должен был пройти a километров в определённое время, но был задержан на станции лишних 30 мин. Чтобы пройти весь путь в назначенное время, он увеличил скорость на b *км* в час. Найти первоначальную скорость поезда.

624. Мотоцикл был задержан у шлагбаума на t минут и наверстал опоздание на перегоне в a километров, увеличив свою скорость на d *км* в час. Определить скорость мотоцикла до задержки у шлагбаума.

625. На середине пути между станциями A и B поезд был задержан на t минут. Чтобы прийти в B по расписанию, пришлось увеличить скорость поезда на a *км* в час. Найти первоначальную скорость поезда, если известно, что расстояние между станциями A и B равно d километрам.

626. Турист должен прийти в назначенный срок в город B из города A, расстояние между которыми равно s километрам. Пройдя половину всего пути от A до B, турист увидал, что опоздает на 2 часа, если будет идти далее с той же скоростью, а если он на половине всего пути отдохнёт 1 час, а затем будет проходить на v *км* в час более прежнего, то придёт в город B в назначенный срок. Сколько километров в час проходил турист первоначально?

627. Два велосипедиста выезжают одновременно навстречу друг другу из пункта A и B, расстояние между которыми d километров, и через час встречаются. Не останавливаясь, они продолжают путь с прежней скоростью, и первый прибывает в пункт B на t часов скорее, чем второй в пункт A. Определить скорость каждого велосипедиста.

§ 23. Биквадратные уравнения.

Решить уравнения:

628. 1) $x^4-10x^2+9=0$; 2) $x^4-13x^2+36=0$;
3) $x^4-29x^2+100=0$; 4) $x^4-5x^2+4=0$.

629. 1) $x^4-17x^2+16=0$; 2) $x^4-37x^2+36=0$;
3) $x^4-50x^2+49=0$; 4) $x^4-25x^2+144=0$.

630. 1) $4x^4-5x^2+1=0$; 2) $3x^4-28x^2+9=0$;
3) $2x^4-19x^2+9=0$; 4) $3x^4-7x^2+2=0$.

631. 1) $a^2b^2x^4=b^4x^2-a^2b^2+a^4x^2$;
2) $x^4-25x^2=m^2x^2-25m^2$;
3) $x^4+9n^2=n^2x^2+9x^2$;
4) $4x^4+a^2=x^2+4a^2x^2$.

632. Решить уравнения способом введения вспомогательного неизвестного:

1) $(x^2+2x)^2-14(x^2+2x)-15=0$;
2) $(6x^2-7x)^2-2(6x^2-7x)-3=0$;
3) $\left(\frac{x-1}{x}\right)^2-3\left(\frac{x-1}{x}\right)-4=0$;
4) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4{,}5\left(x+\frac{1}{x}\right)+5=0$.

633. Доказать, что сумма всех корней биквадратного уравнения $x^4+px^2+q=0$ равна нулю, а произведение корней равно q.

634. Разложить на множители:

1) x^4-5x^2+4; 2) x^4-13x^2+36;
3) x^4-125x^2+484; 4) $4x^4-5x^2+1$.

635. Сократить дроби:

1) $\frac{x^4-10x^2+9}{x^4-13x^2+36}$; 2) $\frac{x^4-9x^2+20}{x^4-10x^2+24}$;

3) $\frac{x^4-17x^2+16}{x^4-50x^2+49}$; 4) $\frac{a^4-4a^2+3}{a^4-12a^2+27}$.

636. Составить биквадратное уравнение по данным его корням:

1) ± 2; ± 3; 2) ± 1; ± 6;

3) $\pm\sqrt{3}$; $\pm\sqrt{2}$; 4) $\pm\frac{2}{3}$; ± 4.

637. Один из корней биквадратного уравнения равняется 3, а другой корень 4. Составить уравнение.

§ 24. Иррациональные уравнения.

638. Будут ли равносильны следующие уравнения:

1) $x-3=6-2x$ и $(x-3)^2=(6-2x)^2$;

2) $8-x=2x-1$ и $8-x+\sqrt{1-x}=2x-1+\sqrt{1-x}$.

Решить уравнения:

639. 1) $\sqrt{x^2-1}=\sqrt{3}$; 2) $\sqrt[3]{x+2}=3\sqrt[3]{x-1}$;

3) $\sqrt[3]{2x+7}=\sqrt[3]{3x-3}$; 4) $\sqrt[5]{25+\sqrt{x-4}}=2$.

640. 1) $\sqrt{x}-\frac{4}{\sqrt{2+x}}+\sqrt{2+x}=0$;

2) $\sqrt{x-9}=\frac{36}{\sqrt{x-9}}-\sqrt{x}$;

3) $3\sqrt{2x-1}-\sqrt{8x+17}=\frac{2(x-3)}{\sqrt{2x-1}}$;

4) $5\sqrt{2x+3}-\sqrt{18x-5}=\frac{4(x+3)}{\sqrt{2x+3}}$.

641. 1) $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-4}=\frac{\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-7}$; 2) $\frac{2\sqrt{x}-1}{3(\sqrt{x}+2)}=\frac{2\sqrt{x}-3}{3\sqrt{x}-2}$;

3) $\frac{3\sqrt{x}-4}{4(\sqrt{x}-2)}=\frac{3\sqrt{x}-5}{4\sqrt{x}-9}$; 4) $\frac{9\sqrt{x}+1}{6(6\sqrt{x}-1)}=\frac{\sqrt{x}}{4\sqrt{x}-1}$.

642. 1) $\frac{a\sqrt{x}+b}{a-b\sqrt{x}}=\frac{a+b}{a-b}$; 2) $\frac{a+b\sqrt{x}}{a\sqrt{x}+b}=\frac{2ab}{a^2+b^2}$;

3) $\frac{a\sqrt{x}+b}{a\sqrt{x}+b-2a}=\frac{b\sqrt{x}+a}{b\sqrt{x}-a}$;

4) $\frac{a\sqrt{x}-b^2}{a\sqrt{x}+b^2}=\frac{b\sqrt{x}-a^2+2ab-2b^2}{b\sqrt{x}-a^2}$.

643. 1) $\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{2x+6}=x+3$;

2) $\sqrt{x-3}\cdot\sqrt{2x+2}=x+1$;

3) $\sqrt{4x-3}=\frac{3x-1}{\sqrt{3x-5}}$; 4) $\frac{7x-2}{\sqrt{3x-8}}=3\sqrt{2x+3}$.

644. 1) $\frac{15}{\sqrt{10-x}}-\sqrt{3x+5}=\sqrt{10-x}$;

2) $\sqrt{3-x}+\frac{6}{\sqrt{3-x}}=\sqrt{9-5x}$;

3) $\sqrt{3x-1}+\frac{2}{\sqrt{3x-1}}=\sqrt{5x+3}$;

4) $\sqrt{2x+15}-\frac{10}{\sqrt{2x-1}}=\sqrt{2x-1}$.

645. 1) $\sqrt{2x+5}+\sqrt{x-1}=8$;

2) $\sqrt{4x+8}-\sqrt{3x-2}=2$;

3) $\sqrt{x+7}+\sqrt{3x-2}-9=0$;

4) $\sqrt{x+8}-\sqrt{5x+20}+2=0$.

646. 1) $\sqrt{x+7}=\sqrt{3x+19}-\sqrt{x+2}$;

2) $\sqrt{5x+4}+\sqrt{2x-1}=\sqrt{3x+1}$;

3) $\sqrt{3x+1}+\sqrt{4x-3}=\sqrt{5x+4}$;

4) $\sqrt{5(x-1)}-\sqrt{2x-3}=\sqrt{3x-2}$.

647. 1) $\sqrt{a-x}+\sqrt{x-b}=\sqrt{a-b}$;

2) $\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}=\sqrt{2a}$;

3) $\sqrt{x^2+3a^2}-\sqrt{x^2-3a^2}=x\sqrt{2}$;

4) $\sqrt{ax-2ab}+\sqrt{ax+b^2}=2a+b$.

648. 1) $\frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}+\frac{1}{x-\sqrt{1+x^2}}=-2$;

2) $\frac{1}{1-\sqrt{1-x^2}}-\frac{1}{1+\sqrt{1-x^2}}=\frac{\sqrt{3}}{x^2}$;

3) $\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{x}{\sqrt{x}-\sqrt{1-x}}=\frac{x}{\sqrt{x}+\sqrt{1-x}}$;

4) $\frac{x}{\sqrt{1+\frac{x}{3}}+\sqrt{\frac{x}{3}}}-\frac{x}{\sqrt{1+\frac{x}{3}}-\sqrt{\frac{x}{3}}}+6=0$.

649. 1) $x+\sqrt{a^2+x^2}=\frac{5a^2}{\sqrt{a^2+x^2}}$;

2) $\frac{1}{\sqrt{x+a}}+\frac{1}{\sqrt{x-a}}=\frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}$;

3) $\frac{\sqrt{a-x}+\sqrt{b-x}}{\sqrt{a-x}+\sqrt{x-3b}}=\frac{\sqrt{a-x}-\sqrt{b-x}}{\sqrt{a-x}-\sqrt{x-3b}}$;

4) $\frac{a+x}{\sqrt{a}+\sqrt{a+x}}=\frac{a-x}{\sqrt{a}-\sqrt{a+x}}$.

При решении следующих уравнений использовать формулы:

$$(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b);$$
$$(a-b)^3=a^3-b^3-3ab(a-b).$$

650. 1) $\sqrt[3]{8x+4}-\sqrt[3]{8x-4}=2$;

2) $\sqrt[3]{5+x}+\sqrt[3]{5-x}=\sqrt[3]{5}$;

3) $\sqrt[3]{76+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{76-\sqrt{x}}=8$;

4) $\sqrt[3]{5+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{5-\sqrt{x}}=\sqrt[3]{5}$.

При решении следующих уравнений использовать введение вспомогательного неизвестного:

651. 1) $\sqrt[3]{x}+2\sqrt[3]{x^2}-3=0$;

2) $\sqrt{x-3}+6=5\sqrt[4]{x-3}$;

3) $x^2+\sqrt{x^2-9}=21$.

Указание. $(x^2-9)+\sqrt{x^2-9}-12=0$.

4) $3x^2+15x+2\sqrt{x^2+5x+1}=2$.

Указание. $3x^2+15x+3+2\sqrt{x^2+5x+1}-5=0$.

652. 1) $x^2-3x+\sqrt{x^2-3x+5}=7$;

2) $x^2-7x+\sqrt{x^2-7x+18}=24$;

3) $x^2+3x+4\sqrt{x^2+3x-6}=18$;

4) $2x^2+3x-5\sqrt{2x^2+3x+9}+3=0$.

653. Не решая следующих уравнений, объяснить, почему каждое из них не может иметь корней:

1) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x+1}=0$; 2) $\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}=0$;

3) $\sqrt{x-7}-\sqrt{5-x}=3$; 4) $\sqrt{x^2-1}+\sqrt{6x+7}=-4$.

654. При решении некоторого иррационального уравнения с одним неизвестным все преобразования и вычисления выполнены безошибочно. Можно ли утверждать, что найденное значение неизвестного будет корнем данного уравнения, или необходимо дополнительное исследование и проверка?

Привести примеры [1]).

ГЛАВА IV.

ФУНКЦИИ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ И ИХ ГРАФИКИ [2]).

§ 25. Функция $y=ax^2$ и её график.

655. Автомобиль движется равномерно ускоренно с ускорением $a=0{,}8\ \frac{м}{сек^2}$.

1) Найти путь автомобиля за t секунд, пользуясь формулой: $S=\frac{at^2}{2}$, где S — путь в метрах, a — ускорение в $\frac{м}{сек^2}$ и t — время в секундах. Заполнить таблицу значений S в зависимости от следующих значений t:

Время t в секундах	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Путь S в метрах	0										

2) Доказать, что отношение любых двух значений S равно квадрату отношения соответствующих значений t.

3) Начертить график изменения пути S в зависимости от изменения времени движения t.

4) Определить по графику путь автомобиля за 1,5 сек.; 2,5 сек.; 5,5 сек.

5) Определить по графику время, в течение которого автомобиль прошёл путь в 5 *м*; 8 *м*; 12 *м*.

6) Привести примеры величин, зависимость между которыми выражалась бы функцией вида $y=ax^2$.

---

[1]) Задачи для повторения, а также материал для проверочных работ и индивидуальных заданий по разделу „Квадратные уравнения и уравнения, приводимые к квадратным", помещены в главе VI.

[2]) Работу следует начать с повторения раздела „Функциональная зависимость и способы её выражения", глава I, § 5.

656. Дана функция: $y = 0,5x^2$.

1) Вычислить значения y при следующих значениях x:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y									

2) Какие значения может принимать x?

3) Какие значения может принимать y?

4) Как изменяется функция y, если: а) аргумент x увеличивается от $-\infty$ до 0? б) аргумент x увеличивается от 0 до $+\infty$?

5) При каком значении x функция y имеет наименьшее значение?

6) Начертить график изменения функции y в зависимости от изменения аргумента x (черт. 12).

7) Найти по графику значение y при $x = 0,5$; 2,5; 3,5; $-1,5$; $-2,5$; $-3,5$. Проверить найденные значения y вычислением.

8) Как расположена парабола $y = 0,5x^2$ относительно осей координат?

657. Дана функция: $y = -0,5x^2$.

1) Выполнить исследование изменения функции y в зависимости от изменения аргумента x, используя указания и вопросы задачи № 656.

2) Выяснить влияние знака коэффициента при x^2 на положение параболы относительно осей координат.

658. Даны функции: 1) $y = \frac{1}{2}x^2$; 2) $y = x^2$; 3) $y = 2x^2$.

1) Вычислить значения y для каждой из функций по данным следующей таблицы:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = \frac{1}{2}x^2$									
$y = x^2$									
$y = 2x^2$									

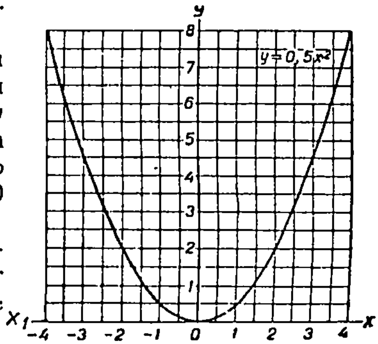
2) Начертить на одном чертеже и в одном и том же масштабе график каждой функции.

3) Проверить вычислением, что величина y в каждой из функций пропорциональна квадрату величины x.

4) Выяснить вычислением и по графику, что с увеличением x от $-\infty$ до 0 значения y уменьшаются от $+\infty$ до 0, а с увеличением x от 0 до $+\infty$ значения y увеличиваются от 0 до $+\infty$.

5) При каком значении x каждая из данных функций имеет наименьшее значение и какое именно?

6) Какая точка является общей для всех трёх парабол?



Черт. 12.

659. Даны функции:

$$1)\ y=-\frac{1}{2}x^2;\quad 2)\ y=-x^2;\quad 3)\ y=-2x^2.$$

Исследовать изменение каждой из функций в зависимости от изменения аргумента x, используя указания и вопросы задачи № 658.

§ 26. Функция $y=ax^2+b$ и её график.

660. Камень падает на землю вертикально вниз с высоты 500 *м*. Определить, на какой высоте h находился камень в различные моменты времени от начала падения на землю, зная, что h вычисляется по формуле: $h=500-\frac{gt^2}{2}$, где h — искомая высота в метрах, g — ускорение силы тяжести, равное приближённо $10\frac{м}{сек^2}$, а t — время падения в секундах.

1) Составить таблицу значений h при следующих значениях t:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h											

2) Построить график изменения h в зависимости от изменения t.

3) Установить, в какой момент камень упадёт на землю.

661. 1) На одном и том же чертеже и в одинаковом масштабе построить графики функций: $y=x^2$ и $y=x^2+2$.

2) Выяснить, чем отличается расположение относительно осей координат графика функции $y=x^2+2$ от графика $y=x^2$.

3) При каком значении x функция $y=x^2+2$ имеет наименьшее значение?

4) Существует ли такое значение x, при котором функция $y=x^2+2$: а) обращается в нуль? б) принимает отрицательные значения?

5) Найти по графику и проверить вычислением, при каких значениях x функция y принимает значение, равное 6; 11; 18.

662. 1) Построить на одном и том же чертеже графики функций:

а) $y=1{,}5x^2$; б) $y=1{,}5x^2-6$; в) $y=-1{,}5x^2+6$.

2) Найти по графикам и проверить вычислением, при каких значениях x каждая из функций обращается в нуль.

3) При каком значении x каждая из функций а) и б) имеет наименьшее значение, а функция в) наибольшее значение?

4) Найти координаты вершины каждой из парабол а), б) и в).

§ 27. Квадратный трёхчлен и его график.

663. С высоты 5 *м* выпущена из лука вертикально вверх стрела с начальной скоростью 50 *м* в сек.

1) Составить таблицу изменения высоты полёта стрелы в зависимости от изменения времени от начала её движения до падения на землю, пользуясь формулой: $H=5+50t-\frac{gt^2}{2}$, где H — высота стрелы в метрах, t — время движения в секундах, $g\approx 10\,\frac{м}{сек^2}$ — ускорение силы тяжести.

2) Построить график изменения высоты стрелы, откладывая по горизонтальной оси значения t, а по вертикальной оси значения H (черт. 13).

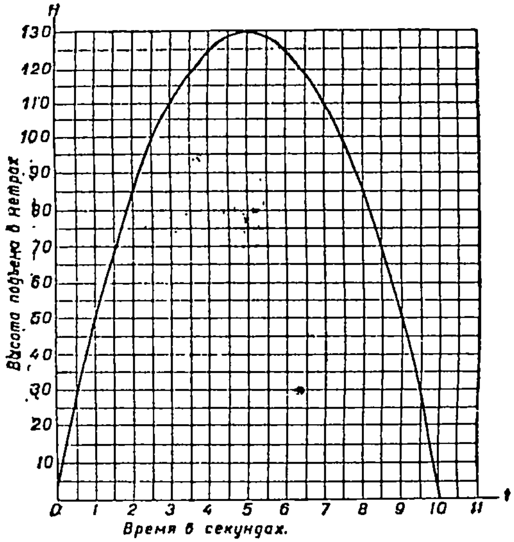
3) Найти по графику и проверить вычислением:

а) Через сколько секунд от начала движения стрела упадёт на землю?

б) Через сколько секунд стрела достигнет наибольшей высоты?

в) На сколько метров от земли поднялась стрела в наивысшей точке подъёма?

t	H
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	



Черт. 13.

664. 1) На одном и том же чертеже построить графики функций (черт. 14):

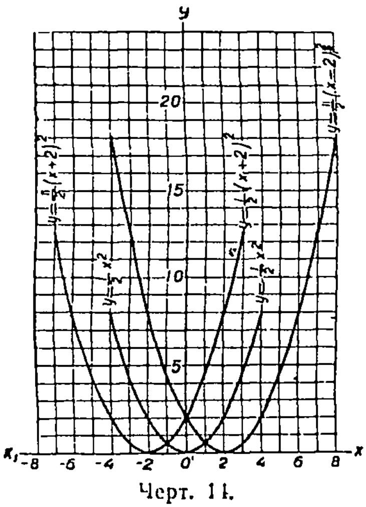
$$\text{а) } y=\frac{1}{2}x^2;\quad \text{б) } y=\frac{1}{2}(x-2)^2 \text{ и } \text{в) } y=\frac{1}{2}(x+2)^2,$$

составив следующую таблицу частных значений функций:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=\frac{1}{2}x^2$									
$y=\frac{1}{2}(x-2)^2$									
$y=\frac{1}{2}(x+2)^2$									

2) Найти на графиках (черт. 14) точку каждой из кривых, имеющую ординату, равную 8, и выяснить, что соответствую-

щая абсцисса точки графика $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$ будет на 2 больше, а абсцисса точки графика $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$ на 2 меньше абсциссы точки графика $y=\frac{1}{2}x^2$. Проверить это свойство данных кривых графически и вычислением для любых точек с равными ординатами.



Черт. 11.

3) Выяснить различие в расположении графиков данных функций относительно осей координат.

4) Найти координаты вершины каждой параболы и выяснить, каким перемещением параболы $y=\frac{1}{2}x^2$ получена парабола $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$ и парабола $y=$ $=\frac{1}{2}(x+2)^2$.

5) Определить по графикам, при каких значениях x каждая из функций: а) убывает; б) возрастает; в) принимает наименьшее значение.

665. Даны функции:

а) $y=-\frac{1}{4}x^2$; б) $y=-\frac{1}{4}(x-2)^2$; в) $y=-\frac{1}{4}(x+2)^2$.

Построить графики этих функций и исследовать их, используя указания и вопросы задачи № 664.

666. Дана функция:

$$y=(x-4)^2.$$

Не вычерчивая графика этой функции, описать:

1) вид и положение кривой относительно осей координат;

2) будет ли функция иметь наибольшее или наименьшее значение, какое именно и при каком значении x;

3) при каких значениях x функция y: а) убывает; б) возрастает; в) обращается в 0;

4) в какой точке пересечёт данная кривая ось y;

5) ответить на вопросы 1 — 4 при следующих данных:

а) $y=-(x+5)^2$; б) $y=2(x-1)^2$; в) $y=-3(x-6)^2$.

667. Дана функция:

$$y = x^2 - 4x + 4.$$

1) Представить правую часть уравнения в виде квадрата двучлена.

2) Доказать, что при любых значениях x функция y не имеет отрицательных значений.

3) Выяснить, при каких значениях x функция y: а) убывает; б) возрастает; в) имеет наименьшее или наибольшее значение; г) обращается в нуль.

4) Не выполняя точного построения графика данной функции, начертить его от руки, определив предварительно вычислением координаты нескольких точек (например, точку наименьшего или наибольшего значения функции, точки пересечения графика с осями координат).

668. Пользуясь указаниями предыдущей задачи, исследовать квадратные трёхчлены:

1) $y = x^2 + 2x + 1$; 2) $y = x^2 - x + \frac{1}{4}$;

3) $y = -x^2 + 6x - 9$; 4) $y = -x^2 - 8x - 16$.

669. 1) При каком условии квадратный трёхчлен $y = x^2 + px + q$ представляет полный квадрат двучлена?

2) Как расположена в этом случае парабола относительно осей координат?

3) При каком условии квадратный трёхчлен имеет наибольшее или наименьшее значение?

4) Как вычислить координаты вершины параболы по коэффициентам трёхчлена?

670. Дан квадратный трёхчлен:

$$y = 2x^2 - 4x + 2.$$

Разложить правую часть уравнения на множители и выяснить:

1) при каких значениях x функция y: а) имеет наименьшее значение; б) убывает; в) возрастает.

2) На одном и том же чертеже построить графики функций:

$$y = 2x^2 \quad \text{и} \quad y = 2x^2 - 4x + 2.$$

3) Выяснить по графикам сходство и различие полученных кривых.

4) Найти координаты вершин парабол и сравнить расположение кривых относительно осей координат.

671. Пользуясь указаниями предыдущей задачи, исследовать квадратные трехчлены:

1) $y = -3x^2 - 6x - 3$;

2) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 2$.

672. 1) При каком условии квадратный трехчлен $y = ax^2 + bx + c$ представляет полный квадрат двучлена?

2) Как вычисляются при этом условии координаты вершины параболы по коэффициентам трехчлена?

673. Дана парабола: $y = x^2$.

Написать уравнение каждой из парабол, полученных путем следующих перемещений данной параболы:

1) парабола перенесена на 5 единиц вверх;

2) парабола перенесена на 4 единицы вниз;

3) парабола перенесена вправо на 3 единицы;

4) парабола перенесена на 6 единиц влево;

5) направление ветвей параболы изменено на противоположное, и парабола перенесена на 7 единиц влево;

6) дать для каждого случая график, начерченный от руки (без точного построения).

674. Зависимость между y и x выражается уравнением $y = x^2 + px + q$.

Найти значение коэффициентов p и q, если известно, что:

1) функция y обращается в нуль лишь при $x = -2$;

2) функция y имеет наименьшее значение, равное 3, при $x = 0$;

3) график функции касается оси x в точке $(-6; 0)$;

4) по составленным уравнениям начертить график каждой из функций на одном и том же чертеже.

675. 1) На одном чертеже построить графики функций:

а) $y = (x-2)^2$

и

б) $y = (x-2)^2 - 9$,

заполнив предварительно следующую таблицу:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$y = (x-2)^2$										
$y = (x-2)^2 - 9$										

2) Сравнить графики функций $y=(x-2)^2$ и $y=(x-2)^2-9$ и положение парабол относительно осей координат (черт. 15).

3) Найти по графику значения x, при которых функция $y=(x-2)^2-9$ обращается в нуль, и проверить результат путём решения соответствующего уравнения.

4) Выяснить, при каких значениях x функция $y=(x-2)^2-9$:

а) убывает;

б) имеет наименьшее значение;

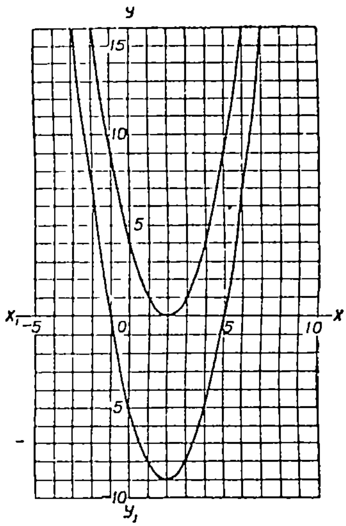
в) возрастает.

5) Проверить по графику и вычислением, что функция $y=(x-2)^2-9$ имеет:

а) положительные значения при $x<-1$ и при $x>5$;

б) $y<0$ при $-1<x<5$.

6) Найти координаты вершины параболы $y=(x-2)^2-9$.



Черт. 15.

676. 1) Квадратный трёхчлен $y=x^2-6x+4$ привести к виду $y=(x-3)^2-5$.

2) Вычислить значения x, при которых функция y обращается в нуль.

3) По уравнению

$$y=(x-3)^2-5$$

найти координаты вершины параболы.

4) Определить значения x, при которых функция: а) $y>0$; б) $y<0$; в) убывает; г) возрастает; д) имеет наименьшее значение.

5) На основании полученных результатов начертить схематический (от руки) график функции $y=(x-3)^2-5$.

677. 1) В квадратном трёхчлене $y=x^2+4x+5$ выделить полный квадрат.

2) Найти наименьшее значение функции и координаты вершины параболы.

3) Доказать, что функция $y=(x+2)^2+1$ не имеет корней (действительных).

4) Выяснить путём исследования выражения $(x+2)^2+1$, что при любых значениях x функция $y>0$.

5) Построить график функции, вычислив координаты следующих точек:

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y											

678. Исследовать квадратный трёхчлен $y = -x^2 + 6x - 12$, используя указания предыдущей задачи (№ 677).

679. 1) Написать уравнение каждой из парабол, полученных путём следующих перемещений данной параболы: а) парабола $y = x^2$ перенесена на 4 единицы вправо и на 3 единицы вниз; б) парабола $y = -x^2$ перенесена на 5 единиц влево и на 2 единицы вверх; в) парабола $y = x^2$ перенесена на 6 единиц влево и на 5 единиц вниз.

2) В каждом случае:

а) построить график функции;

б) найти те значения x, при которых функция y обращается в нуль;

в) найти те значения x, при которых функция имеет наибольшее значение (maximum) или наименьшее (minimum) значение.

680. Квадратный трёхчлен имеет вид:

$$y = x^2 + px + q.$$

1) При каком условии трёхчлен имеет: а) два различных корня? б) два одинаковых корня? в) не имеет корней (действительных)?

2) При каком значении x трёхчлен имеет наименьшее значение?

3) Как находятся координаты вершины параболы (график трёхчлена) по коэффициентам p и q?

681. Квадратный трёхчлен имеет вид:

$$y = \pm x^2 + px + q.$$

1) Найти значения p и q:

а) если функция y обращается в нуль при $x_1 = 2$ и при $x_2 = -3$;

б) если наименьшее значение функции равно (-2) и функция имеет это значение при $x = 5$;

в) если график функции пересекает ось x в точках $(-4;\ 0)$ и $(-1;\ 0)$;

г) если функция y имеет наибольшее значение $(+6)$ при $x = -4$.

2) В каждом случае начертить (на одном чертеже) схематический график функции и определить, при каких значениях x:

а) функция $y>0$; б) $y=0$; в) $y<0$.

682. 1) Квадратный трёхчлен $y=2x^2+4x-6$ привести к виду:

$$y=2(x+1)^2-8.$$

2) Вычислить значения x, при которых функция y обращается в нуль.

3) Выяснить путём исследования выражения $y=2(x+1)^2-8$, что функция:

а) принимает при $x=-1$ наименьшее значение, равное (-8);

б) при $x<-3$ и при $x>1$ функция $y>0$;

в) при $-3<x<+1$ функция $y<0$.

4) На основании полученных результатов построить график изменения функции y в зависимости от изменения x, найдя частные значения x и y по таблице:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=2x^2+4x-6$									
$y=2x^2$									

5) На том же чертеже и в том же масштабе построить график функции $y=2x^2$ (черт. 16).

6) Сопоставить полученные графики и их уравнения и выяснить положение парабол относительно осей координат.

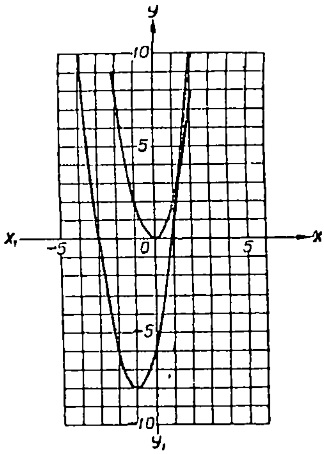
7) Найти координаты вершины параболы $y=2x^2+4x-6$ и выразить их через коэффициенты трёхчлена.

683. 1) Используя указания предыдущей задачи, исследовать трёхчлен $y=-2x^2-4x+6$.

2) Выяснить, что данный трёхчлен: а) обращается в нуль при $x_1=-3$ и $x_2=1$; б) имеет наибольшее значение $y=8$ при $x=-1$;

в) $y<0$ при $x<-3$ и $x>1$;

г) $y>0$ при $-3<x<1$.



Черт. 16.

684. 1) Доказать, что квадратный трёхчлен $y = 2x^2 - 4x + 6$ не имеет корней (действительных).

2) Привести данный трёхчлен к виду $y = 2(x-1)^2 + 4$ и доказать, что при любых (действительных) значениях x функция $y > 0$.

3) Доказать, что при $x = 1$ трёхчлен имеет наименьшее значение, и вычислить это значение.

4) Выяснить, что при увеличении x от $-\infty$ до 1 функция убывает от $+\infty$ до 4, а при увеличении x от $+1$ до $+\infty$ функция y возрастает от $+4$ до $+\infty$. Начертить схематически график данной функции.

685. Дан квадратный трёхчлен $y = -2x^2 + 4x - 6$.

1) Доказать, что этот трёхчлен не имеет корней (действительных).

2) Доказать, что при любых значениях x функция $y < 0$.

3) Найти, при каком значении x трёхчлен имеет наибольшее значение и какое именно.

4) Определить, как изменяется функция y при изменении x от $-\infty$ до $+\infty$.

5) Построить график изменения функции.

6) Проверить, что координаты вершины параболы $y = -2x^2 + 4x - 6$ определяются по формулам: $x = -\frac{b}{2a}$, $y = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$, где a, b и c — коэффициенты трёхчлена $ax^2 + bx + c$.

686. 1) Периметр прямоугольника равен 16 *см*. Таких прямоугольников может быть бесконечное множество; найти тот из них, площадь которого наибольшая.

2) Из всех прямоугольных треугольников, сумма катетов которых равна 12 *см*, найти треугольник, имеющий наибольшую площадь.

Решить следующие неравенства:

687*. 1) $x^2 - 7x + 12 > 0$; 2) $x^2 + 3x - 40 > 0$; 3) $x^2 - 4x + 3 < 0$; 4) $x^2 - 2x - 15 < 0$.

688*. 1) $3x^2 - 5x + 2 > 0$; 2) $3x^2 - 5x + 2 < 0$; 3) $-3x^2 + 5x - 2 > 0$; 4) $-3x^2 + 5x - 2 < 0$.

689*. 1) $6x^2 - 17x + 5 < 0$; 2) $-2x^2 + 13x - 15 > 0$; 3) $3x^2 - 2x + 5 > 0$; 4) $2x^2 - 3x + 7 < 0$.

690*. 1) $-3x^2 + 4x - 5 < 0$; 2) $4x^2 + 4x + 1 > 0$; 3) $\frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 < 0$; 4) $-4x^2 + 12x - 9 < 0$.

ГЛАВА V.

СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ С ДВУМЯ НЕИЗВЕСТНЫМИ.

§ 28. Одно уравнение второй степени с двумя неизвестными.

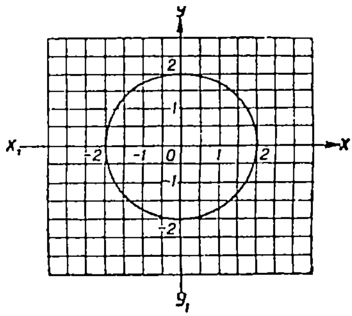
691. Дано уравнение: $x^2+y^2=4$.

1) Решить уравнение относительно y и, пользуясь таблицей частных значений x, найти несколько соответствующих значений y (с точностью до 0,1):

x	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	0,5	1	1,5	2
y									

2) Построить точки, координаты которых равны найденным (с точностью до 0,1) решениям уравнения $x^2+y^2=4$.

3) Соединить полученные точки плавной кривой и доказать, что геометрическое место точек, координаты которых удовлетворяют уравнению $x^2+y^2=4$, есть окружность с центром в начале координат и радиусом, равным 2 (черт. 17).



Черт. 17.

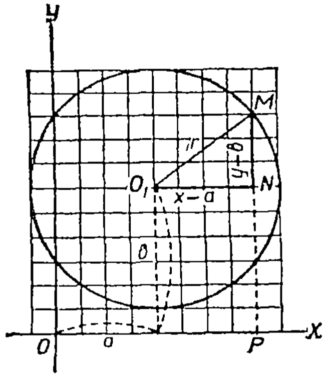
4) Выяснить по графику и проверить вычислением, что значения x и y, являющиеся решениями уравнения $x^2+y^2=4$, не могут быть по абсолютной величине больше 2.

5) Доказать, что окружность радиуса r с центром в начале координат имеет уравнение вида: $x^2+y^2=r^2$.

692. Доказать, что каждое из следующих уравнений является уравнением окружности:

1) $3x^2+3y^2=27$; 2) $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}=8$;

3) $\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4}y^2=9$; 4) $0,1x^2=10-0,1y^2$.



Черт. 18.

Указание. Привести каждое уравнение к виду: $x^2+y^2=r^2$. Найти радиус каждой окружности и построить её (на одном чертеже).

693. Доказать, что уравнение $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ представляет собой уравнение окружности радиуса r с центром, координаты которого равны a и b.

Указание. Рассмотреть $\triangle O_1MN$ (черт. 18).

694*. Центр окружности $x^2+y^2=36$ перенесён в точку $O_1(3,5)$.

1) Написать уравнение полученной окружности и построить её.

2) Найти по графику и вычислением координаты точек пересечения окружности с осями координат (с точностью до 0,1).

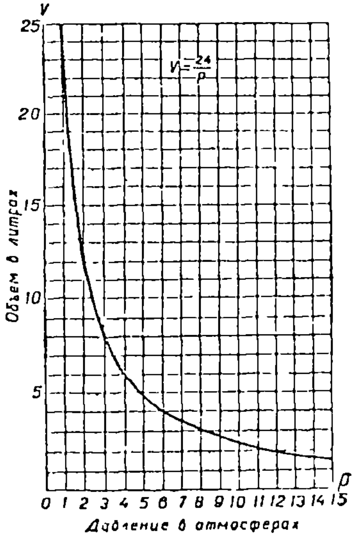
695*. Доказать, что уравнение $2x^2+2y^2+2x-2y-5=0$ выражает уравнение окружности, центр которой лежит в точке $\left(-\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right)$, а радиус равен $\sqrt{3}$.

Указание. Привести данное уравнение к виду:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2.$$

696. 1) Зная, что при неизменной температуре произведение объёма газа на соответствующее давление есть величина постоянная, составить уравнение, выражающее зависимость между объёмом газа v и соответствующим давлением p для газа, который, находясь под давлением 12 атмосфер, имеет объём 2 $л$.

2) Найти частные решения уравнения $pv=24$, давая p следующие значения: $p=1,5$; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15.



Черт. 19.

3) Построить график изменения объёма газа в зависимости от изменения соответствующего давления (черт. 19).

4) Найти по графику и проверить вычислением, чему равно v при $p=1{,}6$; $2{,}4$; $4{,}8$.

5) Сколько решений имеет уравнение $vp=24$?

6) Могут ли быть решениями уравнения $vp=24$ значения v или p, равные нулю?

7) Как называется зависимость между v и p, выражаемая уравнением $vp=24$?

8) Как называется кривая, изображающая графически эту зависимость?

697. Дано уравнение: $xy=12$.

1) Решить уравнение относительно y и построить график функции $y=\frac{12}{x}$, вычислив частные значения y при следующих значениях x.

x	-12	-10	-8	-6	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	6	8	10	12
y																

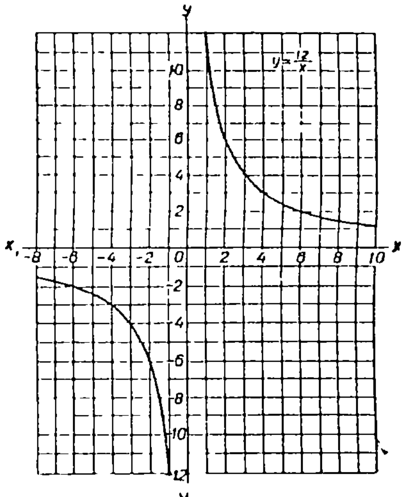
2) Выяснить по уравнению и проверить по графику (черт. 20) следующие свойства функции $y=\frac{12}{x}$:

а) аргумент x может принимать любые отрицательные и положительные значения, за исключением $x=0$;

б) значения y изменяются обратно пропорционально значениям x;

в) при отрицательных значениях x функция y неограниченно убывает, оставаясь отрицательной;

г) при положительных значениях x функция y, оставаясь положительной, убывает, приближаясь к нулю при неограниченном увеличении аргумента.



Черт. 20.

3) Выяснить, что гипербола $y=\frac{12}{x}$ имеет две оси симметрии: $y=x$ и $y=-x$.

4) Построить оси симметрии гиперболы и выяснить, что одна из них пересекает гиперболу в двух точках (вершины гиперболы), а другая ось не пересекает её.

Доказать это, решая системы уравнений:

1) $\begin{cases} xy = 12, \\ x = y; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy = 12, \\ x = -y. \end{cases}$

698. 1) Следуя указаниям, данным в задаче № 697, построить геометрическое место точек, координаты которых являются решениями уравнения $xy = -12$.

2) Как изменяется положение гиперболы относительно осей координат в зависимости от знака члена уравнения $xy = a$, не содержащего неизвестного.

699. Точка, лежащая на гиперболе $y = \frac{m}{x}$, имеет координаты (2; 8). Написать уравнение гиперболы, найти координаты её вершин и начертить (схематически) график данной функции.

700*. 1) На одном и том же чертеже построить графики функций:

а) $y = \frac{4}{x}$ и б) $y = \frac{4}{x} + 2$, используя данные следующей таблицы:

x	-8	-6	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	6	8
$y = \frac{4}{x}$												
$y = \frac{4}{x} + 2$												

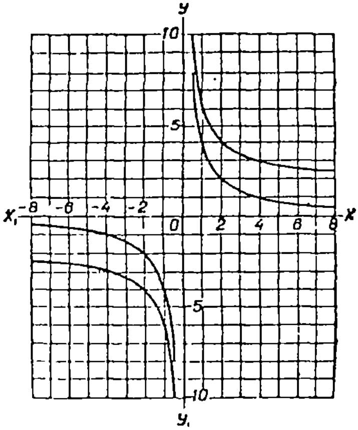
2) Найти по чертежу 21 координаты вершин гиперболы $y = \frac{4}{x} + 2$ и сравнить их с координатами вершин гиперболы $y = \frac{4}{x}$.

3) Выяснить по графику, что одной из асимптот гиперболы $y = \frac{4}{x} + 2$ является ось ординат, а другая асимптота имеет уравнение $y = 2$.

701*. 1) Каждое из следующих уравнений привести к виду $y=\frac{m}{x}+n$:

а) $xy+2x-4=0$;
б) $xy-4x-9=0$;
в) $xy-4x+9=0$;
г) $xy-4x-4=0$.

2) Найти координаты вершин каждой из данных гипербол, уравнения асимптот и начертить (схематически) каждую гиперболу.



Черт. 21.

702*. Дано уравнение:

$$x^2-y^2=4.$$

1) Решить уравнение относительно y и доказать:

а) что x не может иметь значений меньше 2 по абсолютной величине;

б) каждому значению x соответствуют два значения y, равные по абсолютной величине, но противоположные по знаку;

в) y обращается в нуль при $x=\pm 2$;

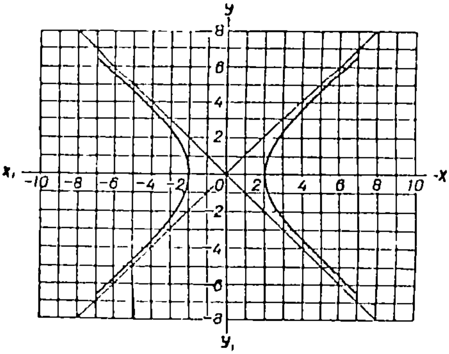
г) при неограниченном увеличении абсолютной величины $|x|>2$ абсолютная величина y неограниченно возрастает.

2) Найти частные решения уравнения $x^2-y^2=4$, давая x следующие значения и вычисляя y с точностью до 0,1:

x	-7	-6	-5	-4	-3	-2	2	3	4	5	6	7
y												

3) Принимая каждое решение уравнения $x^2-y^2=4$ за координаты точки, построить найденные точки и соединить их плавной кривой, учитывая результаты исследования уравнения (черт. 22).

4) Выяснить по графику и проверить по уравнению, что оси координат служат осями симметрии полученной кривой.



Черт. 22.

5) Решая систему уравнений $\begin{cases} x^2 - y^2 = 4, \\ y = 0, \end{cases}$ доказать, что ось x пересекает кривую в двух точках: (2; 0) и (—2; 0).

6) Построить прямые $y = x$ и $y = -x$ и выяснить, что ветви кривой неограниченно приближаются к этим прямым (асимптоты кривой).

§ 29. Системы уравнений второй степени.

Следующие системы уравнений решить графически и алгебраически:

703. 1) $\begin{cases} x^2 - y = 8, \\ x - y = 2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy = 28, \\ x + y = 11. \end{cases}$

704. 1) $\begin{cases} xy = 8, \\ x - y = 2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy = 12, \\ 2x - y = 10. \end{cases}$

Решить системы уравнений:

705. 1) $\begin{cases} x^2 + xy = 2, \\ y - 3x = 7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 - xy - y^2 = 19, \\ x - y = 7. \end{cases}$

706. 1) $\begin{cases} x^2 + y^2 - 6y = 0, \\ y + 2x = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 63, \\ x - y = -3. \end{cases}$

707. 1) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{8}, \\ x + y = 12; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{4}{5}, \\ x - y = 4. \end{cases}$

708. 1) $\begin{cases} (x-1)(y-1) = 2, \\ x + y = 5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} (x-2)(y+1) = 1, \\ x - y = 3. \end{cases}$

709. 1) $\begin{cases} x + y = a, \\ xy = -2a^2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = a + 2b, \\ xy = ab + b^2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5a^2, \\ x + y = 3a; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{13a^2}{36}, \\ x - y = \frac{a}{6}. \end{cases}$

710. 1) $\begin{cases} \dfrac{4}{x-1}-\dfrac{5}{y+1}=1, \\ \dfrac{3}{x+3}=\dfrac{2}{y}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{3}{x+5}+\dfrac{2}{y-3}=2, \\ \dfrac{4}{x-2}=\dfrac{1}{y-6}; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{1+x+x^2}{1+y+y^2}=3, \\ x+y=6; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \dfrac{x^2+y+1}{y^2+x+1}=\dfrac{3}{2}, \\ x-y=1. \end{cases}$

711. 1) $\begin{cases} (x-2)(y-3)=1, \\ \dfrac{x-2}{y-3}=1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{y+3}{(3x-y)(3y-x)}=\dfrac{1}{2}, \\ \dfrac{x-y}{x+y}=\dfrac{2}{5}; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{3x-2}{y+5}+\dfrac{y}{x}=2, \\ x-y=4; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \dfrac{2x-5}{x-2}+\dfrac{2y-3}{y-1}=2, \\ 3x-4y=1. \end{cases}$

712. 1) $\begin{cases} 7x^2-3y^2+5xy-2x-27=0, \\ x+y=5; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x^2-5xy+y^2+10x+12y=100, \\ 2x-3y=1; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x^2-xy-y^2+2x-2y+6=0, \\ y-x=1; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2+2xy+3y^2-48x+4y-4=0, \\ 3x+y=2. \end{cases}$

713. 1) $\begin{cases} \dfrac{x+y}{y}=a, \\ 1+\dfrac{xy}{a+1}=a^2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{x}{a-b}-\dfrac{a+b}{y}=0, \\ x-y=0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{x-y}{a+1}=a, \\ x-y^2=0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x+y=2a, \\ \dfrac{x^2-2a^2+y^2}{2}=1. \end{cases}$

714. Решить графически и алгебраически следующие системы уравнений:

1) $\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ xy=12; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ x^2-y^2=7; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ x^2-y=5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} xy=8, \\ y=x^2. \end{cases}$

Решить системы уравнений:

715. 1) $\begin{cases} x+y+xy=5, \\ x+y-xy=1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+2xy+y=10, \\ x-2xy+y=-2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} xy-x+y=7, \\ xy+x-y=13; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} xy+x+y=29, \\ xy-2(x+y)=2. \end{cases}$

716. 1) $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=18, \\ x^2-y^2+x-y=6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x^2+2y^2=5xy, \\ 4x-4y=xy; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x^2-3xy+2y^2=14, \\ x^2+xy-y^2=5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x^2-5xy+3x-2y=10, \\ 5xy-2x^2+7x-8y=10. \end{cases}$

717. 1) $\begin{cases} (x+y)(8-x)=10, \\ (x+y)(5-y)=20; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x^2-3xy+5y-5=0, \\ (x-2)(y-1)=0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2-5y^2-3x-y+22=0, \\ (x-3)(y-2)=y^2-3y+2; \end{cases}$

4) $\begin{cases} (x+y)^2-4(x+y)=45, \\ (x-y)^2-2(x-y)=3. \end{cases}$

718. 1) $\begin{cases} x^2+xy=a, \\ y^2+xy=b; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{3a}{x-y}=\dfrac{x}{a}, \\ \dfrac{10a}{x+y}=\dfrac{y}{a}; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{x-a}{x}+\dfrac{y-b}{b}=1, \\ \dfrac{x-a}{a}+\dfrac{y-b}{y}=\dfrac{1}{2}; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \dfrac{x+m}{m}-\dfrac{y+m}{y}=3, \\ \dfrac{y+m}{m}-\dfrac{x+m}{x}=\dfrac{3}{4}. \end{cases}$

719*. 1) $\begin{cases} x^2-(a+x)y-a^2=0, \\ \dfrac{x^2-2(x-y)+y^2}{5a-2}=a; \end{cases}$

2) $\begin{cases} (x+y)^2-6n(x+y)=a^2-2an-8n^2, \\ (x-y)^2-(a+1)(x-y)=a+2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{x^2-(a^2+b^2)+y^2}{b+y}=x, \\ (x-a)(y+b)=0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \dfrac{x^2}{a-b}+\dfrac{y^2}{a+b}=x+y, \\ y-x=2b. \end{cases}$

720*. 1) $\begin{cases} x^2+2xy-8y^2-6x+18y-7=0, \\ 2x^2-5xy-10y^2-3x+9y+7=0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2-4xy+4y^2-3x+6y=54, \\ (2x-y)^2-12(2x-y)=189; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+2xy+y^2-4x-4y-45=0, \\ x^2-2xy+y^2-2x+2y-3=0. \end{cases}$

Решить следующие системы, используя теорему о сумме и произведении корней квадратного уравнения:

721. 1) $\begin{cases} x+y=5, \\ xy=4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y=8, \\ xy=7; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+y=2, \\ xy=-15; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x+y=-5, \\ xy=-36. \end{cases}$

722. 1) $\begin{cases} x-y=7, \\ xy=18; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-y=2, \\ xy=15; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x-y=16, \\ xy=-48; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x-y=3, \\ xy=-2. \end{cases}$

723. 1) $\begin{cases} x+y=a, \\ xy=-2a^2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y=2a, \\ xy=-3a^2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x-y=b, \\ xy=2b^2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x+y=a+2b, \\ xy=ab+b^2. \end{cases}$

724. 1) $\begin{cases} x^2+y^2=13, \\ xy=6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2=41, \\ xy=20; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=10, \\ xy=3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+y^2=34, \\ xy=15. \end{cases}$

725. 1) $\begin{cases} x^2+y^2=\dfrac{5m^2}{4}, \\ xy=\dfrac{m^2}{2}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2=\dfrac{13a^2}{36}, \\ xy=\dfrac{a^2}{6}; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=\dfrac{10a^2}{9}, \\ xy=\dfrac{a^2}{3}; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+y^2=a^2+4b^2, \\ xy=2ab. \end{cases}$

При решении следующих систем уравнений использовать приём введения вспомогательного неизвестного:

726. 1) $\begin{cases} \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{34}{15}, \\ x^2+y^2=34; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{26}{5}, \\ x^2-y^2=24; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}=\dfrac{9}{20}, \\ x^2-y^2=9; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}=\dfrac{5}{6}, \\ x^2+y^2=13. \end{cases}$

727. 1) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{x}{y}}+\sqrt{\dfrac{y}{x}}=\dfrac{5}{2}, \\ x+y=10; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{x}{y}}+\sqrt{\dfrac{y}{x}}=\dfrac{41}{20}, \\ x+y=41; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{x}{y}}-\sqrt{\dfrac{y}{x}}=\dfrac{5}{6}, \\ x-y=5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=3, \\ xy=4. \end{cases}$

Решить следующие системы уравнений, левые части которых однородны относительно x и y:

728. 1) $\begin{cases} x^2-5y^2=-1, \\ 3xy+7y^2=1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3y^2-2xy=160, \\ y^2-3xy-2x^2=8; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2-3xy+y^2=-1, \\ 3x^2-xy+3y^2=13; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x^2-4xy+2y^2=17, \\ x^2-y^2=-16. \end{cases}$

729. 1) $\begin{cases} x^2-2xy-y^2=2, \\ xy+y^2=4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+xy+4y^2=6, \\ 3x^2+8y^2=14; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x^2-6xy+5y^2=29, \\ 7x^2-8xy+7y^2=43; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x^2+5xy-4y^2=38, \\ 5x^2-9xy-3y^2=15. \end{cases}$

Решить следующие системы уравнений:

730. 1) $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=5, \\ \sqrt{xy}=6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}+\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=\dfrac{5}{2}, \\ x+y=25. \end{cases}$

731. 1) $\begin{cases} x+y+x^2+y^2=18, \\ xy+x^2+y^2=19; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y+x^2+y^2=18, \\ xy+x^2+y^2=12. \end{cases}$

732. 1) $\begin{cases} x^3+y^3=72, \\ x^2-xy+y^2=12; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^3-y^3=218, \\ x^2+xy+y^2=109. \end{cases}$

733. 1) $\begin{cases} x^3-y^3=133, \\ x-y=7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^3+y^3=-217, \\ x+y=-7. \end{cases}$

734. 1) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{3}{2}, \\ \dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{5}{4}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{3}, \\ x^2+y^2=160. \end{cases}$

735*. 1) $\begin{cases} x^2+y^2=a^2, \\ \dfrac{x}{y}=\dfrac{m}{n}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{x^2}{y^2}=\dfrac{a^2}{b^2}, \\ a-x=b-y. \end{cases}$

736*. 1) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{c}, \\ \dfrac{a}{x^2}-\dfrac{b}{y^2}=0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=2, \\ \dfrac{bx+ay}{bx-ay}=\dfrac{m}{n}. \end{cases}$

737*. 1) $\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\dfrac{a}{b}, \\ xy=(a^2-b^2)^2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x\left(1+\dfrac{x}{y}\right)=a, \\ y\left(1+\dfrac{y}{x}\right)=b; \end{cases}$

3) $\begin{cases} xy-\dfrac{x}{y}=a, \\ xy-\dfrac{y}{x}=\dfrac{1}{a}; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \dfrac{x^3}{y}+xy=a^2, \\ \dfrac{y^3}{x}+xy=b^2. \end{cases}$

Решить системы уравнений с тремя неизвестными:

738*. 1) $\begin{cases} xy=2, \\ yz=6, \\ xz=3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy=6, \\ yz=12, \\ xz=8. \end{cases}$

739*. 1) $\begin{cases} xy=2, \\ xz=3, \\ x^2+y^2=5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy=4, \\ yz=6, \\ x^2+z^2=13. \end{cases}$

740*. 1) $\begin{cases} x+y=1, \\ y+z=2, \\ xz=6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-y=2, \\ y+z=7, \\ x^2+z^2=41. \end{cases}$

741*. 1) $\begin{cases} y-x=3, \\ y-z=4, \\ x^2+y^2+z^2=30; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y=5, \\ x+z=6, \\ xy+xz+yz=29. \end{cases}$

742*. 1) $\begin{cases} xy+yz=9, \\ yz+xz=5, \\ xy+xz=-16; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy+xz=7, \\ xy+yz=15, \\ yz+xz=16. \end{cases}$

743*. 1) $\begin{cases} x+y=1, \\ z+yz=3, \\ xyz=20; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-z=7, \\ y-xy=6, \\ xyz=24. \end{cases}$

744*. 1) $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=29, \\ xy+yz+xz=-10, \\ x+y=-1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=66, \\ xy+xz=11, \\ x+y+z=12. \end{cases}$

745*. 1) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=10, \\ xy=\dfrac{1}{6}, \\ yz=\dfrac{1}{15}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=9, \\ xz=\dfrac{1}{5}, \\ yz=\dfrac{1}{3}. \end{cases}$

746*. 1) $\begin{cases} x^2+xy+xz=a, \\ y^2+xy+yz=b, \\ z^2+xz+yz=c; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+xy-xz=a, \\ y^2+xy-yz=b, \\ -z^2+xz+yz=c. \end{cases}$

§ 30. Задачи на составление систем уравнений второй степени.

747. Сумма двух чисел равна 15, а сумма их квадратов равна 125. Найти эти числа.

748. Периметр прямоугольника равен 28 *см*, а сумма площадей квадратов, построенных на смежных сторонах прямоугольника, равна 116 *см*^{2}. Найти стороны прямоугольника.

749. Площадь прямоугольника равна 120 *см*^{2}, а диагональ его равна 17 *см*. Найти стороны прямоугольника.

750. Прямоугольный участок земли площадью в 2400 *м*^{2} обнесён кругом изгородью, длина которой равна 200 *м*. Найти длину и ширину этого участка.

751. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 41 *см*, а его площадь 180 *см*^{2}. Найти катеты.

752. Сумма квадратов двух положительных чисел равна 208, а разность квадратов этих чисел равна 80. Найти эти числа.

753. Сумма квадратов двух чисел равна 261. Если каждое из чисел уменьшить на 1, то сумма их квадратов будет равна 221. Найти эти числа.

754. Сумма двух чисел в 7 раз больше их разности, а разность квадратов этих чисел равна 252. Найти эти числа.

755. Если произведение двух положительных чисел увеличить на большее из них, то получится 48; если же произведение этих чисел увеличить на меньшее число, то получится 45. Найти эти числа.

756. Сумма двух положительных чисел, сложенная с суммой их квадратов, равна 152, а сумма разности этих чисел и разности их квадратов равна 68. Найти эти числа.

757. Разность двух положительных чисел равна 2, а разность кубов этих чисел равна 488. Найти эти числа.

758. Сумма двух чисел равна 14, а сумма кубов этих чисел равна 854. Найти эти числа.

759. Периметр прямоугольного треугольника равен 48 *см*, а его площадь 96 *см*^{2}. Найти стороны треугольника.

760. Периметр прямоугольного треугольника равен 36 *см*, а его площадь 54 *см*^{2}. Найти стороны треугольника.

761. Произведение числителя и знаменателя дроби равно 42. Если числитель дроби увеличить на единицу, а знаменатель её уменьшить на единицу, то получится дробь, обратная данной. Найти дробь.

762. Сумма квадратов числителя и знаменателя дроби равна 61. Сумма этой дроби и обратной ей дроби равна $2\frac{1}{30}$. Найти дробь.

763. Найти двузначное число, которое в 4 раза больше суммы его цифр и на 16 больше произведения его цифр.

764. Найти двузначное число, которое в 4 раза больше суммы его цифр и в 2 раза больше произведения его цифр.

765. Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то получится в частном 6 и в остатке 2. Если же это число разделить на произведение его цифр, то получится в частном 5 и в остатке 2. Найти это число.

766. Двузначное число в 2 раза больше произведения его цифр. Если переставить цифры этого числа в обратном порядке, то отношение обращённого числа к искомому будет $7:4$. Найти это число.

767. Если разделить двузначное число на произведение его цифр, то получится в частном 2 и в остатке 5. Если переставить цифры этого числа в обратном порядке и затем выполнить указанное деление, то в частном получится 5, а в остатке 2. Найти это число.

768. Среднее арифметическое двух чисел равно 20, а среднее геометрическое 12. Найти эти числа.

769. Среднее арифметическое двух чисел 17, а среднее геометрическое 15. Найти эти числа.

770. Найти стороны равнобедренного треугольника, если известно, что две неравные высоты его равны a и b.

771. Сумма гипотенузы прямоугольного треугольника и высоты, опущенной на неё, равна m, а сумма катетов равна n. Найти гипотенузу.

772. Сумма двух положительных чисел относится к их разности, как $m:n$, а произведение суммы этих чисел на их разность равно a. Найти эти числа.

773. Сумма двух чисел равна a; разность этих чисел равна разности их кубов. Найти эти числа.

774. Разность двух чисел равна a; сумма этих чисел равна сумме их кубов. Найти эти числа.

775. Найти два числа, сумма, произведение и разность квадратов которых равны между собой.

776. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна m, а площадь его равна S. Найти катеты.

777. Перпендикуляр, опущенный из вершины прямого угла на гипотенузу, равен h, а сумма катетов равна m. Найти гипотенузу.

778. Разность катетов прямоугольного треугольника равна n, а высота его, опущенная на гипотенузу, равна h. Найти гипотенузу.

779. Периметр прямоугольного треугольника равен $2p$, а его площадь равна q. Найти стороны треугольника.

780. Периметр треугольника равен $2p$, площадь его равна S, одна сторона равна a. Найти другие стороны треугольника.

781. Две группы учащихся купили некоторое количество театральных билетов. Первая группа израсходовала на билеты 90 руб., а вторая, купив на 3 билета меньше, по цене на 2 руб. дороже за каждый билет, уплатила всего 96 руб. Сколько билетов и по какой цене за билет купила каждая группа?

782. Тело движется равномерно ускоренно (без начальной скорости) и, пройдя путь 360 *м*, приобретает скорость, равную 12 *м* в сек. Сколько времени и с каким ускорением двигалось тело?

783. Поезд тронулся со станции и, двигаясь равноускоренно, на расстоянии в 2,1 *км* развил скорость в 54 *км* в час. Найти ускорение поезда и время разгона.

784. Тело, имеющее начальную скорость, получает ускорение в 25 *см* в сек. В конце своего пути длиной в 570 *м* тело имело скорость 17 *м* в сек. Найти начальную скорость тела и узнать, сколько времени оно двигалось ускоренно.

785. Расстояние между двумя городами, равное 480 *км*, пассажирский поезд проходит на 4 часа скорее, чем товарный. Если скорость пассажирского поезда увеличить на 8 *км* в час, а скорость товарного увеличить на 2 *км* в час, то пассажирский поезд пройдёт всё расстояние на 5 час. скорее товарного. Найти скорость каждого поезда.

786. Из городов A и B, расстояние между которыми равно 180 *км*, отправлены в одно и то же время два поезда навстречу друг другу. После их встречи поезд, вышедший из A, прибывает в B через 2 часа, а другой поезд приходит в A через 4 часа 30 мин. Найти скорость каждого поезда.

787. Куплено двух сортов ткани на 244 руб.; метр ткани каждого сорта стоит столько рублей, сколько метров куплено ткани этого же сорта. Если бы за метр каждого сорта платили столько рублей, сколько метров ткани было куплено другого сорта, то за всю ткань заплатили бы на 4 руб. меньше. Сколько куплено метров ткани каждого сорта?

788. На двух прямоугольных участках земли посажено рядами 350 плодовых деревьев, причём оказалось, что на каждом участке число рядов на 1 больше числа деревьев в ряду. По скольку деревьев было посажено в каждом ряду на том и другом участке, если на первом из них было на 130 деревьев больше, чем на втором?

789. Учёт урожая на участках двух соревнующихся колхозных бригад показал, что на участке первой бригады было собрано 200 *ц* пшеницы, а на участке второй бригады, имеющем площадь на 2 *га* больше, собрано 300 *ц* пшеницы при урожае на 5 *ц* с гектара большем, чем на первом участке. Найти площадь каждого участка земли и количество собранной пшеницы с 1 *га* того и другого участка.

790. Дорога между пунктами A и B состоит из подъёма и спуска. Велосипедист, двигаясь на спуске со скоростью на 6 *км* в час большей, чем на подъёме, затрачивает на путь от A до B 2 часа 40 мин., а на обратный путь от B до A на 20 мин. меньше. Найти скорость велосипедиста на подъёме и на спуске и длину подъёма в направлении от A к B, если длина всей дороги равна 36 *км*.

791. Для состязания велосипедистов установлена дистанция 6 *км*. Велосипедист A обогнал B, придя к финишу на 2 мин. раньше B. Если бы A уменьшил скорость на 0,1 *км* в мин., а B на столько же увеличил свою скорость, то B пришёл бы к финишу на 2 мин. раньше A. Найти скорость в час каждого велосипедиста.

792. С одного участка земли собрали 4,8 *т* картофеля; с другого участка, площадь которого на 0,03 *га* меньше первого, собрали 2 *т* картофеля, причём с 1 $м^2$ этого участка собрали на 2 *кг* меньше, чем с 1 $м^2$ первого участка. Найти площадь каждого участка и сколько картофеля собрали с 1 $м^2$ того и другого участка.

793. Деревянная балка весит 90 *кг*, а железная балка, длина которой на 2 *м* больше первой, весит 160 *кг*, причём вес одного погонного метра железной балки на 5 *кг* больше веса погонного метра деревянной балки. Найти вес одного погонного метра и длину каждой балки.

794. На расстоянии 7500 *м* переднее колесо экипажа сделало на 1000 оборотов больше, чем заднее. Если бы окружность каждого колеса была на 1 *м* больше, то на том же расстоянии переднее колесо сделало бы только на 625 оборотов больше заднего. Найти окружность каждого колеса.

795. На расстоянии 2730 *м* переднее колесо экипажа сделало на 392 оборота больше, чем заднее его колесо. Если

бы увеличить окружность каждого колеса на 0,3 *м*, то переднее колесо на этом же расстоянии сделало бы только на 325 оборотов больше, чем заднее колесо. Найти окружность каждого колеса.

796. Равнодействующая двух сил, направленных под прямым углом, равна 89 *кГ*. Если каждую из этих сил уменьшить на 3 *кГ*, то равнодействующая уменьшится на 4 *кГ*. Найти величину составляющих сил.

797. Равнодействующая двух сил, направленных под прямым углом, равна 25 *кГ*. Если меньшую силу увеличить на 8 *кГ*, а большую уменьшить на 4 *кГ*, то равнодействующая останется без изменения. Найти величину составляющих сил.

798. Выполнение некоторой работы было поручено двум бригадам. Сначала первая бригада работала треть того времени, какое требуется второй бригаде для выполнения всей работы; потом вторая бригада работала треть того времени, которое потратила бы на всю работу первая бригада. После этого оказалось, что было выполнено $\frac{13}{18}$ всей работы. Найти, сколько времени потребовалось бы для выполнения всей работы каждой бригаде в отдельности, если обе бригады вместе могут выполнить её за $3\frac{3}{5}$ часа.

799. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить некоторую работу в a часов. Если бы сначала один из них выполнил $\frac{3}{5}$ работы, а затем другой оставшуюся часть, то они употребили бы всего на работу b часов. Во сколько часов каждый из них в отдельности мог бы выполнить всю работу?

800. A выполняет некоторую работу в срок на a дней больший, чем B, и на b дней больший, чем C. A и B, работая вместе, выполняют эту работу в срок, равный сроку C. Найти время, в которое каждый из них выполняет эту работу отдельно.

801. Две молотилки обмолачивают весь хлеб в a дней. Если бы первая молотилка обмолотила половину всего хлеба, а затем вторая остальную часть, то они проработали бы b дней. Во сколько дней каждая из них в отдельности могла бы окончить эту работу?

802. Из двух жидкостей, удельные веса которых соответственно равны $1{,}2\,\frac{Г}{см^3}$ и $1{,}6\,\frac{Г}{см^3}$, составлена смесь весом 60 *г*. Сколько граммов взято каждой жидкости и каков удельный вес смеси, если 8 $см^3$ её весят столько же, сколько весит всё количество менее тяжёлой из смешанных жидкостей?

803. Смесь, содержащая a граммов одной жидкости и b граммов другой, имеет удельный вес $p\ \frac{Г}{см^3}$, а смесь, содержащая c граммов первой жидкости и d граммов второй, имеет удельный вес $q\ \frac{Г}{см^3}$. Найти удельный вес той и другой жидкости.

804. По двум сторонам прямого угла по направлению к его вершине движутся два тела. В известный момент тело A отстояло на 60 *м* от вершины угла, а тело B — на 80 *м* от неё. Через 3 сек. расстояние между A и B стало равно 70 *м*, а через 2 следующие секунды расстояние между телами уменьшилось ещё на 20 *м*. Найти скорость каждого тела.

805. На сторонах угла в 60° находятся точки A и B, расстояние между которыми 31 *м*. Если точку A передвинуть по стороне угла по направлению к его вершине на 20 *м*, то расстояние между A и B уменьшится на 10 *м*. Найти расстояние точек A и B от вершины угла.

806. По двум сторонам угла в 60° равномерно движутся по направлению к его вершине два тела A и B. В начале движения тело A находилось на расстоянии 50 *м* от вершины угла, а тело B — на расстоянии 36 *м* от неё. Через 3 сек. после начала движения расстояние между A и B стало равно 31 *м*, а через 4 следующие секунды расстояние между A и B уменьшилось на 18 *м*. Найти скорость каждого тела.

807. По круговой дорожке длиной 2 *км* движутся по одному направлению два конькобежца, которые сходятся через каждые 20 мин. Найти часовую скорость каждого конькобежца, если первый из них пробегает окружность на 1 мин. скорее второго.

808. По окружности круга, длина которой c метров, движутся два тела; первое пробегает окружность на t секунд скорее, чем второе, и если они движутся по одному направлению, то сходятся через каждые n секунд. Найти линейную скорость каждого тела.

ГЛАВА VI.

ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ КУРСА VIII КЛАССА.

809. Какие значения аргумента x являются допустимыми для каждой из следующих функций:

1) $y=\sqrt{x-5}$; 2) $y=\sqrt[3]{x-1}$; 3) $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$; 4) $y=\frac{2}{\sqrt[4]{x}}$;

5) $y=\sqrt{1-x}$; 6) $y=\sqrt{x^2-1}$; 7) $y=\sqrt{x^2-4x}$;

8) $y=\sqrt{9-x^2}$?

810. 1) Для каких значений x имеет смысл каждое из равенств:

а) $\sqrt{(x-3)^2}=x-3$? б) $\sqrt{x^2-9}=\sqrt{x+3}\cdot\sqrt{x-3}$?

в) $\sqrt{(x-2)(x-3)}=\sqrt{x-2}\cdot\sqrt{x-3}$?

2) Возрастает или убывает функция: а) $y=\sqrt{x}$?

б) $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$?

3) Чему равны значения следующих корней:

$$\sqrt{(-4)^2}?\quad \sqrt{a^2}?\quad \sqrt{(a-2)^2}?$$

4) Можно ли утверждать, что если $a^2=b^2$, то $a=b$?

5) Какой знак имеет разность:

$$\sqrt[3]{5}-\sqrt{3}?\quad (1+\sqrt{7})-\sqrt{11}?$$

6) Какое из чисел $\sqrt[5]{4}$; $\sqrt[3]{3}$ и $\sqrt[15]{28}$ наибольшее?

7) Представить следующие числа в виде произведения двух иррациональных чисел: 5; -5; 3; -3.

8) При каком значении аргумента x функция $y=\sqrt{1+x^4}$ имеет наименьшее значение и какое именно?

811. 1) При каких значениях x трёхчлен x^2-x-4 принимает значение, равное 2?

2) При каких значениях x функция $y=\frac{1}{x^2+3x-5}$ принимает значение, равное $\frac{1}{5}$?

3) При каком значении x функция $y=1+(1-x)^2$ принимает наименьшее значение и какое именно?

812. 1) Доказать, что если p, q и r рациональные числа, то корни уравнения $(p+q+r)x^2-2(p+q)x+(p+q-r)=0$ рациональны. Привести числовые примеры.

2) Доказать, что корни уравнения $x^2+px+q=0$ будут рациональными, если $p=n+\frac{q}{n}$, где n и q — рациональные числа. Привести числовые примеры.

3) Доказать, что уравнение $\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{x-1}=1$ при всех вещественных значениях a и b, не равных нулю, имеет вещественные корни.

813. 1) Не решая уравнения $ax^2+bx+c=0$, найти сумму кубов его корней.

2) Найти значения p и q, при которых корни уравнения $x^2+px+q=0$ были бы соответственно равны $x_1=p$; $x_2=q$.

3) Найти значение p, при котором сумма квадратов корней уравнения $x^2+px+28=0$ равнялась бы 65, и решить это уравнение при найденном значении p.

814. 1) Составить квадратное уравнение, имеющее корни:

$$\alpha=x_1+\frac{1}{x_1} \text{ и } \beta=x_2+\frac{1}{x_2},$$

где x_1 и x_2 — корни уравнения $ax^2+bx+c=0$.

2) Составить квадратное уравнение, имеющее корни:

$$\alpha=\frac{x_1+1}{x_1-1} \text{ и } \beta=\frac{x_2+1}{x_2-1},$$

где x_1 и x_2 — корни уравнения $ax^2+bx+c=0$.

815. На одном и том же чертеже и в одинаковом масштабе построить графики следующих функций:

$$y=2x;\quad y=2x+4;\quad y=2x-4;\quad y=-2x.$$

1) Пояснить, в чём сходство и в чём различие построенных графиков.

2) В каких точках пересекает каждый из графиков оси координат?

3) Определить, больше или меньше угла в 45° образует каждый из графиков с осью абсцисс?

4) Какую зависимость выражает каждая из данных функций?

816. Даны три линейных уравнения: $x+y=5$; $y-x=1$; $2x-y=7$. Построить графики этих уравнений на одном и том же чертеже и проверить, что координаты точек пересечения графиков являются решениями трёх систем линейных уравнений, которые получены путём комбинирования данных уравнений по два.

817. Даны функции: $y=x^2$; $y=-x^2$; $y=x^2+1$; $y=(x-1)^2$; $y=(x+1)^2-2$; $y=x^2+2x$; $y=x^2+4x+4$; $y=x^2+4x+3$.

1) При каких значениях x каждая из функций: а) убывает; б) возрастает; в) обращается в нуль; г) принимает наименьшее или наибольшее значение и какое именно?

2) Определить вид графика каждой из функций и положение его относительно осей координат.

3) Не выполняя точного построения, наметить в координатной плоскости графики данных функций.

818. 1) Решить графически уравнение $x^2-5x+6=0$ (двумя способами).

2) Решить графически следующие системы уравнений:

а) $\begin{cases} x+y=7, \\ xy=12; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2+y=2x-1, \\ x+y=-1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x^3+y=7, \\ x+y^2=11. \end{cases}$

Задачи для проверочных и самостоятельных работ.

819. 1) При совместной работе двух комбайнов урожай был убран в 2 дня. Если бы одна треть урожая была убрана сначала одним комбайном, а затем оставшаяся часть вторым комбайном, то вся работа была бы выполнена в 5 дней. Во сколько дней можно убрать урожай каждым комбайном отдельно?

2) Упростить: $4\sqrt{7\frac{1}{2}-\frac{2\sqrt{10}}{2\sqrt{3}-\sqrt{10}}}$.

3) Решить уравнение: $\frac{1}{x}-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{x-a-b}$.

820. 1) При совместной работе двух тракторов различной мощности поле было вспахано в 4 дня. Если бы две трети поля вспахать сначала одним трактором, а затем оставшуюся часть вторым трактором, то вся работа была бы закончена в 8 дней. Во сколько дней можно было бы вспахать всё поле каждым трактором отдельно?

2) Упростить: $-19\sqrt{\frac{3}{38}-\frac{13\sqrt{19}}{2\sqrt{19}+\sqrt{24}}}$.

3) Решить уравнение: $2x-a-b=\frac{2b^2}{2x-a}$.

821. 1) Двое рабочих должны были вместе выполнить некоторую работу. После четырёх дней совместной работы второй рабочий был переведён в другой цех и, чтобы закончить работу, первому пришлось 2 дня работать одному.

Во сколько времени каждый из них отдельно мог бы выполнить эту работу, если известно, что первый мог бы выполнить её на 3 дня скорее, чем второй?

2) Упростить:

$$\left(\frac{a\sqrt{a}+m\sqrt{m}}{\sqrt{a}+\sqrt{m}}-\sqrt{am}\right):(a-m)+\frac{2\sqrt{m}}{\sqrt{a}+\sqrt{m}}.$$

3) При каких значениях m уравнение $x^2+(m-2)x+m+1=0$ имеет равные корни?

822. 1) Первая труба, действуя отдельно, наполняет бассейн на 3 часа скорее, чем одна вторая. Чтобы наполнить бассейн, открыли сразу обе трубы, но через 10 час. первую закрыли, и после этого через 5 час. 45 мин. одна вторая труба закончила наполнение бассейна. Во сколько времени наполняет бассейн каждая труба отдельно?

2) Упростить:

$$\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^3+\frac{2a^2}{\sqrt{a}}+b\sqrt{b}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}+\frac{3\sqrt{ab}-3b}{a-b}.$$

3) При каких значениях k уравнение

$$2x^2+(k-9)x+k^2+3k+4=0$$

имеет равные корни?

823. 1) Двое рабочих изготовили по нескольку разных деталей. Первый за свою работу получил 480 руб., а второй, сделавший на 6 деталей меньше, 270 руб. Если бы первый рабочий сделал столько деталей, сколько второй, а второй столько, сколько первый, то они получили бы за свою работу поровну. Сколько деталей сделал каждый рабочий?

2) Упростить:

$$\left(\sqrt[3]{8a^9-8a^6b^3}-a\sqrt[3]{a^6-a^3b^3}+b\sqrt[3]{\frac{a^3}{b^3}-1}\right):\sqrt[3]{a^2+ab+b^2}.$$

3) Найти c в уравнении $x^2-12x+c=0$, если один из корней его больше другого на $2\sqrt{5}$.

824. 1) Бригада штукатуров и бригада маляров ремонтировали дом. Штукатуров было на один больше, чем маляров. Каждая бригада получила по 1500 руб. Если бы каждый маляр получал столько, сколько штукатур, а каждый штукатур столько, сколько маляр, то бригада штукатуров получила бы на 675 руб. больше, чем бригада маляров. Сколько было штукатуров и сколько маляров?

2) Упростить:

$$\left(\frac{a}{b}\sqrt[3]{b-\frac{4a^6}{b^8}}-a^2\sqrt[3]{\frac{b}{a^6}-\frac{4}{b^3}}+\frac{2}{ab}\sqrt[3]{a^3b^4-4a^9}\right):\frac{\sqrt[3]{b^2-2a^3}}{b^2}.$$

3) При каких значениях m корни уравнения

$$2(m+2)x^2 - 24x + m + 3 = 0$$ одинаковы?

825. 1) Чтобы перевезти некоторый груз, две автомашины работали вместе в течение 5 час. и сверх того одна первая работала 50 мин. Сколько времени требуется каждой автомашине отдельно, чтобы перевезти весь груз, если одна первая автомашина может перевезти весь груз на 2 часа скорее, чем одна вторая?

2) Упростить:

$$\frac{m+n}{\sqrt{m}+\sqrt{n}} : \left(\frac{m+n}{\sqrt{mn}} + \frac{n}{m-\sqrt{mn}} - \frac{m}{\sqrt{mn}+n}\right).$$

3) Решить уравнение:

$$\sqrt{27+8x} + \sqrt{2(2x+5)} = 4.$$

826. 1) На уборке урожая с участка в течение 6 час. работала одна бригада, после чего к ней присоединилась другая, и тогда обе бригады закончили уборку за 4 часа совместной работы. Во сколько часов может убрать урожай с участка каждая бригада отдельно, если одной первой на это требуется времени на 3 часа больше, чем одной второй?

2) Упростить:

$$\left(\frac{a\sqrt{a+3}}{\sqrt{a-3}} - \frac{3\sqrt{a-3}}{\sqrt{a+3}} - \frac{18}{\sqrt{a^2-9}}\right) : \sqrt{(a^2-9)(a-3)}.$$

3) Решить уравнение:

$$\sqrt{3(6+x)} + 2\sqrt{6x+29} = 11.$$

827. 1) С двух аэродромов, расстояние между которыми 2100 *км*, вылетели навстречу друг другу два самолёта. Скорость одного из них, вылетевшего на 40 мин. раньше другого, меньше скорости другого на 60 *км* в час.

Встреча самолётов произошла на середине пути между аэродромами. Определить скорость каждого самолёта.

2) Упростить:

$$\left(a\sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{bc} + \sqrt[4]{4ab^2c}\right)\cdot\left(\sqrt{ab} + c\sqrt{\frac{b}{c}} - \sqrt[4]{4ab^2c}\right).$$

3) Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 5, \\ 2x - y = 4. \end{cases}$$

828. 1) Поезд должен пройти 250 *км* в определённое время. Однако через 3 часа пути он был задержан на 20 мин., и чтобы прийти во-время в место назначения, он увеличил скорость на 2 *км* в час. Определить первоначальную скорость поезда.

2) Упростить:

$$\left[\sqrt{b}-\left(\frac{a}{c}\sqrt{\frac{b}{a}}-\frac{a}{\sqrt{ac}}\right):\frac{\sqrt{a}}{c}\right]\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{c^2}}.$$

3) Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=7, \\ 2x-y=5. \end{cases}$$

829. 1) Две организации приобрели некоторое количество театральных билетов. Первая организация израсходовала на билеты 300 руб., а вторая, купившая на 10 билетов меньше первой и по цене на 1 руб. за билет дешевле первой, уплатила за билеты 180 руб. Сколько билетов купила каждая организация?

2) Упростить:

$$\left(\frac{\sqrt[6]{32}}{2\sqrt{2}-2}\right)^3-\left[\frac{6+5\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-2}-\frac{1}{2}(2+\sqrt{2})^2\right].$$

3) Составить квадратное уравнение, корнями которого являются числа:

$$-\frac{1}{4}(2+3\sqrt{3}) \text{ и } -\frac{1}{4}(2-3\sqrt{3}).$$

830. 1) Продано на 150 руб. яблок и на 108 руб. груш. Яблок продано на 5 *кг* больше, чем груш, по цене на 60 коп. за килограмм дороже груш. По какой цене проданы яблоки и по какой цене груши?

2) Найти значение многочлена:

$$\frac{1}{2}z^3-z^2-z+1 \text{ при } z=\frac{2}{\sqrt{3}-1}.$$

3) В уравнении $x^2+px+1{,}47=0$ найти p, зная, что один из его корней в 3 раза больше другого.

831. 1) Расстояние по реке между двумя пристанями равно 21 *км*. Отправляясь от одной из этих пристаней к другой, катер возвращается к первой обратно через 4 часа, затрачивая из этого времени 30 мин. на стоянку у второй пристани. Определить скорость этого катера в стоячей воде, зная, что скорость течения реки равна $2\frac{1}{2}$ *км* в час.

2) Упростить:

$$\left(\sqrt{a}+\frac{c-\sqrt{ac}}{\sqrt{a}+\sqrt{c}}\right):\left(\frac{a}{\sqrt{ac}+c}+\frac{c}{\sqrt{ac}-a}-\frac{a+c}{\sqrt{ac}}\right).$$

3) При каких значениях m уравнение
$x^2-2(m-3)x-m+3=0$ имеет равные корни?

832. 1) Моторная лодка проплыла вниз по реке $28\frac{1}{2}$ *км*, а затем вверх по реке $22\frac{1}{2}$ *км*; вся поездка продолжалась 8 час., причём остановок не было. Скорость этой лодки в стоячей воде равна 7 *км* в час. Определить скорость течения реки.

2) Упростить:

$$\left(\frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{a-\sqrt{a^2-b^2}}-\frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{a+\sqrt{a^2-b^2}}\right):\frac{2a\sqrt{a+b}}{b^2\sqrt{a-b}},$$

если

$$a>0,\ b>0 \quad \text{и} \quad a>b.$$

3) При каких значениях k уравнение
$y^2-2(k-5)y-9(k-3)=0$ имеет равные корни?

833. 1) На расстоянии 40 *м* переднее колесо повозки сделало на 4 оборота больше заднего. Определить длину окружности каждого колеса, если известно, что окружность переднего колеса меньше окружности заднего на 0,5 *м*.

2) Решить уравнение $16x^2-24x+1=0$ и проверить правильность решения по теореме Виета.

3) Вычислить $x^4-x^2-\sqrt{7}\cdot(4\sqrt{2}-1)$, принимая

$$x=\frac{1}{\sqrt{2\sqrt{2-\sqrt{7}}}}.$$

834. 1) На расстоянии 60 *м* переднее колесо повозки сделало на 10 оборотов больше заднего. Определить длину окружности каждого колеса, если известно, что окружность заднего колеса на 50 *см* больше окружности переднего.

2) Решить уравнение

$$9x^2-12x-46=0$$

и проверить правильность решения по теореме Виета.

3) Вычислить: $3x^4-2x^2+6$, принимая

$$x=\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}.$$

835. 1) Расстояние между городами A и B равно 60 *км*. Из A одновременно отправились два велосипедиста, которые должны были прибыть в B в одно и то же время; первый

прибыл в B в срок, а второй на 1 час опоздал, так как отставал от первого каждый час на 2 *км*. Сколько километров проезжал в час каждый из велосипедистов?

2) Упростить:

$$\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}+4\sqrt{x}\right)\cdot\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right).$$

3) Составить квадратное уравнение, корни которого были бы обратны корням уравнения:

$$x^2-5x+6=0.$$

836. 1) Из города M в город N, расстояние между которыми равно 112 *км*, одновременно были отправлены два грузовика, которые должны были прибыть в N в одно и то же время; но первый прибыл в N на 30 мин. раньше второго, так как проезжал в каждый час на 4 *км* больше. Определить среднюю скорость каждого грузовика.

2) Упростить:

$$\left(\sqrt{x}-\frac{\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}+\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}+\frac{2\sqrt{xy}}{x-y}\right).$$

3) Составить квадратное уравнение, корни которого были бы обратны корням уравнения:

$$3x^2-8x+4=0.$$

837. 1) Куплено некоторое количество картофеля и моркови, причём моркови на 10 *кг* больше, чем картофеля. За картофель заплачено 48 руб. и за морковь 87 руб. Сколько стоит 1 *кг* картофеля и 1 *кг* моркови, если 1 *кг* моркови дороже 1 *кг* картофеля на 50 коп.?

2) Составить квадратное уравнение по его корням:

$$x_1=\frac{26}{5+2\sqrt{3}} \text{ и } x_2=\frac{26}{5-2\sqrt{3}}.$$

3) Решить уравнение:

$$\frac{2}{k+2x}-\frac{2}{k-2x}-\frac{4x^2-4k-k^2}{4x^2-k^2}=0.$$

838. 1) Куплено некоторое количество печенья первого и второго сорта, причём печенья второго сорта на 3 *кг* больше, чем первого сорта. За печенье первого сорта заплачено 420 руб. и за печенье второго сорта 468 руб. 1 *кг* печенья второго сорта стоит на 6 руб. дешевле 1 *кг* печенья первого сорта. Сколько куплено печенья каждого сорта?

2) Составить квадратное уравнение по его корням:

$$x_1 = \frac{5}{4+\sqrt{6}} \text{ и } x_2 = \frac{5}{4-\sqrt{6}}.$$

3) Решить уравнение:

$$\frac{(x-3a)x}{a^2-b^2} + 1 - \frac{b}{a-b} = \frac{x}{b-a}.$$

839. 1) Водонапорный бак наполняется при помощи двух труб в 2 часа 55 мин. Первая труба, работая отдельно, может наполнить бак на 2 часа скорее, чем одна вторая труба. Во сколько времени каждая труба, работая отдельно, может наполнить бак?

2) Вычислить $2x^4 - 11x^2 + 2(4+\sqrt{2})$, принимая

$$x = \frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}.$$

3) Решить графически уравнение:

$$x^2 - 3x - 4 = 0.$$

840. 1) Два трактора, работая вместе, могут вспахать поле за 6 час. Один трактор, работая отдельно, может вспахать это поле на 5 час. скорее, чем другой. Во сколько времени каждый трактор, работая отдельно, может вспахать поле?

2) Упростить:

$$\left(\frac{2-a\sqrt{a}}{2a-\sqrt{a}} + \sqrt{a}\right) \cdot \left(\frac{2+a\sqrt{a}}{2a+\sqrt{a}} - \sqrt{a}\right) : \frac{4+a}{4a-1}.$$

3) Решить графически уравнение:

$$x^2 - 2x - 3 = 0.$$

841. 1) Для погрузки 9,6 *т* груза послано несколько рабочих, но 2 из них были отправлены на другую работу, поэтому каждый из работавших погрузил на 0,24 *т* больше, чем предполагалось. Сколько человек работало на погрузке?

2) Решить уравнение:

$$\sqrt{4x-2} + \sqrt{4x+2} = 4.$$

3) Найти координаты точек пересечения графиков функций:

$$y = x^2 - 2 \text{ и } y = -2x - 3.$$

842. 1) Из бака, вмещающего 64 *л* и наполненного спиртом, вылили часть спирта и долили водой; потом из бака вылили такое же количество смеси и снова долили водой; тогда в баке осталось 49 *л* чистого спирта. По скольку литров жидкости выливали каждый раз?

2) Решить уравнение:

$$\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x-\sqrt{x}}=\frac{3}{2}\sqrt{\frac{x}{x+\sqrt{x}}}.$$

3) Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x-y=4, \\ xy=12. \end{cases}$$

843. 1) Двое туристов идут друг другу навстречу: один из пункта A, другой из пункта B. Первый выходит из A на 6 час. позже, чем второй из B, и при встрече оказывается, что он прошёл на 12 *км* меньше второго. Продолжая дальнейший путь с той же средней скоростью, первый приходит в B через 8 час., а второй в A через 9 час. после встречи. Определить среднюю скорость каждого туриста.

2) Выполнить действия:

$$\left(\frac{a+\sqrt{a^2-4a}}{a-\sqrt{a^2-4a}}-\frac{a-\sqrt{a^2-4a}}{a+\sqrt{a^2-4a}}\right):\frac{\sqrt{a^2-4a}}{2}.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2+y^2=80, \\ x+y=12. \end{cases}$$

844. 1) Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми равно 18 *км*, вышел пешеход. Через 2 часа вслед за ним выехал велосипедист, проезжавший в каждый час на $4\frac{1}{2}$ *км* больше, чем проходил пешеход. Определить, сколько километров в час проезжал велосипедист, если известно, что он прибыл в пункт B одновременно с пешеходом.

2) Выполнить действия:

$$\left(\frac{\sqrt{c+d}-\sqrt{c-d}}{\sqrt{c+d}+\sqrt{c-d}}-\frac{\sqrt{c+d}+\sqrt{c-d}}{\sqrt{c+d}-\sqrt{c-d}}\right)\cdot\frac{d\sqrt{c^2-d^2}}{4}.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2+y^2=106, \\ xy=45. \end{cases}$$

845. 1) Наняты двое рабочих за различную плату. Первый заработал 300 руб., а второй, работая на 3 дня меньше первого, получил 180 руб. Если бы второй рабочий работал столько дней, сколько первый, а первый столько дней, сколько второй, то первый получил бы на 15 руб. больше второго. Сколько дней работал каждый?

2) Доказать, что при $x=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{b}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{b}{a}}$, где $a>0$, $b>0$, $a>b$, выражение

$$\frac{2b\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}=a-b.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x+xy^2=104, \\ x+xy=24. \end{cases}$$

846. 1) Из городов A и B, расстояние между которыми равно 600 *км*, выходят одновременно два поезда навстречу один другому. Через 6 час. расстояние между этими поездами составляло 60 *км*. Если бы поезд из B вышел на полтора часа раньше, чем поезд из A, то поезда встретились бы на середине пути. Найти скорость движения каждого поезда.

2) Доказать, что выражение

$$\frac{(1-ax)\sqrt{1+bx}}{(1+ax)\sqrt{1-bx}}=1$$

при $x=\frac{\sqrt{\frac{2a}{b}-1}}{a}$, если $0<a<b<2a$.

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{x}=9, \\ x+y=6. \end{cases}$$

847. 1) Мотоциклист отправился из города A в город B, отстоящий от A на 60 *км*. Обратно он выехал с той же скоростью, но через 1 час после выезда был вынужден на 20 мин. остановиться. После этой остановки он продолжал путь до A, увеличив скорость на 4 *км* в час. Какова была первоначальная скорость мотоциклиста, если известно, что на обратный путь он употребил столько же времени, сколько на путь из A в B?

2) Найти значение выражения

$$2x^6-5x^3-3\left(1+\sqrt{5}\right) \text{ при } x=\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=5, \\ \sqrt{xy}=6. \end{cases}$$

848. 1) Расстояние между станциями A и B равно 120 *км*. Через 2 часа после отправления со станции A поезд вынужден был остановиться в пути на 20 мин., а остальной путь шёл со скоростью, на 6 *км* в час большей первоначальной, и потому прибыл на станцию B без опоздания. Определить первоначальную скорость поезда.

2) Найти значение выражения:

$$8x^3 - 2x^2 - 8x + 3 \quad \text{при} \quad x = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{2}).$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3, \\ xy = 4. \end{cases}$$

849. 1) Расстояние между A и B 52 *км*. Из A по направлению к B выезжает велосипедист. Через 40 мин. навстречу ему отправляется из B второй велосипедист, скорость которого на 4 *км* в час больше скорости первого. Встреча велосипедистов произошла на расстоянии 24 *км* от B. Сколько времени каждый велосипедист ехал до места встречи?

2) Доказать, что при любых вещественных значениях a, b и c уравнение

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} = \frac{1}{c^2}$$

имеет вещественные корни.

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - 5xy + y^2 = -47, \\ xy = 21. \end{cases}$$

850. 1) Расстояние между станциями M и N 120 *км*. Из N по направлению к M вышел поезд. Через 30 мин. навстречу ему из M вышел другой поезд со скоростью, на 6 *км* в час большей скорости первого поезда. Найти скорость каждого поезда, если они встретились на середине пути между M и N.

2) Доказать, что

$$\sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7} = 2.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + xy = 65, \\ xy + y^2 = 104. \end{cases}$$

851. 1) Два велосипедиста выезжают одновременно навстречу друг другу из пунктов A и B, расстояние между которыми равно 54 *км*, и через 2 часа встречаются. Не останавливаясь, они продолжают путь с той же скоростью, и второй прибывает в пункт A на 54 мин. скорее, чем первый в пункт B. Определить скорость каждого велосипедиста.

2) Доказать, что при любых вещественных значениях a, b и c уравнение

$$(x-a)(x-b)+(x-a)(x-c)+(x-b)(x-c)=0$$

имеет вещественные корни.

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{3}+xy=6, \\ \frac{xy}{4}+y^2=1\frac{3}{4}. \end{cases}$$

852. 1) Автомобиль проезжает расстояние от A до B за t часов. Чтобы проехать за то же время расстояние от A до C, автомобиль должен проезжать каждый километр на n минут скорее, так как расстояние от A до C на k километров больше расстояния от A до B. Найти расстояние от A до B.

2) Решить уравнение:

$$\sqrt[5]{\frac{16x}{x-1}}+\sqrt[5]{\frac{x-1}{16x}}=\frac{5}{2}.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} xy=2, \\ (3-y)z=3, \\ (2-x)(4-z)=1. \end{cases}$$

853. 1) Колонна войск протяжением d километров движется по шоссе походным маршем со скоростью v *км* в час. Конный вестовой выезжает из конца колонны в её начало, передаёт приказание и тотчас же отправляется обратно в конец колонны. На проезд туда и обратно вестовой затратил t минут. Определить скорость вестового, если она на всём пути его была одинакова.

2) Решить уравнение:

$$\sqrt{4a+b-5x}+\sqrt{4b+a-5x}-3\sqrt{a+b-2x}=0.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 5\sqrt{x^2-3y-1}+\sqrt{x+6y}=19, \\ 3\sqrt{x^2-3y-1}=1+2\sqrt{x+6y}. \end{cases}$$

ГЛАВА VII.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ЧИСЕЛ.

§ 31. Понятие о числовой последовательности. Арифметическая прогрессия.

854. 1) Написать первые пять членов последовательности чётных чисел.

2) Написать первые пять членов последовательности чисел, кратных пяти.

3) Написать первые пять членов последовательности приближённых значений $\sqrt{2}$ с точностью до $\frac{1}{10^n}$ по недостатку.

4) Написать первые десять членов последовательности простых чисел.

855. а) Написать первые пять членов числовой последовательности, общий член которой выражается формулой:

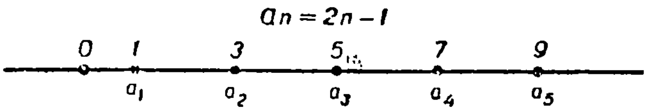
1) $a_n = 2n - 1$; 2) $a_n = n^3$; 3) $a_n = \frac{1}{n}$; 4) $a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n}$;

5) $a_n = -n^2 - 1$; 6) $a_n = -2^n$; 7) $a_n = \frac{n}{n+1}$; 8) $a_n = (-1)^n$.

б) Указать, какие из этих последовательностей:

1) убывающие; 2) возрастающие; 3) колеблющиеся.

в) По образцу чертежа 23 дать графическое изображение каждой из указанных числовых последовательностей, выбирая соответствующий масштаб.



Черт. 23.

856. а) Написать наиболее простую формулу для общего члена каждой из следующих числовых последовательностей:

1) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots$; 2) $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \ldots$; 3) $\frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{2 \cdot 3}, \frac{1}{3 \cdot 4}, \frac{1}{4 \cdot 5}, \ldots$; 4) $\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}, \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 6}, \frac{5 \cdot 7}{6 \cdot 8}, \frac{7 \cdot 9}{8 \cdot 10}, \ldots$; 5) $1, \ 1 \cdot 2, \ 1 \cdot 2 \cdot 3, \ 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4, \ldots$; 6) $\frac{10}{3}, \frac{20}{9}, \frac{30}{27}, \frac{40}{81}, \ldots$; 7) $\frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \frac{7}{9}, \frac{9}{11}, \ldots$;

8) $\frac{3}{5}, \frac{7}{11}, \frac{11}{17}, \frac{15}{23}, \ldots$.

б) Указать, какие из этих последовательностей:

1) возрастают; 2) убывают; 3) возрастают неограниченно; 4) убывают и ограничены.

в) Дать на числовой прямой графическое изображение каждой из указанных последовательностей.

857. Дана бесконечная числовая последовательность: 1, 4, 7, 10, ...

1) Написать формулу для общего члена этой последовательности.

2) Узнать, является ли членом этой последовательности каждое из следующих чисел и если является, то какой порядковый номер имеет:

а) 298; б) 4891; в) 10 536; г) 24 850.

858. Общий член бесконечной числовой последовательности выражается формулой:

$$a_n = 2n^2 - 3.$$

1) Написать пять первых членов этой последовательности.

2) Узнать, является ли членом этой последовательности каждое из следующих чисел и если является, то какой порядковый номер имеет:

а) 48 669; б) 32 352; в) 72 197; г) 84 798.

859. 1) Показать, что числовая последовательность, общий член которой выражается формулой:

$$a_n = 3n - 2,$$

образует арифметическую прогрессию.

Дать на числовой оси геометрическое изображение первых пяти членов этой прогрессии.

2) Выполнить то же задание относительно числовой последовательности, общий член которой

$$a_n = \frac{-2n + 3}{5}.$$

860. 1) (Устно.) Найти 10-й член прогрессии: 3, 7, 11, ...

2) (Устно.) Найти 40-й член прогрессии: 8, 6, 4, ...

3) (Устно.) 1) Найти 20-й член прогрессии: $\div m$, $4m$, $7m$, ...

4) $a_3 = 12$; $a_6 = 27$. Найти d.
5) $a_4 = 3m$; $a_7 = 2m$. Найти d.

861. Определить последний член арифметической прогрессии, в которой:

1) $a_1 = 8$; $\quad d = 5$; $\quad n = 15$;
2) $a_1 = 110$; $\quad d = -10$; $\quad n = 11$;
3) $a_1 = 4$; $\quad d = -\frac{1}{4}$; $\quad n = 13$;
4) $a_1 = -1{,}6$; $\quad d = -0{,}2$; $\quad n = 23$.

862. Найти сумму членов арифметической прогрессии, в которой:

1) $a_1 = 1$; $\quad d = 3$; $\quad n = 12$;
2) $a_1 = 100$; $\quad d = -2$; $\quad n = 50$;
3) $a_1 = -10$; $\quad d = 5$; $\quad n = 25$;
4) $a_1 = -10$; $\quad d = -2$; $\quad n = 6$;
5) $a_1 = 2$; $\quad d = -\frac{4}{9}$; $\quad n = 10$;
6) $a_1 = 5{,}2$; $\quad d = 0{,}4$; $\quad n = 43$.

863. 1) Определить сумму всех натуральных чисел: а) от 1 до 100; б) от 1 до n.

2) Доказать, что $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 10 + 9 + 8 + \ldots + 2 + 1 = 10^2$.

864. Найти сумму всех чётных натуральных чисел до 100 включительно.

865. Определить сумму всех нечётных натуральных чисел от 13 до 81 включительно.

866. Вычислить сумму всех двузначных натуральных чисел.

867. 1) Найти n-е нечётное число и сумму n нечётных чисел натурального ряда.

2) Найти n-е чётное число и сумму n чётных чисел.

868. Между числами 7 и 35 поместить 6 чисел, которые с данными числами составили бы арифметическую прогрессию.

869. Найти 5 чисел, которые следует поместить между числами 1 и 25 так, чтобы получилась арифметическая прогрессия.

870. Между каждыми двумя последовательными членами ряда 2, 14, 26 вставить по 5 средних арифметических. Составить искомый ряд.

871. Между числами a и b поместить m чисел, которые с данными числами составили бы арифметическую прогрессию. Определить три первых члена этой прогрессии.

872. Определить разность и сумму членов арифметической прогрессии, в которой:

1) $a_1 = 5$; $a_n = 105$; $n = 26$;
2) $a_1 = -10$; $a_n = -20$; $n = 6$;
3) $a_1 = \frac{3}{4}$; $a_n = 3\frac{7}{8}$; $n = 26$;
4) $a_1 = a$; $a_n = 9a + 8b$; $n = 9$.

873. Определить первый член и сумму членов арифметической прогрессии, в которой:

1) $d = 10$; $n = 45$; $a_n = 459$;
2) $d = 2$; $n = 15$; $a_n = -10$;
3) $d = -\frac{1}{4}$; $n = 13$; $a_n = 1$;
4) $d = 1 + q$; $n = 28$; $a_n = 28 + 27q$.

874. Определить число членов и сумму членов арифметической прогрессии, в которой:

1) $a_1 = 0$; $d = \frac{1}{2}$; $a_n = 5$;
2) $a_1 = -4{,}5$; $d = 5{,}5$; $a_n = 100$;
3) $a_1 = -37\frac{1}{2}$; $d = 4$; $a_n = 46\frac{1}{2}$;
4) $a_1 = 14{,}5$; $d = 0{,}7$; $a_n = 32$.

875. Решить следующие задачи, где по трём известным величинам требуется определить две неизвестные:

№	a_1	d	n	a_n	S_n	№	a_1	d	n	a_n	S_n
1	1,5			54	999	7		3	31		0
2	0,2			5,2	137,7	8		$\frac{1}{3}$	37		$209\frac{2}{3}$
3	-28		9		0	9	-9	$\frac{1}{2}$			-75
4	0,7		30		108	10	$\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{3}$			$-158\frac{2}{3}$
5			14	140	1050	11		2,5		27	157,5
6			10	-37	-55	12		0,3		50,3	2551,3

876. В каждом из номеров следующей таблицы две величины принять за неизвестные и определить их по трём остальным данным (проверить таблицу).

№	a_1	d	n	a_n	S_n
1	1	$\frac{2}{3}$	100	67	3400
2	0	0,5	11	5	27,5
3	-6	$\frac{3}{4}$	30	$15\frac{3}{4}$	$146\frac{1}{4}$
4	-38	2	15	-10	-360

877. Четвёртый член арифметической прогрессии равен 10, а седьмой член её равен 19. Найти первый член и разность этой прогрессии.

878. Сумма всех членов арифметической прогрессии равна 28, третий член её равен 8, четвёртый 5. Найти крайние члены и число членов этой прогрессии.

879. Сумма второго и четвёртого членов арифметической прогрессии равна 16, а произведение первого и пятого членов её равно 28. Найти первый член и разность этой прогрессии.

880. Найти первый член и разность арифметической прогрессии, в которой:

1) $a_2 + a_5 - a_3 = 10$,
$a_1 + a_6 = 17$;

2) $S_2 - S_4 + a_2 = 14$,
$S_3 + a_3 = 17$;

3) $5a_1 + 10a_5 = 0$,
$S_4 = 14$.

881. Определить первый член, разность и число членов арифметической прогрессии, в которой:

1) $a_n = 55$,
$a_2 + a_5 = 32,5$,
$S_{15} = 412,5$;

2) $S_3 = 30$,
$S_5 = 75$,
$S_n = 105$.

882. Определить первый член и разность арифметической прогрессии, в которой:

1) $a_7 - a_3 = 8$,
$a_2 \cdot a_7 = 75$;

2) $a_4 : a_6 = -1$,
$a_2 \cdot a_8 = -1$;

3) $a_4^2 + a_{12}^2 = 1170$,
$a_7 + a_{15} = 60$.

883. 1) Найти сумму $m+n$ членов арифметической прогрессии, в которой m-й член равен n, а n-й член равен m.

2) Найти сумму n первых членов арифметической прогрессии, в которой n-й член равен $a \cdot n + n \cdot (-1)^n$.

3) Найти сумму n первых членов арифметической прогрессии, в которой $(m+1)$-й член равен $2m+1$.

884. Найти x из уравнения:

1) $1+4+7+\ldots+x=117$;
2) $1+7+13+\ldots+x=280$;
3) $(x+1)+(x+4)+(x+7)+\ldots+(x+28)=155$.

885. Написать первых три члена арифметической прогрессии, для которой общий член выражается формулой:

1) $a_n=\frac{3n-1}{6}$; 2) $a_n=\frac{5n+7}{3}$; 3) $a_n=\frac{8n-3}{5}$.

886. Написать первых три члена арифметической прогрессии, у которой сумма любого числа членов выражается формулой:

1) $s_n=5n^2+3n$; 2) $s_n=7n^2-5n$; 3) $s_n=3n^2$.

887. 1) Доказать, что если числа $\frac{1}{b+c}$; $\frac{1}{c+a}$; $\frac{1}{b+a}$ составляют арифметическую прогрессию, то числа a^2, b^2, c^2 тоже составят арифметическую прогрессию.

2) Доказать, что если числа a, b, c составляют арифметическую прогрессию, то

$$3(a^2+b^2+c^2)=6(a-b)^2+(a+b+c)^2.$$

888. Свободно падающее тело проходит в первую секунду 4,9 *м*, а в каждую следующую секунду на 9,8 *м* более, чем в предыдущую[1]).

Определить:

1) какое расстояние пройдёт падающее тело за 12 сек.;

2) сколько секунд будет падать тело с высоты 1960 *м*.

889. Камень, падая с поверхности земли в шахту, достиг её дна через 5 сек. Найти глубину шахты.

890. Сколько секунд будет лететь вертикально вверх пуля, если в первую секунду она пролетела 300 *м*, а в каждую следующую секунду пролетала на 9,8 *м* меньше, чем в предыдущую?

---

[1]) Сопротивление воздуха не учитывается.

891. Сколько ударов сделают часы в течение суток, если они отбивают только число целых часов от 1 до 12?

892. С 1 по 12 июля включительно температура воздуха ежедневно поднималась на $\frac{1}{2}$ градуса. Зная, что средняя температура за это время оказалась равной $18\frac{3}{4}$ градуса, определить температуру воздуха 1 июля.

893. Предполагается, что при углублении на каждые 30,5 *м* внутренняя температура земли возрастает на 1° С. Если на поверхности земли температура равна 10° С, то:

1) какова температура будет на глубине 1000 *м*?

2) на какой глубине температура достигнет точки кипения воды?

894. Определить число сторон многоугольника, у которого число градусов, содержащихся в последовательных внутренних углах его, составляет арифметическую прогрессию с первым членом 120° и разностью 5°.

895. Доказать, что если a, b и c суть три последовательных члена арифметической прогрессии, то между ними существует соотношение:

$$a^2+8bc=(2b+c)^2.$$

896. Во сколько часов велосипедист проедет 54 *км*, если в первый час он проезжает 15 *км*, а в каждый следующий час на 1 *км* меньше, чем в предыдущий?

897. Амфитеатр состоит из 10 рядов, причём в каждом следующем ряду на 20 мест больше, чем в предыдущем, а в последнем ряду 280 мест. Сколько человек вмещает амфитеатр?

898. Поезд, отходя от станции, равномерно увеличивает скорость и через 11 мин. достигает скорости 30 *км* в час. Найти ускорение поезда в минуту.

899. Шары расположены в форме треугольника так, что в первом ряду 1 шар, во втором 2, дальше 3 шара и т. д. Во сколько рядов размещены шары, если число их равно 15?

900. Отец дарит каждому из своих сыновей в день его рождения, начиная с пяти лет, столько книг, сколько сыну лет. Лета пяти сыновей составляют арифметическую прогрессию, разность которой равна 3. Сколько лет было каждому сыну, когда у них составилась библиотека в 325 книг?

901. Брёвна сложены в груду следующим образом: в нижнем слое уложено 15 брёвен, брёвна второго слоя уложены на промежутки нижнего слоя и т. д. Последний ряд составляет 1 бревно. Определить число брёвен в этой груде.

902. Шар, движущийся по наклонной плоскости, проходит в первую секунду 0,5 *м*, а в каждую следующую секунду — на 0,8 *м* больше, чем в предыдущую. Найти расстояние, пройденное шаром в течение 10 сек.

903. Из пункта A выехал велосипедист, который в первый час проехал 10 *км*, а в каждый следующий час проезжал на 1 *км* больше, чем в предыдущий. Одновременно вслед за ним из пункта B, находящегося от A на расстоянии 7,5 *км*, выехал второй велосипедист, который в первый час проехал 12 *км*, а в каждый следующий час проезжал на 1,5 *км* больше, чем в предыдущий. Определить, через сколько часов второй велосипедист догонит первого.

904. Два тела, находясь на расстоянии 153 *м* друг от друга, движутся навстречу одно другому. Первое тело проходит 10 *м* в сек., а второе в первую секунду прошло 3 *м* и в каждую следующую на 5 *м* больше, чем в предыдущую. Через сколько секунд они встретятся?

905. Периметр некоторого многоугольника равен 158 *см*, причём длины сторон его составляют арифметическую прогрессию, разность которой 3 *см*. Наибольшая сторона многоугольника равна 44 *см*. Сколько сторон имеет многоугольник?

906. Могут ли стороны прямоугольного треугольника образовать арифметическую прогрессию?

907. Могут ли стороны и периметр треугольника образовать арифметическую прогрессию?

908. Из пункта A движется в одном и том же направлении тело, проходя в первую минуту 3 *м*, а в каждую из следующих минут на 6 *м* больше, чем в предыдущую. Через 5 мин. после выхода первого тела из того же пункта A выходит другое тело и движется в направлении, противоположном первому, проходя в первую минуту 54 *м*, а в каждую следующую минуту на 3 *м* больше, чем в предыдущую. Через сколько минут (после выхода второго тела) тела будут находиться на равном расстоянии от пункта A?

909. Два тела, выйдя одновременно, движутся навстречу друг другу из двух пунктов, находящихся на расстоянии 200 *м*. Первое тело проходит по 12 *м* в сек., а второе тело в первую секунду прошло 20 *м* и в каждую следующую секунду проходит на 2 *м* меньше, чем в предыдущую. Через сколько секунд тела встретятся?

910. На складе имелся некоторый запас угля. В первый день со склада было отпущено a тонн угля, а в каждый следующий день отпускалось на d тонн больше, чем в предыдущий, и таким образом весь запас угля был отпущен в некоторое число дней. Если бы ежедневно отпускали по b тонн угля, то весь запас был бы отпущен на c дней скорее, чем на самом деле. Сколько тонн угля было на складе и во сколько дней был отпущен весь уголь? Решить задачу в общем виде и вычислить ответ при $a=33$, $b=75$, $c=2$, $d=6$.

911[1]. Сферические ядра сложены в пирамидальную кучу следующим образом: нижний слой ядер образует квадрат, в каждой стороне которого 10 ядер; на этот слой помещён в промежутках между ядрами второй квадратный слой, содержащий в каждой стороне 9 ядер, и так далее до верхнего слоя, в котором находится 1 шар. Определить, сколько ядер в такой куче.

§ 32. Геометрическая прогрессия.

912. 1) Показать, что числовая последовательность, общий член которой выражается формулой

$$a_n=\frac{3}{5}\cdot 2^n,$$

образует геометрическую прогрессию.

Дать на числовой оси геометрическое изображение первых пяти членов этой прогрессии.

2) Выполнить то же задание относительно числовой последовательности, общий член которой:

$$\text{а) } a_n=\frac{5}{2^n}; \quad \text{б) } a_n=\left(-\frac{1}{2}\right)^n.$$

913. (Устно.) Найти знаменатель геометрической прогрессии, если:

1) $a_1=12$; $a_2=9$; 2) $a_4=20$; $a_5=30$;

3) $a_8=-40$; $a_9=-80$; 4) $a_3=\sqrt{2}$; $a_4=2$;

5) $a_n=\sqrt{\frac{3}{2}}$; $a_{n+1}=\sqrt{\frac{2}{3}}$.

914. Написать 4-й и 5-й члены геометрической прогрессии, первые три члена которой следующие числа:

1) $\div\div 6,\ 18,\ 54,\ \ldots$; 2) $\div\div 2,\ 1,\ \frac{1}{2},\ \ldots$;

3) $\div\div \frac{2}{3},\ \frac{1}{2},\ \frac{3}{8},\ \ldots$; 4) $\div\div \sqrt{2},\ 1,\ \frac{\sqrt{2}}{2},\ \ldots$.

5) Вычислить пятый член геометрической прогрессии, в которой первый член равен 3, а знаменатель прогрессии 2.

915. Вычислить шестой член геометрической прогрессии:

1) $\div\div 5, 10, 20, \ldots$; 2) $\div\div 8, 4, 2, \ldots$;

3) $\div\div 1\,200, 120, 12, \ldots$; 4) $\div\div 5\frac{5}{8}, -3\frac{3}{4}, 2\frac{1}{2}, \ldots$.

916. Восьмой член геометрической прогрессии равен 256, знаменатель прогрессии 4. Найти первый член этой прогрессии.

917. Найти первый член геометрической прогрессии, в которой:

1) $a_8 = 384$; $q = 2$; 2) $a_9 = \frac{4}{9}$; $q = -\frac{1}{3}$.

918. Найти сумму членов геометрической прогрессии, в которой:

1) $a_1 = 3$; $q = 2$; $n = 6$;

2) $a_1 = 8$; $q = \frac{1}{2}$; $n = 5$;

3) $a_1 = \frac{1}{2}$; $q = -\frac{1}{3}$; $n = 6$;

4) $a_1 = 2{,}5$; $q = 1{,}5$; $n = 5$.

919. Определить знаменатель и сумму членов геометрической прогрессии, в которой:

1) $a_1 = 2$; $n = 7$; $a_7 = 1458$;

2) $a_1 = 1{,}5$; $n = 4$; $a_4 = 96$;

3) $a_1 = 74\frac{2}{3}$; $n = 6$; $a_6 = 2\frac{1}{3}$;

4) $a_1 = -1{,}5$; $n = 4$; $a_4 = 96$.

920. Определить первый член и сумму членов геометрической прогрессии, в которой:

1) $q = 4$; $n = 7$; $a_7 = 1024$;

2) $q = 2\frac{1}{2}$; $n = 6$; $a_6 = 3125$;

3) $q = \frac{1}{2}$; $n = 10$; $a_{10} = 7$;

4) $q = \frac{3}{4}$; $n = 5$; $a_5 = 1\frac{115}{128}$.

921. Определить первый и последний члены геометрической прогрессии, в которой:

1) $n = 8$; $q = 2$; $S_8 = 765$;

2) $n = 5$; $q = \frac{1}{2}$; $S_5 = 3\frac{7}{8}$;

3) $n=4$; $q=\frac{2}{3}$; $S_4=65$;

4) $n=12$; $q=2$; $S_{12}=4095$.

922. Определить число членов геометрической прогрессии, в которой:

1) $a_1=3$; $a_n=96$; $S_n=189$;

2) $a_1=2$; $a_n=\frac{1}{8}$; $S_n=3\frac{7}{8}$;

3) $a_1=1$; $a_n=-512$; $S_n=-341$;

4) $q=2$; $a_n=96$; $S_n=189$.

923. Между числами 9 и 243 поместить два числа, которые образовали бы вместе с данными числами геометрическую прогрессию.

924. Между числами 160 и 5 поместить четыре средних геометрических.

925. Между числами 1 и 7 поместить шесть средних геометрических.

926. В следующих задачах по трём данным величинам определить две остальные:

№	a_1	q	n	a_n	S_n	№	a_1	q	n	a_n	S_n
1	1	3	10			5	$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{128}$	$\frac{127}{128}$
2		$\frac{1}{2}$	8	2		6	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{6561}$	
3	2		7	1458		7		-2	19	262144	
4		3		567	847	8		-3	4	121,5	

927. Определить первый член и знаменатель геометрической прогрессии, в которой:

1) $a_3-a_1=15$,
$a_4-a_2=6$;

2) $a_2+a_5-a_4=10$,
$a_3+a_6-a_5=20$.

928. Определить первый член, знаменатель и число членов геометрической прогрессии, в которой:

1) $a_7-a_5=48$,
$a_6+a_5=48$,
$S_n=1023$;

2) $a_6-a_4=216$,
$a_3-a_1=8$,
$S_n=40$.

929. Найти геометрическую прогрессию, состоящую из 6 членов, зная, что сумма трёх первых её членов равна 168, а сумма трёх последних 21.

930. Определить 4 числа, составляющие убывающую геометрическую прогрессию, зная, что сумма крайних членов этой прогрессии 27, а сумма средних 18.

931. Найти три числа, образующие возрастающую геометрическую прогрессию, зная, что сумма их 26, а сумма квадратов этих чисел 364.

932. Доказать, что во всякой геометрической прогрессии произведение членов, равноудалённых от начала и от конца её, есть величина постоянная, равная произведению крайних членов.

933. Вывести формулу произведения n членов геометрической прогрессии.

934. Вычислить произведение первых шести членов прогрессии: 1, 4, 16... .

935. Найти арифметическую и геометрическую прогрессии, если известно, что первый член каждой прогрессии равен единице, третьи члены обеих прогрессий равны между собой, а 21-й член арифметической прогрессии равен пятому члену геометрической.

936. Первый член арифметической прогрессии и первый член геометрической — равны. Первый член арифметической прогрессии равен 3, а второй член её больше второго члена геометрической на 6; третьи члены прогрессий одинаковы. Найти эти прогрессии, если все члены обеих прогрессий положительны.

937. Сумма трёх чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна 30. Если от первого числа отнять 5, от второго 4, а третье число оставить без изменения, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найти эти числа.

938. Три положительных числа, дающие в сумме 21, составляют арифметическую прогрессию. Если к ним соответственно прибавить 2, 3 и 9, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найти эти числа.

939. Три положительных числа, составляющие арифметическую прогрессию, дают в сумме 15. Если к первому и второму из них прибавить по единице, а к третьему числу прибавить 4, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найти эти числа.

940. Сумма трёх чисел, составляющих геометрическую прогрессию, равна 65. Если от меньшего из этих чисел отнять 1, а от большего 19, то полученные три числа составят арифметическую прогрессию. Найти эти числа.

941. Сумма трёх чисел, составляющих возрастающую геометрическую прогрессию, равна 26. Если к этим числам прибавить соответственно 1, 6 и 3, то вновь полученные числа составят арифметическую прогрессию. Найти эти числа.

942. Найти четыре целых числа, из которых первые три составляют арифметическую, а последние три геометрическую прогрессию; известно, что сумма двух крайних чисел равна 37, а сумма двух средних 36.

943. Четыре числа составляют арифметическую прогрессию. Если из них вычесть соответственно 2, 6, 7 и 2, то вновь полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найти эти числа.

944. Четыре числа составляют геометрическую прогрессию. Если из них вычесть соответственно 2, 1, 7 и 27, то вновь полученные числа составят арифметическую прогрессию. Найти эти числа.

945. Из сосуда, наполненного 20 *л* спирта, отливают 1 *л* и дополняют сосуд водой, потом отливают 1 *л* смеси и опять дополняют сосуд водой; подобным образом поступают в третий, в четвёртый раз и т. д. Сколько спирта останется в сосуде после десяти таких отливаний?

946. В сосуде имеется 50 *л* спирта крепостью в 80°. Определить, сколько литров чистого спирта будет в этом сосуде, если из него 20 раз отливать по 1 *л* жидкости и каждый раз добавлять по 1 *л* воды.

947. Некто сообщил новость двум своим знакомым; каждый из них сообщил её тоже двум знакомым и т. д. Полагая, что на каждое сообщение требуется полчаса и что новость сообщают всё новым лицам, определить, через сколько времени всё население города, состоящее из 2 млн. человек, узнает о новости.

948. Каждое движение поршня разрежающего насоса удаляет из сосуда $\frac{1}{8}$ находящегося там воздуха. Определить давление воздуха после двадцатого движения поршня, если первоначальное давление было равно 760 *мм*.

949. Дана прогрессия: a_1; a_2; ... ; a_n.

Образуют ли прогрессию следующие числа, если данная прогрессия: а) арифметическая? б) геометрическая?

1) $a_1, a_3, \ldots, a_{2n+1}$; 2) $a_2, a_4, \ldots, a_{2n}$;

3) $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \ldots, \frac{1}{a_n}$; 4) $2a_1, 2a_2, \ldots, 2a_n$;

5) $\sqrt{a_1}, \sqrt{a_2}, \ldots, \sqrt{a_n}$.

950*. 1) Найти сумму n первых членов числовой последовательности, если n-й член её равен na^{n-1}.

2) Найти сумму n первых членов числовой последовательности, если n-й член её равен $a^n(a^n-1)$.

§ 33. Предел числовой последовательности.

951. Общий член бесконечной числовой последовательности выражается формулой:

$$a_n=\frac{n+1}{2}.$$

1) Вычислить первые пять членов этой последовательности, дать на числовой оси геометрическое изображение их и показать, что данная последовательность неограниченно возрастает.

2) Найти порядковый номер того члена данной последовательности, начиная с которого все следующие члены будут больше 1000; 10 000; 1 000 000.

3) Показать, что следующие последовательности возрастают неограниченно:

$$\text{а) } a_n=\frac{3n-100}{1000}; \quad \text{б) } a_n=\frac{n^2+1}{n}.$$

952. Дана бесконечная числовая последовательность, общий член которой выражается формулой: $a_n=\frac{2n+1}{2n+3}$.

Показать, что эта последовательность возрастает и ограничена. Дать на числовой оси графическое изображение первых пяти членов этой последовательности.

953. Общий член бесконечной числовой последовательности выражается формулой:

$$a_n=-3n^2+10.$$

1) Вычислить несколько первых членов этой последовательности и показать, что она убывает.

2) Найти порядковый номер того члена данной последовательности, начиная с которого все следующие члены будут меньше (-2000); $(-24\,897)$; $(-1\,249\,876)$.

3) Показать, что следующие последовательности убывают неограниченно:

$$\text{а) } a_n=-5n+6; \quad \text{б) } a_n=-2^n+1.$$

954. Общий член бесконечной числовой последовательности выражается формулой:

$$a_n=\frac{n+1}{n}.$$

1) Вычислить первые пять членов этой последовательности и дать геометрическое изображение их на числовой оси.

2) Показать, что данная последовательность убывает и ограничена.

955. Даны следующие бесконечные числовые последовательности:

а) $1,\ 1\cdot 2,\ 1\cdot 2\cdot 3,\ \ldots$.

б) $1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \ldots$.

в) $1,\ -\frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ -\frac{1}{4},\ \ldots$.

г) $\frac{1}{3},\ \frac{3}{5},\ \frac{5}{7},\ \frac{7}{9},\ \ldots$.

д) $+2,\ -1,\ -4,\ \ldots$.

1) Написать формулу для общего члена каждой из данных последовательностей.

2) Вычислить первые пять членов каждой последовательности и дать на числовой оси их геометрическое изображение.

3) Показать, какая из данных последовательностей: а) неограниченно возрастает; б) неограниченно убывает; в) возрастает и ограничена; г) убывает и ограничена; д) колеблется.

956. В данную окружность вписываются путём неограниченного удвоения числа сторон правильные треугольник, шестиугольник, двенадцатиугольник и т. д.

1) Доказать, что периметры данных многоугольников составляют возрастающую числовую последовательность, ограниченную сверху.

2) Длины сторон данных многоугольников составляют убывающую числовую последовательность, ограниченную снизу.

3) Определить вид бесконечной числовой последовательности, образуемой: а) апофемами данных многоугольников; б) величинами центральных углов данных многоугольников; в) величинами внутренних углов многоугольников.

957. Дана бесконечная числовая последовательность:

$$1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \ldots,\ \frac{1}{n}.$$

1) Дать на числовой оси геометрическое изображение первых пяти членов этой последовательности и показать, что данная последовательность убывает и ограничена (снизу).

2) Найти номер того члена данной последовательности, начиная с которого все следующие члены последовательности будут меньше: а) 0,001; б) 0,0001; в) 0,000001; г) 0,0000001.

3) Показать, что каким бы малым ни было взято число $\varepsilon > 0$, всегда можно найти номер того члена данной последовательности, начиная с которого все следующие члены последовательности будут меньше ε.

958. Отрезок OS, равный 1, делится в точке A пополам; далее отрезок AS делится пополам в точке B; затем BS делится пополам в точке C и т. д.

1) Найти длины отрезков OA, OB, OC, OD и т. д.

2) Показать, что, при неограниченном продолжении описанного процесса деления отрезка OS, длины отрезков OA, OB, OC, OD и т. д. составляют бесконечную числовую последовательность, общий член которой выражается формулой:

$$a_n = \frac{2^n - 1}{2^n}.$$

3) Доказать, что разность между 1 и любым членом a_n последовательности равна $\frac{1}{2^n}$, где n — порядковый номер члена последовательности.

4) Найти номер того члена последовательности, начиная с которого разность между 1 и каждым из следующих за ним членов последовательности будет меньше: а) 0,01; б) 0,001; в) 0,0001; г) 0,00001.

5) Показать,, что каким бы малым ни было задано число $\varepsilon > 0$, всегда можно найти номер того члена последовательности, начиная с которого разность между единицей и каждым из следующих за ним членов последовательности будет меньше ε.

959. Дать геометрическое изображение первых членов бесконечной последовательности, формула общего члена которой

$$a_n = \frac{(-1)^n}{n}.$$

Доказать, что для данной последовательности выполняется при достаточно больших значениях n неравенство $|a_n| < \varepsilon$, где ε — как угодно малое положительное число.

960. 1) Доказать, что пределом величины внутреннего угла правильного многоугольника при неограниченном увеличении числа его сторон является угол в 180°.

2) Доказать, что пределом величины центрального угла правильного многоугольника при неограниченном увеличении числа его сторон является угол в нуль градусов.

961. Доказать, что следующие бесконечные числовые последовательности имеют указанные пределы:

1) $\lim \frac{n+2}{n} = 1$; 2) $\lim \frac{2n-4}{n} = 2$;

3) $\lim \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$; 4) $\lim \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2^n}$.

962. Определить, какие из следующих бесконечных числовых последовательностей имеют предел:

1) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{2^n}$;

2) $1, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \ldots, \frac{2n-1}{n}$;

3) $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \ldots, \frac{2n-1}{2}$;

4) $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \ldots, \left(\frac{2}{3}\right)^n$;

5) $\frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \ldots, \left(\frac{3}{2}\right)^n$;

6) $-1, 1, -1, \ldots, (-1)^n$;

7) $\frac{7}{1}, \frac{11}{3}, \frac{15}{5}, \ldots, \frac{4n+3}{2n-1}$;

8) $1, \frac{1}{1\cdot 2}, \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}, \ldots, \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\ldots n}$;

9) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots, \frac{n}{n+1}$;

10) $\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \ldots, \frac{n+1}{n}$.

Дать на числовой оси геометрическое изображение данных последовательностей.

963. Найти предел каждой из следующих бесконечных числовых последовательностей:

1) $a_n = \frac{n}{n+2}$; 2) $a_n = \frac{3n-1}{n}$;

3) $a_n = \frac{3n+1}{3n-1}$; 4) $a_n = \frac{5n+1}{n}$.

964. Даны две бесконечные последовательности:

а) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots, \frac{n}{n+1}$; б) $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \ldots, \frac{n+1}{n}$.

1) Составить новую бесконечную последовательность, каждый член которой был бы равен сумме двух соответствующих членов данных последовательностей.

2) Показать, что предел полученной последовательности равен сумме пределов данных последовательностей.

3) Показать, что предел разности, произведения и частного данных последовательностей равен соответственно разности, произведению и частному пределов этих последовательностей.

965. Даны две бесконечные числовые последовательности:

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots,\ a_n \text{ и } b_1,\ b_2,\ b_3,\ \ldots,\ b_n,$$

причём

$$\lim a_n = \frac{1}{2},\quad \lim b_n = \frac{3}{4}.$$

Найти пределы следующих бесконечных числовых последовательностей:

1) $\lim (a_n + b_n)$; 2) $\lim (a_n - b_n)$; 3) $\lim (a_n \cdot b_n)$;

4) $\lim \frac{a_n}{b_n}$; 5) $\lim \left(2a_n + \frac{b_n}{3}\right)$; 6) $\lim \frac{4a_n - 5b_n}{2b_n}$;

7) $\lim \frac{3a_n^2 + a_n - 1}{b_n + 1}$; 8) $\lim \frac{b_n^2 - 2b_n + 3}{4a_n^2 + 8a_n - 2}$.

966. Найти пределы следующих бесконечных числовых последовательностей:

1) $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\frac{1}{n} + 3\right)$; 2) $\lim\limits_{n \to \infty} \left(5 \cdot \frac{n+1}{n}\right)$;

3) $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\frac{2}{n} + \frac{4n-1}{n}\right)$; 4) $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\frac{5n+1}{2n-1} - \frac{3}{2^n}\right)$.

§ 34. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

967. Найти сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

1) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots$; 2) $16,\ 4,\ 1, \ldots$;

3) $6\frac{2}{3}, 1\frac{1}{3}, \frac{4}{15}, \ldots$; 4) $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \ldots$;

5) $1\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \ldots$; 6) $3\sqrt{2},\ \sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \ldots$.

968. 1) $\sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}, \ldots$;

2) $\sqrt{5}, \sqrt{\frac{1}{5}}, \frac{1}{5}\sqrt{5}, \ldots$; 3) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}, 1, \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}, \ldots$;

4) $1,\ x,\ x^2 \ldots$ при $|x| < 1$.

969. Найти первый член бесконечно убывающей геометрической прогрессии, в которой:

1) сумма четырёх членов равна $33\frac{3}{4}$, а сумма прогрессии 36;

2) сумма прогрессии равна 729, а второй член 162;

3) сумма прогрессии равна 14,4, а знаменатель прогрессии $\frac{3}{8}$;

4) сумма прогрессии равна 10,8, а знаменатель её $\frac{2}{9}$.

970. 1) Найти знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии, в которой первый член равен 66, а сумма прогрессии 110.

2) Найти четвёртый член бесконечно убывающей геометрической прогрессии, в которой знаменатель равен 0,4, а сумма прогрессии равна $33\frac{1}{3}$.

971. 1) Найти сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии, в которой второй член равен $1\frac{2}{3}$, а знаменатель прогрессии $\frac{2}{3}$.

2) Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 12,5, а сумма первого и второго членов её 12. Найти эту прогрессию.

972. Каждую из следующих периодических десятичных дробей представить в виде суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии и определить предел этой суммы:

1) 0,444...; 2) 0,131313... ; 3) 0,523523523...; 4) 15,666....

973. Каждую из следующих смешанных периодических дробей разбить на две части так, чтобы одна из частей представляла сумму членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии, и вычислить предел полученной суммы:

1) 0,5777...; 2) 0,4353535...; 3) 0,13888...; 4) 2,6444....

974. Найти сумму ряда:

1) $\frac{2}{5}+\frac{3}{5^2}+\frac{2}{5^3}+\frac{3}{5^4}+\ldots$;

2) $\frac{3}{7}+1+\frac{9}{49}-\frac{1}{3}+\frac{27}{243}+\frac{1}{9}+\ldots$;

3) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}+\ldots+\frac{1}{(n-1)n}$.

Указание. Каждую дробь представить в виде разности, например:

$$\frac{1}{1\cdot 2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2};\ \frac{1}{2\cdot 3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3} \text{ и т. д.}$$

975. В равносторонний треугольник со стороной a вписан посредством соединения середин его сторон новый треугольник; в этот треугольник тем же способом вписан новый треугольник и так далее до бесконечности. Найти предел:

1) суммы периметров этих треугольников;

2) суммы их площадей.

976. В квадрат со стороной a вписан посредством соединения прямыми середин его сторон новый квадрат; в этот квадрат таким же образом вписан квадрат и так далее до бесконечности. Найти предел суммы периметров этих квадратов и предел суммы их площадей.

977. Дан квадрат с диагональю, равной 5 *см*; сторона этого квадрата принимается за диагональ второго квадрата; сторона второго квадрата — за диагональ нового квадрата и т. д. до бесконечности. Определить предел суммы площадей всех этих квадратов.

978. Дан равносторонний треугольник, сторона которого равна a. Из высот этого треугольника строится новый правильный треугольник, из высот второго треугольника строится ещё треугольник и т. д. до бесконечности. Определить предел суммы площадей всех построенных таким образом треугольников и предел суммы их периметров.

979. В круг, радиус которого равен R, вписан квадрат; в квадрат вписан круг, в этот круг вписан второй квадрат и т. д. до бесконечности. Определить предел суммы площадей всех кругов и предел суммы площадей всех квадратов.

980. Дан правильный треугольник, сторона которого равна a. В треугольник вписан круг, в круг вписан снова правильный треугольник, в треугольник — круг и т. д. до бесконечности. Определить предел суммы площадей всех кругов и предел суммы длин всех окружностей.

981. На стороне угла в 45° взята точка на расстоянии a от вершины. Из этой точки опущен перпендикуляр на вторую сторону, из основания этого перпендикуляра — новый перпендикуляр на первую сторону и т. д. до бесконечности. Найти предел суммы длин этих перпендикуляров [1]).

---

[1]) Задачи для повторения, для контрольных и самостоятельных работ учащихся по разделу „Последовательности чисел“ помещены в главе X.

ГЛАВА VIII.

ОБОБЩЕНИЕ ПОНЯТИЯ О ПОКАЗАТЕЛЕ СТЕПЕНИ.

§ 35. Отрицательный и нулевой показатели степени.

Вычислить (№ 982—988 устно):

982. 1) 2^{-2}; 2) 3^{-2}; 3) 2^{-3}; 4) 8^{-1}.

983. 1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$; 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$; 3) $\left(\frac{5}{6}\right)^{-4}$; 4) $(0{,}3)^{-3}$.

984. 1) $(-8)^{-2}$; 2) $\left(-\frac{1}{12}\right)^{-1}$; 3) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^{-3}$; 4) $(-1)^{-6}$.

985. 1) $(-156)^0$; 2) $\left(\frac{4}{9}\right)^0$; 3) $(-0{,}15)^0$; 4) $(1{,}5)^0$.

986. 1) -5^{-1}; 2) -10^{-2}; 3) -5^{-3}; 4) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}$.

987. 1) $-0{,}25^{-1}$; 2) $8\cdot 4^{-2}$; 3) $25\cdot 5^{-3}$; 4) $32\cdot 4^{-4}$.

988. 1) $4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$; 2) $4^{-2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; 3) $5^{-5}\cdot(0{,}1)^{-4}$;

4) $\left[5-3\cdot\left(\frac{4}{15}\right)^0\right]^{-2}$.

989. 1) $\left[\frac{3}{4}-\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right]^{-1}$; 2) $\frac{5^2\cdot 5^{-1}-8^0}{2^{-2}}$;

3) $\frac{4^{-1}-3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{5-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}$; 4) $\frac{2^{-1}-\left(\frac{3}{4}\right)^{-4}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2}{10^{-1}+\left(-\frac{1}{8}\right)^0}$.

990. Построить графики следующих функций:

1) $y=x^0$; 2) $y=x^{-2}$; 3) $y=(x-1)^{-2}$; 4) $y=2x^{-1}$.

Представить следующие дроби в виде целых выражений, вводя отрицательные показатели степеней:

991. 1) $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{1}{27}$; 3) $\frac{1}{64}$; 4) $\frac{1}{625}$.

992. 1) 0,01; 2) 0,0001; 3) 0,000001; 4) 0,000000001.

993. 1) $\frac{5}{128}$; 2) $\frac{3}{125}$; 3) $\frac{8}{243}$; 4) $5\frac{3}{32}$.

994. 1) 0,00015; 2) 0,0000023; 3) 0,00000124; 4) 2,000003.

995. 1) $\frac{1}{x^2}$; 2) $\frac{2}{x^5}$; 3) $\frac{a^2}{b^3}$; 4) $\frac{x^3}{y^4}$.

996. 1) $\frac{1}{a^3}$; 2) $\frac{1}{a^n}$; 3) $\frac{x^8}{y^5}$; 4) $\frac{a^n}{b^m}$.

997. 1) $\frac{2n}{3m^2}$; 2) $4x\cdot\frac{1}{y^6}$; 3) $\frac{2}{(a+b)^3}$; 4) $\frac{5xy}{2(x-y)^4}$.

998. 1) $\frac{a+b}{a-b}$; 2) $\frac{1}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}$; 3) $\frac{\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^4}}{\frac{1}{m}-\frac{1}{n}}$; 4) $\frac{\left(\frac{1}{x^5}-\frac{1}{y^4}\right)^3}{\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^4}\right)^4}$.

Представить следующие дроби в виде целых выражений:

999. 1) $\frac{ab}{c^{-2}}$; 2) $\frac{5x^2}{a^{-3}}$; 3) $\frac{a^2b^{-3}}{cd^{-1}}$; 4) $\frac{1}{2a^{-3}b^{-1}c^2}$.

1000. 1) $\frac{5}{(a-b)^{-2}}$; 2) $\frac{3xy}{7(x-y)^{-3}}$; 3) $\frac{2^{-1}(x+y)}{5^{-1}a^{-2}(x-y)^{-2}}$.

1001. 1) $\frac{1}{a^{-n}b^{-m}}$; 2) $\frac{9}{5^{-1}x^3y^{-k}z^{-1}}$; 3) $\frac{5a}{3^{-4}(a-b)^{-n}(a+b)^m}$.

Преобразовать следующие выражения так, чтобы они не содержали отрицательных показателей степеней:

1002. 1) $\frac{2a^{-3}}{b^{-1}}$; 2) $\frac{5^{-1}xy^{-2}}{2^{-1}ab^{-1}}$; 3) $\frac{4a^{-2}b^{-1}}{5x^{-2}y}$; 4) $\frac{m^{-1}n^2}{a^{-3}b}$.

1003. 1) $\frac{3(a-b)^{-2}}{4^{-1}(a+b)^{-1}}$; 2) $\left(\frac{x+y}{x-1}\right)^{-1}$; 3) $\frac{5a(a-b)^{-4}}{b^{-2}(x-y)^{-2}}$.

Выполнить действия:

1004. 1) $a^3\cdot a^{-2}$; 2) $x^4\cdot x^{-1}$; 3) $a^5:a^{-1}$; 4) $a^{-3}:a^{-2}$.

1005. 1) $5a^{-5}\cdot 4a^4$; 2) $\frac{3}{2}ab^{-3}\cdot 6a^{-2}b$; 3) $\frac{3}{4}m^{-2}n^4\cdot 8m^3n^{-2}$.

1006. 1) $6c^2d^4:3c^{-1}d^{-2}$; 2) $\frac{1}{2}p^{-1}q^{-3}:\frac{3}{8}p^{-2}q^{-4}$;

3) $5a^n:\frac{1}{3}a^{-n}$; 4) $0{,}8x^{-1}:0{,}4x^{n-1}$.

1007. 1) $(x^{-4}-x^2+x^{-1}):x^{-1}$;

2) $(ax^2+bx)\cdot x^{-2}$; 3) $(ax^{-3}-bx^{-1}):x^{-4}$;

4) $(a^{-4}+a^{-2}b^{-1}+ab^{-2}-a^0b^{-3})\cdot a^4b^{-4}$.

1008. 1) $(2x+3x^{-1})(3x-2x^{-1})$;

2) $(3m-2n^{-1})(4m^3+5n^{-2})$;

3) $(a^{-2}+a^{-1}+1)(a^{-3}+a)$;

4) $(3p^{-2}-2p^{-1}-p^0)(-4p^2+p^{-1})$.

1009. 1) $(x^2-y^2):(x^{-1}+y^{-1})$;

2) $(x^{-3}+x^{-2}-x^0-x):(x^{-2}+x^{-1}+x^0)$;

3) $(6a^2-10a-6+4a^{-1}):(3a+1-a^{-1})$;

4) $(8m-22+31m^{-1}-20m^{-2}):(2m-3+4m^{-1})$.

1010. 1) $(-a^2)^{-3}$; 2) $(-1)^{2n}$; 3) $(-1)^{2n-1}$.

1011. 1) $\left(\frac{3x^{-1}}{5a^{-2}}\right)^{-1}$; 2) $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^{-1}$;

3) $\left[\left(-\frac{m}{n}\right)^{-3}\right]^{-1}$; 4) $\left(-\frac{5a^{n+1}}{3b^{n}}\right)^{-2}$.

1012. 1) $(a^{-2}+b^{-1})^2$; 2) $(x^{-2}+a^{-3})(x^{-2}-a^{-3})$;

3) $[m-(1-m)^{-1}]\cdot\frac{m(m-2)+m^0}{\frac{1}{m^{-2}}-m+1}$;

4) $\frac{a^{-2}b^{-1}+a^{-1}b^{-2}}{a^{-2}-b^{-2}}+a^3(a^2-2ab+b^2)^{-2}$.

1013. 1) $\sqrt[5]{x^{-10}}$; 2) $\sqrt{a^{-4}b^{-6}}$;

3) $\sqrt[n]{x^{-3n}y^{2n}}$; 4) $(\sqrt[3]{16})^{-2}$.

§ 36. Степени и корни с дробными показателями.

1014. (Устно.) Заменить радикалы выражениями с дробными показателями:

1) $\sqrt{a}$; 2) $\sqrt[3]{x^2}$; 3) $\sqrt[4]{a^3}$;

4) $\sqrt[5]{a^4}$; 5) $\sqrt[n]{a^m}$; 6) $\sqrt[n]{a}$.

1015. 1) $\sqrt[3]{a^{-2}}$; 2) $\sqrt{a^{-1}}$; 3) $\sqrt[4]{a^{-3}}$;

4) $\sqrt{(a+b)^{-1}}$; 5) $\sqrt[7]{(x-y)^{-2}}$; 6) $\sqrt[5]{(m-n)^{-3}}$.

Заменить выражения с дробными показателями радикалами (устно):

1016. 1) $x^{\frac{1}{3}}$; 2) $a^{\frac{1}{2}}$; 3) $m^{\frac{2}{3}}$; 4) $n^{\frac{3}{4}}$.

1017. 1) $c^{\frac{2}{5}}$; 2) $a^{\frac{1}{n}}$; 3) $c^{\frac{n}{2}}$; 4) $a^{-\frac{1}{2}}$.

1018. 1) $a^{-\frac{2}{3}}$; 2) $b^{-0,5}$; 3) $x^{-0,3}$; 4) $m^{-0,75}$.

1019. 1) $a^{-2,5}$; 2) $m^{-1,5}$; 3) $(a+b)^{\frac{1}{2}}$; 4) $(x+y)^{\frac{1}{3}}$.

1020. 1) $(x-y)^{\frac{2}{3}}$; 2) $(x^2+y^2)^{\frac{3}{4}}$; 3) $(a-b)^{-\frac{1}{2}}$;

4) $(p+q)^{-\frac{m}{n}}$.

1021. 1) $x^{\frac{n}{2}}-y^{-\frac{n}{2}}$; 2) $(a^{\frac{1}{n}}+b^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{3}}$;

3) $(a^{\frac{2k}{3}}+a^{-\frac{2k}{3}})^{-1}$; 4) $\left[\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{3b^{-\frac{1}{4}}}\right)^4\right]^{\frac{1}{2}}$.

1022. Построить графики следующих функций:

$$1)\ y=x^{\frac{1}{2}};\ 2)\ y=2x^{\frac{1}{3}};\ 3)\ y=x^{-\frac{1}{2}};\ 4)\ y=(x-1)^{\frac{1}{2}}.$$

Вычислить:

1023. (Устно.)

$$1)\ 25^{\frac{1}{2}};\quad 2)\ 8^{\frac{1}{3}};\quad 3)\ 5\cdot 16^{\frac{1}{4}};$$

$$4)\ 3\cdot 8^{\frac{2}{3}};\quad 5)\ -2\cdot 27^{\frac{1}{3}};\quad 6)\ 2^{-2}\cdot 64^{\frac{1}{2}}.$$

1024. $1)\ 2^{-1}\cdot 64^{\frac{2}{3}};\quad 2)\ 3^{-2}\cdot 81^{\frac{1}{4}};\quad 3)\ 100^{-\frac{1}{2}};$

$$4)\ 81^{-\frac{3}{4}};\quad 5)\ 64^{-\frac{2}{3}};\quad 6)\ \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

1025. $1)\ \left(2\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}};\quad 2)\ \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}};\quad 3)\ (0{,}008)^{-\frac{2}{3}}.$

1026. $1)\ (-0{,}001)^{-\frac{4}{3}};\ 2)\ 3^{\frac{4}{3}}\cdot 9^{2}\cdot 27^{-\frac{5}{6}}\cdot 3^{-\frac{3}{2}};$

$$3)\ 5^{\frac{4}{5}}\cdot 125\cdot 25^{-0{,}4}\cdot 5^{\frac{1}{2}}.$$

Выполнить действия:

1027. (Устно.) $1)\ a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{1}{3}};\ 2)\ a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{\frac{1}{6}};$

$$3)\ x^{\frac{1}{2}}:x^{-\frac{1}{2}};\ 4)\ m\cdot m^{\frac{2}{3}}.$$

1028. $1)\ n:n^{\frac{1}{2}};\quad 2)\ a:a^{-\frac{3}{4}};\quad 3)\ (x^{2}y^{4})^{\frac{5}{2}};\quad 4)\ (x^{5}y^{10})^{\frac{3}{5}}.$

1029. $1)\ x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{1}{4}};\ 2)\ a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{-\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{3}{4}};\quad 3)\ x^{\frac{2}{3}}:\sqrt[3]{x}.$

1030. $1)\ \sqrt[3]{x}:x^{-\frac{2}{3}};\quad 2)\ \sqrt[4]{x}:x^{-\frac{1}{4}};\quad 3)\ a^{\frac{3}{4}}:\sqrt[4]{a}.$

1031. $1)\ a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}}c^{\frac{3}{2}}\cdot a^{-\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}c^{-\frac{3}{2}};$

$$2)\ a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{1}{3}}c^{\frac{5}{6}}\cdot a^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}c^{-\frac{2}{3}};$$

$$3)\ \left(\frac{9x^{2}}{4y^{-2}}\right)^{-\frac{1}{2}};\quad 4)\ \left(\frac{8a^{-3}}{27b^{6}}\right)^{-\frac{1}{3}}$$

1032. 1) $\sqrt[5]{a^{-3}\sqrt{a^{3}}}$; 2) $\sqrt{x^{-3}y^{2}\sqrt{xy}}$;

3) $\sqrt[3]{a^{-\frac{1}{2}}b^{-1}}\cdot a^{\frac{5}{6}}b^{\frac{1}{2}}\sqrt{a^{-1}b^{\frac{2}{3}}}$;

4) $\left[8b^{-\frac{1}{3}}\sqrt{x^{-\frac{1}{3}}b\sqrt[4]{x^{\frac{4}{3}}}}\right]^{\frac{1}{3}}$.

1033. 1) $\sqrt{a\sqrt[3]{b}}:\sqrt[3]{b^{-1}\sqrt{a^{3}}}$; 2) $\sqrt{12a^{-4}b^{3}}:\left[\left(\frac{a^{5}}{3b^{-4}}\right)^{2}\right]^{\frac{1}{4}}$;

3) $\left[\left(x^{\frac{1}{m-n}}\right)^{m-\frac{n^{2}}{m}}\right]^{\frac{m}{m+n}}$;

4) $\left(-\sqrt[3]{x^{0,4}}\right)^{6}+\left(-2\sqrt[5]{x^{0,1}}\right)^{4}-x^{-1}\left(\frac{-3x^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{x^{-0,5}}}\right)^{2}$.

1034. 1) $\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)^{2}$; 2) $\left(x^{\frac{1}{3}}-y^{\frac{1}{3}}\right)^{2}$;

3) $(m^{-\frac{1}{3}}-n^{\frac{2}{3}})^{2}$; 4) $(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}})^{3}$.

1035. 1) $(2x^{\frac{1}{2}}+y^{-\frac{1}{4}})(2x^{\frac{1}{2}}-y^{-\frac{1}{4}})$;

2) $(a^{\frac{2}{3}}-3b^{-1})(a^{\frac{2}{3}}+3b^{-1})$;

3) $(a^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{7}{12}})(a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{5}{12}})$;

4) $(x^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{5}{6}})(x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{1}{6}})$.

1036. 1) $(x^{\frac{3}{2}}-y^{\frac{3}{2}}):(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}})$; 2) $(m^{\frac{3}{2}}+n^{\frac{3}{2}}):(m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}})$;

3) $(15a-3a^{\frac{1}{3}}-2a^{-\frac{1}{3}}+8a^{-1}):(5a^{\frac{2}{3}}+4)$;

4) $(4x^{\frac{2}{3}}-8x^{\frac{1}{3}}-5+10x^{-\frac{1}{3}}+3x^{-\frac{2}{3}}):(2x^{\frac{5}{12}}-x^{\frac{1}{12}}-$
$-3x^{-\frac{1}{4}})$.

1037. 1) $\dfrac{m-n}{m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}}}-\dfrac{m^{\frac{3}{2}}-n^{\frac{3}{2}}}{m-n}$;

2) $\dfrac{1-a^{-\frac{1}{2}}}{1+a^{\frac{1}{2}}}-\dfrac{a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}}{a-1}$; 3) $\dfrac{a-b}{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}}-\dfrac{a+b}{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}}$.

Вычислить:

1038. 1) $\left[4^{-\frac{1}{4}}+\left(\frac{1}{2^{-\frac{3}{2}}}\right)^{-\frac{4}{3}}\right]\left[4^{-0,25}-(2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}}\right]$;

2) $\left[\left(a^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{1}{3}}\right)^{-1}\cdot(a-x)-\frac{a+x}{a^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{1}{3}}}\right]\cdot 2(ax)^{-\frac{1}{3}}$;

3) $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{0}\right]^{-0,5}-7,5\left(\sqrt[-\frac{4}{3}]{4}\right)^{2}-(-2)^{-4}+81^{0,25}$;

4) $0,027^{-\frac{1}{3}}-\left(-\frac{1}{6}\right)^{-2}+256^{0,75}-3^{-1}+5,5^{0}$.

Упростить:

1039. 1) $\left[\frac{\left(a^{\frac{3}{4}}-b^{\frac{3}{4}}\right)\left(a^{\frac{3}{4}}+b^{\frac{3}{4}}\right)}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}-\sqrt{ab}\right]\cdot\frac{2\sqrt{2,5}\,(a+b)^{-1}}{\sqrt[-2]{10}}$;

2) $\left[x(1-x)^{-\frac{2}{3}}+\frac{x^{2}}{(1-x)^{\frac{5}{3}}}\right]:\left[(1-x)^{\frac{1}{3}}\cdot(1-2x+x^{2})^{-1}\right]$;

3) $\left\{1-\left[x(1+x^{2})^{-\frac{1}{2}}\right]^{2}\right\}^{-1}\cdot(1+x^{2})^{-1}\cdot\left[x^{0}(1+x^{2})^{\frac{1}{2}}-\right.$
$\left.-x^{2}(1+x^{2})^{-\frac{1}{2}}\right]$;

4) $\left[\frac{(a-1)^{-1}}{a^{-2}}-(1-a)^{-1}\right]\cdot\frac{a^{0}+a(a-2)}{\frac{1}{a^{-2}}-a+1}:\sqrt{\frac{1}{(a+1)^{-2}}}$.

1040. Упростить выражение $\left(1+\frac{x^{-n}+y^{-n}}{x^{-n}-y^{-n}}\right)^{-2}$ и вычислить его числовое значение при $x=3$; $y=0,75$; $n=\frac{1}{2}$.

1041. Упростить выражение $\frac{a-b}{a^{\frac{3}{4}}+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}}}-\frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}}$ и вычислить его числовое значение при $a=\frac{1}{16}$; $b=\frac{1}{81}$.

1042. Упростить выражение:

$$\frac{a+2a+3a+\ldots+na}{n^{2}-2n-3}-\left(\sqrt{ab}-\frac{ab}{a+\sqrt{ab}}\right):\frac{2\left[(ab)^{\frac{1}{2}}-b\right]}{a-b}.$$

1043. Упростить выражение:

$$\frac{a+(a+1)+(a+2)+\ldots+2a}{a^2+3a+2}+$$
$$+\frac{3\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)}{(a-b)^{0,6}(a+2)}:\left[\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\cdot(a-b)^{-\frac{2}{5}}\right]^{-1}.$$

1044. Доказать тождество:

$$\left\{\left(1+\frac{4}{a-2}\right)(a-4+4a^{-1})-\sqrt{3}\left[1+\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}\right)^2+\ldots\right]\right\}:\frac{a^{-\frac{1}{2}}-2a^{-1}}{(\sqrt{a}+2)^{-1}}=a+1.$$

1045. Доказать тождество:

$$\left\{a^{\frac{3}{2}}(1-\sqrt{a})^{-1}+\left[a+\frac{a}{1+\sqrt{a}}+\frac{a}{(1+\sqrt{a})^2}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{a}{(1+\sqrt{a})^3}+\ldots\right]\right\}:\left(\frac{a+3}{a^2+2a-3}-1+\frac{2-2a}{a^2-2a+1}\right)=$$
$$=\frac{\sqrt{a}+a}{a}.$$

ГЛАВА IX.

ЛОГАРИФМЫ.

§ 37. Основные свойства логарифмов.

1046. На чертеже 24 изображён график функции $y=2^x$.

1) Определить по графику значения функции y при следующих значениях x: -3, -2, -1, $-\frac{1}{2}$, 0, $\frac{1}{2}$, 1, 2, 3 и проверить результаты вычислением.

2) Доказать, что:

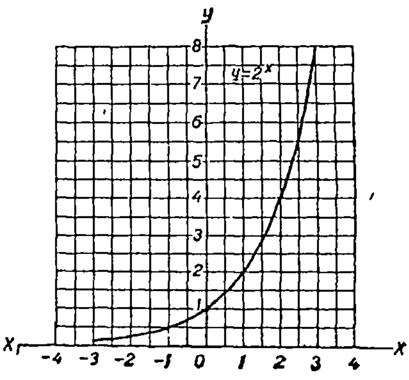
а) при любом значении x функция $y>0$;

б) при $x=0$ $y=1$;

в) при $x>0$ $y>1$;

г) при $x<0$ $y<1$;

д) при изменении x от $-\infty$ до $+\infty$ функция $y=2^x$ возрастает от 0 до $+\infty$.



Черт. 24.

1047. Пользуясь общими свойствами функции $y=a^x$:

1) вычертить на одном чертеже графики функций: а) $y=3^x$ и б) $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$, давая x следующие значения:

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$y=3^x$							
$y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$							

2). Описать: а) общие свойства обеих функций;

б) различие свойств функций: $y=3^x$ и $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

3) Построить графики: $y=2^{-x}$; $y=2^{2x}$; $y=2^{x-1}$.

1048. 1) Какие из следующих степеней больше единицы, равны единице или меньше единицы: $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{4}}$; $\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{2}{3}}$; $\left(\frac{2}{5}\right)^{-\frac{7}{8}}$; $\left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{5}{6}}$; $(2,36)^0$; $(0,12)^{0,2}$?

2) Какое заключение можно сделать относительно чисел m и n, если: а) $\left(\frac{4}{5}\right)^m<\left(\frac{4}{5}\right)^n$; б) $1,5^m<1,5^n$; в) $(0,3)^m>(0,3)^n$; г) $\left(\frac{8}{3}\right)^m>\left(\frac{8}{3}\right)^n$?

3) Какое заключение можно сделать относительно показателя m, если: а) $10^m=7$; б) $\left(\frac{5}{6}\right)^m=\frac{3}{4}$; в) $\left(\frac{2}{3}\right)^m=\frac{5}{2}$; г) $\left(\frac{7}{4}\right)^m=0,6$?

4) Какое заключение можно сделать относительно положительного основания a, если: а) $a^{\frac{3}{5}}<a^{\frac{5}{4}}$; б) $a^{\frac{2}{3}}>a^{\frac{4}{3}}$; в) $a^{-\frac{5}{6}}>a^{\frac{7}{6}}$?

5) Какие значения аргумента x являются допустимыми для функции: а) $y=a^{\frac{2}{x}}$; б) $y=a^{\sqrt[3]{x}}$; в) $y=a^{\sqrt{x}}$; г) $y=a^{\frac{5}{2-x}}$?

1049. Следующие равенства переписать в виде логарифмических равенств; например: $5^2=25$; $\log_5 25=2$.

1) $2^3=8$; 2) $6^2=36$; 3) $2^4=16$;

4) $3^4=81$; 5) $4^3=64$; 6) $2^5=32$;

7) $2^{-1}=\frac{1}{2}$; 8) $3^{-2}=\frac{1}{9}$; 9) $4^{\frac{1}{2}}=2$; 10) $27^{\frac{1}{3}}=3$.

1050. (Устно.) На основании определения логарифма проверить справедливость следующих равенств:

1) $\log_3 9=2$; 2) $\log_4 16=2$; 3) $\log_5 125=3$;

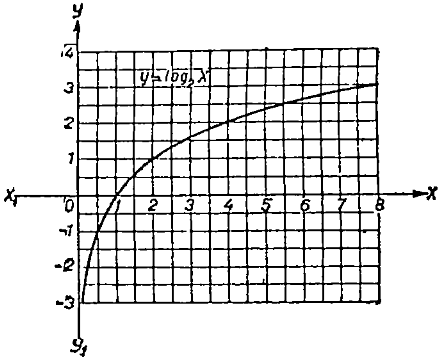
4) $\log_7 49=2$; 5) $\log_2 \frac{1}{4}=-2$; 6) $\log_2 \frac{1}{8}=-3$;

7) $\log_3 \frac{1}{81}=-4$; 8) $\log_5 \frac{1}{125}=-3$.

1051. На чертеже 25 изображён график функции: $y=\log_2 x$.

1) Определить значения функции y при следующих значениях x:

8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $1\frac{1}{2}$, 5, 6, 7.



Черт. 25.

2) Истолковать при помощи графика, что: а) всякое положительное число имеет логарифм и притом только один; б) отрицательные числа и нуль не имеют логарифмов; в) логарифм 1 равен 0; г) логарифмы чисел, больших единицы, положительны, а логарифмы чисел, меньших единицы, отрицательны; д) при неограниченном возрастании числа от 0 до $+\infty$ логарифм его неограниченно возрастает от $-\infty$ до $+\infty$.

1052. 1) Вычертить на одном и том же чертеже графики функций:

$y=\log_3 x$, $y=\log_{\frac{1}{3}} x$, давая x следующие значения:

x	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$
y						
y						

1085. 1) $x=\sqrt[6]{\frac{5m^3}{\sqrt[3]{\left(\frac{m}{n^2}\right)^2}}}$; 2) $x=\sqrt[n]{a^{12}\sqrt[m]{b^3}}$;

3) $x=\sqrt[-3]{\frac{\sqrt{ab}}{a^{-1}}\cdot\sqrt[-3]{a^{-1}b^{-2}}}$;

4) $x=\sqrt[-3]{\frac{\sqrt{a^{-1}}}{b^{-2}}\cdot\sqrt[-2]{a^{-1}b^{-3}}}$.

1086. 1) $x=\sqrt[n+1]{a^n\sqrt[m]{b^{-1}}}$; 2) $\sqrt{a}^{\sqrt{a}}$;

3) $x=3^{\sqrt[5]{4}}$; 4) $0{,}5^{\sqrt[3]{0{,}4}}$.

1087. 1) $x=0{,}8^{\sqrt[4]{0{,}5}}$; 2) $x=\log(a^2)$;

3) $x=\log(5^{\sqrt[3]{4}})$; 4) $x=\log(\sqrt[3]{3}^{\sqrt[3]{3}})$.

1088. 1) $x=\log(1{,}6^{\sqrt[3]{1{,}2}})$; 2) $x=\frac{5\log m}{\log(m^3)}$;

3) $x=\log\sqrt{\log 3}$; 4) $x=\log\sqrt{(a+b)^{\log(a+b)}}$.

Найти x по данному его логарифму:

1089. 1) $\log x=\log b+\log c$; 2) $\log x=\log m-\log n$;
3) $\log x=5\log a$; 4) $\log x=2\log a+3\log b$.

1090. 1) $\log x=3\log m-4\log n$;

2) $\log x=\frac{1}{2}\log a$; 3) $\log x=\frac{1}{2}(\log m+\log n)$;

4) $\log x=2\log a+3\log b-5\log c$.

1091. 1) $\log x=3\log(a+b)-2\log(a-b)$;

2) $\log x=\frac{1}{2}\log(m-n)-\frac{1}{3}\log(m+n)$;

3) $\log x=\frac{2}{3}\log a+\frac{8}{5}\log b$; 4) $\log x=\frac{3\log a}{2}-\frac{4\log b}{3}$;

5) $\log x=\frac{2\log m}{5}-\frac{3\log n}{4}$.

1092. 1) $\log x=2\log(a+b)-\frac{2}{3}\log(a-b)+\frac{1}{2}\log a$;

2) $\log x=\frac{1}{2}\log(a-b)-\frac{2}{5}\log(a+b)-\frac{2}{3}\log a$;

3) $\log x=\frac{2}{3}(\log a+\log b)$; 4) $\log x=\frac{3}{4}(\log m-\log n)$.

1093. 1) $\log x = \log(a-b) + \frac{1}{3}(2\log a + 3\log b)$;

2) $\log x = \log(c+d) - \frac{3}{4}(3\log c - 2\log d)$;

3) $\log x = \log a + n\log(a+b) - \frac{1}{n}\log(a-b)$;

4) $\log x = \log b - \frac{1}{m}\log(b-c) + m\log(b+c)$.

1094. 1) $\log x = 5\log m + \frac{1}{2}\left[\log(m+n) + \frac{1}{3}\log(m-n) - \log m - \log n\right]$;

2) $\log x = \frac{2}{3}\left[\log k + \frac{4}{3}\log(k+l) - 2\log(k-l)\right] - \frac{1}{2}\log l$;

3) $\log x = -\frac{1}{2}\log a + \frac{1}{4}\left[\log b - \frac{2}{3}\log a + \frac{2}{3}\log(a-b) - \frac{1}{2}\log(a+b)\right]$;

4) $\log x = -\log(a+b) + \frac{2}{5}\left[2\log a + \frac{1}{2}\log b - \frac{1}{3}(\log a - \log b) - \log a\right]$.

§ 39. Десятичные логарифмы.

1095. (Устно.) Найти логарифмы следующих чисел:

1) 0,1; 2) 0,01; 3) 0,001; 4) 0,0001; 5) 0,00001.

1096. (Устно.) Зная, что $\lg 2 = 0{,}3010$, найти логарифмы чисел:

1) 20; 2) 200; 3) 2000; 4) 20 000; 5) 2 000 000; 6) 0,2; 7) 0,02; 8) 0,002; 9) 0,0002; 10) 0,00002.

1097. Следующие логарифмы выразить отрицательными числами:

1) $\bar{1},3235$; 2) $\bar{2},5638$; 3) $\bar{1},8436$; 4) $\bar{2},4957$;

5) $\bar{3},6472$; 6) $\bar{4},9879$; 7) $\bar{1},8978$; 8) $\bar{5},4989$.

1098. Преобразовать в искусственную форму логарифмы:

1) $-0{,}3678$; 2) $-0{,}5763$; 3) $-0{,}7459$; 4) $-1{,}5297$; 5) $-1{,}8394$; 6) $-2{,}5878$; 7) $-3{,}0251$; 8) $-4{,}3001$; 9) $-0{,}2310$; 10) $-0{,}0840$; 11) $-2{,}0900$; 12) $-1{,}0101$.

Определить x из уравнений:

1069. 1) $2\log_3 x = 3\log_3 x - 2$;

2) $5\log_2 x - 3\log_7 49 = 2\log_2 x$;

3) $(\log_3 x)^3 - 3\log_3 x + 2 = 0$;

4) $(\log_2 x)^2 - \log_2 x - 2 = 0$.

§ 38. Логарифмирование и потенцирование.

1070. Пользуясь тождеством $n = a^{\log_a n}$, доказать справедливость следующих формул:

1) $\log_a(nm) = \log_a n + \log_a m$; 2) $\log_a \frac{n}{m} = \log_a n - \log_a m$;

3) $\log_a n^k = k\log_a n$; 4) $\log_a \sqrt[k]{n} = \frac{\log_a n}{k}$.

1071. Зная, что при основании 10 $\lg 2 = 0{,}3010$, $\lg 3 = 0{,}4771$ и $\lg 5 = 0{,}6990$, найти при том же основании:

$\lg 6$; $\lg 4$; $\lg 12$; $\lg 15$; $\lg 16$; $\lg 20$; $\lg 30$; $\lg 32$; $\lg\frac{3}{5}$; $\lg\frac{8}{15}$; $\lg 1\frac{2}{3}$; $\lg 4\frac{4}{5}$; $\lg 0{,}6$; $\lg 0{,}12$; $\lg 0{,}08$.

1072. (Устно.) Как изменится логарифм данного числа, если, не изменяя основание:

1) число возвести в квадрат? 2) число возвести в куб?

3) извлечь из данного числа квадратный корень?

4) число увеличить в 2 раза? 5) число уменьшить в 5 раз?

Прологарифмировать следующие выражения[1]):

1073. 1) $x = abc$, 2) $x = 3cd$; 3) $x = 2(a-b)$;

4) $x = 5(a^2 - b^2)$.

1074. 1) $x = \frac{3mn}{5}$; 2) $x = \frac{4cd}{3a}$; 3) $x = \frac{5(a+b)}{a(a-b)}$;

4) $x = \frac{p(p-a)(p-b)(p-c)}{4abc}$.

1075. 1) $x = 5a^2$; 2) $x = 3c^2d$; 3) $x = 13c^4d^3kl^2$.

1076. 1) $x = \frac{2r^2}{3(r^2-1)}$; 2) $x = \frac{p^3\,\mathrm{tg}\,\alpha}{abc}$; 3) $x = \frac{10(a^2-b^2)}{3c^3d^4}$.

1077. 1) $x = a\sqrt{b}$; 2) $x = m\sqrt[3]{n}$; 3) $x = 3a\sqrt[7]{3b^2}$.

---

[1]) В примерах № 1073—1091 буквенные выражения обозначают положительные числа.

1078. 1) $x=\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$; 2) $x=\sqrt[4]{\frac{a^3}{b}}$;

3) $x=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$,

4) $x=3a\sqrt[5]{a^3(a+b)^2}$.

1079. 1) $x=15p^2\sqrt[4]{2p^2(p-q)^3}$; 2) $x=\frac{3mn^3}{4\sqrt{5mn}}$;

3) $x=\frac{6a\sqrt{2(a-b)c}}{5(a-b)^2}$; 4) $x=\left(\sqrt[5]{\frac{a}{2b}}\right)^3$.

1080. 1) $x=\left(\frac{\sqrt[4]{ab}}{\sqrt{3b}}\right)^7$; 2) $x=\frac{a^2\sqrt{\sin\alpha}}{b^4\sqrt[4]{c}}$;

3) $x=m^{-2}n^{-3}$; 4) $x=5p^{-2}\sqrt{\cos 2\alpha}$.

1081. 1) $x=3a^{-1}b^{-2}c$; 2) $x=\frac{1}{2}m^{-4}\sqrt{2\operatorname{tg}\alpha}$;

3) $x=a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{3}}$; 4) $x=\frac{5}{6}s^{-\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{\sin\alpha}{2}}$.

1082. 1) $x=5p^{-\frac{3}{4}}q^{-\frac{1}{3}}\sqrt[7]{\frac{2\cos^4\alpha}{3}}$;

2) $x=\frac{m^{-1}\sqrt{5\operatorname{tg}^4\alpha}}{2a^2b}$; 3) $x=\frac{n^{-2}\sqrt[7]{2\sin^2\alpha}}{5m^4n^2}$.

1083. 1) $x=\sqrt[4]{\frac{1}{a^3}}\cdot\sqrt[7]{\frac{1}{b^3}}$; 2) $x=\frac{1}{3}\sqrt{a\sqrt{b}}$;

3) $x=\frac{2}{5}\sqrt[8]{m\sqrt{n}}$; 4) $x=\frac{\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}{\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a}}}$.

1084. 1) $x=\frac{a\sqrt{b\sqrt{a\sqrt{b}}}}{b\sqrt{a\sqrt{b\sqrt{a}}}}$; 2) $x=\sqrt[6]{\left(\frac{1}{a^3b^4\sqrt[4]{c^8}}\right)^2}$;

3) $x=\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{ab}}\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}}$; 4) $x=\sqrt[5]{\frac{3a^2}{\sqrt[7]{\left(\frac{a^2}{b}\right)^2}}}$.

Определить: а) свойства, общие для обеих функций; б) различие свойств функций $y=\log_3 x$ и $y=\log_{\frac{1}{3}} x$.

2) Какое значение аргумента x является допустимым для функций:

а) $y=\log_a(-x)$; б) $y=\log_a(1-x^2)$; в) $y=\log_a(1-x)$; г) $y=\log_a x^2$; д) $y=\log_a(1+x^2)$; е) $y=\log_a \sqrt{x}$?

3) Какое заключение можно сделать относительно логарифмируемых чисел m и n, если: а) $\log_5 m<\log_5 n$; б) $\log_{\frac{1}{2}} m>\log_{\frac{1}{2}} n$; в) $\log_{0,2} m<\log_{0,2} n$?

4) Какое заключение можно сделать относительно логарифмируемого числа m, если: а) $\log_2 m=-0,32$; б) $\log_{\frac{1}{3}} m=\frac{5}{4}$; в) $\log_{\frac{1}{2}} m=-5\frac{3}{4}$?

5) Какое заключение можно сделать относительно основания логарифмов a, если: а) $\log_a 8=0,3$; б) $\log_a 3=-\frac{1}{5}$; в) $\log_a 5<\log_a 3$; г) $\log_a \frac{3}{4}>\log_a \frac{3}{5}$?

1053. (Устно.) Исходя из определения логарифма, решить следующие задачи:

1) Какое число имеет логарифм 2 при основании 7?
2) Какое число имеет логарифм 3 при основании 4?
3) Найти логарифм 100 по основанию 10.
4) Найти логарифм 125 по основанию 5.
5) При каком основании логарифм числа 16 равен 4?
6) При каком основании логарифм числа 1000 равен 3?

1054. Найти: 1) $\log_6 36$; 2) $\log_2 \frac{1}{8}$; 3) $\log_{10} 0,01$; 4) $\log_{\frac{1}{2}} 4$.

1055. Найти число x, если: 1) $\log_2 x=5$; 2) $\log_{10} x=-1$; 3) $\log_{\frac{1}{2}} x=-3$; 4) $\log_{\sqrt{2}} x=4$.

1056. Найти основание x, если: 1) $\log_x 216=3$; 2) $\log_x \frac{1}{81}=4$; 3) $\log_x \frac{1}{64}=-3$; 4) $\log_x \sqrt{8}=\frac{3}{4}$.

1057. Найти число x, если: 1) $\log_5 x=0$; 2) $\log_8 x=1$; 3) $\log_{\frac{1}{3}} x=-1$; 4) $\log_{0,1} x=-1$.

1058. 1) При каком основании логарифм числа 10 равен 10?

2) $\log_x 2 = 2$? 3) $\log_x \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$? 4) $\log_x n = n$?

На основании тождества $a^{\log_a n} = n$ найти:

1059. 1) $2^{\log_2 8}$; 2) $3^{\log_3 9}$; 3) $2^{\log_2 5}$; 4) $3^{\log_3 7}$.

1060. 1) $36^{\log_6 2}$; 2) $25^{\log_5 3}$; 3) $81^{0,5 \log_9 7}$; 4) $81^{0,5 \log_3 7}$;
5) $5^{\log_5 10 - 1}$; 6) $2^{\log_2 5 + 1}$.

1061. Определить, между какими целыми числами заключаются следующие логарифмы:

1) $\log_2 7$; 2) $\log_{10} 27$; 3) $\log_{10} 0,46$; 4) $\log_2 \frac{1}{5}$.

На основании свойств логарифмической функции определить, что больше:

1062. (Устно.) 1) $\log_2 5$ или $\log_2 7$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} 6$ или $\log_{\frac{1}{2}} 8$;
3) $\log_7 8$ или $\log_8 8$; 4) $\log_{\frac{1}{2}} 7$ или $\log_{\frac{1}{3}} 7$.

1063. 1) $\log_8 9$ или $\log_9 8$; 2) $\log_4 1$ или $\log_5 1$;
3) $\log_5 5$ или $\log_6 6$; 4) $\log_{0,15} 0,15$ или $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{2}$.

Определить x, если:

1064. 1) $\log_x \frac{1}{8} = \frac{3}{2}$; 2) $\log_x \frac{1}{27} = -2$; 3) $\log_{3\sqrt[3]{3}} x = -\frac{3}{2}$.

1065. 1) $\log_{0,04} 5 = x$; 2) $\log_{3\sqrt{3}} \frac{1}{27} = x$;

3) $\log_x 0,125 = -2$; 4) $\log_{3\sqrt{3}} x = -\frac{2}{3}$.

1066. 1) $\log_{2\sqrt[3]{2}} \frac{1}{16} = x$; 2) $\log_{4\sqrt[3]{4}} x = -\frac{3}{4}$;

3) $\log_{2\sqrt[3]{5}} x = -6$; 4) $\log_{2\sqrt{2}} \frac{1}{64} = x$;

5) $\log_{2\sqrt{2}} \frac{1}{8} = x$; 6) $\log_{0,32} \left(\frac{2}{5}\sqrt{2}\right) = x$.

Вычислить:

1067. 1) $2\log_5 25 + 3\log_2 64$; 2) $\log_2 \log_2 16$; 3) $5 \cdot 3^{\log_3 9}$;
4) $3^{1 - \log_3 7}$; 5) $5^{\log_5 8 + 1}$; 6) $2,4^{\log_{2,4} 10 + 1}$.

1068. 1) $(3^{\log_3 5})^2$; 2) $5^{2\log_5 3}$; 3) $4^{3\log_4 2}$; 4) $3^{2 - \log_3 10}$.

1099. Найти логарифмы чисел (по таблицам):

1) 5; 2) 7; 3) 13; 4) 78; 5) 125; 6) 240; 7) 509; 8) 646; 9) 749; 10) 989.

1100. Найти логарифмы чисел:

1) 0,7; 2) 0,015; 3) 2,4; 4) 25,6; 5) 0,146; 6) 0,497; 7) 0,0084; 8) 0,0567; 9) 1,02; 10) 4,09; 11) 0,208; 12) 0,0000496; 13) 0,0000809.

1101. Найти логарифмы чисел: 1) 5436; 2) 7132; 3) 1508; 4) 8091; 5) 24,16; 6) 342,3; 7) 2,197; 8) 1,674; 9) 0,5379; 10) 0,9032; 11) 0,04635; 12) 0,06483; 13) 0,001528; 14) 0,0006384.

1102. Найти логарифмы чисел:

1) 24 868; 2) 57 384; 3) 28,157; 4) 152,59; 5) 1,7384; 6) 0,49276; 7) 893,75; 8) 0,063815; 9) 1,0053; 10) 237 628; 11) 236,743; 12) 32,15475; 13) 1,067476; 14) 0,547963; 15) 0,0152396.

1103. Найти числа, соответствующие следующим логарифмам:

1) 1,7482; 2) 0,4362; 3) $\overline{1},6415$; 4) 2,6149; 5) 3,2648; 6) $\overline{2},8176$; 7) $\overline{3},9340$; 8) $\overline{4},7267$; 9) 0,9236; 10) $\overline{1},1015$; 11) $\overline{2},6995$; 12) 1,5419.

1104. Выполнить следующие действия над логарифмами:

1) $\overline{1},5436 + 2,3892$; 2) $\overline{1},1546 + \overline{2},9835$;

3) $0,7658 - 1,3456$; 4) $\overline{1},2396 - 0,7459$;

5) $0,1518 - \overline{1},2836$; 6) $0,3215 - \overline{2},9217$;

7) $\overline{1},1631 - \overline{1},9448$; 8) $\overline{2},1271 - \overline{3},2348$;

9) $0,2911 - 2,3662$; 10) $\overline{1},2117 + 2,5279$;

11) $1 - \overline{1},2812$; 12) $2 - \overline{2},1534$.

1105. Выполнить следующие действия над логарифмами:

1) $\overline{1},2432 \cdot 3$; 2) $\overline{1},9272 \cdot 2$; 3) $0,1546 \cdot (-2)$; 4) $\overline{1},7638 \cdot (-3)$; 5) $\overline{1},2932 \cdot (-0,3)$; 6) $2,5416 \cdot (-1,2)$; 7) $2,1562 \cdot \frac{2}{3}$; 8) $1,5678 \cdot \frac{3}{4}$.

1106. 1) $\bar{2},2817:2$; 2) $\bar{1},2162:2$; 3) $\bar{1},1536:3$; 4) $\bar{2},6483:3$; 5) $1,7235:4$; 6) $\bar{2},8478:4$; 7) $\bar{1},3243:(-2)$; 8) $\bar{1},6274:(-3)$; 9) $\bar{1},8236:(-0,2)$; 10) $\bar{2},6548:(-0,3)$.

1107. При каких значениях x справедливы неравенства:

1) $\lg x > 3$; 2) $\lg(-x) > 3$;
3) $\lg(x^2) > 3$; 4) $\lg^2 x > 3$;
5) $\lg x < 2\lg x$; 6) $\lg x > 2\lg x$?

1108. (Устно.) Что можно сказать о двух числах, десятичные логарифмы которых имеют:
1) одни и те же характеристики? 2) одни и те же мантиссы?

1109. Даны $\lg 2$ и $\lg 3$. Логарифмы каких чисел от 1 до 100 можно вычислить без таблиц?

1110. Определить число цифр в числе 2^{100}, если известно, что $\lg 2 = 0,3010$.

1111. Какие числа не имели бы десятичных логарифмов, если бы мы знали только степени с положительными показателями?

1112. Какой ряд представляют логарифмы последовательных членов геометрической прогрессии?

1113. Найти ошибку в следующих преобразованиях.

Дано тождество: $\lg\frac{1}{3} = \lg\frac{1}{3}$; удвоив левую часть, а правую оставив без изменения, получим:

$$2\lg\frac{1}{3} > \lg\frac{1}{3};\quad \lg\left(\frac{1}{3}\right)^2 > \lg\frac{1}{3};\quad \frac{1}{9} > \frac{1}{3}.$$ Где ошибка?

Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

1114. 1) $24,5\cdot 1,57$; 2) $0,046\cdot 2,86$; 3) $4,134:0,1548$; 4) $12,78:3,392$; 5) $8,576^3$; 6) $2,036^4$.

1115. 1) $\sqrt[7]{15,36}$; 2) $\sqrt[3]{2,376}$; 3) $\frac{151,8\cdot 5,436}{12,72}$; 4) $\frac{51,83\cdot 1,367}{2,832}$.

1116. 1) $\frac{103,8\cdot 20,97}{5,174\cdot 13,62}$; 2) $\frac{9,738\cdot 21,09}{48,72\cdot 0,8478}$; 3) $3\sqrt[4]{273,5}$; 4) $0,156\cdot\sqrt[5]{85,74}$.

1117. 1) $\frac{92,17^2\cdot 5,14^3}{2,184^4\cdot 0,5836^2}$; 2) $\frac{1,894^4\cdot 23,4^3}{44,15^3\cdot 0,9647}$; 3) $\sqrt[3]{5862^4}$; 4) $\sqrt[5]{13,76^3}$.

1118. 1) $\sqrt[3]{\frac{0,1532^2}{2,74}}$; 2) $\sqrt[4]{\frac{674,2}{2,37^3}}$;

3) $\frac{8,15^2 \cdot \sqrt[3]{14,36}}{24,38 \cdot \sqrt{8,734}}$; 4) $\frac{12,48^3 \cdot \sqrt[4]{5,76}}{1,842 \cdot \sqrt[3]{673,8}}$.

1119. 1) $\frac{2,934^3 \sqrt[3]{123,4^2}}{1,124^2 \cdot \sqrt[5]{0,084}}$; 2) $\frac{0,897^2 \cdot \sqrt[4]{0,0792}}{2,15^3 \cdot \sqrt[3]{12,76^2}}$;

3) $\sqrt[4]{\frac{1,56^3 \cdot \sqrt[5]{0,14}}{0,8942}}$; 4) $\sqrt[5]{\frac{2,591^4 \cdot \sqrt[3]{0,0836}}{1,147^2}}$.

1120. 1) $(0,461)^{0,461}$; 2) $(0,171)^{1,163}$;

3) $(0,273)^{1,573}$; 4) $\left(\frac{1}{3}\right)^{0,2073}$.

1121. 1) $\sqrt[3]{-18,34}$; 2) $\sqrt[5]{-0,249}$;

3) $(-5,32)^3 \cdot \sqrt[4]{0,0294}$; 4) $\frac{3,89^{-2} \cdot \sqrt[3]{-0,1536}}{0,924^3}$;

5) $\frac{0,01^{-3} \cdot \sqrt[-2]{2,72}}{\sqrt[5]{-2,963}}$; 6) $\sqrt[-3]{\frac{-0,415^{-2}}{\sqrt{5,48}}}$.

Вычислить следующие выражения путём логарифмирования по частям:

1122. 1) $\sqrt[3]{0,836} + \sqrt[4]{2,324}$; 2) $\sqrt[3]{79,836 + \sqrt{156,374}}$;

3) $\frac{1,592^3}{\sqrt[3]{0,382}} + \frac{\sqrt[4]{0,08964}}{0,5348^3}$; 4) $\sqrt[5]{\frac{12,4 + 0,6\sqrt[5]{0,0548}}{0,3897^2}}$.

1123. 1) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt[3]{5}}{1 - 0,1845^3}$; 2) $\frac{\sqrt{236,46^2 - 132,34^2}}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[5]{3}}$;

3) $\frac{4 - 0,0186^3}{\sqrt{0,1} - \sqrt{10}}$; 4) $\sqrt[3]{1 - 4,2013\sqrt[3]{0,1}}$.

1124. 1) $\sqrt[10]{10 + \sqrt[10]{10}}$; 2) $\sqrt[5]{1 - 7,002\sqrt[3]{0,01}}$;

3) $1 - (\sqrt[6]{0,6})^{3,3}$; 4) $\sqrt[5]{\frac{25 - \sqrt[7]{-136}}{0,00034}}$.

1125. 1) $\sqrt[3]{\lg 0,8}$; 2) $144,4 + \sqrt[5]{\lg 0,2 - \lg\sqrt{0,1}}$;

3) $(1 + \sqrt[5]{\lg 2})^{\frac{3}{0,2}}$; 4) $(1 + \sqrt[3]{\lg 3})^{\frac{2}{0,5}}$.

Решить задачи:

1126. 1) Найти площадь круга, радиус которого $R = 15{,}62$ *см*.

2) Вычислить длину окружности, если площадь круга равна $0{,}5676$ *м*^{2}.

3) Найти объём прямой призмы, основанием которой служит квадрат со стороной, равной $0{,}567$ *м*, а высота призмы $4{,}098$ *м*.

4) Вычислить площадь кольца, внутренний диаметр которого $5{,}208$ *м*, а внешний диаметр $7{,}302$ *м*.

1127. 1) Вычислить площадь треугольника со сторонами: $897{,}5$ *м*; $786{,}3$ *м*; $645{,}6$ *м*.

2) Найти ребро куба, имеющего объём $V = 12{,}4$ *см*^{3}.

3) Найти ребро куба, имеющего объём, в 5 раз больший объёма куба с ребром, равным $24{,}3$ *см*.

4) Пользуясь формулой равноускоренного движения $S = \frac{gt^2}{2}$, найти путь S, пройденный телом в течение 15 сек., если ускорение $g = 9{,}8\,\frac{м}{сек^2}$.

1128. 1) Вычислить объём шара по формуле $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, если $R = 12{,}46$ *см*.

2) Зная, что объём V цилиндра вычисляется по формуле: $V = \pi R^2 H$, где R — радиус основания цилиндра, H — его высота, определить вес 1000 *м* медной проволоки диаметром 2 *мм* $\left(\text{удельный вес } 8{,}55\ \frac{Г}{см^3}\right)$.

3) Моток стальной проволоки диаметром $2{,}5$ *мм* весит $15{,}8$ *кг*. Найти длину этой проволоки, если удельный вес стали равен $7{,}96\ \frac{Г}{см^3}$.

4) Объём V полого цилиндра вычисляется по формуле: $V = \pi(R^2 - r^2)H$, где R — внешний радиус основания цилиндра, r — внутренний радиус, H — высота цилиндра.

Вычислить вес свинцовой трубы длиной $4{,}375$ *м*, если внешний и внутренний диаметры её равны соответственно $13{,}6$ *см* и $12{,}5$ *см*, а удельный вес свинца равен $11{,}3\ \frac{Г}{см^3}$.

1129. Вычислить следующие выражения:

$$1)\ \frac{3a^3}{8\sin\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\sin\left(60^\circ + \frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(60^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)},$$

если $a = 3{,}892$, $\alpha = 12^\circ 16'$;

$$2)\ 2\pi(R^2 - r^2)\,\mathrm{tg}^2\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right),$$

если $R = 1{,}425$, $r = 0{,}182$, $\alpha = 62^\circ 15'$, $\beta = 48^\circ 45'$;

3) $\pi(m+n)^3 \sin^2\alpha \sqrt{\cos\frac{\alpha}{2}}$,

если $m = 8{,}315$, $n = 3{,}812$, $\alpha = 52°32'$;

4) $4r^2h \dfrac{\cos^3\left(45° - \frac{\alpha}{2}\right)}{\sqrt{\sin\alpha}}$,

если $r = 15{,}431$, $h = 8{,}735$, $\alpha = 64°24'$.

1130. При помощи таблиц логарифмов найти x, если:

1) $\log_3 x = 1{,}1459$; 2) $\log_5 x = \bar{1}{,}1236$;

3) $\log_{100} x = \bar{1}{,}0492$; 4) $\log_{0,1} x = 2{,}67$.

1131. Вычислить при помощи таблиц десятичных логарифмов:

1) $\log_4 0{,}015$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} 1000$; 3) $\log_{\frac{1}{2}} 0{,}001$; 4) $\log_{0,002} 0{,}02$.

1132*. 1) Доказать, что логарифм числа по „новому основанию" равен логарифму того же числа по „старому основанию", делённому на логарифм „нового основания" по „старому", т. е. $\log_b N = \dfrac{\log_a N}{\log_a b}$.

2) Доказать, что отношение логарифмов двух данных чисел одинаково при любом основании, т. е. $\dfrac{\log_a N}{\log_a M} = \dfrac{\log_b N}{\log_b M}$.

3) Доказать, что $\log_b a = \dfrac{1}{\log_a b}$.

4) Доказать, что $\log_{a^k} N = \dfrac{\log_a N}{k}$.

1133*. Пользуясь таблицами десятичных логарифмов и формулами, данными в предыдущей задаче, вычислить:

1) $\log_2 15$; 2) $\log_{100} 25$;

3) $\ln 8$ [1]; 4) $\ln 24$.

§ 40. Показательные и логарифмические уравнения.

Решить показательные уравнения:

1134. 1) $5^x = 625$; 2) $3^x = 243$; 3) $2^{-x} = 16$;

4) $3^{-x} = 81$; 5) $8^x = 32$; 6) $9^x = 27$.

[1] ln — натуральный логарифм при основании $e \approx 2{,}7183$.

1135. 1) $25^x=\frac{1}{5}$; 2) $49^x=\frac{1}{7}$; 3) $2^{x+1}=32$;

4) $3^{2x-1}=81$; 5) $\sqrt{5^x}=\sqrt[3]{25}$; 6) $\sqrt[4]{7^x}=\sqrt[5]{343}$.

1136. 1) $\sqrt[4]{a^{x+1}}=\sqrt[3]{a^{x-2}}$; 2) $\left(\frac{3}{4}\right)^x=\left(\frac{4}{3}\right)^5$;

3) $\left(\frac{4}{9}\right)^x=\left(\frac{3}{2}\right)^8$; 4) $\left(\frac{2}{3}\right)^x\cdot\left(\frac{9}{8}\right)^x=\frac{27}{64}$.

1137. 1) $2^{x-2}=1$; 2) $3^{2x-1}=1$;

3) $a^{(x-2)(x-3)}=1$; 4) $a^{(x-1)(x+2)}=1$.

1138. 1) $1000\cdot\sqrt[x]{0,1}=100^x$; 2) $\sqrt[x]{27^{2x-1}}=\sqrt{9^{2x-1}}$;

3) $4^{\sqrt{x+1}}=64\cdot2^{\sqrt{x+1}}$; 4) $(0,25)^{2-x}=\frac{256}{2^{x+3}}$.

1139. 1) $16\sqrt{(0,25)^{5-\frac{x}{4}}}=2^{\sqrt{x+1}}$;

2) $\left(\frac{4}{9}\right)^x\cdot\left(\frac{27}{8}\right)^{x-1}=\frac{2}{3}$; 3) $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7}=\left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$;

4) $2^x\cdot5^x=0,1\cdot(10^{x-1})^5$; 5) $\sqrt{2^x}\cdot\sqrt{3^x}=36$.

1140*. 1) $\sqrt[x-1]{\sqrt[3]{2^{3x-1}}}-\sqrt[3x-7]{8^{x-3}}=0$;

2) $\sqrt[x^{0,5}+1]{5^{2\sqrt{x-1}+1}}\cdot\sqrt[x-1]{25}-5\sqrt[1-\sqrt{x}]{5^{\sqrt{x}-3}}=0$.

1141. Следующие показательные уравнения решить с помощью таблиц логарифмов:

1) $10^x=300$; 2) $3^x=12$; 3) $2^x=10$; 4) $10^{4x}=5,75$.

1142. Построить график показательной функции $y=2^x$ и с помощью графика решить уравнения:

1) $2^x=3$; 2) $2^x=5$; 3) $2^x=0,5$; 4) $2^x=2,5$.

Следующие показательные уравнения решить способом вынесения общего множителя за скобки:

1143. 1) $3^{x+1}+3^x=108$; 2) $2^{x+2}-2^x=96$;

3) $7^x-7^{x-1}=6$; 4) $2^x-2^{x-2}=3$.

1144. 1) $3^{x+2}+3^{x-1}=28$; 2) $5^{x+1}-5^{x-1}=24$;

3) $3^{2z-1}+3^{2z-2}-3^{2z-4}=315$;

4) $2^{x-1}+2^{x-2}+2^{x-3}=448$.

1145. 1) $5^x + 3 \cdot 5^{x-2} = 140$;
2) $7^{x+2} + 2 \cdot 7^{x-1} = 345$;
3) $2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$;
4) $5 \cdot 3^{2x-1} - 9^{x-0,5} = 9^x + 4 \cdot 3^{2x-2}$.

1146. 1) $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2}$;
2) $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 7^x + 7^{x-1} + 7^{x-2}$.

Решить показательные уравнения приведением их к виду

$$a^{2x} + a^x = b.$$

1147. 1) $3^{2x} - 3^x = 702$; 2) $7^{2x} - 6 \cdot 7^x + 5 = 0$;
3) $3^{2x} - 5 \cdot 3^x + 6 = 0$; 4) $2 \cdot 3^{2x} - 5 \cdot 3^x - 1323 = 0$.

1148. 1) $4^x + 2^{x+1} = 80$; 2) $2^{2x+1} + 2^{x+2} = 16$;
3) $3^{x+2} + 9^{x+1} - 810 = 0$; 4) $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2$.

1149. 1) $2^{2x-3} - 3 \cdot 2^{x-2} + 1 = 0$; 2) $3^{4\sqrt{x}} - 4 \cdot 3^{2\sqrt{x}} + 3 = 0$.

Решить логарифмические уравнения:

1150. 1) $\lg x = 2 - \lg 5$; 2) $\lg (x + 6) - \frac{1}{2} \lg (2x - 3) =$
$= 2 - \lg 25$;

3) $\frac{2 \lg x}{\lg (5x - 4)} = 1$; 4) $\frac{\lg x}{1 - \lg 2} = 2$.

1151. 1) $\log_{x-1} (x^2 - 5x + 10) = 2$;

2) $\lg \left(\frac{1}{2} + x\right) = \lg \frac{1}{2} - \lg x$;

3) $\frac{1}{12} \lg^2 x = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \lg x$; 4) $2 \lg x = - \lg (6 - x^2)$.

1152. 1) $\frac{1}{5 - \lg x} + \frac{2}{1 + \lg x} = 1$;

2) $0,5 \lg (2x - 1) + \lg \sqrt{x - 9} = 1$;
3) $\lg \lg \lg x = 0$; 4) $\log_2 \log_3 \log_4 x = 0$.

Решить уравнения:

1153. 1) $x^x = x$; 2) $x^{\lg x} = 10$; 3) $x^{\lg x + 2} = 1000$;
4) $x^{1 - \frac{\lg x}{4}} = 10$; 5) $x^{2 - \frac{\lg x}{2}} = 100$.

1154. 1) $\lg x^{\lg x} = 1$; 2) $100^{\lg (x+20)} = 10\,000$;

3) $0{,}1x^{\lg x-2} = 100$; 4) $(0{,}1)^{-(x^2-5x+8)} = 100$.

1155. 1) $\lg 9^{-1} + x \lg \sqrt[x]{3^{5x-7}} = 0$; 2) $x^{1-0{,}25 \lg x} = 10$;

3) $\lg \left(3^{\sqrt{\frac{x(x-1)}{x-3}}} + 1\right) = 1$; 4) $\lg 10^{\lg (x^2+21)} - 1 = \lg x$.

1156*. Решить следующие уравнения, используя формулу перехода от одной системы логарифмов к другой:

$$\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}:$$

1) $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x - \log_{\frac{1}{3}} x = 6$;

2) $2 \log_4 x + 2 \log_x 4 = 5$;

3) $2 \log_x 25 - 3 \log_{25} x = 1$;

4) $\log_2 (x-1)^2 - \log_{0{,}5} (x-1) = 9$;

5) $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$.

Решить системы уравнений:

1157. 1) $\begin{cases} 9^{x+y} = 729, \\ 3^{x-y-1} = 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y = 90, \\ \lg x + \lg y = 3; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \lg x + \lg y = 5, \\ \lg x - \lg y = 3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^y - y^x = 0, \\ x^2 - y^3 = 0. \end{cases}$

1158. 1) $\begin{cases} 14^x - 63y = 0, \\ 17^x - 87y = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^{x+y} - y^{12} = 0, \\ y^{x+y} - x^3 = 0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^{\sqrt{y}} = y, \\ y^{\sqrt{y}} = x^4; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2^{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = 512, \\ \lg \sqrt{xy} = 1 + \lg 2. \end{cases}$

1159. 1) $\begin{cases} \log_x \log_2 \log_x y = 0, \\ \log_y 9 = 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy = 40, \\ x^{\lg y} = 4; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2^{\frac{x-y}{2}} - 2^{\frac{x-y}{4}} = 2, \\ 3^{\lg (2y-x)} = 1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \sqrt[x-y]{x+y} = 23, \\ (x+y) \cdot 2^{y-x} = 3. \end{cases}$

§ 41*. Сложные проценты.

1160. В следующей таблице определить неизвестные величины по формуле сложных процентов:

№	a	p	t	A	№	a	p	t	A
1	100	5	20	?	3	250 руб.	5	?	519 руб. 72 коп.
2	?	6	18	1 141 руб. 74 коп.	4	24 800	?	15	51 558

1161. В какую сумму обратится вклад в 500 руб., положенный в сберегательную кассу на 10 лет по $5^0/_0$?

1162. Сколько нужно внести в сберегательную кассу, платящую $5^0/_0$ в год, чтобы через 20 лет иметь 10 тыс. руб.?

1163. Лесной участок содержит 6500 $м^3$ древесины. Сколько будет древесины на этом участке через 10 лет, если ежегодный прирост леса составляет в среднем $2^0/_0$?

1164. В городе в настоящее время 85 тыс. жителей. Сколько будет в нём жителей через 5 лет, если ежегодный прирост населения в среднем составляет $3^0/_0$?

1165. В СССР в 1935 г. было собрано 5,5 млрд. пудов зерна, а в 1937 г. 7 млрд. пудов. Найти средний ежегодный процент роста урожайности зерна в СССР за указанные годы.

1166. В СССР средняя месячная заработная плата промышленного рабочего составляла в 1930 г. 991 руб., а в 1933 г. 1519 руб. На сколько процентов в среднем ежегодно повышалась заработная плата рабочего в СССР за указанные годы?

1167. Стоимость оборудования по истечении каждого года уменьшается на p процентов. Найти, сколько будет стоить оборудование через 5 лет, если первоначальная стоимость его 160 тыс. руб., а ежегодный процент амортизации равен 2.

1168. Стоимость оборудования мастерской равна 500 тыс. руб. Известно, что через 10 лет стоимость этого оборудования вследствие амортизации будет равна 200 тыс. руб. Найти процент ежегодной амортизации оборудования.

1169. Известно, что каждый грамм радия теряет в течение 1600 лет половину своего веса. Выразить годовую процентную потерю веса радия.

ГЛАВА X.

ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ КУРСА IX КЛАССА.

1170. Написать первые 8 членов геометрической прогрессии, в которой произведение первых двух членов равно $\left(-\frac{1}{8}\right)$, а произведение первого члена на пятый равно $\frac{1}{64}$.

1171. В геометрической прогрессии 5 членов, сумма которых за исключением первого равна 195, а за исключением последнего 13. Вычислить крайние члены прогрессии.

1172. Найти сумму первых 6 членов геометрической прогрессии, в которой произведение первого члена на третий равно $\frac{1}{144}$, а сумма третьего члена с четвёртым равна 1.

1173. Сумма первых трёх членов геометрической прогрессии равна 28; а сумма следующих трёх членов равна $3\frac{1}{2}$. Найти восьмой член прогрессии.

1174. Найти сумму девяти членов арифметической прогрессии, шестой член которой равен 5, а сумма третьего и восьмого членов равна тоже 5.

1175. Найти числа, составляющие арифметическую прогрессию, зная, что сумма её первых четырёх членов равна 26, сумма последних четырёх членов 110, а сумма всех членов 187.

1176. Найти сумму n членов ряда

$$1+\frac{3}{2}+\frac{5}{4}+\frac{9}{8}+\ldots .$$

1177. Найти сумму n членов ряда a, $2a^2$, $3a^3$, $4a^4$, ..., если $0<a<1$, а n неограниченно возрастает.

1178. Найти сумму n членов ряда

$$7+77+777+\ldots .$$

1179. Доказать, что если три числа x, y, z составляют геометрическую прогрессию, то:

$$(x+y+z)(x-y+z)=x^2+y^2+z^2.$$

1180. Построить графики функций:

1) $y=2\cdot 3^x$; 2) $y=3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x$; 3) $y=2^{x^2}$; 4) $y=\frac{1}{2}\lg x$; 5) $y=\lg(2-x)$.

1181. Какое заключение можно сделать относительно чисел m и n, если:

1) $2{,}5^m < 2{,}5^n$; 2) $\left(\frac{3}{4}\right)^m < \left(\frac{3}{4}\right)^n$; 3) $\log_3 m > \log_3 n$;

4) $\log_{\frac{1}{2}} m > \log_{\frac{1}{2}} n$; 5) $\log_m 5{,}4 < \log_n 5{,}4$; 6) $\log_m \frac{1}{4} > \log_n \frac{1}{4}$?

1182. Какое заключение можно сделать относительно числа m, если:

1) $\log_5 m = -0{,}2$; 2) $\log_{0,2} m = 1\frac{1}{4}$; 3) $\log_m 4 = 0{,}5$;

4) $\log_m 0{,}5 = 2$; 5) $m^{\frac{3}{4}} < m^{\frac{5}{4}}$; 6) $m^{-\frac{5}{6}} > m^{-\frac{7}{6}}$?

1183. Дано: $\log_{10} 3 = a$; $\log_{10} 2 = b$.

Доказать, что $\log_5 6 = \frac{a+b}{1-b}$.

1184. Дано: $\log_5 4 = a$; $\log_5 3 = b$.

Доказать, что $\log_{25} 12 = \frac{a+b}{2}$.

1185. Найти $\log_6 16$, зная, что $\log_{12} 27 = a$.

Решить уравнения:

1186. 1) $4 + \frac{2}{3^x - 1} = \frac{5}{3^{x-1}}$; 2) $x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x^x}$;

3) $x^{3 - \lg\frac{x}{3}} = 900$; 4) $\frac{1}{5 - \lg x} + \frac{2}{1 + \lg x} = 1$.

1187. 1) $\lg(152 + x^3) - 3\lg(x + 2) = 0$;

2) $\log_7 \log_3 \log_{13} x = 0$; 3) $\log_5 \log_4 \log_3 x = 0$.

1188. Решить системы уравнений:

1) $\begin{cases} x^y = y^x, \\ x^p = y^q; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 648, \\ 3^x \cdot 2^y = 432; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \sqrt[y]{5^{x^2}} = 25^y \sqrt[y]{125^x}, \\ \sqrt[x]{64} \cdot \sqrt[y]{8} = \sqrt[y]{2^x}; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2^x - 2^y = 768, \\ 2^{x-1} + 2^{y-1} = 640; \end{cases}$

5) $\begin{cases} \lg x + \lg y = \lg 11 + \lg 9, \\ \lg(x + y) - \lg(x - y) = 1; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x^{\lg y} = 100, \\ xy = 1000. \end{cases}$

1189. 1) Четвёртый член арифметической прогрессии равен 9, а девятый член равен (—6). Сколько надо взять членов прогрессии, чтобы сумма их была равна 54?

2) Найти шестой член геометрической прогрессии, в которой второй член равен 20 и сумма первых трёх членов равна 70.

3) Дана бесконечная числовая последовательность: 2, 5, 10, 17, ... Написать формулу общего члена данной последовательности и определить, какой порядковый номер имеет число 18 497, являющееся членом этой последовательности.

1190. 1) Три числа, сумма которых равна 217, можно рассматривать как три последовательных члена геометрической прогрессии или как 2-й, 9-й и 44-й члены арифметической прогрессии. Сколько членов этой арифметической прогрессии надо взять, чтобы их сумма была равна 820?

2) Найти пятый член геометрической прогрессии, в которой второй член равен 16, а сумма трёх первых членов равна 56.

3) Дана бесконечная числовая последовательность: 3, 6, 11, 18, ... Написать формулу общего члена данной последовательности и определить, какой порядковый номер имеет число 16 131, являющееся членом этой последовательности.

1191. 1) Сумма первых трёх членов геометрической прогрессии, все члены которой положительные числа, равна 221. Третий член этой прогрессии больше первого на 136. Найти сумму шести членов данной прогрессии.

2) Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 6, а сумма её четырёх первых членов равна $5\frac{5}{8}$. Найти первый член этой прогрессии.

3) Написать формулу общего члена бесконечной числовой последовательности: $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{4}{17}, \ldots$ и найти номер того члена этой последовательности, начиная с которого все следующие члены данной последовательности будут меньше 0,001.

1192. 1) Найти сумму 10 членов каждой из двух возрастающих прогрессий: арифметической и геометрической, если известно, что первый член каждой прогрессии равен 2; третьи члены прогрессий равны между собой; пятый член арифметической прогрессии на 10 больше второго члена геометрической прогрессии.

2) Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна $\frac{3\sqrt{6}}{2}$, а второй член её равен $\sqrt{\frac{2}{3}}$. Найти первый член этой прогрессии.

3) Написать формулу общего члена бесконечной числовой последовательности: $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \frac{7}{9}, \ldots$ и доказать, что пределом данной последовательности является единица.

1193. 1) Первые члены арифметической и геометрической возрастающих прогрессий одинаковы, и каждый из них равен 3. Вторые члены прогрессий также равны между собой. Третий член геометрической прогрессии относится к третьему члену арифметической прогрессии, как 9 : 5. Найти обе прогрессии.

2) Найти сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии

$$\frac{15}{61}(3-\sqrt{3}),\ \frac{15}{61}(\sqrt{3}-1),\ \ldots.$$

3) Написать формулу для общего члена бесконечной числовой последовательности $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \ldots$ и доказать, что эта последовательность имеет предел, равный единице.

1194. 1) Сумма первых трёх членов геометрической прогрессии, все члены которой положительные числа, равна 156. Первый член прогрессии меньше третьего на 96. Найти сумму пяти членов этой прогрессии.

2) Упростить выражение:

$$\left(\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{a-b}-\frac{a}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}-\frac{b}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}\right):\left[a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}\right].$$

3) Доказать, что при $x=\frac{1}{a-1}$ выражение

$$\frac{1+(a+x)^{-1}}{1-(a+x)^{-1}}\cdot\left[1-\frac{1-(a^2+x^2)}{2ax}\right];$$

принимает значение, равное $\frac{a^3}{2(a-1)}$.

1195. 1) Найти геометрическую прогрессию, состоящую из семи членов, если сумма первых трёх членов равна 26, а трёх последних 2106.

2) Упростить выражение:

$$\frac{(a^{-1}+b^{-1})\cdot(a+b)^{-1}}{\sqrt[6]{a^4\sqrt[5]{a^{-2}}}}.$$

3) Доказать тождество:

$$\frac{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}}-\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}}=\frac{3\sqrt[3]{ab}}{a+b}.$$

1196. 1) Арифметическая и геометрическая прогрессии имеют первые члены, равные 5; третьи члены этих прогрессий также равны между собой, а второй член арифметической прогрессии на 10 больше второго члена геометрической прогрессии. Найти эти прогрессии.

2) Упростить выражение:

$$\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}-\frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}+1}{a^{\frac{1}{2}}-1}+\frac{a^{\frac{1}{2}}-1}{a^{\frac{1}{2}}+1}-\frac{4}{a-1}\right)^{-1}.$$

3) Доказать, что выражение $(a+1)^{-1}+(b+1)^{-1}$ при $a=(2+\sqrt{3})^{-1}$, $b=(2-\sqrt{3})^{-1}$ равно единице.

1197. 1) Два тела одновременно двигаются навстречу друг другу из двух точек, отстоящих одна от другой на расстоянии 555 *см*. Через сколько секунд они встретятся, если первое тело проходит в первую секунду своего движения 30 *см*, а в каждую следующую секунду на 5 *см* больше, чем в предыдущую; второе же тело проходит в первую секунду 60 *см*, а в каждую следующую на 4 *см* меньше, чем в предыдущую?

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=\frac{91{,}56^{3}\cdot 0{,}00361^{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{7}}}{4{,}657^{2}\cdot\sqrt{0{,}0467}}.$$

3) Решить уравнение: $6^{2x+4}=2^{x+8}\cdot 3^{3x}$.

1198. 1) Сумма трёх чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна 75. Если второе число уменьшить на 5, то полученные три числа составят геометрическую прогрессию. Найти эти числа.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=\frac{5{,}205^{2}-\sqrt[3]{5{,}205}}{\sqrt[3]{29{,}21\cdot\sqrt{0{,}09158}}}.$$

3) Решить уравнение:

$$\lg\sqrt{8x+8}-\frac{1}{2}\lg(x-13)=3\lg 2.$$

1199. 1) Два тела начали двигаться одновременно по одному и тому же направлению из двух точек A и B, расстояние между которыми равно 25 *см*, причём первое тело, вышедшее из A, догоняет второе. Первое тело в первую секунду своего движения проходит 7 *см*, а в каждую следующую на 2 *см* больше, чем в предыдущую; второе тело проходит в первую секунду 4 *см*, а в каждую следующую на 1 *см* больше, чем в предыдущую. Через сколько времени первое тело догонит второе?

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=\sqrt{\frac{0,453^3+0,42\cdot\sqrt[3]{0,0186}}{10,35^{-3}}}.$$

3) Решить уравнение:

$$1-\frac{1}{2}\lg(2x-1)=\frac{1}{2}\lg(x-9).$$

1200. 1) Сумма трёх чисел, образующих возрастающую арифметическую прогрессию, равна 15. Если от первых двух членов этой прогрессии отнять по единице, а к третьему члену прибавить единицу, то полученные числа составят геометрическую прогрессию.

Найти сумму шести членов арифметической прогрессии.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=\sqrt[4]{\frac{0,456^3+0,848\cdot\sqrt[3]{0,0562}}{2,381^{-3}}}.$$

3) Решить уравнение:

$$x^{1+\lg x}=(0,1)^{-2}.$$

1201. 1) Найти число членов арифметической прогрессии, сумма всех членов которой равна 81; произведение первого члена на разность прогрессии равно 5, а сумма четвёртого и шестого членов равна 42.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=\frac{783^3\cdot\sqrt[5]{0,0387\cdot0,865}}{0,586^3\cdot378\frac{1}{2}\cdot9\frac{5}{8}}.$$

3) Решить уравнение:

$$\frac{1}{2}\lg\left(3^{\sqrt{0,5x}}+73\right)+\lg 10=2.$$

1202. 1) Три числа, сумма которых равна 21, составляют арифметическую прогрессию. Если из второго числа вычесть 1, а к третьему прибавить 1, то эти три числа составят геометрическую прогрессию. Найти эти числа.

2) Вычислить при помощи логарифмов:

$$x=\frac{\sqrt[3]{43{,}08^{2}}}{0{,}518^{3}\cdot\sqrt[4]{0{,}0372^{3}}}.$$

3) Решить уравнение:

$$0{,}0625^{\frac{1}{\log_{0,5}x}}=0{,}5.$$

1203. 1) Произведение первого члена арифметической прогрессии на её разность равно 12, а сумма пятого и седьмого членов этой прогрессии равна 38. Найти число членов данной арифметической прогрессии, если сумма их равна 116.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=\frac{5207^{13}\cdot\sqrt{0{,}000734^{3}}}{255\,600^{4}\cdot 0{,}896^{3}\cdot\sqrt[3]{0{,}951}}.$$

3) Решить уравнение:

$$\frac{1}{2}[2+\lg(x+1)+\lg 0{,}25]=\lg 20-\lg\sqrt{x+1}.$$

1204. 1) Сумма трёх чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна 90. Если к первому числу прибавить 1, ко второму 3, к третьему 49, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найти числа, образующие арифметическую прогрессию.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=\frac{\sqrt[3]{535{,}2^{2}}}{\sqrt[5]{0{,}4613^{3}}\cdot\sqrt{0{,}00712}}.$$

3) Решить уравнение:

$$\sqrt[x-1]{8^{x+1}}\cdot\sqrt[x+1]{4^{x-1}}\cdot\sqrt[x^2-1]{2^{4x-5}}=1.$$

1205. 1) Сумма первого и третьего членов геометрической прогрессии, все члены которой положительные, равна 25, а разность между пятым и первым членами равна 75. Найти сумму членов этой геометрической прогрессии, если число её членов равно пределу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

$$\div \sqrt{3}, \frac{354}{33+121\sqrt{3}}, \dots .$$

3) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=\frac{(6\sqrt[7]{34}-2\sqrt[5]{10})^7}{0{,}853^7\cdot\sqrt[5]{587\cdot 0{,}975}}.$$

3) Решить уравнение:

$$x\cdot(1-\lg 5)=\lg(2^x+x-1).$$

1206. 1) Три числа, сумма которых равна 28, составляют геометрическую прогрессию. Если бы большее из этих чисел было на 4 меньше, то числа составили бы арифметическую прогрессию. Найти эти числа.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=12{,}05^2\sqrt{\frac{0{,}3783}{4{,}523\cdot\sqrt[7]{0{,}002834}}}.$$

3) Решить уравнение:

$$3^{x^2-7{,}2x+3{,}9}-9\sqrt{3}=0.$$

1207. 1) Найти сумму членов возрастающей геометрической прогрессии, сумма первого и третьего членов которой равна 65, а произведение тех же членов 676. Число членов прогрессии равно кубу предела суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

$$\div \sqrt{2}, \frac{1}{1+\sqrt{2}}, \dots .$$

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=\frac{[30+1{,}268^7]^3}{0{,}0271^3\cdot\sqrt[5]{0{,}87^2}}.$$

3) Решить уравнение:

$$\frac{1}{4}\cdot\lg(9984+2^{\sqrt{0{,}5x}})+\lg 100=3.$$

1208. 1) Сумма трёх чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна 45; если из этих чисел вычесть соответственно 2, 9 и 8, то получатся три числа, составляющие возрастающую геометрическую прогрессию. Найти сумму 9 членов полученной геометрической прогрессии.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=\left(\frac{\sqrt[5]{32,11^2}+21,7^{0,1}}{0,805}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

3) Решить уравнение:

$$\sqrt{x^{\lg\sqrt{x}}}=10.$$

1209. 1) Из метеорологических наблюдений температуры оказалось, что с 8 по 19 июня включительно термометр каждое утро показывал повышение температуры на $\frac{1}{2}$ градуса и что средняя утренняя температура за этот период была $18\frac{3}{4}$ градуса. Сколько градусов показывал термометр 8 июня?

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=\frac{\sqrt[3]{0,275^2}\cdot\sqrt[4]{7,385}}{\sqrt{\frac{128}{9667}}}.$$

3) Решить графически уравнение:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x=\frac{x}{2}.$$

1210. 1) Из метеорологических наблюдений температуры оказалось, что с 5 по 16 августа включительно термометр каждое утро показывал понижение температуры на $\frac{1}{2}$ градуса и что средняя утренняя температура за этот период была $17\frac{1}{4}$ градуса. Сколько градусов показывал термометр 5 августа?

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=\frac{\frac{37,26}{28,75}\cdot\sqrt{48,36}}{\sqrt[10]{\left(\frac{2503}{7506}\right)^3}}.$$

3) Решить графически уравнение:

$$\log_2 x=\frac{1}{2}x.$$

1211. 1) Разделить 700 на 4 части, составляющие геометрическую прогрессию, разность крайних членов которой относилась бы к разности средних, как 37 : 12.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=\sqrt[3]{\frac{4{,}795^3}{575{,}72\cdot\sqrt{0{,}09431}}}.$$

3) Решить уравнение:

$$1-\lg(x+3)=\lg x.$$

1212. 1) Найти четвёртый член геометрической прогрессии, в которой сумма первых трёх нечётных членов равна 84, а сумма первых трёх чётных членов равна 168.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=\frac{\sqrt[4]{0{,}06407^3}}{0{,}0894\cdot\sqrt[3]{0{,}00972}}.$$

3) Решить уравнение:

$$\lg 5+\frac{1}{2}\lg(x+5)=\lg 3+\lg(x+1).$$

1213. 1) Сумма трёх первых членов геометрической прогрессии равна 0,125 суммы трёх следующих членов. Найти геометрическую прогрессию, если её первый член равен 3.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=64{,}4+15{,}65\cdot\sqrt[8]{\frac{2{,}008^{0,3}}{0{,}3423}}.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 4^{x+y}=128,\\ 5^{3x-2y-3}=1.\end{cases}$$

1214. 1) Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии равна $\frac{8}{23}$ суммы следующих пяти членов. Определить сумму всех десяти членов прогрессии, если первый её член равен 2.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x=300{,}8-23{,}47\cdot\sqrt[4]{\frac{6{,}003^5}{0{,}05915}}.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x^2+y=75,\\ 2\lg x-\lg y=2\lg 2+\lg 3.\end{cases}$$

1215. 1) Сумма шести членов арифметической прогрессии равна 48. Определить число членов геометрической прогрессии, у которой первый член равен сумме крайних членов данной арифметической прогрессии, знаменатель равен 2 и сумма всех членов равна 1008.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x = \log_{0,4} 5.$$

3) Решить уравнение:

$$17^{3x^2+x-2} = 1.$$

1216. 1) Три положительных числа составляют геометрическую прогрессию, произведение первого и третьего членов которой равно 36. Определить число членов арифметической прогрессии, первый член которой равен второму члену данной геометрической прогрессии, разность равна 4 и сумма всех членов равна 510.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x = \frac{3,707^3}{107,4} \cdot \sqrt[4]{\frac{259,2 \cdot 0,9543}{0,08024}}.$$

3) Решить уравнение:

$$4^{3x^2+2x} = 2^{6-x}.$$

1217. 1) Найти четыре числа, из которых три первых составляют арифметическую прогрессию, а три последних — геометрическую, причём сумма первого и четвёртого чисел равна 66, а сумма второго и третьего чисел равна 60.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x = \sqrt[4]{0,47 \cdot \sqrt[3]{\frac{19,1}{0,034^{0,3}}}}.$$

3) Решить уравнение:

$$1 - \lg 2 = \lg\left(6 + \frac{x}{2}\right).$$

1218. 1) Найти четыре числа, из которых три первых составляют геометрическую прогрессию, а три последних — арифметическую, причём сумма первого и четвёртого чисел равна 42, а сумма второго и третьего чисел равна 36.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x = \sqrt[4]{0,093 \cdot \sqrt[3]{\frac{29,9}{0,017 \cdot \sqrt{0,0678}}}}.$$

3) Решить уравнение:

$$\lg(x-5) - \lg(3x-20)^{\frac{1}{2}} = \lg 2.$$

1219. 1) Четыре числа составляют геометрическую прогрессию; если ко второму числу прибавить 4, а к третьему 5, то полученные четыре числа составят арифметическую прогрессию. Найти числа, составляющие геометрическую прогрессию.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x = 3{,}525 \cdot \sqrt{15{,}07^{1,2} - \sqrt{\frac{258{,}4}{0{,}07288^{1,5}}}}.$$

3) Решить уравнение:

$$\frac{1}{2}(\lg x - \lg 5) = \lg 2 - \frac{1}{2}\lg (9 - x).$$

1220. 1) Четыре числа составляют арифметическую прогрессию; если к третьему числу прибавить 4, а к четвертому числу 16, то полученные четыре числа составят геометрическую прогрессию. Найти числа, составляющие арифметическую прогрессию.

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x = 5{,}387 \cdot \sqrt[3]{\frac{\sqrt{533{,}6}}{0{,}08157} - 9{,}318^2}.$$

3) Решить уравнение:

$$5^{\lg x} - 3^{\lg x - 1} = 3^{\lg x + 1} - 5^{\lg x - 1}.$$

1221. 1) Сколько надо взять членов в убывающей арифметической прогрессии $\div 100, 96, 92, \ldots$, чтобы их сумма была равна сумме членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии, у которой первые два члена равны соответственно восьмому и девятому членам данной арифметической прогрессии?

2) Вычислить с помощью таблиц логарифмов:

$$x = \sqrt[7]{2{,}3 + \frac{3{,}45}{0{,}19 \cdot \sqrt[3]{0{,}07031}}}.$$

3) Решить уравнение:

$$2^{3\lg x} \cdot 5^{\lg x} = 1600.$$

ГЛАВА XI.

СОЕДИНЕНИЯ И БИНОМ НЬЮТОНА.

§ 42. Соединения.

1222. Составить все перестановки: 1) из трёх букв: *a*, *b*, *c*; 2) из четырёх цифр: 5, 4, 3, 2.

1223. Составить все размещения: 1) из пяти букв: *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, по 3 буквы в каждом (без повторения); 2) из четырёх цифр: 1, 3, 5, 7, по 3 цифры в каждом.

1224. Составить все сочетания из пяти букв: *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, по 3 буквы в каждом.

1225. Составить анаграммы из букв, входящих в слово „Нева".

1226. Вычислить:

$$1)\ A_6^3;\ 2)\ A_7^1;\ 3)\ A_8^5;\ 4)\ \frac{A_6^3}{A_5^2};\ 5)\ \frac{A_8^3+A_7^4}{A_6^3};\ 6)\ \frac{A_{10}^6-A_{10}^5}{A_9^5-A_9^4}.$$

1227. Вычислить:

$$1)\ P_4;\ 2)\ P_6;\ 3)\ P_9;\ 4)\ \frac{P_8}{P_6};\ 5)\ \frac{P_5+P_4}{P_8};\ 6)\ \frac{P_6-P_4}{R_8}.$$

1228. Вычислить:

$$1)\ \frac{P_8-P_7}{7P_7};\ 2)\ \frac{P_8}{A_8^7};\ 3)\ \frac{A_7^4-P_5}{A_5^2};\ 4)\ \frac{2P_3+3A_4^2}{5P_5-P_3};\ 5)\ 6!$$

1229. Вычислить:

$$1)\ C_6^2;\quad 2)\ C_8^3;\quad 3)\ C_{11}^1;\quad 4)\ C_{12}^7;\quad 5)\ C_{100}^{98};$$
$$6)\ C_{20}^{17};\quad 7)\ C_{40}^{39};\quad 8)\ C_{54}^{52}.$$

1230. Проверить равенства:

$$1)\ C_{15}^{10}=\frac{A_{15}^5}{P_5};\ 2)\ C_m^8=\frac{A_m^{m-8}}{P_{m-8}}.$$

1231. Сколькими способами могут разместиться 4 пассажира в четырёхместной каюте?

1232. В пассажирском поезде 10 вагонов. Сколькими способами можно переставлять вагоны, составляя этот поезд?

1233. Сколькими способами можно разместить 6 человек на одной скамейке?

1234. При встрече 16 человек обменялись рукопожатиями. Сколько было сделано всего рукопожатий?

1235. Группа учащихся в 30 человек пожелала обменяться своими фотокарточками. Сколько всего карточек потребовалось для этого?

1236. Учащиеся школы изучают 10 различных предметов. Сколькими способами можно составить расписание уроков на один день, чтобы при этом было 5 различных предметов?

1237. Сколько перестановок можно сделать из букв слова „Москва"?

1238. Бригадир должен отправить на работу бригаду из 5 человек. Сколько бригад по 5 человек в каждой можно составить из 12 человек?

1239. Сколькими различными способами можно избрать из 15 человек делегацию в составе 3 человек?

1240. Сколькими различными способами собрание, состоящее из 40 человек, может выбрать из своей среды председателя собрания, его заместителя и секретаря?

1241. Сколько прямых линий можно провести через 8 точек, из которых никакие три не лежат на одной прямой?

1242. Сколько различных пятизначных чисел можно написать при помощи цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (без повторений)?

1243. Определить число всех диагоналей правильного: а) пятиугольника; б) восьмиугольника; в) 12-угольника; г) 15-угольника.

1244. Сколько различных трёхцветных флагов можно сделать, комбинируя синий, красный и белый цвета?

1245. Из ящика, где находится 15 шаров, нумерованных последовательно от 1 до 15, требуется вынуть 3 шара. Определить число возможных комбинаций номеров при этом.

1246. Сколько различных плоскостей можно провести через 10 точек, если никакие три из них не лежат на одной прямой и никакие четыре точки не лежат в одной плоскости?

1247. Найти:

1) число размещений из $n+1$ элементов по 3 элемента в каждом размещении;

2) число размещений из $n+1$ элементов по $k-1$ в каждом размещении;

3) число размещений из $m+n$ элементов по $m-n+1$ в каждом размещении;

4) число размещений из $m-n$ элементов по $m-2n-1$ в каждом размещении.

1248. Найти:

1) число перестановок из $k+1$ элементов;
2) число перестановок из $m+n$ элементов;
3) число перестановок из $m+2$ элементов;
4) число перестановок из $2n+2$ элементов.

1249. Найти:

1) число сочетаний из m элементов по $n+1$ в каждом сочетании;

2) C_{m+1}^{n-1}; 3) C_{m+1}^{n+1}; 4) C_{m-n}^{n+1}; 5) C_{m+2}^{n-2};
6) C_{m+2}^{n}; 7) C_m^{n-1}; 8) C_{n+2}^{k-1}; 9) C_{n-1}^{k+2}.

1250. Найти:

1) $\frac{A_m^5+A_m^4}{A_m^3}$; 2) $\frac{A_m^{n+2}+A_m^{n+1}}{A_m^n}$;

3) $\frac{A_{m+n}^{n+2}+A_{m+n}^{n+1}}{A_{m+n}^n}$; 4) $\frac{A_{m+n}^{m-n+2}+A_{m+n}^{m-n+1}}{A_{m+n}^{m-n}}$;

5) $\frac{A_{m-1}^{n-1}\cdot P_{m-n}}{P_{m-1}}$; 6) $\frac{A_m^n\cdot P_{m-n}}{P_{m-1}}$.

1251. Проверить равенства:

1) $C_{m+1}^7=C_{m+1}^{m-6}$; 2) $C_m^9+C_m^8=C_{m+1}^9$;
3) $C_m^n+C_m^{n-1}=C_{m+1}^n$.

1252. Упростить:

1) $\frac{(n+1)!}{n}$; 2) $\frac{n!}{n(n-1)}$; 3) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$; 4) $\frac{(2n+1)!}{(2n-1)!}$;
5) $\frac{(2n)!}{n!}$; 6) $\frac{n!}{(n-2)!}$; 7) $\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}$; 8) $\frac{1}{(k-1)!}-\frac{1}{k!}$.

1253. Сколько надо взять элементов, чтобы число размещений из них по четыре было в 12 раз больше, чем число размещений из них по 2?

1254. Из скольких элементов можно составить 56 размещений по два элемента в каждом?

1255. Число размещений из n элементов по 2 в 7 раз больше числа размещений из $n-4$ элементов по 2. Найти n.

1256. Определить число элементов n из условия $A_{2n}^3 = 20A_n^2$.

1257. Найти m из условия: $A_{m-4}^2 + A_{m-3}^2 + A_{m-2}^2 = 20$.

1258. Определить число элементов n, если известно, что число сочетаний из $n+2$ элементов по четыре в 11 раз больше, чем число сочетаний из n элементов, взятых по два.

Решить уравнения:

1259. 1) $A_x^2 = 42$; 2) $A_x^3 = 56x$;

3) $A_{x+1}^2 = 30$; 4) $5C_x^3 = C_{x+2}^4$.

1260. 1) $C_{x-3}^2 = 21$; 2) $C_x^3 = \frac{5x(x-3)}{4}$;

3) $C_x^3 + C_x^2 = 15(x-1)$; 4) $C_x^4 = \frac{15A_x^2}{4}$.

1261. 1) $\frac{A_x^5 + A_x^3}{A_x^3} = 43$; 2) $\frac{A_x^7 - A_x^5}{A_x^5} = 89$;

3) $12C_x^1 + C_{x+4}^2 = 162$; 4) $C_{x+1}^5 = \frac{3A_x^3}{8}$.

1262. 1) $\frac{A_x^4 \cdot P_{x-4}}{P_{x-2}} = 42$; 2) $\frac{A_{x+1}^{n+1} \cdot P_{x-n}}{P_{x-1}} = 90$;

3) $\frac{P_{x+2}}{A_x^n \cdot P_{x-n}} = 132$; 4) $\frac{A_{x+2}^{n+2} \cdot P_{x-n}}{P_x} = 110$.

1263. 1) Определить C_n^{19}, если дано, что $C_n^{12} = C_n^8$.

2) Найти C_8^x, если $C_{18}^x = C_{18}^{x+2}$.

1264. Найти число элементов n, если известно, что число сочетаний из $2n$ элементов по $n+1$ относится к числу сочетаний из $2n+1$ элементов по $n-1$, как $3:5$.

1265. Решить системы уравнений:

1) $\begin{cases} A_x^y : A_x^{y-1} = 10, \\ C_x^y : C_x^{y-1} = \frac{5}{3}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} C_x^{y+1} = 2{,}5x, \\ C_{x-1}^y = 10; \end{cases}$

3) $\begin{cases} C_x^y = C_x^{y+2}, \\ C_x^2 = 153; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} A_x^y : A_x^{y-1} = 8, \\ C_x^y : C_x^{y-1} = 1{,}6. \end{cases}$

1266. Сколько различных пятизначных чисел можно написать при помощи цифр 0, 1, 3, 5, 7?

1267. Найти сумму цифр во всех пятизначных числах, написанных с помощью цифр 1, 4, 6, 7, 8.

1268. Между перестановками из цифр 1, 2, 3, 4, 5 сколько таких, которые не начинаются цифрой 5? числом 12? числом 123?

1269. Между сочетаниями из 10 букв $a, b, c, \ldots$ по 4 сколько таких, которые не содержат букву a? буквы a и b?

1270. Между размещениями из 12 букв $a, b, c, \ldots$ по 5 сколько таких, которые не содержат букву a? буквы a и b?

1271. Между сочетаниями из m букв по n сколько таких, из которых каждое содержит k определённых букв?

1272. Между размещениями из m букв по n сколько таких, из которых каждое содержит k определённых букв?

1273. Сколькими различными способами можно разложить в два кармана 7 монет различного достоинства?

1274. Сколькими способами можно составить дозор из трёх солдат и одного офицера, если имеется 80 солдат и 3 офицера?

1275. Сколькими способами можно распределить 6 различных предметов между тремя лицами так, чтобы каждое лицо получило 2 предмета?

1276. Сколько может быть случаев при выборе двух карандашей и трёх ручек из 5 различных карандашей и 5 различных ручек?

Задачи на повторение.

1277. 1) Упростить выражение: $\dfrac{P_{2x+1}}{A_{2x-1}^{n-1} \cdot P_{2x-n}}$.

2) Решить уравнение: $30C_{x-3}^{x-9} = 19A_{x-4}^{4}$.

3) Решить систему уравнений: $\begin{cases} A_{2n}^{3x} : A_{2n}^{3x-1} = 8, \\ C_{2n}^{3x} : C_{2n}^{3x-1} = \dfrac{8}{9}. \end{cases}$

4) Сколько различных разностей можно составить из чисел 50, 17, 48, 32, 20, 11, если для составления разности брать по два числа?

1278. 1) Упростить: $\dfrac{P_{m-n} \cdot A_m^n}{P_{m+1}}$.

2) Решить уравнение: $12C_{x+3}^{x-1} = 55A_{x+1}^2$.

3) Решить систему уравнений: $\begin{cases} A_x^{n-3} : A_x^{n-2} = 1 : 8, \\ C_x^{n-3} : C_x^{n-2} = 5 : 8. \end{cases}$

4) Сколько различных неправильных дробей можно составить из чисел: 3, 5, 7, 11, 13, 17 так, чтобы в каждую дробь входили два числа?

1279. 1) Проверить равенство: $C_{m+1}^{4} - C_{m}^{3} = C_{m}^{4}$.

2) Решить уравнение: $C_{2x+3}^{2(x-1)} = 4A_{2(x+1)}^{3}$.

3) Решить систему уравнений: $\begin{cases} A_{2x}^{n-2} : A_{2x}^{n-3} = 8, \\ C_{2x}^{n-2} : C_{2x}^{n-3} = 2\frac{2}{3}. \end{cases}$

4) Сколько различных дробей можно составить из чисел 3, 5, 7, 11, 13, 16 так, чтобы в каждую дробь входили два числа?

1280. 1) Проверить равенство: $C_{m}^{9} - C_{m+1}^{9} + C_{m}^{7} = 0$.

2) Решить уравнение: $C_{x+1}^{x-4} = \frac{7}{15} A_{x+1}^{3}$.

3) Решить систему уравнений: $\begin{cases} A_{m}^{n} : A_{m}^{n-1} = 9, \\ C_{m}^{n} : C_{m}^{n-1} = 3 : 2. \end{cases}$

4) На плоскости расположены 10 точек так, что три из них лежат на одной прямой, а из остальных никакие три не расположены на одной прямой. Сколько различных прямых можно провести через эти точки?

1281. 1) Упростить: $\dfrac{A_{m-1}^{n-1} \cdot P_{m-n}}{10P_{m-1}}$.

2) Решить уравнение: $C_{4x+9}^{4(x+1)} = 5A_{4x+7}^{3}$.

3) Решить систему уравнений: $\begin{cases} A_{5x}^{n-3} : A_{5x}^{n-2} = 1 : 7, \\ C_{5x}^{n-2} : C_{5x}^{n-3} = 7 : 4. \end{cases}$

4) Сколько различных чётных делителей имеет число 3570?

1282. 1) Упростить: $\dfrac{A_{10}^{n} \cdot P_{10-n}}{P_0}$.

2) Решить уравнение: $C_{x+8}^{x+3} = 5A_{x+6}^{3}$.

3) Решить систему уравнений: $\begin{cases} A_{m-2}^{n} : A_{m-2}^{n-1} = 8, \\ C_{m-2}^{n} : C_{m-2}^{n-1} = 1{,}6. \end{cases}$

4) Сколько различных произведений, кратных 10, можно составить из чисел 7, 2, 11, 9, 5, 3?

§ 43. Бином Ньютона.

Найти сокращённым путём произведения биномов:

1283. 1) $(a+1)(a+2)(a+3)(a+4)$;
2) $(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)$;
3) $(x+1)(x-2)(x+3)(x-4)$;

4) $(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)(k+5)$;
5) $(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)$;
6) $(x-1)(x-2)(x+3)(x+4)(x-5)$.

Найти разложение биномов:

1284. 1) $(x+a)^6$; 2) $(x+c)^9$;
3) $(x+2)^5$; 4) $(1+a)^{12}$.

1285. 1) $(x-a)^7$; 2) $(x^2-a)^6$;
3) $(a^2+1)^8$; 4) $(a+\sqrt{b})^{11}$.

1286. 1) $(\sqrt{m}-n)^5$; 2) $(x-2y)^5$;
3) $(3x+2y)^4$; 4) $(2a^2-3a)^5$; 5) $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^6$.

1287. 1) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^6$; 2) $(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})^{10}$;
3) $(\sqrt{2x}-\sqrt{3y})^7$; 4) $(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b})^8$.

1288. 1) $(1-\sqrt{2})^6$; 2) $(\sqrt{3}-2)^4$;
3) $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^6$; 4) $(2\sqrt[8]{x}-4\sqrt{x})^4$.

1289. 1) $(\sqrt{a+1}-\sqrt{a-1})^4$;
2) $(\sqrt{a^2-1}+a)^6+(a-\sqrt{a^2-1})^6$;
3) $(1+\sqrt{a})^7-(1-\sqrt{a})^7$;
4) $(\sqrt{x}+\sqrt{y})^5+(\sqrt{x}-\sqrt{y})^5$.

1290. Найти:
1) четвёртый член разложения $(a+3)^7$;
2) девятый " " $(a+\sqrt{b})^{12}$;
3) шестой " " $(a^2+b^3)^{13}$;
4) средний член разложения $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^8$;
5) " " " $(x\sqrt{x}-1)^{14}$;
6) два средних члена разложения $(\sqrt{a}-\sqrt[3]{b})^{13}$;
7) " " " " $(\sqrt[6]{a}-2x\sqrt{x})^{19}$;
8) пятый член разложения: $\left(\sqrt[4]{2\sqrt{\frac{2}{11}}}-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^{12}$.

1291. Найти:
1) член разложения $(x+y)^9$, содержащий x^7;
2) " " $(\sqrt{a}+b)^9$, " a^3;
3) " " $(\sqrt{a}+\sqrt[4]{a})^{20}$, " a^7;

4) член разложения $(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[5]{x^8})^{12}$, содержащий $x^{\frac{22}{3}}$;

5) » » $\left(\frac{\sqrt{x}}{b}+\frac{b}{\sqrt[3]{x}}\right)^{18}$, » x^4;

6) » » $\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{b}+\frac{b}{\sqrt[4]{x}}\right)^{18}$, » x^{-1}.

1292. Найти:

1) член разложения $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}+\sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$, не содержащий a;

2) » » $\left(\sqrt[3]{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^{15}$, » » a;

3) » » $\left(\sqrt[9]{\frac{1}{z^8}}+\sqrt[3]{z^2}\right)^{7}$, » » z;

4) » » $\left(z\sqrt[3]{z^{-1}}+\frac{1}{\sqrt[7]{z^2}}\right)^{10}$, » » z;

5) » » $\left(\frac{2x}{y}-\sqrt{\frac{y}{2x}}\right)^{12}$, » » x;

6) » » $(-\sqrt[3]{c^2}+\sqrt[5]{c^3})^{20}$, » » c.

1293. Найти показатель степени бинома, если:

1) третий член разложения $(\sqrt[3]{a^2}+a^{-1})^n$ содержит a^0;

2) биномиальные коэффициенты четвёртого и шестого членов разложения $(1+x)^{n+1}$ равны между собой;

3) биномиальные коэффициенты четвёртого и шестого членов разложения соответственно равны 120 и 252.

1294. Найти показатель степени бинома, если:

1) шестой член разложения $(-\sqrt[30]{a}+\sqrt[5]{a})^n$ не содержит a;

2) отношение седьмого члена разложения $\left(\sqrt[3]{2}+\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)^n$ к седьмому члену от конца равно 0,1 (6);

3) шестой член разложения $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{a^8}}-\sqrt[5]{a^3}\right)^n$ не зависит от a.

1295. В разложении $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$ коэффициент пятого члена относится к коэффициенту третьего члена, как 7 : 2. Найти тот член этого разложения, который содержит букву x в первой степени.

1296. В разложении $\left(\frac{1}{z}+\sqrt{z}\right)^n$ коэффициент четвёртого члена относится к коэффициенту шестого члена, как 5 : 18. Определить в этом разложении член, не зависящий от z.

1297. Коэффициент третьего члена от конца разложения $\left(\sqrt[7]{z^{-1}}+\sqrt[3]{z^2}\right)^n$ равен 45. Найти член этого разложения, содержащий букву z в первой степени.

1298. Найти средний член разложения $\left(a^{-\frac{2}{3}}\sqrt[3]{a}-\sqrt[5]{\frac{a^{-2}}{\sqrt{a}}}\right)^n$, если известно, что коэффициент пятого члена относится к коэффициенту третьего члена, как 14 : 3.

1299. Найти тот член разложения бинома $\left(z\sqrt{z}+\frac{1}{\sqrt[3]{z}}\right)^m$, который после упрощений содержит z^5, если сумма биномиальных коэффициентов этого разложения равна 128.

1300. Определить x из условия, что пятый член разложения бинома $(\sqrt{x}+x^{-1})^6$ равен $\frac{5}{9}$.

1301. Определить z из условия, что разность между пятым и третьим членами разложения бинома $(z+\sqrt{5})^6$ равняется 300.

1302. Определить x из условия, что третий член разложения бинома $(x+x^{\lg x})^5$ равен 1 000 000.

1303. Найти рациональные члены разложения бинома:

1) $(\sqrt{x}-\sqrt[4]{x})^6$; 2) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^{10}$;

3) $(1+\sqrt[4]{2})^{16}$; 4) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})^8$.

1304. Доказать справедливость приближённых равенств при достаточно малом a:

1) $(1+a)^n\approx 1+na$; 2) $(1-a)^n\approx 1-na$.

1305. Вычислить по формулам приближения: 1) $(1{,}01)^5$; 2) $(0{,}998)^8$; 3) $(1{,}002)^{10}$; 4) $(0{,}9999)^6$.

1306. Имеется многочлен $x(1-x)^{10}+x^2(1-2x)^{20}+$ $+x^3(1-3x)^{30}$.

Определить, чему будет равен коэффициент при члене, содержащем x^4, если выполнить все указанные действия.

1307. Имеется многочлен:

$$x(2-3x)^6+x^3(1+2x^2)^7-x^4(3+2x^3)^9.$$

Определить коэффициент члена, содержащего x^5, если выполнить все указанные действия.

1308*. Определить коэффициент члена, содержащего x^3, в произведении двух разложений $(1+x)^7 \cdot (1-x)^4$.

1309. Найти x, y и z, если известно, что второй, третий и четвёртый члены разложения $(x+y)^z$ суть 240, 720 и 1080.

1310. Найти пятый член разложения бинома $\left(\sqrt[3]{2}-\sqrt{2^{-1}}\right)^n$, если последний член разложения равен $\left(\frac{1}{3\sqrt[3]{9}}\right)^{\log_3 8}$.

1311. Доказать методом полной индукции справедливость следующих формул:

1) $1+3+5+7+\ldots+(2n-1)=n^2$;

2) $1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$;

3) $1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$;

4) $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\ldots+n(n+1)=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$;

5) $1\cdot2\cdot3+2\cdot3\cdot4+3\cdot4\cdot5+\ldots+n(n+1)(n+2)=$
$=\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$.

1312*. Дано, что $a_{n+1}=3a_n-2a_{n-1}$ и $a_0=2$; $a_1=3$. Доказать, что $a_n=2^n+1$.

1313*. Дано, что $a_{n+1}=3a_n-2a_{n-1}$ и $a_0=0$; $a_1=1$. Доказать, что $a_n=2^n-1$.

1314*. Составить формулу общего члена последовательности, если дано, что:

1) $a_{n+1}=2a_n-a_{n-1}$ и $a_1=1$; $a_2=d$;

2) $a_{n+1}\cdot a_{n-1}=a_n^2$ и $a_1=1$; $a_2=q$;

3) $a_{n+1}=2a_n-a_{n-1}+2$ и $a_1=1$; $a_2=4$.

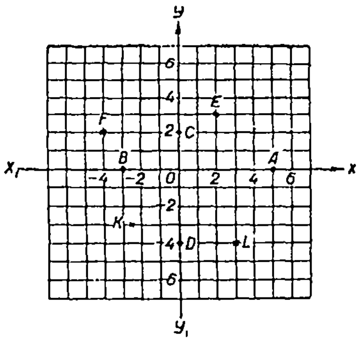
ГЛАВА XII.
КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА.

§ 44. Геометрическое изображение комплексных чисел.

1315. Пользуясь прямоугольной системой координат, построить точки, соответствующие следующим числам:

1) 3; 2) -4; 3) $2i$; 4) $-3i$; 5) $2{,}5i$; 6) $-0{,}8$; 7) $2+3i$; 8) $2-3i$; 9) $-2+3i$; 10) $-2-3i$; 11) $1+i$; 12) $-1-i$.

1316. Написать числа, соответствующие точкам A, B, C, D, E, F, K, L, расположенным в плоскости XOY (черт. 26).



Черт. 26.

1317. Вектор OA, равный 1, подвергнуть двум операциям: 1) операции растяжения в 2 раза и 2) операции поворота на угол $\frac{\pi}{2}$. Построить полученный вектор и определить соответствующее ему комплексное число.

1318. 1) Построить вектор, соответствующий числу, данному в таблице; 2) выполнить указанные в таблице операции растяжения и поворота; 3) построить полученный вектор и 4) написать соответствующее ему число:

№	Данный вектор	Операция		Полученное число
		Растяжение	Угол поворота	
1	-2	3	$\frac{\pi}{2}$	
2	i	2	$\frac{\pi}{2}$	
3	$2i$	1,5	π	
4	$-4i$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	
5	3	$\frac{2}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	
6	-4	$\frac{3}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	

1319. Написать числа, сопряжённые следующим числам, и построить их геометрические изображения:

1) $2+3i$; 2) $-2+4i$; 3) $-3-2i$; 4) $5-i$; 5) $4i$; 6) $-3i$.

§ 45. Сложение и вычитание комплексных чисел.

1320. Построить геометрическое изображение следующих чисел и выполнить их сложение:

1) $(3+2i)+(2+4i)$; 2) $(2-3i)+(1+2i)$;
3) $(-3+i)+(2-4i)$; 4) $(-1-2i)+(-3-i)$.

Выполнить сложение (по возможности устно):

1321. 1) $(5+4i)+(3-7i)$; 2) $(2-8i)+(5-i)$;
3) $(2+5i)+(-2-2i)$; 4) $(4+3i)+(-4+3i)$.

1322. 1) $(2-4i)+(-2+4i)$;
2) $(1+i)+(2+i)+(3+i)$;
3) $(0{,}5-3{,}2i)+(1{,}5-0{,}8i)+(-4-i)$;
4) $2+(3+4i)+2i+(-6-7i)$.

1323. 1) $\left(1\frac{3}{4}+\frac{2}{3}i\right)+\left(1\frac{1}{2}-\frac{5}{6}i\right)+\left(-\frac{3}{4}-2i\right)$;
2) $(0{,}12-1{,}4i)+(1{,}08+0{,}4i)+(2{,}5-0{,}2i)$;
3) $(a+bi)+(c+di)$; 4) $(3x-4yi)+(-x+2yi)$.

1324. Построить и вычислить разность чисел:

1) $(5+3i)-(2+i)$; 2) $(-2+4i)-(2+i)$;
3) $(1+i)-(5+3i)$; 4) $(2-3i)-(2+3i)$.

Выполнить действия:

1325. 1) $(5+4i)-(2-3i)$; 2) $(2+i)+(3-6i)-(1-i)$;
3) $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}i\right)-\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{3}i\right)+\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}i\right)$;
4) $(0{,}8-0{,}2i)+(0{,}1-1{,}3i)-(1{,}5+0{,}7i)-(2{,}3-0{,}6i)$.

1326. 1) $(2a-3bi)+(-a-bi)+(4a+2bi)-(2a-5bi)$;
2) $(5x-3yi)+(-2x+8yi)-[(2x-yi)-(7x-2yi)]$;
3) $(2c-8di)-[(5c-2di)+(c-di)-(-4c+3di)]$;
4) $(m-ni)+(3m-2ni)-[(-m-ni)-(5m+10ni)]$.

§ 46. Тригонометрическая форма комплексного числа.

Выразить в тригонометрической форме следующие числа и построить их геометрическое изображение:

1327. 1) 1; -1; 2) i; $-i$; 3) $\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1328. 1) $-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $4+3i$; 4) $4-3i$.

1329. 1) $1+i$; 2) $1-i$; 3) $\sqrt{2}+i\sqrt{2}$; 4) $1-i\sqrt{3}$.

1330. 1) $-2-2i\sqrt{3}$; 2) $5+12i$; 3) $-\sqrt{3}+i$; 4) $-3+2i$.

1331. Представить в алгебраической форме числа:

1) $4\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$; 2) $6(\cos 0+i\sin 0)$;

3) $8\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$; 4) $4\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$.

1332*. Построить геометрическое изображение сомножителей и произведения:

1) $3\cdot i$; 2) $4i\cdot i$; 3) $(\cos 0^\circ+i\sin 0^\circ)\cdot i$;
4) $2(\cos 60^\circ+i\sin 60^\circ)\cdot i$; 5) $(3+4i)(4+3i)$;
6) $(3+4i)(3-4i)$.

1333*. Выполнить умножение:

1) $5\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)\cdot 2\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$;
2) $2(\cos 60^\circ+i\sin 60^\circ)\cdot 3(\cos 30^\circ+i\sin 30^\circ)$;
3) $4(\cos 18^\circ+i\sin 18^\circ)\cdot 2(\cos 72^\circ+i\sin 72^\circ)$;
4) $5(\cos 20^\circ+i\sin 20^\circ)\cdot 3(\cos 25^\circ+i\sin 25^\circ)$;
5) $\sqrt{2}(\cos 120^\circ+i\sin 120^\circ)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 60^\circ+i\sin 60^\circ)$;
6) $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos 150^\circ+i\sin 150^\circ)\cdot\sqrt{3}(\cos 120^\circ+i\sin 120^\circ)$.

Выполнить умножение (по возможности устно):

1334. 1) $2i\cdot 3i$; 2) $4i\cdot 2i\sqrt{2}$; 3) $5i\cdot(-4i)$;
4) $2{,}5i\cdot 4i$; 5) $-ai\cdot 5i$; 6) $mi\cdot ni$.

1335. 1) $(3+5i)\cdot 2$; 2) $(1-i)(-4)$; 3) $(-2-3i)\cdot 5$;
4) $(-3+4i)\cdot 2i$; 5) $(-8-7i)(-3i)$.

1336. 1) $(2-3i)(4-i)$; 2) $(1-2i)(5-i)$;
3) $(0{,}5+0{,}2i)(2+3i)$; 4) $(\sqrt{2}-i)(\sqrt{3}+i\sqrt{2})$;
5) $(5+i)(5-i)$; 6) $(1-i)(1-i)$.

1337. 1) $(3+2i)(3-2i)$; 2) $(5+i\sqrt{3})(5-i\sqrt{3})$;
3) $(c+di)(c-di)$; 4) $(m-ni)(m+ni)$;
5) $(\sqrt{a}+i\sqrt{b})(\sqrt{a}-i\sqrt{b})$;
6) $(\sqrt{k}+i\sqrt{n})(\sqrt{k}-i\sqrt{n})$.

Разложить на комплексные множители:

1338. 1) a^2+b^2; 2) a^2+4b^2; 3) $4m^2+9n^2$;
4) a^2+4; 5) c^2+1; 6) $16+25$.

1339. 1) $a+b$; 2) $a+2$; 3) $a+1$;
4) $4+3$; 5) $5+9$; 6) $2+3$.

1340*. Выполнить деление комплексных чисел в тригонометрической форме:

1) $(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ) : (\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$;
2) $(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ) : (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$;
3) $6 (\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ) : 2 (\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)$;
4) $4 (\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ) : 2 (\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$.

Выполнить деление комплексных чисел в алгебраической форме:

1341. 1) $4i:2$; 2) $8i:4$; 3) $6i:2i$; 4) $10i:5i$.

1342. 1) $2i:(-3i)$; 2) $7i:(-0{,}5i)$; 3) $\frac{2+i}{i}$; 4) $\frac{1+i}{i}$.

1343. 1) $\frac{3}{5i}$; 2) $\frac{4}{3i}$; 3) $\frac{5}{1+2i}$; 4) $\frac{4}{1-2i}$.

1344. 1) $\frac{2i}{1-i}$; 2) $\frac{5i}{2-3i}$; 3) $\frac{1+i}{1-i}$; 4) $\frac{1-i}{1+i}$.

1345. 1) $\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}$; 2) $\frac{5-i\sqrt{2}}{1+i\sqrt{2}}$; 3) $\frac{5+2i}{1-2i}$; 4) $\frac{7-3i}{1+3i}$.

1346. 1) $\frac{\sqrt{6}-i}{\sqrt{6}-2i}$; 2) $\frac{-\sqrt{2}+i\sqrt{6}}{-1+i\sqrt{3}}$; 3) $\frac{-2\sqrt{3}+i}{1+2i\sqrt{3}}$; 4) $\frac{m}{i\sqrt{m}}$.

1347. 1) $\frac{a}{a+bi}$; 2) $\frac{\sqrt{a}}{a+2i\sqrt{a}}$; 3) $\frac{a+i\sqrt{n}}{a-i\sqrt{n}}$; 4) $\frac{a-bi}{b+ai}$.

Выполнить действия:

1348. (Устно.) 1) i^6; 2) i^{15}; 3) i^{36}; 4) $(-i)^3$.

1349. (Устно.) 1) $(-i)^{10}$; 2) $(-i)^{21}$; 3) $-i^3$; 4) $-i^{19}$.

1350. 1) $(1+i)^2$; 2) $(1-i)^2$; 3) $(3+2i)^2$; 4) $(5-2i)^2$.

1351. 1) $(1+2ai)^2$; 2) $(2+bi)^2$; 3) $(a+5bi)^2$; 4) $(c-2di)^2$.

1352. 1) $(1+i)^3$; 2) $(1-i)^3$; 3) $(2+i\sqrt{3})^3$; 4) $(3-i\sqrt{3})^3$.

1353. 1) $\left(\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^2$; 2) $\left(\frac{1}{2}-\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^2$; 3) $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^3$.

1354. 1) $(1+i)^4$; 2) $(1-i)^4$; 3) $(1-i)^8$; 4) $(a+bi)^6$.

1355. 1) $(1+i)^{10}-(1-i)^{10}$; 2) $(2+i\sqrt{3})^5+(2-i\sqrt{3})^5$;
3) $(3+i\sqrt{2})^8-(3-i\sqrt{2})^8$; 4) $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^6+\left(\frac{i-\sqrt{3}}{2}\right)^6$.

1356*. Вычислить, пользуясь формулой Муавра:

1) $(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)^9$; 2) $(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)^{10}$;
3) $[2 (\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ)]^5$; 4) $\left[3\left(\cos\frac{\pi}{4} - i \sin\frac{\pi}{4}\right)\right]^6$.

Каждое из следующих упражнений (№ 1357, 1358) выполнить двумя способами, выразив комплексные числа:

1) в тригонометрической форме; 2) в алгебраической форме.

Показать, что результаты выполнения действия будут тождественно равными.

1357*. 1) $(\cos 60°+i\sin 60°)^5$; 2) $(\cos 45°+i\sin 45°)^8$;
3) $(\cos 30°+i\sin 30°)^{10}$; 4) $[2(\cos 60°+i\sin 60°)]^6$.

1358*. 1) $(1+i)^{16}$; 2) $(-2+2i)^8$;
3) $\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^9$; 4) $\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{12}$.

1359*. Выполнить действия:

1) $\sqrt{3+4i}$; 2) $\sqrt{-3+4i}$; 3) $\sqrt{4-3i}$;
4) $\sqrt{1+i\sqrt{3}}$; 5) $\sqrt{7+i\sqrt{15}}$; 6) $\sqrt{5-i\sqrt{11}}$.

1360*. В следующих примерах вычислить все значения корня данной степени и построить их геометрическое изображение:

1) $\sqrt[3]{\cos 135°+i\sin 135°}$; 2) $\sqrt[4]{\cos 120°+i\sin 120°}$;
3) $\sqrt[5]{\cos 225°+i\sin 225°}$; 4) $\sqrt[6]{\cos 60°+i\sin 60°}$.

1361*. Решить уравнение $x^3-1=0$ двумя способами:
1) разложением левой части на множители;
2) путём извлечения кубического корня из 1, выраженной в тригонометрической форме.

Найти все значения корня:

1362*. 1) $\sqrt[3]{-1}$; 2) $\sqrt[3]{8}$; 3) $\sqrt[3]{-8}$; 4) $\sqrt[3]{27}$.

1363*. 1) $\sqrt[4]{1}$; 2) $\sqrt[4]{-1}$; 3) $\sqrt[4]{-16}$; 4) $\sqrt[3]{-2+2i}$.

1364*. 1) $\sqrt[4]{-7-24i}$; 2) $\sqrt[6]{1}$; 3) $\sqrt[4]{-2-2i\sqrt{3}}$; 4) $\sqrt[4]{-i}$.

§ 47. Упражнения для повторения.

1365. Выполнить действия:

1) $\frac{1+i}{1-i}+\frac{1-i}{1+i}$; 2) $\frac{a+bi}{c+di}-\frac{a+bi}{c-di}$;

3) $\frac{\sqrt{1+m}+i\sqrt{1-m}}{\sqrt{1+m}-i\sqrt{1-m}}-\frac{\sqrt{1-m}+i\sqrt{1+m}}{\sqrt{1-m}-i\sqrt{1+m}}$;

4) $(1+i)^8+(1-i)^8$;

5) $\left(\frac{1+i\sqrt{7}}{2}\right)^4+\left(\frac{1-i\sqrt{7}}{2}\right)^4$; 6) $\frac{(a+i)^3-(a-i)^3}{(a+i)^2-(a-i)^2}$.

1366. Составить квадратное уравнение по его корням.

1) $x_1 = \frac{-1+4i\sqrt{5}}{3}$; $x_2 = \frac{-1-4i\sqrt{5}}{3}$;

2) $x_1 = 3 - \frac{1}{2}i$; $x_2 = 3 + \frac{1}{2}i$;

3) $x_1 = 2 - i$; $x_2 = 3 - 2i$;

4) $x_1 = \frac{2-i}{1+i}$; $x_2 = 1 + i$.

1367*. Решить уравнения:

1) $2x^2 - (5-i)x + 6 = 0$;

2) $(7+i)x^2 - 5ix - 1 = 0$;

3) $x^2 - (4-6i)x + (10-20i) = 0$;

4) $(1+i)x^2 - (2+i)x + (3+i) = 0$.

1368. На основании условия равенства комплексных чисел определить x и y:

1) $2 + 5ix - 3iy = 14i + 3x - 5y$;

2) $\frac{8i}{x} + iy - 2 = 7i - \frac{10}{x} + y$;

3) $\frac{i}{x} + \frac{i}{y} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{5i}{y}$;

4) $aix + biy - a = i - a^2x - b^2y$.

1369*. 1) Проверить равенство:

$$\sqrt[3]{2+11i} + \sqrt[3]{2-11i} = 4.$$

2) Показать, что когда n есть кратное 3, то

$$\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^n + \left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^n = 2,$$

а при n, не делящемся на 3,

$$\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^n + \left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^n = -1.$$

3) Показать, что при n чётном сумма $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^n + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^n$ равна или ± 2, или 0, а при n нечётном эта сумма равна $\pm\sqrt{2}$.

4) Показать, что если $x = \frac{-1+3i}{2}$ и $y = \frac{-1-3i}{2}$, то $\sqrt[3]{x^3 + y^3 - 3xy} = \sqrt[3]{-1}$.

1370. 1) Написать два комплексных числа, обладающих тем свойством, что: а) их сумма, б) их произведение, в) их сумма и произведение — вещественные числа.

2) Найти условие, необходимое и достаточное для того, чтобы произведение двух комплексных чисел $a+bi$ и $c+di$ было: а) вещественным числом, б) чисто мнимым числом.

1371. Показать, что квадрат числа, которое представляет сумму квадратов двух натуральных чисел, равен также сумме квадратов двух чисел.

1372*. Показать, что графическое построение корней уравнений: 1) $x^3=1$; $x^6=1$; $x^{12}=1$ и т. д. связано с задачей об удвоении числа сторон правильного вписанного многоугольника.

1373*. Применяя формулу Муавра и формулу бинома Ньютона для возвышения в целую положительную степень выражения $(\cos\varphi+i\sin\varphi)^n$, выразить через $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$:

1) $\sin 2\varphi$; 2) $\cos 2\varphi$; 3) $\sin 3\varphi$; 4) $\cos 3\varphi$;
5) $\sin 4\varphi$; 6) $\cos 4\varphi$; 7) $\sin 5\varphi$; 8) $\cos 5\varphi$.

1374. Показать, что если α_1, α_2 и α_3 суть корни уравнения $x^3=1$, то справедливы следующие равенства:

1) $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=0$; 2) $\alpha_1\cdot\alpha_2\cdot\alpha_3=1$.

1375. Дано комплексное число:

$$z=x+iy=r(\cos\varphi+i\sin\varphi).$$

Определить множество точек плоскости, если

1) $|z|=1$; 2) $|z|<1$; 3) $|z|\leqslant 1$;
4) $|z|>1$; 5) $1<|z|<2$.

ГЛАВА XIII.

НЕРАВЕНСТВА И ИССЛЕДОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ.

§ 48. Неравенства первой степени с одним неизвестным [1]).

1376. Сложить неравенства:

1) $18>15$; $1>-3$; 2) $4<6$; $-5<-2$;
3) $5a+1>2a-7$; $a-4>3-a$. 4) $5a+b<2a+1$; $3b-2a<15-4a$.

1377. В следующих примерах вычесть второе неравенство из первого:

1) $10>4$; $8<12$; 2) $-3>-5$; $2<4$;
3) $5<10$; $-1>-3$; 4) $5x>10$; $3x<15$.

[1]) Работу полезно начать с повторения § 3.

1378. Перемножить почленно неравенства:

1) $4>3$; $5>2$; 2) $+4>-5$; $3>2$;
3) $2>-4$; $-4>-6$; 4) $-5<3$; $-6<2$.

1379. 1) Если $a>b$ и $c=d$, то всегда ли $ac>bd$?
2) Если $a>b$, то всегда ли $a^m>b^m$?

1380. Что можно сказать о числах a и b, если известно, что

1) $ab>0$; 2) $ab<0$?

1381. Определить, при каких значениях x функция $y=x+2$ принимает: 1) отрицательные значения; 2) положительные значения; 3) равна нулю.

1382. Построить графики следующих функций и определить, при каких значениях аргумента x функция y принимает: а) положительные значения; б) отрицательные значения; в) обращается в нуль. Проверить результаты путём решения соответствующих неравенств:

1) $y=x-3$; 2) $y=x+5$; 3) $y=2x-3$;
4) $y=-x+2$; 5) $y=-x-1$.

1383. Даны две функции: $y=x+1$ и $y_1=5-x$. Известно, что x принимает значения от -4 до 3 $(-4<x<3)$. Определить, при каких значениях x в этом интервале:

1) $y>y_1$; 2) $y<y_1$; 3) $y=y_1$.

Решить неравенства:

1384. 1) $9x+8<15+7x$; 2) $-3(x+20)<-20$;
3) $-\frac{x}{2}<3x-\frac{3+2x}{4}$;
4) $\frac{x-1}{3}-2(1-4x)>\frac{1}{4}x-\frac{7-52x}{6}$.

1385. 1) $3\frac{1}{3}x-\frac{x-8}{6}>\frac{5x+2}{9}-\frac{2x+11}{6}$;
2) $\frac{1}{2}(3x-1)+\frac{x}{5}<7x+10{,}1$;
3) $\frac{2}{3}x+\frac{3}{2}<\frac{3x-2}{4}-1$; 4) $\frac{3-2x}{5}+8>\frac{5x+2}{2}-x$.

1386. 1) $5-\frac{x}{3}<3\frac{1}{2}-\frac{4x+1}{8}$; 2) $3-\frac{3x}{2}>\frac{5}{8}-\frac{4x-3}{6}$;
3) $5(x-1)-x(7-x)<x^2$; 4) $(x+1)^2<(x-1)^2$.

1387. 1) $x-\frac{x-1}{2}>\frac{x-3}{4}-\frac{x-2}{3}$;

2) $\frac{5x-1}{4}-\frac{3x-13}{10}>\frac{5x+1}{3}$;

3) $|x-3|>5$; 4) $|x+2|<8$.

Решить системы неравенств:

1388. 1) $\begin{cases} 5(x+1)+6(x+2)>9(x+3), \\ 7x-3(2x+3)>2(x-18); \end{cases}$

2) $\begin{cases} (x-3)(x-4)<(x+1)(x+2), \\ x(x+1)+x(x+2)>(2x-1)(x+3). \end{cases}$

1389. 1) $\begin{cases} 2-\frac{5+x}{7}<1-\frac{9-x}{14}, \\ 12-\frac{1}{3}\left(47-\frac{60}{x}\right)>3; \end{cases}$

2) $\begin{cases} \frac{7-x}{2}-3<\frac{3+4x}{5}-4, \\ \frac{5}{3}x+5(4-x)<2(4-x). \end{cases}$

1390. 1) $\begin{cases} \frac{3x+5}{7}+\frac{10-3x}{5}<\frac{2x+7}{3}-8, \\ \frac{7x}{3}-\frac{11(x+3)}{6}<\frac{3x-1}{5}-\frac{13-x}{2}; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3-\frac{3-7x}{10}+\frac{x+1}{2}>4-\frac{7-3x}{5}, \\ 7(3x-6)+4(17-x)>11-5(x-3). \end{cases}$

1391. Найти целые решения следующих систем неравенств:

1) $\begin{cases} 3x-10>0, \\ 5\frac{1}{3}x-51<6x; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 1-\frac{3x-88}{7}>5x, \\ 4x+5-\frac{1}{6}\left(25x+29\frac{1}{2}\right)<0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{2x-11}{4}+\frac{19-2x}{2}<2x, \\ \frac{2x+15}{9}>\frac{1}{5}(x-1)+\frac{x}{3}; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x+2<\frac{2x-8}{6}-\frac{18-4x}{3}, \\ 9-\left(\frac{x-2}{4}+\frac{2}{3}\right)>x. \end{cases}$

Решить неравенства:

1392. 1) $(x+3)(x+2)>0$; 2) $(x-4)(x+3)>0$;
3) $(x+1)(x-5)<0$; 4) $(x-5)(x-3)<0$.

1393. 1) $(x-2)(x-4)>0$; 2) $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-4\right)>0$;
3) $(x-3)(x-7)<5(x-3)$;
4) $(3x-1)(4-x)(2x-3)^2<0$.

1394. 1) $\frac{4-2x}{1+3x}>0$; 2) $\frac{3a+7}{2-6a}>0$;
3) $\frac{5-2a}{8+5a}>0$; 4) $\frac{5x-8}{2x+4}<0$.

1395. 1) $\frac{9-2y}{4y+1}<0$; 2) $\frac{15-4a}{7+3a}<0$;
3) $\frac{2x+1}{x+2}>1$; 4) $\frac{x-1}{x+3}>2$.

1396. 1) $\frac{3x-2}{x+1}<1$; 2) $\frac{5x-1}{x+6}<1$;
3) $|x-2|<5$; 4) $|x+4|>9$.

1397. Даны две функции: $y=x+3$ и $y=-x+2$. Вычертить графики этих функций на одном чертеже и определить по чертежу те значения x, при которых обе функции совместно имеют положительные значения.

1398. Одна сторона треугольника равна 3 *см*, а разность двух других сторон равна 1 *см*. Найти стороны этого треугольника, если они выражаются в целых числах.

1399. В двузначном числе цифра десятков на 2 меньше цифры единиц. Найти это число, если известно, что оно больше 21 и меньше 38.

1400. Числитель дроби меньше её знаменателя на единицу; если к числителю и знаменателю этой дроби прибавить по единице, то величина дроби будет больше $\frac{1}{2}$; если от числителя и знаменателя отнять по единице, то величина дроби будет меньше $\frac{6}{7}$. Найти эти дроби.

1401. Если к некоторому двузначному числу прибавить его половину, то в результате получится число, большее 128, но меньшее 130. Найти это число.

1402. Если бы турист проезжал в день на 20 *км* больше того, что он в действительности проезжает, то он за 8 дней проехал бы больше 900 *км*, а если бы он ежедневно проезжал на 12 *км* меньше, то и в 10 дней не успел бы проехать 900 *км*. Сколько километров в день проезжал турист?

1403. Пароход прошёл a километров по течению реки и вернулся обратно. Скорость парохода v *км* в час, а скорость течения реки v_1 *км* в час ($v > v_1$). Доказать, что время, которое затратил пароход на движение туда и обратно, всегда больше того времени, которое он затратил бы на прохождение того же расстояния в стоячей воде.

1404. Доказать, что среднее арифметическое двух неравных положительных чисел больше их среднего геометрического.

1405. Доказать, что положительная правильная дробь увеличивается от прибавления к числителю и знаменателю одного и того же положительного числа, а неправильная дробь — уменьшается.

1406. Доказать, что во всяком треугольнике полупериметр больше каждой из его сторон.

1407. Доказать, что если a, b, c суть длины трёх сторон треугольника, то имеет место неравенство:

$$a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + ac + bc).$$

Сформулировать свойство сторон треугольника, выраженное данным неравенством.

1408. Доказать, что из всех прямоугольников, имеющих данный периметр, квадрат имеет наибольшую площадь.

1409. Доказать, что в неравнобедренном прямоугольном треугольнике высота, опущенная на гипотенузу, меньше половины гипотенузы.

1410. Доказать, что во всяком прямоугольном треугольнике квадрат удвоенной высоты, опущенной на гипотенузу, меньше суммы квадрата гипотенузы с удвоенным произведением катетов.

Доказать неравенства:

1411. 1) $k + \frac{1}{k} \geqslant 2,\ k > 0$; 2) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geqslant 2,\ a > 0,\ b > 0$;

3) $\frac{2a}{1 + a^2} \leqslant 1$; 4) $(a + b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geqslant 4,\ a > 0,\ b > 0.$

1412. 1) $(a + b)(b + c)(a + c) > 8abc$ (a, b и c — положительные числа);

2) $a^3 + b^3 \geqslant a^2b + ab^2,\ a > 0,\ b > 0$;

3) $x^5 + y^5 - x^4y - xy^4 \geqslant 0$, если $x > 0,\ y > 0$.

1413. 1) $\sqrt{(a+c)(b+d)} \geqslant \sqrt{ab}+\sqrt{cd}$, где a, b, c и $d>0$;

2) $\frac{x+y+z}{3} \geqslant \sqrt[3]{xyz}$.

1414. Выяснить знак неравенства (больше или меньше) между следующими выражениями:

1) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ и $\sqrt{7}$; 2) $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ и $\sqrt{6}+\sqrt{2}$;

3) $\sqrt{11}-\sqrt{2}$ и $\sqrt{5}+1$; 4) $\frac{5\sqrt{2}+3\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$ и 6;

5) $\sqrt{8-\sqrt{15}}$ и $\frac{1}{2}(\sqrt{30}-\sqrt{2})$.

§ 49. Исследование уравнений первой степени с одним неизвестным.

1415. Определить, при каких значениях t следующие уравнения имеют положительные решения:

1) $4x=3t-15$; 2) $2x-1=4+5t$; 3) $3(2-x)=4(t-2x)$;

4) $\frac{t}{4}=\frac{3}{x}$; 5) $\frac{7}{1+x}=\frac{t}{x}$; 6) $4-t=\frac{2}{x-1}$.

1416. Определить, при каких значениях k следующие уравнения имеют отрицательные решения:

1) $\frac{5}{2x-k}=\frac{3}{4-kx}$; 2) $\frac{1}{x+1}=1-k$; 3) $k-2=\frac{3x+1}{x+1}$;

4) $\frac{k(x+2)-3(k-1)}{x+1}=1$; 5) $\frac{4x-1}{x-1}=k+3$;

6) $\frac{5}{3x-k}=\frac{3}{kx-4}$; 7) $\frac{4x+3k}{3}=\frac{5x-2k}{4}$.

1417. Исследовать, при каких значениях параметров (букв, входящих в уравнение) нижеследующие уравнения имеют: а) положительное решение; б) отрицательное решение; в) нулевое решение; г) бесконечное множество решений; д) совсем не имеют решений:

1) $ax-a=3x-5$; 2) $2mx+3=2m-x$;

3) $ab+bx-b=3ax$; 4) $\frac{a}{3a+x}=\frac{2}{b+x}$;

5) $mx=(a+x)n$; 6) $nx-bmn+m(a-x)=0$.

1418. Определить, при каких значениях параметра a уравнение $3(x+1)=4+ax$ будет иметь решение, большее чем -1.

Решить задачи и исследовать полученную формулу решения. При исследовании решения определить:

1) при каких значениях параметров и при каких соотношениях между ними задача имеет смысл;

2) какие значения может принимать неизвестное, чтобы оно удовлетворяло условию задачи;

3) какие решения уравнения удовлетворяют этим условиям.

1419. На одном складе a тонн угля, а на другом складе b тонн. Ежедневно на оба склада поступает по d тонн угля. Через сколько дней на первом складе будет угля в n раз больше, чем на втором?

1420. В бассейн проведены две трубы; первая труба наполняет бассейн в a часов, вторая выливает из наполненного бассейна всю воду в b часов. Во сколько времени наполнится пустой бассейн при одновременном действии обеих труб?

1421. Один рабочий изготовляет в день a деталей, другой b деталей. Первый изготовил уже p деталей, второй q деталей. Через сколько дней после этого число деталей, изготовленных каждым рабочим, при одновременной их работе, будет одинаково?

1422. В одном городе a жителей, а в другом городе b жителей. Население первого города ежегодно увеличивается на m человек, а население второго города ежегодно увеличивается на n человек. Через сколько лет в обоих городах будет жителей поровну?

1423. В m литрах морской воды содержится n граммов соли. Сколько литров чистой воды надо добавить, чтобы m литров раствора содержали q граммов соли?

1424. Переднее колесо повозки имеет в окружности m метров, а заднее n метров. На каком расстоянии переднее колесо сделает на 10 оборотов больше заднего?

1425. В трапеции $ABCD$ даны основания $BC=a$, $AD=8$ и одна из боковых сторон $AB=3$. На какое расстояние нужно продолжить сторону AB, чтобы она встретилась с продолжением стороны CD?

1426. В трапеции $ABCD$ даны основания $BC=a$, $AD=8$ и одна из боковых сторон $AB=c$. На какое расстояние нужно продолжить сторону AB, чтобы она встретилась с продолжением стороны CD?

1427. К двум окружностям, радиусы которых R и r, проведена общая внешняя касательная. Определить положение точки пересечения касательной с линией центров, если расстояние между центрами равно d.

1428. Два автомобиля выезжают одновременно из двух городов A и B и едут по одному и тому же направлению от A к B и далее. Скорость первого автомобиля a *км* в час, скорость второго b *км* в час. Через сколько часов первый автомобиль догонит второй, если расстояние между A и B равно d километрам?

§ 50. Исследование системы уравнений первой степени с двумя неизвестными.

1429. Не решая следующих систем уравнений, определить, будет ли данная система иметь: а) одно решение; б) бесконечное множество решений; в) не будет иметь решений.

1) $\begin{cases} 2x+y=11, \\ x+3y=18; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x+3y=4, \\ 4x+6y=8; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x+3y=15, \\ 10x-6y=0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x+10y=16, \\ 6x+20y=32; \end{cases}$

5) $\begin{cases} 6x-9y=4, \\ 4x-6y=9; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 4x+10y=12, \\ 6x+15y=18. \end{cases}$

Исследовать решение нижеследующих систем уравнений и дать графическое истолкование полученных результатов путём определения точки пересечения двух прямых, определяемых уравнениями системы:

1430. 1) $\begin{cases} x+y=2, \\ 4x-y=3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-y=1, \\ y-2x=1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x+y=2, \\ 3x+2y=6. \end{cases}$

1431. 1) $\begin{cases} 3x+y=4, \\ 4-y=5x; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x+3y=5, \\ 4x+6y=8; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x+y=4, \\ 2x+2y=8. \end{cases}$

1432. Определить, при каких значениях m система уравнений

$$\begin{cases} 3x+7y=m, \\ 2x+5y=20 \end{cases}$$

имеет положительные решения, т. е. $x>0$ и $y>0$.

1433. Определить, при каких значениях k система уравнений

$$\begin{cases} 3x-6y=1, \\ 5x-ky=2 \end{cases}$$

имеет отрицательные решения, т. е. $x<0$ и $y<0$.

1434. Определить, при каких значениях m и n следующие системы уравнений имеют бесконечное множество решений:

1) $\begin{cases} mx+ny=8, \\ 5x+3y=4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} mx+(n-1)y=2, \\ 3x+10y=-1; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x+3y=8, \\ mx+y=n; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 6x+y=10, \\ (n+1)x+\frac{1}{n}y=n^2+m. \end{cases}$

1435. Определить, при каких значениях a следующие системы уравнений не имеют решений:

1) $\begin{cases} 4x+3y=12, \\ 2x+ay=5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x+8y=10, \\ x-ay=7; \end{cases}$

3) $\begin{cases} ax-5y=9, \\ 2x-3y=15; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x+2ay=1, \\ (3a-1)x-ay=1. \end{cases}$

1436. Дана система двух уравнений с двумя неизвестными x и y:

$$\begin{cases} (3+m)x+4y=5-3m, \\ 2x+(5+m)y=8. \end{cases}$$

Найти, при каких значениях m эта система: а) имеет бесконечное множество решений; б) не имеет решения.

Определить, при каких значениях m следующие системы: а) имеют бесконечное множество решений; б) не имеют решений:

1437. 1) $\begin{cases} (m+5)x+(2m+3)y=3m+2, \\ (3m+10)x+(5m+6)y=2m+4; \end{cases}$

2) $\begin{cases} (m-1)x+2my+2=0, \\ 2mx+(m-1)y-(m-1)=0. \end{cases}$

1438. 1) $\begin{cases} x+my-1=0, \\ mx-3my-(2m+3)=0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} (2m-3)x-my-(3m-2)=0, \\ -5x+(2m+3)y+5=0. \end{cases}$

1439. 1) $\begin{cases} (m-1)x+(m+1)y=2(m^2-1), \\ (m^2-1)x+(m^2+1)y=2(m^3-1); \end{cases}$

2) $\begin{cases} (m-1)^2x+(m^2-1)y=(m+1)^2, \\ (2m-1)x+(m+1)y=(m^2-1). \end{cases}$

Решить и исследовать решение следующих задач:

1440. Смешаны конфеты двух сортов по a рублей и по b рублей за килограмм, и получено m килограммов смеси ценой по c рублей за килограмм. Сколько килограммов конфет каждого сорта взято для смеси?

1441. Для отопления дома сделан запас угля, из которого ежедневно расходуется по одинаковому числу килограммов. Спустя m дней из этого запаса осталось a килограммов, а спустя n дней b килограммов. Как велик был запас угля и сколько килограммов угля расходовали ежедневно?

1442. Через h минут после начала подогревания вода в сосуде имела температуру $t°$, а через h_1 минут $t_1°$. Какова была первоначальная температура воды и на сколько градусов нагревалась она в каждую минуту, если предположить, что нагревание было равномерным?

1443. Два автомобиля едут равномерно от пункта A по шоссе в одном и том же направлении. В некоторый момент времени первый автомобиль находился от A на расстоянии m километров, а второй — на расстоянии n километров. Через сколько часов после этого и на каком расстоянии от пункта A второй автомобиль догонит первый, если скорость первого a *км* в час, а второго b *км* в час?

1444. Куплено m килограммов муки двух сортов на сумму k рублей; килограмм муки первого сорта стоил a рублей, килограмм муки второго сорта b рублей. Сколько было куплено муки каждого сорта?

1445. Один покупатель купил a метров ситца и b метров сатина и за всю покупку заплатил d рублей; другой покупатель по той же цене взял m метров ситца и n метров сатина и заплатил также d рублей. Сколько стоил метр сатина и метр ситца отдельно?

1446. Если смешать a литров спирта первого сорта и b литров спирта второго сорта, то получится спирт крепостью в k градусов; если же смешать b литров спирта первого сорта и a литров спирта второго сорта, то получится спирт в t градусов. Определить крепость спирта каждого сорта.

§ 51. Неравенства второй степени [1]).

Решить неравенства:

1447. 1) $x^2-14x+45>0$; 2) $x^2+2x>6x-15$;
3) $x^2-11x+30>0$; 4) $x^2-4x+3>0$.

---

[1]) Полезно предварительно повторить § 3 и § 27.

1448. 1) $x^2+105>22x$; 2) $x^2-5x+4<0$;
3) $x^2-6x+9<0$; 4) $x^2-8x+7>0$.

1449. 1) $3x^2-5x-2>0$; 2) $5x^2-7x+2<0$;
3) $3x^2-7x-6<0$; 4) $3x^2-2x+5>0$.

1450. 1) $2x^2-3x+7<0$; 2) $3x^2-4x+5<0$;
3) $3x^2-11x-4<0$; 4) $5x^2-8x-4<0$.

1451. 1) $-2+x-3x^2<0$; 2) $-5+4x-3x^2>0$;
3) $2x^2-3x+4>x^2+2x-2$;
4) $2x^2-2x-7>x^2+5x-17$.

1452. 1) $\frac{(x-1)(x-2)}{x-3}>0$; 2) $\frac{(x-3)(x-5)}{x-2}>0$;
3) $\frac{x-1}{x^2+4x+2}<0$; 4) $\frac{x^2-6x+18}{x-4}>0$;

1453. 1) $\frac{x^2+2x-3}{x^2-2x+8}>0$; 2) $\frac{x^2+5x+4}{x^2-5x-6}<0$;
3) $2-\frac{x-3}{x-2}>\frac{x-2}{x-1}$; 4) $3-\frac{2x-17}{x-5}>\frac{x-5}{x+2}$.

1454. При каких значениях x следующие выражения не имеют смысла:

1) $\lg(x^2-6x+9)$; 2) $\lg(x^2-5x+6)$;
3) $\lg(3x^2-4x+5)$; 4) $\lg(5x^2-8x-4)$.

При каких значениях m следующие неравенства удовлетворяются при всяких значениях x:

1455. 1) $x^2+2x+m>0$; 2) $x^2-5x-m>0$;
3) $x^2+6x+(5m-1)(m-1)>0$;
4) $x^2+2x+m>10$.

1456. 1) $mx^2+12x-5<0$;
2) $(m+3)x^2-5x-4<0$;
3) $x^2+(m+2)x+8m+1>0$;
4) $x^2+2(m+1)x+9m-5>0$.

1457. 1) $(m+1)x^2-2(m-1)x+3m-3<0$;
2) $(5-m)x^2-2(1-m)x+2(1-m)<0$;
3) $(m-2)x^2+2(2m-3)x+5m-6>0$;
4) $(4-m)x^2-3x+m+4>0$;
5) $(m^2+4m-5)x^2-2(m+1)x+3>0$;
6) $(m^2+6m-4)x^2-2(m-1)x+2<0$.

1458. При каких значениях m следующие трёхчлены второй степени представляют полные квадраты:

1) $(4m-3)x^2-3(m+1)x+2(m+1)$;
2) $(6m-5)x^2-5(m-1)x+2m-6$;
3) $(m-1)x^2+2mx+3m-2$;
4) $3(m+6)x^2-3(m+3)x+2m-3$.

1459. Дан квадратный трёхчлен $y=ax^2+bx+c$.

1) Найти дискриминант трёхчлена и указать, при каком значении дискриминанта функция y имеет: а) два различных корня; б) два равных корня; в) не имеет ни одного корня (действительных).

2) Привести трёхчлен $y=ax^2+bx+c$ к виду $y=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$ и доказать, что если: а) коэффициент первого члена $a>0$, то функция имеет наименьшее значение (minimum), равное $\left(-\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$ при $x=-\frac{b}{2a}$; б) если коэффициент $a<0$, то функция имеет наибольшее значение (maximum), равное $\left(-\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$ при $x=-\frac{b}{2a}$.

1460. Даны функции:

1) $y=4x^2-8x+4$; 2) $y=6x^2-3x-3$;
3) $y=-4x^2-6x+1$; 4) $y=-3x^2+18x-15$.

а) Найти для каждой функции: при каких значениях x функция y: а) обращается в нуль; б) принимает наибольшее или наименьшее значение; в) убывает и возрастает; г) принимает положительные и отрицательные значения.

б) Начертить схематический график изменения функции y в зависимости от изменения x.

1461. Найти коэффициенты трёхчлена ax^2+bx+c, зная, что он обращается в нуль при $x=6$ и что его наименьшее значение равно (-8) при $x=4$.

1462. Известно, что квадратный трёхчлен ax^2+bx+c имеет наибольшее значение, равное 25 при $x=\frac{1}{2}$, а при $x=0$ принимает значение, равное 24. Найти коэффициенты этого трёхчлена.

1463. Вершина параболы $y=ax^2+bx+c$ имеет координаты $x=6$ и $y=-12$. Зная, что ветви параболы направлены вверх от оси x и что одна из ветвей пересекает ось x в точке (8; 0), найти коэффициенты a, b и c.

1464. Парабола $y=ax^2+bx+c$ пересекает ось y в точке, ордината которой равна 15. Зная, что ветви параболы направлены вверх от оси x и что координаты вершины параболы $(-2;\ 7)$, найти коэффициенты a, b и c.

1465. Написать уравнение каждой из парабол, изображённых на чертеже 27:

1466. Найти, при каком значении аргумента x следующие функции имеют наибольшее значение и какое именно:

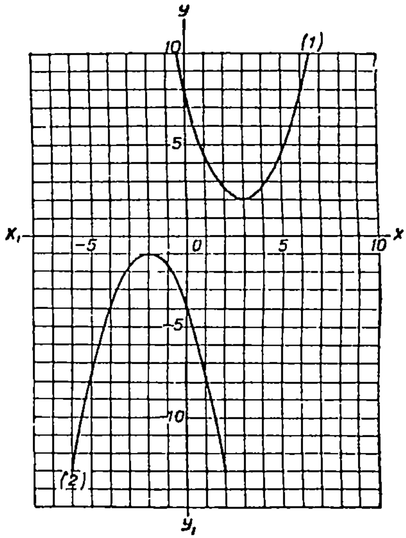
1) $y = 6x - x^2$; 2) $y = 6x - 2x^2$.

1467. Найти наибольшую площадь и катеты прямоугольного треугольника, зная, что сумма катетов равна 10 *см*.

1468. Доказать, что из всех прямоугольников, имеющих один и тот же периметр, наибольшую площадь имеет квадрат.

1469. Доказать, что произведение двух положительных чисел, сумма которых $2a$, имеет наибольшее значение, равное a^2, при равенстве множителей.

1470. Площадь кругового сектора вычисляется по формуле $S = \frac{rl}{2}$, где S — площадь сектора, r — его радиус и l — длина дуги сектора. Найти наибольшую площадь кругового сектора, имеющего периметр, равный $2p$, и доказать, что радиус этого сектора вдвое меньше длины дуги.



Черт. 27.

1471. Окно имеет форму прямоугольника, завершённого полукругом (нормандское окно). Каковы должны быть размеры фигуры, чтобы при данном периметре окно пропускало наибольшее количество света?

§ 52. Исследование квадратных уравнений [1].

1472. Определить, при каких значениях m корни следующих уравнений будут действительными различными, действительными равными, мнимыми различными:

1) $(5m + 1)x^2 + (7m + 3)x + 3m = 0$;
2) $mx^2 - (1 - 2m)x + m = 0$;
3) $(m - 1)x^2 - 2(m + 1)x + m - 2 = 0$;

[1] Работу полезно начать с решения задач, помещённых в главе III — „Квадратные уравнения и уравнения, приводимые к квадратным".

4) $x^2+2(m-4)x+m^2+6m=0$;
5) $(3+m)x^2-3(6-m)x+5-18m=0$;
6) $(m-2)x^2-(3m+6)x+6m=0$;
7) $x^2+2(m-1)x+3m^2+5=0$.

Решить задачи (№ 1473—1496) и исследовать решение, определив:

1) при каких значениях параметров и при каких соотношениях между ними задача имеет смысл;

2) каково должно быть решение (положительное, отрицательное, нулевое), чтобы оно удовлетворяло условию задачи;

3) какой из корней уравнения удовлетворяет этим условиям.

1473. При прохождении одного и того же расстояния в S километров трёхтонная автомашина тратит бензина на a литров больше полуторатонной. Сколько литров бензина расходует каждая из автомашин на пробег этого расстояния, если полуторатонная машина при затрате одного литра бензина проходит на b метров больше трёхтонной?

1474. Перевозка одной тонны груза от пункта M до пункта N по железной дороге на b копеек дороже, чем водным путём. Сколько тонн груза можно перевезти от M до N по железной дороге на сумму в S рублей, если водным путём на ту же сумму можно перевезти на k тонн больше, чем по железной дороге?

1475. Чтобы проплыть S метров по течению реки, пловец должен затратить времени на t минут меньше, чем он употребил бы, проплывая то же расстояние в стоячей воде. Какова скорость пловца в стоячей воде, если скорость течения реки v *м* в час?

1476. Два самолёта вылетают одновременно из пункта A в пункт B, расстояние между которыми S километров. Скорость первого самолёта на m *км* в час меньше скорости второго, поэтому первый самолёт прилетает в B на n часов позже другого. Найти скорость первого самолёта и время, затраченное им на перелёт из A в B.

1477. Велосипедист вследствие препятствия на дороге мог продолжать свой путь со скоростью, на n *км* в час меньшей первоначальной скорости, и опаздывает поэтому на a часов в конечный пункт. Если бы препятствие встретилось на b километров далее, то он опоздал бы только на c часов. Сколько километров первоначально проезжал велосипедист в час?

1478. Тело A движется по прямой линии от точки M по направлению к точке N со скоростью a *м* в сек.; когда оно прошло c метров, из N начало двигаться тело B, делая в секунду $\frac{1}{k}$ расстояния MN, и встретилось с A по прошествии стольких секунд, сколько метров в секунду проходит тело B. Определить расстояние MN.

1479. Из города A в город B, отстоящий от A на b километров, отправился пешеход. Спустя час вслед за ним по той же дороге отправился со скоростью, на a *км* в час большей первого, другой пешеход, который успел догнать первого и возвратиться в A одновременно с прибытием первого пешехода в город B. Сколько километров в час проходил первый пешеход?

1480. Из точки A начало двигаться тело по направлению к точке B. Спустя t минут из той же точки A двинулось другое тело, которое, догнав первое, стало двигаться обратно и возвратилось в точку A в тот момент, когда первое тело достигло точки B. Определить скорость первого тела, если известно, что скорость второго тела равна v *м* в мин. и что расстояние AB равно d метрам.

1481. Из двух пунктов A и B выехали одновременно два велосипедиста в пункт C. Первый приехал в C через a часов, а второй, чтобы попасть в C одновременно с первым, должен проезжать каждый километр на c часов скорее первого, так как расстояние от B до C на b километров больше расстояния от A до C. Определить расстояние от A до C.

1482. Два поезда одновременно вышли из пунктов A и B навстречу друг другу. При встрече оказалось, что первый поезд прошёл на a километров больше второго. Продолжая путь с прежней скоростью, первый поезд пришёл в B через m часов после встречи, а второй поезд пришёл в A через n часов после встречи. Сколько километров каждый поезд прошёл до встречи?

1483. Расстояние между двумя городами равно a километрам. Два автомобиля, выехав из этих городов навстречу друг другу, встретятся на полпути, если первый выйдет на t часов раньше второго. Если же они выедут одновременно друг другу навстречу, то встреча произойдёт через $2t$ часов. Сколько километров в час проезжает каждый автомобиль?

1484. Из двух станций, расстояние между которыми d километров, отправляются навстречу друг другу два поезда и встречаются на середине пути. Определить скорость в час каждого поезда, если первый поезд вышел на a часов позднее второго и со скоростью на b *км* в час большей, чем скорость второго поезда.

1485. За n часов трактор вспахивает на p гектаров больше лошади. Сколько гектаров вспашет за n часов лошадь и сколько гектаров вспашет за это же время трактор, если трактор вспахивает 1 *га* на t часов скорее лошади?

1486. Для углубления фарватера поставлены три экскаватора. Если эту работу будет выполнять один первый из них, то он кончит работу на a дней позже, чем все три экскаватора вместе. Если же будет работать только второй, то он кончит её на b дней позже, чем все вместе. Одному третьему экскаватору потребуется времени в c раз больше, чем при работе всех трёх вместе. Сколько времени потребуется каждому экскаватору для выполнения всей работы отдельно?

1487. A выполняет некоторую работу в срок, на a дней больший, чем B, и на b дней больший, чем C. A и B, работая вместе, выполняют эту работу в срок, равный сроку C. Определить время, в которое выполняет эту работу каждый из них отдельно.

1488. В зрительном зале имеется n стульев, расположенных рядами, по одинаковому числу стульев в каждом ряду. Если в каждом ряду добавить по p стульев, а число рядов уменьшить на m, то общее число мест в зале останется прежним. Сколько рядов стульев в зале и сколько стульев в каждом ряду?

1489. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить некоторую работу в a часов. Если бы сначала один из них выполнил $\frac{3}{5}$ работы, а затем другой оставшуюся часть, то они употребили бы всего на работу b часов. Во сколько часов каждый из них в отдельности мог бы выполнить всю работу?

1490. Две точки A и B, между которыми расстояние равно d метрам, движутся по разным сторонам прямого угла к его вершине со скоростями, соответственно равными a и b метрам в секунду. Точка B достигает вершины угла t секундами раньше, чем A. Определить, сколько времени двигалась точка A.

1491. Две точки A и B движутся со скоростями, соответственно равными a и b сантиметрам в секунду, по разным сторонам прямого угла. В данный момент точки приближаются к вершине угла, причём A находится от неё на расстоянии m сантиметров, а B — на расстоянии n сантиметров. Через сколько секунд после этого момента расстояние между точками сделается равным d сантиметрам?

1492. Двое рабочих наняты на один и тот же срок работы, но по разной цене. Первый работал на a дней меньше срока и получил b рублей, а второй проработал на a дней больше срока и получил c рублей. Если бы первый работал столько дней, сколько второй, а второй столько дней, сколько первый, то они получили бы денег поровну. Определить срок работы.

1493. Две бригады заработали по одинаковому числу рублей. В первой бригаде было на a рабочих меньше, чем во второй, вследствие чего каждому рабочему второй бригады досталось b рублями меньше, чем каждому рабочему первой бригады. Число рублей, заработанных каждой бригадой, на c больше числа рабочих в обеих бригадах вместе. Сколько было рабочих в каждой бригаде?

1494. Из двух точек M и N, расстояние между которыми d метров, одновременно начинают двигаться навстречу друг другу два тела, которые встречаются, когда первое тело прошло a метров. Определить скорость каждого тела, зная, что число метров, выражающее разность между скоростями первого и второго тел, равно числу секунд, прошедших от начала движения до встречи.

1495. Расстояние между городами A и B равно a километрам. Из города A отправились в город B одновременно и по одной и той же дороге два туриста, которые должны были прибыть в B в одно и то же время; но первый турист прибыл в B раньше срока на b часов, а второй на c часов опоздал, так как последний проезжал в каждый час на k километров меньше первого. Определить скорость каждого туриста.

1496. Для наполнения ванны проведены две трубы. Первая труба, работая одна, требует времени для наполнения ванны на a минут больше второй. Чтобы наполнить ванну, сначала открыли одну первую трубу на b минут, а затем обе трубы закончили наполнение ванны в c минут. Во сколько минут может наполнить ванну каждая труба, действуя отдельно?

ГЛАВА XIV.

ДЕЛИМОСТЬ МНОГОЧЛЕНА.

Не выполняя деления, найти остаток от деления:

1497. 1) $(3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - x + 2) : (x - 1)$;
2) $(x^5 + x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x - 6) : (x + 1)$;
3) $(2x^4 + x^3 - 3x^2 + 7x - 5) : (x - 2)$;
4) $(x^6 - x^5 - x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 5x - 4) : (x + 2)$.

1498. 1) $(x^4+2x^3+x^2-4x+6):\left(x-\frac{1}{2}\right)$;

2) $(9x^3-3x^2+6x-15):\left(x+\frac{1}{3}\right)$;

3) $(x^5-x^4-2x^3+x^2-x-2):\left(x+\frac{3}{5}\right)$;

4) $(2x^4+3x^3-46x^2+6x+8):(x-3{,}4)$.

1499. 1) $\left(25x^4-\frac{2}{3}x-\frac{11}{15}\right):(5x-2)$;

2) $(x^3+6x^2-4x-2):(2x+1)$;

3) $(2x^4-6x^3+4x^2+8x-2):(2x-3)$;

4) $(3x^5+6x^3-12x+1):(3x+6)$.

1500. 1) Определить, при каком значении a многочлен $2x^5-3x^3+11x^2-x+a$ при делении на $x+2$ даёт остаток, равный 3.

2) При каком значении a многочлен x^3-3x^2+5x+a при делении на $x-1$ даёт остаток, равный 4? 5?

3) При каком значении k многочлен $2x^3-3x^2+kx-6$ при делении на $x-2$ даёт остаток, равный 6? 8?

4) Дан многочлен $2x^3-3x^2-ax+b$. Каковы должны быть числовые значения a и b, чтобы многочлен при делении на $x+1$ дал остаток, равный 7, а при делении на $x-1$ дал остаток, равный 5?

1501. 1) Определить, при каком значении k многочлен $x^4-4x^3+kx^2-13x+6$ делится без остатка на $x-2$.

2) При каком значении k трёхчлен $4x^3-6x+k$ делится на $x+3$?

3) При каком значении k многочлен $x^3-5x^2+7x+k-5$ делится на $x+4$?

1502. 1) При каких значениях a и b многочлен $x^4-3x^3+bx^2+ax+b$ разделится без остатка на x^2-1?

2) При каких значениях a и b многочлен $ax^3+bx^2-73x+102$ делится на x^2-5x+6?

3) При каких значениях a и b многочлен $ax^3+bx^2-37x+14$ делится на x^2+x-2?

4) Доказать, что многочлен $x^6-2x^5-4x^4+3x^3-3x^2+11x-6$ делится на произведение $(x-1)(x+2)(x-3)$.

1503. 1) Дана дробь $\frac{x^4+2x^2-3}{x^3-2x^2-x+2}$. Пользуясь теоремой Безу, установить, можно ли дробь сократить на: а) $x-1$; б) $x+1$; в) $x+2$; г) $x-2$; д) $x+3$; е) $x-3$.

2) Дана дробь $\frac{3x^4-4x^3+1}{x^3-3x-2}$. Установить, можно ли дробь сократить на: а) $x-2$; б) $x+1$; в) $x-1$; г) $x+2$.

3) Дана дробь $\frac{x^5+x^4-5x^3-5x^2+4x+4}{x^4+5x^3+5x^2-5x-6}$. Установить, можно ли дробь сократить на: а) $x-1$; б) $x+1$; в) $x+2$; г) $x-2$; д) $x+3$; е) $x-3$.

Разложить на множители:

1504. 1) $x^3-7x^2+16x-12$; 2) $16x^3-16x^2-x+1$;
3) x^3+4x^2+x-6; 4) x^3+2x^2-4x-8.

1505. 1) $5x^4-6x^3+6x-5$; 2) $x^4-2x^3+5x^2-8x+4$;
3) $x^4-5x^3+2x^2+20x-24$;
4) $x^4-3x^3+x^2+3x-2$.

Решить следующие уравнения:

1506. 1) $x^3-8x^2+13x-6=0$; 2) $x^3-4x^2+x+6=0$;
3) $x^3-6x^2+11x-6=0$; 4) $x^3-7x^2+16x-12=0$.

1507. 1) $x^3-3x^2+5x-6=0$; 2) $x^3+2x^2-4x-8=0$;
3) $x^3-x^2-8x+12=0$;
4) $x^4-2x^3+5x^2-8x+4=0$.

1508. 1) $x^4-3x^3+x^2+3x-2=0$;
2) $x^4-3x^3-8x^2+12x+16=0$;
3) $x^5-x^4-3x^3+5x^2-2x=0$;
4) $x^5+2x^4+2x^3+2x^2+x=0$.

Составить уравнение наименьшей степени с рациональными коэффициентами, корнями которого служат:

1509. 1) 1; 2; (—2); 2) 1; 3; (— 1);
3) 2; (— 3); (— 4); 4) 3; $\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$.

1510. 1) 2; $i\sqrt{3}$; $-i\sqrt{3}$; 2) 1; $1+2i$; $1-2i$;
3) —1; $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$; $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$; 4) —2; $1+i$; $1-i$.

1511. 1) 2; 1; (— 1); 3; 2) (— 1); (— 2); 2; (— 3);
3) 2; —2; i; $-i$; 4) 1; 2; $1+i$; $1-i$.
5) $1+i$; $1-i$; $1-2i$; $1+2i$;
6) $2+i$; $2-i$; $1+2i$; $1-2i$.

1512. 1) Составить уравнение третьей степени с вещественными коэффициентами, если даны два его корня: $x_1=2$; $x_2=-i$.

2) Составить уравнение четвёртой степени с вещественными коэффициентами, если даны два его корня: $x_1=1-i$; $x_2=3+i$.

3) Составить уравнение четвёртой степени с вещественными коэффициентами, если даны три его корня: $x_1=2$; $x_2=-2$; $x_3=1-i$.

4) Составить уравнение пятой степени с вещественными коэффициентами, если даны четыре его корня: $x_1 = x_2 = x_3 = 1$; $x_4 = 1 - i$.

1513. 1) Зная, что уравнение $x^4 - 6x^3 + 15x^2 - 18x + 10 = 0$ имеет корень, равный $1 - i$, найти остальные его корни.

2) Известно, что один из корней уравнения $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2 = 0$ равен i. Найти остальные корни этого уравнения.

3) Зная, что уравнение $x^4 + x^3 + 4x^2 + x + 3 = 0$ имеет корень, равный i, найти остальные его корни.

4) Известно, что один из корней уравнения

$$3x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 4x - 2 = 0 \text{ равен } 1 + i.$$

Найти остальные корни этого уравнения.

1514. 1) Не производя вычислений, установить, делится ли сумма $(x^5 - 1)^4 + (x^2 - 1)^3$ на $x - 1$.

2) Не производя вычислений, установить, делится ли произведение многочленов $(x^4 - 16)(x^3 + 3x - 5)$ на двучлен $x - 2$.

Решить следующие двучленные уравнения:

1515. 1) $x^3 + 27 = 0$; 2) $x^3 - 27 = 0$; 3) $8x^3 + 1 = 0$;
4) $8x^3 - 1 = 0$; 5) $27x^3 - 125 = 0$; 6) $8x^3 - 3 = 0$.

1516. 1) $x^4 - 16 = 0$; 2) $x^4 + 16 = 0$; 3) $x^4 + 625 = 0$;
4) $x^4 - 81 = 0$; 5) $x^6 - 1 = 0$; 6) $x^6 - 64 = 0$.

1517. 1) $16x^4 - 9 = 0$; 2) $81x^4 - 25 = 0$;
3) $4x^4 = 25$; 4) $3x^4 = 16$.

Решить следующие трёхчленные уравнения:

1518. 1) $(3x - 8)^2 + 5(3x - 8) - 150 = 0$;
2) $(5x + 4)^2 - 5(5x + 4) - 36 = 0$;
3) $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$; 4) $y^6 - 2y^3 + 1 = 0$.

1519. 1) $8x^6 - 9x^3 + 1 = 0$;
2) $16z^8 - 275z^4 + 16 = 0$;
3) $(x + 3)^6 - 9(x + 3)^3 + 8 = 0$;
4) $8(3x + 7)^6 - 217(3x + 7)^3 + 27 = 0$.

1520. 1) $\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[3]{x^2} - 3 = 0$; 2) $2\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} = 6$;
3) $(x - \sqrt{3})^4 - 5(x - \sqrt{3})^2 + 4 = 0$;
4) $\sqrt{x^2 + 8} - (x^2 + 8) = -12$.

1521. 1) $x^{\frac{1}{2}} - 3x + 30 = 0$; 2) $5x^{\frac{1}{2}} + 3x - 22 = 0$;
3) $(x - 3)^{\frac{1}{2}} - 5(x - 3)^{\frac{1}{4}} + 6 = 0$;
4) $(1 + 3x)^{\frac{1}{2}} - 3(1 + 3x)^{\frac{1}{4}} = 4$.

ГЛАВА XV.

ЗАДАЧИ ПО ВСЕМУ КУРСУ АЛГЕБРЫ.

Из задач, предлагавшихся на экзаменах в школах, на приёмных испытаниях в вузах, на математических олимпиадах и др.

1522. Показать, что уравнение

$$(a^2+b^2+c^2)x^2+2(a+b+c)x+3=0$$

не может иметь действительных корней, если a, b, c не равны между собой.

1523. Определить значение m так, чтобы в уравнении

$$2x^2-(2m+1)x+m^2-9m+39=0$$

один из корней был вдвое больше другого, и решить это уравнение при найденном значении m.

1524. В арифметической прогрессии третий член равен 35, а пятый член равен 55. На какое число надо разделить сумму пяти членов этой прогрессии, чтобы в частном получилось число, меньшее делителя на 7 единиц, а остаток от деления был бы равен половине частного?

1525. Доказать, что три различных числа не могут одновременно составлять и арифметическую, и геометрическую прогрессии.

1526. 1) Доказать неравенство:

$$\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{a+c}{b}>6$$

(a, b и c — неравные между собой положительные числа).

2) Доказать неравенство:

$$(a+1)(b+1)(a+c)(b+c)>16abc$$

$$\text{при } a>1;\quad b>1;\quad c>1.$$

1527. Доказать, что всякая нечётная степень числа 7, увеличенная на единицу, делится на 8.

1528*. Построить графики следующих функций:

1) $y=|x|$; 2) $y=\frac{|x|}{x}$; 3) $y=x^4+2x^2+2$;

4) $y=\lg(1+x^2)$; 5) $y=\lg(1-x^2)$; 6) $y=2^{|x|}$.

Из задач, предлагавшихся на аттестат зрелости в дореволюционных гимназиях (№ 1529—1537).

1529. Сумма второго и пятого членов арифметической прогрессии равна $a+29$, а сумма третьего и шестого членов той же прогрессии равна $b-2$. Найти прогрессию, если a равняется коэффициенту члена, не содержащего x в разложении бинома:

$$\left(\frac{2^{-1}}{\sqrt[3]{x^{-1}}}-\sqrt[-5]{x}\right)^8,$$

а b определяется из уравнения

$$\log_{\sqrt{16}} b=2,5.$$

1530. Два разносчика продали различное число яблок, но выручили поровну денег. Если бы первый продал свои яблоки по цене второго, то получил бы 80 коп.; а если бы второй продавал свои яблоки по цене первого, то получил бы 1 руб. 25 коп. По скольку яблок продал каждый, если второй продал более первого на столько яблок, сколько единиц в утроенном большем корне уравнения $x^{\sqrt{x}}=(\sqrt{x})^x$.

1531. Составить такое квадратное уравнение, чтобы сумма квадратов его корней была равна $\frac{125}{p}$, где p есть больший корень уравнения:

$$\sqrt[p-65]{32^{3p-60}}=\sqrt[p-66]{4^{3p+40}},$$

и чтобы частное от деления разности кубов его корней на разность их первых степеней было равно пределу суммы членов бесконечно убывающей прогрессии, первый член которой $\frac{3}{2}$, а знаменатель $\frac{1}{7}$.

1532. Двум бригадам рабочих было заплачено столько рублей, сколько единиц в коэффициенте того члена разложения бинома $\left(a^{-\frac{2}{3}}+a^{\frac{3}{5}}\right)^{13}$, который содержит a^4. Число рублей, полученных каждым рабочим первой бригады, равно числу членов арифметической прогрессии, в которой сумма членов $s=462$; $a_6=27$; $a_{10}=43$. Число рублей, полученных каждым рабочим второй бригады, равно корню уравнения

$\lg 10 + \frac{1}{3} \lg (3^{2\sqrt{x}} + 271) = 2$. Сколько рабочих было в каждой бригаде, если в первой было на 4 человека больше, чем во второй?

1533. Куплено 10 *кг* товара двух сортов: за первый сорт заплатили столько рублей, сколько членов в арифметической прогрессии, имеющей первым членом $a = 6$, разность $d = 2$ и сумму всех членов $s = 266$; за второй сорт уплатили число рублей, удовлетворяющее уравнению $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-7} = 1$. Сколько стоил килограмм товара каждого сорта, если 1 *кг* первого сорта дороже килограмма второго сорта на столько рублей, сколько единиц в выражении $\left[\frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt[-2]{3}}{\sqrt{30}}\right]^{-1}$?

1534. Четыре положительных числа составляют арифметическую прогрессию. Произведение первого числа на четвёртое равно большему корню уравнения $x^{1+\lg x} = (0{,}001)^{-\frac{2}{3}}$, а сумма квадратов второго и третьего чисел в 5 раз больше того числа, которое представляет номер члена разложения $\left[\frac{1}{\sqrt[4]{x}} + x^{0{,}1(6)}\right]^{20}$, не зависящего от x. Найти эти числа.

1535. Двое рабочих A и B взялись окончить некоторую работу в число дней, равное последнему члену арифметической прогрессии, число членов которой равно положительному корню уравнения $x^2 - 7x + \sqrt{x^2 - 7x + 18} = 24$, первый член прогрессии равен 8, разность прогрессии 1. По прошествии четырёх дней совместной работы A отказался от работы, и B окончил её один в 36 дней. Во сколько дней каждый рабочий, работая отдельно, мог бы окончить эту работу?

1536. Решить уравнение $ax^4 + bx^2 + c = 0$, в котором коэффициент a находится из условия: $0{,}2^{\sqrt{a}} = 0{,}008$, коэффициент b определяется уравнением:

$$\lg (2b + 6) + \lg 5 = 3 - \lg 2\frac{1}{2},$$

коэффициент c в 5 раз меньше среднего члена разложения бинома

$$\left(z + \frac{1}{z}\right)^6.$$

1537. Найти число членов убывающей арифметической прогрессии по следующим условиям:

1) разность прогрессии удовлетворяет уравнению:

$$\sqrt{8^{3x^2 - 7x + 0{,}4}} = \sqrt[5]{4^{19}};$$

2) первый член её равен корню уравнения:

$$\lg 3+\lg(y-1)=\lg 2+\frac{1}{2}\lg(7y+1);$$

3) сумма членов на 42 менее показателя p бинома

$$\left(\sqrt[5]{x^3}+x^{-3}\cdot\sqrt{x^{-1}}\right)^p,$$

седьмой член разложения которого содержит x в девятой степени.

Из задач, предлагавшихся в десятых классах средней школы (№ 1538—1551).

1538. 1) Для выгрузки a тонн зерна было нанято несколько рабочих. Так как на работу явилось на b человек больше, чем было нанято, то каждому рабочему пришлось выгрузить на c тонн меньше. Сколько рабочих работало на выгрузке зерна?

2) Коэффициент третьего члена разложения бинома $(x^2-1)^n$ равен 496. Найти восьмой член разложения.

3) При каком значении a корни уравнения $(a+3)x^2+$ $+(2a+3)x+a+5=0$ будут мнимыми?

4) Произвести указанные действия:

$$\frac{\left(3\frac{1}{3}\cdot 6{,}6+2:12{,}75\right):\left(\frac{2}{3}+\frac{16}{17}+\frac{31}{51}\right)}{\left(75:4\frac{1}{6}-3\frac{9}{23}\cdot 3\right)\cdot\left(\frac{5}{18}+\frac{4}{15}+0{,}35\right)}+\frac{9\frac{1}{3}:\frac{28}{33}}{1{,}25\cdot 5{,}6}.$$

1539. 1) Две бригады построили железнодорожный путь между городами A и B длиной в S километров. Первая бригада начала работу от города A и строила в день на m километров пути больше второй, начавшей стройку от города B. При окончании постройки оказалось, что обе бригады построили поровну. Сколько километров пути строила каждая бригада в день, если вторая бригада работала на t дней больше первой?

2) При каких действительных значениях x дробь

$$\frac{2x^2-3x-459}{x^2+1}\text{ больше единицы?}$$

3) Вычислить $\left(\sqrt{-4}+\frac{1}{\sqrt{-9}}\right)^2-\left(\frac{1}{\sqrt{-4}}+\sqrt{-9}\right)^2.$

4) Произвести указанные действия:

$$\frac{2605{,}665:31{,}3-\left(8\frac{37}{72}+6\frac{41}{96}+2\frac{3}{8}\cdot 6{,}125\right):23\frac{85}{144}}{\left(18{,}9-16\frac{13}{20}\right)\cdot\frac{8}{9}+54\,549:418-90\frac{3}{5}\cdot 1{,}25}$$

и убедиться, что полученный результат меньше $\sqrt{2{,}581}$.

1540. 1) Мастерская изготовляет некоторое количество одинаковых деталей на сумму S рублей. Если себестоимость одной детали снизить на p копеек, то на ту же сумму мастерская изготовит на n деталей больше прежнего. Сколько деталей изготовляет мастерская?

2) В разложении бинома $\left(x\sqrt[4]{x}+x^{-\frac{1}{2}}\right)^m$ определить член, содержащий x^4, если сумма коэффициентов членов разложения, стоящих на нечётных местах, равна 128.

3) При каких значениях m корни уравнения $(2m-5)x^2-$ $-4(m-1)x+3m=0$ действительны и равны между собой?

4) Произвести указанные действия:

$$\frac{\left(6\frac{4}{15}+2\frac{8}{21}:13\frac{8}{9}-3\frac{2}{5}\cdot 1\frac{3}{4}\right)\cdot 1\frac{1}{41}}{432{,}377:25{,}3+2{,}582-4{,}03\cdot 2\frac{2}{5}}+\left(\frac{18}{25}-0{,}39\right):\frac{33}{50}.$$

1541. 1) Два элеватора принимают зерно. Пропускная способность первого на k тонн в час больше второго. Определить, сколько тонн зерна принимает в час каждый элеватор, если для приёма по m тонн зерна каждым первому требуется на t часов меньше времени, чем второму.

2) Решить уравнение:

$$\lg\sqrt{5x-4}+\lg\sqrt{x+1}=2+\lg 0{,}18.$$

3) Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} 9+\dfrac{4x-11}{7}<\dfrac{x-3}{5}, \\ (2+x)^2+8x^2<(3x-1)^2-12. \end{cases}$$

4) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} y^{x^2+7x+12}=1, \\ x+y=6. \end{cases}$$

1542. 1) Из двух городов вышли два поезда. Первый поезд прошел n километров, второй m километров. Скорость первого поезда на a *км* в час больше скорости второго. Определить скорость каждого поезда, если первый поезд затратил на свой путь на t часов меньше второго.

2) В разложении бинома $\left(\sqrt[7]{a^{-1}}-a^{-\frac{2}{35}}\sqrt[5]{a^2}\right)^m$ коэффициент третьего члена разложения на 35 больше коэффициента второго члена разложения. Определить член разложения, содержащий букву a в первой степени.

3) Определить, при каких значениях k система уравнений

$$\begin{cases} 2x - 1{,}5y = 3, \\ -5x + ky = 8 \end{cases}$$

имеет отрицательные решения?

4) Произвести указанные действия:

$$\frac{\left(13\frac{1}{42} - 7\frac{11}{18} + 2\frac{5}{6} : 1\frac{2}{15}\right) \cdot 2\frac{22}{997} - 403{,}138 : 33{,}4}{1\frac{5}{8} + 16{,}175 - \left(0{,}652 + 7\frac{1}{5} \cdot 2{,}34\right)}.$$

1543. 1) В колхозе с первого участка пашни собрано a центнеров пшеницы. Урожай пшеницы на втором участке был выше, и то же количество зерна было собрано с площади, которая на m гектаров меньше первого участка. Сколько центнеров пшеницы собрано с 1 *га* каждого участка, если урожай на втором участке был на b центнеров с гектара выше, чем на первом?

2) Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} 8(3x - 2) - 7x - 5(12 - 3x) < 13x, \\ 20 < \frac{2}{3}(7x - 10) - \frac{1}{2}(50 - x). \end{cases}$$

3) Определить h так, чтобы деление $(x^5 + 2x + h) : (x - 3)$ выполнялось без остатка.

4) Решить уравнение:

$$x^6 - 1 = 0.$$

1544. 1) Из двух городов, расстояние между которыми равно S километрам, двигаются равномерно и навстречу друг другу два автомобиля. Первый автомобиль вышел a часами позже второго, и они встретились на середине пути. Сколько километров в час проходит каждый автомобиль, если известно, что первый проходит в час на b километров больше второго?

2) В разложении бинома $\left(\frac{x}{\sqrt{x}} + \sqrt[4]{\frac{1}{x^3}}\right)^n$ определить член, содержащий $x^{6,5}$, если десятый член разложения имеет наибольший коэффициент.

3) Решить неравенство:

$$2x^2 - 7x - 49 > 0.$$

4) Произвести указанные действия:

$$\left[\left(31\frac{163}{275} \cdot 1\frac{7}{48} - 29{,}5\right) - \left(101\frac{37}{175} : 17{,}28 + 213\frac{34}{35} : 1497{,}8\right)\right] \cdot 0{,}01 + $$
$$+ 7{,}08 \cdot 8{,}05 - 3{,}6 : 0{,}45.$$

1545. 1) Два туриста выходят одновременно навстречу друг другу из городов A и B и встречаются через t часов после выхода. Во сколько времени каждый из туристов может пройти расстояние AB, если туристу, вышедшему из B, потребуется для этого на a часов меньше, чем туристу, вышедшему из A?

2) Определить, при каких значениях a уравнение $\frac{4}{3x-a}=\frac{5}{ax-2}$ имеет положительное решение.

3) Определить коэффициент p в многочлене $2x^4-5x^3+px^2-6x+8$ так, чтобы остаток при делении этого многочлена на $x+2$ равнялся 12.

4) При каких вещественных значениях x и y справедливо следующее равенство:

$$\frac{x-2}{1-i}+\frac{(y-3)i}{1+i}=1-3i?$$

1546. 1) Расстояние между пунктами A и B равно S километрам, причём $\frac{2}{3}$ этого расстояния—асфальтированное шоссе. Автомашина на асфальтированном шоссе имеет скорость, на v *км* в час бо́льшую скорости, с которой она проходит остальную часть пути — грунтовую дорогу. Определить скорость автомашины на асфальтированном шоссе и на грунтовой дороге, если всё расстояние AB автомашина проходит за t часов.

2) Доказать, что

$$\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^3+\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^3=2.$$

3) Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{5}-\frac{13-x}{2}>\frac{7x}{3}-\frac{11(x+3)}{6}, \\ \frac{2x+7}{3}<\frac{3x+5}{7}+8+\frac{10-3x}{5}. \end{cases}$$

4) Вычислить:

$$\left[9^{-\frac{1}{4}}+(3\sqrt{3})^{-\frac{4}{3}}\right]\cdot\left[9^{-\frac{1}{4}}-(3\sqrt{3})^{-\frac{4}{3}}\right].$$

1547. 1) Два туриста выходят одновременно из двух мест, первый из A и второй из B, друг другу навстречу и после встречи продолжают путь с прежними скоростями. Скорость второго туриста на a *км* в час больше скорости первого.

Первый турист приходит в B через m часов после встречи, а второй в A через n часов. Определить скорость каждого туриста.

2) Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} 2y - x = 5, \\ xy = 12. \end{cases}$$

3) Доказать, что произведение четырёх последовательных целых чисел, увеличенное на единицу, всегда есть квадрат целого числа.

4) Разложить на множители:

$$x^3 + 5x^2 + 3x - 9.$$

1548. 1) Выполнение некоторой работы поручено двум бригадам рабочих. Работу начала одна первая бригада и проработала n дней, а оставшуюся часть работы закончила затем одна вторая бригада в m дней. Во сколько дней каждая бригада, работая отдельно, может выполнить всю работу, если второй бригаде требуется для этого на t дней больше, чем первой?

2) Доказать тождество:

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \ldots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2n+1}\right).$$

3) Дан многочлен $3x^3 - 2x^2 - ax + b$. Каковы должны быть числовые значения a и b, чтобы многочлен при делении на $(x+1)$ дал остаток, равный 6, а при делении на $(x-1)$ дал остаток, равный (-2)?

4) Решить уравнение:

$$x^6 - 28x^3 + 27 = 0.$$

1549. 1) На имеющуюся сумму n рублей можно купить несколько килограммов товара первого сорта. Если вместо товара первого сорта покупать товар второго сорта по цене на b рублей за килограмм дешевле, то его можно купить на a килограммов больше, чем товара первого сорта, причём из имеющейся суммы денег c рублей останутся неизрасходованными. Сколько килограммов товара первого сорта можно купить на n рублей?

2) Произвести указанные действия:

$$\left(\frac{1-\sqrt{-1}}{2+\sqrt{-1}} - \frac{4+\sqrt{-4}}{2-\sqrt{-4}} + \frac{9-\sqrt{-9}}{3+\sqrt{-9}}\right) \cdot (1{,}4 + 8{,}2i).$$

3) При каких значениях x дробь $\frac{3x^2 - x - 4}{x^2 + 1}$ меньше 2?

4) При каком значении k многочлен $x^2+2(k-9)x+$ $+k^2+3k+4$ будет полным квадратом?

1550. 1) Моторная лодка проехала по течению реки расстояние S километров от пункта A до пункта B и повернула обратно к пункту A. Не доехав до пункта A p километров, лодка остановилась. На весь путь от A до B и обратно до остановки лодка потратила t часов. Определить собственную скорость лодки (скорость в стоячей воде), если скорость течения реки равна a *км* в час.

2) Определить, при каких значениях a уравнение

$$\frac{2a+x}{3}=\frac{5ax+1}{4}$$

имеет отрицательное решение.

3) Число сочетаний из n элементов по три относится к числу размещений из $n+2$ элементов по четыре, как 1 относится к 90. Определить n.

4) Найти x, если:

$$\frac{(17{,}125+19{,}38:x)\cdot 0{,}2+3\frac{1}{12}:2\frac{1}{18}}{\left(5\frac{17}{32}-4\frac{11}{27}:2+2\frac{1}{4}\cdot 1\frac{3}{8}\right):27{,}74+\frac{7}{9}}=6{,}48.$$

1551. 1) Две бригады рабочих укладывают шпалы на железнодорожном полотне. Первая бригада работала на t дней больше второй бригады и за время работы уложила шпалы на S километрах полотна. Вторая бригада укладывала в день на m километров пути больше первой и за время своей работы уложила на n километров пути меньше, чем первая. Сколько километров пути укладывает каждая бригада в один день?

2) Определить свободный член a в многочлене $3x^5-4x^3+$ $+5x^2+7x+a$ так, чтобы этот многочлен делился без остатка на $x+1$.

3) Определить, при каких значениях a дробь $\frac{5a-4}{6-a}$ больше единицы.

4) Найти x из пропорции:

$$(2\sqrt{7-x}):\left(0{,}6\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right)=(10\sqrt[4]{1{,}5}):\left(0{,}25\sqrt[4]{216\sqrt[4]{9}}\right).$$

Из задач, предлагавшихся на приёмных испытаниях в высших учебных заведениях СССР (№ 1552—1575).

1552. 1) Найти два числа, если известно, что разность между частными от деления первого числа на 3, а второго на 5 равна 6; если первое число разделить на второе, то в частном получится пятая часть второго числа, а в остатке 4.

2) Упростить выражение:

$$\frac{\sqrt{x\sqrt[3]{x^2\sqrt[4]{x^3}}}}{\sqrt[4]{x^3\sqrt[3]{x^2\sqrt{x}}}}\cdot\sqrt[-2]{\sqrt[-3]{\sqrt[-2]{x^{-1}}}}.$$

3) Решить уравнение: $\frac{x\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x^2}-1}-\frac{\sqrt[3]{x^2}-1}{\sqrt[3]{x}+1}=4.$

1553. 1) Найти непрерывную геометрическую пропорцию, зная, что сумма крайних её членов на единицу больше произведения средних, а коэффициент пропорциональности равен $\frac{1}{3}$.

2) Решить уравнение:

$$9^{\log_{25}x^2}+\log_{\sqrt{2}}2\sqrt{2}=\frac{1}{2}\left(9^{\log_{25}x+1}-9^{\log_{25}x}\right).$$

3) Упростить:

$$\frac{b^{\frac{1}{2}}}{1+a^{\frac{1}{2}}}:\left[\frac{\sqrt{b}-\frac{a}{(ab)^{-0,5}}}{1-a}-\sqrt{ab}\right]+\frac{a}{b}\left(-3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}.$$

1554. 1) Поезд вышел со станции A по направлению к B в 13 час. В 19 час. он должен был остановиться из-за снежного заноса. Через два часа путь удалось расчистить и, чтобы нагнать опоздание, машинист повёл поезд на остальном пути со скоростью, превышающей скорость поезда до остановки на 20%. В результате поезд пришёл в B с опозданием лишь на 1 час.

На следующий день поезд, шедший из A в B по тому же расписанию, попал в занос на 150 *км* дальше от A, чем первый поезд. Простояв два часа, он тоже пошёл со скоростью на 20% большей, чем скорость до остановки, но нагнал лишь $\frac{1}{2}$ часа и опоздал в B на $1\frac{1}{2}$ часа. Каково расстояние между A и B?

2) Решить систему уравнений. $\begin{cases}\lg x+\lg y=2,\\ x-y=15.\end{cases}$

8) Решить уравнение: $\dfrac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}=\sqrt{b}$.

1555. 1) Два тела, двигаясь по окружности в одном и том же направлении, встречаются через каждые 56 мин. Если бы они двигались с теми же скоростями в противоположных направлениях, они встречались бы через каждые 8 мин.

Если при движении в противоположных направлениях в некоторый момент времени расстояние по окружности между телами равно 40 *м*, то через 24 сек. оно будет равно 26 *м*. Сколько метров в минуту проходит каждое тело и какова длина окружности?

2) Найти x, если

$$\log_a 100 = 4\log_x 10.$$

3) Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2-3ax+a^2=0$ таковы, что $x_1^2+x_2^2=1{,}75$. Определить величину a.

1556. 1) Две точки A и B двигаются по окружности, длина которой равна 3 *м*. Точка A пробегает в час 3 *м*, а точка B пробегает 1 *м*. Точка B двигается всегда в одном и том же направлении, а точка A, как только она приблизится к точке B на расстояние в 1 *м*, меняет направление своего движения на противоположное. Известно, что обе точки вышли одновременно из разных концов одного и того же диаметра и начали двигаться в одном и том же направлении. Узнать, через сколько часов, считая от начала движения, произойдёт первое и второе возвращения точки A в её первоначальное положение.

2) Вычислить без помощи таблиц $x=100^{1-\lg\frac{5}{2}}$.

3) Корни x_1 и x_2 квадратного уравнения $x^2+px+12=0$ обладают свойством: $x_1-x_2=1$. Найти коэффициент p.

1557. 1) Производительность станка A в m раз меньше производительности станков B и C вместе. Производительность станка B в n раз меньше суммарной производительности станков A и C. Узнать, во сколько раз производительность станка C меньше производительности станков A и B вместе.

2) Решить уравнение:

$$\log_{16}x+\log_4 x+\log_2 x=7.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2+y^2=\dfrac{5}{2}xy, \\ x-y=\dfrac{1}{4}xy. \end{cases}$$

1558. 1) Почтальон, идя безостановочно из пункта A через пункт B в пункт C, проходил от A до B по 3,5 *км* в час и от B до C по 4 *км* в час. Чтобы успеть за столько же времени вернуться из C в A, идя по той же дороге, он должен был бы проходить по 3,75 *км* в час в течение всего пути. Однако, дойдя на обратном пути до B, он задержался в этом пункте на 14 мин. и, чтобы успеть в назначенное время вернуться в A, должен был от B до A проходить уже по 4 *км* в час. Найти расстояние между A и B и между B и C.

2) Решить уравнение:

$$\log_a x - \log_{a^2} x + \log_{a^4} x = \frac{3}{4}.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x^2 - 2xy + 5y^2 - 35 = 0, \\ 5x^2 - 10y^2 - 5 = 0. \end{cases}$$

1559. 1) Три положительных числа, составляющие арифметическую прогрессию, дают в сумме 15. Если к ним прибавить соответственно 1, 4 и 19, то получатся три числа, составляющие геометрическую прогрессию. Найти эти числа.

2) Решить уравнение:

$$\log_{z^2}(x^2 - 2ab) + \log_z(x^2 - 2ab) = 3,$$

если $z = \sqrt{a^2 + b^2}$.

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 6y^2} = 2 + x, \\ 3x + 4y = 23. \end{cases}$$

1560. 1) Чтобы в n дней изготовить m штук некоторых деталей, надо их изготовление поручить или a рабочим высокой квалификации, или b рабочим средней квалификации. Требуется в p дней изготовить q штук этих деталей, причём для этой работы удалось выделить лишь c рабочих высокой квалификации. Сколько нужно ещё занять рабочих средней квалификации, чтобы выполнить работу в требуемое время?

2) Решить уравнение:

$$\lg(3x - 4)^2 + \lg(2x - 4)^2 = 2.$$

3) Найти все решения системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + 3 = 2xy, \\ 6x^2 - 11y^2 = 10. \end{cases}$$

1561. 1) Дорога из города A в город B сперва подымается в гору на протяжении 3 *км*, потом идёт по ровному месту на протяжении 5 *км* и после того спускается под гору до самого города B на протяжении 6 *км*. Посыльный, отправившись из A в B и пройдя полпути, обнаружил, что забыл взять один пакет. Он тотчас повернул обратно и по прошествии 3 час. 36 мин. после своего выхода из A вернулся в A. Затем, выйдя из A вторично, он прошёл весь путь в B за 3 часа 27 мин. и обратный путь в A за 3 часа 51 мин. С какой скоростью шёл посыльный в гору, по ровному месту и под гору, если считать эти скорости постоянными?

2) Найти x из уравнения:

$$a^{b^{x^c}} = A.$$

3) Сколько надо взять членов арифметической прогрессии 5, 9, 13, 17, ... , чтобы получить сумму 10 877?

1562. 1) Дорога от A до B длиной в 11,5 *км* идёт сначала в гору, потом по ровному месту и потом под гору. Пешеход, идя из A в B, прошёл всю дорогу за 2 часа 54 мин., а на обратную дорогу затратил 3 часа 6 мин. Скорость его ходьбы в гору 3 *км* в час, по ровному месту 4 *км* в час, под гору 5 *км* в час. На каком протяжении дорога тянется по ровному месту?

2) Решить уравнение:

$$\log_a \{ a \log_b [b \log_c x] \} = 1.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19(x - y), \\ x^3 + y^3 = 7(x + y). \end{cases}$$

1563. 1) Количество a есть среднее арифметическое некоторых трёх количеств, b — среднее арифметическое их квадратов. Выразить через a и b среднее арифметическое их попарных произведений.

2) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0, \\ x^2 - 5y^2 + 4 = 0. \end{cases}$$

3) Решить уравнение:

$$\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x + a - b} = \sqrt{b}.$$

1564. 1) Обозначая через s_1, s_2 и s_3 суммы n_1 первых членов, n_2 первых членов и n_3 первых членов некоторой арифметической прогрессии, показать, что

$$\frac{s_1}{n_1}(n_2-n_3)+\frac{s_2}{n_2}(n_3-n_1)+\frac{s_3}{n_3}(n_1-n_2)=0.$$

2) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \log_a x+\log_a y+\log_a 4=2+\log_a 9, \\ x+y-5a=0. \end{cases}$$

3) Упростить выражение:

$$\frac{\frac{1}{2}\left[(1+\sqrt{p})^5+(1-\sqrt{p})^5\right]-(p\sqrt{5}-1)^2}{2p}.$$

1565. 1) Ряд нечётных чисел 1, 3, 5, 7, ... разбит на группы следующим образом: первая группа содержит одно число 1; вторая — следующие два (3 и 5); третья — следующие три (7, 9 и 11) и т. д. Доказать, что сумма чисел каждой группы будет равна кубу числа, выражающего порядковый номер группы. Так, например, сумма чисел третьей группы равна $7+9+11=27=3^3$.

2) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \log_a\left(1+\frac{x}{y}\right)=2-\log_a y, \\ \log_b x+\log_b y=4. \end{cases}$$

3) В геометрической прогрессии даны: $a_{m+n}=A$ и $a_{m-n}=B$. Найти a_m и a_n.

1566. 1) Доказать, что разность среднего арифметического и среднего геометрического данных положительных чисел a и b меньше частного от деления квадрата разности данных чисел на удвоенное меньшее данное число.

2) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \log_2 x+\log_4 y+\log_4 z=2, \\ \log_3 y+\log_9 z+\log_9 x=2, \\ \log_4 z+\log_{16} x+\log_{16} y=2. \end{cases}$$

3) Упростить выражение:

$$\frac{\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a-b}}{2-\frac{a+b}{a-b}}\cdot\frac{1-\frac{2b}{a+b}}{1+\frac{a-b}{a+b}}.$$

1567. 1) Найти два числа, сумма, произведение и разность квадратов которых были бы равны между собой.

2) Решить систему уравнений.

$$\begin{cases} \log_a x + \log_{a^2} y = \frac{3}{2}, \\ \log_{b^2} x - \log_{b^2} y = 1. \end{cases}$$

3) Решить уравнение:

$$\frac{x-4}{\sqrt{x}+2} = x - 8.$$

1568. 1) Найти первый член и знаменатель такой геометрической прогрессии, состоящей из 9 членов, в которой произведение двух крайних членов равно 2304, а сумма четвёртого и шестого членов равна 120.

Решить системы уравнений:

2) $\begin{cases} \log_a t - \log_{a^2} s = 1, \\ \log_{b^2} t - \log_b s = 1. \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \left(\frac{x}{a}\right)^m \cdot \left(\frac{y}{b}\right)^n = c, \\ \left(\frac{x}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{y}{a}\right)^m = d. \end{cases}$

1569. 1) Из двух точек, расстояние между которыми равно d метрам, движутся друг другу навстречу два тела. Если первое начнёт двигаться на a минут раньше второго, то они встретятся через p минут после начала движения второго. Если же второе начнёт двигаться на b минут раньше первого, встреча произойдёт через q минут после начала движения первого тела. Определить скорости движения тел.

2) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \log_a x + \log_{a^2} y = \frac{3}{2}, \\ \log_{b^2} x + \log_b y = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

3) Найти сумму n членов арифметической прогрессии:

$$(a+x)^2,\ (a^2+x^2),\ (a-x)^2,\ \ldots .$$

1570. 1) От двух пристаней, удалённых одна от другой на $2l$ метров, выехали друг другу навстречу две лодки. Первая отчалила на a минут раньше второй и проходила в минуту на b метров меньше, чем вторая. Лодки встретились как раз на середине пути. Определить, сколько метров в минуту проходила вторая лодка и через сколько времени после своего отплытия она встретилась с первой.

2) Решить уравнение:

$$\log_x \{1 + n \log_b [k - m \log_c x]\} = 0.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2(x+y)=xy, \\ xy+yz+zx=108, \\ xyz=180. \end{cases}$$

1571. 1) Города A и B находятся на расстоянии l километров один от другого. Тонна угля в городе A стоит a рублей, в городе B — на p процентов дороже. Провоз тонны угля обходится q копеек с километра.

В каком пункте расстояния AB одинаково выгодно брать уголь как из города A, так и из города B?

2) Решить уравнение:

$$\log_a \{ a \log_b [1 + k \log_c (1 + m \log_n x)] \} = 1.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} a^3+a^2x+ay+z=0, \\ b^3+b^2x+by+z=0, \\ c^3+c^2x+cy+z=0. \end{cases}$$

1572. 1) Два тела, находящиеся одно от другого на расстоянии d метров, начинают одновременно двигаться друг другу навстречу (движение равномерное) и встречаются через a секунд. Если же они начали бы равномерно двигаться с теми же, что и прежде, скоростями оба одновременно по одному и тому же направлению, то встретились бы через b секунд. Определить скорость каждого тела.

2) Решить уравнение:

$$\log_4 \{ 2 \log_3 [1 + \log_2 (1 + 3 \log_2 x)] \} = \frac{1}{2}.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y+z=1, \\ ax+by+cz=d, \\ a^2x+b^2y+c^2z=d^2. \end{cases}$$

1573. 1) На метеорологической станции было замечено, что в период от 8 до 19 июня средняя суточная температура ежедневно повышалась на 0,5°.

Средняя температура за весь этот период времени (т. е. среднее арифметическое из всех 12 наблюдений) была 18,75°. Какова была средняя суточная температура 15 июня?

2) Решить уравнение:

$$\log_a \{ 1 + \log_b [1 + \log_c (1 + \log_p x)] \} = 0.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = z^2, \\ xy + yz + zx = 17, \\ (z - x)(z - y) = 2. \end{cases}$$

1574. 1) Два поезда выходят одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. Они встречаются в пункте C, который на a километров ближе к A, чем к B. Поезд, идущий из A, приходит в B через p часов после встречи, а поезд, идущий из B, приходит в A через q часов после встречи. Найти расстояние между A и B.

2) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \log_x ay = p, \\ \log_y bx = q. \end{cases}$$

3) Написать коэффициент при y в первой степени в разложении:

$$\left(y^2 + \frac{c^3}{y}\right)^{14}.$$

1575. 1) Имеются три сорта сплава: в первом на 3 *г* золота приходится 2 *г* серебра и 1 *г* меди, во втором те же металлы смешаны в отношении $4:3:5$, в третьем весовое содержание золота вдвое больше весового содержания серебра и меди вместе. По скольку граммов каждого сорта сплава надо взять, чтобы получить кусок сплава, в котором было бы 12 *г* золота, 7 *г* серебра и 5 *г* меди?

2) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \log_{xy}(x - y) = 1, \\ \log_{xy}(x + y) = 0. \end{cases}$$

3) Найти в геометрической прогрессии член a_p, если известно, что $a_m = M$ и $a_n = N$.

1576. 1) Производительность завода A составляет 40,96% производительности завода B. Число годового процента прироста продукции на заводе A на 30 больше числа годового процента прироста продукции на заводе B. Каков годовой процент прироста продукции на заводе A, если за четвёртый год работы завод A даёт то же количество продукции, что и завод B?

2) Упростить выражение:

$$\left(x^{\frac{1}{m}}+x^{\frac{1}{n}}\right)^2-4a^2x^{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}},$$

если

$$x=\left(a+\sqrt{a^2-1}\right)^{\frac{2mn}{m-n}}.$$

3) Решить уравнение: $C_x^1=5$, где C_n^m обозначает число сочетаний из n элементов по m.

1577. 1) Непромытый „золотой песок" содержит k процентов чистого золота. После каждой промывки „золотого песка" отходит p процентов содержащихся в нём примесей и теряется q процентов от имеющегося в песке золота. Сколько следует произвести промывок, чтобы число процентов содержания чистого золота в „золотом песке" было не меньше r?

2) Упростить выражение:

$$(x^{-1}+a^{-1})(x+a)^{\frac{1}{n}}-b^{-1}x^{\frac{1}{n}},$$

если

$$x=ab^{\frac{n}{n+1}}\left(a^{\frac{n}{n+1}}-b^{\frac{n}{n+1}}\right)^{-1}.$$

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} xy+xz=a^2, \\ yz+yx=b^2, \\ zx+zy=c^2. \end{cases}$$

1578. 1) Находящийся под постоянным давлением газ в количестве a кубических метров последовательно пропускают через n фильтров, каждый из которых поглощает p процентов общего объёма примесей, содержащихся в газе (поступающем в фильтр). Затем газ поступает в резервуар, где находится b кубических метров (отнесённого к тому же давлению) газа, содержащего q процентов (по объёму) примесей. Какой процент примесей (по объёму) допустим для газа до его очистки, если число процентов примесей в газовой смеси в резервуаре не должно превышать r?

2) Упростить выражение:

$$\left[\frac{(x^2+a^2)^{-\frac{1}{2}}+(x^2-a^2)^{-\frac{1}{2}}}{(x^2+a^2)^{-\frac{1}{2}}-(x^2-a^2)^{-\frac{1}{2}}}\right]^{-2}, \text{ если}$$

$$x=a\left(\frac{m^2+n^2}{2mn}\right)^{\frac{1}{2}}, \text{ причём } a>0;\ n>m>0.$$

3) Решить уравнение:

$$\sqrt[n]{a^k x^{n-k}} + \sqrt[n]{a^{n-k} x^k} = 2\sqrt{bx}, \text{ где } n > k > 0.$$

1579. 1) Средний годовой процент прироста народонаселения из года в год остаётся постоянным. Если бы годовой процент прироста увеличился на k, то через n лет численность населения была бы в два раза больше, чем при нормальных условиях. Определить годовой процент прироста населения.

2) Упростить выражение:

$$\left(x^{-2} + a^{-\frac{2}{3}} x^{-\frac{4}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}} + \left(a^{-2} + a^{-\frac{1}{3}} x^{-\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}},$$

$$\text{если } x = \left(b^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

3) Решить уравнение:

$$\sqrt[n]{(x+1)^2} + \sqrt[n]{(x-1)^2} = 4\sqrt[n]{x^2-1}.$$

1580. 1) В резервуар, содержащий a литров воды, сначала через одну трубу вливают a литров p-процентного (по объёму) раствора спирта, а затем, после перемешивания, через другую трубу выливают равное количество (т. е. a литров) образующейся смеси. Сколько раз надо повторить эту операцию, чтобы в резервуаре получился раствор спирта крепостью не менее q процентов (по объёму)?

2) Упростить выражение:

$$\frac{\left(m+x\right)^{\frac{1}{2}} + \left(m-x\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(m+x\right)^{\frac{1}{2}} - \left(m-x\right)^{\frac{1}{2}}},$$

если $x = \frac{2mn}{n^2+1}$, причём: $m > 0$; $0 < n < 1$.

3) Решить уравнение:

$$\sqrt[n]{x^n + \sqrt[n+1]{a^n x^{n^2}}} + \sqrt[n]{a^n + \sqrt[n+1]{a^{n^2} x^n}} = b.$$

1581. 1) Один из корней уравнения

$$x^3 - 6x^2 + ax - 6 = 0,$$

коэффициент a которого неизвестен, равен 3. Найти два других корня этого уравнения.

2) Упростить выражение:

$$\left[\frac{(a+x)^{-\frac{1}{2}}(x+b)^{-\frac{1}{2}}+(a-x)^{-\frac{1}{2}}(x-b)^{-\frac{1}{2}}}{(a+x)^{-\frac{1}{2}}(x+b)^{-\frac{1}{2}}-(a-x)^{-\frac{1}{2}}(x-b)^{-\frac{1}{2}}}\right]^{2},$$

если $x=\sqrt{ab}$, причём $a>b>0$.

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=10, \\ \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=2{,}5\sqrt[6]{xy}. \end{cases}$$

1582. 1) Доказать, что уравнение: $\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{x-1}=1$ (где a и b — действительные числа, не равные нулю одновременно) имеет лишь действительные корни.

2) Найти величину выражения:

$$(1+x^{-1})^{-2}+(1-x^{-1})^{-2}$$

при $x=(1-n^{-1})^{\frac{1}{2}}(1+n^{-1})^{-\frac{1}{2}}$, если $n>1$.

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^a=y^b, \\ \log_c \frac{x}{y}=\frac{\log_c x}{\log_c y}. \end{cases}$$

1583. 1) В колбе в начальный момент имеется N бактерий. К концу каждого часа количество бактерий увеличивается на p процентов по сравнению с тем количеством их, которое имелось в начале этого часа; кроме того, в конце каждого часа из колбы берётся порция, содержащая n $(n<N)$ бактерий. Через сколько часов количество бактерий в колбе будет превышать (после изъятия соответствующей порции) начальное количество их в 2 раза? Выяснить условия, при которых задача имеет решение.

2) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} (x-y)(x^2-y^2)=16, \\ (x+y)(x^2+y^2)=40. \end{cases}$$

3) Сколько рациональных членов содержится в разложении:

$$(\sqrt{2}+\sqrt[3]{3})^{100}.$$

ОТВЕТЫ[1]).

Глава I.

Задачи для повторения и углубления пройденного.

7. 1) $(m+1)^2(m^2-m+1)$; 2) $(n+1)(n-1)(n^2+n+1)$.
8. 1) $2y(3x^2+y^2)$; 2) $8xy(x^2+y^2)$. **9.** 3) $(a-4)(a+3)$;
4) $(m+5)(m-2)$; 5) $2(x+3)(x+2)$.
10. 1) $(m^2+n^2+mn)(m^2+n^2-mn)$;
2) $(x^4-x^2+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$; 4) $(a+2)^2(a-1)$.
11. 1) $(a-1)(a^2+2a+2)$; 3) $n^2(n+1)^2(n^2-2n+2)$.
12. 2) $(c+1)(c+2)(c+5)$; 4) $(a+1)(a^2-a+1)(a^2+a+1)$.
13. 1) 0,25; 3) $-0{,}6$; **14.** 1) $-\frac{1}{2(3a+1)}$; 2) $\frac{2a}{a^2+a+1}$; 4) $\frac{a^2-ac+c^2}{3(ac+1)}$.
15. 2) $\frac{9}{x-y}$; 4) $\frac{1}{a+c}$. **16.** 1) 1,5; 2) $\frac{5}{42}$. **22.** 1) 5; 2) 7. **23.** 1) 1; 2) 3.
24. 1) 3; 2) 2.
25. 2) $\frac{ab}{a+b}$. **26.** 1) $\frac{3(n+1)}{4}$; 2) $\frac{a}{a+1}$. **27.** 1) $\frac{m(a+b)}{a}$; 2) $\frac{2a+c}{3}$.
28. 1) a^2+1. **40.** 1) 1; -1. **41.** 2) 19; -1. **42.** 1) 5; 7. **43.** 2; 1. **44.** 1) 8; 4.
45. 1) $a+b$, $a-b$. **46.** 1) $3m$; $-2n$.
47. 2) $(a+b)^2$; $(a-b)^2$. **48.** 1) m^3-n^3; m^3+n^3. **49.** p; $\frac{m}{n}$. **50.** 1) 6; 5; 2.
51. 2) 1; 3; 4; 2. **52.** 2) 9; 7; 5; 3; 1. **53.** 2) p; q; r.
54. 2) $2a$; $2a-b$; $a-b$; $2b$; $2b-a$.

Глава II.

Степени и корни.

212. 3) $b\sqrt[m]{ab^2c^{m-1}}$. **213.** 1) $6x\sqrt{3xy}$; 3) $\sqrt{abc}$. **214.** 2) $\frac{x}{2y}\sqrt[3]{12xy}$;
4) $2x^2y\sqrt{x^2+3y}$. **215.** 2) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{a^2-b^2}$; 4) $\frac{1}{2}\sqrt[6]{9(9a-2b)}$.
216. 1) $x\sqrt[3]{x^2-y^2}$; 3) $a\sqrt{b}$. **217.** 1) $4b\sqrt[n]{ab^2}$; 2) $y^2\sqrt[n]{x^2y^2}$.
228. 1) $19\sqrt{2}$; 2) $15\sqrt{2}-3\sqrt{5}$; 3) $4\sqrt{10}-7\sqrt{6}$;
4) $4\sqrt{2}+3\frac{1}{3}\sqrt{3}$.
229. 1) $8\sqrt{a}$; 2) $4\sqrt[3]{x}$; 3) $3\sqrt[4]{a}$; 4) $7\sqrt{x}-5\sqrt[3]{y}$.
230. 1) 213; 2) 36; 3) 15; 4) 2.
231. 1) 1; 2) $9\sqrt{2x}$. **232.** 1) $6\frac{1}{2}\sqrt{2}$; 2) 0.
233. 1) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{5}-\frac{2}{5}\sqrt[3]{25}$; 2) $\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{4}$.
234. 1) $-2\frac{1}{2}\sqrt[3]{3}$; 2) $1\frac{31}{60}\sqrt{6}$.

---

[1]) В ответах к упражнениям и задачам допустимые значения букв не указаны; учащиеся должны это сделать сами, дополнив данный ответ в соответствии с результатами исследования.

235. 1) $10ab\sqrt{7ab}$; 2) $2a^2(2+5b)\sqrt[3]{b}$.

236. 1) $(3-b)\sqrt[3]{a^2b}$; 2) $\frac{xy-x^3-x^4y^3+y^2}{x^2y^2}\sqrt[4]{x^2y^3}$.

237. 1) $4b\sqrt[3]{a}+(5a-2b)\sqrt{x}$; 2) $3{,}35\sqrt{6z}$.

238. 1) $2y$; 2) $2b$. **239.** 1) $2x\sqrt{2}+y-1$; 2) $2c\sqrt{x}$.

240. 1) $\frac{x^4-x^2y-xy^2+y^4-4x^4-4x^5+4x^3y^2}{4x^2(x^2-y^2)}\sqrt{2x(x+y)}$;

2) $\frac{1-x+x^2-x^3-x^4}{x(1-x^2)}\sqrt{x(1-x^2)}$.

241. 1) $\frac{a-x}{a+x}\sqrt{a^2-x^2}$; 2) 0. 242. 1) 111,1; 2) 7. **243.** 1) 9, 2) 15.

251. 1) -30, 2) $12-18\sqrt{2}+16\sqrt{3}$.

252. 1) $14a^4-12a^3-8a^2$; 2) $ab+2b-a+1$.

253 1) $\frac{a^2(bn-b^2m+am)}{m}$; 2) $8x^2y\sqrt[4]{y}-10xy^2\sqrt[3]{x^2y^2}+2x^2y^2\sqrt[4]{x}$.

254. 1) $3+\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{15}$; 2) $19\sqrt{2}$.

255. 1) $6a^2+5a\sqrt{x}-6x$; 2) $m^2-n+(m-1)\sqrt{mn}$.

256. 1) 9, 2) 9. **257.** 1) $\frac{7+\sqrt{3}}{6}$; 2) $\frac{17+7\sqrt{2}}{12}$;

3) $\frac{6\sqrt{2}+5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{15}$; 4) $\frac{13-3\sqrt{6}-4\sqrt{5}}{24}$.

258. 1) 4; 2) 16; 3) 25; 4) 16. 259. 1) $4\sqrt{6}-8\sqrt{3}$; 2) 24; 3) 8, 4) 4.

261. 1) a^2-3; 2) $a-x$; 3) 2; 4) 2. 262. 1) a; 2) $2b$; 3) 1; 4) $1-2x$.

265. 1) 9; 2) 10.

272. 1) $1+\sqrt{2}-\sqrt[3]{3}-\sqrt[6]{72}$; 2) $\sqrt{6}-\sqrt[6]{243}+\sqrt[6]{32}-\sqrt[3]{6}$.

275. 1) $x-\frac{1}{2}x\sqrt[6]{x}-3x\sqrt[3]{x}+\frac{3}{2}x\sqrt{x}$;

2) $a^2\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{a^5}-a^3\sqrt[4]{a}-a\sqrt[12]{a^{11}}$;

4) $4\sqrt[12]{x^7y^{10}}+y\sqrt[12]{x^5}+3y\sqrt[12]{x^4y}-8xy-2y\sqrt[6]{x^5y}-6y\sqrt[4]{x^3y}$.

284. 1) 30; 2) $16\sqrt{5}$; 4) $2\frac{1}{4}-\sqrt[3]{9}$.

285. 1) $x+y$; 2) $a-b$; 3) $1-\sqrt{\frac{1}{2}}$; 4) $n+1$.

286. 1) $\sqrt{x}-\sqrt{y}$; 2) $a+b-\sqrt{ab}$.

287. 1) $\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$; 2) $\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$; 3) $\sqrt{7}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$.

288. 1) $\sqrt{a}(\sqrt{b}-\sqrt{c})$; 3) $\sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})$.

289. 1) $\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)$; 2) $\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)$; 3) $\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)$.

290. 1) $\sqrt{a+b}(\sqrt{a+b}+1)$; 2) $\sqrt{a+b}(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b})$.

291. 1) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{x}-\sqrt{y})$, 2) $(\sqrt{x}+y)(x-y)$;
3) $(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+1)$; 4) $(\sqrt{a}+4)(\sqrt{a}+1)$.

292. 1) $\frac{1}{7}\sqrt{21}$; 2) $\frac{1}{2}\sqrt{5}$; 3) $\frac{\sqrt{ab}}{b}$; 4) $\frac{\sqrt[3]{a^2xy}}{a}$.

293. 1) $\sqrt[3]{2m}-\sqrt[3]{3n}$; 2) $\sqrt[3]{5a}+\sqrt[3]{4b}$;
3) $\sqrt[3]{xy}-\sqrt[3]{2y^2}$; 4) $x-\sqrt{2xy}$.

294. 1) 25; 2) 0; 3) 1; 4) 6.

299. 1) $\frac{2}{3}\sqrt[4]{a-b}$; 3) $2a\sqrt{b}$; 4) $a\sqrt[3]{a^2x}$.

300. 1) $8-3\sqrt[6]{32}$; 2) $10\sqrt[3]{3}+5\sqrt[6]{3}$;
4) $\frac{3}{2}\sqrt[6]{18}-\sqrt[12]{648}+\frac{4}{3}\sqrt{3}$.

301. 1) $4\sqrt[3]{m}-3\sqrt[4]{m}-6\sqrt[6]{m}$; 2) $a\sqrt[6]{xy}+a^2-a^3\sqrt[6]{xy^2}$;
3) $\frac{1}{ab^3}\sqrt[6]{a^2b}-6ab^3\sqrt{a}+\frac{b}{a^2}\sqrt[24]{a^5b}$.

302. 1) $x\sqrt{3xy}-x\sqrt[4]{12xy^7}+2xy$;
3) $\sqrt{ax}+2\sqrt[3]{a^2x}$; 4) $\sqrt{ax}+2\sqrt[3]{a^4x}$

303. 1) $ax\sqrt[3]{ax}-x\sqrt[12]{a^6x^{11}}$; 2) $\sqrt[4]{b^3}-3\sqrt[4]{ab^2}+2\sqrt[4]{a^3b}$;
3) $5\sqrt[3]{a}-9\sqrt{a}-7\sqrt[12]{a^5}$; 4) $\sqrt[4]{a}+3\sqrt[8]{ab}+\sqrt[4]{c}$.

322. 1) $38-12\sqrt{10}$; 2) $48{,}5+4\sqrt{6}$; 3) 27; 4) $15\frac{1}{8}$.

323. 1) 49; 2) 1; 3) 1; 4) 9.

324. 1) $2-4\sqrt[6]{2}+2\sqrt[3]{2}$; 2) $3-3\sqrt[6]{3}+\frac{3}{4}\sqrt[3]{3}$;
3) $\sqrt[3]{a^2}+2\sqrt[6]{a^5}+a$; 4) $a^2\sqrt[3]{b^2}-2ab\sqrt[3]{ab}+b\sqrt[3]{a^2}$.

325. 1) $11+6\sqrt{2}+4\sqrt{3}+2\sqrt{6}$; 2) $4-2\sqrt{3}$;
3) $36\frac{1}{2}+3\sqrt{2}-8\sqrt{3}-8\sqrt{6}$, 4) $105-100\sqrt{2}+$
$+60\sqrt{3}-150\sqrt{6}$. **326.** 1) 14, 2) 2, 3) 26; 4) 4.

327. 1) $4+2\sqrt{11}$; 2) $2\sqrt{6}-4$; 3) $4\sqrt{3}-4$; 4) $8\sqrt{2}+4$.

328. 1) $2a+2\sqrt{a^2-b}$; 2) $13x-10\sqrt{y}-12\sqrt{x^2-4y}$;
3) $6+2\sqrt{3+2\sqrt{5}}$.

330. 1) $3\sqrt{2}-4$; 2) $4+2\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}$;
3) $6+2\sqrt{10}-4\sqrt[4]{90}$; 4) $3+3\sqrt{5}+6\sqrt[4]{5}$.

331. 1) $x+x\sqrt[3]{x}+2x\sqrt[6]{x}$; 2) $2abc+ac\sqrt[3]{ab^2c}+b\sqrt[3]{a^2bc^2}$;
3) $\frac{xy}{4}\sqrt{xy}-\frac{2}{3}xy+\frac{4}{9}\sqrt{xy}$.

332. 1) $10+6\sqrt{3}$; 2) $15\sqrt{6}-21\sqrt{3}$;
3) $11\sqrt{2}+9\sqrt{3}$; 4) $30\frac{8}{9}\sqrt{3}-19\sqrt{15}$.

333. 1) $10a\sqrt{a}-6a\sqrt{3a}$; 2) $x^2(x^2+6)\sqrt{x}-x(3x^2+2)\sqrt{2x}$;
3) $a^2+a+3a\sqrt[3]{a^2}+3a\sqrt[3]{a}$; 4) $27m^2-9m\sqrt[3]{m^2}+m\sqrt[3]{m}-\frac{1}{27}m$.

341. 1) $\sqrt[4]{\frac{x}{y}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{m}{n}}$; 3) $\sqrt[8]{a^3}$; 4) $\sqrt[4]{\frac{a+b}{a-b}}$.

342. 1) $\sqrt[8]{128}$; 2) $\sqrt[12]{2\,187}$; 3) $\sqrt[8]{\frac{1}{128}}$; 4) $\sqrt[8]{\frac{1}{5^7}}$.

343. 1) $\sqrt[8]{a^7}$; 2) $\sqrt{m}$; 3) $\sqrt[24]{x^{23}}$, 4) $\sqrt[24]{a^{10}}$.

344. 1) $\sqrt[8]{\frac{m^3}{n^7}}$; 2) $\sqrt[6]{\frac{a^4}{b^3}}$; 3) 1, 4) $\frac{1}{x}\sqrt[4]{ax}$.

348. 1) $\sqrt[3]{2}$; 2) $\sqrt[3]{5}$; 3) $\sqrt[3]{9}$, 4) $\sqrt[3]{7}$. 349. 1) $\sqrt[3]{a}$, 4) $n\sqrt[3]{n}$.

350. 1) $3\sqrt{3}$; 2) $\sqrt[4]{5}$; 3) $\frac{\sqrt[5]{9}}{3}$; 4) $8\sqrt{2}$.

351. 1) $\frac{a\sqrt[7]{x^3}}{x}$; 2) $\frac{\sqrt[6]{a^5}}{b}$; 3) $\frac{a\sqrt[9]{x}}{x}$; 4) $\frac{a\sqrt[n]{x^{n-1}}}{x}$.

352. 3) $\frac{(a+b)\sqrt{a-b}}{a-b}$; 4) $\frac{(a-b)\sqrt{a+b}}{a+b}$.

353. 1) $\sqrt[4]{(a-b)^3}$; 2) $\sqrt[3]{m+n}$ 3) $\frac{\sqrt{x^2-4}}{x+2}$; 4) $\frac{\sqrt[3]{(a^2-9)^2}}{a-3}$.

354. 1) $2-\sqrt{2}$; 2) $6+2\sqrt{3}$; 3) $3\sqrt{7}+3$; 4) $2\sqrt{5}-2$

355. 1) $\frac{m(\sqrt{m}-1)}{m-1}$; 2) $\frac{n(1+\sqrt{n})}{1-n}$; 3) $\sqrt{x}-\sqrt{y}$;
4) $(a+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})$

356. 1) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{7}+\sqrt{3}$, 3) $-2\sqrt{8}-2\sqrt{5}$;
4) $-2\sqrt{3}-2\sqrt{10}$.

357. 1) $6\sqrt{3}+9$; 2) $9\sqrt{2}-12$, 3) $3\sqrt{5}+2\sqrt{7}$;
4) $\frac{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{2}$.

358. 1) $\frac{7+3\sqrt{5}}{2}$; 2) $127-18\sqrt{7}$; 3) $4+\sqrt{15}$; 4) $\frac{26-5\sqrt{30}}{37}$.

359. 1) $\frac{217-9\sqrt{33}}{317}$; 2) $\frac{18+5\sqrt{10}}{2}$; 3) $-\frac{2\sqrt{10}+1}{13}$.

360. 1) $\frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{b}$; 2) $\frac{m+\sqrt{m^2-n^2}}{n}$; 3) $-\frac{x^2+\sqrt{x^4-a^4}}{a^2}$;
4) $\frac{x^2+1+\sqrt{x^4-1}}{2}$.

361. 1) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; 2) $\frac{3}{2\sqrt[3]{3}}$; 3) $\frac{n}{\sqrt{mn}}$; 4) $\frac{1}{\sqrt[5]{n^2}}$.

362. 1) $\frac{1}{6-3\sqrt{3}}$; 2) $\frac{1}{3\sqrt{2}-3}$; 3) $\frac{1}{2\sqrt{5}-2\sqrt{2}}$; 4) $\frac{1}{3\sqrt{7}-3\sqrt{2}}$.

363. 1) $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$; 3) $\frac{a-1}{a\sqrt{a}-a}$.

364. 1) $\frac{1}{(x+y)\sqrt[3]{x-y}}$; 2) $\frac{9-m}{9-6\sqrt{m}+m}$.

365. 1) $\frac{9\sqrt{3}+5\sqrt{5}+\sqrt{7}-2\sqrt{105}}{59}$;

2) $\frac{29\sqrt{7}+21\sqrt{11}-10\sqrt{77}-33}{259}$;

3) $\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+\sqrt{30}}{12}$; 4) $\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{30}}{12}$.

366. 2) $\frac{15(\sqrt{5}+2\sqrt{15}-3\sqrt{3}+1)}{11}$;

3) $3(5\sqrt{2}+3\sqrt{6}-4\sqrt{3}-6)$

367. 2) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$; 4) $2\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{10}-2$.

368. 1) $\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{2}$; 2) $(\sqrt{2}+1)(2\sqrt{6}-5)$;

3) $a(\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}-\sqrt{2})$; 4) $-a(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+\sqrt{3})$.

369. 1) $\frac{a\sqrt{110-22\sqrt{3}}}{22}$; 2) $3(\sqrt{6}+1)$; 3) $\frac{\sqrt{30}+\sqrt{5}}{5}$;

4) $\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})\sqrt{a-b}}{a-b}$.

370. 1) $\frac{n(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})}{a+b}$; 3) $2(\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{28}+2\sqrt[3]{2})$.

371. 1) $\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1$; 2) $\frac{2(2\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4}+1)}{5}$;

3) $-\frac{\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{5}+1}{4}$; 4) $-\frac{2(9\sqrt[3]{4}+6\sqrt[3]{2}+4)}{23}$.

372. 1) $\frac{n(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b})}{a+b}$; 3) $\frac{\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}}{5}$.

373. 1) $-(\sqrt{2}+\sqrt[3]{3})(4+2\sqrt[3]{9}+3\sqrt[3]{3})$; 2) $(\sqrt{2}+\sqrt[4]{3})(2+\sqrt{3})$;

3) $a(\sqrt[6]{3}+\sqrt[6]{2})(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})$.

378. 1) $\frac{a+b}{a-b}$; 2) $\frac{2\sqrt{b}}{a(b-1)}$; 4) $\frac{2x}{b^2}$.

379. 1) $4-3\sqrt{7}+\sqrt{11}$; 2) $\frac{59+8\sqrt{2}+13\sqrt{3}+26\sqrt{5}}{6}$;

3) $\frac{10-3\sqrt{2}}{2}$; 4) $\frac{13-\sqrt{5}}{2}$.

380. 1) $\frac{1}{\sqrt{a^2-b^2}}$; 2) $\sqrt{1-x}$; 3) $\frac{1}{b}$; 4) $a(\sqrt[4]{ab}+\sqrt{b})$.

381. 1) 1; 3) $\frac{2}{1-a}$; 4) $\sqrt{b}-\sqrt{a}$.

382. 1) $\frac{\sqrt{a}}{a}$; 2) $\frac{\sqrt{a}}{2a(a-b)}$; 3) $\frac{a^4-2a^3\sqrt[6]{a}+\sqrt[3]{a^2}}{a^4}$.

383. 1) 1; 2) -1; 3) 3; 4) $2\sqrt[4]{ax}$. 384. 1) 1; 2) 5; 3) 0,7; 4) 3.

387. 1. 388. $141+110\sqrt{6}$. 392. 1. 393. $a-b$.

Глава III.

Квадратные уравнения и уравнения, приводимые к квадратным.

406. 3) ± 8. 407. 1) ± 2. 410. 1) $\pm a$; 2) $\pm b$; 3) ± 1. 412. 4) $0, \frac{3a}{2}$.

422. 3) $8, -3$; 4) $5; -3\frac{1}{3}$. 423. 1) $1; \frac{1}{2}$; 3) $4; -7$; 4) 2.

424. 2) $10, -0{,}7$; 4) $7; -\frac{7}{9}$. 425. 1) $2, -\frac{1}{2}$; 3) $18; 15{,}8$.

426. 1) $5, -1\frac{2}{5}$; 3) $0; 60$. 428. 2) $-1; -4{,}7$; 3) $-2, -3$

429. 2) $1; -5$. 430. 2) $\frac{2}{3}; -3$; 4) $2{,}5, 5$ 431. 2) $2; -9$, 4) $-2, -8\frac{1}{2}$.

432. 1) $9, -4$; 4) $2; -\frac{7}{9}$. 433. 2) 3; 3) 4 434. 2) $10, 5\frac{1}{5}$; 4) $12, 8\frac{1}{4}$.

435 3) 5, 4, 4) $7; -1$. 436. 2) $1-\sqrt{3}; -(3+\sqrt{3})$; 3) $\sqrt{5}, 0$

437 1) $\approx -0{,}4; \approx -7{,}2$, 2) $\approx -0{,}3, \approx -4{,}4$.

440. 1) $a+b, a-2b$; 2) $3a-2b, 2a-3b$, 4) 1.

441 1) $a, \frac{1}{a}$; 4) $\frac{a+b}{2}; \frac{b-a}{2}$. 442. 2) $b, -\frac{3}{4}b$; 4) $\frac{3m}{2}, -\frac{2m}{3}$.

443. 1) $\frac{b}{2}; -\frac{b}{6}$; 2) $a; -\frac{5a}{2}$. 444. 3) $3a; -2a$, 4) $\frac{a+b}{a-b}$; 1.

445. 1) $a+1$; $b+1$; 3) $\frac{a+b}{a-b}; \frac{a-b}{a+b}$. 446. 2) $m+a; m-a$,

3) $-m, -n$. 447. 2) $a; \frac{c+n}{2}$, 4) $\frac{a-c}{c-d}$; 1 455. 2) 36, 4) 1.

456. 1) ± 12; 2) $\frac{13}{14}$. 457. 2) -5; 4) 13, 5) a^2-b^2.

469. 1) $(a-b)x^2-2ax+a+b=0$ 470. 1) $x^2-2ax+a^2-b=0$;
3) $x^2-6mx+9m^2-20n^2=0$. 475. 3) $(x-a-b)(x-a+b)$.

476. 2) $(2x-9a)(2x-a)$; 3) $(ax-b)(bx-a)$. 447. 1) $\frac{a+13}{a+15}$;
3) $\frac{a-7b}{a+b}$.

478. 1) $-\frac{27}{4}$; 3) $-\frac{91}{4}$. 479. 1) $p^2-2q, \pm p\sqrt{p^2-4q}$;

2) $3pq-p^3, \pm(p^2-q)\sqrt{p^2-4q}$ 480. $\frac{b^2-2ac}{a^2}$; $\frac{3abc-b^3}{a^3}$.

481. 1) 34, 2) ± 16; 3) 98; 4) ± 152

482. 5 и 3 483. 1) $\pm 7; \pm 3$; 2) $\pm 15, \pm 3$.

484. 1) $qy^2+py+1=0$; 2) $cy^2+by+a=0$.

485. 1) $y^2+npy+n^2q=0$; 2) $ay^2+nby+n^2c=0$.

486. $4y^2+4q-p^2=0$. 488. -16. 489. -2. 490. 16. 491. $y^2-9y+8=0$.

492. $14y^2+27y+9=0$. 493. $x^2-12x+32=0$. 494. 1) $2, -\frac{1}{3}$; 2) $\frac{13}{14}$.

500. 12 и 20, -12 и -20. 501. 15; -10. 502. 18; 15.

503. 5 и 8, -5 и -8. 504. 140 *м*. 505. 28 *м*. 506. 108 *м*.

507. 5 *см* $\times$ 5 *см*. 508. 42 *кг* и 39 *кг*, 15 *кг* и 12 *кг*.

509. 16 *кг* и 20 *кг*. **510.** 15 дней. **511.** 48 пар. **512.** 10 человек.
513. 80 $м^2$ и 90 $м^2$; 70 $м^2$ и 80 $м^2$. **514.** 2,5 *т*. **515.** 8 дней.
516. 25 *га* и 20 *га*; 31 *ц* и 30,5 *ц*. **517.** 80 *км/час*; 70 *км/час*.
518. 320 *км/час*; 400 *км/час*; **519.** 14 *км/час*; 16 *км/час*.
520. 50 *км/час*; 40 *км/час*. **521.** 5; 7, 9. **522.** 1) 7, 2) 6.
524. $\frac{2}{5}$. **525.** $\frac{3}{5}$. **526.** 4 и 5. **527.** 7. **528.** 46 и 140. **529.** 237 и 432.
530. 98. **531.** 74. **532.** 53; 35. **533.** 32; 23. **534.** 3 *м*; 4 *м*.
535. 3,25 *м* и 6,5 *м*; 1,5 *м* и 3 *м*. **536.** 10 дней и 15 дней.
537. 5 час. и 7 час. **538.** 12 дней и 6 дней. **539.** 30 дней и 20 дней.
540. 14 дней и 11 дней. **541.** 45 час. и 30 час. **542.** 27 час. и 24 час.
543. 8 мин. **544.** 20 *км/час*. **545.** 20 *км/час*. **546.** 7 *км/час*.
547. 4 *км/час*. **548.** 50 *км/час*; 15 *км/час*.
549. 30 *км/час*, 24 *км/час*. **550.** 10 *км/час*, 50 *км/час*.
551. 16 *км/час*; 12 *км/час*. **552.** 60 *км/час*, 120 *км/час*.
553. 500 *км*, 150 *км/час*; 100 *км/час*. **554.** 14 *км*.
555. 84 *км*, 6 *км/час*; 4 *км/час*. **556.** 10 *км/час*.
557. 30 *км/час*. **558.** 32 *км/час*. **559.** 21 час.
560. 350 *км/час*. **561.** 960 *км*. **562.** 18 *км/час*, 24 *км/час*.
563. 7,5 *м/сек*; 15 *м/сек*. **564.** $\approx$ 6,8 сек. — 13,5 сек.
565. 15 сек. **566.** 30 сек.; 10 сек. **567.** 20% или 80%. **568.** 6%.
569. 20%. **570.** 10%. **571.** 5%. **572.** 1000 руб. **573.** 5% и 6%.
574. 20. **575.** 24 *куб. м*. **576.** 11 команд. **577.** 22. **578.** 30 учеников.
579. 10 точек. **580.** 7 сторон. **581.** Восьмиугольник. **582.** 4 *м*.
583. 5 *см*. **584.** 3 *см*. **585.** 3 *м*. **586.** 10 *см* $\times$ 20 *см*. **587.** 10 *л*.
588. 10 *л*. **589.** 40 яблок и 60 яблок.
590. 48 *км*, 16 *км/час*; 20 *км/час*. **591.** 10 дней; 50 *га* и 75 *га*.
592. 12 *кГ* и 16 *кГ*. **593.** $\approx$ 72 *м*. **594.** 5 *м*. **595.** 0,8 $Г/см^3$ и 0,6 $Г/см^3$.
596. 48 или 16 обезьян. **597.** 50 обезьян. **598.** 30 фут. **599.** 8 ед. длины.
600. $22\frac{1}{2}$ локтя и $37\frac{1}{2}$ локтя. **601.** 14 стопы.

602. $\frac{3+\sqrt{9+3c}}{3}$ *км*. **603.** $-1+\sqrt{1+2a}$ машин.

604. $2(1+\sqrt{1+a})$ книг.

605. $\frac{-3+\sqrt{9+6m}}{3}$ делянок. **606.** $t \pm 2+\sqrt{t^2+4}$ час.

607. $\frac{\mp 1+\sqrt{1+4s}}{2}$ *км/час*. **608.** $\frac{mn+\sqrt{m^2n^2+4mns}}{2m}$ *кг*.

609. $\frac{\mp at+\sqrt{a^2t^2+4adt}}{2t}$ *км/час*. **610.** $\frac{ab+\sqrt{a^2b^2+4abn}}{2b}$ *км/час*.

611. $\frac{\mp bm+\sqrt{b^2m^2+2bdm}}{2m}$ *км/час*. **612.** $\frac{\mp bc+\sqrt{b^2c^2+4abc}}{2c}$ изделий.

613. $\frac{\mp kt+\sqrt{k^2t^2+4kts}}{2k}$ *м*. **614.** $\frac{2m\mp a+\sqrt{4m^2+a^2}}{2}$ час.

615. $\frac{b+2c\mp a+\sqrt{a^2+b^2+4c^2-2ab+4bc}}{2}$ дней.

616. $k\pm\sqrt{k^2-2kt}$ дней. **617.** $\frac{\pm b+\sqrt{b^2+8bt}}{2}$ мин.

618. $\frac{d+\sqrt{d^2+t^2v^2}}{t}$ *км/час* 619. $\sqrt{\frac{tv^2-2nv}{t}}$ *км/час*.

620. $\frac{\pm r+\sqrt{2c^2-r^2}}{2}$. 621. $\frac{ab+\sqrt{a^2b^2+4abp}}{2a}$ тонн.

622. $a-\sqrt{ab}$ *л*. 623. $\frac{-b+\sqrt{b^2+8ab}}{2}$ *км/час*.

624. $\frac{-dt+\sqrt{d^2t^2+240adt}}{2t}$ *км/час*. 625. $\frac{-at+\sqrt{a^2t^2+120adt}}{2t}$ *км/час*.

626. $\frac{-3v+\sqrt{9v^2+6sv}}{6}$ *км/час*. 627. $\frac{dt\mp 2d\pm\sqrt{d^2t^2+4d^2}}{2t}$ *км/час*.

628. 1) ± 3; ± 1; 3) ± 5; ± 2. 629. 2) ± 6; ± 1; 4) ± 4; ± 3.

630. 1) ± 1; $\pm\frac{1}{2}$; 4) $\pm\sqrt{2}$; $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$. 631. 2) ± 5; $\pm m$; 3) ± 3; $\pm n$.

632. 1) 3; -5; -1; -1; 4) 1; 1; 2, $\frac{1}{2}$. 634. 1) $(x+2)(x-2)(x+1)(x-1)$;

4) $(2x+1)(2x-1)(x+1)(x-1)$. 635. 2) $\frac{x^2-5}{x^2-6}$; 4) $\frac{a^2-1}{a^2-9}$.

636. 1) $x^4-13x^2+36=0$, 4) $9x^4-148x+64=0$.

637. $x^4-25x^2+144=0$. 639. 1) ± 2; 3) 10. 640. 2) 25; 4) 3

641. 1) 100, 3) 16; 4) 1. 642. 1) 1; 3) 1; 4) b^2. 643. 2) 7; 3) 7, 4) 11.

644. 2) -3; 3) 1; 4) Нет корней. 645. 1) 10, 2) 34; 2, 4) 1. 646. 1) 2; 3) 1.

647. 1) a; b; 3) $a\sqrt{3}$; 4) $a+25$. 648. 1) 1; 3) 1, 4) 3. 649. 1) $\frac{4a}{3}$;

3) $2b$; ($b<0$, $a>2b$). 650. 1) $\pm\frac{1}{2}$; 3) 2401. 651. 2) 19, 84.

3) $\pm 3\sqrt{2}$; 4) 0; -5; 652. 1) 4; -1; 2) 9; -2; 3) 2; -5.

Глава V.

Системы уравнений второй степени.

694. 1) $(x-3)^2+(y-5)^2=36$ 703. 1) (3; 1); $(-2; -4)$.

704. 2) (6; 2); $(-1; -12)$. 705. 1) (0,25; 7,75); $(-2; 1)$; 2) (17, 10); $(1; -3)$. 706. 1) (0; 0); $(-2,4; 4,8)$; 2) (6; 9); $(-9; -6)$

707. 1) (8; 4); (4; 8); 2) (5; 1); $(-1; -5)$. 708. 1) (2; 3); (3, 2); 2) (3; 0); $(1, -2)$. 709. 1) $(2a; -a)$; $(-a; 2a)$; 3) $(2a; a)$; $(a; 2a)$.

710. 3) (4; 2); $(16; -10)$; 4) (3; 2), (2, 1). 711. 1) (3; 4), (1; 2); 3) (4; 0); $\left(-\frac{1}{2}; -4\frac{1}{2}\right)$. 712. 1) (2, 3); $(51; -46)$; 3) (1; 2).

713. 1) $(a^2-1;\ a+1)$; $[-(a^2-1);\ -(a+1)]$; 4) $(a-1,\ a+1)$; $(a+1;\ a-1)$. 714. 1) $(\pm 4; \pm 3)$; $(\pm 3; \pm 4)$; 2) $(\pm 4; \pm 3)$; $(\pm 4; \mp 3)$; 3) $(\pm 3; 4)$; $(0; -5)$; 4) (2; 4). 715. 2) (3, 1), (1; 3); 3) (5; 2); $(-2; -5)$; 4) (5; 4), (4; 5).

716. 1) (3; 2); $(3; -3)$; $(-4; 2)$; $(-4; -3)$; 2) (0; 0); (1; 2), $(-2; -4)$; 4) (3; 1); $\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. 717. 2) (2; 3); (0; 1); $\left(\frac{3}{2}; 1\right)$;

3) $(2+\sqrt{5}, \sqrt{5})$; $(2-\sqrt{5}, -\sqrt{5})$; (0; 2); (3; 2).

718. 1) $\left(\frac{\pm a}{\sqrt{a+b}};\ \frac{\pm b}{\sqrt{a+b}}\right)$; 4) $(4m;\ m)$; $\left(-m;\ -\frac{m}{4}\right)$.

719. 1) $(2a;\ a)$, $(-a;\ -2a)$; $(-a;\ 2a-2)$;
4) $(a-b;\ a+b)$; $\left[\frac{b(b-a)}{a};\ \frac{b(b+a)}{a}\right]$.

720. 1) $(1;\ 1)$, $(-1;\ 2)$; $(-3;\ -1)$; $(3,\ 1)$,
3) $(6,\ 3)$, $(-3;\ -2)$; $(4;\ 5)$; $(-1,\ -4)$.

721. 1) $(4,\ 1)$, $(1;\ 4)$; 2) $(7;\ 1)$; $(1;\ 7)$.
3) $(5,\ -3)$, $(-3;\ 5)$; 4) $(-9;\ 4)$, $(4;\ -9)$.

722. 1) $(9,\ 2)$; $(-2;\ -9)$; 2) $(5;\ 3)$, $(-3,\ -5)$;
3) $(12,\ -4)$, $(4;\ -12)$; 4) $(2;\ -1)$, $(1,\ -2)$.

723. 1) $(2a,\ -a)$, $(-a;\ 2a)$; 2) $(3a;\ -a)$, $(-a;\ 3a)$;
3) $(2b,\ b)$, $(-b;\ -2b)$; 4) $(a+b;\ b)$ $(b;\ a+b)$.

724. 1) $(\pm 3,\ \pm 2)$, $(\pm 2;\ \pm 3)$, 2) $(\pm 5\ \pm 4)$; $(\pm 4;\ \pm 5)$;
3) $(\pm 3,\ \pm 1)$, $(\pm 1;\ \pm 3)$; 4) $(\pm 5,\ \pm 3)$, $(\pm 3;\ \pm 5)$.

725. 2) $\left(\pm\frac{a}{3};\ \pm\frac{a}{2}\right)$; $\left(\pm\frac{a}{2};\ \pm\frac{a}{3}\right)$, 4) $(\pm a;\ \pm 2b)$; $(\pm 2b;\ \pm a)$.

726. 1) $(\pm 5,\ \pm 3)$; $(\pm 3;\ \pm 5)$; 2) $(5;\ 1)$, $(-5;\ -1)$; 3) $(\pm 5;\ \pm 4)$;
4) $(\pm 3;\ \pm 2)$; $(\pm 2;\ \mp 3)$. **727.** 1) $(8;\ 2)$, $(2;\ 8)$; 2) $(25;\ 16)$; $(16;\ 25)$;
3) $(9,\ 4)$; 4) $(1;\ 4)$; $(4;\ 1)$.

728. 1) $\left(\pm\frac{1}{2};\ \mp\frac{1}{2}\right)$; $(\pm 2;\ \mp 1)$, 2) $(\pm 2,\ \pm 8)$; $(\pm 8{,}5,\ \mp 5)$;
3) $(\pm 1,\ \pm 2)$; $(\pm 2;\ \pm 1)$; 4) $(\pm 3\ \ \pm 5)$, $\left(\pm 1\frac{2}{3};\ \pm 4\frac{1}{3}\right)$.

729. 1) $(\pm 3,\ \pm 1)$; $(\mp\sqrt{2};\ \pm 2\sqrt{2})$; 3) $(\pm 2;\ \pm 3)$; $(\pm 3;\ \pm 2)$.

730. 1) $(9;\ 1)$; $(4;\ 9)$; 2) $(5;\ 20)$; $(20;\ 5)$.

731. 1) $(2,\ 3)$; $(3;\ 2)$; $(-2+\sqrt{7};\ -2-\sqrt{7})$, $(-2-\sqrt{7};\ -2+\sqrt{7})$.

732. 1) $(4;\ 2)$, $(2;\ 4)$; 2) $(7;\ 5)$; $(-5,\ -7)$ **733.** 1) $(5;\ -2)$; $(2;-5)$,
2) $(-6;\ -1)$; $(-1;\ -6)$. **734.** 1) $(2,\ 1)$, $(1;\ 2)$. **735.** 2) $(a;\ b)$,
$\left[\frac{a(a-b)}{a+b};\ \frac{b(b-a)}{a+b}\right]$. **736.** 2) $\left[\pm\frac{a(m+n)}{\sqrt{m^2+n^2}};\ \pm\frac{b(m-n)}{\sqrt{m^2+n^2}}\right]$.

737. 1) $[\pm(a+b)^2;\ \pm(a-b)^2]$

738. 1) $(\pm 1;\ \pm 2;\ \pm 3)$; 2) $(\pm 2;\ \pm 3;\ \pm 1)$.

739. 1) $(\pm 1;\ \pm 2;\ \pm 3)$; $\left(\pm 2;\ \pm 1;\ \pm\frac{3}{2}\right)$; 2) $(\pm 2;\ \pm 2;\ \pm 3)$.

740. 1) $(2;\ -1;\ 3)$; $(-3;\ 4;\ -2)$; 2) $(5,\ 3;\ 1)$; $(4;\ 2;\ 5)$.

741. 2) $(4;\ 4;\ 5)$; $(-1;\ 6;\ 7)$. **742.** 1) $(-2,\ 3,\ 5)$; $(2;\ -3;\ -5)$;
2) $(\pm 1;\ \pm 3;\ \pm 4)$. **743.** 2) $(4;\ -2,\ -3)$; $(-1;\ 3;\ -8)$.

744. 2) $(1;\ 7;\ 4)$; $(1;\ 4;\ 7)$. **745.** 1) $\left(\frac{1}{2};\ \frac{1}{3};\ \frac{1}{5}\right)$; $\left(\frac{7}{6};\ \frac{1}{7};\ \frac{7}{15}\right)$.

746. 1) $\left(\pm\frac{a}{\sqrt{a+b+c}};\ \pm\frac{b}{\sqrt{a+b+c}};\ \pm\frac{c}{\sqrt{a+b+c}}\right)$.

747. 10 и 5. **748.** 10 *см* и 4 *см*. **749.** 15 *см* и 8 *см*. **750.** 60 *м* и 40 *м*.

751. 40 *см* и 9 *см* **752.** 12 и 8. **753.** 15 и 6. **754.** 24 и 18. **755.** 8 и 5.

756. 10 и 6. **757.** 10 и 8. **758.** 9 и 5. **759.** 12 *см*; 16 *см*; 20 *см*.

760. 9 *см*; 12 *см*; 15 *см*. **761.** $\frac{6}{7}$. **762.** $\frac{5}{6}$ или $\frac{6}{5}$. **763.** 48 или 21.

764. 36. **765.** 32. **766.** 36. **767.** 25. **768.** 36 и 1. **769.** 9 и 25.

770. $\frac{2ab}{\sqrt{4a^2-b^2}}$; $\frac{2a^2}{\sqrt{4a^2-b^2}}$.

771. $m-\sqrt{m^2-n^2}$. 772. $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{an}{m}}\left(\frac{m}{n}\pm 1\right)$.

773. $x=y=\frac{a}{2}$; $\frac{a\pm\sqrt{4-3a^2}}{2}$.

774. $\pm\frac{a}{2}$; $\left(\frac{a\pm\sqrt{4-3a^2}}{2}; \frac{-a\pm\sqrt{4-3a^2}}{2}\right)$.

775. $\left(\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}; \frac{1\pm\sqrt{5}}{2}\right)$; (0, 0) 776. $\frac{\sqrt{m^2+4s}\pm\sqrt{m^2-4s}}{2}$.

777. $-h+\sqrt{m^2+h^2}$. 778. $h+\sqrt{n^2+h^2}$.

779. $\frac{p^2-q}{p}$; $\frac{p^2+q\pm\sqrt{(p^2-q)^2-4p^2q}}{2p}$.

780. $p-\frac{a}{2}\pm\sqrt{\frac{a^2}{4}-\frac{s^2}{p(p-a)}}$. 781. 15 билетов и 12 билетов; 6 руб. и 8 руб. 782. 1 мин.; 0,2 *м/сек*^{2}.

783. $\approx 0,054$ *м/сек*^{2}; 4 мин. 40 сек. 784. 2 *м/сек*; 1 мин.

785. 40 *км/час*; 30 *км/час*. 786. 36 *км/час*; 24 *км/час*.

787. 10 *м* и 12 *м*. 788. 15 и 10 деревьев. 789. 10 *га*; 20 *ц*; 12 *га*; 25 *ц* или: 8 *га*, 25 *ц*; 10 *га*; 30 *ц*. 790. 12 *км/час*; 18 *км/час*; 24 *км*. 791. 36 *км/час*; 30 *км/час*. 792. 800 *м*^{2} и 500 *м*^{2}; 6 *кг*; 4 *кг*; или 900 *м*^{2}; 600 *м*^{2}, $5\frac{1}{3}$ *кг*; $3\frac{1}{3}$ *кг*. 793. 6 *м*, 15 *кг*; 8 *м*; 20 *кг*. 794. 3 *м* и 5 *м*.

795. 2,5 *м* и 3,9 *м*. 796. 80 *кГ*; 39 *кГ*. 797. 7 *кГ*; 24 *кГ*. 798. 6 час. и 9 час.

799. $\frac{a+5b\pm\sqrt{a^2-50ab+25b^2}}{6}$ час; $\frac{5b-a\mp\sqrt{a^2-50ab+25b^2}}{4}$ час.

800. $b+\sqrt{b^2-ab}$ дней; $b-a+\sqrt{b^2-ab}$ дней; $\sqrt{b^2-ab}$ дней.

801. $b\pm\sqrt{b^2-2ab}$ дней; $b\mp\sqrt{b^2-2ab}$ дней; 802. 12 *г*; 48 *г*; 1,5 *Г/см*^{3}.

804. 6 *м/сек*; 8 *м/сек*. 805. 35 *м*; 21 *м*. 806. 5 *м/сек*; 4 *м/сек*.

807. 30 *км/час*; 24 *км/час*.

808. $\frac{c(t+\sqrt{t^2+4nt})}{2nt}$ *м/сек* $\frac{c(-t+\sqrt{t^2+4nt})}{2nt}$ *м/сек*.

Глава VI.
Задачи для повторения курса VIII класса.

813. 1) $\frac{3abc-b^3}{a^3}$; 2) 1 и -2; 0 и 0; 3) ± 11.

814. 1) $acx^2+b(a+c)x+(a-c)^2+b^2=0$;
2) $(a+b+c)x^2+2(a-c)x+(a-b+c)=0$.

819. 1) 10 дней и 2,5 дня или 3 дня и 6 дней; 2) -10; 3) a; b.

821. 1) 9 дней; 12 дней; 2) 1; 3) 0; 8. 823. 1) 24 детали; 18 деталей; 2) $(a^2+1)\sqrt[7]{a-b}$; 3) 31.

825. 1) 10 час.; 12 час.; 2) $\sqrt{m}-\sqrt{n}$; 3) $-2\frac{1}{4}$.

827. 1) 300 *км/час*; 360 *км/час*; 2) $b(a+c)$.

829. 1) 100 и 90 билетов или 30 и 20 билетов; 2) 0;
3) $16x^2 + 16x - 23 = 0$.
831. 1) 12,5 *км/час*; 2) $\sqrt{c} - \sqrt{a}$; 3) 2; 3.
833. 1) 2 *м*; 2,5 *м*; 2) $\frac{3 \pm 2\sqrt{2}}{4}$.
835. 1) 12 *км/час*; 10 *км/час*; 3) $6y^2 - 5y + 1 = 0$.
837. 1) 2 руб. 40 коп. и 2 руб. 90 коп.; или 1 руб. и 1 руб. 50 коп.;
2) $x^2 - 20x + 52 = 0$; 3) $\frac{4+k}{2}$; $-\frac{k}{2}$.
839. 1) 5 час.; 7 час. **841.** 1) 8 человек; 2) $\frac{17}{16}$.
844. 1) 9 *км/час*; 2) $\frac{d^2 - c^2}{2}$; 3) (± 9; ± 5); (± 5; ± 9).
845. 1) 12 дней; 15 дней; 3) (4; 5); $\left(72; -\frac{2}{3}\right)$.
847. 1) 20 *км/час*; 3) (4, 9); (9, 4).
849. 1) 2 часа; $1\frac{1}{3}$ часа; 3) (± 7; ± 3); (± 3; ± 7).
851. 1) 12 *км/час*; 15 *км/час*; 3) (± 3; ± 1); $\left(\pm 12; \mp\frac{7}{2}\right)$.

Глава VII.

Последовательности чисел.

856. 2) $\frac{n+1}{n}$; 3) $\frac{1}{n(n+1)}$; 4) $\frac{(2n-1)(2n+1)}{2n(2n+2)}$; 6) $\frac{10n}{3^n}$; 7) $\frac{2n+1}{2n+3}$;
8) $\frac{4n-1}{6n-1}$. **871.** a; $\frac{am+b}{m+1}$; $\frac{a(m-1)+2b}{m+1}$.
872. 1) 4; 1130; 4) $a+b$; $45a+36b$. **877.** 1; 3. **878.** 14; -7; 8.
880. 1) 1; 3; 3) 8; -3. **881** 1) 10; 2,5; 19.
882. 1) 3; 2 или -17; 2; 3) 0; 3 или -12; 1,2.
883. 1) $\frac{(m+n-1)(m+n)}{2}$. **884.** 1) 25; 3) 1. **885.** 1) $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{4}{3}$...;
3) 1; $\frac{13}{5}$; $\frac{21}{5}$.... **886.** 1) 8; 18; 28. **891.** 156. **892.** 16°. **893.** 1) 41°;
2) 2 745 *м*. **894.** 9. **896.** 4 часа. **897.** 1900 человек. **899.** 5. **900.** 5; 8; 11; 14; 17. **901.** 120 брёвен. **902.** 41 *м*. **903.** 3 часа. **904.** 6 сек. **905.** 4.
906. Да. **907.** Нет. **908.** 5 мин. или 10 мин. **909.** 8 сек.
910. 600 *т*; 10 дней или 225 *т*; 5 дней. **911.** 385 ядер. **915.** 1) 160;
4) $-\frac{20}{27}$. **916.** $\frac{1}{64}$. **917.** 1) 3; 2) 2 916. **918.** 1) 189; 4) $32\frac{31}{32}$.
919. 1) 3; 2 186; 3) $\frac{1}{2}$; 147. **920.** 1) $\frac{1}{4}$; $1\,365\frac{1}{4}$; 3) 3 584; 7 161.
921. 1) 3; 384; 3) 27; 8. **922.** 2) 5; 4) 6. **923.** 27; 81. **924.** 80; 40; 20; 10.
925. $\sqrt[7]{7}$; $\sqrt[7]{49}$; $\sqrt[7]{343}$; $\sqrt[7]{2401}$; $\sqrt[7]{16\,807}$; $\sqrt[7]{117\,649}$.
927. 1) 1; 2; -16; $\frac{1}{2}$; 2) 1; 2. **928.** 1) 1; 2; 10; 2) 1; 3; 4.

929. 96; 48; 24... . 930. 24; 12; 6; 3. 931. 2; 6; 18. 935. ± 3; 4.
936. 3, 15, 27...; 3; 9; 27... . 937. 1) 8, 10; 12; 2) 17; 10, 3. 938. 3, 7; 11.
939. 2, 5, 8. 940. 5; 15; 45. 941. 2, 6, 18 942. 12; 16; 20; 25.
943. 5, 12, 19; 26. 944. 7; 14; 28; 56. 945. $\approx 11,99$ *л*.
946. $\approx 26,7$ *л*. 947. ≈ 10 час. 948. ≈ 53 *мм*.

950. 1) $\frac{na^{n+1}-(n+1)a^n+1}{(a-1)^2}$, 2) $\frac{a(a^n-1)(a^{n+1}-1)}{a^2-1}$.

955. а) 1, 2, 3... n; б) $\frac{1}{n}$; в) $\frac{(-1)^{n+1}}{n}$; г) $\frac{2n-1}{2n+1}$; d) $5-3n$

963. 1) 1; 2) 3, 3) 1; 4) 5.

965. 1) $1\frac{1}{4}$; 2) $-\frac{1}{4}$; 3) $\frac{3}{8}$; 4) $\frac{2}{3}$; 5) $1\frac{1}{4}$; 6) $-1\frac{1}{6}$; 7) $\frac{1}{7}$; 8) $1\frac{1}{4}$.

966. 1) 3, 2) 5; 3) 4; 4) 2,5.

967. 1) 2, 2) $21\frac{1}{3}$; 3) $8\frac{1}{3}$; 4) $2\frac{2}{3}$; 5) 3; 6) $4,5\sqrt{2}$

968. 1) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$; 2) $\frac{5\sqrt{5}}{4}$; 3) $\frac{5+3\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{1}{1-x}$.

969. 1) 18; 2) 200; 3) 9; 4) 8,1. 970. 1) 0,2; 2) 1,28.
971. 1) 7,5, 2) 10; 2; 0,4; ... или 15, -3; 0,6; ... .

974. 1) $\frac{13}{21}$; 2) $1\frac{1}{2}$; 3) 1. 975. 1) $6a$, 2) $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

976. $4a(2+\sqrt{2})$; $2a^2$. 977. 25 *см*. 978. $a^2\sqrt{3}$; $6a(2+\sqrt{3})$.

979. $2\pi R^2$, $4R^2$. 980. $\frac{\pi a^2}{9}$; $\frac{2\pi a\sqrt{3}}{3}$. 981. $a(1+\sqrt{2})$.

Глава VIII.

Обобщение понятия о показателе степени.

1012. 4) $\frac{b(3a^2-3ab+b^2)}{(a-b)^4}$. 1026. 3) $125\sqrt{5}$. 1032. 3) $\sqrt[6]{ab^5}$; 4) $2\sqrt[18]{b}$.
1033. 3) x; 4) $6\sqrt[3]{x^2}$. 1037. 3) $2\sqrt[3]{ab}$. 1038. 2) 4; 4) 32. 1039. 1) 10,
3) $\frac{\sqrt{1+x^2}}{1+x^2}$. 1040. $\frac{1}{4}$. 1041. $\frac{2}{27}$. 1042. $\frac{3a}{2(n-3)}$. 1043. 1,5.

Глава IX.

Логарифмы.

1058 1) $\sqrt[10]{10}$, 4) $\sqrt[n]{n}$. 1060. 1) 4; 3) 7; 5) 2. 1065. 1) $-\frac{1}{2}$; 3) $2\sqrt{2}$.
1066. 2) $\frac{1}{4}$; 4) -4; 6) $\frac{1}{2}$. 1067. 1) 22; 6) 24. 1068. 3) 8. 1069. 1) 9; 3) 9; 3.
1083. 4) $\frac{31}{72}\log a$. 1084. 1) $\frac{5}{8}(\log a-\log b)$; 3) $\frac{1}{3}(\log a-\log b)$.

1085. 1) $\frac{1}{18}(3\log 5 + 7\log m + 4\log n)$. 1086. 1) $\frac{n\log a}{n+1} - \frac{\log b}{m(n+1)}$; 3) $\sqrt[5]{4}\log 3$. **1087.** 1) $\sqrt[4]{0{,}5}\log 0{,}8$.

1088. 1) $\log x = \frac{1}{3}\log 1{,}2 + \log\log 1{,}6$. 1092. 3) $\sqrt[3]{(ab)^2}$; 4) $\sqrt[4]{\left(\frac{m}{n}\right)^3}$.

1093. 3) $\frac{a(a+b)^n}{a-b}$. **1114.** 1) 38,17; 3) 26,71; 5) 630,8. **1115.** 1) 2,186; 3) 66,16.

1116. 1) 30,89, 2) 4,972; 3) 12,20; 4) 0,3799 **1177.** 1) 148 900; 2) 87,7; 4) 4,822.
1118. 1) 0,2046; 3) 2,242; 4) 186,5. **1119.** 2) 0,007868; 3) 1,301; 4) 1,718.
1120. 1) 0,6998; 3) 0,1297. **1121.** 1) —2,637; 3) —62,34; 5) —187 900. **1122.** 2) 4,52; 3) 7,072, 4) 2,422. **1123.** 1) 0,5449; 3) —1,406; 4) —0,9831. **1124.** 1) 1,272; 2) —0,8734.
1125. 1) —0,4593 **1126.** 1) 766,5 *см*^{2}, 2) 2,671 *м*.
1127. 1) 247 200 *м*^{3}; 3) 41,55 *см*. **1128.** 2) 26,86 *кг*; 3) 101,6 *м*; 4) 145,9 *кг*. **1129.** 1) 177,7; 2) 39,86; 3) 3316; 4) 7516.
1130. 1) 0,5533; 2) 0,2498; 3) 0,01254; 4) 0,002138.
1131. 1) —3,029; 2) —9,967; 3) 9,967; 4) 0,6262.

1137. 3) 2; 3. **1138.** 1) $\frac{1}{2}$; 1; 3) 35; 4) 3. **1139.** 1) 24; 5) 4.

1143. 2) 5; 3) 1. **1144.** 1) 1; 2) 1; 4) 9. 1145. 2) 1; 4) Нет решений.
1146. 1) $\approx -1{,}701$; 2) $\approx 0{,}3258$. **1147.** 1) 3, 4) 3. **1148.** 2) 1; 4) —2.

1149. 1) 2; 1; 2) 0; $\frac{1}{4}$. **1150.** 1) 20; 3) 4. 1151. 1) 3; 3) 10; 0,0001.

1152. 2) 13; 3) 10^{10}; 4) 64. **1153.** 1) 1; 2) 10, 0,1; 3) 10; 0,001; 4) 100, 5) 100.
1154. 1) 10, 0,1; 3) 1000; 0,1; 4) 2; 3. 1156. 1) 9; 4) 9. **1157.** 1) (2, 1); 3) (10 000; 10).
1158. 1) ($\approx 1{,}662$; $\approx 1{,}277$); 4) (16; 25); (25, 16). **1159.** 1) (3; 9); 2) (10, 1); (1; 10); 3) (17; 9); 4) ($\approx 0{,}7931$; $\approx 0{,}3433$).

1160. 1) ≈ 265 руб.; 3) ≈ 400 руб; 4) ≈ 15; 8) $\approx 5\%$. **1161.** 814 руб. 70 коп.
1162. 3 767 руб. **1163.** 7 923 *м*^{3}. 1164. 98 190 человек. **1165.** $\approx 12{,}8\%$.
1166. 15% **1167.** 114 500 руб. **1168.** 8,75%.

Глава X.

Задача для повторения курса IX класса.

1170. $a_1 = \pm\frac{1}{2}$; $q = -\frac{1}{2}$. **1173.** $\frac{1}{8}$. 1175. 2; 5; 8. ...

1176. $n + 1 - \frac{1}{2^{n-1}}$. **1177.** $\frac{a}{(1-a)^2}$. 1178. $\frac{7}{81}(10^{n+1} - 10 - 9n)$.

1185. $\frac{4(3-a)}{3+a}$. **1186.** 2) 1; 4; 4) 100, 1000. **1187.** 1) 4; 3) 81.

1188. 2) (3; 1); 4) (10, 8); 6) (10; 100); (100; 10).

1189. 1) 9, 4; 2) 320 или $1\frac{1}{4}$; 3) $n^2 + 1$; 136.

1190. 1) 7; 35; 175; 2) 128; 2; 3) $n^2 + 2$, 127.

1191. 1) 6 188; 2) 3; 3) $\frac{n}{n^2+1}$.

1192. 1) 155; 2 046; 2) $\sqrt{6}$ или $\frac{\sqrt{6}}{2}$; 3) $\frac{2n-1}{2n+1}$.

1193 1) 3, 9, 15; 3, 9, 27; 2) $\frac{45}{64}$; 3) $\frac{n+2}{n+1}$. **1194.** 1) 1452, 2) 1.

1195 1) 2, 6, 18... или $\frac{26}{7}$, $-\frac{78}{7}$, $\frac{234}{7}$...; 2) $\frac{\sqrt[6]{a^2}}{a^2b}$.

1196 1) 5,25; 45, 5, 15,45; 2) $\frac{8ab}{(a-b)^2}$.

1198 1) 10, 25, 40 или 40, 25, 10, 2) 12,27; 3) 15.

1200. 1) 18, 2) 1,544; 3) 10; 0,01. 1202. 1) 12; 7; 2 или 3; 7; 11; 2) 1014; 3) 0,0625.

1204. 1) 10, 30; 50 или 98; 30, — 38, 2) 1243; 3) $-1\frac{1}{5}$; 0.

1206. 1) 4, 8; 16 или 16; 8; 4; 2) 111,6; 3) 7 и 0,2. **1208.** 1) 19 682; 2) 1,477; 3) 100; 0,01. **1210.** 1) 20°; 2) 12,55; 3) 4. **1212.** 1) 32; 2) 6,676; 3) 4. **1214.** 1) 155; 2) 118,3, 3) 6; 3. **1216.** 1) 15, 2) 0,9532; 3) $\frac{2}{3}$; $-\frac{3}{2}$. **1218.** 1) 6, 12; 24, 36 или 37,5; 22,5; 13,5; 4,5; 2) 1,058, 3) 15, 7. **1220.** 1) 4; 8; 12, 16, 2) 31,31; 3) 100. **1221.** 1) 27 или 24; 2) 1,729, 3) 100.

Глава XI.

Соединения и бином Ньютона.

1233. 792 бригады. **1239.** 455. **1240.** 59 280. **1241.** 28. **1242.** 15 120.
1250. 1) $(m-3)^2$; 3) m^2; 5) 1. **1252.** 2) $(n-2)!$ 4) $2n(2n+1)$; 5) $(n+1)(n+2)\,..\,2n$; 8) $\frac{1}{(k-2)!\,k}$. **1253.** 6. **1254.** 8 **1255.** 7. **1256.** 3. **1257.** 6. **1258.** 10.
1259. 3) 5 4) 14; 3. **1260.** 2) 7; 3) 9 **1261.** 1) 10; 3) 8; 4) 8. **1262.** 1) 7.
1263. 1) 20 **1264.** 7. **1265.** 2) 6, 3. **1266.** 96. **1267.** 3 120. **1268** 96, 114, 118.
1269. 126, 70. **1274.** 216 480. **1275.** 90. **1276.** 100. **1277.** 1) $2x(2x+1)$.
1278. 2) 8 **1279.** 2) 10,5; 4) 30 **1280.** 3) 6; 14. **1281.** 2) 4; 4) 16.
1282. 1) 10; 3) 14; 5. **1290.** 1) $915x^4$, 2) $495a^4b^4$; 3) $1\,287a^{10}b^{15}$; 4) $70a^2b^2$; 5) $-3\,432x^{10}\sqrt{x}$; 6) $1\,716a^7b^2\sqrt{a}$; $-1716a^3b^3\sqrt[7]{b}$. **1291.** 1) $36x^7y^2$; 2) $84a^3b^3$, 3) $125\,970a^7$; 4) Нет; 5) $18\,564b^{-6}x^4$; 6) $18\,564b^6x^{-4}$.
1292. 1) C_{17}^8; 2) C_{15}^6; 3) C_7^1; 4) 120, 5) $C_{12}^6y^{-3}$, 6) Нет. **1293.** 1) 5; 2) 8; 3) 10 **1294.** 1) 35; 2) 9; 3) 9. **1295.** $84x$. **1296.** 495. **1297.** $120z$.
1298. — 252. **1299.** $35z^5$. **1300.** 3. **1301.** ± 2; ± 1. **1302.** 10; $\frac{1}{\sqrt{100\,000}}$.
1303. 1) $10x^2$; 2) 32; 2 160, 15 120, 22 680; 7 290; 243; 3) 1; 2 730, 25 740; 3 640; 4) 625; 7 000; 7 000; 1 120, 16. **1305.** 1) 1,05; 2) 0,984; 3) 1,02; 4) 0,9995. **1306.** 550. **1307.** 824. **1308.** — 11. **1309.** 2, 3, 5.

Глава XII.

Комплексные числа.

1327. 1) $\cos 0 + i\sin 0$; $\cos\pi + i\sin\pi$; 3) $\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}$.

1328. 2) $\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}$; 3) $\approx 5(\cos 36°52' + i\sin 36°52')$.

1329. 2) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$; 4) $2\left(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$.

1330. 3) $2\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$; 4) $\approx\sqrt{13}\,(\cos 146^\circ 18'+i\sin 146^\circ 18')$.

1331. 2) 6, 4) $2+2i\sqrt{3}$. 1333. 1) $10\left(\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$; 3) $8i$; 5) -1.

1336. 2) $3-11i$, 6) $-2i$. 1337. 2) 28; 6) $k+n$. 1338. 1) $(a+bi)(a-bi)$;
6) $(4+5i)(4-5i)$. 1339. 2) $(\sqrt{a}+i\sqrt{2})(\sqrt{a}-i\sqrt{2})$;
4) $(2+i\sqrt{3})(2-i\sqrt{3})$. 1340. 1) $\cos 45^\circ+i\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$;
4) $2i$. 1342. 1) $1-i$. 1343. 3) $1-2i$. 1344. 1) $-1+i$. 3) i.

1345. 2) $1-2i\sqrt{2}$. 1346. 2) $\sqrt{2}$; 4) $-i\sqrt{m}$. 1347. 3) $\frac{a^2-n}{a^2+n}+\frac{2a\sqrt{n}}{a^2+n}i$.

1351. 1) $(1-4a^2)+4ai$; 2) $(1-b^2)+4bi$. 1352. 1) $-2+2i$; 3) $-10+9i\sqrt{3}$.

1353. 1) $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$. 1354. 1) -1. 1355. 4) -2. 1356. 1) $-i$,
3) $16+16i\sqrt{3}$. 1357. 2) 1. 1358. 4) 1. 1359. 1) $\pm(2+i)$;
5) $\pm\left(\frac{\sqrt{30}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$. 1360. 1) $\alpha_1=\cos 45^\circ+i\sin 45^\circ$;
$\alpha_2=\cos 165^\circ+i\sin 165^\circ$; $\alpha_3=\cos 285^\circ+i\sin 285^\circ$;
2) $\alpha_1=\cos 30^\circ+i\sin 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$; $\alpha_2=\cos 120^\circ+i\sin 120^\circ$;
$\alpha_3=\cos 210^\circ+i\sin 210^\circ$; $\alpha_4=\cos 300^\circ+i\sin 300^\circ$;
3) $\alpha_1=\cos 45^\circ+i\sin 45^\circ$; $\alpha_2=\cos 117^\circ+i\sin 117^\circ$;
$\alpha_3=\cos 189^\circ+i\sin 189^\circ$; $\alpha_4=\cos 261^\circ+i\sin 261^\circ$;
$\alpha_5=\cos 333^\circ+i\sin 333$; 4) $\alpha_1=\cos 10^\circ+i\sin 10^\circ$;
$\alpha_6=\cos 310^\circ+i\sin 310^\circ$. 1361. 1, $-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$; $-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1362. 2) 2; $-1\pm i\sqrt{3}$; 3) -2; $1\pm i\sqrt{3}$. 1363. 1) ± 1; $\pm i$;
3) $\pm(\sqrt{2}\pm i\sqrt{2})$. 1364. 1) $\pm(2-i)$, $\pm(1+2i)$; 2) ± 1;
$\pm\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $\pm\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. 1365. 1) 0; 3) $2m$; 5) 1.

1366. 1) $3x^2+2x+27=0$; 3) $x^2-(5-3i)x+(4-7i)=0$.

1367. 1) $\frac{3}{2}-\frac{3}{2}i$; $1+i$. 1368. 1) 1, 2; 4) $\frac{1}{a}$; 0. 1373. 1) $2\sin\varphi\cos\varphi$;
2) $\cos^2\varphi-\sin^2\varphi$; 3) $3\sin\varphi-4\sin^3\varphi$; 4) $4\cos^3\varphi-3\cos\varphi$;
5) $4\sin\varphi\cos\varphi(1-2\sin\varphi)$; 6) $8\cos^4\varphi-8\cos^2\varphi+1$;
7) $5\sin\varphi\cos^4\varphi-10\sin\varphi\cos^2\varphi+\sin^5\varphi$;
8) $\cos^5\varphi-10\cos^3\varphi\sin^2\varphi+5\cos\varphi\sin^4\varphi$.

Глава XIII.

Неравенства и исследование уравнений.

1384. 4) $x<-2$. 1385. 2) $x>-2$; 4) $x<4$. 1386. 2) $x<2\frac{1}{4}$.

1388. 1) $5<x<27$; 2) $1<x<\frac{3}{2}$. 1389. 2) $x>9$. 1390. 2) $x>0$.

1391. 1) 4, 5; 6 ... ; 3) 3; 4; 5. 1392. 3) $-1 < x < 5$; 4) $3 < x < 5$.

1394. 1) $-\frac{1}{3} < x < 2$; 2) $-2\frac{1}{3} < a < \frac{1}{3}$. 1395. 3) $x > 1$; $x < -2$; 4) $-7 < x < -3$. 1396. 3) $-3 < x < 7$; 4) $x > 5$; $x < -13$.

1399. 24, 35. 1400. $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{6}{7}$. 1401. 86.

1402. $92{,}5 < x < 102$.

1415. 1) $t > 5$; 2) $t > -1$; 4) $t > 0$, 5) $t < 4$; $t > 6$.

1416. 2) $k < 0$; $k > 1$; 3) $k > 5$; $k < 3$; 4) $1 < k < 2$, кроме $k = 1{,}5$; 5) $-2 < k < 1$.

1418. $a < 3$, $a > 4$. 1419. $\frac{a - ln}{d(n-1)}$ дней. 1420. $\frac{ab}{b-a}$ час.

1421. $\frac{q-p}{a-b}$ дней. 1422. $\frac{b-a}{m-n}$ лет. 1423. $\frac{m(n-q)}{q}$ *л*. 1424. $\frac{10mn}{n-m}$ *м*.

1425. $\frac{3a}{8-a}$. 1426. $\frac{ac}{8-a}$. 1427. $\frac{dR}{R-r}$. 1428. $\frac{d}{a-b}$ час.

1432. $28 < m < 30$.

1433. $10 < k < 12$. 1434. 1) 10; 6. 1435. 1) $\frac{3}{2}$. 1440. $\frac{m(c-b)}{a-b}$ *кг*; $\frac{m(a-c)}{a-b}$ *кг*. 1441. $\frac{an-bm}{n-m}$ *кг*, $\frac{a-b}{n-m}$ *кг*. 1442. $\frac{th_1-ht_1}{h_1-h}$ градусов; $\frac{t_1-t}{h_1-h}$ градусов. 1443. $\frac{n-m}{a-b}$ час.; $\frac{an-bm}{a-b}$ *км*.

1444. $\frac{k-bm}{a-b}$ *кг*; $\frac{am-k}{a-b}$ *кг*. 1445. $\frac{d(a-m)}{an-bm}$ руб.; $\frac{d(n-b)}{an-bm}$ руб.

1446. $\frac{ak-bt}{a-b}$ градусов; $\frac{at-bk}{a-b}$ градусов.

1447. 2) Любое число (действительное); 4) $x > 3$; $x < 1$.

1448. 1) $x > 15$; $x < 7$; 2) $1 < x < 4$, 3) Нет решений.

1449. 1) $x > 2$, $x < -\frac{1}{3}$; 4) Любое число (действительное).

1450. 1) Нет решений; 4) $-\frac{2}{5} < x < 2$.

1451. 1) Любое число (действительное); 2) Нет решений; 3) $x > 3$; $x < 2$.

1452. 1) $1 < x < 2$; $x > 3$.

1453. 1) $x < -3$; $x > 1$; 3) $1 < x < 1{,}5$; $x > 2$. 1455. 1) $m > 1$; 4) $m > 11$. 1456. 1) $m < -7{,}2$, 3) $0 < m < 28$. 1457. 2) $m > 9$; 4) $-\frac{\sqrt{55}}{2} < m < \frac{\sqrt{55}}{2}$.

1458. 1) $\frac{33}{23}$; 3) 2; $\frac{1}{2}$. 1461. 2; -16; 24. 1462. -4; 4; 24.

1463. 3; -36; 96. 1464. 2; 8; 15. 1466. 1) $\frac{b}{2}$; $\frac{b^2}{4}$; 2) $\frac{b}{4}$; $\frac{b^2}{8}$.

1467. 12,5 *см*^{2}; 5 *см*. 1470. $\frac{p^2}{4}$. 1471. $\frac{2p}{4+\pi}$; $\frac{p}{4+\pi}$.

1473. $\frac{ab+\sqrt{a^2b^2+4000abs}}{2b}$ *л*; $\frac{-ab+\sqrt{a^2b^2+4000abs}}{2b}$ *л*.

1475. $\frac{-tv+\sqrt{t^2v^2+240stv}}{120t}$ *м/мин.* 1479. $\frac{-a+\sqrt{a^2+8ab}}{4}$ *км/час.*

1481. $\frac{-bc+\sqrt{b^2c^2+4abc}}{2c}$ *км.* 1483. $\frac{a(\sqrt{5}-1)}{4t}$ *км/час;*

$\frac{a(3-\sqrt{5})}{4t}$ *км/час.* 1485. $\frac{\pm pt+\sqrt{p^2t^2+4npt}}{2t}$ *га.*

1487. $b+\sqrt{b^2-ab}$ дней *A.* 1488. $\frac{mp+\sqrt{m^2p^2+4mnp}}{2p}$;

$\frac{-mp+\sqrt{m^2p^2+4mnp}}{2m}$. 1490. $\frac{b^2l+\sqrt{b^2d^2+a^2(d^2-b^2l^2)}}{a^2+b^2}$ сек.

1491. $\frac{am+bn+\sqrt{(am+bn)^2-(a^2+b^2)(m^2+n^2-d^2)}}{a^2+b^2}$ сек.

1492. $\frac{a(\sqrt{c}+\sqrt{b})}{\sqrt{c}-\sqrt{b}}$ дней.

1494. $\frac{a\sqrt{2a-d}}{2a-d}$ *м/сек;* $\frac{(d-a)\sqrt{2a-d}}{2a-d}$ *м/сек.*

1496. $\frac{b+2c+a+\sqrt{(b+2c-a)^2+4ac}}{2}$ мин.;

$\frac{b+2c-a+\sqrt{(b+2c-a)^2+4ac}}{2}$ мин.

Глава XIV.

Делимость многочлена.

1497. 1) 7. 1498. 1) $4\frac{9}{16}$. 1499. 1) $-\frac{9}{25}$. 1500. 1) -3. 1501. 1) 9.

1502. 1) 3; $-\frac{1}{2}$. 1506. 1) 1; 1; 6; 2) 1; 2; 3; 3) 1; 2; 3; 4) 2; 2; 3.

1507. 1) 2; $\frac{1\pm i\sqrt{11}}{2}$; 2) 2; -2; -2; 3) 2; 2; -3; 4) 1; 1; $\pm 2i$.

1508. 1) 1; 2; ± 1; 2) 4; ± 2; -1; 3) 0; 1; 1; 1; -2; 4) 0; -1; -1; $\pm i$.
1511. 4) $x^4-5x^3+10x^2-10x+4=0$. 1513. 1) $1+i$; $2\pm i$; 2) $1\pm i$; $-i$.

1515. 5) $\frac{5}{3}$; $\frac{5(-1\pm i\sqrt{3})}{6}$. 1516. 1) ± 2, $\pm 2i$; 4) ± 3; $\pm 3i$.

1517. 2) $\pm\frac{\sqrt{5}}{3}$; $\pm\frac{\sqrt{5}}{3}i$. 1518. 1) 6; $-\frac{7}{3}$; 3) 1; 2; $\frac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}$;

$-1\pm i\sqrt{3}$. 1520. 1) 1; $-\frac{27}{8}$; 3) $\sqrt{3}\pm 2$; $\sqrt{3}\pm 1$; 4) $\pm 2\sqrt{2}$; ± 1.

1521. 2) 4; 3) 19; 84; 4) 0; 85.

Глава XV.

Задачи по всему курсу алгебры.

1523. 10; 7. 1524. 17. 1529. 1, 5, 9, ... 1530. 48; 60. 1531. 1) $2x^2+3x+1=0$;
2) $2x^2-3x+1=0$. 1532. 14 рабочих; 10 рабочих. 1533. 7 руб.; 4 руб.

1534. 1) 1; 4; 7; 10; 2) 10; 7; 4; 1. **1535.** 24 дня; 48 дней. **1536.** $\pm 2i$, $\pm \frac{1}{3} i$. **1537.** 4; 7. **1538.** 1) $\frac{bc + \sqrt{b^2c^2 + 4abc}}{2c}$ рабочих; 2) $-C_{12}^{7} x^{30}$; 3) $a > -\frac{51}{20}$; 4) 3.

1539. 1) $\frac{tm + \sqrt{t^2m^2 + 2tms}}{2t}$ *км*; $\frac{-tm + \sqrt{t^2m^2 + 2tms}}{2t}$ *км*.

1540. 1) $\frac{-pn + \sqrt{p^2n^2 + 400nps}}{2p}$ деталей; 2) $70x^3$;
3) $m_1 = 4$, $m_2 = -\frac{1}{2}$; 4) $\frac{11}{20}$.

1541. 1) $\frac{\pm tk + \sqrt{t^2k^2 + 4tmk}}{2t}$ тонн; 3) $x < -21\frac{8}{13}$.

1542. 1) $\frac{n - m - at + \sqrt{(n - m - at)^2 + 4ant}}{2t}$ *км/час*; 2) $-C_{10}^{5} a$; 4) 13,1.

1543. 1) $\frac{bm + \sqrt{b^2m^2 + 4abm}}{2b}$ *ц*; 3) -249.

1544. 1) $\frac{ab + \sqrt{a^2b^2 + 2abs}}{2a}$ *км/час*; 2) $153x^{6,5}$;
3) $x > 7$, $x < -3{,}5$; 4) 49,001.

1545. 1) $\frac{2t - a + \sqrt{(2t - a)^2 + 4at}}{2}$ час, 2) $1{,}6 < a < 3{,}75$; 3) -20.

1546. 1) $\frac{3(s + tv) + \sqrt{9(s - tv)^2 + 12stv}}{6t}$ *км/час*; 3) $2 < x < 10$.

1547. 1) $\frac{a\sqrt{n}}{\sqrt{m} - \sqrt{n}}$ *км/час*; $\frac{a\sqrt{m}}{\sqrt{m} - \sqrt{n}}$ *км/час*.

1548. 1) $\frac{n + m - t + \sqrt{(n + m - t)^2 + 4nt}}{2}$ дней; 3) 7; 4.

1549. 1) $\frac{-(ab - c) + \sqrt{(ab - c)^2 + 4abn}}{2b}$ *кг*; 2) 31,6.

1550. 1) $\frac{(2s - p) + \sqrt{(2s - p)^2 + 4t(a^2t - ap)}}{2t}$ *км/час*;
2) $\frac{1}{15} < a < \frac{3}{8}$; 3) 8; 4; 4) 2,1.

1551. 1) $\frac{(n + mt) + \sqrt{(n - mt)^2 + 4mts}}{2t}$ *км*; 2) 1; 3) $1\frac{2}{3} < a < 6$.

1552. 1) 21; 10; 2) $\sqrt[12]{x}$; 3) 8.

1553. 1) $1:3 = 3:9$ или $\frac{1}{9} : \frac{1}{3} = \frac{1}{3} : 1$; 2) 1; 5; 3) $\frac{3b - 2a}{3b}$.

1554. 1) 600 *км*; 2) 20; 5; 3) $\frac{2a\sqrt{b}}{1 + b}$.

1555. 1) 20 *м/мин*; 15 *м/мин*; 280 *м*.

1556. 1) $\frac{1}{2}$ часа; $2\frac{1}{2}$ часа; 2) 16; 3) ± 7.

1557. 1) $\frac{mn-1}{m+n+2}$; 2) 16; 3) (0; 0); (4; 2); (— 2; — 4).

1558. 1) 14 *км*; 16 *км*; 2) a;
3) (3; 2); (— 3; — 2); $\left(-\frac{25}{\sqrt{113}};\ \frac{16}{\sqrt{113}}\right)$; $\left(\frac{25}{\sqrt{113}};\ -\frac{16}{\sqrt{113}}\right)$.

1559. 1) 2; 5; 8; 2) $\pm(a+b)$; 3) (5; 2); $\left(\frac{311}{27};\ -\frac{26}{9}\right)$.

1560. 1) $\frac{abnq-bcmp}{amp}$ рабочих; 2) 3; $\frac{1}{3}$;
3) (3; 2); (— 3; — 2); $\left(-\frac{11l}{\sqrt{143}};\ \frac{14l}{\sqrt{143}}\right)$; $\left(\frac{11l}{\sqrt{143}};\ -\frac{14l}{\sqrt{143}}\right)$.

1561. 1) 3 *км/час*; 4 *км/час*; 5 *км/час*; 2) $\sqrt[c]{\frac{\lg\left(\frac{\lg A}{\lg a}\right)}{\lg b}}$; 3) 73.

1562. 1) 4 *км*; 2) c; 3) $(\pm 3;\ \pm 2)$; $(\pm 2;\ \pm 3)$; (0; 0); $(\pm\sqrt{7};\ \pm\sqrt{7})$; $(\pm\sqrt{19};\ \mp\sqrt{19})$. **1563.** 1) $\frac{3a^2-b}{2}$; 2) (4; 2); (1; 1); 3) b.

1564. 2) $\left(4{,}5a;\ \frac{a}{2}\right)$; $\left(\frac{a}{2};\ 4{,}5a\right)$; 3) $5+\sqrt{5}$.

1565. 2) $\left(\frac{a^2+\sqrt{a^4-4b^4}}{2};\ \frac{a^2-\sqrt{a^4-4b^4}}{2}\right)$;
$\left(\frac{a^2-\sqrt{a^4-4b^4}}{2};\ \frac{a^2+\sqrt{a^4-4b^4}}{2}\right)$; 3) $\sqrt{AB}$; $A\sqrt[2n]{\left(\frac{B}{A}\right)^m}$.

1566. 2) $\frac{2}{3}$; $3\frac{3}{8}$; $10\frac{2}{3}$; 3) $\frac{a-b}{(a+b)(a-3b)}$.

1567. 1) $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};\ \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$; $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2};\ \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$; (0; 0);
2) $\frac{ab}{\sqrt[3]{b}}$; $\frac{a}{b\sqrt[3]{b}}$; 3) 9.

1568. 1) $a_1=\pm 3$; $q=\pm 2$ или $a_1=\pm 768$; $q=\pm\frac{1}{2}$; 2) $\frac{a\sqrt[3]{ab}}{b}$; $\frac{\sqrt[3]{a^2b^2}}{b^2}$.

1569. 1) $\frac{d(q+b-p)}{aq+bp+ab}$ *м/мин*; $\frac{d(p+a-q)}{bp+ab+aq}$ *м/мин*;
2) $\frac{a^2}{b}$; $\frac{b^2}{a}$; 3) $[(a+x)^2-ax(n-1)]\,n$.

1570. 1) $\frac{ab+\sqrt{a^2b^2+4abl}}{2a}$ *м/мин*; $\frac{-ab+\sqrt{a^2b^2+4abl}}{2b}$ мин.;
2) $\sqrt[m]{c^{k-1}}$; 3) (6; 3; 10); (3; 6; 10).

1571. 1) $\left(\frac{l}{2}+\frac{ap}{2q}\right)$ *км* от A; 2) $a^{\frac{c^{\frac{b-1}{k}}-1}{m}}$;
3) $[-(a+b+c);\ ab+ac+bc;\ -abc]$.

1572. 1) $\frac{d(a+b)}{2ab}$ *м/сек*; $\frac{d(b-a)}{2ab}$ *м/сек*;

2) 2, 3) $\left[\frac{(d-c)(d-b)}{(a-c)(a-b)};\ \frac{(d-c)(a-d)}{(b-c)(a-b)};\ \frac{(a-d)(b-d)}{(a-c)(b-c)}\right]$.

1573. 1) 19,5; 2) 1; 3) (4; 3; 5); (3; 4; 5); (4; 3; —5); (3; 4; —5); $\left(\frac{7\pm\sqrt{113}}{2};\ \frac{7\mp\sqrt{113}}{2};\ 9\right)$; $\left(\frac{7\pm\sqrt{113}}{2};\ \frac{7\mp\sqrt{113}}{2};\ -9\right)$.

1574. 1) $\frac{a(\sqrt{p}+\sqrt{q})}{\sqrt{p}-\sqrt{q}}$; 2) $\sqrt[pq-1]{a^q b}$; $\sqrt[pq-1]{ab^p}$; 3) 2002.

1575. 1) Одно из решений: 8 *г*; 8 *г*, 8 *г*; 2) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$; $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$;

3) $\sqrt[m-n]{M^{p-n}N^{m-p}}$.

1576. 1) 50%; 2) 0, 3) 5. **1577.** 1) $n \leqslant \frac{\lg\frac{r(100-k)}{k(100-r)}}{\lg\frac{100-q}{100-p}}$, если $q>p$; 2) 0;

3) $x=\pm\frac{\sqrt{(b^2+c^2-a^2)(c^2+a^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)}}{(a^2+b^2-c^2)\sqrt{2}}$;

$y=\pm\frac{\sqrt{(b^2+c^2-a^2)(c^2+a^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)}}{(b^2+c^2-a^2)\sqrt{2}}$;

$z=\pm\frac{\sqrt{(b^2+c^2-a^2)(c^2+a^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)}}{(a^2+c^2-b^2)\sqrt{2}}$.

1578. $x \leqslant \frac{(a+b)r-bq}{a\left[\left(1-\frac{r}{100}\right)\left(1-\frac{p}{100}\right)^n+\frac{r}{100}\right]}$; 2) $\frac{m^2}{n^2}$;

3) 0, $\frac{(\sqrt{b}\pm\sqrt{b-a})^{\frac{2n}{n-2k}}}{a^{\frac{2k}{n-2k}}}$.

1579. 1) $\frac{k}{\sqrt[n]{2}-1}-100$; 2) $\sqrt[3]{ab}\cdot\sqrt{\sqrt[3]{b^2}-\sqrt[3]{a^2}}$; 3) $\frac{(2\pm\sqrt{3})^n+1}{(2\pm\sqrt{3})^n-1}$.

1580. 1) $n \geqslant \frac{\lg\frac{p}{p-a}}{\lg\frac{A+a}{A}}$; 2) $\frac{1}{n}$; 3) $\left(b^{\frac{n}{n+1}}-a^{\frac{n}{n+1}}\right)^{\frac{n+1}{n}}$

1581. 1) 2, 1, 2) $\frac{b}{a}$; 3) $\left(\frac{128}{13};\ \frac{2}{13}\right)$; $\left(\frac{2}{13};\ \frac{128}{13}\right)$.

1582. 2) $n(n-1)$; 3) $c^{\frac{b^2}{a(b-a)}}$; $c^{\frac{b}{b-a}}$.

1583. 1) $x \geqslant \frac{\lg\frac{2Np-100n}{Np-100n}}{\lg\left(1+\frac{p}{100}\right)}$; 2) (3; 1); (1; 3); 3) 26.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава V. **Системы уравнений второй степени с двумя неизвестными.**

Стр.