С. А. ПОНОМАРЕВ,
П. В. СТРАТИЛАТОВ,
Н. И. СЫРНЕВ

АРИФМЕТИКА

ДЛЯ 5 И 6 КЛАССОВ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

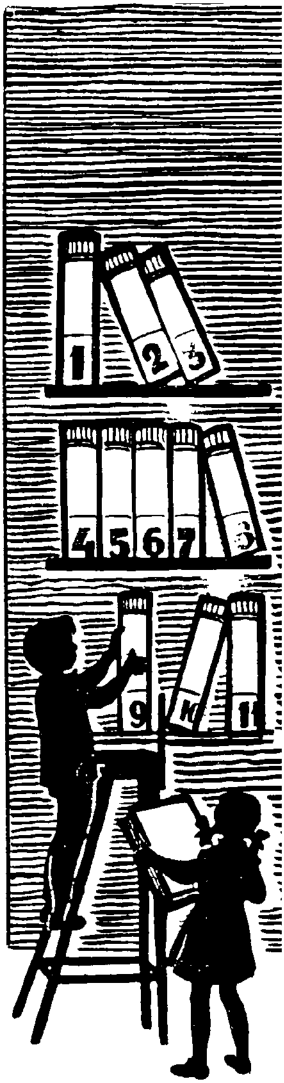
Учебник удостоен поощрительной премии по конкурсу Министерства просвещения РСФСР.

От издательства

По решению коллегии Министерства просвещения РСФСР настоящий учебник арифметики для 5—6 классов печатается в качестве пробного.

Все отзывы и пожелания по проверке данного учебника просим направлять по адресу: Москва, Чистые пруды, 6, Программно-методическое управление Министерства просвещения РСФСР.

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ЧИСЛО НУЛЬ.



ВВЕДЕНИЕ.

Вы изучали в первых классах школы основы науки о числах — арифметику. Название «арифметика» происходит от греческих слов: «арифмос» — число и «техне» — искусство. Вы узнали, какие числа называются целыми, и научились их складывать, вычитать, умножать и делить.

В 5-м классе вы будете продолжать изучение арифметики. Вы узнаете некоторые теоретические положения науки математики, относящиеся к числам и действиям с ними. Знание теории позволит вам производить вычисления увереннее, с меньшим количеством записей, быстрей. Изучение курса арифметики позволит вам находить более рациональные способы вычислений, познакомит вас с решением различных практических, жизненно необходимых задач и позволит перейти к изучению других разделов математики.

§ 1 ДЕСЯТИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ. УСТНАЯ И ПИСЬМЕННАЯ НУМЕРАЦИИ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ.

1. Повторение.

1. Выполнить указанные действия. Как называются числа данные и числа, которые получатся в результате?

1) $+\begin{array}{r}3\,748\\21\,475\\\hline\end{array}$ 2) $+\begin{array}{r}1\,173\\894\\\hline\end{array}$ 3) $-\begin{array}{r}5\,839\\2\,783\\\hline\end{array}$ 4) $-\begin{array}{r}7\,682\\926\\\hline\end{array}$

5) $712\cdot54$ 6) $5\,637\cdot201$ 7) $3\,914:38$ 8) $29\,248:457$

2. В следующих примерах выполните указанные действия. Вспомните, в каком порядке принято выполнять действия над числами. При решении примеров называйте слагаемые, сумму, уменьшаемое, вычитаемое, разность, сомножители (множимое и множитель), произведение, делимое, делитель и частное.

1) $134 \cdot 27 - 6\,462 : 18 + 17\,124 \cdot 31$;
2) $58\,956 : 17 + 206 \cdot 47 - 29\,154 : 86$;
3) $159 \cdot 548 - (52\,047 + 31\,668)$;
4) $313\,436 : [822 \cdot 106 - (50\,377 + 80\,338)]$;
5) $[640\,458 : 207 - (957 + 2\,068)] \cdot 37$;
6) $85\,000 - (305 \cdot 246 + 3\,440)$;
7) $(68\,547 : 219 + 6\,039 : 549) : 162$;
8) $(20\,880 : 18 + 3\,672 : 36) \cdot 103$;
9) $(28\,348 - 23\,115) \cdot 134 - 1\,859\,004 : 17\,213$;
10) $1\,694\,824 : 2\,806 + 45\,360 - 37\,265$.

2. Множество и его численность. В природе, на производстве и в быту человека окружает **множество** различных предметов. На производстве рабочий имеет дело с множеством инструментов, с множеством станков, с множеством изделий. В лесу человека окружает множество деревьев, множество птиц. В школе учащегося окружает множество товарищей, столы, парты, книги, тетради и т. д. Можно привести много примеров различных множеств: бригада рабочих, коллекция марок (открыток, картин и др.), рой пчел, стадо коров (овец, коз, гусей и т. д.), стая птиц, табун лошадей и др. Наблюдая множество тех или иных предметов, человек выделяет в нем отдельные предметы, отдельные *элементы*. Так, из стада коров выделяется одна — впереди идущая корова, из множества тетрадей выделяется одна — тетрадь по арифметике и т. д. Из множества предметов выделяются единичные элементы, составляющие это множество.

В практической деятельности человека приходится часто сопоставлять элементы одного множества с элементами другого. Например, множество учащихся сопоставляется с множеством парт в классе; множество людей, присутствующих на собрании, сопоставляется с множеством стульев, на которых присутствующие будут сидеть; множество пассажиров и множество билетов, которые выдаются для проезда, и т. д. Приведите еще примеры необходимости сопоставления элементов двух множеств.

При сопоставлении элементов двух множеств иногда обнаруживается, что в одном из них элементов столько же, сколько и в другом: сколько учеников в классе, столько же и крючков на вешалке, в раздевалке; и каждый ученик вешает свое пальто на отдельный крючок вешалки. В этом случае множества называют *равночисленными*. Но может случиться, что на вешалке не хватит крючков для всех учеников данного класса и придется на один крючок вешалки повесить пальто двух учеников. В этом случае говорят, что *численности* множеств различны: множество учеников имеет численность бо́льшую, чем множество крючков на вешалке для данного класса. Может оказаться, наоборот, что каждый ученик класса повесит свое пальто на отдельный крючок вешалки и на ней еще останутся свободные крючки. В этом случае множество крючков имеет численность бо́льшую, чем множество учеников класса.

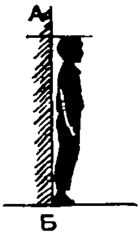
Как проще узнать численность множества? Как проще узнать, равночисленны множества или нет, и если они не равночисленны, то численность какого больше?

Численность множества узнают при помощи счета его элементов: пересчитывают элементы множества и выражают его численность числом.

3. Последовательность натуральных чисел. Для счета предметов введены числа: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 и т. д.

Эти числа называются *натуральными*. Вы их называли также *целыми* числами. Множество натуральных чисел имеет важное свойство: *каждое натуральное число на единицу больше своего предыдущего*. Первым натуральным числом считается *единица*. Последнего натурального числа нет и быть не может: каждое натуральное число можно увеличить на единицу, и получим натуральное число, следующее за данным. Множество натуральных чисел представляет собой *бесконечную последовательность* чисел.

Чтобы найти численность множества, пересчитывают его элементы с помощью последовательности натуральных чисел. Если в двух множествах окажется одинаковое число элементов, то, значит, численности этих множеств одинаковы. Найдите численности множества учеников и множества учениц своего класса. Какое множество имеет бо́льшую численность? Почему?



Натуральными числами пользуются не только при счете предметов, но и при измерении величин. Так, можно, например, измерить рост человека и выразить его некоторым числом сантиметров. Каков ваш рост? Если вы не знаете его, измерьте. Как это сделать, показано на рисунке. Вы получите некоторое натуральное число. Оно выражает ваш рост в сантиметрах.

В математике часто говорят о некотором натуральном числе. В этом случае для обозначения натурального числа применяют *букву*, обычно латинского алфавита. Если обозначить некоторое натуральное число буквой «n», то следующее за ним натуральное число, большее его на единицу, будет обозначено следующим образом: «$n + 1$».

4. Десятичная система счисления. Нумерация. Чтобы применить на практике натуральные числа, чтобы производить с ними действия, нужно уметь их называть и записывать. В результате многовекового исторического развития была выработана **десятичная система счисления**.

За основу были взяты первые девять натуральных чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Для них были установлены названия и особые письменные значки — *цифры*. Эти первые девять натуральных чисел составляют *первый разряд*, который называется *разрядом единиц*. Следующее натуральное число — десять (десяток) — берется за единицу второго разряда, *разряда десятков*. Счет десятками часто применяется в жизни: десятками считают яйца, конверты, тетради и др. Десять десятков составляют *единицу третьего разряда — сотню*. Сотня содержит 100 единиц. Счет сотнями также имеет применение: выпускаемая цехом, заводом продукция часто учитывается не только поштучно, но и сотнями. Десять сотен принимают за единицу следующего, четвертого разряда натуральных чисел, *разряда тысяч*. Десять тысяч составляют единицу пятого разряда — *десятков тысяч* и т. д. В четвертом классе вы выполняли действия с числами, меньшими миллиона. Но счет можно продолжить и дальше, образуя следующие разряды: десять единиц каждого разряда образуют одну единицу нового разряда, следующего за данным.

Чтобы удобнее читать, записывать числа и считать, каждые три разряда, начиная с разряда единиц, объединяют в один *класс*. Вы знаете *класс единиц*; в нем три разряда: единицы, десятки и сотни. Второй класс вы также знаете — это *класс тысяч*; в нем также три разряда: единицы тысяч, десятки и сотни тысяч. Третий класс — *класс миллионов*; в нем тоже три разряда. Рассмотрите таблицу классов и разрядов многозначных чисел. С помощью этой таблицы прочитайте нижезаписанные числа: население Земли составляет 2 900 000 000 человек (по данным 1959 г.); число жителей в СССР составляет 212 000 000 человек (по данным 1960 г.).

Принятая система счета называется *десятичной* потому, что единица каждого разряда, начиная со второго, содержит 10 единиц разряда предыдущего.

Как записать любое натуральное число? Чтобы записать любое натуральное число, кроме девяти первых натуральных чисел, вводят еще одно число — нуль — и десятую цифру для его записи — «0». С помощью введенных десяти цифр можно записать любое натуральное число. При записи натуральных чисел пользуются правилом *поместного* значения цифры. Что это значит? В записи каждого натурального числа цифра, записанная на первом месте (крайняя справа), обозначает разряд единиц; цифра, записанная слева от единиц (вторая цифра справа), обозначает десятки; цифра, записанная на третьем месте, обозначает сотни и т. д. Так, в записи натуральных чисел 142; 5 241; 2 793 цифра «2» обозначает соответственно 2 единицы в первом числе, 2 сотни во втором и 2 тысячи в третьем. При записи многозначных чисел классы отделяются друг от друга промежутками в одну цифру. Чтение натурального числа начинается со старших классов и разрядов.

Так, число 2 781 534 078 следует прочитать так: два миллиарда, семьсот восемьдесят один миллион пятьсот тридцать четыре тысячи семьдесят восемь.

Номера классов	8	7	6	5	4	3	2	1
Названия классов	Класс секстиллионов	Класс квинтиллионов	Класс квадриллионов	Класс триллионов	Класс миллиардов	Класс миллионов	Класс тысяч	Класс единиц
Номера разрядов в каждом классе	3 2 1	3 2 1	3 2 1	3 2 1	3 2 1	3 2 1	3 2 1	3 2 1
Названия разрядов	сотни десятки единицы секстиллионов	сотни десятки единицы квинтиллионов	сотни десятки единицы квадриллионов	сотни десятки единицы триллионов	сотни десятки единицы миллиардов	сотни десятки единицы миллионов	сотни десятки единицы тысяч	сотни десятки единицы

Посмотрите прилагаемую таблицу названий классов и разрядов многозначных натуральных чисел и прочитайте следующие числа:

5 620 709; 12 531 608; 2 143 601 875; 10 547 903 075.

Выполните следующие упражнения. Внимательно отнеситесь к решению (устному) примеров под номером 12. Решение этих примеров поможет вам быстрей освоить работу на счетах и в дальнейшем поможет правильно производить вычисления.

УПРАЖНЕНИЯ.

3. 1) Как называются единицы 1-го класса? 2-го класса? 3-го класса? 4-го класса?

2) Какой разряд и какого класса составляют десятки единиц? единицы тысяч? сотни тысяч? десятки миллионов?

3) Назовите все разрядные единицы 1-го класса, 3-го класса.

4) Назовите все разрядные единицы 2-го класса, 4-го класса.

4. 1) Во сколько раз единица меньше десятка? десяток меньше сотни? сотня меньше тысячи?

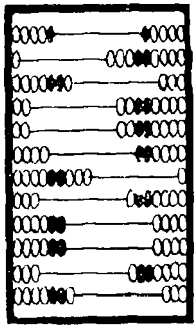
2) На сколько единиц десяток больше единицы? сотня больше десятка? тысяча больше сотни?

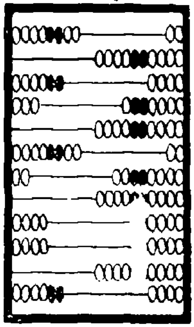
3) Во сколько раз десяток меньше трех тысяч?

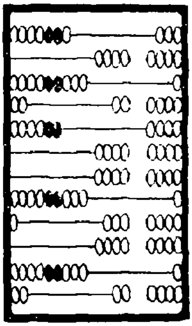
4) На сколько единиц 5 тысяч больше 5 сотен?

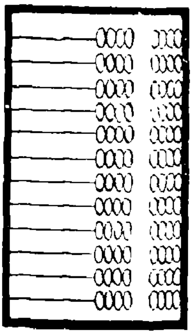
5. 1) Отложите на счетах единицу; одну тысячу; один миллион.

2) Рассмотрите рисунок русских счетов. Прочитайте числа, отложенные на счетах.









6. 1) Запишите число, прочитайте его и отложите на счетах, если оно содержит пятнадцать единиц; пятнадцать десятков; пятнадцать сотен; пятнадцать тысяч; пятнадцать миллионов.

2) Напишите и отложите на счетах число, состоящее из трехсот сорока двух единиц; трехсот сорока двух тысяч; трехсот сорока двух миллионов.

7. 1) Напишите, отложите на счетах и прочитайте число, содержащее: а) 3 единицы 2-го разряда и 7 единиц 1-го разряда 1-го класса; б) 2 единицы 2-го разряда 3-го класса, 7 единиц 2-го разряда и 4 единицы 1-го разряда 1-го класса; в) 9 единиц 3-го разряда и единицу 1-го разряда 3-го класса, 2 единицы 2-го разряда 2-го класса и единицу 2-го разряда 1-го класса.

2) Напишите, отложите на счетах и прочитайте число, содержащее: а) единицу 3-го разряда и 3 единицы 1-го разряда 2-го класса, 5 единиц 2-го разряда и 8 единиц 1-го разряда 1-го класса; б) 3 единицы 1-го разряда 3-го класса, 3 единицы 2-го разряда 2-го класса, 3 единицы 3-го разряда и 3 единицы 1-го разряда 1-го класса; в) 5 единиц 2-го разряда 3-го класса, 4 единицы 3-го разряда 2-го класса, 3 единицы 2-го разряда и единицу 1-го разряда 1-го класса.

8. 1) Сколько десятков в сотне? в тысяче? в миллионе? в миллиарде? в двадцати тысячах?

2) На сколько миллион больше единицы? десятка? сотни? тысячи?

3) Во сколько раз единица 1-го разряда 3-го класса больше единицы 2-го разряда 2-го класса? единицы 2-го разряда 1-го класса?

9. 1) Сколько сотен в тысяче? в миллионе? в миллиарде? в сорока тысячах? в двадцати миллионах?

2) На сколько единица 2-го разряда 1-го класса меньше единицы 3-го разряда 1-го класса? единицы 1-го разряда 2-го класса?

3) Во сколько раз единица 2-го разряда 1-го класса меньше единицы 1-го разряда 2-го класса? единицы 2-го разряда 2-го класса?

10. 1) Прочитайте написанные числа, отложите их на счетах и укажите, какие разрядные единицы и каких классов имеются в каждом из следующих чисел: 3 257; 42 009; 106 428; 26 050 064; 10 203 074.

2) Прочитайте написанные числа, отложите каждое из них на счетах и укажите, какие разрядные единицы и каких классов в каждом из них отсутствуют:

2 000 856; 80 065 003; 705 030 402; 126 000 308; 35 300 601; 5 000 986 010; 500 770 032.

11. Запишите цифрами все числа, встречающиеся в данных предложениях:

1) Население СССР перед 1941 г. составляло сто девяносто миллионов шестьсот семьдесят восемь тысяч человек; в 1959 г. население СССР составляло двести восемь миллионов восемьсот двадцать шесть тысяч человек, т. е. увеличилось на восемнадцать миллионов сто сорок восемь тысяч человек; за те же годы численность городского населения увеличилась с шестидесяти миллионов четырехсот девяти тысяч человек до девяноста девяти миллионов семисот восьмидесяти двух тысяч человек, т. е. на тридцать девять миллионов триста семьдесят три тысячи человек.

2) Вес 3-го советского искусственного спутника Земли равен одной тысяче тремстам двадцати семи килограммам; при запуске он вышел на орбиту на расстоянии одной тысячи восьмисот восьмидесяти километров от Земли; за триста пятьдесят восемь суток спутник сделал пять тысяч оборотов вокруг Земли, пролетев двести двадцать восемь миллионов двести тысяч километров.

12. Сосчитайте устно.

1) Какое натуральное число следует прибавить к каждому из данных чисел, чтобы получить 10:

6; 8; 3; 2; 9; 7; 4; 5?

2) Какое натуральное число следует добавить к каждому из данных чисел, чтобы получить 100:

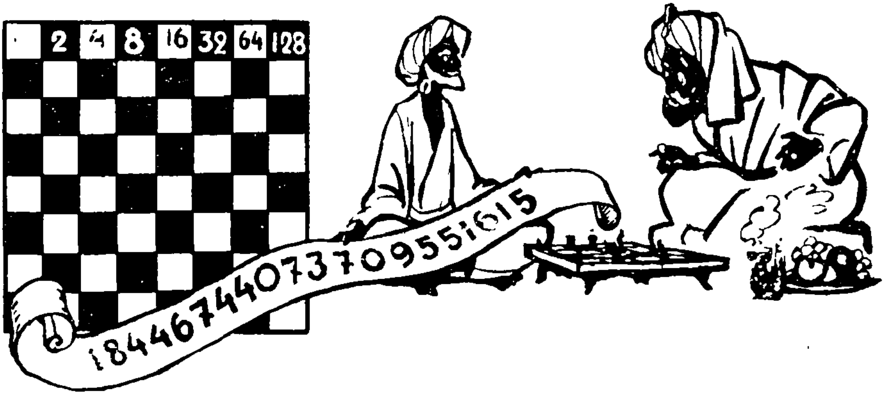
21; 33; 65; 98; 12; 76; 45; 50; 20; 77; 86; 49;
94; 82; 18; 29; 34; 40; 39; 47; 57; 73; 88; 69?

3) Какое натуральное число следует добавить к каждому из двузначных чисел предыдущего упражнения, чтобы получить 1 000? 10 000?

4) Какое натуральное число следует прибавить к каждому из данных натуральных чисел, чтобы получить в сумме 1000:

101; 163; 179; 199; 200; 231; 247; 296; 333; 365; 389;
399; 401; 413; 462; 456; 478; 500; 506; 519; 536; 587;
593; 666; 658; 609; 721; 743; 769; 805; 835; 841; 866;
890; 907; 912; 916; 927; 931; 963; 985; 981?

13. 1) Назовите самое меньшее двузначное число. Назовите самое большое двузначное число. Как подсчитать, сколько всего двузначных чисел?



2) Назовите самое меньшее трехзначное число. Назовите самое большое трехзначное число. Как подсчитать, сколько всего трехзначных чисел?

3) Можно ли назвать и записать самое большое натуральное число? Почему нельзя этого сделать?

14. Существует легенда об изобретении шахмат. Персидский шах так был обрадован этой игрой, что предложил изобретателю ее самому назначить себе награду. Изобретатель попросил дать ему такую награду: на первую клетку шахматной доски положить 1 зерно пшеницы, на вторую — 2, на третью — 4 зерна и т. д. удваивать число зерен на каждую следующую клетку по сравнению с предыдущей. Сколько всего клеток имеет шахматная доска? Подчиненные шаха подсчитали, что потребуется дать 18 446 744 073 709 551 615 зерен пшеницы.

Прочитайте это число. Когда вы будете в 10-м классе, то сможете проверить, правильно ли подсчитали число зерен подчиненные шаха. Заметим, что шах не смог выдать такую награду: на всем земном шаре не могло быть собрано столько зерен пшеницы.

5. Метрическая система мер. Меры времени. Натуральные числа используются не только при счете предметов, но и при измерениях. Выше было показано, как измерить рост человека. При измерении длин, площадей, объемов, веса пользуются метрической системой мер. Метр был введен во Франции во времена Великой французской революции, в XVIII веке. Была измерена часть дуги Парижского меридиана. За единицу измерения длин в метрической системе мер приняли метр — одну сорокамиллионную часть дуги Парижского меридиана. Позднее у нас в России была измерена часть дуги

Пулковского меридиана. Было установлено, что дуга Парижского меридиана только приближенно равна 40 000 000 *м*. В настоящее время единица измерения длин 1 *м* определяется более точно оптическим способом.

Метрическая система мер удобна тем, что основана на десятичной системе счисления.

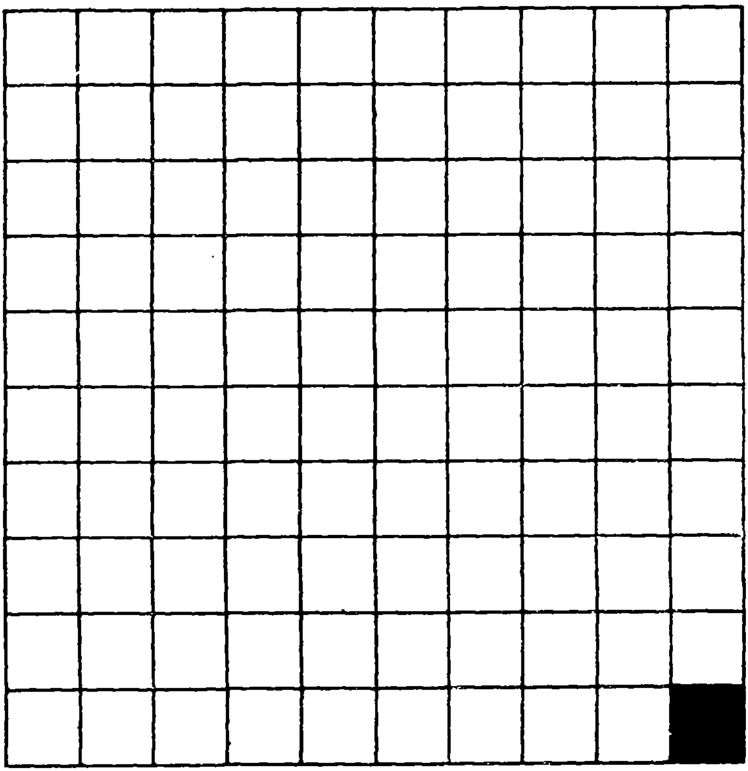
Примечание.

Метр приближенно равен расстоянию от концов пальцев вытянутой руки взрослого человека до подбородка.

1 кв. мм

У нас в СССР метрическая система мер была введена при Советской власти в 1918 г. Декрет о введении в СССР метрической системы мер подписал В. И. Ленин. Рассмотрите таблицу метрических мер: длин, площадей, объемов.

1 кв. см



1 кв. дм.

Для измерения времени пользуются особой системой. За 1 год принимают время обращения Земли вокруг Солнца. Год делится на 12 месяцев, месяц — на 30 суток, сутки — на 24 часа, час — на 60 минут, минута — на 60 секунд. 100 лет составляют 1 век.

УПРАЖНЕНИЯ.

15. 1) Сколько сантиметров в дециметре?

2) Сколько квадратных сантиметров в квадратном дециметре?

3) Сколько кубических сантиметров в кубическом дециметре?

4) Изготовьте модели кубического сантиметра и кубического дециметра.

16. 1) Сколько метров в 10 000 *см*? в 1 000 *дм*?

2) Сколько дециметров в 2 400 *см*?

3) Сколько квадратных дециметров в 1 *кв. м*? Сколько квадратных сантиметров в 1 *кв. м*?

4) Сколько кубических дециметров в 1 *куб. м*?

17. 1) Во сколько раз 1 *кв. дм* больше 1 *кв. мм*?

2) Во сколько раз 1 *кв. м* меньше 1 *кв. км*?

3) Сколько аров содержится в 8 400 *кв. м*?

4) Сколько гектаров содержится в 50 000 *кв. м*?

18. 1) Во сколько раз 1 *куб. дм* больше 1 *куб. мм*?

2) Во сколько раз 1 *куб. см* меньше 1 *куб. м*?

3) Сколько литров составляют 4 000 *куб. см*?

4) Сколько кубических сантиметров содержится в 1 *л*?

19. 1) На сколько 1 *кв. м* больше 1 *кв. см*?

2) Сколько раз 1 000 *кв. м* содержится в 1 *кв. км*?

3) Сколько в 1 *кв. км* содержится аров? гектаров?

4) Выразить 600 000 *кв. м* в арах; в гектарах.

20. 1) На сколько 1 *куб. мм* меньше 1 *куб. см*?

2) Сколько раз 100 *куб. см* содержатся в 1 *куб. м*?

3) Сколько литров содержится в 5 *куб. дм*?

4) Сколько литров составят 3 000 000 *куб. мм*?

21. 1) Сколько килограммов в 15 000 *г*? в 640 000 *мг*?

2) Сколько в тонне килограммов? центнеров?

3) Во сколько раз 1 *г* меньше 1 *т*?

4) Сколько килограммов в 3 *т* 4 *ц* 7 *кг*?

22. 1) Раздробить 8 *м* 9 *дм* в сантиметры.

2) Раздробить в квадратные метры 5 *га* 1 *а* 7 *кв. м.*

3) Раздробить в кубические сантиметры 3 *куб. м* 5 *куб. см.*

4) Раздробить в литры 3 *куб. м* 38 *л.*

23. 1) 425 *л* превратить в меры высших наименований.

2) 575 *мм* превратить в меры высших наименований.

3) 25 040 *кв. см* превратить в меры высших наименований.

4) 395 *ц* превратить в меры высших наименований.

24. 1) Раздробить в минуты 3 сут. 5 час.

2) 4 820 дней превратить в меры высших наименований, считая месяц равным 30 дням.

3) Раздробить 2 года, 5 мес. 1 неделю в дни.

4) Промежуток времени между двумя последовательными полнолуниями равен 2 551 443 сек. Выразить его составным именованным числом.

25. 1) Превратить 60 000 мин. в меры высших наименований.

2) Земля совершает один оборот вокруг Солнца за 31 556 926 сек. Выразить этот промежуток времени составным именованным числом.

3) Сколько лет содержит век?

4) Сколько дней содержит год? Какой год называется високосным? Как чередуются простые и високосные годы?

6. Сравнение натуральных чисел. При записи или при чтении натурального числа указывается то число единиц, которое в этом натуральном числе содержится. Так, в числе 24 106 двадцать четыре тысячи сто шесть единиц. Чем больше всего единиц содержит натуральное число, тем оно больше. Как узнать, какое число больше: 24 106 или 23 957? Для этого следует выяснить, к какому классу принадлежат старшие разряды этих чисел. В каждом из чисел старшим является разряд десятков тысяч; причем в обоих числах содержится по 2 десятка тысяч. В этом случае нужно выяснить, сколько единиц содержится в предыдущем разряде каждого числа, т. е. сколько содержится в каждом числе тысяч. В первом числе содержится 4 тысячи, во втором только 3 тысячи. Поэтому первое число больше второго. В математике слово *больше* обозначается знаком $>$, с помощью этого знака можно записать:

$$24\,106 > 23\,957.$$

Запомните, что знак «больше» острием обращен к меньшему из чисел.

Можно было бы записать, что 23 957 меньше 24 106; знак *меньше* записывается в математике так: $<$. Поэтому можно записать:

$$23\,957 < 24\,106.$$

При записи знак «меньше» также обращен острием к меньшему из чисел.

Если сравниваются числа 678 001 и 56 729, то сразу же можно сказать, что первое число больше второго: в первом имеется разряд сотен тысяч, а во втором — только десятки тысяч. Поэтому можно записать:

$$678\,001 > 56\,729 \text{ или } 56\,729 < 678\,001.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

26. 1) Расположите в возрастающем порядке написанные числа, начиная с меньшего из них: 1 325 437; 326 437; 1 326 447; 1 325 381; 13 254 970; 13 254 371; 13 254 380. Запишите, что самое большое из них больше самого меньшего.

2) Расположите данные числа в убывающем порядке, начиная с большего из них: 207 851; 207 951; 208 851; 217 851; 2 079 510; 2 079 511; 207 999.

27. Напишите наименьшие и наибольшие натуральные числа:

1) а) однозначные; б) трехзначные; в) пятизначные; г) восьмизначные;

2) а) двузначные; б) четырехзначные; в) семизначные.

Расположите все эти числа в возрастающем порядке. Запишите, что самое меньшее из них меньше самого большего.

Каждое натуральное число представляет собой сумму его разрядных единиц. Так, число 6 345 есть сумма 6 000 + 300 + + 40 + 5 и содержит всего 6 345 единиц. Его можно записать и таким образом: $6 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5$. Точно так же число 56 729 можно рассматривать как сумму его разрядных чисел: пяти десятков тысяч, шести тысяч, семи сотен, двух десятков и девяти единиц и записать его в виде:

$$5 \cdot 10\,000 + 6 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 9.$$

Если дано натуральное число, то по его записи сразу можно установить, сколько единиц оно содержит в каждом разряде. Число 63 521 содержит в разряде единиц — 1 единицу, в разряде десятков — 2 единицы, в разряде сотен — 5 единиц, в разряде тысяч — 3 единицы и в разряде десятков тысяч — 6 единиц. Но, с другой стороны, по записи числа можно сразу сказать, сколько оно содержит всего единиц каждого разряда. Это же число 63 521 содержит: 63 521 единицу, 6 352 десятка, 635 сотен, 63 тысячи и 6 десятков тысяч.

Аналогично в числе 17 010 398 содержится 17 010 398 единиц, 1 701 039 десятков, 170 103 сотни, 17 010 тысяч, 1 701 десяток тысяч, 170 сотен тысяч, 17 миллионов и 1 десяток миллионов.

УПРАЖНЕНИЯ.

28. 1) Укажите, сколько и каких разрядных единиц содержится в каждом из чисел, и запишите каждое число в виде суммы его разрядных чисел: 504; 364; 8 309; 15 864; 12 907; 258 060; 7 562 021.

2) Запишите в виде суммы разрядных чисел: а) наибольшее трехзначное число; б) наименьшее четырехзначное; в) наименьшее пятизначное; г) наибольшее пятизначное.

29. Укажите, из скольких единиц каких разрядов и классов состоят числа, написанные в виде суммы разрядных чисел. Отложите их на счетах и запишите обычным способом:

1) $8 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 2$;
2) $3 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 10 + 5$;
3) $9 \cdot 10\,000 + 7 \cdot 1\,000 + 8 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 2$;
4) $5 \cdot 100\,000 + 7 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 1$;
5) $6 \cdot 1\,000\,000 + 3 \cdot 10\,000 + 7 \cdot 100 + 8$;
6) $7 \cdot 100\,000\,000 + 5 \cdot 1\,000\,000 + 9 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 10$.

7. Округление чисел. При измерении роста мальчика получили 120 *см* 3 *мм*, а рост одной из девочек оказался равным 120 *см* 7 *мм*. В медицинскую карту мальчика записали его рост, равным 120 *см*, а девочки — 121 *см*. Каждое из чисел, записанных в медицинские карты, называется **приближенным**. Оно выражает рост учащегося в сантиметрах. Полученные при измерении роста числа *округлили*.

В различных практических измерениях приходится числа округлять и указывать приближенные их значения. Так, легко узнать рост человека в сантиметрах, труднее это сделать в миллиметрах. При повторных измерениях в числе миллиметров будет разница. Можно точно пересчитать жителей в квартире, учащихся класса, школы. Но уже трудно подсчитать число жителей города; оно меняется: люди приезжают вновь, уезжают в другие города. Поэтому, если при подсчете числа жителей в городе получилось 75 648, то обычно это число округляют до сотен. Считают, что в городе проживает 75 600 человек.

Как округлить число? При округлении числа всегда нужно указывать, до единиц какого разряда это округление следует выполнить.

При округлении числа до некоторого разряда находим, сколько всего единиц этого разряда содержится в округляемом числе; округляемое число записываем как сумму числа единиц этого разряда и числа, составленного остальными его разрядами. Приближенное число составляется из первого слагаемого этой суммы, а второе слагаемое отбрасывается. Если цифра старшего разряда во втором слагаемом 5, 6, 7, 8 или 9, то число единиц первого слагаемого увеличивается на одну единицу.

Пусть нужно округлить число 7 825 до сотен. Находим число сотен (78) и записываем данное число в виде суммы:

$$78 \cdot 100 + 25.$$

Так как старший разряд второго слагаемого содержит 2 единицы (2 десятка), то первое слагаемое не изменяем и при округлении получаем число 7 800, меньшее данного. Округление выполнено *по недостатку*. Если это же число 7 825 нужно округлить до десятков, то: $782 \cdot 10 + 5 \approx 7\,830$; получили число, большее данного. Округление в этом случае выполнено *по избытку*. (Знак «$\approx$» читается: «приближенно равно».)

УПРАЖНЕНИЯ.

30. 1) В каждом из данных чисел указать: сколько содержится всего единиц? Сколько всего десятков? Сколько всего сотен?

4 251; 12 709; 417 527; 408 000 548; 7 652 021.

2) Указать, сколько всего содержится в каждом из данных чисел: а) десятков; б) тысяч; в) сотен тысяч: 6 332; 586 412; 12 704; 305 623; 86 591 431; 52 000 345.

31. 1) Число 56 324 запишите в виде суммы его разрядных единиц, считая старшим разрядом разряд тысяч;

2) то же для числа 578 341, считая за старший разряд сотен;

3) то же для числа 781 045, считая за старший разряд десятков;

4) то же для числа 5 007 819, считая за старший разряд десятков тысяч.

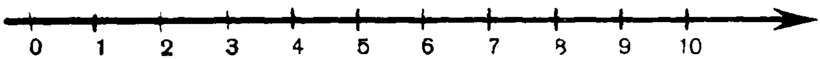
32. Округлить данные числа:

1) до десятков: 30 402; 99 824; 101 385; 247 215;
2) до сотен: 17 528; 375 461; 5 042 150; 560 450;
3) до тысяч: 36 500; 846 740; 2 003 076; 777 650;
4) до миллионов: 40 870 000; 76 402 537; 103 807 234.

8. Графическое изображение натуральных чисел. Чтобы нагляднеи представить числовые значения величин, пользуются их *графическими изображениями*. Например, количество собранного металлолома разными классами можно представить *диаграммой*. Графически можно изобразить успеваемость в разных классах школы и т. д.

В математике натуральные числа изображают графически следующим образом. Проводят прямую линию и на ней отмечают произвольную точку. Эту точку принимают за начало отсчета. Потом выбирают некоторый отрезок прямой за единицу измерения и его откладывают на этой прямой вправо от начальной точки отсчета. От конца первого отрезка вправо откладывают второй раз единичный отрезок (единицу измерения) и т. д. Концы откладываемых единиц измерения отмечают точками и у каждой ставят натуральное число, показывающее, сколько раз единица измерения отложена от начальной точки. Таким образом, точкой прямой можно изобразить любое натуральное число.

Постройте графическое изображение натуральных чисел первого десятка. Рассмотрите рисунок.



Построенная прямая представляет собою *числовую ось*.

УПРАЖНЕНИЯ.

33. 1) Изобразите на числовой оси число учеников и число учениц вашего класса.

2) Изобразите на числовой оси число имеющихся у вас тетрадей (по всем учебным предметам) и общее число учебников.

9. Двоичная система счисления. Римская нумерация чисел. Мы изучаем десятичную систему счисления, *письменную* и *устную нумерацию* этой системы. Цифры, которые мы применяем для записи чисел, были изобретены индусами, от них перешли к арабам и от арабов перешли к европейцам. За несколько тысяч лет до нашей эры ассиро-вавилоняне пользовались недесятичной системой счисления. Они считали, что единица второго разряда содержит 60 единиц первого. Некоторые народы вели счет по двенадцатеричной системе: 12 единиц

1-го разряда составляли одну единицу 2-го разряда и т. д. Эти системы счисления сохранились и по настоящее время. Мы делим год на 12 месяцев, сутки делим на 24 часа ($12 \cdot 2$), час делим на 60 минут, минуту — на 60 секунд.

Наиболее простая недесятичная система счисления — двоичная. В двоичной системе счисления две единицы какого-нибудь разряда составляют одну единицу разряда, следующего за ним. Сравним десятичную и двоичную системы счисления.

Десятичная система:	**Двоичная система:**
1) десять единиц какого-нибудь разряда составляют единицу следующего за ним разряда;	1) две единицы какого-нибудь разряда составляют единицу следующего за ним разряда;
2) всего имеется десять цифр для записи любого натурального числа: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.	2) всего имеется две цифры для записи любого натурального числа: 0 и 1.

Следует иметь в виду, что при любой системе счисления общее число единиц в каждом натуральном числе сохраняется без изменения. Например, число 272 имеет 272 единицы независимо от системы счисления.

Как записать это число в двоичной системе счисления? В числе всего содержится 272 единицы 1-го разряда единиц. Но каждые две единицы 1-го разряда составляют одну единицу 2-го разряда. Можно узнать, сколько единиц 2-го разряда составляют 272 единицы 1-го разряда. Для этого нужно $272 : 2 = 136$. Значит, во 2-м разряде содержится 136 единиц, причем остатка при делении не получилось; поэтому в 1-м разряде единиц нет, и при записи числа в 1-м его разряде напишем нуль.

136 единиц 2-го разряда дадут $136 : 2 = 68$ единиц 3-го разряда, и при записи числа во 2-м разряде также запишем нуль.

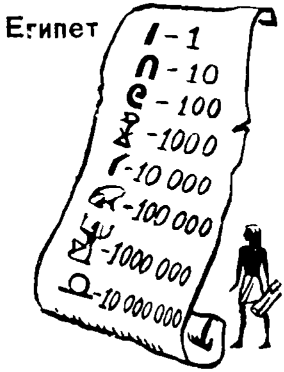
68 единиц 3-го разряда составят $68 : 2 = 34$ единицы 4-го разряда, а в 3-м разряде останется нуль.

34 единицы 4-го разряда составят $34 : 2 = 17$ единиц 5-го разряда, а в 4-м разряде останется нуль.

17 единиц 5-го разряда составят $17 : 2 = 8$ (остаток 1) 8 единиц 6-го разряда, а в 5-м разряде останется 1 единица.

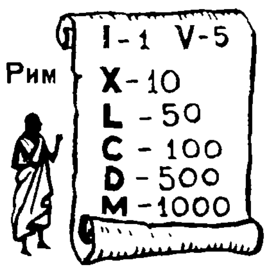
Так же точно подсчитаем, что 8 единиц 6-го разряда составят 4 единицы 7-го, а в 6-м останется нуль.

Далее получим $4:2=2$ единицы 8-го разряда и, наконец, $2:2=1$ единицу 9-го разряда. Следовательно, в двоичной системе счисления число 272 будет записано так: $(100\,010\,000)_2$. Получилось девятизначное число. Из-за громоздкости записи чисел в двоичной системе для практических вычислений пользуются десятичной системой. Однако у двоичной системы есть и свои преимущества (малое число знаков, простота таблицы умножения: $0\times0=0\times1=1\times0=0$; $1\times1=1$), используемые, например, при работе на современных машинах-автоматах.



В различные времена различные народы применяли различные обозначения для записи чисел. Так, вавилоняне пользовались особыми значками в форме клиньев, египтяне обозначали число 10 рисунком двух рук человека и т. д. Особыми значками, сохранившимися до нашего времени, пользовались римляне. В римской нумерации имеется всего семь цифр. Записанные рядом цифры обозначают общую сумму единиц. Например, III — обозначает 3 единицы; VI — 6 единиц; XII — число 12; MDCXXI — 1621. Исключение составляют шесть чисел:

IV — 4; IX — 9; XC — 90; XL — 40;
CD — 400 и CM — 900.



В этих числах значение слева написанной цифры вычитается из значения цифры, написанной справа. Число тысяч записывается теми же обозначениями, но после тысяч ставится снизу (справа) буква *m*. Например, число 4 936 запишется в римской нумерации так: $IV_m CMXXXVI$. Из этого примера видно, что принятая запись чисел в десятичной системе нумерации с нулем и правилом поместного значения цифры много удобней.

УПРАЖНЕНИЯ.

34. 1) Прочитайте числа, написанные с помощью римской нумерации: XIII; VII; CCXI; XXVI; XLII; XII; XXIV; IX; XCI; XIX.

2) Данные числа запишите с помощью римской нумерации: 6; 11; 14; 15; 24; 29; 37; 48; 54; 78; 106; 543; 2 964.

3) Назовите месяцы, обозначенные римской нумерацией: II; IX; IV; XI; VIII.

4) Прочитайте, в каком году поставлен памятник Петру Первому в Ленинграде.

35. 1) Число 1 473 записать: а) в двоичной системе счисления; б) в пятеричной системе счисления; в) в двенадцатеричной системе счисления (для обозначения 10 примените знак восклицания, для 11 — знак вопроса).

2) Сколько простых единиц содержится в каждом из данных чисел, если они записаны в системах счисления с основанием, указанным цифрой справа, написанной ниже: а) 2410_5; б) 277_{12}; в) $110\,001_2$; г) $10\,010_2$

3) Какое из чисел больше: $312\,420_5$ или $111\,101\,001_2$?

36. 1) Выполните сложение чисел, данных в указанной системе счисления: а) $11\,010_2$ и $1\,001_2$; б) $4\,322_5$ и $12\,340_5$; в) 754_{12} и $1\,07?_{12}$ (знак вопроса обозначает число 11).

2) Выполните вычитание чисел, данных в указанной системе счисления:

а) из $10\,011_2$ вычесть $1\,101_2$; б) из $34\,201_5$ вычесть $2\,403_5$;

в) из $(?\,973)_{12}$ вычесть $8\,096_{12}$ (знак вопроса обозначает число 11).

3) Перемножить числа, данные в указанной системе счисления:

а) 101_2 и $1\,001_2$; б) $3\,102_5$ и 204_5; в) 32_{12} и 15_{12}.

Выполните следующие упражнения с натуральными числами.

37. 1) Напишите и прочитайте пятнадцатое натуральное число. Сколько в нем разрядов? Какие? Сколько единиц к нему не хватает до сотни?

2) Напишите и прочитайте восемьдесят девятое натуральное число. Сколько единиц к нему не хватает до сотни?

3) Напишите и прочитайте самое большое четырехзначное натуральное число. Сколько единиц к нему не хватает до 10 000?

4) Какое по порядку натуральное число написано: 35 748? Сколько в этом числе классов? Какие? Сколько в нем разрядов? Какие? Напишите натуральное число, содержащее столько же десятков единиц, сколько и данное. Запишите это число как сумму его разрядных чисел.

38. 1) Сколько различных двузначных чисел можно записать десятью цифрами?

2) Сколько различных трехзначных чисел можно записать десятью цифрами?

39. 1) С помощью цифр 3, 4 и 7 записать все трехзначные числа, чтобы в каждом из них одна и та же цифра не повторялась. Какое из них самое большее?

2) Напишите несколько чисел с помощью только цифры 5. Можно ли с помощью только этой цифры написать натуральное число, большее выбранного?

40. 1) С помощью цифр 1 и 0 написать четыре пятизначных числа. Расположите их в порядке возрастания.

2) С помощью цифр 0, 1, 2, 4, 5, 7 и 8 напишите и прочитайте семизначное натуральное число, наибольшее из всех семизначных чисел, написанных теми же цифрами, при условии, что в каждом из них ни одна из данных цифр не будет повторяться.

41. 1) В книге 125 страниц. Сколько печатных знаков для цифр при нумерации страниц этой книги должен был набрать наборщик в типографии?

2) То же, если в книге 342 страницы.

42. 1) Напишите какое-нибудь двузначное число и поменяйте в нем местами цифры единиц и десятков. Какое из этих чисел больше и на сколько?

2) Напишите какое-нибудь трехзначное число и напишите другое число этими же цифрами, расположенными в обратном порядке. Какое из них больше и на сколько?

43. 1) Если к числу 383 приписать справа нуль, то на сколько единиц оно увеличится?

2) Если к числу 12 653 приписать справа нуль, то на сколько единиц оно увеличится?

44. 1) С помощью цифр 1 и 5 написать все возможные трехзначные числа.

2) Расположить в возрастающем порядке те трехзначные числа, которые можно написать цифрами 1, 4, 7 и 8, причем в одном числе не должно быть одинаковых цифр.

45. У мальчика от покупки осталась сдача: три монеты разного достоинства, всего на сумму 6 копеек. Каково достоинство каждой монеты?

Контрольное задание к § 1.

1) Какое из двух данных чисел больше и почему: 657 142 и 97 465?
2) Написать натуральное число, состоящее из 46 десятков и 3 единиц.
3) Число 6 581 записать в виде суммы разрядных единиц.
4) Сколько всего десятков тысяч содержит число 4 612 756?
5) Округлить числа: а) 845 721 до сотен тысяч; б) 147 682 до десятков; в) 46 152 до сотен.
6) Сколько всего шестизначных чисел?
7) Записать в римской нумерации число 1 964.
8) Привести примеры равночисленных множеств, каждое из которых характеризуется числом 10.

§2 СЛОЖЕНИЕ. ЗАКОНЫ СЛОЖЕНИЯ.

В природе и в жизни часто происходит объединение множеств. Возникает задача: найти численность объединенного множества, зная численности объединяемых множеств. Так, если в классе на уроках отсутствуют 4 человека и присутствуют на занятиях 35 человек, то можно установить число учащихся этого класса. Задача решается действием сложения: $35 + 4 = 39$.

Мы нашли численность объединенного множества, зная численности объединяемых множеств.

Рассмотрим еще задачу. «В классе три ряда парт. В первом ряду сидят 14 учащихся, во втором — 11 учащихся и в третьем — 14 учащихся. В этом классе учатся 24 девочки и 15 мальчиков. Сколько всего учащихся в этом классе?»

В условии задачи рассматривается пять множеств. Чтобы дать ответ на вопрос задачи, следует выбрать из этих пяти множеств те, которые не имеют *общих* элементов, и сложить численности только этих множеств.

Следует сложить или численности первых трех множеств ($14 + 11 + 14 = 39$), или сложить численности двух последних множеств ($24 + 15 = 39$). В классе 39 учащихся.

Сложением называется действие, при помощи которого находится сумма двух или нескольких чисел.

Нахождение суммы двух или нескольких слагаемых является первой основной задачей, которая решается сложением. Эта задача всегда имеет решение. Полученное при сложении число содержит столько единиц, сколько их содержат все числа-слагаемые вместе. **Сумму нескольких натуральных чисел всегда можно вычислить.** Если одно натуральное число обозначить a, другое b, то их сумму можно выразить натуральным числом $a + b$. Знак + читается *плюс* (что значит «больше»); он был введен в XV — XVI веках.

Рассмотрим еще одну задачу, которая решается также действием сложения.

З а д а ч а. Слесарь в первый день обработал 16 деталей, а во второй день обработал на 6 деталей больше. Сколько деталей обработал слесарь во второй день?

Для решения задачи нужно одно число (15) увеличить на 6 единиц: $15 + 6 = 21$.

Мы решили *вторую основную задачу на действие сложения: увеличить число на несколько единиц.* Полученное при сложении число также содержит столько единиц, сколько единиц содержат оба слагаемых вместе.

УПРАЖНЕНИЯ.

46. Решить следующие задачи и в каждой выделить основные, решаемые сложением. Правильность решения каждой задачи проверить вычислением на счетах.

1) СССР занимает 5 570 тыс. *кв. км* Европы и 16 833 тыс. *кв. км* Азии. Какую площадь занимает СССР?

2) Расстояние по железной дороге от Бреста до Москвы 1 099 *км* и от Москвы до Владивостока 9 234 *км*. Найти расстояние по железной дороге от Бреста до Владивостока.

47. 1) Расстояние от Земли до Луны составляет 380 тыс. *км*, а расстояние от Земли до Солнца на 149 620 тыс. *км* больше. Найти расстояние от Земли до Солнца.

2) Высота Эльбруса 5 633 *м*, а высота пика Ленина на 1 494 *м* больше. Найти высоту пика Ленина.

3) Самая высокая гора в Европе — Монблан имеет высоту 4 810 *м*, а гора Эверест в Азии выше Монблана на 4 072 *м*. Какова высота Эвереста?

4) Площадь бассейна Дона 429 777 *кв. км*, площадь бассейна Днепра 510 534 *кв. км*, а площадь бассейна Северной Двины 362 284 *кв. км*. Найти площадь бассейна Волги, если

она на 99 354 *кв. км* больше, чем площадь бассейна Дона, Днепра и Северной Двины, вместе взятых.

48. 1) Найти сумму наибольшего четырехзначного и наименьшего трехзначного натуральных чисел.

2) Число 1 750 увеличить на сумму чисел 14 009, 40 728 и 22 090.

3) Найти сумму всех натуральных чисел, заключенных между 31 и 43.

4) Найти сумму всех натуральных чисел, больших 25 и меньших 35.

49. По таблице подсчитать расходы на приобретенные ученические принадлежности:

Наименование	Стоимость	
	руб.	коп.
1. Портфели ученические	28	50
2. Тетради	2	80
3. Альбомы для рисования	1	20
4. Ручки с перьями	—	88
5. Карандаши простые	—	76
6. Карандаши цветные	5	45
7. Краски	1	80
8. Кисточки	1	00
9. Линейки ученические	—	36
10. Резинки	—	42
Итого		

Правильность решения проверьте на счетах.

1. Прибавление нуля. Мы знаем, что всегда можно вычислить сумму двух натуральных чисел a и b. Она равна натуральному числу $a + b$. Если вместо числа b возьмем число нуль, то получим сумму $a + 0$. Чему она равна? Может ли встретиться такая задача? Пусть с одной яблони собрали 105 *кг* яблок, а на второй яблоне плодов не было вовсе. Множество плодов на ней оказалось пустым, и численность его характеризуется числом нуль. Тогда общий урожай яблок с двух деревьев выразится суммой $105 + 0$.

Сумма натурального числа a и числа нуль равна числу a. т. е. $a + 0 = a$.

2. Законы сложения. Подсчитывая число учащихся класса, мы находили сумму 35 присутствующих на уроках учащихся и 4 отсутствующих: $35 + 4 = 39$. Но общее число учащихся класса можно было подсчитать в другом порядке: найти сумму 4 отсутствовавших и 35 присутствовавших: $4 + 35 = 39$. Сумма при обоих способах подсчета получается одна и та же: 39. Если мы находим численность объединенного множества, то получим одно и то же число независимо от того, в каком порядке будем складывать численности объединяемых множеств. Можно объединять элементы множества A с элементами множества B и можно, наоборот, объединять элементы множества B с элементами множества A. Если численность множества A обозначим числом a, численность множества B обозначим числом b, то численность объединенного множества выразится числом $a + b$ и $b + a$. В этом случае $a + b = b + a$. Это равенство выражает *переместительный закон действия сложения:*

Сумма не изменится от перемены мест слагаемых.

Сумму трех слагаемых можно найти различными способами. Например, нужно подсчитать число учащихся класса, если в первом ряду сидит a человек, во втором — b человек и в третьем — c человек. Можно сложить числа a и b и к сумме $a + b$ прибавить число c, получим:

$$a + b + c.$$

Можно к числу a прибавить число c и к сумме $a + c$ прибавить b, получим число:

$$a + c + b.$$

Наконец, можно, сложив числа b и c, к их сумме $b + c$ прибавить число a, получим:

$$b + c + a.$$

Общее число учащихся, сидящих за партами в классе, от способа подсчета не зависит. Поэтому:

$$(a + b) + c = (a + c) + b = a + (b + c).$$

Поставленные здесь скобки указывают порядок выполнения действий.

Полученное равенство выражает *сочетательный закон действия сложения.*

Чтобы сложить три слагаемых, можно вычислить сначала сумму двух первых и к ней прибавить третье слагаемое или найти сумму двух последних слагаемых и ее прибавить к первому.

Общая сумма трех слагаемых при этом получится одна и та же. Этот закон справедлив и для сложения большего числа слагаемых*.

3. Техника сложения чисел. Чтобы найти сумму двух однозначных чисел, нужно к первому числу прибавить столько единиц, сколько их имеется во втором слагаемом. Можно составить такую таблицу для сложения двух однозначных чисел.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2								
2	3	4							
3	4	5	6						
4	5	6	7	8					
5	6	7	8	9	10				
6	7	8	9	10	11	12			
7	8	9	10	11	12	13	14		
8	9	10	11	12	13	14	15	16	
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Например, сложим с помощью таблицы числа 7 и 4. На пересечении 7-й строки и 4-го столбца в таблице находим 11. Значит, $7 + 4 = 11$. Если нужно найти сумму $5 + 8$, то можно воспользоваться переместительным законом действия сложения: на пересечении 8-й строки и 5-го столбца находим сумму 13. Эту таблицу сложения однозначных чисел вы хорошо запомнили в начальных классах.

Сложение многозначного числа с однозначным основано на сочетательном законе действия сложения. Но и в этом случае сумма вычисляется устно.

Пусть нужно сложить числа 21 539 и 5. Представим первое слагаемое таким образом: $21\,530 + 9$, т. е. выделим единицы этого числа в отдельное слагаемое. Теперь найдем сумму:

$$21\,530 + 9 + 5 = 21\,530 + (9 + 5) = 21\,530 + 14 = 21\,544.$$

Все вычисления проводятся устно, без промежуточных записей, хотя последовательность вычислений такая, как это показано записями.

При сложении многозначных чисел также применяется сочетательный закон сложения. Чтобы вычислить сумму

* При сложении нескольких чисел можно несколько из них заменить их суммой и к ней прибавить остальные слагаемые. Например: $a + b + c + d = (a + c) + b + d$.

43 561 + 786, подписываем одно слагаемое под другим. Единицы одинаковых разрядов должны быть подписаны друг под другом. Получаем:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 43\,561 \\ 786 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Складываем слагаемые поразрядно, начиная с разряда единиц. Сумма единиц составляет 7. Число 7 пишем под чертой, в разряде единиц. Потом складываем десятки: $6 + 8 = 14$, 14 десятков составляют 1 сотню и 4 десятка. 4 пишем под чертой, в разряде десятков, а 1 сотню переносим в разряд сотен. Продолжая сложение, получим окончательно 44 347.

При сложении мы применили сочетательный закон действия сложения. Если каждое слагаемое записать в виде суммы его разрядных чисел и подписать слагаемые друг под другом поразрядно, то получим:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 4 \cdot 10\,000 + 3 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 1 \\ 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Из этой записи сразу видно, что при сложении этих чисел мы складываем однозначные числа в каждом разряде. Таким образом, при сложении многозначных чисел мы применяем сочетательный закон сложения.

Всегда следует проверять правильность вычислений. Сложение можно проверить, выполнив его повторно на счетах или применив переместительный закон действия сложения: изменить порядок слагаемых и снова вычислить их сумму. Проверьте правильность решения рассматриваемого примера на счетах.

Правильность вычисления суммы можно проверить *вычитанием*. Как это сделать? Если не догадаетесь об этом сейчас, то такая проверка будет дана при повторении действия вычитания.

Применение законов действия сложения позволяет проще вычислить сумму нескольких многозначных слагаемых. Приведем пример. Пусть требуется вычислить сумму:

$$15\,879 + 2\,456 + 121 + 8\,400.$$

Наметим план вычисления суммы, чтобы ее найти наиболее простым способом. Мы замечаем, что в 1-м и в 3-м слагаемых числа единиц в сумме составляют 10. Если посмотреть более внимательно, сколько единиц не хватает к 879 до 1 000, то окажется, что не хватает 121, то есть как раз 3-е слагаемое. Мысленно меняем местами 2-е и 3-е слагаемые:

$$15\,879 + 121 + 2\,456 + 8\,400.$$

Значение суммы при этом не изменится на основании переместительного закона сложения. Теперь применим сочетательный закон сложения и сложим сначала 1-е и 2-е слагаемые. Обозначим это скобками:

$$(15\,879 + 121) + 2\,456 + 8\,400 = 16\,000 + 2\,456 + 8\,400.$$

Сразу устно можно подсчитать общую сумму: 26 856. Проверьте на счетах правильность найденной суммы.

Иногда проверку можно делать при помощи округления слагаемых. Так, в приведенном примере можно округлить слагаемые до тысяч и вычислить сумму полученных приближенных чисел:

$$16 \text{ тыс.} + 2 \text{ тыс.} + 0 + 9 \text{ тыс.} = 27 \text{ тыс.}$$

Такое вычисление суммы называется *прикидкой*. Прикидка позволяет проверить только число разрядов в искомой сумме. Так, в сумме, полученной прикидкой, и в сумме, найденной точно, имеется в каждой по 5 разрядов. При вычислении суммы чисел число разрядов суммы одинаково с числом разрядов наибольшего по величине слагаемого или больше числа разрядов большего слагаемого.

Можно было округлить слагаемые до сотен. В этом случае прикидка также позволяет установить число разрядов в искомой сумме, при этом приближенное значение суммы будет меньше отличаться от точного ее значения.

УПРАЖНЕНИЯ.

50. Найти сумму данных чисел, пользуясь переместительным и сочетательным законами сложения. Проверить правильность сложения прикидкой и повторным сложением чисел на счетах:

1) а) $27 + 39 + 13 + 11$; б) $38 + 94 + 12 + 16$;
в) $49 + 29 + 87 + 31 + 13 + 51$;
г) $18 + 39 + 27 + 12 + 23$.

2) а) $54 + 28 + 13 + 12 + 16$; б) $116 + 37 + 43 + 14$;
в) $357 + 111 + 89 + 43$; г) $254 + 53 + 46 + 37$;

3) а) $272 + 543 + 457 + 528$;
б) $244 + 25 + 97 + 103 + 156$;

в) 2 608 + 529 + 271 + 392;

г) 1 116 + 704 + 258 + 884 + 296.

4) а) 10 556 + 8 074 + 9 444 + 926 + 1 000;

б) 1 720 + 863 + 280 + 137;

в) 1 927 + 798 + 465 + 202 + 473 + 135;

г) 13 075 + 931 + 1 064 + 2 069 + 10 025 + 2 036.

51. Вычислить каждую сумму устно:

1) 1 + 1; 270 + 1; 0 + 1; 0 + 0 + 0; 1 + 102;

2) 1 + 0; 1 + 1 473; 0 + 830; 0 + 1 + 0 + 2 + 0;

3) 5 386 + 0 + 714 + 0; 7 806 + (0 + 894).

52. Найти сумму чисел и проверить результат прикидкой и на счетах:

1) 4 098 + 1 765 + 7 908; 2) 7 509 + 12 078 + 9 067;

3) 15 728 + 4 987 + 3 751 + 7 309;

4) 10 087 + 3 445 + 5 684 + 7 889.

53. Не производя сложения, подсчитайте число разрядов суммы и назовите высший разряд каждой из данных сумм, после чего сделайте проверку вычислением на счетах.

1) 212 + 379 + 517; 2) 5 331 + 6 285 + 8 016;

3) 15 463 + 24 115 + 1 052; 4) 500 865 + 49 048 + 38 787.

54. 1) Если складывать два однозначных натуральных числа, каждое из которых меньше 5, то сумма будет однозначным натуральным числом. Обосновать.

2) Какое самое большое натуральное число может быть получено в сумме, если имеются два однозначных слагаемых? Обосновать, что таким числом является 18.

3) Показать при помощи графического изображения натуральных чисел справедливость переместительного закона сложения на примере 2 + 5.

55. 1) От лагеря до станции нужно пройти 2 *км* 800 *м* лесом, 1 *км* 200 *м* полем и 500 *м* вдоль железной дороги. Вычислить расстояние от лагеря до станции.

2) Найти площадь школьного участка, если здание занимает 980 *кв. м*, сад и огород — 2 *га* 40 *а*, двор со службами и постройками — 25 *а* и спортгородок — 1 200 *кв. м*.

3) Квартира состоит из трех комнат, кубатуры которых известны: 60 *куб. м* 130 *куб. дм*; 24 *куб. м* 880 *куб. дм* и 19 *куб. м* 470 *куб. дм*. Какова кубатура всей квартиры?

4) Рыбаки поймали 52 *кг* 800 *г* лещей, 26 *кг* 450 *г* язей и осетра весом 31 *кг* 500 *г*. Определить вес пойманной рыбаками рыбы.

56. 1) Ученик начал готовить уроки в 15 час. 20 мин. и затратил на их подготовку 2 часа 55 мин. Сколько было времени, когда он закончил подготовку уроков?

2) Экспедиция выехала 21 апреля в 14 час. 40 мин. и находилась в пути 12 сут. 20 час. 50 мин. Когда она прибыла к месту назначения.

3) После того как турист проехал 65 *км*, ему еще осталось проехать до места назначения 310 *км*. Какова длина всего пути?

4) Как вычислить: а) $7\,091 + (1\,819 + 509)$;
б) $(9\,073 + 1\,329) + 2\,671$?

Контрольное задание к § 2.

1) Придумайте по одной задаче на каждую из основных задач, решаемых сложением.

2) Вычислить наиболее удобным способом каждую из следующих сумм: а) $386 + 287 + 213 + 564$; б) $3\,057 + 1\,561 + 1\,513 + 829 + 2\,564$.

3) Число 14 359 увеличить на столько единиц, сколько всего сотен содержится в данном числе.

4) Какая сумма больше: $4\,096 + 5\,267 + 2\,307 + 625$ или $3\,805 + 6\,341 + 1\,911 + 216$?

5) Как можно быстро подсчитать сумму всех однозначных натуральных чисел?

§3 ВЫЧИТАНИЕ.

Часто из множества приходится выделять его часть. Например, в колхозе после уборки урожая выделяют часть на семена, а остальное идет на оплату трудодней колхозников и другие расходы. Если из множества элементов удалить некоторую часть его, то получится некоторый остаток. В связи с этим приходится решать такую задачу: зная численности данного множества и некоторой его части, найти численность множества-остатка. Задача решается действием *вычитания*.

Если из 125 вычесть 14, то остаток равен числу 111. Это записывается, как известно, таким образом:

$$125 - 14 = 111.$$

Знак вычитания «—» (минус) введен в XV — XVI веках и обозначает «меньше» (уменьшить).

Как называются числа при вычитании? Вычитание можно выполнить только при условии, что вычитаемое не больше уменьшаемого. Если удалить из множества все его элементы, то в остатке получится *пустое* множество: 125 − 125 = 0. Или, в общем виде, $a - a = 0$.

Задача, которую решаем вычитанием, показывает, что вычитание есть действие, обратное сложению. В самом деле, если сложить остаток (разность) и вычитаемое, то получится уменьшаемое. В нашем примере:

$$111 + 14 = 125.$$

Уменьшаемое 125 теперь есть сумма. Остаток 111 и вычитаемое 14 теперь — слагаемые. Таким образом, *при вычитании мы находим одно из слагаемых, зная сумму двух слагаемых и другое слагаемое. Это первая основная задача, решаемая вычитанием.*

Например, чему равно одно из слагаемых, если другое слагаемое 561 и их сумма 1 243?

Обозначим неизвестное слагаемое буквой x и запишем условие задачи следующим равенством:

$$561 + x = 1\,243.$$

Из него ясно видно, что следует найти одно из слагаемых по сумме и другому слагаемому.

$$x = 1\,243 - 561 = 682.$$

Действием вычитания можно решать и другую задачу.

Даны числа 75 и 121. Второе содержит больше единиц, чем первое. На сколько больше оно содержит единиц по сравнению с первым числом?

Чтобы решить задачу, нужно из 121 вычесть 75:

$$121 - 75 = 46.$$

Одновременно можно сказать, что 75 меньше 121 на 46. Мы решили *вторую задачу на вычитание: узнать, на сколько одно число больше или меньше другого.*

Наконец, вычитанием решается и еще одна задача: *уменьшить число на несколько единиц.* Например, чтобы уменьшить 420 на 48, нужно выполнить вычитание:

$$420 - 48 = 372.$$

Таким образом, вычитанием решаются три основные задачи.

УПРАЖНЕНИЯ.

При решении выделить виды основных задач, решаемых вычитанием. Вычисление разности проверить на счетах.

57. 1) Площадь Азии 41 839 000 *кв. км*, площадь Африки на 11 998 000 *кв. км* меньше, площадь Антарктиды меньше площади Африки на 15 841 000 *кв. км*, а площадь Европы на 2 391 000 *кв. км* меньше площади Антарктиды. Найти площади Африки, Антарктиды и Европы.

2) В Мировом океане Филиппинская впадина имеет глубину 10 540 *м*, а у Марианских островов имеется глубина в 10 863 *м*. На сколько Марианская впадина глубже Филиппинской?

58. 1) Население СССР в 1959 г. составляло 208 826 тыс. человек. В городах проживало 99 782 тыс. человек. Сколько человек проживало в сельской местности и на сколько человек на селе было больше, чем в городах?

2) В питомнике на площади 2 *га* 76 *а* 50 *кв. м* посадили смородину, малину и крыжовник. Под смородину заняли 84 *а* 60 *кв. м*, под малину 1 *га* 32 *а* 70 *кв. м*. На какой площади был посажен крыжовник?

59. 1) Станок весил 2 *т* 224 *кг*. Одна из его частей была облегчена на 142 *кг*, другая на 96 *кг*. Сколько весит станок облегченного типа?

2) В Ленинграде 22 декабря солнце восходит в 9 час. 2 мин. и заходит в 14 час. 56 мин., а 22 июня оно восходит в 2 часа 37 мин. и заходит в 21 час. 27 мин. Какова продолжительность самого длинного и самого короткого дней в Ленинграде и на сколько один короче другого?

60. 1) Какое число нужно добавить к 50 899, чтобы получить 80 000?

2) Найти x, если а) $x + 546 = 621$;

б) $5\,894 + x = 6\,282$.

3) К какому числу нужно добавить 37 528, чтобы их сумма составила 87 316?

1. Техника вычитания. Легко вычесть однозначное число из однозначного: отсчитываем последовательно от уменьшаемого все единицы вычитаемого.

Рассмотрим вычитание однозначного числа из двузначного. Например, из 12 вычтем 7: $12 - 7 = 5$. Как найти остаток 5? Можно и в этом случае от 12 отсчитывать последовательно по 1 семь раз. Можно сделать иначе. В уменьшаемом в разряде единиц имеется 2. Вычтя 2 единицы, следует еще из оставшегося десятка вычесть 5. Следовательно, окончательно останется 5. Можно выполнить вычитание и еще одним способом. Поставим вопрос: сколько единиц нужно добавить к вычитаемому 7, чтобы получить 10? Нужно добавить 3. Значит, если из 10 вычесть 7, то остаток будет равен 3. Да еще в уменьшаемом имеется 2 единицы в первом разряде. Следовательно, искомая разность составит 5.

Вычитание многозначных чисел сводится к вычитанию однозначного числа из двузначного второго десятка. Пусть требуется вычислить разность: 5 731 − 2 984. Подписываем поразрядно вычитаемое под уменьшаемым и так же, как при сложении, делаем прикидку для разности. Округлив уменьшаемое и вычитаемое до тысяч, найдем, что разность приближенно равна 3 000. Вычислим точное значение разности.

$$\begin{array}{r} \dot{5}\,\dot{7}\dot{3}1 \\ -\;2\,984 \\ \hline 2\,747 \end{array}$$

Начинаем вычитание с разряда единиц. Занимаем в уменьшаемом один десяток и из 11 единиц вычитаем 4. Получим 7 — первый разряд искомой разности. Переходим к вычитанию десятков. Из 2 вычесть 8 нельзя. Занимаем в уменьшаемом сотню. Получим 12 десятков и, вычитая 8, получим 4; это второй разряд — число десятков искомой разности. Продолжая так же вычитание в других разрядах, найдем искомую разность 2 747. Чтобы не забыть учесть занятые единицы в разрядах уменьшаемого, можно над ними ставить точки. Но это не обязательно.

2. Вычитание на счетах. Вычитание на счетах производится со старших разрядов. Отложив на счетах уменьшаемое 5 731, вычитаем непосредственно из 5 тысяч 2 тысячи, сбрасывая 2 косточки в разряде тысяч. В разряде сотен только 7 косточек, а надо сбросить 9 косточек. В этом случае сбрасываем одну косточку в разряде тысяч. Это значит, мы вычли 10 сотен. Нам нужно было вычесть только 9 сотен; мы вычли одну лишнюю сотню. Эту лишнюю сотню добавляем в разряде сотен, прибавив одну косточку к 7. В разряде сотен стало 8 косточек. В разряде десятков повторяется то же самое: имея 3 косточки, нельзя вычесть 8. Сбросим 1 косточку в разряде сотен. Это значит мы вычли 10 десятков, т. е. вычли 2 лишних десятка; их прибавим в разряде десятков. Получим в разряде десятков 5 косточек. Наконец, сбросим 1 косточку в разряде десятков; мы вычли 10 единиц, вместо 4, т. е. вычли лишних 6 единиц; эти 6 единиц прибавим к уменьшаемому в разряде единиц. В разряде единиц получится $1 + 6 = 7$ косточек. Всего получится 2 747. Посмотрите, как кассир в магазине считает, выдавая сдачу.

3. Проверка вычитания. Первый способ проверки правильности вычисленной разности вытекает из определения вычитания: если к разности прибавим вычитаемое и получим уменьшаемое, то можно считать, что вычитание выполнено правильно. Таким образом, вычитание можно проверить *сложением*. Проверим правильность вычитания сложением в предыдущем примере, выполнив сложение на счетах.

Вычитание можно проверить *вычитанием*. Для этого нужно из уменьшаемого вычесть разность; если в результате получится вычитаемое, то можно считать вычитание выполненным правильно. Проверьте тот же пример на счетах, выполняя вычитание разности из уменьшаемого.

УПРАЖНЕНИЯ.

61. Выполнить вычитание. Проверить, правильно ли вычислена разность. Каждый пример решить письменно и на счетах:

1) из 62 019 вычесть 50 053; 2) из 37 867 вычесть 14 974;
3) из 80 401 вычесть 69 884; 4) из 1 071 123 вычесть 302 759;
5) 100 100 − 89 476; 6) 220 140 521 − 7 809 069;
7) 700 104 − 617 080; 8) 5 001 274 − 1 257 358.

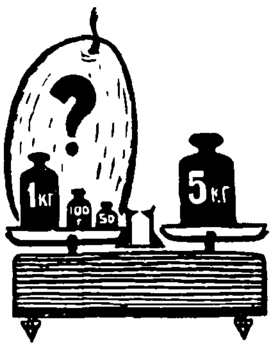
62. 1) На сколько сумма 53 067 + 72 459 + 5 040 больше суммы 46 054 + 70 601?

2) На сколько сумма 441 077 + 15 924 больше разности слагаемых этой суммы?

63. 1) В магазине было 13 780 *м* ситца и 2 480 *м* полотна. Ситца продали 12 345 *м*, а полотна 876 *м*. Чего осталось больше и на сколько метров?

2) По переписи 1926 г. городское население СССР составляло 26 316 400 человек, сельское — 120 711 500. На 1 января 1933 г. городское население возросло до 39 789 200 человек, а сельское — до 126 009 200. В городе или в селе прирост населения больше и на сколько человек?

64. 1) На чашке весов лежит дыня и гири весом 1 *кг* 150 *г*. На другой чашке лежит гиря 5 *кг*. Сколько весит дыня?



2) Кассир получил 3 рубля и выдал чек на сумму 2 руб. 37 коп. Сколько он должен дать сдачи?

4. Сложение и вычитание совместно. Рассмотрим задачу. Отряд туристов вышел в поход на расстояние 25 *км*. До первого привала туристы прошли 10 *км*, до второго — 8 *км*. Сколько километров им осталось пройти после второго привала?

Чтобы дать ответ на вопрос задачи, нужно последовательно из 25 вычесть 10 *км* и еще 8 *км*. Но можно поступить иначе; сначала сложить 10 и 8 и сумму вычесть из 25. В первом случае решение можно записать так: $25 - 10 - 8 = 7$. Во втором случае решение запишется так: $25 - (10 + 8) = 7$. Чтобы показать, что вычитаем сумму двух чисел, заключаем эту сумму в скобки. Скобки показывают, что сначала нужно выполнить сложение, а потом полученную сумму вычесть из 25. Сложение и вычитание выполняются в порядке их следования: слева направо. Если же порядок выполнения действий сложения и вычитания другой, то ставятся скобки. В этом случае, как правило, сначала выполняются действия в скобках.

Сложение и вычитание называются действиями *первой ступени*.

УПРАЖНЕНИЯ.

65. Выполнить указанные действия, проверив правильность вычислений на счетах:

1) $103\,451\,721 - (98\,501\,000 - 49\,687\,532)$;
2) $205\,807 - (87\,000 - 49\,652) - 50\,000 - 8\,657$;
3) $1\,480 + 520 + (2\,871 - 1\,983) - (1\,000 - 897)$;
4) $9\,000\,000 - 3\,897\,631 - 1\,000\,000 - (809\,700 - 570\,442)$.

66. Вычесть суммы наиболее простым способом:

1) $1\,037 - (425 + 389)$; 2) $17\,037 - (6\,584 + 9\,037)$;
3) $53\,884 - (8\,307 + 9\,816 + 16\,284)$;
4) $20\,376 - (6\,005 + 7\,047 + 5\,176)$.

67. Найти неизвестное число x:

1) $100\,000 - x = 25\,609$; 2) $15\,036 - x = 7\,204$;
3) $x - 9\,987\,768 = 25\,631$; 4) $x - 758\,951 = 446\,728$;
5) $75\,883 - (31\,200 + x) = 909$;
6) $(5\,316 - x) - 3\,871 = 419$.

68. 1) Проверить правильность равенств:

а) $2\,187 - (935 + 478) = 1\,974 - (583 + 617)$;
б) $932 - 454 - 381 = 491 + 217 - 611$.

2) Проверить правильность неравенств:

а) $45 + 761 < 54 + 800$; б) $615 - 241 > 142 + 49$;
в) $542 - 137 < 658 - 438$.

69. 1) Два поезда выходят одновременно навстречу один другому из пунктов A и B. Скорость поезда из A равна 60 *км* в час, а из B — 70 *км* в час. На какое расстояние каждый час сближаются поезда?

2) Два поезда вышли одновременно из пункта A в пункт B. Один поезд идет со скоростью 130 *км* в час, а другой — со скоростью 90 *км* в час. Каково будет расстояние между поездами через час после выхода из A?

70. 1) Собака гонится за зайцем. Скорость зайца — 12 *м* в секунду, а скорость собаки — 15 *м* в секунду. На сколько метров в секунду собака приближается к зайцу?

2) По реке, скорость течения которой 5 *км* в час, плывет плот. Катер, скорость которого 25 *км* в час, догнал плот. На какое расстояние каждый час плот будет отставать от катера?

Контрольное задание к § 3.

1) Составьте задачу, в которой требовалось бы уменьшить число на несколько единиц.

2) Составьте задачу, в которой требовалось бы узнать, на сколько одно число больше другого.

3) Что больше: 456 713 — (60 874 + 208 115) или 520 611 — (471 020 — — 107 934) и на сколько?

4) Если к задуманному числу прибавить 504 и сумму уменьшить на 297, то получится 311. Какое число задумано?

5) Как более просто сделать вычисления в примерах:

а) 1 076 — (541 + 276); б) 24 311 — 9 850 — 10 611?

§4 УМНОЖЕНИЕ. ЗАКОНЫ УМНОЖЕНИЯ.

Очень часто приходится рассматривать объединение нескольких равночисленных множеств в одно. Численность полученного множества можно найти действием сложения. Но в математике в этом случае вводится особое действие, чтобы решить задачу быстрей, более просто.

Рассмотрим задачу: «Завод каждый день выпускает по 24 машины. Сколько машин выпустит завод за неделю?»

Для решения задачи нужно найти сумму шести одинаковых слагаемых: $24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 = 144$. Чтобы упростить решение подобных задач, введено особое действие — умножение.

Умножением называется сложение одинаковых слагаемых.

При умножении каждое из слагаемых называется *множимым*, число слагаемых — *множителем*, а сумма называется *произведением*. Для обозначения действия умножения пользуются следующими обозначениями: «$\times$» или «$\cdot$». Первый знак введен в Англии в XVII веке; в настоящее время чаще применяют точку, которая как знак для умножения была введена также в XVII веке. Рассмотренную задачу можно записать так: $24 \cdot 6 = 144$. Множимое и множитель часто называют *сомножителями*.

1. Основные задачи на умножение. *Первая основная задача, решаемая умножением,* вытекает из определения этого действия: *найти сумму двух или нескольких одинаковых слагаемых.* Такие задачи приходится решать часто.

Вторая основная задача, решаемая действием умножения, также вытекает из определения этого действия: *увеличить число в несколько раз.* Действительно, когда находится сумма равных слагаемых, то ищется число, содержащее во столько раз больше число единиц, чем в слагаемом, сколько имеется равных слагаемых. Так 144 содержит в 6 раз больше единиц, чем число 24.

УПРАЖНЕНИЯ.

Решите задачи; какую основную задачу на умножение представляет каждая из них.

71. 1) Заменить сложение умножением: а) $7 + 7 + 7 + 7$; б) $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$.

2) Заменить умножение сложением: а) $5 \cdot 3$; б) $9 \cdot 6$; в) $5 \cdot 4$.

72. 1) Пульс здорового человека делает приблизительно 75 ударов в минуту. Сколько ударов сделает пульс за час? за сутки? за год?

2) Наблюдатель заметил, что через 14 сек., после того как блеснула молния, послышался удар грома. На каком расстоянии от наблюдателя происходила гроза, если скорость звука 330 *м* в секунду?

73. 1) Турист прошел 24 *км*. Сколько километров проехал бы за то же время верховой, если бы за каждый час он проезжал расстояние в 3 раза большее, чем проходил турист?

2) Одна сова уничтожает за лето до 1 000 полевых мышей — вредителей полей. Сколько зерна за лето сохранят 4 совы, если одна полевая мышь за лето уничтожает 1 *кг* зерна?

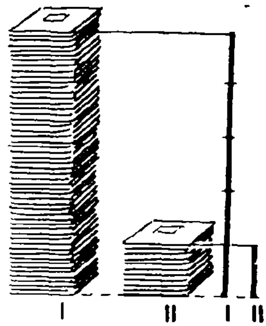
З а д а ч а. Сумма двух чисел равна 352. Одно из них оканчивается нулем. Если нуль зачеркнуть, то получится другое число. Найти эти числа.

Прежде чем решать задачу, приведите пример таких двух чисел, о которых говорится в условии. Постараемся определить, во сколько раз одно из искомых чисел больше другого? Возьмем произвольное число, например 12. Припишем к нему справа нуль. Получим 120. Оно больше 12 в 10 раз. Обратно, если в записи числа 120 зачеркнуть нуль, то какое число будет записано оставшимися цифрами? Во сколько раз уменьшилось число? Условие данной задачи можно теперь изложить следующим образом: «Сумма двух натуральных чисел 352. Одно из них в 10 раз больше другого. Найти эти числа».

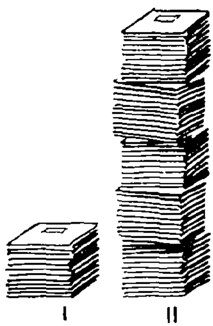
Если бы числа были равны, то задача решалась бы просто, так как было бы одно неизвестное число. В данной задаче числа не равны, и поэтому нужно найти два неизвестных числа. Будем эту задачу заменять другой, в которой было бы только одно неизвестное число. Два неизвестных числа вместе содержат 352 единицы. Примем за единицу счета меньшее из неизвестных чисел. Сколько таких единиц составит теперь большее неизвестное число? Оно в 10 раз больше меньшего и поэтому оно составит 10 таких же единиц, так как $1 \cdot 10 = 10$. Сколько единиц составят теперь оба числа вместе? $1 + 10 = 11$. Но на эти 11 единиц счета приходится число 352. Таким образом, можно узнать, сколько единиц приходится на одну единицу счета: $352 : 11 = 32$. Но за единицу счета мы приняли меньшее неизвестное число. Следовательно, меньшее неизвестное число равно 32. Большее неизвестное число составит $32 \cdot 10 = 320$. Большее число можно найти вычитанием: $352 - 32 = 320$.

Ответ. Одно число 32, другое — 320.

Рассмотрим еще задачу: «Теплоход «Метеор» и катер проходят вместе 100 *км* в час. «Метеор» проходит в час расстояние в 3 раза большее, чем катер. Сколько километров в час проходит каждый из них?»



Для решения задачи нужно найти два неизвестных различных числа. Примем меньшее из них — расстояние, проходимое в час катером, за единицу счета. Тогда «Метеор» пройдет за час расстояние, равное трем таким единицам: $1 \cdot 3 = 3$. Теперь на 100 *км* приходится $1 + 3 = 4$ таких единицы счета. Поэтому можно узнать, сколько приходится на каждую единицу счета: $100 : 4 = 25$. Так как за единицу счета была принята скорость катера, то, значит, скорость катера составляет 25 *км* в час, а «Метеор» проходит в час $25 \cdot 3 = 75$ (*км*). Можно было скорость «Метеора» найти иначе: $100 - 25 = 75$.



УПРАЖНЕНИЯ.

Решить следующие задачи:

74. 1) В двух пачках 600 тетрадей. Сколько тетрадей в каждой пачке, если в одной в 5 раз больше, чем в другой?

2) На трех полках расположены книги так, что на 2-й полке книг вдвое больше, чем на 1-й, а на 3-й втрое больше, чем на 2-й. Сколько книг лежит на каждой полке, если на всех вместе имеется 342 книги?

75. 1) Картина с рамой стоит 19 руб. 80 коп., причем картина дороже рамы в 10 раз. Сколько стоит картина и сколько стоит рама?

2) Стакан с подстаканником стоят 2 руб. 52 коп., причем стакан в 6 раз дешевле подстаканника. Сколько стоит стакан и сколько подстаканник?

76. 1) Сумма двух чисел 144. Одно из слагаемых в 7 раз больше другого. Найти каждое слагаемое.

2) Сумма двух чисел равна 729. Первое слагаемое в 8 раз меньше второго. Чему равно каждое?

77. 1) Уменьшаемое в 4 раза больше вычитаемого, а разность равна 738. Найти уменьшаемое и вычитаемое.

2) Вычитаемое в 6 раз меньше уменьшаемого. Разность их равна 10 385. Найти уменьшаемое и вычитаемое.

2. Особые случаи умножения. Чему равно произведение натурального числа на 1? При решении предыдущих задач мы видели, что при умножении на 1 множимое не изменяется. Нужно иметь в виду, что, умножая число на 1, например $18 \cdot 1$, нельзя 18 повторить слагаемым один раз: такая задача смысла не имеет. В этом случае принимается $18 \cdot 1 = 18$.

Любое натуральное число a, умноженное на 1, в произведении дает само число a:

$$a \cdot 1 = a.$$

Остается еще рассмотреть умножение натурального числа на нуль, например $5 \cdot 0$. 5 нельзя взять слагаемым нуль раз: вопрос смысла не имеет. В этом случае произведение считается равным нулю: $5 \cdot 0 = 0$. Так же считается и $0 \cdot 0 = 0$. С этими особыми случаями вы встречались при умножении многозначных чисел. Теперь можно отметить, что действие умножения, как и действие сложения, всегда выполнимо.

3. Законы умножения. Действие умножения обладает теми же законами, что и сложение. Легко можно убедиться в справедливости *переместительного закона умножения.* Например, можно проверить, что $45 \cdot 12 = 12 \cdot 45$. Действительно,

$$45 \cdot 12 = \underbrace{45 + 45 + 45 + \ldots + 45}_{12 \text{ слагаемых}} = 540.$$

45 единиц содержатся в каждом слагаемом, а этих слагаемых 12. Но

$$12 \cdot 45 = \underbrace{12 + 12 + 12 + 12 + \ldots + 12}_{45 \text{ слагаемых}} = 540;$$

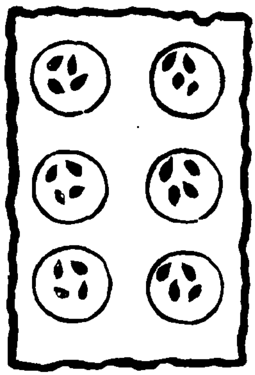
теперь каждое слагаемое содержит 12 единиц, но число слагаемых 45. Общее число единиц — одно и то же: 540. Таким образом, для любых натуральных и целых чисел a и b справедливо равенство:

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

От перемены мест сомножителей произведение не изменяется.

Для действия умножения справедлив и *сочетательный закон.*

Чтобы вычислить произведение трех сомножителей, можно найти произведение двух из них и умножить его на третий сомножитель.



Например, чтобы вычислить произведение $4 \cdot 3 \cdot 2$, можно умножить $4 \cdot 3 = 12$ и потом $12 \cdot 2 = 24$. Но можно сначала умножить $3 \cdot 2 = 6$ и потом $6 \cdot 4 = 24$. Наконец, можно перемножить $4 \cdot 2 = 8$ и потом $8 \cdot 3 = 24$. Во всех случаях произведение получится одно и то же. Действительно, пусть на грядке посажены семена тыквы в два ряда по три круга в ряду, причем в каждый круг посадили по 4 семени. Сколько всего семян тыквы высажено? В каждый круг положено 4 семени и в одном ряду 3 круга. Значит, в один ряд высеяно $4 \cdot 3 = 12$ семян. Но рядов два; значит, всего высеяно $12 \cdot 2 = 24$ семени. Можно подсчет провести иначе. На грядке получилось 3 полосы по 2 круга в каждой. В одну полосу высеяно $4 \cdot 2 = 8$ семян; всего же на грядке полос 3. Значит, всего высеяно $8 \cdot 3 = 24$ семени. Таким образом, для любых трех натуральных чисел a, b и c справедливы равенства:

$$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot c) \cdot b.$$

Сочетательный закон умножения справедлив для любого числа сомножителей.

Весьма важное значение имеет *третий закон умножения — распределительный*. Рассмотрим задачу: «Коля, Ваня и Маша каждый получили от мамы по 2 яблока, по 5 слив и по 4 банана. Сколько всего штук фруктов получили все дети?»

Как можно подсчитать общее число полученных фруктов?

1-й способ. Сначала можно узнать, сколько штук фруктов получил один ребенок: $2 + 5 + 4$ — и потом это число увеличить в 3 раза; получится:

$$(2 + 5 + 4) \cdot 3.$$

2-й способ. Можно сначала подсчитать, сколько все дети получили яблок, сколько получили слив и сколько бананов; получим:

$$2 \cdot 3 + 5 \cdot 3 + 4 \cdot 3.$$

Общее число полученных детьми фруктов от способа подсчета не зависит; можно составить такое равенство:

$$(2 + 5 + 4) \cdot 3 = 2 \cdot 3 + 5 \cdot 3 + 4 \cdot 3.$$

Это равенство выражает *распределительный* закон умножения относительно сложения.

Чтобы умножить сумму на число, можно умножить на это число каждое слагаемое и полученные произведения сложить.

Запишем распределительный закон в общем виде. Пусть имеется сумма $a + b$. Надо ее умножить на число c. Получим равенство:

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c.$$

4. Техника умножения. Для умножения однозначных чисел вы знаете таблицу умножения, которую изучали в начальных классах. Ее необходимо было запомнить, чтобы каждый раз не заменять умножение сложением равных чисел, а сразу писать произведение. Мы приведем часть таблицы умножения однозначных чисел; однако с ее помощью можно находить произведение двух любых однозначных чисел. Такое упрощение возможно на основании переместительного закона умножения.

Таблица произведений однозначных чисел

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1								
2	2	4							
3	3	6	9						
4	4	8	12	16					
5	5	10	15	20	25				
6	6	12	18	24	30	36			
7	7	14	21	28	35	42	49		
8	8	16	24	32	40	48	56	64	
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Этой таблицей пользоваться следует так же, как и таблицей сложения. Таблицу умножения называют *таблицей Пифагора,* по имени греческого математика, жившего в VI веке до н. э.

Рассмотрим умножение многозначного числа на однозначное. Например, вычислим произведение $417 \cdot 3$. Произведение многозначного числа на однозначное вычисляется на основании распределительного закона умножения. Множимое представим как сумму его разрядных чисел:

$$417 = 4 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 7.$$

Эту сумму и умножаем на 3, пользуясь распределительным законом умножения: сначала умножаем $7 \cdot 3 = 21$; 1 пишем в разряд единиц, а 2 десятка запоминаем. Потом умножаем на 3 десятки множимого: $1 \cdot 3 = 3$. 3 десятка да 2 получились при перемножении единиц, поэтому всего десятков в произведении 5. Наконец, умножаем 4 сотни на 3, получим 12 сотен, или 1 тысячу и 2 сотни. Произведение: $417 \cdot 3 = 1\,251$. Особая форма принятой записи не требует представления множимого в виде суммы разрядных его чисел.

Так же перемножаются и многозначные числа: множитель тоже рассматривается как сумма его разрядных чисел. В этом случае приходится выписывать промежуточные произведения множимого на каждое разрядное число множителя. Чтобы вычисления при перемножении чисел выполнять быстрее и легче, в практической работе пользуются специально составленными таблицами умножения. Приведем таблицу умножения двузначных чисел на 48 (см. стр. 48).

	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0	0	480	960	1440	1920	2400	2880	3360	3840	4320
1	48	528	1008	1488	1968	2448	2928	3408	3888	4368
2	96	576	1056	1536	2016	2496	2976	3456	3936	4416
3	144	624	1104	1584	2064	2544	3024	3504	3984	4464
4	192	672	1152	1632	2112	2592	3072	3552	4032	4512
5	240	720	1200	1680	2160	2640	3120	3600	4080	4560
6	288	768	1248	1728	2208	2688	3168	3648	4128	4608
7	336	816	1296	1776	2256	2736	3216	3696	4176	4656
8	384	864	1344	1824	2304	2784	3264	3744	4224	4704
9	432	912	1392	1872	2352	2832	3312	3792	4272	4752

Проверьте с помощью таблицы произведения чисел: $48 \cdot 9$; $48 \cdot 17$; $48 \cdot 99$; $785 \cdot 48$.

Составьте таблицу произведений двузначных чисел на 57.

Умножение двузначных чисел проще производить, не записывая промежуточных произведений. Пусть нужно вычислить произведение $57 \cdot 48$. Подписываем сомножители как обычно, но промежуточные произведения не записываем, а пишем только окончательное произведение $\begin{array}{r}57\\48\end{array}$. Умножаем $7 \cdot 8 = 56$; 6 единиц пишем в произведение, а 5 десятков запоминаем. Потом множим «крест на крест»: $4 \cdot 7$ и $5 \cdot 8$; получим в каждом из этих произведений 28 и 40 десятков, в сумме 68 да еще 5 десятков, всего десятков 73; 3 десятка пишем в произведение, в разряд десятков, а 7 сотен запоминаем. Наконец, перемножаем десятки: $5 \cdot 4 = 20$. Получили 20 сотен, да еще было 7; всего сотен 27, которые и пишем в произведение. Всего получаем 2 736. Следовательно, $57 \cdot 48 = 2\,736$.

При умножении целесообразно делать предварительно прикидку, чтобы знать приближенное значение произведения. Так, округлив сомножители в предыдущем примере, получим $60 \cdot 50 = 3\,000$; значит, произведение $57 \cdot 48$ должно содержать 4 разряда и будет равно около 3 000. В произведении двух чисел получается столько разрядов, сколько их имеется в обоих сомножителях **вместе или на один разряд меньше. Это также может служить проверкой при решении примеров.**

УПРАЖНЕНИЯ.

78. 1) Вычислить произведение, записав решение в строку. Подсчитать сначала прикидкой число разрядов произведения и оставить соответствующее место для записи произведения. Правильность вычислений проверить на счетах:

а) $2\,636 \cdot 4$; б) $1\,473 \cdot 2$; в) $3\,846 \cdot 3$; г) $65\,038 \cdot 5$.

2) Вычислить произведение письменно и сделать проверку на основе переместительного закона умножения. Сначала прикидкой установить число разрядов произведения:

а) $558 \cdot 16$; б) $354 \cdot 24$; в) $473 \cdot 38$; г) $682 \cdot 45$.

79. 1) Вычислить устно: $3\,257 \cdot 100$; $978 \cdot 10\,000$; $1 \cdot 724$; $0 \cdot 65$; $8\,750 \cdot 1\,000$; $1 \cdot 0$; $1\,485 + (137 - 136)$; $539 - 0 \cdot (434 + 271)$.

2) Вычислить письменно: $276\,895 \cdot 687$; $67\,059 \cdot 809$; $40\,057 \cdot 7\,010$; $71\,050 \cdot 7\,002$; $198\,756 \cdot 178$; $47\,072 \cdot 4\,060$.

80. Выполнить умножение:

1) 5 *м* 8 *дм* 9 *см* · 7; 2) 1 *км* 335 *м* · 4;
3) 15 *кв. дм* 37 *кв. см* 60 *кв. мм* · 6;
4) 3 *кв. м* 54 *кв. дм* 28 *кв. см* · 12;
5) 26 *куб. дм* 254 *куб. см* 830 *куб. мм* · 3;
6) 12 *куб. м* 328 *куб. дм* 700 *куб. см* · 15;
7) 3 *кг* 875 *г* · 8; 8) 2 *т* 8 *ц* 45 *кг* · 25;
9) 6 час. 40 мин. 16 сек. · 8; 10) 2 часа 55 мин. · 20.

81. 1) Проверить справедливость равенств:

а) $78 \cdot 6 = 6 \cdot 78$; б) $307 \cdot 18 = 18 \cdot 307$;
в) $(25 + 35) \cdot 7 = 60 \cdot 7$; г) $(25 + 35) \cdot 7 = 25 \cdot 7 + 35 \cdot 7$;
д) $2 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 7 \cdot 5 = 5 \cdot 2 \cdot 7 = 5 \cdot 7 \cdot 2 = 7 \cdot 2 \cdot 5 = 7 \cdot 5 \cdot 2$.

2) Проверить справедливость неравенств:

а) $705 \cdot 43 > 698 \cdot 39$; б) $895 \cdot 601 > 734 \cdot 346$;
в) $6\,549 \cdot 12 > 8\,125 \cdot 9$; г) $9\,001 \cdot 52 > 10\,004 \cdot 16$.

82. Умножить наивыгоднейшим способом, используя законы умножения:

1) $2 \cdot 13 \cdot 5$;	2) $2 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 5$;	3) $4 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 5$;
4) $25 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 11$;	5) $28 \cdot 99$;	6) $198 \cdot 7$;
7) $495 \cdot 8$;	8) $32 \cdot 999$;	9) $16 \cdot 499$;
10) $(12 + 35) \cdot 2$;	11) $(40 + 7) \cdot 3$;	12) $664 \cdot 9$.

Указание. Пример 5-й решите следующим образом:

$$28 \cdot 99 = 28 \cdot (100 - 1) = 28 \cdot 100 - 28 \cdot 1 = 2\,800 - 28 = 2\,772.$$

Проверьте правильность решения, используя сокращенный способ умножения двузначных чисел.

5. Сложение, вычитание и умножение. Умножение относится к действиям второй ступени. Если над числами приходится выполнять действия первой ступени и умножение, то сначала умножают те числа, между которыми стоит знак умножения. После этого выполняют действия первой ступени в порядке следования, слева направо. Например, если нужно вычислить:

$$89 \cdot 17 + 108 \cdot 14 - 99 \cdot 18,$$

то выполнять действия следует в таком порядке:

1) $89 \cdot 17 = 1\,513$; 2) $108 \cdot 14 = 1\,512$; 3) $99 \cdot 18 = 1\,782$; 4) $1\,513 + 1\,512 = 3\,025$ и 5) $3\,025 - 1\,782 = 1\,243$.

Ответ. 1 243.

Можно было бы после первого и второго действий выполнить четвертое; потом выполнить третье (умножение) и, наконец, пятое (вычитание). Иногда в примерах встречаются скобки. При наличии скобок сначала, как правило, выполняют действия в скобках.

УПРАЖНЕНИЯ.

83. Выполнить указанные действия:

1) $(807 - 527) \cdot 63$ (решить двумя способами);
2) $(840 + 357) \cdot (527 + 481)$; 3) $840 + 357 \cdot 527 + 481$;
4) $(840 + 357) \cdot 527 + 481$; 5) $(89 + 77) \cdot 47$ (решить двумя способами);
6) $405 + 451 \cdot 75 - (729 - 642)$;
7) $79 \cdot 68 + [1\,400 - (777 - 687) \cdot 5] \cdot 96$;
8) $78 \cdot 607 - 19 \cdot 97 + 904 \cdot (2\,081 - 1\,978)$;
9) $805\,001 + [908 \cdot 307 - 65 \cdot (403 - 289)] - 205 \cdot 78$;
10) $(986 - 800) \cdot 19 + (1\,007 - 965) \cdot 14 - 48 \cdot 16$;
11) $1\,027 - 428 - 17 \cdot 18 - (78 - 56) \cdot 9$;
12) $(9\,867 + 76\,535) \cdot 105 - 96 + 78 \cdot (1\,080 - 789)$.

84. 1) Поезд выходит из Москвы в 10 час. 40 мин. и приходит в Рязань в 14 час. 40 мин., проходя по 51 *км* в час. Найти расстояние от Москвы до Рязани.

2) Из Москвы и Саратова одновременно выходят два поезда навстречу друг другу. Первый делает 41 *км* в час, а второй — 47 *км* в час. Каково будет расстояние между поездами через 9 час. после выхода, если расстояние от Москвы до Саратова 892 *км*?

85. 1) В резервуар проведены две трубы: через первую втекает 30 ведер в минуту, а через вторую вытекает 840 ведер в час.

Если открыть обе трубы, то пустой резервуар наполнится через 12 час. Какова вместимость резервуара?

2) Из 1 *куб. м* древесины можно получить 165 *кг* искусственного волокна, а из него можно изготовить 1 500 *м* ткани или 4 000 пар чулок. Сколько искусственного волокна, ткани или чулок можно изготовить из 24 *куб. м* древесины? Сколько хлопка или шелковичных коконов может заменить 24 *куб. м* древесины, если 1 *куб. м* ее заменяет хлопок, собираемый с 50 *а*, или шелк с 320 000 шелковичных коконов?

86. 1) Который теперь час, если прошедшая часть суток в 3 раза меньше оставшейся?

2) Который теперь час, если оставшаяся часть суток в 2 раза меньше прошедшей?

3) По данному рисунку составьте задачу и решите ее.

6. Произведение равных сомножителей. Если перемножаются несколько одинаковых чисел, то их произведение принято записывать более коротко следующим образом: пишется сомножитель, а вверху, справа от него указывается, сколько раз этот сомножитель повторяется. Так, если сторона квадрата 12 *см*, то его площадь равна $12 \cdot 12$ *кв. см*. Это произведение короче записывается так: 12^2 и читается: «12 во второй степени». Если ребро куба 25 *см*, то его объем равен $25 \cdot 25 \cdot 25$ *куб. см*. Короче это можно записать так: 25^3 *куб. см* и прочитать: «25 в третьей степени». Для того чтобы вычислить каждую из этих степеней, нужно умножить $12 \cdot 12$ в первом случае и $25 \cdot 25 \cdot 25$ — во втором.

УПРАЖНЕНИЯ.

87. 1) Записать данные произведения в виде степени:

а) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; б) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; в) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$; г) $7 \cdot 7 \cdot 7$; д) $3 \cdot 3 \cdot 3$; е) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11$.

2) Записать данные степени в виде произведений и вычислить их:

а) 3^3; б) 2^6; в) 7^4; г) 2^3; д) 5^2; е) 3^4; ж) 11^2; з) 6^3; и) 12^2.

Контрольное задание к § 4.

1) Выполнить указанные действия:

$$(784 \cdot 459 - 606 \cdot 516) \cdot (478 \cdot 395 - 515 \cdot 304) + 95 \cdot 1\,327.$$

2) Для оплаты месячного расхода электроэнергии было снято показание электросчетчика 832 киловатт-часа. Сколько нужно уплатить за электроэнергию, если 1 киловатт-час стоит 4 коп. и если при оплате за прошлый месяц показание счетчика было 743 киловатт-часа?

3) Ширина прямоугольного участка вдвое меньше его длины. Вычислить площадь этого участка, если длина забора вокруг него составляет 960 *м*.

4) Ученик должен был перемножить 42 и 36. Он перемножил отдельно десятки и отдельно единицы и 1200 сложил с 12. Ученик дал ответ 1212. Правильный ли ответ дал ученик? Если неправильный, то укажите, в чем он ошибся.

§ 5 ДЕЛЕНИЕ.

В практической жизни часто приходится решать такую задачу: разложить данное множество на новые множества одной и той же численности. Так, при распределении доходов в колхозе приходится общую сумму дохода делить на общее число выработанных трудодней. Таких примеров можно подобрать много. Пусть 960 школьников требуется построить в колонну по 8 человек в ряд. Сколько получится рядов? Чтобы решить эту задачу, можно отбирать от общего числа учащихся по 8 человек, выстраивая их в ряд, и, когда все учащиеся будут построены, сосчитать число рядов. Можно, наоборот, последовательно к 8 прибавить 8, потом еще прибавить 8 и т. д., пока не получим в сумме 960, и учесть, сколько слагаемых по 8 было всего взято. При обоих способах в данной задаче можно получить один и тот же ответ 120. Но оба способа громоздки. В арифметике вводится особое действие — деление, с помощью которого решается данная и сходные с ней задачи. Обозначим неизвестное число слагаемых буквой x. Тогда:

$$\underbrace{8 + 8 + 8 + 8 + \ldots + 8}_{x \text{ слагаемых}} = 960.$$

Следовательно, $8 \cdot x = 960$. Нужно найти x — один из двух сомножителей, зная другой сомножитель и их произведение.

Делением называется действие, с помощью которого по произведению двух сомножителей и одному из них находится другой сомножитель. Деление записывается с помощью знака «:».

$$960 : 8 = 120.$$

Знак деления «:» был введен в XVII веке немецким математиком Лейбницем.

Как называются числа при делении? Назовите в данном примере делимое, делитель и частное. Из определения деления следует, что деление есть действие, обратное умножению. На этом основана проверка правильности вычисления частного. Если произведение делителя на найденное частное будет равно делимому, то, значит, деление выполнено правильно.

Из определения деления вытекает *первая основная задача, решаемая делением: по данному произведению двух сомножителей и одному из них найти другой сомножитель.*

Вторая основная задача, решаемая делением, заключается в делении числа на несколько равных частей. Так, если известно расстояние от Баку до Ленинграда — 3 150 *км* и сказано, что самолет пролетел его за 5 час., то делением можно вычислить скорость самолета. Для этого нужно весь путь разделить на 5 равных частей:

$$3\,150 : 5 = 630 \text{ (}\textit{км}\text{ в час).}$$

Делением решается и *третья основная задача:* если скорость теплохода «Ракета» 75 *км* в час, а парохода — 15 *км* в час, то *делением можно узнать, во сколько раз одно число больше (или меньше) другого.* Так, в приведенном примере можно узнать, во сколько раз скорость «Ракеты» больше скорости парохода или, наоборот, во сколько раз скорость парохода меньше скорости теплохода:

$$75 : 15 = 3 \text{ (раза).}$$

Наконец, делением можно решать и еще *четвертую задачу: уменьшить число в несколько раз.* Например: «Сталь тяжелее алюминия в 3 раза. Стальная деталь весит 12 *кг* 600 *г*. Сколько будет весить такая же деталь из алюминия?» Деталь из алюминия будет весить:

$$12 \textit{ кг } 600 \textit{ г} : 3 = 4 \textit{ кг } 200 \textit{ г}.$$

Таким образом, делением решаются четыре основные задачи.

УПРАЖНЕНИЯ.

Решите следующие задачи, применяя деление, указывайте, какую из основных задач на деление решаете.

88. 1) При движении вокруг Солнца Земля перемещается за месяц на 75 168 720 *км*. На какое расстояние Земля перемещается за сутки? за час?

2) Определяя количество воды, которое дает родник, туристы заметили, что двухлитровая банка наполнилась за 4 сек. Сколько воды дает родник в час?

89. 1) Расстояние между двумя пристанями 1 200 *км*. Теплоход прошел его со средней скоростью 30 *км* в час. Сколько времени он находился в пути?

2) Ракета, скорость которой 8 *км* в секунду, летит быстрее самолета в 32 раза. Вычислить скорость самолета в час?

90. 1) Для библиотеки требуется переплести 1 800 книг. Одна мастерская может выполнить заказ в 20 дней, другая — в 30 дней и третья — в 60 дней. За сколько дней выполнят этот заказ все три мастерские, работая одновременно?

2) Чтобы выкачать воду из трюма, поставили два насоса. Первый выкачивает 20 ведер в минуту, а второй — 30 ведер в минуту. Сначала 20 мин. работал один первый насос, а потом оба насоса стали работать вместе. Через сколько времени из трюма была выкачана вся вода, если ее было 3 900 ведер?

91. 1) Из двух городов, расстояние между которыми 484 *км*, выехали одновременно навстречу друг другу велосипедист и мотоциклист. Через 4 часа расстояние между ними оказалось 292 *км*. Вычислить скорость каждого, если мотоциклист двигался в 3 раза быстрей велосипедиста?

2) Из двух городов, расстояние между которыми 900 *км*, одновременно в одном направлении вышел поезд и вылетел самолет. Самолет догнал поезд через 2 часа. Найти скорость поезда и скорость самолета, если скорость самолета в 10 раз больше скорости поезда.

1. Особые случаи деления. 1) *Любое натуральное число делится на 1, и частное равно самому натуральному числу.* Так, $12 : 1 = 12$. Это верно и для числа нуль: $0 : 1 = 0$, так как $0 \cdot 1 = 0$. Для любого числа a справедливо равенство $a : 1 = a$, так как $a \cdot 1 = a$.

2) *Любое натуральное число a делится само на себя, и частное равно единице:* $a : a = 1$, так как $a \cdot 1 = a$.

3) *Число нуль делится на любое натуральное число, и частное равно нулю.* Действительно, $0 : a = 0$, так как $0 \cdot a = 0$.

4) *На число нуль делить нельзя.* Например, частное $6 : 0$ не существует; если бы в частном получилось какое-нибудь число, то произведение его на нуль дало бы нуль, а не делимое (в нашем примере число 6).

При делении чисел приходится пользоваться еще некоторыми свойствами частного. Рассмотрим их на примерах задач.

I з а д а ч а. На пяти машинах за три дня недели перевезли 40 *т* груза и за последние три дня недели перевезли еще 45 *т*. Сколько тонн груза перевезли на каждой машине за неделю, если ежедневная загрузка машин была одинаковой?

П е р в ы й с п о с о б р е ш е н и я. 1) $40:5=8$ (*т*) перевезли на одной машине за три дня. 2) $45:5=9$ (*т*) перевезли на одной машине за последние 3 дня недели. 3) $8+9=17$ (*т*); по 17 *т* перевезли на каждой машине за неделю.

В т о р о й с п о с о б р е ш е н и я. 1) $40+45=85$ (*т*) перевезли за неделю на всех машинах вместе. 2) $85:5=17$ (*т*) перевезли за неделю на каждой машине.

Сопоставим оба способа. Запишем решение первым способом, не производя вычислений:

$$40:5+45:5.$$

При втором способе эта запись примет вид:

$$(40+45):5.$$

Значит, $(40+45):5=40:5+45:5$.

Мы получаем весьма важное свойство частного:

Чтобы сумму разделить на некоторое число, можно каждое слагаемое разделить на это число по отдельности и полученные частные сложить.

II з а д а ч а. Бригада из четырех слесарей за две недели обработала 600 деталей. За первую неделю было обработано 280 деталей. Сколько деталей обработал каждый слесарь за вторую неделю, если производительность их работы была одинаковой?

Решать задачу можно, как и предыдущую, двумя способами и получить из их сопоставления такое равенство:

$$(600-280):4=600:4-280:4.$$

Это равенство выражает такое свойство частного:

Чтобы разность двух чисел разделить на некоторое число, можно на это число разделить уменьшаемое и вычитаемое и из первого частного вычесть второе.

III з а д а ч а. Рабочий получил за первые 14 дней месяца при 7 часах работы в день 58 руб. 80 коп. зарплаты. Какова оплата в час?

П е р в ы й с п о с о б р е ш е н и я. 1) $5\,880:14=420$ (коп.) зарабатывал рабочий в день. 2) $420:7=60$ (коп.) зарабатывал рабочий в час.

Второй способ решения. 1) $7 \cdot 14 = 98$ (час.) всего работал рабочий в течение двух недель. 2) $5\,880 : 98 = 60$ (коп.) зарабатывал рабочий в час.

Сопоставляя оба способа решения, получим равенство:

$$5\,880 : (14 \cdot 7) = (5\,880 : 14) : 7.$$

Оно выражает свойство частного, которое часто применяется при вычислениях:

Чтобы разделить число на произведение двух чисел, можно это число разделить (последовательно) на каждый сомножитель поочередно.

IV задача. В зрительном зале стулья расставлены в 16 рядов по 6 стульев в ряду. Сколько будет рядов, если в каждом ряду поставить по 8 стульев?

Для решения задачи нужно $6 \cdot 16 : 8$. Результат можно вычислить по-разному: 1) $6 \cdot 16 = 96$ и $96 : 8 = 12$ (рядов), или 2) $6 \cdot (16 : 8) = 6 \cdot 2 = 12$ (рядов).

Сопоставляя оба способа, можно записать такое равенство:

$$(6 \cdot 16) : 8 = 6 \cdot (16 : 8).$$

Это равенство выражает еще одно свойство частного:

Чтобы произведение разделить на некоторое число, можно разделить на это число один из сомножителей и частное умножить на другие сомножители.

Следует иметь в виду, что *деление нацело не всегда выполнимо*. Так, если делить 17 на 5, то получим: $17 : 5 = 3$ (ост. 2). Деление с остатком рассмотрим позже.

2. Техника деления. Деление однозначного и двузначного чисел на однозначное выполняется с помощью таблицы умножения.

Многозначное число на однозначное делится на основании делимости суммы на число. Рассмотрим пример:

$$86\,456 : 8.$$

Сначала прикидкой найдем число цифр частного. Деление в отличие от остальных действий начинается со старших разрядов. Старший разряд делимого — десятки тысяч. Их в делимом 8. Мы знаем, что $8 : 8 = 1$. Следовательно, в частном старшим разрядом будут десятки тысяч. Частное — пятизначное число, как и делимое. Если старший разряд делимого содержит столько же или больше единиц, что и делитель, то в частном будет столько же разрядов, сколько их в делимом. В нашем примере частное пятизначное. Переходим к делению тысяч делимого на 8. Однако в делимом только 6 тысяч, и на 8 деление выполнить нельзя. Поэтому пишем в частном нуль тысяч (за 1-м десятком тысяч). 6 тысяч делимого раздробим в сотни. Получим 60 сотен да в делимом еще 4 сотни, всего 64 сотни. Разделив их на 8, найдем число сотен в частном. Их будет $64 : 8 = 8$. В разряде десятков в частном получится нуль. Раздробив 5 десятков в единицы, получим 50 единиц да еще 6 единиц в рязряде единиц, всего 56. Разделив 56 на 8, получим 7 единиц в разряде частного. Таким образом, $86\,456 : 8 = 10\,807$.

При делении на 8 числа 36 456 в частном получится только 4 разряда, так как 3 десятка тысяч на 8 не делятся. Выполнив деление, найдем:

$$36\,456 : 8 = 4\,557.$$

Таким образом, в частном будет на один разряд меньше, чем в делимом.

Значит, при делении на однозначное число в частном получается число, содержащее столько же разрядов, что и делимое или на один разряд меньше делимого.

Как разделить многозначное число на многозначное? Деление начинается со старших разрядов. Сначала подсчитываем число разрядов в частном. Пусть требуется $14\,742 : 63$. В делителе — *два* разряда. Отделив два старших разряда в делимом, смотрим, какое число они образуют; в нашем примере — 14; оно меньше делителя (63); поэтому берем еще один разряд в делимом и число 147 делим на 63. Значит, в частном получится трехзначное число. 147 сотен при делении на 63 дадут 2 сотни; умножив 2 на 63, получим 126 и, вычитая 126 из 147, получим в остатке 21 сотню.

Раздробим 21 сотню в десятки. Получим 210 десятков да в делимом еще 4 десятка, всего 214. Делим 214 на 63. Получим 3. Это — цифра частного в разряде десятков. Умножив 3 на делитель, получим 189 и из 214 вычтем 189. Остаток равен 25 десяткам. Дробим их в единицы и, прибавив единицы делимого, получим 252 единицы. Разделив их на 63, получим единицы частного — 4. Умножив 4 на 63, получим точно 252, значит, деление выполняется точно. $14\,742 : 63 = 234$. Проверьте правильность деления умножением: умножив частное на делитель, получите делимое. Можно разделить делимое на частное. Если в результате получим делитель, то можно считать деление выполненным верно. Обычно при делении многозначного числа на многозначное запись располагается следующим образом:

$$
\begin{array}{r|l}
-14\,742 & 63 \\
\underline{126} & \overline{234} \\
-214 & \\
\underline{189} & \\
-252 & \\
\underline{252} & \\
0 &
\end{array}
$$

УПРАЖНЕНИЯ.

92. 1) 23 760 разделить на 45 равных частей.

2) 3 675 уменьшить в 25 раз.

3) Во сколько раз 890 больше 178?

4) Найти двадцать третью часть числа 72 841.

5) Сколько раз 461 содержится в 1 848 610?

6) Произведение двух сомножителей 63 242, один из них 307. Найти другой сомножитель.

7) Во сколько раз 450 меньше 36 000?

8) Сколько раз можно вычитать по 128 от 8 192?

9) Сколько раз слагаемым нужно взять число 345, чтобы получить 2 070?

10) На какое число нужно умножить 9 007, чтобы получить 2 747 135?

93. 1) Выполнить деление:

а) $782:23$;	б) $1\,134:42$;	в) $8\,610:246$;
г) $77\,000:25$;	д) $75\,500:25$;	е) $142\,524:321$;
ж) $1\,964\,800:64$;	з) $7\,566\,000:78$;	и) $2\,458\,763:307$.

2) Выполнить деление с помощью таблицы умножения на 48 (см. стр. 48): а) $3\,744:48$; б) $27\,360:48$; в) $177\,600:48$.

94. 1) 55 832 652 разделить на сумму чисел 38 329 и 37 325.

2) 1 286 578 020 разделить на произведение чисел 128 401 и 167. Как проще можно вычислить частное?

95. Вычислить частное наиболее простым способом.

1) $(12\cdot15\cdot17):2$;	2) $(22\cdot7\cdot12):3$;	3) $(32\cdot75\cdot83):4$;
4) $(84\cdot35\cdot18):9$;	5) $(428\cdot75):25$;	6) $(845\cdot48):16$;
7) $(552\cdot68):12$;	8) $(360\cdot215):18$;	9) $(51\cdot399):17$.

96. 1) На хлебозавод нужно доставить 8 400 мешков муки. Каждый мешок весит 60 *кг*. На грузовик кладут 3 *т*. Сколько нужно грузовиков для перевозки этой муки, если каждая машина должна сделать 12 поездок?

2) Номер пряжи обозначается числом мотков, которое требуется на 1 *кг* пряжи при длине нитки в каждом мотке в 1 000 *м*. Определить номер пряжи, в которой на 200 *г* приходится 4 000 *м* нитки.

3. Деление с остатком. Не всегда возможно точно разделить одно число на другое. Так 29 на 7 точно не делится: нет такого натурального числа, которое, будучи умножено на 7, дало бы в произведении 29. В этом случае деление выполняется с остатком. Запись проводится таким образом: $29 : 7 = 4$ (ост. 1). *При делении с остатком частное называется приближенным частным.* Это приближенное частное, в нашем примере 4, является *приближенным частным с недостатком;*

При делении с остатком проверка правильности деления производится так: нужно приближенное частное умножить на делитель и к произведению прибавить остаток. Если в сумме получится делимое, то можно считать деление выполненным правильно. Заметим, что при делении с остатком *остаток всегда меньше делителя.* Если остаток получается равен делителю или больше его, то это значит, что деление выполнено неправильно. Так, в рассмотренном примере проверка дает:

$$4 \cdot 7 + 1 = 29.$$

Дальше будут рассмотрены некоторые признаки, которые позволят узнавать, выполняется деление нацело или с остатком.

УПРАЖНЕНИЯ.

97. 1) Найти частное и остаток, если делимое 47 864 и делитель 363. Проверить правильность найденного частного и остатка.

2) То же, если делимое 910 721 и делитель 708.

98. На завод привозят стальные полосы длиной 4 280 *мм* и 4 380 *мм*. Из этих полос нарезают детали длиной 188 *мм*, 195 *мм*, 212 *мм* и 215 *мм*. Из какой полосы нужно нарезать каждую из деталей, чтобы на обрезки уходило возможно меньше металла? (Станок может из одной полосы нарезать детали только одного размера.)

99. 1) При делении 14 760 на некоторое натуральное число остаток равен 18 и частное равно 126. Найти делитель.

2) При делении 90 345 на некоторое натуральное число получается остаток 101 и частное 293. Найти делитель.

100. Заполнить свободные места в таблице:

Делимое	Делитель	Частное	Делимое	Делитель	Частное	Остаток
22 356		108		97	85	78
	105	29		105	98	63
	97	104		4 090	708	999
22 356		207		7 008	906	1 889

Контрольное задание к § 5.

1) Найти частное и проверить правильность его вычисления:
а) 3 718 008 : 34 426; б) 61 579 264 : 7 517.

2) Найти приближенное частное и остаток. Сделать проверку:
а) 657 828 : 6 264; б) 942 790 : 4 690.

3) Для засола зрелых помидоров берут 10 *кг* соли на 100 *л* воды. Сколько нужно соли для приготовления 5 бочек томатного рассола, если емкость бочки 40 ведер и емкость ведра 12 литров?

4) Потолок имеет длину 12 *м*, а ширину вдвое меньшую. Сколько листов сухой штукатурки нужно для обшивки потолка, если длина листа 3 *м* и ширина 2 *м*?

§6 ИЗМЕНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ДЕЙСТВИЙ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ИЗМЕНЕНИЯ КОМПОНЕНТОВ.

При вычислениях следует применять различные способы, позволяющие производить эти вычисления быстрее, проще, с меньшей затратой труда. Такие приемы основаны в частности на знании законов сложения и умножения. Но есть и еще некоторые приемы, для обоснования которых нужно знать изменение результатов действия. Изучим изменение суммы, разности, произведения и частного.

1. Изменение суммы. Рассмотрим пример: $19 + 25 = 44$. Если первое слагаемое увеличим на 11, то как изменится сумма? Первое слагаемое теперь будет содержать на 11 единиц больше, чем первоначально. При вычислении новой суммы мы должны считать и эти 11 единиц; таким образом, сумма должна увеличиться и тоже на 11 единиц. Действительно, первое слагаемое теперь: $19 + 11 = 30$ и $30 + 25 = 55$; но 55 больше 44 на 11, то есть сумма увеличилась на то же число, что и первое слагаемое.

Если к одному из слагаемых прибавим несколько единиц, то и сумма увеличится на столько же единиц.

Пусть нужно вычислить сумму 4 098 + 2 759. Увеличим первое слагаемое на 2. Получим 4 098 + 2 = 4 100. Теперь устно легко вычислить сумму: 4 100 + 2 759 = 6 859. Но вычисленная сумма больше данной на 2. Почему? На 2 увеличено первое слагаемое. Поэтому искомая сумма составляет 6 859 − 2 = 6 857. Запись можно вести так: 4 098 + 2 759 = = 4 100 + 2 759 − 2 = 6 857; это решение примера с объяснением. Если объяснения не требуется, то все промежуточные вычисления можно делать в уме и сразу писать:

$$4\,098 + 2\,759 = 6\,857.$$

Как изменится сумма, если от одного из слагаемых вычтем несколько единиц? Рассмотрите это изменение суммы на примере: 5 + 7. Изобразите графически изменение этой суммы, если из второго слагаемого вычесть 3. Вы должны придти к следующему выводу:

если из одного слагаемого вычесть несколько единиц, то и сумма уменьшится на столько же единиц.

Пусть нужно вычислить сумму 7 609 + 12 078. Вычтем из второго слагаемого 78; вычислим сумму: 7 609 + 12 000 = = 19 609.

Данная сумма больше вычисленной на 78. Поэтому данная сумма составляет: 19 609 + 78 = 19 687. Все промежуточные вычисления можно выполнить в уме, не прибегая к записям. Проверьте на счетах правильность вычисления суммы.

Изменится ли сумма, если к одному слагаемому прибавим несколько единиц, а от другого слагаемого отнимем столько же единиц? Придумайте сами сумму каких-нибудь двух слагаемых и одно из них увеличьте на несколько единиц, а другое уменьшите на столько же единиц. Проверьте, изменится ли и как при таком изменении слагаемых их сумма. Вывод, к которому вы должны придти, такой:

если к какому-нибудь слагаемому прибавим некоторое число, а из другого слагаемого вычтем такое же число, то сумма чисел останется без изменения.

Это свойство суммы можно также использовать для упрощения вычислений. Пусть нужно вычислить сумму:

$$5\,684 + 7\,879.$$

Прибавим ко второму слагаемому 121, округлив его до 8 000. Это же число вычтем из первого слагаемого. Оно станет равным 5 563. Данная сумма равна сумме $5563 + 8000 = 13563$. Проверьте на счетах правильность вычислений. Объясните, почему можно вычислить данную сумму указанным способом.

УПРАЖНЕНИЯ.

101. Как изменится сумма, если:

1) одно слагаемое увеличить на 6?

2) одно слагаемое уменьшить на 8?

3) первое слагаемое увеличить на 9, а второе увеличить на 7?

4) к первому слагаемому прибавить 15, а из второго слагаемого вычесть 9?

5) из первого слагаемого вычесть 12, а ко второму прибавить 8?

6) первое слагаемое уменьшить на 7, а второе увеличить на 11?

102. 1) Одно слагаемое уменьшили на 37. Как нужно изменить другое слагаемое, чтобы сумма не изменилась?

2) К одному слагаемому прибавили 65. Как нужно изменить другое слагаемое, чтобы сумма не изменилась?

3) На рисунке показан один из километровых столбов, установленных на шоссе Москва — Ленинград (582/142). Какие числа будут на столбе, расположенном от данного столба на расстоянии 30 *км* в сторону Москвы? на расстоянии 65 *км* в сторону Ленинграда? Каким свойством суммы приходится пользоваться при решении этой задачи?

103. 1) Из одного слагаемого вычли 16. Как нужно изменить второе слагаемое, чтобы сумма уменьшилась на 20?

2) К одному слагаемому прибавили 40. Как нужно изменить другое слагаемое, чтобы сумма уменьшилась на 5?

3) Одно слагаемое увеличили на 26. Как нужно изменить другое слагаемое, чтобы сумма увеличилась на 39?

4) Из первого слагаемого вычли 42. Как нужно изменить второе слагаемое, чтобы сумма увеличилась на 18?

104. После сложения на доске были стерты некоторые цифры. Восстановить первоначальную запись.

1) $$\begin{array}{r} 35\,?78\\ +\,4?\,596\\ 6\,78?\\ \hline 89\,455 \end{array}$$

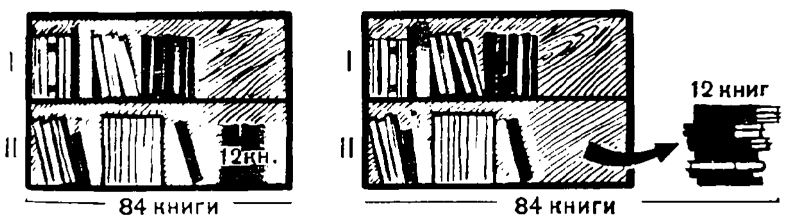
2) $$\begin{array}{r} 60\,?84\\ +\,37\,9?5\\ 44\,15?\\ ?\,450\\ \hline 148\,833 \end{array}$$

3) $$\begin{array}{r} 5?\,728\\ 7\,045\\ +\,83\,?50\\ 82\,1??\\ \hline 227\,165 \end{array}$$

Рассмотрим задачу на нахождение двух неизвестных чисел.

З а д а ч а. На двух полках 84 книги. Если с одной полки снять 12 книг, то на обеих полках книг будет поровну. Сколько книг было первоначально на каждой полке?

Мы решали задачу на нахождение двух чисел и знаем, что если нужно найти два неизвестных числа, то задачу заменяем другой, в которой нужно найти только одно неизвестное число. По рисунку видно, что на нижней полке книг больше и с нее нужно снять 12 книг, причем на обеих полках вместе 84 книги. Значит, сумма двух неизвестных чисел составляет 84. Если с нижней полки снять 12 книг, то на ней станет на 12 книг меньше. Одно из слагаемых (большее) мы уменьшили на 12. Но мы знаем, что если одно из слагаемых уменьшить на некоторое число, то и сумма уменьшится на это же число. Значит, если с нижней полки, где больше книг, снять 12, то на обеих полках станет на 12 книг меньше. Но на них было 84 книги. Значит, останется 84 − 12 = 72 (книги). Измените рисунок. Как теперь будут стоять книги на полках? Теперь книг на полках стало поровну, именно стало по стольку книг, сколько их было на верхней полке. Поэтому можно узнать, сколько книг было на верхней полке. Что для этого нужно сделать?



Разделив 72 на 2, мы узнаем, сколько книг было и осталось на верхней полке (на ней число книг не менялось) и одновременно узнаем, сколько книг осталось на нижней полке: $72 : 2 = 36$ (книг). Значит, на верхней полке было 36 книг. На нижней полке 36 осталось, да 12 книг сняли. Значит, на ней было первоначально $36 + 12 = 48$ (книг).

Если сложим 36 и 48, то получим 84, т. е. число книг на обеих полках. Значит, задача решена правильно.

Решим еще такую же задачу несколько другим способом.

З а д а ч а. 18 соток земли засеяно луком и редисом, причем луком засеяно на 2 сотки больше, чем редисом. Сколько соток занято луком и сколько редисом?

И в этой задаче нужно узнать два неизвестных числа, одно из которых (число соток под редисом) меньше другого (числа соток под луком). Заменим задачу другой задачей, в которой будет только одно неизвестное. Будем считать, что под редисом столько же соток, сколько под луком. Значит, под редисом будет занято на две сотки больше, чем действительно. Но если одно из слагаемых увеличили на некоторое число, то сумма увеличится на то же число. Сумма площадей, засаженных луком и редисом, в действительности 18 соток, но теперь она должна быть больше на 2 сотки. Значит, если под редисом площадь увеличится на 2 сотки, то под луком и редисом будет: $18 + 2 = 20$ (соток земли). Площади под луком и редисом заняты теперь одинаковые, поэтому на каждую из них приходится $20 : 2 = 10$ (соток). Это площадь, занятая под луком. Под редисом же в действительности занято на 2 сотки меньше, т. е. $10 - 2 = 8$ (соток).

Проверим решение. Сумма найденных чисел 10 и 8 составляет 18, что и дано в условии задачи. Значит, задача решена правильно.

Решите такие же задачи, применяя оба способа решения.

УПРАЖНЕНИЯ.

105. 1) Одно число больше другого на 113, а их сумма равна 337. Найти эти числа.

2) Одно число меньше другого на 244, а их сумма равна 566. Найти эти числа.

3) Сумма двух чисел равна 987, а их разность равна 333. Найти эти числа.

4) При сложении двух чисел получилось 824, а при вычитании из большего числа меньшего получилось 198. Найти эти числа.

106. 1) Два автомобиля выехали одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 400 *км*, и через 4 часа встретились. Найти скорость каждого автомобиля, если один из них ехал быстрее другого на 12 *км* в час.

2) На двух автомашинах перевезли 21 *т* груза, сделав на каждой по 6 рейсов. Определить грузоподъемность каждой машины, если на первую грузили каждый раз на 500 *кг* больше, чем на вторую.

107. 1) Доказать, что если одно из слагаемых удвоить (умножить на 2), то сумма увеличится на число, равное первому слагаемому.

Указание. Вспомнить определение действия умножения.

2) Как изменится сумма трех слагаемых, если каждое увеличить на 10?

2. Изменение разности. Изменение разности с изменением уменьшаемого и вычитаемого может быть обосновано на примерах, как и изменение суммы, или выведено как следствие изменения суммы, так как вычитание есть действие, обратное сложению. Мы получим следующие свойства разности:

1) если к уменьшаемому прибавить несколько единиц, то разность увеличится на столько же единиц;

2) если из уменьшаемого вычесть несколько единиц, то разность уменьшится на столько же единиц;

3) если к вычитаемому прибавить несколько единиц, то разность уменьшится на столько же единиц;

4) если из вычитаемого вычесть несколько единиц, то разность увеличится на столько же единиц.

Самостоятельная работа.

а) Вычислить в каждом примере разность:

$100 - 70 = 30;\quad 98 - 70 = \quad;\quad 90 - 70 = \quad;\quad 85 - 70 = .$

Уменьшаемое становится меньше на 2, на 8, на 5 единиц. Проследите, как изменяется разность. Какой случай имеет здесь место из четырех вышеуказанных?

б) $100 - 70 = 30;\quad 102 - 70 = \quad;\quad 108 - 70 = \quad;\quad 115 - 70 = \quad.$

В каждом примере вычислить разность. Как изменяется разность с увеличением уменьшаемого на несколько единиц? Какой случай имеет здесь место из четырех вышеуказанных?

в) Вычислить в каждом примере разность:

$200 - 120 = 80;\quad 200 - 100 = \quad;\quad 200 - 64 = \quad;\quad 200 - 50 = \quad.$

Уменьшаемое не изменяется, а вычитаемое уменьшается на несколько единиц. Проследите, как изменяется разность. Какой случай имеет здесь место из четырех вышеуказанных?

г) Вычислите разности:

$350 - 250 = 100$; $350 - 280 =$; $350 - 300 =$; $350 - 348 =$.

Как изменяется вычитаемое? Как изменяется разность? Какой случай из четырех вышеуказанных имеет здесь место?

УПРАЖНЕНИЯ.

108. Как изменится разность, если:

1) к уменьшаемому прибавить 7, а к вычитаемому прибавить 5?

2) из уменьшаемого вычесть 5, а из вычитаемого вычесть 2?

3) к уменьшаемому прибавить 10, а из вычитаемого вычесть 7?

4) из уменьшаемого вычесть 15, а к вычитаемому прибавить 10?

109. 1) Уменьшаемое увеличили на 18. Как следует изменить вычитаемое, чтобы разность увеличилась на 8? чтобы разность увеличилась на 22? чтобы разность уменьшилась на 10? чтобы разность осталась без изменения?

2) Вычитаемое увеличили на 12. Как нужно изменить уменьшаемое, чтобы разность уменьшилась на 16? чтобы разность увеличилась на 8? чтобы разность уменьшилась на 12?

Свойства разности можно использовать для упрощения вычислений. Решим пример.

Пусть требуется вычислить разность $4\,457 - 998$. Увеличим вычитаемое, округлив его до $1\,000$. Вычислим разность: $4\,457 - 1\,000 = 3\,457$. Эта разность меньше данной на столько единиц, сколько мы прибавили к вычитаемому, т. е. на 2. Значит, данная разность равна: $3\,457 + 2 = 3\,459$.

Из этого примера можно вывести еще одно свойство разности. Вычитаемое 998 мы заменили разностью: $998 = 1\,000 - 2$ и вместо 998 вычли разность $1\,000 - 2$. Таким образом: $4\,457 - (1\,000 - 2)$. Мы вычитали $1\,000$ и прибавляли 2. Значит, чтобы вычесть разность, можно вычесть уменьшаемое и прибавить вычитаемое. Этим свойством разности часто пользуются при вычитании на счетах.

Это можно проверить и на таком примере: $5\,629 - (2\,329 - 157)$. Можно вычислить результат таким образом: сначала найти разность в скобках, т. е. $2\,329 - 157 = 2\,172$, и потом найти разность $5\,629 - 2\,172 = 3\,457$. Но можно вычисления провести, пользуясь вычитанием разности: $5\,629 - 2\,329 +$

$+ 157 = 3\,300 + 157 = 3\,457$. Второй способ позволяет провести все вычисления более просто, в уме. Правилом вычитания разности иногда полезно пользоваться.

3. Изменение произведения. При вычислении произведения иногда можно применять некоторые более простые способы. Для этого приходится пользоваться изменением произведения при изменении сомножителей. Если длина прямоугольника 156 *мм* и ширина 25 *мм*, то его площадь равна произведению: $156 \cdot 25 = 3\,900$ *кв. мм*. Проверьте правильность вычислений.

Один из сомножителей увеличим в несколько раз, например сомножитель 25 увеличим в 2 раза. Ширина прямоугольника теперь равна 50 *мм*. Площадь нового прямоугольника будет равна $156 \cdot 50 = 7\,800$ (*кв. мм*). Она увеличилась тоже в 2 раза. Это легко заметить и на чертеже, если построить эти два прямоугольника. Во втором случае ширину первого прямоугольника отложим 2 раза. Новый прямоугольник по площади будет вдвое больше первого.

Получаем следующее свойство произведения:

если один из сомножителей увеличить в несколько раз, то и произведение увеличится во столько же раз.

Поставим вопрос: как изменится произведение, если один из сомножителей уменьшить в несколько раз? В нашем примере уменьшим длину прямоугольника в 4 раза. Получим новый прямоугольник с размерами 39 *мм* и 25 *мм*. Его площадь равна $39 \cdot 25 = 975$ (*кв. мм*). Во сколько раз она меньше площади данного прямоугольника? $3\,900 : 975 = 4$. Площадь уменьшилась тоже в 4 раза. Таким образом:

если один из сомножителей уменьшим в несколько раз, то и произведение тоже уменьшится во столько же раз.

Если длину данного прямоугольника уменьшить в 4 раза ($156 : 4 = 39$), а ширину увеличить в 4 раза ($25 \cdot 4 = 100$), то площадь полученного таким образом прямоугольника будет равна площади данного прямоугольника: $156 \cdot 25 = 3\,900$; $39 \cdot 100 = 3\,900$.

Следовательно, можно сделать вывод:

если один сомножитель увеличим в несколько раз, а другой сомножитель уменьшим во столько же раз, то произведение не изменится.

Этим свойством произведения часто пользуются, чтобы проще вычислить произведение. Например, произведение $48 \cdot 125$ можно вычислить так: уменьшив первый сомножитель в 8 раз, а второй увеличив в 8 раз, найдем произведение: $6 \cdot 1000 = 6000$.

УПРАЖНЕНИЯ.

110. 1) Как изменится произведение, если: а) один сомножитель разделим на 2? б) один сомножитель умножим на 8? в) один сомножитель увеличим в 5 раз? г) один сомножитель уменьшим в 6 раз?

2) Как изменится произведение, если: а) первый сомножитель увеличим в 2 раза, а второй увеличим в 3 раза? б) первый сомножитель увеличим в 2 раза, а второй — в 4 раза? в) первый сомножитель увеличим в 10 раз, второй — в 6 раз?

111. 1) Во сколько раз увеличится число 3 859, если его умножить на 25 и полученное произведение еще умножить на 8?

2) Во сколько раз увеличится 4 756, если его умножим на 35 и произведение умножим на 6?

112. 1) Первый сомножитель равен 9. На какое число увеличится произведение, если второй сомножитель увеличим на 2?

Указание. Вспомните определение умножения.

2) Как изменится произведение двух чисел, если первый сомножитель не изменится, а ко второму прибавим 3?

4. Изменение частного. Так как деление есть действие, обратное умножению, то можно вывести следующие свойства частного, если деление выполняется нацело (без остатка):

1) **если умножить (разделить) делимое на некоторое число, то частное умножится (разделится) на то же число;**

2) **если делитель умножим (разделим) на некоторое число, то частное разделится (умножится) на то же число;**

3) **если делимое и делитель умножим (разделим) на одно и то же число, то частное не изменится.**

Проверьте справедливость этих свойств частного на примере: $120 : 15 = 8$.

Рассмотрим одно важное свойство частного при делении с остатком. Пусть $101 : 5 = 20$ (ост. 1). Умножим делимое и делитель на одно и то же число, например на 4. Получим:

$$404 : 20 = 20 \text{ (ост. 4)}.$$

Умножим делимое и делитель на 10. Получим:

$$1\,010 : 50 = 20 \text{ (ост. 10)}.$$

В обоих случаях частное остается без изменения, а остаток умножается на то же число. Если переходить от последнего примера к первому, то можно вывести, что

если разделить делимое и делитель на одно и то же число, то частное не изменится, а остаток разделится на то же число.

Это свойство частного при делении с остатком нужно хорошо понять, так как оно часто применяется при вычислениях. Например, пусть нужно вычислить частное 5 760 : 250. Делимое и делитель делятся на 10, так как и делимое и делитель содержат некоторое число десятков. Разделим делимое и делитель на 10. Частное будет найти легче, так как оно будет 576 : 25. Вычислив его, получим 23 (ост. 1). Но для данного частного 5 760 : 250 получим 23 (ост. 10). Частные одинаковы, а остатки разные. В первом случае остаток равен 1. Умножив 1 на 10, найдем остаток, который должен был получиться.

УПРАЖНЕНИЯ.

113. 1) Заполните в данной таблице свободные места, учитывая, что вместо слов «увеличить в» в таблице стоит знак умножения, вместо слов «уменьшить в» стоит знак деления (деление выполняется нацело).

Делимое	Делитель	Частное	Делимое	Делитель	Частное
· 8	: 2		· 15		Не изменилось
: 5	· 3		: 18		Не изменилось
· 12	· 4			· 10	· 2
: 10	: 5			: 42	· 6
· 20	: 10			· 24	: 6
: 15	: 3		· 30		: 5
· 8	· 16		: 7		· 6
: 7	· 6			: 9	: 3

2) Делимое увеличено в 4 раза. Как нужно изменить делитель, чтобы частное уменьшилось в 2 раза?

3) Делимое уменьшено в 6 раз. Как нужно изменить делитель, чтобы частное уменьшилось в 2 раза?

4) Из бассейна вода может быть выкачана насосом за 32 часа. За сколько времени можно выкачать воду из бассейна, в 4 раза меньшего, при помощи насоса в 2 раза более мощного?

Контрольное задание к § 6.

1) Вычислить наиболее простым способом сумму:

$$6\,723 + 2\,199 + 1\,307.$$

2) Выполнить указанные действия наиболее простым способом:

а) $6\,179 - (2\,089 + 279)$; б) $5\,471 - (1\,965 - 329)$.

3) Как изменится произведение, если один сомножитель умножим на 15, а другой сомножитель разделим на 3?

4) Как проще вычислить произведения:

а) $768 \cdot 125$; б) $3\,248 \cdot 25$?

5) При делении 8 765 на 35 частное получилось равным 250 и остаток 15. Не выполняя деления, установить, чему равно будет частное и остаток при делении 87 650 на 350.

§7 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ СОВМЕСТНЫХ ДЕЙСТВИЙ. СКОБКИ.

Выше было указано, что сложение и вычитание — это действия первой ступени, а умножение и деление — действия второй ступени.

Если над числами следует произвести действия только первой ступени или действия только второй ступени, то они выполняются в порядке следования записей — слева направо.

Так, если нужно вычислить $156 + 76 - 97 + 134$, то выполняют сложение $156 + 76$, из суммы вычитают 97 и к полученной разности прибавляют 134. Иногда порядок действий выгодно изменить, чтобы упростить вычисления. Так, в данном примере выгодней сначала сложить: $156 + 134 = 290$, потом найти сумму: $290 + 76 = 366$ и, наконец, вычесть 97, или проще вычесть 100 и прибавить 3. Окончательный ответ 269. Можно было бы сначала найти сумму чисел $76 + 134 = 210$, потом прибавить к ней 156 и вычесть 97. Таким образом, действия одной ступени можно выполнять в любом порядке, учитывая возможность выполнения указанных действий. Так, если нужно вычислить $46 \cdot 76 : 23 \cdot 25$, то можно действия выполнить в порядке записи их слева направо. Тогда получим окончательный результат 3 800. Но можно и в этом случае изменить порядок, чтобы более просто найти результат. Сразу можно заметить, что $46 : 23 = 2$. Теперь можно $76 \cdot 25$. Проще $76 : 4 \cdot 100$ (мы увеличили второй сомножитель в 4 раза, а первый уменьшили в 4 раза). $76 : 4 = 19$ и $19 \cdot 100 = 1\,900$. Это число нужно умножить на 2. Окончательный ответ 3 800.

Если над числами следует выполнить действия различных ступеней, то сначала выполняются действия второй ступени, а потом выполняются действия первой ступени.

Так, в примере $6 + 20 \cdot 6 - 108 : 9$ нужно сначала найти произведение $20 \cdot 6$, потом частное $108 : 9$, потом сумму $6 + 20 \cdot 6$ и, наконец, разность $6 + 20 \cdot 6 - 108 : 9$. Получим: 1) $20 \cdot 6 = 120$; 2) $108 : 9 = 12$; 3) $6 + 120 = 126$ и 4) $126 - 12 = 114$. Это окончательный результат.

Если требуется отметить изменение принятого порядка действий, то вводятся скобки и в этом случае следует сначала выполнять действия в скобках. Так, в примере $6 + (20 \cdot 8 - 106) : 9$ для решения выполняем действия в следующем порядке: 1) $20 \cdot 8 = 160$; 2) $160 - 106 = 54$; 3) $54 : 9 = 6$ и 4) $6 + 6 = 12$. Это и есть окончательный результат.

УПРАЖНЕНИЯ.

114. Выполнить указанные действия:

1) $1 : 1 + 0 : 428 + 428 : 1$;
2) $20 \cdot 17 + 15 \cdot 18 - 43\,310 : 71$;
3) $178 - 4 \cdot (25 - 13) - 40$;
4) $510 : 17 + 24 \cdot 38 - 80 : 4$;
5) $510 : 17 + 24 \cdot (38 - 80 : 4)$;
6) $(510 : 17 + 24) \cdot 38 - 80 : 4$;
7) $(510 : 17 + 24) \cdot (38 - 80 : 4)$;
8) $510 : (27 + 24 \cdot 38 - 33 \cdot 13)$;
9) $2\,098 \cdot 0 + 1 \cdot (207 + 0 : 4\,567) + 728 : 1$;
10) $(627\,900 : 8\,050 + 5\,420\,635 : 67) \cdot 28\,551 : 307 - 999\,600 : 4\,900$.

115. Выполнить указанные действия:

1) $78 + 23 \cdot 81 - 69$; 2) $78 + 23 \cdot (81 - 69)$;
3) $(78 + 23) \cdot 81 - 69$; 4) $(78 + 23) \cdot (81 - 69)$;
5) $(10\,101 + 817) : 53 - (10\,101 - 419) : 47$;
6) $1\,008 - 17\,119 : (119 - 714 : 7)$;
7) $(43 \cdot 19 - 26\,928 : 33) \cdot (16\,112 : 53 - 304)$;
8) $128 \cdot 430 - 6\,791 + 675 + 34\,125 : 375$;
9) $(147 \cdot 29 - 22\,800 : 75 + 19) : 17$;
10) $(646 : 19 + 401) : (52 \cdot 47 - 2\,047)$.

116. Вычислить:

1) $78 \cdot 29 + 6\,573 : 313 - 408$;
2) $477 \cdot 85 - 7\,784 : 56 + 10\,800$;

3) $5\,871 : 103 + (247 - 82) : 5 - 1$;
4) $(395 \cdot 52 - 603) \cdot 52 - 960 \cdot 24$;
5) $25 \cdot (28 \cdot 105 + 7\,236 : 18) - (4\,247 - 1\,823) : 6 \cdot 25$;
6) $1\,092\,322 : 574 + 152 \cdot 93 - (96 \cdot 125 - 82\,215 : 9)$;
7) $79\,348 - 64 \cdot 84 : 28 + 6\,539 : 13 - 11\,005$.

117. Вычислить:

1) $1\,200 + 420 : 20 - 15$; 2) $1\,200 + 420 : (20 - 15)$;
3) $(1\,200 + 420) : 20 - 15$; 4) $(1\,200 + 420) : (20 - 15)$;
5) $3\,121\,350 - 115\,125 : 25 + 302 \cdot 804 - (3\,044 + 2\,056) : 170 \cdot 9$;
6) $(110\,292 : 14 : 101 + 4\,129 - 3\,127) \times (1\,237 - 23\,138 : 23)$;
7) $375 \cdot 12 + (255 - 37) \cdot 102 - (3\,075 : 15) \cdot 42$;
8) $4\,049 \cdot 7 - 7\,659 + 64 \cdot 105 - 6\,992 : 38 : 23$.

§8 ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ДАННЫМИ ЧИСЛАМИ И РЕЗУЛЬТАТАМИ ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ.

1. Действия первой ступени. При вычислениях очень часто необходимо бывает проверить, правильно ли выполнены действия. Мы видели, что правильность вычисления суммы чисел можно проверить сложением и вычитанием. Проверка суммы сложением основана на переместительном законе действия сложения. Проверка суммы вычитанием основана на определении действия вычитания: вычитание есть действие, которым по сумме двух слагаемых и одному из них находят другое слагаемое. Или: *каждое из двух слагаемых равно сумме без другого слагаемого.* Этой зависимостью приходится пользоваться при решении задач.

Задача. К какому числу нужно прибавить 1 649, чтобы получилось 10 000.

Решение. Обозначим неизвестное число буквой x. Тогда условие можно записать с помощью действия сложения: $x + 1\,649 = 10\,000$. Неизвестное число является слагаемым, причем другое слагаемое и их сумма известны. По указанной зависимости между числами при сложении можно вычислить неизвестное слагаемое: $x = 10\,000 - 1\,649$; $x = 8\,351$.

Вычитание проверяется или сложением, или вычитанием. По определению вычитания уменьшаемое есть сумма, вычитаемое и разность являются слагаемыми. Поэтому между уменьшаемым, вычитаемым и разностью можно установить следующие зависимости: а) *уменьшаемое равно вычитаемому, сложенному с разностью,* и б) *вычитаемое равно уменьшаемому без разности.*

Проверка правильности вычитания и основана на этих зависимостях. Кроме того, этими зависимостями приходится пользоваться при решении задач.

З а д а ч а. Какое число нужно вычесть из 16 731, чтобы получить 9 736?

Р е ш е н и е. Обозначим неизвестное число буквой x. Тогда условие задачи можно записать с помощью вычитания: $16\,731 - x = 9\,736$. Неизвестное число x является вычитаемым, а уменьшаемое и разность известны. Поэтому можно вычислить вычитаемое на основе той же зависимости. $x = 16\,731 - 9\,736 = 6\,995$. (Как проще выполнить вычитание?)

2. Действия второй ступени. Проверка правильности вычисления произведения двух чисел может быть выполнена или умножением, или делением. Для проверки произведения умножением, как известно, нужно воспользоваться переместительным законом умножения. Для проверки произведения делением, нужно воспользоваться определением действия деления: делением называется действие, с помощью которого по данному произведению двух сомножителей и одному из них находят другой сомножитель. Чтобы проверить умножение делением, нужно произведение разделить на один из сомножителей. Если при этом получится другой сомножитель, то можно считать умножение выполненным правильно. Этим способом проверки умножения выражена следующая зависимость между числами при умножении: *каждый из двух сомножителей равен их произведению, деленному на другой сомножитель.* Эта зависимость может быть использована и при решении некоторых задач.

З а д а ч а. На какое число нужно умножить 407, чтобы в произведении получилось 21 164?

Р е ш е н и е. Обозначим неизвестный сомножитель буквой x. Тогда условие задачи можно записать при помощи умножения $407 \cdot x = 21\,164$. Неизвестный сомножитель x можно найти с помощью зависимости чисел при действии умножения. $x = 21\,164 : 407$; $x = 52$.

Деление определяется как действие, обратное умножению. При делении по данному произведению и одному из сомножителей ищется другой. Так как делимое есть произведение двух сомножителей, делитель и частное являются сомножителями, то между числами при делении имеют место следующие зависимости: а) *делимое равно делителю, умноженному на частное,* и б) *делитель (частное) равняется делимому, разделенному на частное (на делитель).* На этих зависимостях основана проверка правильности вычисления частного умножением и делением. При помощи указанных зависимостей можно решать некоторые задачи.

Задача. Какое число нужно вычесть из 2 440, чтобы, разделив разность на 68, в частном получить 35?

Решение. Обозначим неизвестное число буквой x. Тогда условие задачи можно записать следующим равенством: $(2\,440 - x) : 68 = 35$. Используя указанные зависимости, можно записать $2\,440 - x = 35 \cdot 68$, или $2\,440 - x = 2\,380$. В этом равенстве неизвестное x является вычитаемым. Мы умеем находить вычитаемое, если известны уменьшаемое и разность. $x = 2\,440 - 2\,380$; $x = 60$.

Если деление выполняется с остатком, то зависимость между числами при делении становится более сложной. Мы знаем, что в этом случае *делимое равно делителю, умноженному на частное, плюс остаток.* Действительно, если $15\,625 : 100 = 156$ (ост. 25), то $15\,625 = 156 \cdot 100 + 25$. Если делимое уменьшить на остаток, то получим число, которое будет нацело делиться и на делитель (в нашем примере на 100), и на частное (на 156). Делимое без остатка представляет собой произведение делителя и частного. Поэтому можно отметить еще одну зависимость между числами при делении с остатком: *произведение делителя на частное равно делимому без остатка.* Этими зависимостями можно пользоваться при решении некоторых задач.

УПРАЖНЕНИЯ.

118. 1) Найти x, если:

а) $x + 5\,623 = 7\,158$;
б) $x + 10\,261 = 17\,139$.

2) Найти x, если:

а) $(x - 7\,756) - 12\,000 = 4\,896$;
б) $4\,284 - (x - 378) = 1\,000$.

119. 1) Во сколько раз нужно увеличить 95, чтобы получить 9 785?

2) Какое число нужно уменьшить в 9 раз, чтобы получить 648?

3) Найти x, если:

а) $13 \cdot x = 2\,249$; б) $261 \cdot x = 9\,918$;
в) $x \cdot 704 = 78\,848$; г) $x : 6\,501 = 341$;
д) $x : 607 = 219$; е) $28\,014 : x = 42$;
ж) $2\,550 : x = 49$ (ост. 2); з) $4\,580 : x = 61$ (ост. 5);
и) $2\,575 : x = 99$ (ост. 1).

120. Найти неизвестное x, если:

1) $(x + 2\,087) : 67 = 35$;
2) $(x + 2\,195) \cdot 1\,001 = 2\,299\,297$;
3) $(x - 13\,581) : 709 = 36$;
4) $(85 \cdot x + 765) : 170 = 98$.

121. Вставить пропущенные цифры, обозначенные знаком вопроса:

1) $$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 58?7 \\ 7?38 \end{array} \\ \hline 1?305 \end{array}$$

2) $$\begin{array}{r} - \begin{array}{r} ?75? \\ 43?8 \end{array} \\ \hline 2?75 \end{array}$$

3) $$\begin{array}{r} - \begin{array}{r} 5?38 \\ 32?? \end{array} \\ \hline ?099 \end{array}$$

4) $$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} ???? \\ ?2 \end{array} \\ \hline + \begin{array}{r} 18?48 \\ 7299? \end{array} \\ \hline ???16? \end{array}$$

5) $$31??2 \;\Big|\; \begin{array}{l} 2?2 \\ \hline 126 \end{array}$$

6) $$\begin{array}{r|l} ????744 & 345? \\ \cline{2-2} \underline{8294} & 3?? \\ \underline{138?4} & \\ 0 & \end{array}$$

122. 1) Двум ученикам нужно было умножить одно и то же число: первому на 18, второму на 31. Первый получил в произведении 1 296. Какое произведение должен был получить второй?

2) Двум ученикам нужно было разделить одно и то же число: первому на 18, второму на 19. Первый получил в частном 234 и в остатке 7. Какое число получил второй в частном?

123. 1) Я задумал число, вычел из него 25, разность умножил на 2 и получил 276. Какое число было задумано?

2) Я задумал число, прибавил к нему 48, сумму разделил на 6 и получил в частном 192. Какое число я задумал?

Контрольное задание к § 8.

1) Найти x:

а) $90\,007 - x = 16\,697$;
б) $336 : x = 14$;
в) $10 \cdot x + 940 - 360 = 1\,600$;
г) $(x + 1\,295) \cdot 1\,001 = 2\,299\,297$.

2) Если к утроенному неизвестному числу прибавим учетверенное это же неизвестное число, то получим 2 870. Найти неизвестное число.

3) Если неизвестное число разделить на 8 и к частному прибавить 200, то получится 620. Найти неизвестное число.

4) Если из неизвестного числа вычесть 125, то оно уменьшится в 6 раз. Найти неизвестное число.

§9 СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ НЕСКОЛЬКИХ ЧИСЕЛ.

Мальчика спросили, сколько времени он тратит на приготовление уроков дома. Мальчик ответил: «Вчера я готовил уроки 1 час 20 мин., а сегодня 1 час 40 мин.». Тогда его спросили: «Сколько времени ты готовишься дома к урокам *в среднем?*» Что значит это добавление?

Поезд от Москвы до Ленинграда проходит весь путь за 5 час. 10 мин. и делает одну остановку в Бологое на 10 мин. Какова *средняя* скорость этого поезда, если расстояние от Москвы до Ленинграда равно 650 *км*? Что значит *средняя* скорость? Если учесть остановку в Бологое, то поезд находился в пути 5 час. 10 мин. – 10 мин. = 5 час. и его скорость составляет 650 : 5 = 130 (*км/ч.*). Каждую ли часть пути поезд проходит с такой скоростью?

Рассмотрим еще один пример. Пусть магазин в течение первых четырех месяцев текущего года продал товара больше, чем в декабре прошлого года: в январе на 1 000 руб., в феврале — на 200 руб., в марте — на 800 руб. и в апреле — на 1 200 руб. На сколько повысилась в среднем месячная выручка магазина за этот период? Для решения всех этих вопросов в математике дается один способ: вводится число, которое называется *средним арифметическим данных чисел*. Вычисляют его следующим образом: находят сумму всех данных чисел и делят на число этих чисел.

Так, в первом примере нужно сложить: 1 час 20 мин. + + 1 час 40 мин. = 3 часа и 3 часа : 2 = 1 час 30 мин. Во втором примере средняя скорость поезда составляет 130 *км/ч*, но это не значит, что на каждом участке пути он проходит в час 130 *км*. При движении в гору он идет медленней, под гору — быстрей, проходя мимо городских вокзалов, поезд замедляет движение и т. д. Что же значит в данном примере, что скорость поезда в среднем 130 *км/ч*? Это значит, что если бы поезд шел весь путь так, что в каждые два любые, но равные промежутки времени проходил один и тот же путь, то в каждый час он проходил бы по 130 *км*. В последнем примере средняя выручка магазина за первые четыре месяца составила (1 000 + 200 + + 800 + 1 200) : 4 = 800 (руб. в месяц). Как нужно понимать, что выручка в среднем повысилась на 800 руб. в месяц? Это значит, что выручка за все 4 месяца оказалась такая же, какой она была бы, если бы повышалась каждый месяц одинаково, именно на одну и ту же сумму, т. е. на 800 руб.

Средним арифметическим нескольких чисел называется сумма этих чисел, деленная на их число.

В решении многих практических задач часто приходится пользоваться средним арифметическим нескольких чисел.

УПРАЖНЕНИЯ.

124. 1) За 1-й час лыжник прошел 10 *км* 880 *м*, за 2-й — 9 *км* 430 *м*, за 3-й — 9 *км* 100 *м* и за 4-й — 8 *км* 150 *м*. Какое расстояние в среднем проходил лыжник за час?

2) С участка площадью 4 сотки было собрано 380 *кг* свеклы; с участка площадью в 5 соток — 450 *кг* и с 2 соток — 226 *кг*. Определить средний урожай свеклы с 1 сотки. (1 сотка = 1 *а*.)

125. Найти среднее арифметическое чисел:

1) 37 и 55; 2) 96; 121 и 146; 3) 105; 116; 121 и 150; 4) 2 *кг* 380 *г* и 3 *кг* 440 *г*; 5) 5 *м* 7 *дм*; 4 *м* 8 *дм* и 3 *м* 9 *дм*; 6) 12 *га* 40 *а*; 11 *га* 75 *а* и 9 *га* 60 *а*.

Рассмотрим задачу, которую мы уже решали и которую теперь решим новым способом, с помощью среднего арифметического.

Задача. На двух полках 84 книги; если с одной полки снять 12 книг, то на обеих полках книг будет поровну. Сколько было книг на каждой полке первоначально?

Посмотрите и вспомните, как решалась эта задача раньше. В условии задачи дана сумма обоих неизвестных чисел. Значит, можно найти их среднее арифметическое. 84 : 2 = 42 (книги). Это значит, что на каждой полке должно быть по 42 книги, чтобы на обеих вместе было 84 книги. Посмотрите на рисунок и подумайте, сколько книг нужно переложить с нижней полки на верхнюю, чтобы на полках книг оказалось поровну? Как добиться того, чтобы на обеих полках оставалось вместе 84 книги

и чтобы их было на полках поровну? Для этого нужно переложить с нижней полки 6 книг на верхнюю, так как $12 : 2 = 6$ (книг); при этом на каждой полке окажется по 42 книги. Но тогда на верхней полке первоначально было $42-6=$ $=36$ (книг), а на нижней $42 + 6 = 48$ (книг). Ответы получились те же, что и раньше. Какой способ решения проще? Сколько действий требовалось для решения задачи в первых двух способах и сколько действий требует рассмотренный способ с помощью среднего арифметического?

УПРАЖНЕНИЯ.

126. 1) На одной полке 80 книг, а на другой 100. Сколько книг нужно переложить со второй на первую, чтобы на обеих полках книг стало поровну?

2) У одной девочки 90 орехов, а у другой 60. Сколько орехов должна отдать первая девочка второй, чтобы у них стало орехов поровну?

127. 1) У двух мальчиков 300 марок. Если один из них даст другому 30 марок, то у обоих мальчиков марок окажется поровну. Сколько марок имеет каждый мальчик?

2) 86 пионеров уезжали в пионерский лагерь на двух одинаковых автобусах. После посадки пришлось двух мальчиков пересадить из первого автобуса во второй, чтобы в каждом автобусе было поровну. Сколько человек было в каждом автобусе при посадке?

Контрольное задание к § 9.

1) Для определения всхожести семян посеяли 4 сотни семян отдельно одна от другой. Из 1-й сотни взошло 92 семени, из 2-й — 90, из 3-й — 95 и из 4-й — 87. Определить среднюю всхожесть семян.

2) Найти среднее арифметическое чисел 76; 80; 96; 100 и 118. Вычислите, на сколько оно больше или меньше каждого из данных чисел. Изобразите графически каждое из этих чисел и их среднее арифметическое.

3) Среднее арифметическое пяти чисел равно 406. Найти сумму этих пяти чисел.

4) Сумма двух чисел равна 406, причем одно больше другого на 156. Найти эти числа.

5) Каков средний рост учащегося вашего класса?

6) Средняя продолжительность работы трактора 30 000 часов. Сколько лет будет работать трактор, если считать, что в году 307 рабочих дней и каждый день работа проводится в две смены?

7) Два ученика измеряли длину и ширину класса, чтобы вычислить площадь пола. Один получил длину 6 *м* 40 *см* и ширину 5 *м* 60 *см*, а другой получил длину 6 *м* 30 *см* и ширину 5 *м* 70 *см*. Как вычислить площадь классной комнаты?

§10 ДЕЛИТЕЛИ ДАННОГО ЧИСЛА И КРАТНЫЕ ДАННОГО ЧИСЛА. ОБЩИЕ ДЕЛИТЕЛИ ЧИСЕЛ. ОБЩИЕ КРАТНЫЕ ДВУХ ИЛИ НЕСКОЛЬКИХ ЧИСЕЛ.

Всегда можно найти сумму и произведение двух или нескольких натуральных чисел. В результате как при сложении, так и при умножении получится некоторое натуральное число. Вычитание в множестве натуральных чисел можно выполнить только при условии, что вычитаемое меньше уменьшаемого; если вычитаемое равно уменьшаемому, то приходится вводить еще число нуль. Не всегда точно выполняется деление. Если легко узнать сразу, выполнимо вычитание или нет, то узнать, разделится ли нацело одно число на другое, трудно. В практике часто приходится решать такую задачу: не выполняя деления, узнать, делится нацело одно число на другое или нет. Для решения этой задачи в математике рассматривается учение о делителях данного числа и о числах, кратных данному числу.

1. Делители числа. Возьмем произвольно натуральное число, например 360.

Легко проверить, что оно делится нацело на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180 и 360.

Каждое натуральное число, на которое данное натуральное число делится нацело, называется делителем данного числа.

Не путайте два названия: делитель при действии деления — число, на которое делится другое число или точно, или с остатком; и делитель числа — число, на которое данное число делится нацело. Как узнать, что любое из указанных чисел является делителем числа 360? Конечно, можно 360 разделить на каждое из выписанных чисел поочередно и убедиться в том, что деление выполняется нацело. Но вопрос именно и состоит в том, чтобы, не производя деления, узнать, можно ли найти точно частное. Можно ответить на этот вопрос еще и так. Пусть нужно узнать, является ли делителем числа 360 число 24. Будем умножать 24 последовательно на все натуральные числа 1, 2, 3, ... до тех пор, пока не получим 360 или не получим числа, большего 360. Так, для числа 24 получим следующие натуральные числа: 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216, 240, 264, 288, 312, 336, 360. Мы получили 360. Значит, 24 является делителем числа 360. Можно сказать, чему равно частное. Для этого нужно подсчитать, каким числом по порядку оказывается число 360 в последовательности чисел, получившихся при умножении 24 на натуральные числа. Так как 360 является пятнадцатым числом получившейся последовательности, то частное от деления 360 на 24 равно 15. Последовательность чисел, которую мы получили для числа 24, носит особое название.

2. Кратные данного числа. Составленная последовательность чисел 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, ... является множеством чисел, кратных 24.

Каждое натуральное число, которое делится нацело на данное число, называется кратным данного числа.

Множество выписанных чисел представляет собой числа, кратные 24. Они получены были умножением 24 на натуральные числа. Так как натуральных чисел бесчисленное множество, то и чисел, кратных данному числу, бесчисленное множество. Мы выписали числа, кратные 24, только до 360. Но можно было бы, последовательно прибавляя по 24, продолжить это множество. Самого большого числа, кратного данному, выписать нельзя, его нет.

Каждое число, кратное двум, называется четным.

Числа, которые не являются кратными двум, называются нечетными.

Число нуль делится нацело на любое натуральное число. Но оно кратным числом ни для какого натурального числа не считается.

Самым меньшим числом, кратным данного, является само это число.

Следует иметь в виду, что каждое натуральное число делится нацело на единицу и поэтому число 1 является делителем каждого натурального числа. В дальнейшем нам придется иметь дело с *делителями, общими для нескольких натуральных чисел*. Это такие числа, *на которые каждое данное натуральное число делится нацело*. Например, для чисел 8 и 12 общими делителями будут числа: 1, 2, 4. На каждое из них и 8, и 12 делятся нацело. Так же точно можно говорить об *общих кратных нескольких данных чисел*. Это такие числа, *каждое из которых делится нацело на все данные числа*. Для 8 и 12 общими кратными будут числа 24, 48, 72, ... Каждое из них делится нацело и на 8, и на 12. Как найти общие делители данных нескольких чисел? Для этого находят делители первого данного числа, потом делители второго данного числа и т. д. После этого среди делителей данных чисел отбирают одинаковые. Это и будут общие делители данных чисел. Среди общих делителей любых натуральных чисел всегда должно быть самое меньшее натуральное число, т. е. единица. Так же точно находятся общие кратные нескольких данных чисел.

Общих кратных данных чисел бесчисленное множество: наибольшего общего кратного данных чисел найти нельзя, оно не существует.

УПРАЖНЕНИЯ.

128. 1) Найти делители чисел: а) 96; б) 150; в) 260; г) 400; д) 520; е) 600.

2) Из чисел 4, 7, 9 и 25 выписать те, которые являются делителями чисел: а) 100; б) 252; в) 630; г) 1 260.

3) Найти общие делители чисел: а) 24 и 36; б) 80 и 100; в) 90; 120 и 150; г) 50; 75 и 125.

129. 1) Выписать все четные числа: а) седьмого десятка первой сотни; б) от 200 до 215.

2) Выписать последовательно все нечетные числа: а) восьмого десятка первой сотни; б) от 450 до 465.

3). Указать наименьшее четное число; указать наименьшее нечетное число. Существует ли наибольшее четное число? Существует ли наибольшее нечетное число?

130. 1) Проверить, что для чисел 504 и 720 одним из общих делителей будет число 72. Какими способами это можно сделать?

2) Будет ли число 70 общим делителем для чисел 560 и 630?

131. 1) Написать по 5 чисел, кратных данному, начиная с самого меньшего кратного: а) 10; б) 25; в) 31; г) 120; д) 200; е) 216.

2) Из чисел 36; 48, 96, 180, 216, 240 и 288 выписать те, которые являются кратными для каждого из чисел: а) 12; б) 16; в) 18.

3) Написать 5 общих кратных, начиная с меньшего, для чисел: а) 8 и 9; б) 12 и 15; в) 72, 96 и 120; г) 75, 125 и 175; д) 60, 150 и 200.

4) Проверить, что для чисел 420 и 630 одним из общих кратных является число 1 260. Какими способами это можно сделать?

Контрольное задание к § 10.

1) Найти все делители числа 250.
2) Выписать, начиная с меньшего, три кратных числа 8 295.
3) Найти все общие делители чисел 150 и 180.
4) Выписать, начиная с меньшего, три общих кратных данных чисел: 120, 150 и 180.

§11 ДЕЛИМОСТЬ СУММЫ. ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ НА 2, 5, 9 и 3.

Имеются *признаки*, по которым можно иногда, не выполняя деления, узнать, делится ли нацело одно число на другое или при делении получится остаток. Пусть дано число 7 580. В этом числе 758 десятков. Оно состоит из десятков, поэтому делится нацело на 10. Для проверки разделим число на 10: $7\,580 : 10 = 758$. Какое бы натуральное число, состоящее из десятков, мы ни взяли, оно всегда разделится на 10 нацело. Каждое из таких натуральных чисел оканчивается обязательно цифрой нуль. Эта особенность чисел представляет *признак*, с помощью которого можно утверждать, что число делится нацело на 10.

Если число оканчивается нулем, то оно делится нацело на 10.

Для того чтобы число делилось нацело на 100, нужно, чтобы оно состояло из сотен. Каждое число, состоящее из сотен, оканчивается двумя нулями: один нуль в разряде десятков, другой нуль в разряде единиц. Эта особенность чисел, состоящих из сотен, тоже служит *признаком*, с помощью которого можно узнавать, делится число нацело на 100 или нет.

Если число оканчивается двумя нулями, то оно делится нацело на 100.

Какой признак делимости на 1 000 можно установить? Дайте ответ на этот вопрос самостоятельно. Мы познакомимся с признаками делимости на некоторые однозначные числа. Чтобы установить эти признаки, рассмотрим сначала некоторые свойства суммы и разности.

Если каждое слагаемое делится нацело на одно и то же число, то и сумма этих слагаемых разделится нацело на это число.

Справедливость этого свойства суммы легко проверить. Так, если каждое слагаемое делится нацело на 10, то, значит, оно оканчивается на нуль. Если же каждое слагаемое оканчивается на нуль, то и сумма этих слагаемых оканчивается также на нуль. Если же сумма оканчивается на нуль, то, значит, эта сумма делится нацело на 10. Еще пример. Если одно слагаемое 45 кратно числу 5, второе слагаемое 35 тоже кратно числу 5, то сумма этих слагаемых $45 + 35 = 80$ тоже число, кратное 5, т. е. делится на 5 нацело. Такое же рассуждение можно повторить для любого количества слагаемых и числа, на которое каждое из слагаемых делится нацело. Этим и подтверждается справедливость указанного свойства суммы.

Если все слагаемые, кроме одного, делятся нацело на данное число, то сумма на данное число нацело не разделится.

Это свойство суммы легко обосновывается на примере делителя 10. Пусть имеется сумма трех слагаемых, причем два из них оканчиваются нулями, а третье слагаемое в разряде единиц имеет однозначное натуральное число. Сумма этих трех слагаемых в разряде единиц будет иметь то же однозначное натуральное число, что и третье слагаемое. Значит, первые два слагаемых делятся нацело на 10, а третье слагаемое и сумма этих трех слагаемых на 10 нацело не делятся. Следовательно, указанное свойство суммы справедливо. Точно такое же рассуждение можно применить и для любого другого делителя, отличного от 10.

Как обосновать следующее свойство суммы? *Если сумма двух слагаемых и одно из них делятся нацело на данное число, то и другое слагаемое нацело разделится на данное число.* Приведите обоснование этого свойства суммы самостоятельно и поясните его примерами. Из этого свойства суммы сразу же можно вывести такое свойство разности: *если уменьшаемое и вычитаемое делятся нацело на данное число, то и разность разделится на данное число.* Это свойство разности проверьте на примерах и покажите его справедливость самостоятельно.

1. Признаки делимости на 2 и на 5. Натуральные числа можно разделить на два множества чисел: те, которые делятся на 2, и те, которые на 2 не делятся. Числа, делящиеся на 2 и не делящиеся на 2, чередуются. Не делятся на 2: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...

Делятся на 2: 2, 4, 6, 8, 10, ...

Число нуль также делится на 2. Однозначные числа 0, 2, 4, 6 и 8 являются числами четными. Цифры, которыми они записываются, называются четными цифрами. Признак делимости на 2 заключается в следующем: *число делится нацело* *на 2, если оно оканчивается четной цифрой.* Чтобы обосновать справедливость этого признака, заметим, что число 10 делится на 2 нацело, так как 10 содержит 5 двоек. Значит, каждое число, состоящее из десятков, делится на 2 нацело. Каждое натуральное число можно представить в виде суммы числа десятков, содержащихся в нем, и числа единиц, содержащихся в разряде единиц. Так число 7 564 можно представить в виде 7 560 + 4. Первое слагаемое этой суммы делится на 2 нацело, так как оно состоит из десятков, а каждый десяток делится на 2 нацело. Чтобы сумма делилась на 2, нужно, чтобы и второе слагаемое также делилось на 2. Но второе слагаемое будет делиться на 2 только в том случае, если оно имеет четное число единиц (или: если оно записано четной цифрой). Данное число 7 564 оканчивается четной цифрой и поэтому оно делится на 2 нацело. Действительно, 7 564 : 2 = 3 782. Если взять число, оканчивающееся нечетной цифрой, то оно на 2 нацело не разделится. Так, число 7 561 на 2 нацело не делится, потому что 7 561 = 7 560 + 1. Первое слагаемое делится на 2 нацело (это 756 десятков), а второе слагаемое есть число нечетное и на 2 нацело не делится. Сумма этих двух слагаемых на 2 нацело не разделится. Признак делимости на 2 читается так:

на 2 делятся те и только те числа, которые в разряде единиц имеют четное число или нуль.

Это значит, что если число оканчивается четной цифрой, то оно делится нацело на 2; если же число оканчивается нечетной цифрой, то оно на 2 нацело не делится. Таким же точно рассуждением можно обосновать следующий признак делимости чисел на 5:

на 5 делятся те и только те числа, которые в разряде единиц имеют или нуль, или 5.

Для обоснования этого признака используйте то, что число 10 делится на 5 нацело, так как состоит из двух пятерок.

УПРАЖНЕНИЯ.

132. 1) Не вычисляя суммы, установить, будет ли делиться на 2 каждое слагаемое и будет ли делиться нацело на 2 сумма:

а) 146 + 2 458; б) 188 + 246 + 314; в) 5 720 + 3 516;
г) 146 + 2 455; д) 188 + 246 + 413; е) 5 720 + 3 517.

2) Выписать нечетные числа пятого десятка шестой сотни.

3) Выпишите цифры, одна из которых записывается в разряде единиц любого нечетного числа.

4) Не вычисляя суммы, установить, будет ли делиться на 5 каждое слагаемое и будет ли делиться нацело на 5 их сумма:

а) $65 + 85$; б) $60 + 145$; в) $2\,365 + 6\,710$;
г) $460 + 500$; д) $2\,364 + 6\,710$; е) $60 + 141$.

5) Выпишите цифры, одна из которых записывается в разряде единиц любого натурального числа, если оно нацело на 5 не делится.

133. Даны числа, написанные в виде суммы разрядных единиц:

а) $3 \cdot 100\,000 + 5 \cdot 10\,000 + 7 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 8$;
б) $7 \cdot 100\,000 + 9 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10$;
в) $9 \cdot 1\,000\,000 + 4 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 10 + 5$;
г) $24 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 9$.

1) Какие из них делятся нацело на 2? Записать их.
2) Какие из них делятся нацело на 5? Записать их.

134. В числе 924 56? вместо знака вопроса поставить цифру, так чтобы:

1) полученное число нацело разделилось на 2. Сколько будет различных чисел?

2) полученное число разделилось нацело на 5. Сколько различных чисел получится?

3) полученное число разделилось нацело и на 2, и на 5. Сколько получится различных чисел в этом случае?

135. 1) Дана сумма $4 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7$. Установить, какие слагаемые этой суммы нацело на 2 не делятся. Какой остаток получится при делении на 2 данной суммы? Какое слагаемое и как следует изменить в данной сумме, чтобы данная сумма нацело разделилась на 2?

2) Дана сумма $7 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 8$. Установить, какие слагаемые этой суммы не делятся нацело на 5. Какой остаток получится при делении данной суммы на 5? Как и какое слагаемое данной суммы следует изменить, чтобы полученная сумма нацело разделилась на 5?

136. 1) Не производя деления, установить, какой остаток получится при делении: 6 043 на 2; 5 439 на 5; 13 674 на 10.

2) Напишите какое-либо трехзначное число, не делящееся нацело на 2, и четырехзначное число, тоже не делящееся нацело на 2. Проверьте, делится нацело на 2 сумма этих чисел или нет. Если выписать три любых натуральных числа, каждое из которых нацело на 2 не делится, то сумма разделится нацело на 2 или нет? Объясните почему.

на 2, если оно оканчивается четной цифрой. Чтобы обосновать справедливость этого признака, заметим, что число 10 делится на 2 нацело, так как 10 содержит 5 двоек. Значит, каждое число, состоящее из десятков, делится на 2 нацело. Каждое натуральное число можно представить в виде суммы числа десятков, содержащихся в нем, и числа единиц, содержащихся в разряде единиц. Так число 7 564 можно представить в виде 7 560 + 4. Первое слагаемое этой суммы делится на 2 нацело, так как оно состоит из десятков, а каждый десяток делится на 2 нацело. Чтобы сумма делилась на 2, нужно, чтобы и второе слагаемое также делилось на 2. Но второе слагаемое будет делиться на 2 только в том случае, если оно имеет четное число единиц (или: если оно записано четной цифрой). Данное число 7 564 оканчивается четной цифрой и поэтому оно делится на 2 нацело. Действительно, 7 564 : 2 = 3 782. Если взять число, оканчивающееся нечетной цифрой, то оно на 2 нацело не разделится. Так, число 7 561 на 2 нацело не делится, потому что 7 561 = 7 560 + 1. Первое слагаемое делится на 2 нацело (это 756 десятков), а второе слагаемое есть число нечетное и на 2 нацело не делится. Сумма этих двух слагаемых на 2 нацело не разделится. Признак делимости на 2 читается так:

на 2 делятся те и только те числа, которые в разряде единиц имеют четное число или нуль.

Это значит, что если число оканчивается четной цифрой, то оно делится нацело на 2; если же число оканчивается нечетной цифрой, то оно на 2 нацело не делится. Таким же точно рассуждением можно обосновать следующий признак делимости чисел на 5:

на 5 делятся те и только те числа, которые в разряде единиц имеют или нуль, или 5.

Для обоснования этого признака используйте то, что число 10 делится на 5 нацело, так как состоит из двух пятерок.

УПРАЖНЕНИЯ.

132. 1) Не вычисляя суммы, установить, будет ли делиться на 2 каждое слагаемое и будет ли делиться нацело на 2 сумма:

а) 146 + 2 458; б) 188 + 246 + 314; в) 5 720 + 3 516;
г) 146 + 2 455; д) 188 + 246 + 413; е) 5 720 + 3 517.

2) Выписать нечетные числа пятого десятка шестой сотни.

3) Выпишите цифры, одна из которых записывается в разряде единиц любого нечетного числа.

4) Не вычисляя суммы, установить, будет ли делиться на 5 каждое слагаемое и будет ли делиться нацело на 5 их сумма:

а) $65 + 85$; б) $60 + 145$; в) $2\,365 + 6\,710$;
г) $460 + 500$; д) $2\,364 + 6\,710$; е) $60 + 141$.

5) Выпишите цифры, одна из которых записывается в разряде единиц любого натурального числа, если оно нацело на 5 не делится.

133. Даны числа, написанные в виде суммы разрядных единиц:

а) $3 \cdot 100\,000 + 5 \cdot 10\,000 + 7 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 8$;
б) $7 \cdot 100\,000 + 9 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10$;
в) $9 \cdot 1\,000\,000 + 4 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 10 + 5$;
г) $24 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 9$.

1) Какие из них делятся нацело на 2? Записать их.
2) Какие из них делятся нацело на 5? Записать их.

134. В числе 924 56? вместо знака вопроса поставить цифру, так чтобы:

1) полученное число нацело разделилось на 2. Сколько будет различных чисел?

2) полученное число разделилось нацело на 5. Сколько различных чисел получится?

3) полученное число разделилось нацело и на 2, и на 5. Сколько получится различных чисел в этом случае?

135. 1) Дана сумма $4 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7$. Установить, какие слагаемые этой суммы нацело на 2 не делятся. Какой остаток получится при делении на 2 данной суммы? Какое слагаемое и как следует изменить в данной сумме, чтобы данная сумма нацело разделилась на 2?

2) Дана сумма $7 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 8$. Установить, какие слагаемые этой суммы не делятся нацело на 5. Какой остаток получится при делении данной суммы на 5? Как и какое слагаемое данной суммы следует изменить, чтобы полученная сумма нацело разделилась на 5?

136. 1) Не производя деления, установить, какой остаток получится при делении: 6 043 на 2; 5 439 на 5; 13 674 на 10.

2) Напишите какое-либо трехзначное число, не делящееся нацело на 2, и четырехзначное число, тоже не делящееся нацело на 2. Проверьте, делится нацело на 2 сумма этих чисел или нет. Если выписать три любых натуральных числа, каждое из которых нацело на 2 не делится, то сумма разделится нацело на 2 или нет? Объясните почему.

137. 1) Напишите какое-либо трехзначное число, оканчивающееся цифрой 7; двузначное число, оканчивающееся цифрой 8. Какой остаток получится при делении на 5 каждого из этих чисел? Разделится или нет нацело на 5 сумма этих чисел? Какие цифры можно написать вместо 7 и 8 в этих числах, чтобы их сумма разделилась нацело на 5? Сколько может быть решений?

2) Записать все четырехзначные числа цифрами: 8, 6, 5 и 3, такие, чтобы каждое из них делилось нацело на 5. Сколько будет решений, если в каждом числе цифры не повторяются?

3) Записать все четырехзначные числа цифрами: 3, 4, 9 и 0, чтобы каждое из них делилось нацело на 5? Сколько будет решений, если в каждом числе цифры не повторяются?

2. Признак делимости на 9 и на 3. Все числа, каждое из которых записано только цифрой 9, нацело делятся на 9. Таковы числа: 9, 99, 999, 9 999, 99 999 и т. д. Если взять разрядные единицы любого числа: 10, 100, 1 000, 10 000, 100 000 и т. д., то каждая из них при делении на 9 даст один и тот же остаток: 1, так как $10 = 9 + 1$; $100 = 99 + 1$; $1\,000 = 999 + 1$; $10\,000 = 9\,999 + 1$ и т. д.

Рассмотрим теперь натуральное число 46 621 и, не выполняя деления, попробуем установить, делится оно нацело на 9 или нет. Будем рассуждать таким образом: число 46 621 запишем в виде суммы:

$$40\,000 + 6\,000 + 600 + 20 + 1.$$

Так как $10\,000 = 9\,999 + 1$, то $40\,000 = 9\,999 \cdot 4 + 4$; далее: $6\,000 = 999 \cdot 6 + 6$; $600 = 6 \cdot 99 + 6$ и $20 = 2 \cdot 9 + 2$. Следовательно, $46\,621 = 4 \cdot 9\,999 + 4 + 6 \cdot 999 + 6 + 6 \cdot 99 + 6 + 2 \cdot 9 + 2 + 1$. Объединим в отдельную сумму слагаемые, кратные числу 9. Получим:

$$46\,621 = (4 \cdot 9\,999 + 6 \cdot 999 + 6 \cdot 99 + 2 \cdot 9) + (4 + 6 + 6 + 2 + 1).$$

Первая сумма, заключенная в скобки, представляет собой число, делящееся на 9 нацело. Сумма во вторых скобках составляется очень просто по виду данного числа: это — сумма чисел, выраженных цифрами данного числа, или, как говорят, это — *сумма цифр* данного числа. По свойству суммы: «если каждое из двух слагаемых суммы делится нацело на одно и то же число, то и сумма этих слагаемых разделится нацело на это же число» — можно утверждать, что 46 621 делится нацело на 9: второе слагаемое составляет число 18.

Признак делимости на 9 читается так:

на 9 делятся те и только те числа, сумма цифр которых делится на 9.

Признак делимости на число 3 такой же, как и на 9:

на 3 делятся те и только те числа, у которых сумма цифр делится на 3.

Для обоснования признака делимости на 3 нужно повторить те рассуждения, которые приведены были при выводе признака делимости на 9. Вывод признака делимости на 3 сделайте самостоятельно для произвольно взятого натурального числа.

УПРАЖНЕНИЯ.

138. 1) Не выполняя деления, установить, какие из чисел: 78; 123; 226; 501; 827; 964; 1 440; 28 054; 25 308; 222 111 — делятся нацело а) на 3; б) на 9. Выпишите их.

2) Не выполняя деления, найти и выписать остатки от деления каждого из чисел: 91; 104; 198; 224; 1 223; 5 727; 12 407; 48 207 а) на 3; б) на 9. Правильность проверить делением.

139. 1) Установить и выписать остатки, которые получатся от деления каждого слагаемого и каждой суммы а) на 3 и б) на 9:

$$800 + 20 + 7; \quad 8\,000 + 900 + 60 + 7; \quad 2\,000 + 300 + 70 + 3;$$
$$5\,000 + 40 + 7; \quad 700\,000 + 50\,000 + 4\,000 + 900 + 70 + 5.$$

2) Установить, какой остаток получится при делении каждого из чисел, записанных в виде суммы разрядных единиц, а) на 3 и б) на 9:

$$6 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 8; \quad 5 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 10 + 8;$$
$$7 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 6 \cdot 10; \quad 3 \cdot 1\,000 + 9 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 7.$$

140. 1) В числе 542 71? вместо знака вопроса поставить цифру так, чтобы полученное число разделилось нацело а) на 3, б) на 9. Сколько в каждом случае имеется решений?

2) Можно ли цифрами 7, 5 и 6 записать трехзначное число, которое бы нацело делилось а) на 3, б) на 9? Сколько возможно решений для каждого делителя, если в каждом числе цифры не повторяются?

141. 1) Установить, какие из чисел: 132; 136; 288; 570; 600; 981; 2 401; 4 232; 8 132; 54 090; 14 265 — делятся нацело и на 9, и на 5.

2) Установить, какие из чисел делятся нацело и на 3, и на 2: 312; 522; 824; 870; 2 880; 21 015; 76 300. Убедиться делением, что каждое из них нацело делится на 6.

142. 1) Установить, какие из чисел делятся нацело на 9 и на 2: 288; 612; 981; 2 412; 8 132; 54 090. Убедиться делением, что каждое из них делится нацело на 18.

2) Напишите произвольное трехзначное число, которое бы делилось нацело на 3, но не делилось бы на 9.

143. 1) Не вычисляя суммы, установить, какая из них делится нацело а) на 2; б) на 3; в) на 5; г) на 6; д) на 15:

$$150 + 225; \quad 450 + 160; \quad 5\,040 + 8\,310 + 750;$$
$$180 + 255; \quad 28\,422 + 22\,050; \quad 2\,808 + 6\,500 + 1\,875.$$

2) Не вычисляя, установить, какая из следующих сумм: 1 800 + 5 400; 9 900 + 4 200; 7 200 + 6 300 + 4 500; 2 700 + + 1 836; 92 250 + 36 000; 636 + 4 800 + 6 075 — делится нацело а) на 2; б) на 3; в) на 5; г) на 9; д) на 18.

144. 1) Установить, какие из чисел, кратные 3, заключены между числами: а) 240 и 250; б) 800 и 802; в) 1 210 и 1 220.

2) Установить, какие из чисел, кратные 5, заключены между числами: а) 451 и 461; б) 1 201 и 1 221; в) 4 501 и 4 521.

145. Не вычисляя произведений, установить, какие из них нацело делятся: на 2; на 3; на 5; на 9:

1) $6 \cdot 23 \cdot 75; \quad 55 \cdot 32 \cdot 27; \quad 64 \cdot 128 \cdot 32;$
$177 \cdot 22 \cdot 13; \quad 175 \cdot 16 \cdot 47; \quad 225 \cdot 75 \cdot 17;$

2) $24 \cdot 36 \cdot 53; \quad 60 \cdot 25 \cdot 17; \quad 61 \cdot 44 \cdot 70;$
$37 \cdot 121 \cdot 19; \quad 123 \cdot 207 \cdot 41; \quad 43 \cdot 50 \cdot 11.$

Контрольное задание к § 11.

1) Не выполняя деления, установить, делится нацело или нет: 7 654 на 2; 14 685 на 5; 1 240 на 2 и на 5; 17 604 на 9; 126 015 на 3. Ответы обосновать.

2) Каждое из данных чисел: 6 075, 13 860 — делится на 5 и на 9. Проверить это, применяя признаки делимости. Проверить делением, что каждое из данных чисел делится на $5 \cdot 9 = 45$.

3) Написать все числа, кратные 9, заключенные между 1 450 и 1 470. Будут ли эти числа кратны 3? Почему?

4) У мальчика имеются три монеты разного достоинства, всего на сумму 30 коп. Стоимость каждой монеты выражается числом, кратным 5. Найти достоинство каждой монеты.

5) 100 при делении на 3 дает остаток 1. Какое самое меньшее трехзначное число нужно прибавить к 100, чтобы их сумма делилась нацело на 3? Составить такую же задачу для наименьшего четырехзначного числа.

§12 ЧИСЛА ПРОСТЫЕ И СОСТАВНЫЕ. ТАБЛИЦА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ. РАЗЛОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ НА ПРОСТЫЕ МНОЖИТЕЛИ. ВЗАИМНО ПРОСТЫЕ ЧИСЛА.

1. Простые и составные числа. Всякое натуральное число делится нацело на 1 и само на себя. Так, обозначив произвольное натуральное число буквой n, можно записать: $n:1=n$ и $n:n=1$. Число нуль также делится на 1: $0:1=0$. Делить на нуль нельзя, поэтому нельзя и нуль делить сам на себя. Среди множества натуральных чисел имеются числа, которые делятся не только на 1 и на само себя, но имеют еще другие делители. Были рассмотрены признаки, которые позволяют узнать числа, кратные 2, 3, 5, 9, 6, 15, 18. Таким образом, множество натуральных чисел в отношении делимости можно разделить на три множества: 1) числа, которые делятся только на 1 и на само себя; например: 2; 3; 5; 17 и др.

2) числа, имеющие делители, кроме 1 и самого себя; например: 4; 6; 21 и др.

3) число 1 — первое натуральное число.

Натуральное число, которое делится только на 1 и на само себя, называется простым.

Оно имеет только два делителя.

Натуральное число, которое имеет больше, чем два делителя, т. е. делится не только на 1 и на само себя, но еще и на другие числа, называется составным.

Составное число имеет не меньше трех различных делителей. Число 1 не причисляется ни к простым, ни к составным. Среди натуральных чисел первого десятка числа 2, 3, 5 и 7 являются простыми. Числа первого десятка 4, 6, 8, 9 — составные. Среди чисел каждого десятка, начиная со второго, может быть не больше четырех простых чисел. Простое число обязательно оканчивается в разряде единиц или 1, или 3, или 7, или 9. В разряде единиц простого числа не может быть однозначных четных чисел — 2, 4, 6, 8 и 0; не может быть и числа 5. Почему? Вы сами можете ответить на этот вопрос, вспомнив признаки делимости на 2 и на 5. Однако имеется много натуральных чисел, оканчивающихся на 1, на 3, на 7 и на 9, которые являются составными, например: 21, 33, 27, 39 и др. С древних времен в математике старались найти способы для выделения простых чисел. Греческим математиком Евклидом (III век до нашей эры) было доказано, что простых чисел имеется бесчисленное множество. Самого большого простого числа нет. Составных чисел также бесчисленное множество; любое составное число можно умножить на 2, и получим составное же число, большее данного.

Чтобы узнать, является ли данное число простым, нужно установить, что оно имеет только 2 делителя (1 и само себя). Как это сделать? Пусть требуется узнать простое или составное число 131. Для этого нужно последовательно делить данное число 131 на простые числа 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 и т. д. до тех пор, пока в частном не получится число, меньшее делителя. По признакам делимости сразу можно утверждать, что 131 не делится на 2, 3 и 5. Делим на 7. $131:7 = 18$ (ост. 5); $131:11 = 11$ (ост. 10); $131:13 = 10$ (ост. 1). В частном получили число, меньшее делителя; при делении получались остатки; значит, число 131 простое. В конце книги приложена таблица простых чисел. В ней вы найдете число 131. Как составлена эта таблица простых чисел? Несколько позже Евклида греческий математик Эратосфен предложил способ для составления таблицы простых чисел. Этот способ называется «решето Эратосфена». Составим таблицу простых чисел первой сотни способом Эратосфена. Для этого выделим 100 клеточек, 10 рядов по 10 клеток в ряду. Каждой клеточке соответствует натуральное число. Первому ряду соответствуют числа первого десятка, второму ряду — числа второго десятка и т. д. В первой клеточке первого ряда должна быть написана 1, но 1 не простое и не составное число. Поставим в этой клетке точку. Во второй клеточке должно быть записано число 2. Оно имеет только 2 делителя: 1 и 2 — поэтому 2 — число простое. Запишем его. В каждой клеточке через одну от второй поставим точку: в этих клетках во всех рядах должны быть записаны четные числа, т. е. составные. В третьей клеточке первого ряда запишем число 3; оно простое, так как имеет только 2 делителя: 1 и 3. Во всех клеточках через две от третьей поставим по точке. В них должны быть записаны числа, кратные 3, т. е. составные. В некоторых из этих

•	2	3	•	5	•		•	•	•
11	•	13	•	•	•		•		•
•	•	23	•	•	•	•	•		•
31	•	•	•	•	•		•	•	•
41	•	43	•	•	•		•	•	•
•	•	53	•	•	•	•	•		•
61	•	•	•	•	•		•	•	•
71	•	73	•	•	•	•	•		•
•	•	83	•	•	•	•	•		•
•	•	•	•	•	•		•	•	•

клеточек точки уже стоят: это четные числа. В этих клеточках вторую точку можно не ставить. В пятой клеточке пишем 5 — простое число и ставим точки в каждой клетке через 4 от пятой. В этих клетках должны быть написаны числа, кратные 5. В некоторых из них уже точки поставлены (15, 30, 45 и др.). Таким способом можно составить таблицу простых чисел, не превышающих любое натуральное число. В первой сотне всего 25 простых чисел: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Интересно отметить, что есть единственное четное простое число, число 2. Все остальные простые числа — нечетные. Изучением простых чисел много занимался русский математик Пафнутий Львович Чебышев (1821—1894 гг.). Он доказал, что между любым натуральным числом, большим 1, и числом, вдвое большим, всегда имеется не менее одного простого числа. Кроме этого, он установил и другие весьма важные положения относительно простых чисел. Приведем две задачи, связанные с простыми числами, которые рассматривались учеными в нашей Академии наук.

1) Каждое четное число, большее 2, можно представить в виде суммы двух простых чисел. Проверьте это на примере нескольких двузначных чисел. Эту задачу поставил Леонард Эйлер (1707—1783 гг.), работавший в Русской академии наук.

2) Всякое целое число, большее 5, можно представить в виде суммы трех простых чисел. Проверьте это на примере нескольких двузначных чисел.

Эту задачу поставил Гольдбах (1742 г.), работавший тоже в нашей Академии наук. Почти 200 лет это положение не могли доказать крупнейшие ученые всего мира. Только в 1937 г. советский ученый, академик, Герой Социалистического Труда, лауреат Государственной премии Иван Матвеевич Виноградов (родился в 1891 г.) доказал это положение для всякого достаточно большого нечетного числа.

УПРАЖНЕНИЯ.

146. Не пользуясь таблицей простых чисел, установить, что числа 59 и 73 являются простыми.

2. Разложение чисел на простые множители. Каждое составное число имеет более двух делителей. Среди делителей составного числа, кроме 1 и самого этого числа, обязательно будет делителем какое-нибудь простое число. Пусть число 80 имеет делителем составное число 20. Но 20 имеет делителем простое число 5. Значит, и 80 имеет 5 делителем. Такое же рассуждение можно провести для любого составного числа. При решении многих вопросов, относящихся к делимости чисел, важно знать простые делители составного числа и уметь их находить. Каждое простое число имеет только два делителя и может быть представлено в виде их произведения, причем один из сомножителей равен 1, а другой — самому данному числу. Так, $5 = 5 \cdot 1$; $11 = 11 \cdot 1$ и т. д.

Любое составное число можно представить в виде произведения всех его простых делителей.

Так, $65 = 5 \cdot 13$; $125 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$; $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ и т. д. В математике говорят, что представить составное число в виде произведения всех его простых делителей — это значит разложить составное число на простые сомножители. Как это сделать? Пусть нужно 480 разложить на простые сомножители. Это значит, нужно найти все его простые делители, т. е. узнать, на какие простые числа делится нацело 480. Для этого нужно делить 480 последовательно на простые числа, начиная с 2. $480 : 2 = 240$. Полученное частное является составным числом. С ним поступаем так же: $240 : 2 = 120$. Полученное частное тоже составное число. $120 : 2 = 60$ и т. д. до тех пор, пока частное не будет простым числом. $60 : 2 = 30$; $30 : 2 = 15$; $15 : 3 = 5$. Последнее частное 5 — простое число. По определению действия деления, можем написать:

$$15 = 5 \cdot 3; \quad 30 = 2 \cdot 15 = 2 \cdot 3 \cdot 5;$$
$$60 = 30 \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5; \quad 120 = 2 \cdot 60 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5;$$
$$240 = 2 \cdot 120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

и, наконец,

$$480 = 2 \cdot 240 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5.$$

Короче, это произведение можно записать с показателем степени: $480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$. Запись обычно применяют более простую. Установив, что первым простым делителем данного числа является 2, сразу пишут данное число в виде произведения 2 на частное, которое вычисляют устно. Пишут сразу:

$$480 = 2 \cdot 240 = 2 \cdot 2 \cdot 120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 60 =$$
$$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 30 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 15 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5.$$

Все промежуточные вычисления не пишут, а выполняют их устно. Иногда, если частные трудно вычислить в уме, запись располагают таким образом:

$$\begin{array}{r|l} 480 & 2 \\ 240 & 2 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Предпочтительней запись располагать в строку и промежуточные частные не выписывать, вычисляя их в уме.

Если для данного числа трудно подобрать первый простой делитель, то можно разложить данное число на произведение составных делителей и потом каждый из них разложить на простые множители. Таким способом разложение можно найти быстрей. Например, то же число 480 имеет делитель 10. Поэтому $480 = 10 \cdot 48$; но $10 = 2 \cdot 5$, а $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$. Это разложение легко выполнить устно: $480 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$. Мы разлагали 480 на простые множители различными способами и получали независимо от способа в разложении одни и те же простые множители. В математике доказано весьма важное положение:

каждое составное число может быть разложено на простые множители только одним единственным образом.

УПРАЖНЕНИЯ.

147. Разложить на простые множители числа:

1) 8; 24; 81; 96; 100; 125; 400; 512; 680; 946; 1 001; 3 125; 4 500; 13 860.

2) 9; 12; 36; 42; 49; 72; 112; 144; 256; 500; 729; 1 155; 10 000.

148. 1) На какие простые числа делится нацело каждое из чисел: 216; 594; 2 348; 4 584?

2) Найти простые делители каждого из чисел: 729; 1 024; 1 296; 15 625; 45 207.

149. Каждое из данных чисел разложить на составные множители и показать, что это можно сделать различным образом: 1) 96; 2) 150; 3) 1 240.

Разложение составного числа на простые множители можно использовать при решении различных задач для упрощения вычислений. Если требуется найти все делители данного числа, то проще это сделать, разложив данное число на простые множители. Пусть, например, нужно найти все делители числа 84. Разложим его на простые множители: $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$. Покажем теперь, как найти все делители 84, кроме 1 и самого числа 84. Каждый из простых множителей этого числа есть его делитель. Такими будут числа: 2, 3 и 7. Кроме того, можно получить делители 84, умножая одни простые его множители на другие. Так, $2 \cdot 3 = 6$, получим делитель этого числа; $2 \cdot 7 = 14$, тоже делитель 84. Следующий делитель 84 равен $3 \cdot 7 = 21$. Кроме того, $2 \cdot 2 = 4$, тоже делитель 84. Делителями 84 будут еще и следующие числа: $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$; $2 \cdot 2 \cdot 7 = 28$; $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$. Выпишем все найденные делители в возрастающем порядке: 2; 3; 4; 6; 7; 12; 14; 21; 28; 42. Полученная последовательность делителей данного числа обладает следующим интересным свойством. Если умножить меньший из них на больший, то в произведении получим данное число 84; умножив второй с начала на второй с конца, также получим 84; можно умножить третий с начала на третий с конца, получится тоже 84.

С помощью разложения на простые множители можно решить и задачу о нахождении общих делителей двух или нескольких чисел. Для этого каждое из данных чисел разлагаем на простые множители, находим его делители и выделяем общие делители всех данных чисел.

Разложение на простые множители, а иногда и на составные можно применить для упрощения вычислений. Пусть нужно перемножить числа 144 и 75. Можно разложить 144 и 75 на множители: $144 = 4 \cdot 36$ и $75 = 3 \cdot 25$. Значит, $144 \cdot 75 = 36 \cdot 4 \cdot 25 \cdot 3 = 36 \cdot 3 \cdot 100 = 108 \cdot 100 = 10\,800$. Вычислить можно устно.

Еще пример. Пусть нужно $1\,728 : 24$. Разложим 24 на простые множители: $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$. 1 728 последовательно разделим на 2, на 2, на 2 и на 3. Каждое частное можно вычислить в уме: 864; 432; 216 и, наконец, 72. Таким образом, $1\,728 : 24 = 72$. Это же частное можно было бы вычислить иначе. Разложим на простые множители делитель и делимое.

$$1\,728 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \text{ и } 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3.$$

В частное войдут следующие множители делимого:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

150. Найти частные кратчайшим способом:

1) $(5 \cdot 7) : 7$; 2) $(2 \cdot 3 \cdot 5) : 2$; 3) $(3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13) : 13$;
4) $(2 \cdot 3 \cdot 7) : (2 \cdot 3)$; 5) $(2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5) : (2 \cdot 5)$;
6) $(2 \cdot 5 \cdot 11) : (2 \cdot 11)$; 7) $(2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7) : (3 \cdot 7)$;
8) $(2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7) : (3 \cdot 5 \cdot 5)$;
9) $(2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11) : (3 \cdot 7 \cdot 11)$;
10) $(5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 13) : (7 \cdot 7 \cdot 13)$.

151. Найти произведения кратчайшим способом:

1) $5 \cdot 51 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; 2) $255 \cdot 16$; 3) $324 \cdot 25$; 4) $44 \cdot 175$; 5) $84 \cdot 125$; 6) $728 \cdot 25$.

152. 1) Найти все простые и составные делители чисел: 12 и 18; 42 и 28; 16 и 48. Выписать для каждой пары указанных чисел все общие их делители и подчеркнуть наибольший из них.

2) Ответить на такой же вопрос для чисел 48 и 60; 56 и 72; 105 и 315.

153. Найти общие делители чисел и указать наибольший из них:

1) 18 и 54; 2) 60 и 45; 3) 21 и 28; 4) 20 и 24; 5) 80 и 64; 6) 96 и 120; 7) 102 и 170; 8) 12; 18 и 30; 9) 26; 65 и 130.

3. Взаимно простые числа. Каждое натуральное число обязательно делится на 1 и само на себя. Значит, каждая пара натуральных чисел имеет общий делитель, который равен единице.

Числа, которые не имеют общих делителей, кроме единицы, называются взаимно простыми.

Таких чисел много, например 24 и 35. Каждое из них — число составное, но общий делитель у них только 1. Это — числа взаимно простые. Аналогично, взаимно простыми являются числа 12; 15; 31.

УПРАЖНЕНИЯ.

154. 1) Какие из данных чисел являются взаимно простыми: 400 и 189; 70 и 111; 210 и 490; 45 и 143?

2) Найти общие делители данных чисел и установить, какие из чисел взаимно простые:

а) 105; 500 и 126; б) 180; 108 и 156; в) 700; 200 и 243.

Контрольное задание к § 12.

1) При помощи разложения на простые множители узнать, во сколько раз 10 584 больше 168.

2) Найти все делители числа 2 436.

3) Найти общие делители чисел 375 и 645 и выделить среди них наибольший.

4) Вычислить наиболее простым способом:

а) $750 \cdot 36$; б) $225 \cdot 44$; в) $2\,700:180$; г) $175 \cdot 16$.

§13 НАИМЕНЬШЕЕ ОБЩЕЕ КРАТНОЕ ДВУХ ИЛИ НЕСКОЛЬКИХ ЧИСЕЛ.

Разложение числа на простые множители помогает решить и еще одну задачу, которая часто встречается: найти общие кратные для данных чисел. Для каждого натурального числа, начиная с двух, можно найти ему кратные. Для этого нужно данное число последовательно умножать на натуральные числа: 1, 2, 3, 4, 5 и т. д. Так, для числа 140 кратными его будут: 140; 280; 420; 560; 700; 840; ... Это множество чисел последнего члена не имеет.

Если требуется найти общие кратные двух чисел, то можно указанным способом найти кратные одного числа, потом кратные другого и выделить общие кратные этих чисел. Среди таких общих кратных будет одно самое меньшее.

Найдем общие кратные для чисел 6 и 8. Для числа 6 кратными будут: 6; 12; 18; 24; 30; 36; 42; 48; ... для числа 8: 8; 16; 24; 32; 40; 48; 56; ... Общими кратными для чисел 6 и 8 будут 24 и 48. Если бы мы продолжили дальше нахождение кратных для каждого числа, то выделили бы еще общие их кратные: 72; 96; 120; ... Все эти кратные получаются умножением самого меньшего из них 24 на натуральные числа. Наименьшее общее кратное двух или нескольких чисел обозначается так: НОК $(6;\ 8) = 24$.

Наименьшим общим кратным двух или нескольких чисел называется самое меньшее натуральное число, которое делится на каждое из данных чисел.

Способ, который мы применили для нахождения наименьшего общего кратного, очень громоздкий. Имеется другой, более простой, основанный на разложении чисел на простые множители. Рассмотрим его на примере чисел 24 и 20.

Разложим каждое число на простые множители: $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ и $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$. Общее наименьшее кратное этих чисел должно разделиться на каждое из них. Поэтому оно должно содержать простые множители этих чисел. Возьмем большее из данных чисел 24 и умножим его на те множители, которые имеются в разложении 20, но отсутствуют в разложении 24. Таким множителем будет только 5. Умножив 24 на 5, получим: НОК (20; 24) $= 24 \cdot 5 = 120$. Действительно, $120 : 20 = 6$ и $120 : 24 = 5$. Частные получились числа взаимно простые. Это может служить проверкой правильности ответа.

Рассмотрим еще пример. Найти НОК (154; 210). Разложим каждое из данных чисел на простые множители.

$$\begin{array}{r|l} 154 & 2 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Выписываем большее из чисел 210 и умножаем его на те простые множители из разложения 154, которых нет в разложении числа 210. Таким множителем является только 11. Поэтому НОК (154; 210) $= 210 \cdot 11 = 2\,310$. Действительно, $2\,310 : 154 = 15$ и $2\,310 : 210 = 11$. Частные получились числа взаимно простые.

Можно было бы иначе составить НОК (210; 154): взять меньшее из чисел 154 и его умножить на те множители, которые имеются в разложении 210 и которых нет в разложении 154. Такими множителями будут числа 3 и 5. НОК (154; 210) $= 154 \cdot 3 \cdot 5 = 2\,310$.

Наименьшее общее кратное нескольких чисел проще составлять, начиная с большего из данных чисел. Найдем НОК (120; 150; 180).

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5; \quad 150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5;$$
$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

Большее из чисел 180 умножаем на множители, которые имеются в разложении 120 и отсутствуют в разложении 180. Таким множителем будет 2. Теперь умножим полученное произведение на те множители, которые есть в разложении 150 и которых нет в разложениях 180 и 120. Таким множителем будет 5. (В разложении 150 множитель 5 встречается 2 раза, а в разложении 180 только один раз.) Следовательно,

$$\text{НОК } (120;\ 150;\ 180) = 180 \cdot 2 \cdot 5 = 1\,800.$$

Действительно,

$$1\,800 : 120 = 15; \quad 1\,800 : 150 = 12 \text{ и } 1\,800 : 180 = 10.$$

Частные 15, 12 и 10 — числа взаимно простые.

Чтобы найти общее наименьшее кратное двух или нескольких чисел, следует:

1) разложить каждое из чисел на простые множители;

2) умножить большее из чисел на те множители из разложений остальных чисел, которых нет в разложении большего числа.

Если общее наименьшее кратное чисел найдено правильно, то частные от деления его на все данные числа, должны быть числами взаимно простыми.

Иногда большее число является кратным всех остальных. В этом случае большее число является наименьшим общим кратным всех данных чисел. Если числа взаимно простые, то общее наименьшее кратное таких чисел равно их произведению. Например, НОК (20; 25; 100) = 100 и НОК (12; 13) = 12 · 13 = 156.

УПРАЖНЕНИЯ.

155. 1) Написать несколько чисел, кратных а) 2 и 3; б) 3 и 7; в) 2; 5 и 11; г) 3; 5 и 7; д) 5 и 15; е) 20 и 25.

2) Найти общее наименьшее кратное чисел: а) 2 и 5; б) 3 и 7; в) 9 и 10; г) 14 и 25; д) 15 и 18; е) 24 и 36; ж) 45 и 75; з) 100 и 120; и) 10; 21 и 23; к) 56; 70 и 126.

156. 1) Найти общее наименьшее кратное чисел и сделать проверку: а) 26; 51 и 78; б) 63; 126 и 252; в) 54; 81; 135 и 189.

2) Найти общее наименьшее кратное чисел: а) 120 и 144; б) 105 и 165; в) 255 и 510; г) 60; 72 и 75; д) 240; 360 и 900; е) 450; 855 и 950; ж) 160; 240 и 2 000; з) 156; 195 и 3 900.

157. 1) Покажите на примерах, что произведение любых трех последовательных натуральных чисел делится на 6.

2) Показать на примерах, что произведение трех последовательных натуральных чисел, начинающихся четным числом, делится на 24.

3) Несколько товарищей обменялись друг с другом фотокарточками. Показать на примерах, что при любом числе людей карточек будет число четное.

158. 1) Если сумма двух чисел — число четное, то их разность — тоже число четное; если сумма двух чисел — число нечетное, то и разность — число нечетное. Привести примеры и дать объяснение.

2) Если произведение двух чисел — число нечетное, то сумма этих чисел — число четное. Привести примеры и дать объяснение.

159. 1) Пионеры построились для прогулки в ряды по 6 человек, а потом их перестроили, поставив в ряд по 4 человека. Сколько было пионеров, если их было меньше 90 и больше 80?

2) Два мальчика катят обручи различных размеров. Один обруч имеет в окружности 105 *см*, а другой — 165 *см*. На каком наименьшем расстоянии оба обруча сделают по целому числу оборотов?

Контрольное задание к § 13.

1) Найти общее наименьшее кратное чисел: а) 150 и 180; б) 37 и 45; в) 13 и 17; г) 24 и 120.

2) Для чисел 96 и 80 найти общее наименьшее кратное и проверить, что частные от деления найденного НОК (96; 80) на каждое из чисел: 96 и 80 — будут числами взаимно простыми.

3) Найти общее наименьшее кратное для самого большого двузначного натурального числа и для семьдесят седьмого натурального числа.

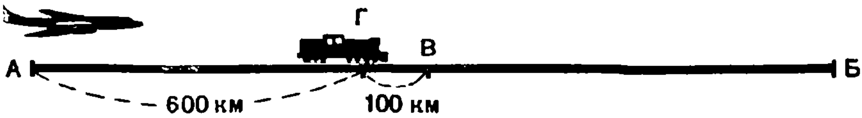
§14 ЗАДАЧИ НА ВСЕ ДЕЙСТВИЯ С НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ.

Рассмотрим в качестве примера решение одной задачи: «Из города A вышел поезд по направлению к городу $Б$ со средней скоростью 50 *км/ч*. Через 12 час. с аэродрома города A вылетел в $Б$ самолет со скоростью, в 7 раз большей скорости поезда, и нагнал его ровно на полпути от A до $Б$. Найти расстояние от A до $Б$».

В задаче говорится о движении поезда и о движении самолета. Сказано, что поезд вышел раньше самолета на 12 час. Известна скорость движения поезда и сказано, что скорость самолета в 7 раз больше скорости поезда. Кроме того, сказано, что самолет догнал поезд на середине пути от A до $Б$. Составим график-схему к задаче. Чтобы узнать расстояние от A до $Б$, узнаем половину этого расстояния. Поезд прошел до вылета самолета некоторую часть $АГ$ и еще часть пути $ГВ$ за то время, пока летел самолет до половины всего пути.

Узнаем часть пути, которую прошел поезд до вылета самолета.

1) $50 \cdot 12 = 600$ (*км*). 2) Можно вычислить скорость самолета: $50 \cdot 7 = 350$ (*км/ч*). Значит, к моменту вылета самолета поезд был от самолета на расстоянии 600 *км*. Самолет стал догонять поезд. На сколько километров в час самолет приближался к поезду? 3) $350 - 50 = 300$ (*км/ч*). Нельзя ли узнать, за



сколько часов самолет догнал поезд? 4) $600:300 = 2$ (час.). Значит, поезд вместе с самолетом находился в пути еще 2 часа. Какое расстояние он прошел за эти 2 часа? 5) $50 \cdot 2 = 100$ (*км*).

Покажите на рисунке, где находился в это время поезд и где находился самолет. Можно узнать, какое расстояние прошел поезд до встречи с самолетом. 6) $600 + 100 = 700$ (*км*). Но при этом и поезд, и самолет находились в середине пути. Значит, можно узнать весь путь от A до $Б$. 7) $700 \cdot 2 = 1\,400$ (*км*).

Ответ. 1 400 *км* — расстояние между городами A и $Б$.

УПРАЖНЕНИЯ.

160. 1) Двигаясь на байдарке по течению реки, спортсмен проехал за 1 час 13 *км* 200 *м*, а против течения реки он проезжал за 1 час только 8 *км* 800 *м*. Найти скорость течения реки и скорость байдарки в стоячей воде. Составьте графическое пояснение к условию задачи.

2) Два лыжника, находившиеся друг от друга на расстоянии 6 *км* 700 *м*, вышли одновременно навстречу друг другу и через 20 мин. встретились. Когда же они вышли из одного пункта в одном и том же направлении, то через 20 мин. второй лыжник отстал от первого на 300 *м*. Найти скорость каждого лыжника.

161. 1) Два смежных участка земли прямоугольной формы имеют одинаковую ширину 72 *м* и общую длину 240 *м*. Площадь первого участка на 28 *а* 80 *кв. м* больше площади второго. Какова площадь каждого участка.

2) Два смежных участка прямоугольной формы имеют одинаковую ширину 56 *м* и общую площадь 140 *а*. Найти площадь каждого участка, если длина одного из них на 70 *м* больше длины другого.

162. 1) Ученики трех школ собрали всего 37 *т* 690 *кг* железного лома. В первой школе собрали на 1 *т* 80 *кг* больше, чем во второй, и на 3 *т* 920 *кг* больше, чем в третьей. Сколько денег получит каждая школа за лом, если была установлена средняя цена по 8 руб. за тонну?

2) Три пионерских отряда собрали вместе 5 *т* 380 *кг* макулатуры. Первый отряд собрал на 960 *кг* меньше третьего, а

второй отряд на 530 *кг* меньше третьего. На какую сумму собрал макулатуры каждый отряд, если 1 *т* ее стоит 20 руб.?

---

163. 1) Совершая туристский поход на 100 *км*, пионеры сделали большой привал. После привала они прошли еще 10 *км*, и тогда осталось идти в 3 раза больше, чем было пройдено. На каком расстоянии от начала пути был сделан большой привал?

2) В бочке было 180 *л* воды. Сначала были политы помидоры, а потом 60 *л* воды истратили на поливку огурцов, и тогда на другие овощи осталось воды в 3 раза меньше, чем ушло на поливку помидоров и огурцов. Сколько воды ушло на поливку помидоров?

164. 1) Спортсмен метнул копье в 5 раз, или на 48 *м*, дальше, чем толкнул ядро. Сколько метров пролетело копье и сколько ядро? Изобразите графически условие задачи.

2) Прыжок спортсмена в длину оказался на 450 *см*, или в 4 раза, больше его прыжка в высоту. Определить величину прыжка в длину и в высоту.

165. 1) Ширина прямоугольного участка, занимаемого школьным фруктовым садом, на 120 *м* меньше длины. Школьники расчистили примыкающий к саду пустырь. После этого длина и ширина сада увеличились на 40 *м* каждая, и длина стала в 2 раза больше ширины. Сколько фруктовых деревьев было в саду прежде и сколько удалось посадить вновь, если под каждое дерево отводили 50 *кв. м*?

2) Длина прямоугольного участка, примыкающего к болоту, на 70 *м* больше ширины. После осушительных работ длину и ширину увеличили на 20 *м* каждую, и тогда длина участка оказалась вдвое больше ширины. Найти первоначальную площадь участка и узнать, на сколько она увеличилась?

---

166. 1) При посещении выставки было куплено 78 детских билетов и 16 билетов для взрослых, причем за все было уплачено 12 руб. 60 коп. Определить цену билетов, если детский билет в 3 раза дешевле билета для взрослого.

2) В кассе магазина находятся пятирублевые и десятирублевые кредитные билеты, всего на сумму 1 050 руб. Сколько денежных знаков того и другого достоинства имеется в кассе, если десятирублевых билетов вдвое больше, чем пятирублевых?

167. 1) Для туристского похода, совершаемого 46 школьниками, были приготовлены шестиместные и четырехместные лодки. Сколько было тех и других лодок, если все туристы разместились в 10 лодках и свободных мест не осталось?

2) В мастерской из 560 листов бумаги сделали 60 тетрадей двух сортов, затратив на тетради одного сорта по 8 листов, а на тетради другого сорта по 12 листов. Сколько сделали тетрадей того и другого сорта отдельно?

168. 1) Первый экскаватор вынимает в час на 60 *куб. м* земли больше, чем второй. Оба экскаватора вынули вместе 10 320 *куб. м* земли, причем первый работал 20 час., а второй 18 час. Сколько кубических метров вынимает каждый экскаватор в час?

2) 8 *кг* очищенных орехов содержат столько же жиров, сколько 6 *кг* сливочного масла, причем в 1 *кг* масла на 200 *г* жиров больше, чем в 1 *кг* орехов. Сколько жиров содержится в 1 *кг* масла и в 1 *кг* орехов?

169. 1) В кассе продано 400 билетов ценой по 10 руб. 45 коп. и 7 руб. 05 коп. в мягкие и жесткие вагоны для проезда до одного и того же пункта. Сколько продано тех и других билетов в отдельности, если все билеты стоят 3 160 руб.?

2) У кассира набралось 50 монет по 20 коп. и по 15 коп., всего на сумму 9 руб. Определить, сколько было у кассира монет по 20 коп. и сколько по 15 коп.

---

170. 1) Вычислите пропущенные значения указанных величин:

Расстояние	Скорость	Время	Расстояние	Скорость	Время
1 200 *м*	40 *м/сек*			250 *м/сек*	8 мин.
12 480 *км*		160 час.	480 *км*	4800 *м/мин*	
	250 *м/мин*	8 мин.	2 *км* 800 *м*		14 мин.

2) Пешеход проходит за час 4 *км*, лыжник 9 *км*, а велосипедист проезжает 12 *км*. Какое расстояние каждый из них

может пройти или проехать за 4 часа? Сколько понадобится времени каждому из них, чтобы пройти или проехать 180 *км*? (Время для отдыха не учитывать.)

171. 1) Электропоезд из девяти вагонов прошел мимо наблюдателя за 8 сек. С какой скоростью шел поезд, если длина каждого вагона 16 *м*?

2) Зазор на стыках рельсов служит причиной стука колес при движении поезда. Пассажир за одну минуту насчитал 80 ударов. Какова скорость поезда, выраженная в километрах в час, если длина рельса 12 *м*?

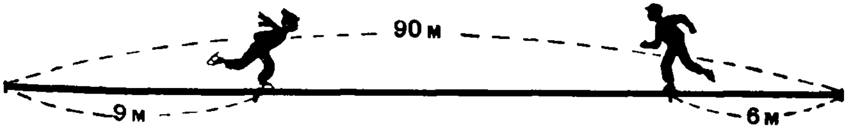
172. 1) Кондуктор пассажирского поезда, скорость которого 50 *км* в час, заметил, что встречный товарный поезд, идущий со скоростью 40 *км* в час, прошел мимо него за 10 сек. Определить длину товарного поезда. Запишите решение числовой формулой.

2) Два пассажира метро, начавшие одновременно один спуск, а другой подъем по эскалатору (движущаяся лестница метро), встретились через 30 сек. Определить длину наружной части лестницы, если скорость ее движения 1 *м* в сек.

173. 1) Два самолета вылетели одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 5 400 *км*, и встретились через 4 часа. Определить скорость второго самолета, если скорость первого была 650 *км* в час.

2) От двух пристаней, расстояние между которыми 804 *км*, отправились одновременно навстречу друг другу два теплохода. Первый проходил в среднем 450 *м* в минуту. Определить скорость второго, если через 8 час. после начала движения между теплоходами оставалось 396 *км*.

174. 1) С противоположных концов катка длиной 90 *м* бегут навстречу друг другу два мальчика. Через сколько секунд они встретятся, если начнут бег одновременно и если первый мальчик пробегает в секунду 9 *м*, а второй 6 *м*?



2) Один мальчик пробегает на коньках 9 *м* в секунду, а второй 6 *м* в секунду. Через сколько секунд первый мальчик опередит второго на 30 *м*, если они одновременно побегут из одного места в одном и том же направлении?

175. 1) Из Москвы и Калинина в Ленинград по одному и тому же шоссе выехали одновременно две машины. Из Москвы — легковая, а из Калинина — грузовая. Грузовая двигалась со средней скоростью 40 *км* в час. Определить скорость легковой машины, если она догнала грузовую через 8 час., а расстояние от Москвы до Калинина 168 *км*. Запишите решение числовой формулой.

2) Из пунктов A и B, расстояние между которыми 8 *км*, одновременно и в одном направлении вышел пешеход со скоростью 5 *км* в час и выехал автобус. Определить скорость автобуса, если он через 12 мин. догнал пешехода.

176. 1) Из пункта A вышел автобус со скоростью 40 *км* в час и через 15 мин. догнал пешехода, который вышел из пункта $Б$ одновременно с выездом автобуса из пункта A. Пешеход шел со скоростью 4 *км* в час. Найти расстояние между пунктами.

2) В полдень от пристани отошел пароход со скоростью 20 *км* в час. Через 3 часа от той же пристани по тому же направлению отошел другой пароход, который через 12 час. после своего выхода догнал первый пароход. Определить скорость второго парохода.

177. 1) (Старинная задача.) Собака гонится за кроликом, находящимся от нее на расстоянии 150 футов. Она делает прыжок в 9 футов каждый раз, когда кролик прыгает на 7 футов. Сколько прыжков должна сделать собака, чтобы догнать кролика?

2) Собака погналась за лисой, находящейся от нее на расстоянии 420 *м*. Через сколько времени собака догонит лису, если лиса пробегает в минуту 320 *м*, а собака 350 *м*?

178. 1) Расстояние от колхоза до станции, равное 6 *км*, пешеход проходит за час, а велосипедист проезжает за 30 мин. На каком расстоянии от колхоза и через сколько времени после начала движения они встретятся, если одновременно отправятся велосипедист из колхоза, а пешеход со станции?

2) Из двух городов вышли одновременно навстречу друг другу два поезда и встретились через 18 час. Определить скорости поездов, зная, что разность их скоростей равна 10 *км* в час, а расстояние между городами 1 928 *км*.

179. 1) Уроки в школе начинаются в 8 час. 30 мин. утра. Каждый урок продолжается 45 мин. Перемены между вторым и третьим и между третьим и четвертым уроками по 20 мин., а остальные по 10 мин. Определить время окончания 5-го и 6-го уроков.

2) Решить ту же задачу, если начало уроков в 2 часа 30 мин. дня.

180. 1) Первый советский искусственный спутник Земли был запущен 4 октября 1957 г., а прекратил свое существование 3 января 1958 г. Сколько времени находился в полете первый советский искусственный спутник Земли?

Н. И. Лобачевский

2) Второй советский искусственный спутник Земли был запущен 3 ноября 1957 г., а прекратил свое существование 14 апреля 1958 г. Сколько времени находился в полете второй советский искусственный спутник Земли?

181. 1) Великий русский математик Н. И. Лобачевский родился 20 ноября 1792 г., а умер 12 февраля 1856 г. Сколько времени жил Н. И. Лобачевский?

2) Великий русский математик П. Л. Чебышев родился 26 мая 1821 г., а умер 8 декабря 1894 г. Сколько времени жил П. Л. Чебышев?

---

182. 1) Сарай, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, заполнен сеном. Длина сарая 8 *м*, ширина 6 *м*, высота 5 *м*. Определить вес сена в сарае, если 10 *куб. м* сена весят 6 *ц*.

2) Потолок имеет длину 14 *м*, а ширину на 5 *м* меньше длины. Сколько листов сухой штукатурки потребуется для обивки потолка, если длина листа 2 *м* и ширина листа 1 *м* 5 *дм*?

183. 1) Строительные материалы перевозили на 4 трехтонных машинах и 8 полуторатонных машинах. Кроме того, 30 *т* материалов перевезли на нескольких пятитонных машинах. Сколько всего автомашин было занято на перевозке материалов и какой груз они перевезли, если каждая машина сделала только одну ездку и работала с полной своей грузоподъемностью?

2) Для варенья было куплено несколько килограммов сахарного песка по 90 коп. за килограмм на сумму 5 руб. 40 коп. и 4 *кг* ягод по 60 коп. за килограмм. Подсчитать общий вес и стоимость всей покупки.

184. 1) Из прямоугольного листа стекла, длина которого 24 *см*, а ширина 22 *см*, нужно вырезать прямоугольные пластинки размерами 8 *см* $\times$ 6 *см*. Какое наибольшее число пластинок можно при этом получить?

2) Сколько листов стекла размером 150 *см* $\times$ 50 *см* потребуется для того, чтобы нарезать:

6 стекол размером 53 *см* $\times$ 49 *см*; 6 стекол размером 48 *см* $\times$ 48 *см*; 2 стекла размером 40 *см* $\times$ 47 *см* и 1 стекло размером 38 *см* $\times$ 46 *см*?

185. 1) В каждом из приведенных примеров вычислите пропущенное значение указанной величины:

Время работы	Количество деталей, изготовляемых в 1 час	Количество деталей, изготовленных за данное время
10 час.	50	1 000
12 час.	50	600

2) Ученик в течение 8 дней прочитал половину книги, читая ежедневно по 12 страниц. После этого, чтобы прочитать книгу к сроку, он стал прочитывать ежедневно на 4 страницы больше. На сколько дней ученик получил книгу?

186. 1) В районе запланировали отремонтировать три шоссейные дороги длиной 80 *км*, 98 *км* и 112 *км*. Определить затраты на ремонт каждой дороги, если расходы на ремонт 1 *км* одинаковы и если на ремонт первой дороги отпущено на 2 160 руб. меньше, чем на ремонт второй.

2) Пионеры сажали деревья на улицах города. На одной улице нужно было вырыть 20 одинаковых ям для деревьев, на другой 15 и на третьей 35. За сколько часов были вырыты все ямы, если на первой улице пионеры работали на 1 час 30 мин. меньше, чем на третьей?

187. 1) За 6 час. работы один ученик изготовил на 4 детали больше другого, а мастер изготовил на 36 деталей больше первого ученика и в 3 раза больше второго. Сколько минут затрачивал на изготовление одной детали мастер и каждый из учеников?

2) За 4 часа 30 мин. один ученик изготовил на 3 детали меньше другого, а мастер изготовил в 3 раза больше первого ученика и на 27 деталей больше второго. Сколько минут затрачивал на изготовление одной детали мастер и каждый из учеников?

---

188. 1) Рабочий превысил сменное задание по добыче руды в 4 раза и дал на 24 *т* больше задания. Сколько тонн руды добыл рабочий за смену и каково было сменное задание?

2) Бронза содержит 41 часть меди, 8 частей олова и 1 часть цинка. Сколько будет весить кусок бронзы, в котором цинка на 1 *кг* 484 *г* меньше, чем олова?

189. 1) На двух автомашинах перевезли со склада в магазин за 2 дня 96 *т* различных товаров, причем в первый день было перевезено на 12 *т* больше, чем во второй. Определить грузоподъемность каждой машины, если известно, что в первый день первая машина сделала 9 поездок, а вторая — 12; во второй день первая машина сделала 3 поездки, а вторая — 12 поездок.

2) В мастерской было два куска материи на сумму 1 480 руб. Цена материи в первом куске 29 руб. за метр, а во втором — 30 руб. за метр. Сколько метров материи было в каждом куске, если второй кусок стоил на 320 руб. дороже первого?

190. 1) Мотоциклист должен был проехать расстояние между двумя пунктами, равное 600 *км*, со скоростью 30 *км/ч*, но в дороге он вынужден был задержаться на 4 часа. Чтобы прибыть вовремя на место назначения, он должен был после остановки удвоить свою скорость. На каком расстоянии от начала движения произошла задержка?

2) Пионер, получая еженедельный журнал, успевал прочитывать его к моменту получения следующего номера. За время пребывания в деревне у него накопилось 6 номеров, и по возвращении он решил прочитывать за неделю 3 номера. Через сколько недель будут прочитаны все полученные журналы?

191. 1) Отец старше сына на 24 года. Сколько лет сыну, если через 3 года он будет в 5 раз моложе отца?

2) Сыну сейчас 14 лет, а 5 лет назад он был в 5 раз моложе своего отца. Сколько в данное время лет отцу?

192. 1) На базе было 180 *т* овощей, которыми она снабжала 20 столовых. Через три недели к этой базе прикрепили еще 15 столовых. За сколько недель был израсходован запас овощей на базе, если каждая столовая расходовала в среднем 900 *кг* овощей в неделю?

2) При облицовке мрамором стен вестибюля метро первая бригада устанавливала 14 *кв. м*, а вторая 12 *кв. м* плит за смену. Размеры вестибюля: 24 *м* $\times$ 8 *м* $\times$ 4 *м*. В стенах имеются 4 прохода размерами 2 *м* $\times$ 3 *м*. За сколько дней будет закончена работа, если вторая бригада начала работать раньше первой на 2 дня?

193. 1) Несколько учащихся внесли на покупку книг по 50 коп., но оказалось, что собранная сумма на 1 руб. 50 коп. меньше стоимости книг. Когда же каждый ученик добавил по 10 коп., то вся собранная сумма денег превысила стоимость книг на 70 коп. Сколько было учащихся и сколько стоили книги?

2) Для оплаты билетов каждый экскурсант внес 1 руб. 20 коп., но оказалось, что не хватает 1 рубля. Когда же каждый участник внес еще по 10 коп., то оказалось, что 1 рубль остается лишним. Сколько человек участвовало в экскурсии и сколько стоили билеты?

194. 1) В мастерской сшили 8 одинаковых пальто и несколько одинаковых костюмов, истратив 61 *м* материи. На каждое пальто расходовалось 3 *м* 25 *см* материи, а на каждый костюм на 25 *см* больше, чем на пальто. Сколько сшито костюмов?

2) Измените условие предыдущей задачи: найденное число костюмов считайте известным, число сшитых пальто — неизвестным и все остальные числа оставьте без изменения. Найдите, сколько пальто сшила мастерская.

195. 1) В таблице приведены летние и осенне-зимние нормы кормов (в граммах в день) для крольчат.

Возраст	Летние нормы		Осенне зимние нормы		
	Трава	Концентраты	Сено	Концентраты	Корнеплоды
1—2 мес.	300	40	70	50	150
2—3 »	500	50	120	50	200
3—4 »	600	55	140	60	250
4—5 »	900	60	170	60	300

Подсчитайте, сколько различных кормов потребуется для 20 кроликов в возрасте 2—3 месяцев и 20 кроликов в возрасте 4—5 месяцев на 1 месяц летом и на 1 месяц зимой.

2) Для правильного развития ягнят им дают костную муку. Подсчитать, сколько потребуется костной муки для подкормки

150 ягнят на месяц, если костную муку дают из расчета 30 *г* на 1 *кг* концентрированных кормов, расход которых составляет 200 *г* в день на каждого ягненка.

196. 1) Для посева озимой ржи на площади 100 *га* и озимой пшеницы на площади 150 *га* израсходовано вместе 59 *т* семян. Какова норма высева на 1 *га* озимой ржи и озимой пшеницы, если озимой пшеницы на 1 *га* высевается на 40 *кг* меньше, чем озимой ржи?

2) Для 8 автомашин «Москвич» и 3 автомашин «Победа» на 200 *км* пути отпустили 234 *л* бензина. Сколько расходуется бензина автомашиной каждой марки на 100 *км* пути, если для автомашины «Победа» требуется на 100 *км* пути на 6 *л* бензина больше, чем для «Москвича»?

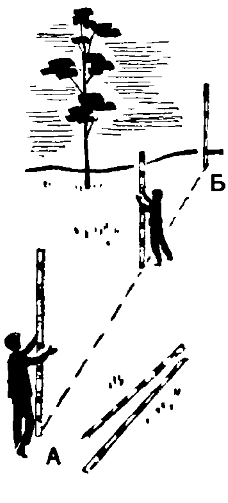
197. 1) Сумма двух натуральных чисел равна 40. Если большее число увеличить в 10 раз, а меньшее в 100 раз, то сумма измененных чисел составит 1 750. Найти первоначальные слагаемые.

2) Сумма двух чисел 1 980. Если большее число уменьшить в 100 раз, а меньшее в 10 раз, то сумма измененных чисел составит 90. Найти первоначальные слагаемые.

198. 1) Число 701 простое. (Проверьте!) Можно ли утверждать, что числа 701 и 1 402 являются взаимно простыми?

2) Сколько квадратов со стороной 25 *см* можно вырезать из листа фанеры, размеры которого 1 050 *мм* × 950 *мм*?

3) Если каждое из двух задуманных чисел увеличить в 6 раз, то их сумма станет равной 600. Если большее из них увеличить на 40, то разность чисел будет равна большему числу. Какие числа задуманы?



199. **ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ.**

1) **«Провешивание прямой линии на местности».** Класс разбивается на звенья по 3 человека в звене: один — старший, второй и третий подносят и устанавливают вехи. Необходимые принадлежности: 6—8 вех.

Ход выполнения работы: а) отмечают вехами конечные точки *А* и *Б* (см. рисунок на стр. 109); б) устанавливают между вехами *А* и *Б* промежуточные так, чтобы они составляли одну прямую.

2) **«Измерение расстояния между двумя точками».**

1-й прием. *Измерение рулеткой* (мерной лентой). Класс разбивается на звенья по 3 человека в каждом. Необходимые принадлежности: 5—6 вех и 8—10 бирок.

Ход выполнения работы: а) отмечают точки *А* и *Б* и между ними провешивают прямую; б) укладывают рулетку вдоль провешенной прямой и каждый раз отмечают биркой конец рулетки.

2-й прием. *Измерение шагами.* Класс разбивается на звенья по 3 человека в каждом. Каждый учащийся проходит расстояние от *А* до *Б*, считая число своих шагов. Умножив среднюю длину своего шага на полученное число шагов, находят расстояние от *А* до *Б*.

3-й прием. *Измерение на глаз.* Каждый из учащихся вытягивает левую руку с поднятым большим пальцем и направляет большой палец на веху в точку *Б* (на рисунке — дерево) так, чтобы левый глаз — (точка *А*), большой палец и точка *Б* находились на одной прямой. Не изменяя положения, закрывают левый глаз и смотрят правым на большой палец. Измеряют на глаз полученное смещение и увеличивают его в 10 раз. Это и есть расстояние от *А* до *Б*.

3) **«Построение квадрата площадью в 1 *а* (сотка)».**

Оборудование: эккер; мерная лента; 6 вех; 4 колышка. Класс разбивается на звенья по 4—5 человек.

Ход выполнения работы: а) провешивают прямую и на ней берут первую вершину квадрата; б) отмеряют от нее на этой же прямой 10 *м*; в) в этой точке строят эккером прямой угол; г) на провешенной второй прямой строят также отрезок в 10 *м*; так же строят еще две стороны квадрата. При построении четвертой стороны должны попасть в исходную точку.

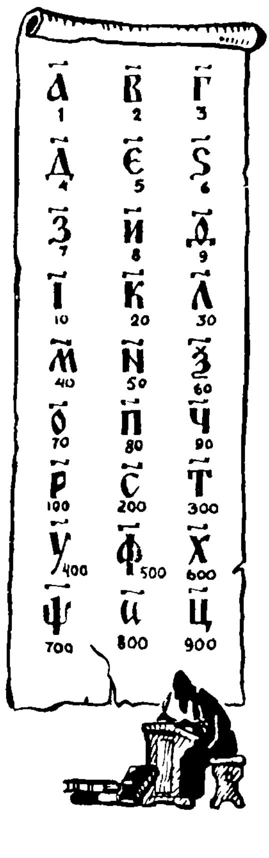
4) **«Построение прямоугольного участка и измерение его площади».** (См. описание предыдущей работы.)

ИСТОРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.

Мы уже знаем о том, что десятичная система счисления и нумерация вырабатывались в процессе трудовой деятельности людей и развития общественных отношений. Разные народы в различные времена применяли различные системы счисления и пользовались различными знаками для записи чисел. Наши предки, славяне, пользовались для записи чисел буквами своего алфавита и ставили над ними особый знак — титло «҃». Так, например, число один записывалось буквой «а» следующим образом: «а҃»; три — «г҃» и т. д. Буква «к҃» обозначала число 20. Число 100 обозначалось буквой «р҃» и т. д. В старославянских книгах число 123 записывалось так «ркг҃».

Применяемые в настоящее время десять цифр для записи чисел вошли в широкое употребление в XV—XVI веках. Они носят название *арабских*. Однако правильнее их называть индийскими. Индийцы ввели девять особых знаков для обозначения первых 9 натуральных чисел, а позднее, в VIII веке, изобрели нуль — десятую цифру. Изобретение нуля позволило значительно упростить записи чисел. Индийские цифры стали применять арабы. Нуль арабы называли словом «сифр», что обозначает «пустой». Отсюда и произошло название цифра, которым стали называть не только нуль, но и остальные знаки для обозначения чисел.

В России индийские цифры начали применяться во времена Петра Великого, после напечатания книги «Арифметика». Автором ее был один из первых русских учителей — Л. Ф. Магницкий.



В развитии счисления большое значение имела необходимость установления счета времени и выработка календаря. Уже в древнем Египте год был принят равным 365 дням, и через каждые 3 года вводился особый, «високосный» год, в котором считалось 366 дней. Установление такого счисления времени приписывается царю Канону и относится к III веку до н. э. Этот порядок был заимствован римлянами у египтян, когда императором был Юлий Цезарь в I веке до н. э., поэтому летосчисление называется юлианским. Наши предки относили начало года к весне и год делили на 13 месяцев по 27 дней в каждом. В XV веке был принят и у нас юлианский календарь. Началом года считали 1 марта. В 1700 г. Петр Великий установил начало года 1 января. В XVI веке календарь был уточнен и введено григорианское летосчисление, по имени папы римского Григория XII.

Год представляет приблизительно то время, в течение которого Земля совершает полный оборот вокруг Солнца. Этот астрономический год приближенно равен 365 суткам 5 часам 48 минутам 48 секундам. Таким образом, считая год за 365 суток, делается ошибка, которая за 4 года составляет около 24 часов. Отсюда в юлианском календаре и считается каждый четвертый год високосным. Таким образом, год как бы считается равным 365 суткам 6 часам. Однако астрономический год на 11 мин. 12 сек. короче юлианского года. Гражданский год окончился, а на самом деле прошло уже 11 мин. 12 сек. нового астрономического года. За 400 лет это составит около 3 суток. (Проверьте этот подсчет.) В григорианском календаре считаются високосными только те года, число всех сотен которых делится на 4. Так, годы 1700, 1800 и 1900 в григорианском календаре високосными не считаются. Но 2000 год считается високосным и в юлианском, и в григорианском календарях.

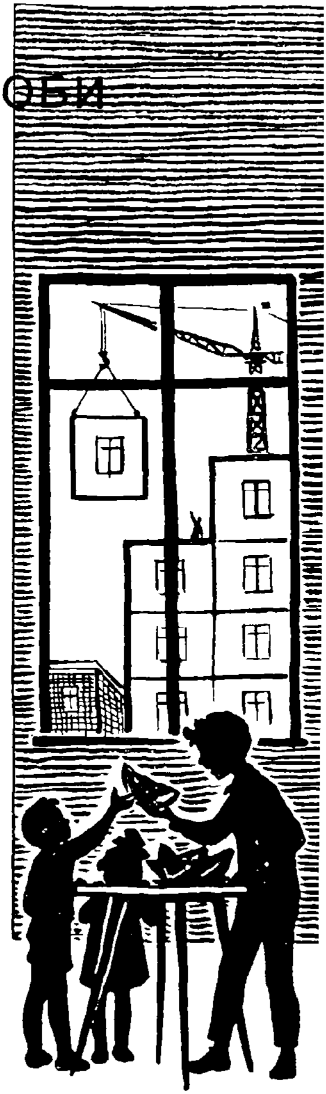
Григорианский календарь известен под названием нового стиля. Он был принят во всей Европе в XVI веке. У нас в России под влиянием церкви оставался юлианский календарь. После установления Советской власти и у нас был введен григорианский календарь, счет времени стал соответствовать астрономическому, общепринятому календарю.

В развитии счисления также большое значение имела необходимость измерения различных величин: длины, площади, объема, веса. В каждой квартире есть электросчетчик (для измерения расхода электроэнергии), термометр (для измерения температуры), мерная лента — «сантиметр» (для измерения длин).

Для измерения длин в различных государствах применялись разные единицы измерения. Так, в Египте применялся «локоть» — расстояние от конца среднего пальца руки до локтя. Наши предки — славяне для измерения длины применяли «сажень» — расстояние между кончиками пальцев, вытянутых в противоположных направлениях рук. Сажень приблизительно равна четырем локтям. Широкое распространение в Англии и в других странах получил «фут» — длина ступни взрослого человека.

В дореволюционной России применялся «аршин» ($\approx$ 71 *см*), «верста» ($\approx$ 500 сажен). Для измерения площадей применялась «десятина» ($\approx$ 1,09 *га*). В качестве меры жидкости применяли «ведро» ($\approx$ 12 *л*).

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

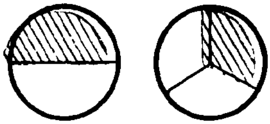


§15 ПОНЯТИЕ ДРОБИ.

1. Возникновение дробей. В своей трудовой деятельности нам часто приходится пересчитывать предметы, например парты в нашем классе, яблони в саду, коров в стаде, самолеты в небе и т. д. Считая предметы, мы уверены, что нам для счета никаких других чисел, кроме натуральных, не потребуется. Но если мы хотим измерить длину предмета с помощью определенной единицы измерения, то может оказаться, что эта длина содержит целое число единиц да еще какую-то часть единицы. Для измерения этой части длины требуются какие-то другие числа, отличные от натуральных чисел. Такое же положение может возникнуть при измерении веса, при измерении времени, вообще, при измерении величин.

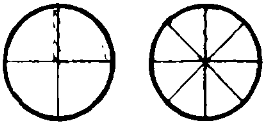
Значит, для того чтобы измерение величин было всегда возможно, необходимо ввести в употребление числа, отличные от натуральных.

Необходимость введения чисел, отличных от натуральных, возникает и при делении единицы на равные части. Например, одно яблоко надо разделить поровну между тремя мальчиками. Эта задача приводит к решению: $1:3$. Результат этого деления — новое, не натуральное, а дробное число. Записывают его так: $\frac{1}{3}$.



$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$

Если бы потребовалось поровну разделить 2 яблока между тремя мальчиками, т. е. решить пример $2:3$, то мы могли бы сделать это так: каждое яблоко разрезать на 3 равные части; тогда в двух яблоках будет 6 таких частей, и, следовательно, каждый мальчик получит 2 такие части.



$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$

2. Определение дроби. Запись дроби. Если мы разделим 1 на натуральное число, то получим части единицы, иначе называемые *долями* единицы.

Примечание. За единицу можно принять любую из величин. Например: величину круга, сутки, 1 *м*, длину пути и т. д.

Одна или несколько равных долей единицы называется дробью или дробным числом.

Дробь записывают с помощью двух натуральных чисел и горизонтальной черты. Одно натуральное число пишут над чертой, а другое — под чертой.

Например, дробь $\frac{3}{7}$ читается «три седьмых» и означает, что единица разделена на 7 равных долей (частей) и взяты 3 такие доли.

Число, стоящее над чертой, называется *числителем* дроби, а число, стоящее под чертой, называется *знаменателем* дроби.

3 — числитель дроби;
7 — знаменатель дроби.

Знаменатель дроби показывает, на сколько равных долей разделена единица, а числитель — сколько этих долей в данной дроби. Числитель и знаменатель дроби называются *членами дроби*.

На рисунке (стр. 114) изображены круги, каждый из которых разделен на равные части и в каждом из них выделены:

$$\frac{1}{2};\ \frac{1}{3};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{8}.$$

Примеры: 1) Сутки содержат 24 часа. 1 час составляет $\frac{1}{24}$ суток, 5 часов составляют $\frac{5}{24}$ суток и т. д.

2) Вес пяти булочек равен 1 *кг*. Вес одной булочки составляет $\frac{1}{5}$ *кг*, трех булочек — $\frac{3}{5}$ *кг* и т. д.

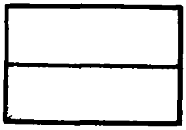
УПРАЖНЕНИЯ.

200. 1) Прочитать дроби: $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{7}$; $\frac{17}{18}$; $\frac{60}{61}$ и указать числитель и знаменатель каждой дроби.

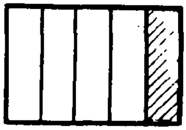
2) Прочитать дроби: $\frac{1}{11}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{15}{22}$; $\frac{19}{12}$ и назвать члены дроби.

201. 1) Запишите, какую долю прямоугольника составляет заштрихованная часть.

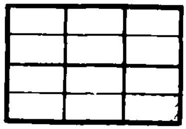
2) Сколько долей прямоугольника составляет незаштрихованная часть? Запишите.



$\frac{1}{2}$



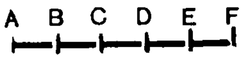
$\frac{1}{5}$



$\frac{1}{12}$

202. 1) Отрезок AF разделен на пять равных частей: AB, BC, CD, DE и EF. Какую часть всей длины отрезка AF составляет каждый из отрезков: AB, AC, AF, AD и AE?

Запишите ответ.



2) Начертите отрезок прямой длиной в 1 *дм*. Разделите его на 4 равные части, обозначьте точки деления буквами и запишите отрезок: равный половине всего отрезка; равный трем четвертям отрезка.

203. 1) Какую долю яблока мы получим, если яблоко разрезать на 2 равные части и каждую из полученных частей снова разделить на 2 равные части? Запишите ответ.

2) Какие доли мы получим, если круг разделим на 2 равные части, а затем каждую долю разделим на 3 равные части и возьмем 4 такие доли. Запишите эту часть.

204. (Устно.) 1) Какую долю часа составляет 1 минута? 1 секунда?

2) Какую долю метра составляет 1 дециметр? 1 сантиметр? 1 миллиметр?

205. 1) Выразить в метрах: 1 *мм*; 11 *см*; 2 *дм*; 7 *дм*.

2) Выразить в тоннах: 1 *кг*; 15 *кг*; 253 *кг*; 1 *г*; 120 *г*.

206. 1) Сколько минут содержат: $\frac{1}{3}$ часа? $\frac{1}{4}$ часа? $\frac{1}{15}$ часа?

2) Сколько сантиметров содержат:

$$\frac{1}{2}\ \text{м}?\ \frac{1}{5}\ \text{м}?\ \frac{1}{25}\ \text{м}?\ \frac{2}{5}\ \text{м}?$$

207. 1) Турист прошел некоторый путь за 4 дня, проходя в день одно и то же расстояние. Какую часть всего расстояния он прошел за 1 день? за 2 дня? за 3 дня?

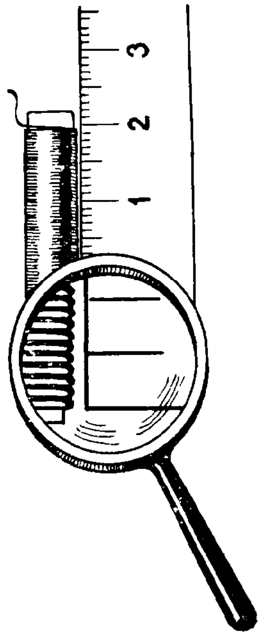
2) Ученик прочитал книгу за 5 дней, читая каждый день одинаковое число страниц. Какую часть книги ученик прочитал за 1 день? за 2 дня? за 3 дня?

208. 1) Рабочий-землекоп, копая вручную, работает ежедневно по 7 часов. За 10 дней он сможет вырыть канаву такой же длины, как канавокопатель (машина) за 2 часа. Какую часть всей длины канавы сможет отрыть за час рабочий? канавокопатель?

2) Расстояние между двумя городами лошадь может пройти за 20 суток, находясь в движении ежедневно по 10 часов, а самолет пролетит это расстояние за 2 часа. На какую часть всего расстояния переместится за час лошадь? самолет?

209. 1) После осушения болота пахотные земли колхоза увеличились на $\frac{1}{8}$ своей величины. Какую часть пахотных земель колхоза составляет теперь осушенный участок?

2) Колхоз посадил фруктовый сад на $\frac{1}{10}$ площади своих пахотных земель. Какую часть оставшейся площади пахотных земель колхоза составляет площадь фруктового сада?



210. 1) С помощью линейки измерьте длину и ширину тетради. Результаты измерений запишите, выразив их в сантиметрах.

2) Измерьте длину и ширину переплета данной книги (учебника). Результаты запишите, выразив их в сантиметрах.

211. 1) Толщина 5 витков проволоки равна 1 *мм*. Найти толщину проволоки.

Примечание. На рисунке показано, как, используя лупу (увеличительное стекло), находят толщину пяти витков проволоки.

2) 280 страниц книги имеют толщину 15 *мм*. Найти толщину одного листа книги.

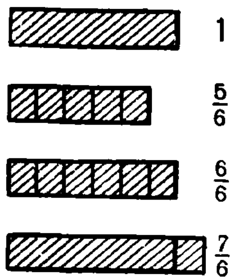
212. 1) Шесть мальчиков поймали 5 *кг* рыбы и разделили ее поровну. Сколько рыбы досталось каждому мальчику?

2) Пять одинаковых отливок весят 6 *кг*. Сколько весит одна отливка?

213. 1) Лес занимает площадь в 5 *га*. Он разбит на 8 равных участков. Какую часть всей площади занимает каждый участок? Какую часть гектара занимает каждый участок?

2) Велосипедист за 30 мин. проехал 7 *км*. Какую часть всего расстояния он проехал за 1 мин.? Какую часть километра он проехал за 1 мин.?

3. Правильные и неправильные дроби. Смешанное число. Допустим, что первый тракторист выполнил $\frac{5}{6}$ своего плана, второй — $\frac{6}{6}$ своего и третий — $\frac{7}{6}$. Эти дроби показывают, что первый пока еще не выполнил всего плана, так как $\frac{5}{6} < 1$,



второй уже выполнил план, так как $\frac{6}{6} = 1$, а третий перевыполнил план, так как $\frac{7}{6} > 1$, что и видно на рисунке.

Различают правильные и неправильные дроби.

Правильной дробью называется дробь, у которой числитель меньше знаменателя.

Дроби $\frac{3}{4}$; $\frac{10}{13}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{75}{77}$ — правильные дроби.

Так как числитель правильной дроби меньше знаменателя, то правильная дробь является частью единицы, и, следовательно, она меньше единицы.

Неправильной дробью называется дробь, у которой числитель равен знаменателю или больше его.

Дроби $\frac{6}{5}$; $\frac{6}{6}$; $\frac{11}{8}$; $\frac{104}{90}$; $\frac{55}{55}$ — неправильные дроби. Легко видеть, что неправильная дробь равна 1 или больше 1.

Иногда при измерении величин и при делении натуральных чисел получаются натуральные числа и правильные дроби. Например, измеряя длину комнаты метром, мы получили $6\frac{1}{2}$ *м* или, разделив 15 на 4, получили 3 в частном и 3 в остатке, или иначе: $15 : 4 = 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$. Мы видим, что числа $6\frac{1}{2}$ и $3\frac{3}{4}$ являются соединением натуральных чисел и дроби.

Смешанным числом называется сумма натурального числа и дроби, записанная без знака сложения.

УПРАЖНЕНИЯ.

214. 1) (Устно.) Какая дробь получится, если единицу разделить на 5 равных частей и полученную долю взять 4 раза? Как называется полученная дробь?

2) Какая дробь получится, если единицу разделить на 4 равные части и полученную долю взять 5 раз? Как называется полученная дробь?

215. 1) Прочитайте и выпишите отдельно правильные дроби и неправильные дроби из следующего ряда чисел:

$$\frac{2}{3};\ \frac{5}{3};\ \frac{4}{9};\ \frac{7}{3};\ \frac{60}{60};\ \frac{72}{69};\ \frac{39}{39}.$$

2) Напишите по три примера правильных и неправильных дробей.

216. 1) Какие из чисел: $\frac{7}{9}$; $\frac{11}{8}$; $\frac{6}{5}$; $\frac{21}{22}$; $\frac{17}{19}$; $\frac{43}{75}$; $\frac{84}{41}$ и $\frac{66}{71}$ больше 1? меньше 1?

2) Даны дроби: $\frac{5}{3}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{6}{6}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{14}{11}$; $\frac{17}{4}$; $\frac{63}{31}$; $\frac{43}{45}$ и $\frac{58}{58}$.

Выписать отдельно дроби, меньшие 1, дроби, равные 1, и дроби, большие 1.

217. 1) Напишите все неправильные дроби с числителем 6.

2) Напишите все правильные дроби со знаменателем 7.

218. 1) Из чисел 1, 3, 5, 6, 12 составить несколько правильных дробей.

2) Из чисел 1, 5, 8, 15, 17 составить несколько неправильных дробей.

219. 1) Написать наибольшую правильную дробь со знаменателем 8; со знаменателем 20; со знаменателем 2.

2) Написать наименьшую неправильную дробь со знаменателем 10; со знаменателем 18; со знаменателем 2.

220. 1) Записать число, выражающее длину отрезка, в котором уложилось: две целых и три четвертых метра; пятнадцать целых и семь восьмых метра, двадцать три целых и пять сотых метра.

2) Записать смешанным числом: три целых и восемь десятых метра; пять целых и одна десятая тонны; десять целых и семь десятых кубического метра.

4. Деление натуральных чисел. Представление натурального числа в виде дроби. Введение дробей позволяет нам выполнять деление натуральных чисел во всех случаях без исключения. Например требуется найти результат 53 : 8. Производя деление, получим в частном 6 и в остатке 5. Этот результат мы можем записать:

$$6 + \frac{5}{8} = 6\frac{5}{8}.$$

Значит, всякое дробное число можно рассматривать как частное от деления числителя на знаменатель.

Дробь $\frac{5}{11}$ есть частное от деления 5 на 11.

Если делимое (числитель) делится нацело на делитель (знаменатель), то получится натуральное число.

$$\frac{6}{1} = 6;\ \frac{8}{4} = 2;\ \frac{25}{5} = 5;\ \frac{100}{4} = 25.$$

Читая равенства справа налево, получим, что

$$6 = \frac{6}{1}; \ 2 = \frac{8}{4}; \ 5 = \frac{25}{5}; \ 25 = \frac{100}{4},$$

т. е. любое натуральное число мы можем представить в виде обыкновенной дроби с любым знаменателем, кроме нуля.

Можно это положение обосновать и другим путем. Разделим единицу на 2, 3, 4, ... равных частей, можем написать, что

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \dots .$$

Рассуждая аналогично, можем написать, что

$$2 = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = \dots; \quad 5 = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \frac{20}{4} = \dots;$$

$$6 = \frac{12}{2} = \frac{18}{3} = \frac{24}{4} \dots .$$

В общем виде это свойство чисел можно записать с помощью букв (формулы):

$$a = \frac{an}{n},$$

где a и n — натуральные числа.

Чтобы представить натуральное число a в виде дроби с данным знаменателем n, надо данный знаменатель n умножить на натуральное число a и это произведение сделать числителем, а знаменателем взять данный знаменатель.

Пример. Представить 7 дробью со знаменателем 8. Для этого находим произведение $7 \cdot 8$ и принимаем это произведение за числитель. Запись этого преобразования:

$$7 = \frac{7 \cdot 8}{8} = \frac{56}{8}.$$

Так как деление на нуль не имеет смысла, то знаменателем дроби никогда не может быть нуль.

УПРАЖНЕНИЯ.

221. (Устно.) 1) Сколько шестых долей в одной единице? в трех единицах? в десяти единицах?

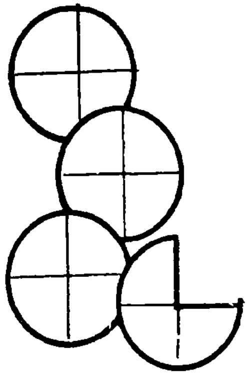
2) Сколько пятых долей содержит единица? седьмых? десятых?

222. 1) Выразить единицу в девятых долях. Сколько девятых долей в двух единицах? в шести единицах? в n единицах?

2) Выразить единицу в тридцатых долях. Сколько тридцатых долей: в трех единицах? в семи единицах? в n единицах?

223. 1) Представить число 2 в виде дробей со знаменателями: 3, 5, 6.

2) Представить число 9 в виде дробей со знаменателями: 1, 2, 4, 7, 9.



$3\frac{3}{4}$

5. Исключение целого числа из неправильной дроби и представление смешанного числа в виде неправильной дроби. Мы знаем, что неправильная дробь больше единицы. Во многих случаях из полученной неправильной дроби бывает необходимо исключить целое число.

Так как дробь является частным от деления ее числителя на знаменатель, то для исключения целого числа из дроби $\frac{15}{4}$ надо 15 разделить на 4. Получим в частном 3 и в остатке 3. Это записывается так: $\frac{15}{4} = 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$.

Поясним на рисунке. 15 четвертей круга составляют три целых круга и еще три четверти круга. **Чтобы представить неправильную дробь в виде смешанного числа, надо числитель разделить на знаменатель; частное от этого деления дает число целых, а остаток — число долей дроби смешанного числа.**

Это преобразование записывают так:

$$\frac{65}{7} = 9\frac{2}{7}; \quad \frac{101}{9} = 11\frac{2}{9}; \quad \frac{317}{25} = 12\frac{17}{25}.$$

Если при делении числителя на знаменатель получится остаток, равный нулю, то неправильная дробь представляет собой натуральное число, например:

$$\frac{45}{9} = 5; \quad \frac{84}{12} = 7.$$

Если числитель и знаменатель имеют общий делитель, то перед исключением целого числа дробь упрощают. Подробно об этом будет рассмотрено в § 16 на странице 134.

Иногда приходится заменять смешанное число неправильной дробью.

Пусть надо смешанное число $3\frac{5}{6}$ представить в виде неправильной дроби. Это значит, надо узнать, сколько шестых долей содержится в трех целых единицах вместе с пятью шестыми долями такой же единицы. В одной единице содержится 6 шестых долей, а в трех единицах их будет $6 \cdot 3$, т. е. 18 долей. В трех единицах вместе с 5 шестыми окажется $18 + 5$, т. е. 23 шестых доли.

Следовательно, $3\frac{5}{6} = \frac{23}{6}$. Обычно это преобразование записывают так:

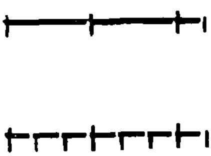
$$4\frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 4 + 2}{3} = \frac{14}{3};$$

$$15\frac{7}{8} = \frac{8 \cdot 15 + 7}{8} = \frac{127}{8}.$$

Чтобы смешанное число представить в виде неправильной дроби, надо знаменатель дроби умножить на целое число и к полученному произведению прибавить числитель. Полученная сумма будет числителем неправильной дроби, а знаменатель берется прежний.

Вывод этого правила поясняется и рисунком.

$2\frac{1}{3}$



$\frac{7}{3}$

УПРАЖНЕНИЯ.

224. Записать в виде смешанных чисел следующие частные:

1) 13 : 3; 27 : 5; 57 : 8; 94 : 8; 116 : 12; 228 : 23.

2) 18 : 5; 29 : 10; 47 : 9; 79 : 7; 125 : 24; 217 : 21.

225. Представить неправильные дроби в виде смешанных чисел:

1) $\frac{3}{2}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{15}{6}$; $\frac{47}{9}$; $\frac{56}{10}$; $\frac{75}{12}$; $\frac{100}{21}$; $\frac{458}{51}$.

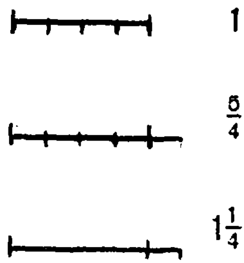
2) $\frac{16}{3}$; $\frac{38}{7}$; $\frac{55}{6}$; $\frac{26}{12}$; $\frac{64}{28}$; $\frac{80}{40}$; $\frac{107}{25}$; $\frac{245}{41}$.

226. Исключить целые числа из следующих дробей:

1) $\frac{5}{3}$; $\frac{15}{7}$; $\frac{20}{6}$; $\frac{50}{12}$; $\frac{70}{14}$; $\frac{125}{12}$; $\frac{145}{36}$; $\frac{1201}{55}$.

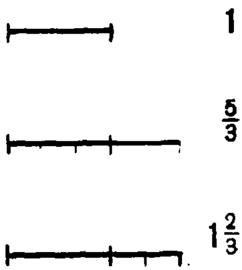
2) $\frac{7}{4}$; $\frac{11}{5}$; $\frac{42}{8}$; $\frac{60}{21}$; $\frac{75}{11}$; $\frac{89}{13}$; $\frac{173}{54}$; $\frac{205}{65}$.

227. 1) На рисунке, иллюстрирующем исключение целого числа из неправильной дроби, покажите отрезки, представляющие правильную дробь, неправильную дробь и смешанное число.



Постройте отрезки, иллюстрирующие исключение целого числа из дроби $\frac{7}{4}$.

2) На рисунке показано представление смешанного числа в виде неправильной дроби. Найдите отрезки, представляющие смешанное число, неправильную и правильную дроби. Постройте отрезки, иллюстрирующие представление смешанного числа $2\frac{1}{4}$ в виде неправильной дроби.



228. (Устно.) 1) Сколько вторых долей единицы в каждом из следующих чисел:

1; $1\frac{1}{2}$; $5\frac{1}{2}$; $10\frac{1}{2}$; $25\frac{1}{2}$?

2) Сколько пятых долей единицы в каждом из следующих чисел:

1; $1\frac{1}{5}$; $2\frac{1}{5}$; $3\frac{3}{5}$; $6\frac{4}{5}$?

229. Представить смешанные числа в виде неправильных дробей:

1) $2\frac{1}{2}$; $3\frac{2}{5}$; $10\frac{5}{7}$; $20\frac{1}{3}$; $35\frac{5}{12}$; $46\frac{7}{8}$; $51\frac{3}{7}$; $60\frac{2}{11}$; $110\frac{5}{12}$

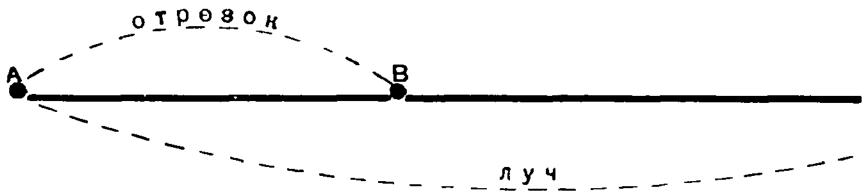
2) $4\frac{2}{7}$; $5\frac{3}{5}$; $12\frac{7}{9}$; $43\frac{5}{6}$; $62\frac{5}{8}$; $99\frac{11}{12}$; $101\frac{2}{9}$; $402\frac{3}{10}$; $500\frac{7}{25}$.

230. 1) Три мальчика поймали вместе 7 *кг* рыбы и весь улов разделили поровну. Сколько килограммов рыбы досталось каждому?

2) Мальчик пробежал 100 *м* за 17 сек. Сколько метров в среднем он пробегал за секунду?

6. Числовой луч. Для того чтобы лучше понять арифметические преобразования, мы часто прибегаем к иллюстрациям с помощью отрезков и так называемого *числового луча.*

Если взять прямую и на ней поставить две точки, то часть прямой, ограниченная двумя ее точками, называется *отрезком прямой* или просто *отрезком.*

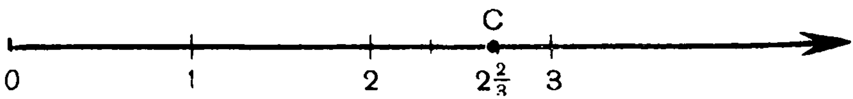


Часть прямой, ограниченная одной точкой, называется *лучом.* Точка *O* — *начало* луча.

Если на луче отложить вправо равные отрезки и обозначить концы отрезков последовательно натуральными числами, начиная с 1, то получим *числовой луч.*

Условимся, что концы отрезков соответствуют натуральным числам 1, 2, 3, 4, 5, ... Тогда точки луча, соответствующие дробным числам, будут находиться между точками, соответствующими натуральным числам.

Пример. Чтобы найти точку, соответствующую дробному числу $2\frac{2}{3}$, разделим отрезок, концы которого соответствуют числам 2 и 3, на 3 равные части и возьмем точку, отстоящую от 2 справа на расстоянии двух третьих единицы. Точка C и будет точкой, соответствующей числу $2\frac{2}{3}$.



Рассуждая аналогично, мы можем построить точку, соответствующую любому заданному дробному числу.

На числовом луче правильным дробям соответствуют точки, находящиеся между отметками 0 и 1, а неправильным дробям соответствует точка 1 и точки, расположенные вправо от точки 1.

УПРАЖНЕНИЯ.

231. 1) Нарисуйте в тетрадях числовой луч и отметьте на нем точки, соответствующие числам: 1, 2, 3, ..., 12.

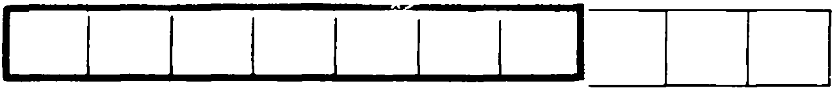
2) Отметьте на этом же числовом луче точки, соответствующие числам:

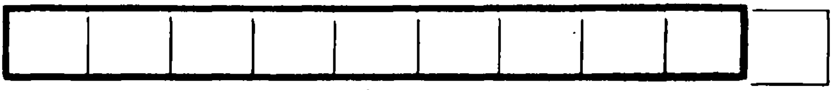
$$\frac{1}{2};\ \frac{3}{4};\ 1\frac{1}{2};\ 3\frac{1}{3};\ 5\frac{3}{4};\ 10\frac{1}{2};\ 11\frac{1}{8}.$$

232. 1) Нарисуйте числовой луч и отметьте на нем точки, соответствующие числам: $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$ и $\frac{4}{5}$. Какие точки на числовом луче отстоят дальше от начала луча? Какая из данных дробей наибольшая?

2) На числовом луче отметьте точки, соответствующие числам $2\frac{1}{3}$ и $3\frac{1}{2}$. Какое из этих чисел больше? Как расположены эти точки в отношении начала луча?

7. Сравнение дробей по величине. Сравним дроби с одинаковыми знаменателями. Рассмотрим задачу: «Первая школьная бригада имеет опытный участок в $\frac{7}{10}$ *га*, а вторая — участок в $\frac{9}{10}$ *га*. Какая бригада имеет больший участок?»

$\frac{7}{10}$ 

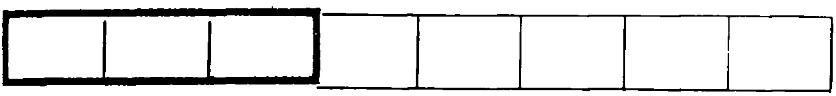
$\frac{9}{10}$ 

Легко видеть, что вторая бригада имеет участок, больший, чем первая, так как дробь $\frac{9}{10}$ имеет 9 десятых долей, а дробь $\frac{7}{10}$ имеет 7 таких же долей.

Из двух дробей, имеющих одинаковые знаменатели, та больше, у которой числитель больше.

Сравним дроби с одинаковыми числителями. Рассмотрим задачу: «Колхоз засеял $\frac{3}{5}$ всей своей пахотной площади зерновыми и $\frac{3}{8}$ всей площади бобовыми культурами. Какими культурами засеяна бо́льшая площадь?»

$\frac{3}{5}$ 

$\frac{3}{8}$ 

Нетрудно видеть, что дробь $\frac{3}{5}$ больше дроби $\frac{3}{8}$, так как число долей в этих дробях одинаковое (3), но доли, выражаемые первой дробью, крупнее, чем второй. Это видно и на рисунке.

Из двух дробей, имеющих одинаковые **числители**, та больше, у которой знаменатель меньше.

О том, как сравнивают дроби с различными числителями и разными знаменателями, узнаем в следующем параграфе.

УПРАЖНЕНИЯ.

233. (Устно.) Что больше и почему:

1) $\frac{2}{5}$ *кг* или $\frac{3}{5}$ *кг*? $\frac{17}{18}$ *га* или $\frac{11}{18}$ *га*? $\frac{11}{20}$ или $\frac{13}{20}$?

2) $\frac{3}{7}$ или $\frac{2}{7}$? $\frac{6}{11}$ или $\frac{7}{11}$? $3\frac{5}{9}$ или $3\frac{7}{9}$?

234. 1) Расположить дроби в порядке возрастающей величины:

$$\frac{6}{23};\ \frac{5}{23};\ \frac{9}{23};\ \frac{1}{23};\ \frac{17}{23};\ \frac{4}{23}.$$

2) Расположить дроби в порядке убывающей величины:

$$\frac{21}{37};\ \frac{16}{37};\ \frac{14}{37};\ \frac{25}{37};\ \frac{6}{37};\ \frac{13}{37};\ \frac{1}{37};\ \frac{5}{37}.$$

235. (Устно.) Что больше и почему:

1) $\frac{7}{10}$ *км* или $\frac{7}{15}$ *км*? $\frac{3}{5}$ *га* или $\frac{3}{7}$ *га*? $1\frac{5}{8}$ *т* или $1\frac{5}{10}$ *т*?

2) $\frac{8}{11}$ или $\frac{8}{13}$? $\frac{15}{21}$ или $\frac{15}{19}$? $4\frac{2}{7}$ или $4\frac{2}{9}$?

236. 1) Расположить дроби в порядке возрастающей величины:

$$\frac{5}{10};\ \frac{5}{21};\ \frac{5}{6};\ \frac{5}{128};\ \frac{5}{142}.$$

2) Какая из дробей $\frac{7}{12}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{7}{21}$; $\frac{7}{30}$; $\frac{7}{68}$ наибольшая и какая наименьшая? Расположите эти дроби в порядке убывающей величины.

237. Объяснить с помощью рисунка, почему: 1) $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$? 2) $\frac{5}{7} < \frac{6}{7}$?

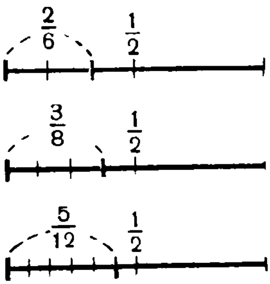
238. 1) Реактивный самолет пролетает расстояние между двумя городами за 5 час., а обычный — за 15 час. Какую часть расстояния между городами каждый из этих самолетов пролетит за 3 часа? Кто пролетит больше? Изобразите решение на числовом луче.

2) Опытный рабочий может выполнить определенную работу за 4 часа, а начинающий рабочий ту же работу выполнит за 6 час. Какую часть этой работы выполнит каждый рабочий за 3 часа? Кто сделает больше? Изобразите решение на числовом луче.

239. 1) Даны дроби: $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ и $\frac{2}{3}$. Изобразите каждую из них графически, разделив единицу на 12 равных частей (или 12 клеточек). Какая из этих дробей больше?

2) Какая дробь больше: $\frac{3}{4}$ или $\frac{7}{8}$? $\frac{1}{2}$ или $\frac{2}{3}$?

240. 1) Сравните по величине с $\frac{1}{2}$ дроби, изображенные на рисунке. Запишите их в порядке убывающей величины.



2) Запишите дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{5}{12}$ в порядке возрастающей величины.

Контрольное задание к § 15.

1) Составьте 2 задачи, при решении которых возникают дроби. (Одна задача на измерение величин и другая — на деление.)

2) Как короче записать суммы:

$$3 + \frac{1}{4}; \ 5 + \frac{2}{3}; \ 7 + \frac{5}{8}?$$

3) Изобразите на числовом луче числа:

$$\frac{7}{8}, \ 1\frac{1}{4} \text{ и } 2\frac{1}{2}.$$

Какое из данных чисел наибольшее? Где относительно начала луча и других чисел расположилось самое большое число? самое малое?

4) Представьте число 5 в виде дробей со знаменателями: 1, 2, 3, 6, 9, 15.

5) Представьте смешанное число в виде неправильной дроби: $1\frac{1}{4}$; $2\frac{5}{9}$; $8\frac{3}{4}$, $15\frac{1}{3}$. Проверьте правильность выполнения.

6) Что больше и почему: $\frac{9}{10}$ или $\frac{9}{11}$? $\frac{11}{15}$ или $\frac{11}{18}$? $2\frac{5}{7}$ или $2\frac{6}{7}$?

§16 СВОЙСТВА ДРОБНЫХ ЧИСЕЛ.

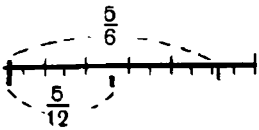
1. Изменение величины дроби с изменением ее членов. Один отрезок равен $\frac{8}{10}$ *дм*, а другой — $\frac{4}{10}$ *дм*. Какой отрезок больше? Так как в обеих дробях знаменатель один и тот же, а числитель первой дроби (8) в 2 раза больше числителя второй (4), то и первая дробь в 2 раза больше второй.

Возьмем какую-нибудь дробь, например $\frac{2}{7}$, и увеличим ее числитель в несколько раз, например в 2 раза, оставив без изменения знаменатель. Сравнивая полученную дробь $\frac{4}{7}$ с первоначальной $\frac{2}{7}$, видим, что она содержит в 2 раза больше долей. Следовательно, дробь $\frac{2}{7}$ при увеличении ее числителя в 2 раза также увеличилась в 2 раза. Это рассуждение применимо к любой дроби и ко всякому увеличению ее числителя в несколько раз.

Если уменьшить числитель дроби $\frac{8}{9}$ в 4 раза, получим дробь $\frac{2}{9}$, меньшую, чем дробь $\frac{8}{9}$, в 4 раза, так как число долей в ней будет в 4 раза меньше. Отсюда получаем правило. **Чтобы увеличить (уменьшить) дробь в несколько раз, достаточно увеличить (уменьшить) ее числитель во столько же раз.**

Если мы разделим какую-нибудь долю, например $\frac{1}{2}$, на 2, 3, 4, 5 и т. д. равных частей, то получим более мелкие доли той же единицы. А именно, при делении на 2 — четвертые доли, при делении на 3 — шестые доли и т. д. Другими словами, если взять какую-нибудь дробь, например $\frac{1}{2}$, и увеличить ее знаменатель в 2, 3, 4 и т. д. раз, сохранив числитель без изменения, то получим дроби, меньшие первоначальной в 2, 3, 4 и т. д. раз.

Это рассуждение применимо к любой дроби и ко всякому увеличению ее знаменателя в несколько раз.



Если же, сохранив без изменения числитель дроби, уменьшить знаменатель в несколько раз, то дробь увеличится во столько же раз, так как мы доли делаем более крупными. Например, уменьшение знаменателя дроби $\frac{5}{12}$ в 2 раза дает дробь $\frac{5}{6}$, содержащую вместо пяти двенадцатых долей столько же (5) более крупных шестых долей, каждая из которых в 2 раза больше, чем двенадцатая.

Чтобы уменьшить (увеличить) дробь в несколько раз, достаточно увеличить (уменьшить) ее знаменатель во столько же раз.

Числитель и знаменатель дроби не всегда делятся нацело на натуральное число, а потому для изменения дроби в несколько раз лучше пользоваться следующим правилом.

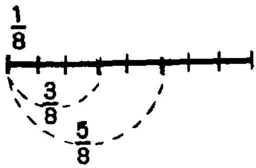
Чтобы увеличить дробь в несколько раз, достаточно увеличить во столько же раз ее числитель, а чтобы уменьшить дробь в несколько раз, достаточно увеличить в то же число раз ее знаменатель.

Примеры. Увеличить дробь $\frac{3}{7}$ в 2 раза. Увеличить дробь в 2 раза можно двумя способами: увеличив числитель в 2 раза или уменьшив знаменатель в 2 раза. Второй способ в данном случае не выполним, а первый способ всегда выполним.

Рассуждая так же, видим, что уменьшить дробь $\frac{5}{7}$ в 3 раза мы можем, увеличив ее знаменатель в 3 раза.

УПРАЖНЕНИЯ.

241. (Устно.) 1) На рисунке изображены три дроби: $\frac{1}{8}$; $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$. Какая дробь больше? Как получить дробь $\frac{5}{8}$ из дроби $\frac{1}{8}$? Как получить дробь $\frac{3}{8}$ из дроби $\frac{1}{8}$?



2) Как получить дробь $\frac{1}{8}$ из дроби $\frac{3}{8}$? дробь $\frac{1}{8}$ из дроби $\frac{5}{8}$?

242. 1) Увеличить в 2 раза каждую из данных дробей: $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{11}$; $\frac{6}{13}$; $\frac{1}{15}$.

2) Написать числа, в три раза большие каждой из данных дробей:

$$\frac{1}{3};\ \frac{1}{7};\ \frac{2}{5};\ \frac{4}{11};\ \frac{15}{22};\ \frac{7}{17}.$$

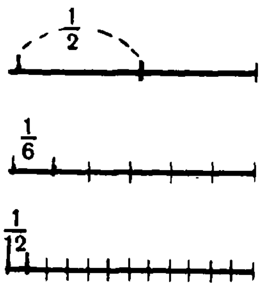
243. (Устно.) 1) Во сколько раз каждая из дробей:

$\frac{4}{19}$; $\frac{6}{19}$; $\frac{10}{19}$; $\frac{16}{19}$ — больше дроби $\frac{2}{19}$?

2) Сравнить дроби и указать, какая из них больше и во сколько раз:

$\frac{3}{7}$ или $\frac{6}{7}$? $\frac{10}{13}$ или $\frac{5}{13}$; $\frac{9}{51}$ или $\frac{36}{51}$?

244. (Устно.) Три равных отрезка разделены: один на 2, другой на 6, третий на 12 равных частей. Используя рисунок, ответьте на следующие вопросы:



1) Во сколько раз $\frac{1}{2}$ больше $\frac{1}{6}$? $\frac{1}{2}$ больше $\frac{1}{12}$? $\frac{1}{6}$ больше $\frac{1}{12}$?

2) Какие доли крупнее:

$\frac{1}{2}$ или $\frac{1}{6}$? $\frac{1}{6}$ или $\frac{1}{12}$? $\frac{1}{2}$ или $\frac{1}{12}$?

245. 1) Увеличить каждую дробь двумя способами:

$\frac{1}{12}$ в 6 раз; $\frac{5}{32}$ в 4 раза; $\frac{2}{51}$ в 17 раз; $1\frac{1}{2}$ в 2 раза; $2\frac{2}{21}$ в 7 раз.

2) Уменьшить каждую дробь двумя способами: $\frac{4}{5}$ в 4 раза; $\frac{12}{13}$ в 6 раз; $\frac{16}{51}$ в 8 раз; $2\frac{2}{5}$ в 6 раз; $1\frac{3}{5}$ в 4 раза.

246. Выполнить преобразование наиболее удобным способом:

1) Увеличить $\frac{4}{15}$ в 3 раза; $\frac{1}{18}$ в 9 раз; $2\frac{1}{10}$ в 10 раз; $4\frac{1}{15}$ в 5 раз; $\frac{2}{3}$ в 5 раз; $1\frac{3}{4}$ в 7 раз.

2) Уменьшить $\frac{16}{17}$ в 4 раза; $\frac{28}{31}$ в 7 раз; $3\frac{3}{4}$ в 6 раз; $7\frac{1}{2}$ в 5 раз; $\frac{5}{6}$ в 2 раза; $1\frac{2}{3}$ в 3 раза.

247. 1) Во сколько раз надо увеличить: а) $\frac{3}{20}$, чтобы получить $\frac{3}{4}$? б) $\frac{4}{15}$, чтобы получить $\frac{4}{5}$? в) $1\frac{1}{2}$, чтобы получить 3?

2) Во сколько раз надо уменьшить: а) $\frac{15}{17}$, чтобы получить $\frac{5}{17}$? б) $\frac{3}{7}$, чтобы получить $\frac{3}{35}$? в) $2\frac{1}{2}$, чтобы получить $\frac{1}{2}$?

248. 1) Как изменится каждая из дробей: $\frac{5}{8}$; $\frac{4}{7}$; $\frac{9}{13}$; $\frac{15}{23}$, если числители заменить единицей?

2) Как изменятся величины дробей: $\frac{4}{7}$; $\frac{5}{11}$; $\frac{11}{15}$, если в каждой из них знаменатель заменить единицей?

249. (Устно.) 1) Каждую из следующих дробей увеличить сначала в 6 раз, а затем полученный результат уменьшить в 7 раз:

$$\frac{7}{12};\ \frac{35}{42};\ \frac{14}{18};\ \frac{21}{36};\ \frac{42}{72};\ \frac{84}{96}.$$

2) Каждую из следующих дробей уменьшить сначала в 7 раз, а затем полученный результат увеличить в 25 раз:

$$\frac{14}{25};\ \frac{21}{50};\ \frac{49}{250};\ \frac{84}{125};\ \frac{7}{1000}.$$

250. 1) Один рабочий выполнил $\frac{3}{4}$ всей работы, а другой — в 6 раз меньше. Какую часть всей работы выполнил второй рабочий?

2) Самолет пролетает расстояние между двумя городами за 4 часа. Какую часть этого расстояния он пролетит за 1 час? за $\frac{1}{2}$ часа? за $\frac{1}{4}$ часа?

251. 1) Через одну трубу за 3 часа наполняется $\frac{1}{5}$ бассейна, через другую трубу за 5 час. наполняется $\frac{1}{4}$ бассейна. Через какую трубу в 1 час вливается воды больше?

2) Двое рабочих копали канаву. Первый из них за 4 часа выкопал $\frac{8}{25}$ всей длины канавы, а второй за 3 часа — $\frac{9}{25}$ всей длины канавы. У какого рабочего производительность труда больше?

252. (Устно.) 1) Числитель дроби увеличили вдвое. Как нужно изменить знаменатель, чтобы величина дроби осталась прежней?

2) Знаменатель дроби уменьшили в 3 раза. Как нужно изменить числитель, чтобы величина дроби осталась прежней?

253. В следующих равенствах вместо x поставить такое число, чтобы новая дробь была равна данной:

1) $\frac{2}{3} = \frac{x}{9}$; 2) $\frac{x}{5} = \frac{4}{10}$; 3) $\frac{5}{x} = \frac{30}{36}$;

4) $\frac{15}{25} = \frac{x}{5}$; 5) $\frac{84}{91} = \frac{12}{x}$; 6) $\frac{125}{x} = \frac{5}{3}$.

254. Как изменится дробь, если:

1) числитель увеличить в 4 раза, а знаменатель — в 2 раза? числитель увеличить в 6 раз, а знаменатель увеличить в 3 раза?

2) числитель уменьшить в 10 раз, а знаменатель уменьшить в 5 раз? числитель уменьшить в 12 раз, а знаменатель увеличить в 2 раза?

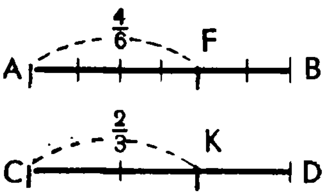
255. 1) Числитель дроби увеличили в 12 раз. Как нужно изменить знаменатель, чтобы дробь увеличилась в 2 раза?

2) Знаменатель дроби уменьшили в 2 раза. Как нужно изменить числитель, чтобы дробь увеличилась в 4 раза?

256. 1) Если турист будет проходить по $\frac{1}{15}$ *км* в минуту, то он придет в пункт назначения через 2 часа. Сколько километров он пройдет за 2 часа?

2) Часы отстают на $\frac{3}{4}$ секунды в час. На сколько они отстанут в течение суток?

2. Основное свойство дроби. Сокращение дробей. Мы рассмотрели изменение дроби при увеличении или уменьшении ее членов порознь друг от друга. Как же изменится величина дроби, если одновременно увеличить или уменьшить ее члены в одно и то же число раз? На рисунке изображены дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{6}$.



Отрезок AB, равный CD, разделен на 6 равных частей, а отрезок CD — на 3 равные части. Отрезок AF, изображающий дробь $\frac{4}{6}$, равен отрезку CK, который изображает дробь $\frac{2}{3}$.

Так как отрезки равны, то и числа, им соответствующие, также равны, т. е. $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$. Следовательно, если мы уменьшим числитель и знаменатель в одно и то же число раз, то получим дробь, равную первоначальной. К этому выводу можно прийти и в результате такого рассуждения: если мы увеличим числитель дроби $\frac{2}{3}$ в 2 раза, то дробь увеличится в 2 раза, а если мы увеличим знаменатель в 2 раза, то дробь уменьшится в 2 раза. Получим, что дробь вначале увеличилась в 2 раза, а затем уменьшилась в 2 раза, т. е. величина дроби осталась неизменной.

Величина дроби не изменится, если ее числитель и знаменатель умножить (или разделить) на одно и то же число, не равное нулю.

Это правило называют *основным свойством дроби.*

Примеры. $\frac{1}{2}=\frac{8}{16}$; $\frac{3}{5}=\frac{18}{30}$; $\frac{45}{90}=\frac{1}{2}$; $\frac{24}{36}=\frac{2}{3}$;

$\frac{3}{5}=\frac{6}{10}=\frac{9}{15}=\frac{12}{20}=\frac{15}{25}$.

В общем виде (с помощью букв) это свойство дроби можно записать так:

$$\frac{a}{b}=\frac{am}{bm},$$

где a, b, m — натуральные числа.

Это свойство находит применение при различных преобразованиях дробей и в первую очередь при упрощении внешнего вида дробей.

Если числитель и знаменатель дроби делятся на одно и то же число, то, разделив члены дроби на это число, мы получим дробь с меньшими числителем и знаменателем. Например, дробь $\frac{18}{24}$ можно преобразовать в дроби: $\frac{9}{12}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{3}{4}$. Из всех этих дробей, имеющих одну и ту же величину, наиболее простой вид имеет дробь $\frac{3}{4}$.

Преобразование дроби в равную ей дробь путем деления числителя и знаменателя на одно и то же число называется сокращением дроби.

Сокращать дробь можно лишь тогда, когда ее члены имеют общий делитель, отличный от 1. (Деление на 1 не меняет вида числа.)

Сокращение дроби проводят: 1) либо постепенно, записывая полученные дроби, получающиеся при делении на простые числа; 2) либо сразу, деля числитель и знаменатель на наибольший общий делитель членов дроби.

Пример. Сократить дробь $\frac{48}{60}$.

1-й способ. $\frac{48}{60}=\frac{24}{30}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$.

2-й способ. Подбираем наибольший общий делитель членов дроби. Он равен 12.

Разделим на 12 числитель и знаменатель дроби. Получим:

$$\frac{48}{60}=\frac{4}{5}.$$

Если члены дроби имеют общий делитель 1, т. е. они взаимно простые числа, то такая дробь называется несократимой.

Например: $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{18}$; $\frac{21}{22}$ и т. д.

Всякая дробь является либо несократимой $\left(\text{например, } \frac{5}{9}\right)$ либо ее можно привести к несократимой $\left(\text{например, } \frac{10}{18}=\frac{5}{9}\right)$.

Сокращение дроби считается законченным, если в результате сокращения получилась несократимая дробь. Иногда бывает нелегко решить вопрос о том, сократима ли данная дробь, и если сократима, то на сколько. Так, например, сразу не видно, что дробь $\frac{195}{221}$ сократима. В этом случае разлагаем один из членов дроби на простые множители и получаем: $195=3\cdot5\cdot13$. Второй член дроби не делится на простые числа 3, 5, а делится только на 13. Следовательно, дробь $\frac{195}{221}$ можно сократить только на 13:

$$\frac{195}{221}=\frac{15}{17}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

257. (Устно.) 1) Числитель дроби $\frac{5}{6}$ умножили на 3. Как надо изменить знаменатель, чтобы величина дроби осталась прежней?

2) Знаменатель дроби $\frac{3}{7}$ умножили на 4. Как надо изменить числитель, чтобы величина дроби не изменилась?

258. 1) Заменить дробь $\frac{2}{3}$ дробями, равными ей по величине, с числителями: 6, 16, 18, 48.

2) Заменить дробь $\frac{4}{5}$ дробями, равными ей по величине, со знаменателями: 10, 15, 25.

259. 1) Написать три дроби, каждая из которых равна: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{8}$.

2) Написать три смешанных числа, каждое из которых равно: $1\frac{1}{3}$; $2\frac{3}{5}$; $5\frac{2}{5}$.

260. 1) Выразить каждую из дробей: $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{12}$ — в долях, в 3 раза меньших, чем у данной дроби.

2) Выразить каждую из дробей: $\frac{4}{5}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{13}{15}$ — в долях, в 5 раз меньших, чем у данной дроби.

261. Выразить в более крупных долях дроби:

1) $\frac{6}{10}$; $\frac{21}{28}$; $\frac{40}{50}$; $\frac{34}{51}$; $\frac{50}{75}$. 2) $\frac{4}{8}$; $\frac{10}{15}$; $\frac{14}{35}$; $\frac{28}{36}$; $\frac{56}{64}$.

262. Сократить дроби:

1) $\frac{2}{4}$; $\frac{4}{10}$; $\frac{6}{9}$; $\frac{3}{15}$; $\frac{8}{16}$; $\frac{20}{24}$; $\frac{24}{36}$; $\frac{28}{40}$; $\frac{150}{200}$; $\frac{500}{750}$.

2) $\frac{45}{90}$; $\frac{22}{44}$; $\frac{35}{140}$; $\frac{77}{220}$; $\frac{51}{340}$; $\frac{13}{169}$; $\frac{45}{450}$; $\frac{125}{375}$; $\frac{270}{5400}$.

263. Сократить дроби:

1) $\frac{17\cdot3\cdot9}{6\cdot51\cdot15}$; $\frac{19\cdot8\cdot3\cdot11}{22\cdot4\cdot20\cdot19}$; $\frac{15\cdot13\cdot6}{6\cdot9\cdot5\cdot26}$; $\frac{49\cdot77\cdot56\cdot100}{33\cdot70\cdot42\cdot280}$.

2) $\frac{64\cdot24\cdot49}{6\cdot56\cdot16}$; $\frac{37\cdot25\cdot63\cdot14}{49\cdot74\cdot100}$; $\frac{76\cdot204\cdot156\cdot108}{432\cdot78\cdot68\cdot152}$.

264. 1) Какую часть часа составляют: 5 мин.; 10 мин.; 30 мин.; 25 мин.? Ответы выразить несократимой дробью.

2) Какую часть метра составляют: 10 *см*, 25 *см*, 48 *см*, 64 *см*?

265. 1) Какую часть составляет наибольшее двузначное число от наибольшего четырехзначного числа?

2) Какую часть составляет произведение чисел 7 и 11 от наименьшего четырехзначного нечетного числа?

266. 1) В колхозе из 6000 *га* всей пахотной земли посевы зерновых составляют 4 800 *га*. Какая часть всей пахотной земли занята зерновыми?

2) Совхоз засеял рожью 5100 *га* земли, а пшеницей — 8500 *га*. Какую часть пашни, засеянной пшеницей, составляет пашня, засеянная рожью? Какую часть земли, засеянной рожью и пшеницей, составляет пашня, засеянная рожью?

267. 1) Какая часть суток прошла, если теперь 8 час. утра? Если теперь 14 час. 40 мин.?

2) Какой части суток равен промежуток времени от 10 час. до 19 час. 36 мин.?

268. 1) Два колхоза за постройку моста уплатили 18 600 руб., причем первый колхоз уплатил на 3100 руб. больше второго. Какую часть взноса первого колхоза составляет взнос второго колхоза?

2) Два токаря, изготавливая одну и ту же деталь, выпустили вместе 42 детали, причем первый выпустил на 6 деталей больше, чем второй. Какую часть выработки первого составляет выработка второго рабочего?

3. Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю. Для выполнения действий сложения и вычитания дробей, а также и для сравнения дробей нам придется преобразовывать дроби так, чтобы они имели общий и притом наименьший знаменатель.

Пусть нам надо узнать, какая из данных дробей $\frac{7}{15}$ и $\frac{5}{12}$ больше. Для того чтобы сравнить дроби с разными знаменателями, их надо преобразовать в дроби, имеющие один и тот же знаменатель. Обычно общий знаменатель берут наименьший из возможных.

Нам известно, что дробь $\frac{7}{15}$ можно представить в виде дроби с любым знаменателем, кратным 15, а именно:

$$\frac{7}{15}=\frac{7\cdot 2}{15\cdot 2}=\frac{7\cdot 3}{15\cdot 3}=\frac{7\cdot 4}{15\cdot 4}=\frac{7\cdot 5}{15\cdot 5}=\ldots,\text{ а дробь }\frac{5}{12}$$

можно представить в виде дробей:

$$\frac{5}{12}=\frac{5\cdot 2}{12\cdot 2}=\frac{5\cdot 3}{12\cdot 3}=\frac{5\cdot 4}{12\cdot 4}=\frac{5\cdot 5}{12\cdot 5}=\ldots$$

Видим, что общий и притом наименьший знаменатель этих дробей будет $15 \cdot 4 = 12 \cdot 5$. Значит, обе эти дроби мы можем выразить в шестидесятых долях:

$$\frac{7}{15} = \frac{7 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{28}{60} \text{ и } \frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{25}{60}.$$

Отсюда видно, что дробь $\frac{7}{15} = \frac{28}{60}$ больше дроби $\frac{5}{12} = \frac{25}{60}$ так как $\frac{28}{60} > \frac{25}{60}$.

Наименьший общий знаменатель данных дробей есть наименьшее общее кратное знаменателей этих дробей.

То число, на которое умножают числитель и знаменатель дроби при этом преобразовании, называется **дополнительным множителем**. В разобранном примере дополнительный множитель для дроби $\frac{7}{15}$ был 4, а для $\frac{5}{12}$ — 5.

Чтобы привести дроби к наименьшему общему знаменателю, надо:

1) найти наименьшее общее кратное всех знаменателей;

2) найти для каждой дроби соответствующий дополнительный множитель;

3) умножить оба члена дроби на дополнительный множитель.

Если наименьший общий знаменатель трудно подобрать в уме, то тогда надо разложить знаменатели на простые множители.

Например, привести к наименьшему общему знаменателю дроби:

$$\frac{5}{54} \text{ и } \frac{7}{30}.$$

Решение. Найдем НОК (54; 30).

$$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \text{ и } 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5.$$
$$\text{НОК } (54;\ 30) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 270.$$

Чтобы найти дополнительный множитель для дроби $\frac{5}{54}$, исключим из разложения общего знаменателя $(2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5)$ разложение знаменателя этой дроби $(2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)$. Получим дополнительный множитель 5.

Дополнительный множитель для второй дроби $\frac{7}{30}$ получим, исключив из разложения общего знаменателя $(2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5)$ разложение знаменателя второй дроби $(2 \cdot 3 \cdot 5)$, и получим дополнительный множитель $3 \cdot 3 = 9$.

Теперь умножаем оба члена первой дроби на дополнительный множитель 5, а оба члена второй дроби на дополнительный множитель 9. Получим дроби $\frac{25}{270}$ и $\frac{63}{270}$, равные по величине данным дробям и с равными знаменателями.

Полезно запомнить два особых случая при приведении к общему знаменателю.

1-й случай. *Знаменатели являются взаимно простыми числами.*

Пример. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{15}$ и $\frac{5}{11}$. Так как числа 2, 15 и 11 не имеют общих делителей, т. е. являются взаимно простыми числами, то НОК $(2;\ 15;\ 11) = 2 \cdot 15 \cdot 11$ и дополнительным множителем для каждой из дробей будет произведение знаменателей двух других дробей:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 15 \cdot 11}{2 \cdot 15 \cdot 11} = \frac{165}{330}; \quad \frac{4}{15} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 11}{15 \cdot 2 \cdot 11} = \frac{88}{330};$$

$$\frac{5}{11} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 15}{11 \cdot 2 \cdot 15} = \frac{150}{330}.$$

2-й случай. *Наибольший из знаменателей делится на каждый из остальных,* т. е. он является наименьшим общим кратным всех знаменателей.

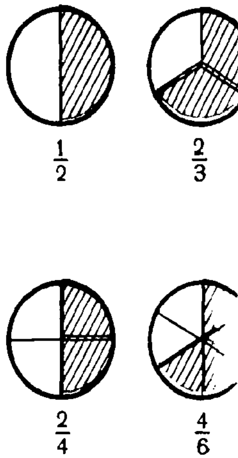
Пример. $\frac{11}{35}$, $\frac{13}{105}$ и $\frac{8}{21}$.

Знаменатель 105 является кратным 35 и 21. Тогда дополнительным множителем для дроби $\frac{11}{35}$ будет число 3, для $\frac{13}{105}$ — число 1 и для $\frac{8}{21}$ — число 5.

Получим:

$$\frac{11^{3}}{35} = \frac{33}{105}; \quad \frac{13^{1}}{105} = \frac{13}{105} \text{ и } \frac{8^{5}}{21} = \frac{40}{105}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.



269. 1) На рисунке изображены несколько дробей, и среди них есть равные по величине. Записать эти равные дроби.

2) Изобразите на рисунке равные дроби: $\frac{1}{2}$ и $\frac{5}{10}$; $\frac{2}{3}$ и $\frac{6}{9}$.

270. 1) Раздробить (размельчить) $\frac{1}{3}$ в девятые; в двадцать седьмые; в пятьдесят первые доли.

2) Раздробить $\frac{3}{4}$ в восьмые; в шестнадцатые; в сороковые доли.

271. Выразить в одинаковых долях:

1) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{6}$; $\frac{3}{8}$ и $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{9}$ и $\frac{5}{36}$; $\frac{3}{7}$ и $\frac{7}{35}$.

2) $\frac{1}{15}$ и $\frac{1}{5}$; $\frac{7}{16}$ и $\frac{3}{8}$; $\frac{11}{14}$ и $\frac{13}{140}$; $\frac{15}{16}$ и $\frac{23}{192}$.

3) $\frac{7}{10}$ и $\frac{2}{9}$; $\frac{13}{15}$ и $\frac{7}{8}$; $\frac{3}{10}$ и $\frac{17}{9}$; $\frac{7}{3}$ и $\frac{8}{15}$.

4) $\frac{7}{15}$, $\frac{11}{60}$ и $\frac{9}{20}$; $\frac{17}{20}$, $\frac{7}{150}$ и $\frac{43}{100}$.

272. Привести следующие дроби к наименьшему общему знаменателю:

1) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{7}$; $\frac{3}{5}$ и $\frac{5}{6}$.

2) $\frac{1}{12}$ и $\frac{1}{7}$; $\frac{7}{15}$ и $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{11}$ и $\frac{2}{13}$; $\frac{6}{17}$ и $\frac{3}{10}$.

3) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{5}$; $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ и $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ и $\frac{4}{7}$.

4) $2\frac{5}{8}$, $1\frac{7}{8}$ и $3\frac{1}{15}$; $4\frac{3}{8}$, $2\frac{5}{9}$ и $3\frac{3}{7}$.

273. Привести следующие дроби к наименьшему общему знаменателю:

1) $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{20}$; $\frac{2}{7}$ и $\frac{3}{14}$; $\frac{1}{15}$ и $\frac{7}{180}$; $\frac{23}{120}$ и $\frac{1}{30}$.

2) $\frac{11}{200}$ и $\frac{2}{25}$; $\frac{19}{120}$ и $\frac{8}{15}$; $\frac{7}{120}$ и $\frac{7}{24}$; $\frac{11}{35}$ и $\frac{13}{105}$; $\frac{5}{36}$ и $\frac{13}{144}$.

3) $\frac{3}{20}$, $\frac{2}{15}$ и $\frac{7}{180}$; $\frac{3}{8}$, $\frac{19}{120}$ и $\frac{8}{15}$; $\frac{11}{50}$, $\frac{7}{10}$ и $\frac{27}{100}$.

4) $1\frac{5}{36}$, $2\frac{8}{9}$ и $5\frac{7}{144}$; $4\frac{17}{65}$, $3\frac{3}{10}$ и $5\frac{1}{130}$; $\frac{17}{72}$, $2\frac{7}{18}$ и $1\frac{5}{6}$.

274. Привести следующие дроби к наименьшему общему знаменателю:

1) $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{9}$ и $\frac{1}{6}$; $\frac{5}{12}$ и $\frac{3}{8}$; $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$; $\frac{13}{15}$ и $\frac{7}{10}$.

2) $\frac{7}{20}$ и $\frac{11}{30}$; $\frac{5}{18}$ и $\frac{23}{24}$; $\frac{15}{36}$ и $\frac{11}{24}$; $\frac{7}{150}$ и $\frac{19}{120}$; $\frac{11}{360}$ и $\frac{19}{144}$.

3) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ и $\frac{7}{12}$; $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{9}$ и $\frac{1}{4}$; $\frac{7}{24}$, $\frac{5}{18}$ и $\frac{3}{40}$.

4) $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{13}{15}$ и $\frac{7}{20}$; $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{7}$ и $\frac{10}{21}$; $\frac{17}{20}$, $\frac{7}{150}$, $\frac{3}{40}$ и $\frac{43}{100}$.

275. Привести следующие дроби к наименьшему общему знаменателю, сделав сначала сокращение:

1) $\frac{20}{45}$, $\frac{14}{35}$ и $\frac{32}{44}$; $\frac{77}{176}$, $\frac{12}{144}$ и $\frac{75}{200}$; $\frac{15}{108}$, $\frac{70}{180}$ и $\frac{20}{225}$.

2) $\frac{75}{90}$, $\frac{77}{99}$ и $\frac{15}{60}$; $1\frac{10}{72}$, $2\frac{96}{108}$ и $1\frac{70}{1440}$; $3\frac{45}{120}$, $1\frac{125}{225}$ и $5\frac{39}{51}$.

276. 1) Какая дробь больше: $\frac{12}{25}$ или $\frac{7}{15}$? $\frac{5}{8}$ или $\frac{7}{12}$? $\frac{5}{15}$ или $\frac{3}{9}$?

2) Какая дробь меньше: $\frac{5}{12}$ или $\frac{3}{8}$? $\frac{11}{23}$ или $\frac{8}{15}$? $\frac{8}{21}$ или $\frac{9}{28}$?

277. 1) Сравнить дроби: $\frac{4}{25}$, $\frac{13}{75}$ и $\frac{21}{125}$ — и указать наибольшую.

2) Какая из дробей: $\frac{7}{10}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{1}{2}$ — наибольшая?

278. 1) Расположить дроби $\frac{7}{16}$, $\frac{6}{13}$, $\frac{3}{8}$ в порядке возрастания их величины.

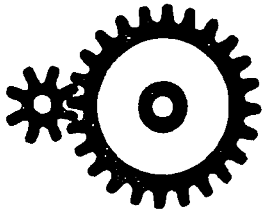
2) Расположить дроби $\frac{9}{20}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{13}{24}$ и $\frac{2}{3}$ в порядке убывания их величины.

Контрольное задание к § 16.

1) Как изменится величина дроби $\frac{7}{10}$, если числитель заменить единицей? Поясните.

2) Знаменатель дроби увеличили в 5 раз. Как нужно изменить числитель, чтобы дробь увеличилась в 2 раза?

3) Сцеплены две шестерни: одна из них имеет 24 зубца, а вторая — 8. Вторая шестерня сделала два полных оборота. Какую часть полного оборота сделала за это время первая шестерня?



4) При каком условии наименьший общий знаменатель трех дробей равен их произведению? Приведите пример.

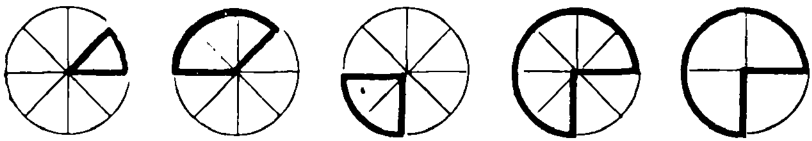
5) Расположить дроби $\frac{7}{20}$, $\frac{11}{54}$ и $\frac{11}{30}$ в порядке убывания их величин.

§17 СЛОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ. ЗАКОНЫ СЛОЖЕНИЯ ДРОБЕЙ.

1. Сложение дробей с одинаковыми знаменателями. Решим задачу: «Ракета, посланная на Луну, за первые сутки пролетела $\frac{5}{10}$ всего расстояния от Земли до Луны и за вторые — $\frac{4}{10}$ этого расстояния. Какую часть всего расстояния от Земли до Луны пролетела ракета за двое суток?»

Чтобы решить эту задачу, надо сложить дроби $\frac{5}{10}$ и $\frac{4}{10}$. Доли данных дробей одинаковы: в первой дроби $\left(\frac{5}{10}\right)$ содержится 5 десятых долей и во второй 4 такие же доли. Решение задачи можно записать так: 5 десятых долей + 4 десятые доли = 9 десятых долей. Обычно сложение дробей записывают так: $\frac{5}{10}+\frac{4}{10}=\frac{9}{10}$. Видим, что сложение дробей с одинаковыми знаменателями сводится к сложению одинаковых долей.

Аналогично будет решаться задача и в случае, если число слагаемых будет больше 2, например, пусть требуется найти сумму дробей: $\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$.



$\frac{1}{8} \quad + \quad \frac{3}{8} \quad + \quad \frac{2}{8} \quad = \quad \frac{6}{8} \quad = \quad \frac{3}{4}$

Чтобы сложить дроби с одинаковыми знаменателями, надо сложить их числители и под этой суммой подписать их общий знаменатель.

В общем виде (с помощью букв) это правило записывается так:

$$\frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n},$$

где a, b и n — натуральные числа.

Примечания:

1. Если при сложении дробей в результате получается сократимая дробь, то ее надо сократить.

Например: $\frac{3}{10}+\frac{1}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

2. Если при сложении дробей получается неправильная дробь, то надо из нее исключить целое число.

Например: $\frac{5}{9}+\frac{7}{9}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$.

3. Если складываются смешанные числа, то следует вначале сложить натуральные числа, а затем — дроби.

Например:

$$2\frac{3}{8}+3\frac{1}{8}+5\frac{5}{8}=10\frac{3+1+5}{8}=10\frac{9}{8}=11\frac{1}{8}.$$

2. Сложение дробей с разными знаменателями. Часто приходится складывать дроби с разными знаменателями, например, для решения задачи: «При распиловке бревна на доски $\frac{1}{8}$ его объема превращается в опилки, а при обработке досок еще $\frac{7}{40}$ объема бревна идет в стружку. Какую часть бревна составляют отходы?» требуется найти сумму дробей $\frac{1}{8}$ и $\frac{7}{40}$. Мы знаем, как приводить дроби к общему знаменателю, и, с другой стороны, знаем правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями. Отсюда план решения задачи: вначале приведем дроби к общему знаменателю, а затем их сложим. Все вычисления удобно выполнять с меньшими числами, поэтому будем приводить дроби к наименьшему общему знаменателю. Запись решения этой задачи:

$$\frac{1^{5\smile}}{8}+\frac{7^{1\smile}}{40}=\frac{5+7}{40}=\frac{12}{40}=\frac{3}{10}.$$

Чтобы сложить дроби с разными знаменателями, их надо предварительно привести к наименьшему общему знаменателю, а затем сложить по правилу сложения дробей с одинаковыми знаменателями.

Обычно так записывают сложение дробей:

$$2\frac{1}{2}+3\frac{3}{4}+\frac{5}{8}=5\frac{4+6+5}{8}=5\frac{15}{8}=6\frac{7}{8}.$$

Примечание. При действиях над дробями надо стремиться, там, где это возможно, промежуточные вычисления (нахождение дополнительного множителя, последующее умножение на него, сокращения дробей и др.) выполнять устно, «в уме» и дополнительные множители записывать только тогда, когда приходится оперировать с большими числами.

УПРАЖНЕНИЯ.

279. (Устно.) 1) $\frac{7}{8}$ листа цветной бумаги ученик использовал на буквы для плаката, а $\frac{1}{8}$ листа ушла на обрезки. Сколько всего бумаги израсходовал ученик?

2) $\frac{3}{5}$ *м* материи пошло на наволочку, $\frac{1}{5}$ *м* — на носовые платки. Сколько материи пошло на наволочку и платки вместе?

280. (Устно.) Сложить:

1) $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$; 2) $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$; 3) $\frac{5}{6}+\frac{1}{6}$; 4) $\frac{1}{6}+\frac{5}{6}$;

5) $\frac{7}{9}+\frac{2}{9}$; 6) $\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$; 7) $\frac{7}{30}+\frac{29}{30}$; 8) $4+\frac{1}{2}$;

9) $2\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$; 10) $2\frac{1}{4}+1\frac{3}{4}$; 11) $5\frac{13}{15}+2\frac{4}{15}$.

281. 1) Тракторная бригада в первый день вспахала третью часть всего поля, во второй день — половину его. Какая часть поля была вспахана за два дня?

2) Ученическая бригада в первый день прополола свеклу на $\frac{1}{3}$ всей площади, а во второй — на $\frac{1}{4}$ ее. Какую часть всей площади, занятой под свеклу, обработала бригада?

Сложить:

282. 1) $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$; 3) $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}$; 4) $\frac{1}{8}+\frac{3}{7}$;

5) $\frac{3}{8}+\frac{2}{5}$; 6) $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$; 7) $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$; 8) $\frac{1}{2}+\frac{5}{6}$;

9) $2\frac{1}{4}+1\frac{1}{8}$; 10) $5\frac{2}{3}+1\frac{1}{6}$;

11) $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$; 12) $\frac{1}{6}+\frac{1}{15}$; 13) $\frac{5}{6}+\frac{1}{8}$;

14) $3\frac{3}{8}+1\frac{5}{12}$; 15) $7\frac{1}{6}+2\frac{5}{9}$.

283. 1) $\frac{3}{20}+\frac{9}{20}+\frac{7}{20}$; 2) $\frac{11}{60}+\frac{7}{60}+\frac{17}{60}$; 3) $1\frac{3}{5}+2\frac{2}{5}+1$;

4) $4\frac{3}{7}+2\frac{5}{7}+1\frac{1}{7}$; 5) $22\frac{3}{10}+5+7\frac{1}{10}+10\frac{1}{10}$;

6) $3\frac{7}{16}+2\frac{7}{16}+5\frac{3}{16}+10\frac{5}{16}$.

284. 1) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{5}$; 2) $\frac{2}{3}+\frac{4}{7}+\frac{3}{4}$; 3) $\frac{3}{7}+\frac{2}{5}+\frac{1}{2}$;

4) $\frac{1}{4}+\frac{3}{5}+\frac{2}{9}$; 5) $\frac{5}{12}+\frac{3}{5}+\frac{1}{7}$; 6) $\frac{1}{14}+\frac{5}{13}+\frac{3}{11}$.

285. 1) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}$; 2) $\frac{5}{12}+\frac{1}{6}+\frac{3}{4}$;

3) $\frac{7}{20}+\frac{3}{5}+\frac{1}{4}$; 4) $\frac{6}{7}+\frac{13}{42}+\frac{5}{14}$;

5) $\frac{5}{72}+\frac{7}{360}+\frac{23}{180}$; 6) $\frac{3}{10}+\frac{51}{100}+\frac{13}{1000}$.

286. 1) $\frac{1}{20}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$; 2) $\frac{7}{10}+\frac{1}{4}+\frac{3}{5}$; 3) $\frac{5}{8}+\frac{11}{10}+\frac{7}{25}$;

4) $\frac{2}{15}+\frac{5}{7}+\frac{4}{21}$; 5) $\frac{7}{11}+\frac{4}{33}+\frac{3}{4}$; 6) $\frac{5}{8}+\frac{7}{18}+\frac{8}{15}$.

287. 1) $\frac{1}{3}+\frac{7}{9}+\frac{5}{6}+\frac{17}{18}+\frac{13}{36}$; 2) $\frac{3}{4}+\frac{4}{9}+\frac{25}{36}+\frac{13}{18}+\frac{1}{72}$;

3) $\frac{13}{14}+\frac{5}{7}+\frac{2}{3}+\frac{1}{6}+\frac{23}{42}+\frac{17}{21}$; 4) $\frac{47}{150}+\frac{9}{80}+\frac{19}{120}+\frac{91}{300}$;

5) $\frac{2}{15}+\frac{5}{12}+\frac{7}{48}+\frac{1}{4}+\frac{11}{18}$; 6) $\frac{59}{180}+\frac{14}{15}+\frac{8}{9}+\frac{23}{30}+\frac{9}{20}$.

288. Сложить дроби, предварительно сократив их, если это возможно:

1) $\frac{35}{70}+\frac{25}{75}+\frac{2}{3}$; 2) $\frac{10}{20}+\frac{3}{7}+\frac{21}{28}$;

3) $\frac{15}{120}+\frac{17}{68}+\frac{39}{78}$; 4) $3\frac{11}{12}+5\frac{3}{15}+1\frac{2}{9}$;

5) $1\frac{4}{18}+5\frac{4}{5}+\frac{10}{30}$; 6) $\frac{59}{177}+7\frac{2}{9}+13\frac{7}{21}$.

289. 1) Сумму $\left(5\frac{5}{8}\ \textit{км}+1\frac{4}{5}\ \textit{км}+520\ \textit{м}\right)$ выразить в метрах.

2) Сумму $\left(2\frac{1}{2}\ \textit{т}+3\frac{3}{4}\ \textit{ц}+305\frac{2}{5}\ \textit{кг}\right)$ выразить в килограммах.

290. 1) Сумму $\left(1 \text{ сутки } 10 \text{ час. } 20 \text{ мин.} + 2\frac{1}{2} \text{ часа}\right)$ выразить в часах.

2) Сумму $\left(2\frac{3}{4}\ \textit{га}+51\ \textit{а}\ 50\ \textit{кв. м}\right)$ выразить в арах.

291. 1) На вершине утеса, высота которого $43\frac{2}{5}$ *м* над уровнем моря, построен маяк. На высоте $22\frac{1}{2}$ *м* от основания маяка находится фонарь. На какой высоте над уровнем моря находится фонарь маяка?

2) Ученик, готовясь дома к урокам следующего дня, занимался $\frac{3}{4}$ часа математикой, $\frac{5}{6}$ часа русским языком и $\frac{1}{2}$ часа историей. Сколько времени он занимался?

292. 1) Найти число, которое больше $5\frac{11}{12}$ на $3\frac{7}{15}$.

2) Найти число, которое больше $107\frac{13}{51}$ на $13\frac{9}{34}$.

293. 1) Для изготовления отливки израсходовали $56\frac{4}{5}$ *кг* меди и $21\frac{1}{2}$ *кг* олова. Найти вес отливки. (Угар в расчет не принимается.)

2) Из бочки вылили $46\frac{3}{4}$ *л* воды, после чего в бочке осталось $75\frac{2}{5}$ *л* воды. Сколько литров воды было в бочке?

294. 1) Тракторной бригаде надо было вспахать поле. В первый день бригада вспахала $\frac{2}{15}$, во второй $\frac{3}{20}$ и в третий $\frac{7}{30}$ всего поля. Какую часть всего поля вспахала тракторная бригада за 3 дня?

2) Чтобы приготовить бронзу для статуи, сплавили $37\frac{4}{5}$ *кг* меди, $4\frac{19}{20}$ *кг* цинка и $2\frac{1}{4}$ *кг* олова. Какой вес будет иметь статуя, отлитая из этой бронзы? (Угар в расчет не принимается.)

295. 1) Здание в первый день передвинули на $8\frac{3}{5}$ *м*, а во второй день — на $2\frac{1}{2}$ *м* больше, чем в первый день. На какое расстояние передвинули здание за 2 дня?

2) Лодка за первый час прошла $6\frac{3}{4}$ *км*, за второй час — на $1\frac{1}{2}$ *км* больше, чем за первый час, а за третий час она прошла на $\frac{5}{8}$ *км* больше, чем за второй час. Какое рассстояние прошла лодка за 3 часа?

296. 1) Из бочки с бензином в первую автомашину влили $25\frac{1}{2}$ *л*, во вторую — на $3\frac{3}{4}$ *л* больше. В бочке осталось бензина еще столько, сколько отлили во вторую машину. Сколько литров бензина было в бочке вначале?

2) Камень, брошенный в колодец, пролетает в первую секунду $4\frac{9}{10}$ *м*, а в каждую следующую секунду — на $9\frac{4}{5}$ *м* больше, чем в предыдущую. Какова глубина колодца, если брошенный камень коснулся воды в колодце через 3 сек.?

297. 1) В колхозе засеяли техническими культурами 4 участка земли: первый участок занимает $27\frac{21}{25}$ *га*, второй — на $5\frac{3}{4}$ *га* больше первого, третий — на $10\frac{7}{20}$ *га* больше второго и четвертый — на $1\frac{17}{20}$ *га* больше третьего. Сколько всего земли занято техническими культурами?

2) В колхозе засеяли подсолнечником 4 участка земли: первый участок имеет площадь $2\frac{5}{8}$ *га*, площадь второго на $\frac{5}{8}$ *га* больше, чем площадь первого, площадь третьего участка равна сумме площадей первых двух участков, а площадь четвертого на $\frac{1}{2}$ *га* больше площади третьего участка. Сколько всего земли засеяно подсолнечником?

298. 1) Найти периметр прямоугольника, если его ширина равна $50\frac{2}{5}$ *м*, а длина на $99\frac{7}{10}$ *м* больше ширины.

2) Найти периметр прямоугольника, если одна его сторона $16\frac{7}{8}$ *м*, а другая на $12\frac{1}{4}$ *м* больше ее.

299. 1) Два туриста вышли навстречу друг другу из двух пунктов: первый может пройти расстояние между этими пунктами за 8 час., а второй — за 6 час. На какую часть всего расстояния они приближаются друг к другу за час?

2) Для печатания рукопись отдана четырем машинисткам: первая машинистка могла бы одна перепечатать всю рукопись за 12 час., вторая — за 15 час., третья — за 10 час. и четвер-

тая — за 9 час.? Какую часть рукописи перепечатают они вместе за один час?

300. 1) Как изменится сумма, если одно слагаемое увеличить на $\frac{11}{15}$, другое — на $\frac{8}{21}$, а третье — на $\frac{31}{35}$?

2) Как изменится сумма, если одно слагаемое увеличить на $6\frac{47}{50}$, другое — на $3\frac{67}{200}$, а третье — на $5\frac{9}{40}$?

3. Законы сложения дробей. Проверка сложения дробей. Сложение натуральных чисел подчиняется двум законам: переместительному и сочетательному. Этим же законам подчиняется и сложение дробей. Поясним справедливость этого утверждения. Первый закон — *переместительный.*

Сумма дробей не изменится от перемены порядка слагаемых.

Действительно, ведь сложение дробей с любыми знаменателями после приведения их к общему знаменателю сводится к сложению их числителей, которые являются натуральными числами, а сумма натуральных чисел подчиняется переместительному закону. Поясним это на двух примерах:

1) $\frac{5}{13}+\frac{4}{13}=\frac{5+4}{13}=\frac{4+5}{13}=\frac{4}{13}+\frac{5}{13};$

следовательно,

$$\frac{5}{13}+\frac{4}{13}=\frac{4}{13}+\frac{5}{13}.$$

2) $\frac{2}{9}+\frac{1}{5}=\frac{10+9}{45}=\frac{9+10}{45}=\frac{9}{45}+\frac{10}{45}=\frac{1}{5}+\frac{2}{9};$

следовательно,

$$\frac{2}{9}+\frac{1}{5}=\frac{1}{5}+\frac{2}{9}.$$

В общем виде переместительный закон сложения дробей записывается так:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}.$$

Второй закон — *сочетательный.*

Сумма дробей не изменится, если какую-либо группу слагаемых заменить их суммой.

Этот закон можно запомнить и в такой формулировке: вместо того, чтобы прибавлять каждое слагаемое последовательно, можно прибавить сразу их сумму.

Этот закон, справедливый для натуральных чисел, будет справедлив и для суммы дробей, так как выше, при обосновании справедливости переместительного закона, мы видели, что сложение любых дробей сводится к сложению натуральных чисел. Поясним на примере:

$$\frac{3}{11}+\frac{2}{11}+\frac{4}{11}=\frac{3+2+4}{11}=\frac{3+(2+4)}{11}=\frac{3}{11}+\left(\frac{2}{11}+\frac{4}{11}\right);$$

следовательно,

$$\frac{3}{11}+\frac{2}{11}+\frac{4}{11}=\frac{3}{11}+\left(\frac{2}{11}+\frac{4}{11}\right).$$

В общем виде этот закон записывают так:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}+\frac{l}{k}=\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{l}{k}\right).$$

Применяя переместительный и сочетательный законы, производят устные вычисления.

П р и м е р. $2\frac{3}{4}+1\frac{2}{9}+3\frac{5}{11}+\frac{7}{9}+4\frac{1}{4}$.

На основании сочетательного и переместительного законов выполняем действия в такой последовательности:

$$\left(2\frac{3}{4}+4\frac{1}{4}\right)+\left(1\frac{2}{9}+\frac{7}{9}\right)+3\frac{5}{11}=7+2+3\frac{5}{11}=12\frac{5}{11}.$$

Переместительный и сочетательный законы используют также и при проверке правильности выполнения сложения дробей. Например, найдя сумму дробей:

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{9}+\frac{5}{6}+\frac{1}{3}=\frac{6+4+15+6}{18}=\frac{31}{18}=1\frac{13}{18}$$

и желая проверить правильность решения, искомую сумму мы можем найти в такой последовательности:

$$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{2}{9}+\frac{5}{6}\right)$$

или так:

$$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{2}{9}\right)+\frac{5}{6}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

301. (Устно.) Сложить следующие дроби, применяя наиболее удобные приемы вычислений, основанные на законах сложения.

1) $\frac{7}{8}+\frac{3}{5}+\frac{1}{8}+\frac{1}{5}$; 2) $\frac{4}{7}+\frac{2}{5}+\frac{1}{7}+\frac{3}{5}$;

3) $\frac{1}{14}+\frac{5}{14}+\frac{1}{3}+\frac{1}{14}+\frac{2}{3}$; 4) $\frac{3}{8}+\frac{7}{18}+\frac{1}{8}+\frac{11}{18}+\frac{1}{8}$.

302. Сложить следующие числа, применяя наиболее удобные приемы вычислений:

1) $4\frac{3}{4}+1\frac{7}{9}+2\frac{5}{12}+5\frac{2}{9}+\frac{7}{12}+3\frac{1}{4}$;

2) $1\frac{1}{2}+2\frac{1}{3}+3\frac{1}{4}+5\frac{1}{6}+7\frac{5}{12}$;

3) $1\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}+3\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{7}{8}+5\frac{1}{8}$;

4) $10\frac{7}{15}+3\frac{2}{5}+4\frac{1}{2}+12\frac{3}{5}+6\frac{1}{5}+2\frac{1}{4}$.

303. Проверить следующие равенства:

1) $1\frac{2}{9}+3\frac{17}{18}+1\frac{5}{6}=4\frac{7}{9}+2\frac{2}{9}$;

2) $3\frac{17}{24}+2\frac{4}{15}+1\frac{7}{8}=4\frac{3}{4}+3\frac{11}{30}$;

3) $8\frac{19}{60}+10\frac{17}{40}+15\frac{11}{24}=17\frac{5}{8}+16\frac{23}{40}$;

4) $20\frac{19}{120}+15\frac{9}{40}+1\frac{91}{300}=21\frac{47}{150}+15\frac{28}{75}$.

Выполнить сложение и сделать проверку, сложив те же слагаемые в другом порядке:

304. 1) $\frac{2}{3}+\frac{7}{12}+\frac{3}{10}+\frac{9}{20}$; 2) $4\frac{2}{9}+3\frac{5}{12}+2\frac{4}{9}+5\frac{7}{12}$;

3) $10\frac{4}{9}+9\frac{5}{8}+8\frac{7}{10}+1\frac{7}{30}$; 4) $6\frac{3}{4}+7\frac{5}{12}+3\frac{1}{4}+\frac{7}{36}$.

305. 1) $5\frac{21}{80}+1\frac{11}{100}+2\frac{17}{50}+3\frac{19}{40}+6\frac{13}{20}$;

2) $10\frac{3}{5}+2\frac{19}{20}+1\frac{1}{6}+4\frac{5}{8}+3\frac{11}{24}$;

3) $\frac{5}{44}+5\frac{1}{3}+4\frac{2}{11}+\frac{5}{66}+\frac{13}{44}$;

4) $4\frac{17}{25}+15\frac{47}{75}+10\frac{341}{525}+21\frac{94}{175}$.

306. Проверить справедливость следующих равенств и сформулировать выраженные этими равенствами законы сложения:

1) $\frac{4}{9}+\frac{1}{9}=\frac{1}{9}+\frac{4}{9}$;

2) $3\frac{8}{15}+\frac{7}{16}+\frac{7}{15}+2\frac{1}{16}=\left(3\frac{8}{15}+\frac{7}{15}\right)+\left(\frac{7}{16}+2\frac{1}{16}\right)$;

3) $\frac{10}{23}+\left(\frac{11}{23}+\frac{7}{23}\right)=\left(\frac{10}{23}+\frac{11}{23}\right)+\frac{7}{23}$;

4) $\left(\frac{15}{64}+\frac{17}{64}\right)+\frac{3}{64}=\frac{15}{64}+\left(\frac{3}{64}+\frac{17}{64}\right)$.

307. Вычислить двумя способами:

1) $3\frac{7}{8}+\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{4}\right)$; 2) $2\frac{7}{720}+\left(3\frac{31}{144}+\frac{53}{720}\right)$;

3) $\left(4\frac{5}{9}+\frac{11}{36}\right)+2\frac{4}{9}$; 4) $\left(5\frac{5}{63}+1\frac{4}{9}\right)+\frac{53}{126}$.

308. Записать со скобками и вычислить:

1) к сумме чисел $1\frac{1}{2}$ и $4\frac{1}{4}$ прибавить $3\frac{1}{4}$;

2) к сумме чисел $2\frac{7}{180}$ и $6\frac{11}{360}$ прибавить $8\frac{1}{18}$.

309. Записать со скобками и вычислить:

а) к сумме чисел $8\frac{2}{5}$ и $3\frac{8}{15}$ прибавить сумму чисел $4\frac{7}{9}$ и $10\frac{2}{3}$; б) к сумме чисел $1\frac{2}{5}$ и $4\frac{3}{5}$ прибавить сумму чисел $3\frac{7}{12}$ и $1\frac{7}{15}$.

310. Выполнить сложение в том порядке, как записаны слагаемые, а затем, сгруппировав слагаемые наиболее удобным способом, снова произвести сложение:

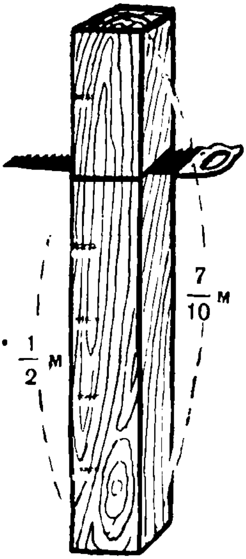
1) $2\frac{4}{9}+3\frac{1}{14}+5+2\frac{6}{14}+3\frac{5}{9}$;

2) $\frac{2}{15}+1\frac{5}{13}+3\frac{1}{5}+4\frac{3}{26}$;

3) $12\frac{1}{2}+\frac{3}{14}+1\frac{1}{2}+\frac{5}{14}+\frac{3}{7}$;

4) $4\frac{5}{16}+2\frac{1}{2}+1\frac{8}{15}+\frac{3}{16}+5\frac{7}{15}$.

Контрольное задание к § 17.



1) Сформулируйте основное свойство дробей и укажите, где мы применяем это свойство.

2) Можно ли принимать за общий знаменатель при сложении нескольких дробей произведение всех их знаменателей? Если это возможно, то при каких условиях пользуются этим приемом?

3) Сложить дроби, предварительно их сократив:

$$5\frac{15}{24}+3\frac{22}{33}+1\frac{32}{48}+1\frac{7}{24}+\frac{2}{3}.$$

4) Сложить следующие числа, применив наиболее удобные приемы вычислений:

$$3\frac{5}{26}+2\frac{1}{4}+2\frac{3}{13}+4\frac{29}{52}+\frac{10}{13}.$$

5) Через сколько времени может быть изготовлена деталь, если на ее обработку должно быть затрачено: $2\frac{1}{4}$ часа на токарном станке, $3\frac{1}{6}$ часа на фрезерном станке и $1\frac{1}{15}$ часа на строгальном станке?

§18 ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ. СВОЙСТВА ВЫЧИТАНИЯ ДРОБЕЙ. ПРОВЕРКА СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ ДРОБЕЙ.

1. Вычитание дробей. Решим задачу: «От бруска длиной $\frac{7}{10}$ *м* отпилили $\frac{1}{2}$ *м*. Какой длины остался брусок?»

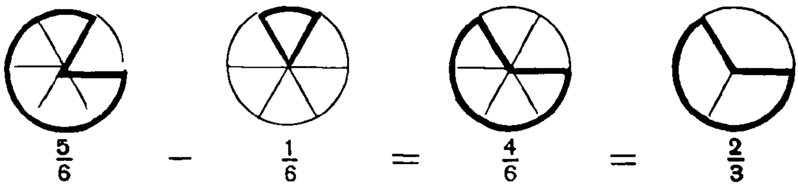
Нам надо найти разность чисел $\frac{7}{10}$ и $\frac{1}{2}$. Условие этой задачи можно изменить так: «Сколько надо прибавить к $\frac{1}{2}$, чтобы получить $\frac{7}{10}$, т. е. как, зная сумму двух слагаемых $\left(\frac{7}{10}\right)$ и одно из слагаемых $\left(\frac{1}{2}\right)$ найти другое слагаемое».

Вычитание есть действие, обратное сложению, с помощью которого по данной сумме и одному из слагаемых находится другое слагаемое.

Рассмотрим различные случаи вычитания дробей.

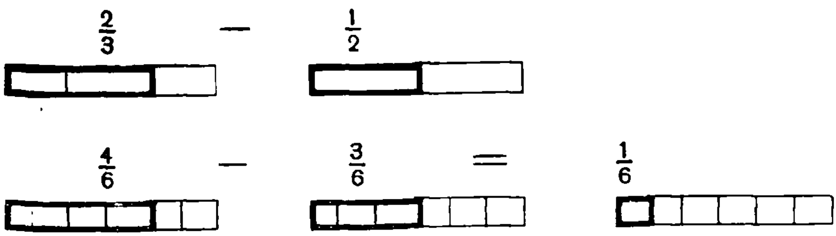
1. Если уменьшаемая и вычитаемая дроби имеют одинаковые знаменатели, то их разность показывает, сколько долей останется, если от долей уменьшаемого отнять доли вычитаемого, например: $\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$. Знаменатели дробей одинаковы, т. е. дроби выражены в одинаковых долях. Если от 5 шестых долей отнять одну шестую долю, то останется 4 шестых доли, или, сократив, получим $\frac{2}{3}$:

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$



2. Если уменьшаемая и вычитаемая дроби имеют разные знаменатели, например: $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$, то, приведя эти дроби к одному знаменателю, выполним вычитание, как это объяснено раньше. Этот случай вычитания записывается так:

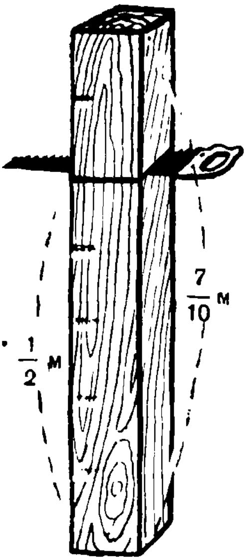
$$\frac{2^{\overset{2}{\smile}}}{3} - \frac{1^{\overset{3}{\smile}}}{2} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}.$$



3) $12\frac{1}{2}+\frac{3}{14}+1\frac{1}{2}+\frac{5}{14}+\frac{3}{7}$;

4) $4\frac{5}{16}+2\frac{1}{2}+1\frac{8}{15}+\frac{3}{16}+5\frac{7}{15}$.

Контрольное задание к § 17.



1) Сформулируйте основное свойство дробей и укажите, где мы применяем это свойство.

2) Можно ли принимать за общий знаменатель при сложении нескольких дробей произведение всех их знаменателей? Если это возможно, то при каких условиях пользуются этим приемом?

3) Сложить дроби, предварительно их сократив:

$$5\frac{15}{24}+3\frac{22}{33}+1\frac{32}{48}+1\frac{7}{24}+\frac{2}{3}.$$

4) Сложить следующие числа, применив наиболее удобные приемы вычислений:

$$3\frac{5}{26}+2\frac{1}{4}+2\frac{3}{13}+4\frac{29}{52}+\frac{10}{13}.$$

5) Через сколько времени может быть изготовлена деталь, если на ее обработку должно быть затрачено: $2\frac{1}{4}$ часа на токарном станке, $3\frac{1}{6}$ часа на фрезерном станке и $1\frac{1}{15}$ часа на строгальном станке?

§18 ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ. СВОЙСТВА ВЫЧИТАНИЯ ДРОБЕЙ. ПРОВЕРКА СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ ДРОБЕЙ.

1. Вычитание дробей. Решим задачу: «От бруска длиной $\frac{7}{10}$ *м* отпилили $\frac{1}{2}$ *м*. Какой длины остался брусок?»

Нам надо найти разность чисел $\frac{7}{10}$ и $\frac{1}{2}$.

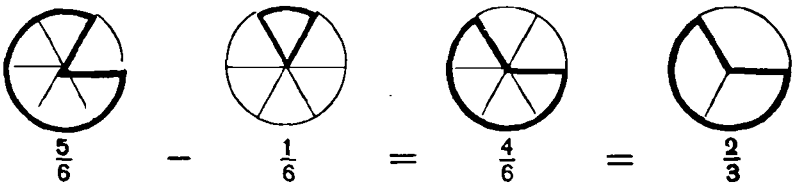
Условие этой задачи можно изменить так: «Сколько надо прибавить к $\frac{1}{2}$, чтобы получить $\frac{7}{10}$, т. е. как, зная сумму двух слагаемых $\left(\frac{7}{10}\right)$ и одно из слагаемых $\left(\frac{1}{2}\right)$ найти другое слагаемое».

Вычитание есть действие, обратное сложению, с помощью которого по данной сумме и одному из слагаемых находится другое слагаемое.

Рассмотрим различные случаи вычитания дробей.

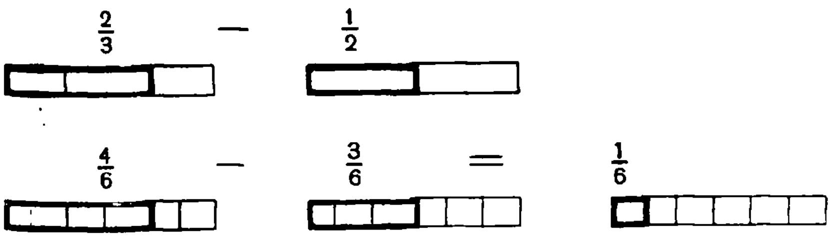
1. Если уменьшаемая и вычитаемая дроби имеют одинаковые знаменатели, то их разность показывает, сколько долей останется, если от долей уменьшаемого отнять доли вычитаемого, например: $\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$. Знаменатели дробей одинаковы, т. е. дроби выражены в одинаковых долях. Если от 5 шестых долей отнять одну шестую долю, то останется 4 шестых доли, или, сократив, получим $\frac{2}{3}$:

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$



2. Если уменьшаемая и вычитаемая дроби имеют разные знаменатели, например: $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$, то, приведя эти дроби к одному знаменателю, выполним вычитание, как это объяснено раньше. Этот случай вычитания записывается так:

$$\frac{2^{\smile 2}}{3} - \frac{1^{\smile 3}}{2} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}.$$



Из рассмотренных двух случаев вычитания вытекает правило вычитания дробей.

Чтобы вычесть дробь из дроби, надо предварительно привести их к общему знаменателю, затем из числителя уменьшаемой дроби вычесть числитель вычитаемой и под полученной разностью подписать общий знаменатель.

3. Если уменьшаемое и вычитаемое — смешанные числа, то, если можно, вычитают целое из целого, а дробь из дроби. Например:

$$5\frac{3}{8} - 2\frac{1}{3} = 5\frac{9}{24} - 2\frac{8}{24} = 3\frac{1}{24}.$$

Если же при вычитании смешанных чисел дробь вычитаемого больше дроби уменьшаемого, то одну единицу уменьшаемого вместе с его дробью заменяют неправильной дробью и после этого поступают так, как описано раньше. Например:

$$14\frac{5}{16} - 8\frac{1}{2} = 14\frac{5}{16} - 8\frac{8}{16} = 13\frac{21}{16} - 8\frac{8}{16} = 5\frac{21-8}{16} = 5\frac{13}{16}.$$

Так же выполняется вычитание дроби или смешанного числа из целого числа. Например:

$$8 - \frac{5}{9} = 7\frac{9}{9} - \frac{5}{9} = 7\frac{4}{9}; \quad 6 - 2\frac{3}{11} = 5\frac{11}{11} - 2\frac{3}{11} = 3\frac{8}{11}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

311. (Устно.) 1) Вес товара брутто (вес с упаковкой) равен $10\frac{1}{2}$ *кг*. Вес тары (упаковки) 2 *кг*. Найти вес товара нетто (без упаковки).

2) Литр воды весит 1 *кг*, а литр бензина — $\frac{7}{10}$ *кг*. На сколько литр воды тяжелее литра бензина?

Найти разность (устно):

312. 1) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$; 2) $\frac{7}{11} - \frac{5}{11}$; 3) $\frac{11}{15} - \frac{2}{15}$; 4) $\frac{15}{17} - \frac{13}{17}$;

5) $\frac{8}{21} - \frac{5}{21}$; 6) $\frac{17}{50} - \frac{7}{50}$; 7) $\frac{53}{55} - \frac{42}{55}$; 8) $\frac{115}{117} - \frac{112}{117}$.

313. 1) $4\frac{1}{2} - 2$; 2) $10\frac{2}{3} - 10$; 3) $1 - \frac{7}{12}$; 4) $1 - \frac{5}{6}$;

5) $2 - \frac{15}{16}$; 6) $5 - \frac{10}{17}$; 7) $5 - 2\frac{6}{7}$; 8) $27 - 20\frac{11}{12}$.

314. 1) $3\frac{2}{3}-1\frac{1}{3}$; 2) $5\frac{7}{8}-2\frac{3}{8}$; 3) $10\frac{2}{13}-5\frac{2}{13}$;

4) $3\frac{1}{4}-1\frac{3}{4}$; 5) $1\frac{1}{3}-\frac{2}{3}$; 6) $5\frac{1}{9}-4\frac{7}{9}$;

7) $12\frac{2}{5}-10\frac{3}{5}$; 8) $20\frac{3}{8}-15\frac{7}{8}$; 9) $15\frac{5}{18}-1\frac{17}{18}$.

315. 1) $\frac{1}{3}-\frac{1}{5}$; 2) $\frac{3}{5}-\frac{1}{7}$; 3) $\frac{11}{15}-\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$;

5) $\frac{11}{28}-\frac{5}{14}$; 6) $\frac{51}{100}-\frac{17}{50}$; 7) $\frac{5}{12}-\frac{2}{9}$; 8) $\frac{35}{36}-\frac{5}{8}$.

316. 1) $3\frac{3}{5}-1\frac{1}{2}$; 2) $7\frac{6}{7}-5\frac{2}{9}$; 3) $42\frac{15}{38}-40\frac{1}{3}$;

4) $4\frac{1}{75}-3\frac{11}{150}$; 5) $16\frac{1}{12}-15\frac{1}{4}$; 6) $160\frac{1}{9}-125\frac{16}{27}$;

7) $15\frac{7}{24}-11\frac{31}{36}$; 8) $17\frac{1}{55}-12\frac{13}{33}$; 9) $4\frac{121}{360}-1\frac{41}{48}$.

317. 1) $16\frac{3}{31}-5\frac{3}{62}$; 2) $504\frac{11}{14}-385\frac{15}{28}$;

3) $15\frac{11}{170}-11\frac{49}{85}$; 4) $4\frac{5}{246}-3\frac{9}{410}$;

5) $121\frac{29}{33}-107\frac{13}{44}$; 6) $16\frac{19}{144}-10\frac{7}{60}$.

318. 1) Сумма двух чисел $78\frac{8}{15}$, одно из этих чисел $12\frac{7}{30}$. Найти другое число.

2) Сумма двух слагаемых $12\frac{1}{9}$, одно из этих слагаемых $8\frac{16}{21}$. Найти второе слагаемое.

319. 1) Сколько надо прибавить к числу $49\frac{31}{36}$, чтобы получить число $88\frac{7}{24}$?

2) На сколько надо уменьшить число $6\frac{121}{160}$, чтобы получить число $2\frac{41}{48}$?

320. 1) Найти число, которое на $\frac{3}{4}$ меньше $\frac{7}{8}$.

2) Найти число, которое на $2\frac{33}{56}$ меньше $2\frac{25}{42}$.

321. 1) Вес брутто $32\frac{2}{3}$ *кг*, а вес тары $2\frac{5}{6}$ *кг*. Найти вес товара нетто. (См. задачу 311.)

2) На пустой бочке осталась следующая надпись: брутто — $215\frac{1}{2}$ *кг*, нетто — $184\frac{2}{5}$ *кг*. В эту бочку налили $150\frac{1}{4}$ *кг* масла. Как надо изменить старую надпись на бочке?

322. 1) В нашей стране наибольшее количество осадков за год, $2\frac{3}{10}$ *м*, выпадает в районе Батуми, а наименьшее, $\frac{39}{500}$ *м*, — в низовьях реки Аму-Дарьи. На сколько больше выпадает осадков в районе Батуми, чем в низовьях реки Аму-Дарьи?

2) Веревку длиной $17\frac{17}{20}$ *м* разрезали на две части; длина одной части $6\frac{3}{5}$ *м*. На сколько вторая часть веревки длиннее первой?

323. 1) В бассейн проведены две трубы. Первая труба наполняет бассейн за 4 часа, а через вторую трубу вся вода из наполненного бассейна выливается за 5 час. Какая часть бассейна наполнится в течение 1 часа, если открыть обе трубы одновременно?

2) Рабочий выполнял норму за 7 час. Усовершенствовав станок, он стал выполнять норму за 3 часа. На какую часть всей нормы он стал выполнять за 1 час больше?

2. Свойства вычитания дробей. 1. Вычитание дробей возможно, если уменьшаемая дробь больше или равна вычитаемой дроби. Например: от $\frac{3}{5}$ можно отнять $\frac{2}{5}$, но от $\frac{2}{5}$ нельзя отнять $\frac{3}{5}$.

Если уменьшаемая дробь равна вычитаемой, то вычитание возможно и разность равна нулю:

$$\frac{5}{7} - \frac{5}{7} = 0;$$

$\frac{2}{5} - \frac{3}{5}$ нельзя выполнить, так как $\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$.

2. Чтобы вычесть сумму дробей, достаточно вычесть каждое слагаемое последовательно, и обратно: чтобы вычесть каждое слагаемое последовательно, достаточно от уменьшаемого вычесть сумму этих слагаемых.

Например:

$$6\frac{3}{8}-\left(2\frac{1}{8}+3\frac{3}{10}\right)=6\frac{3}{8}-2\frac{1}{8}-3\frac{3}{10}=$$
$$=4\frac{1}{4}-3\frac{3}{10}=4\frac{5}{20}-3\frac{6}{20}=\frac{19}{20};$$
$$5\frac{1}{2}-3\frac{1}{8}-1\frac{3}{8}=5\frac{1}{2}-\left(3\frac{1}{8}+1\frac{3}{8}\right)=5\frac{1}{2}-4\frac{1}{2}=1.$$

3. Чтобы вычесть дробь из суммы, достаточно вычесть ее из какого-нибудь одного слагаемого.

Например:

$$\left(2\frac{5}{11}+4\frac{9}{13}\right)-1\frac{5}{11}=\left(2\frac{5}{11}-1\frac{5}{11}\right)+4\frac{9}{13}=5\frac{9}{13}.$$

4. Чтобы вычесть разность дробей, можно вычесть уменьшаемое и прибавить вычитаемое.

Например:

$$\frac{11}{12}-\left(\frac{5}{12}-\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{11}{12}-\frac{5}{12}\right)+\frac{1}{4}=\frac{6}{12}+\frac{3}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}.$$

На свойствах 2, 3, 4 основаны некоторые приемы устных вычислений с дробями.

3. Проверка правильности выполнения действия сложения и вычитания дробей. Проверка сложения дробей. В § 17 был рассмотрен один из способов проверки правильности выполнения сложения дробей. Существует еще один способ проверки сложения дробей — путем вычитания одного слагаемого из суммы дробей. Например, чтобы убедиться, что решение примера $3\frac{13}{24}+2\frac{9}{16}=6\frac{5}{48}$ выполнено верно, надо от $6\frac{5}{48}$ отнять одно из слагаемых $\left(\text{например, } 3\frac{13}{24}\right)$. Получим:

$$6\frac{5}{48}-3\frac{13}{24}=6\frac{5}{48}-3\frac{26}{48}=2\frac{27}{48}=2\frac{9}{16}.$$

Получили второе слагаемое. Значит, пример решен правильно.

Проверка правильности вычитания может быть выполнена одним из двух следующих способов:

1) сумма разности и вычитаемого должна давать уменьшаемое, и 2) разность между уменьшаемым и разностью равна вычитаемому.

Например, проверить правильность решения:

$$1\frac{35}{72}-\frac{9}{16}=1\frac{70}{144}-\frac{81}{144}=\frac{133}{144}.$$

1-й способ: $\frac{133}{144}+\frac{9}{16}=\frac{133+81}{144}=\frac{214}{144}=\frac{107}{72}=1\frac{35}{72}$;

2-й способ:

$$1\frac{35}{72}-\frac{133}{144}=1\frac{70}{144}-\frac{133}{144}=\frac{214}{144}-\frac{133}{144}=\frac{81}{144}=\frac{9}{16}.$$

4. Зависимость между данными числами и результатом действий над ними. Правила о зависимости между данными числами и результатами сложения и вычитания натуральных чисел остаются справедливыми и для дробных чисел. Остаются справедливыми для дробных чисел и правила изменения суммы и разности.

Примеры. 1) $x+1\frac{3}{5}=2\frac{1}{2}$. Найти x. Чтобы найти одно из двух слагаемых, надо от их суммы отнять другое слагаемое, значит, $x=2\frac{1}{2}-1\frac{3}{5}=2\frac{5}{10}-1\frac{6}{10}=1\frac{15}{10}-1\frac{6}{10}=\frac{9}{10}$.

2) $x-5\frac{1}{2}=3$. Неизвестное уменьшаемое равно разности, сложенной с вычитаемым, т. е. $x=3+5\frac{1}{2}=8\frac{1}{2}$.

3) $6\frac{2}{3}-x=1\frac{2}{5}$. Неизвестное вычитаемое равно уменьшаемому без разности:

$$x=6\frac{2}{3}-1\frac{2}{5}=6\frac{10}{15}-1\frac{6}{15}=5\frac{10-6}{15}=5\frac{4}{15}.$$

4) Уменьшаемое увеличили на $1\frac{3}{5}$, а вычитаемое уменьшили на $\frac{3}{8}$. Как изменилась разность дробей? Мы знаем, что

если уменьшаемое увеличить на какую-то величину, то и разность увеличится на столько же, а если в это же время вычитаемое уменьшить на какую-нибудь величину, то разность увеличится на такую же величину. Следовательно, решением нашей задачи будет:

$$1\frac{3}{5}+\frac{3}{8}=1\frac{24}{40}+\frac{15}{40}=1\frac{39}{40}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

324. Выполнить вычитание и сделать проверку сложением:

1) $10\frac{59}{63}-8\frac{37}{45}$; 2) $30\frac{7}{99}-25\frac{5}{121}$;

3) $105\frac{2}{17}-3\frac{1}{13}$; 4) $27\frac{343}{600}-20\frac{19}{75}$.

325. Выполнить вычитание и сделать проверку вычитанием:

1) $120\frac{53}{102}-107\frac{9}{34}$; 2) $90\frac{23}{60}-48\frac{11}{12}$;

3) $88\frac{7}{24}-49\frac{31}{36}$; 4) $27\frac{25}{48}-19\frac{17}{60}$.

326. Правильно ли выполнено вычисление:

$$11\frac{8}{9}-2\frac{7}{8}=11\frac{8}{9}-3+\frac{1}{8}=8\frac{8}{9}+\frac{1}{8}=8\frac{64+9}{72}=9\frac{1}{72}?$$

Поясните решение.

327. Используя прием, указанный в предыдущем упражнении, выполнить вычитание:

1) $17\frac{13}{15}-6\frac{5}{6}$; 2) $11\frac{4}{21}-7\frac{6}{7}$;

3) $5\frac{1}{4}-3\frac{13}{16}$; 4) $16\frac{5}{9}-12\frac{11}{12}$.

328. Вычислить двумя способами:

1) $\left(15\frac{3}{4}+2\frac{1}{2}\right)-6\frac{1}{4}$; 2) $\left(24\frac{19}{26}+15\frac{9}{10}\right)-4\frac{7}{10}$;

3) $12\frac{4}{5}-\left(3\frac{1}{5}+4\frac{3}{10}\right)$; 4) $43\frac{29}{36}-\left(15\frac{11}{36}-4\frac{1}{2}\right)$;

5) $17\frac{7}{8}-\left(2\frac{3}{5}+6\frac{7}{8}\right)$; 6) $11\frac{13}{15}-\left(9\frac{3}{4}-3\frac{2}{15}\right)$.

329. Правильно ли выполнено вычисление:

1) $4\frac{1}{9}+\left(2\frac{3}{7}-\frac{1}{4}+5\frac{8}{9}\right)=\left(4\frac{1}{9}+5\frac{8}{9}\right)+$
$+\left(2\frac{3}{7}-\frac{1}{4}\right)=10+2\frac{5}{28}=12\frac{5}{28}$?

2) $3\frac{2}{3}-\left(7\frac{1}{5}-6\frac{1}{3}\right)=\left(3\frac{2}{3}+6\frac{1}{3}\right)-7\frac{1}{5}=$
$=10-7\frac{1}{5}=2\frac{4}{5}$?

Поясните решение.

330. Используя прием, указанный в предыдущем упражнении, вычислить и пояснить решение:

1) $2\frac{5}{9}+\left(3\frac{4}{9}-1\frac{5}{6}\right)$; 2) $7\frac{1}{13}+\left(5\frac{12}{13}-4\frac{9}{25}\right)$;

3) $6\frac{1}{3}-\left(5\frac{2}{7}-2\frac{2}{3}\right)$; 4) $12\frac{4}{5}-\left(8\frac{3}{11}-3\frac{1}{5}\right)$.

331. 1) $\left(24-3\frac{7}{36}\right)-\left(21\frac{5}{12}-\frac{11}{18}\right)$;

2) $\left(3\frac{5}{8}+\frac{1}{4}+2\frac{7}{12}\right)-\left(4\frac{8}{15}+\frac{11}{30}+\frac{17}{45}\right)$;

3) $\left(14\frac{2}{3}+1\frac{1}{2}+3\frac{2}{5}\right)-\left(4\frac{3}{4}+1\frac{7}{12}-2\frac{4}{9}\right)$;

4) $\left(15\frac{3}{7}-3\frac{11}{14}\right)+\left(1-\frac{6}{7}\right)+\left(2\frac{3}{4}-1\frac{5}{14}\right)$;

5) $\left(4\frac{5}{18}-3\frac{1}{3}\right)+\left(2\frac{3}{5}-1\frac{17}{25}\right)-1\frac{209}{450}$.

332. 1) $105-\left[\left(12\frac{1}{2}+28\frac{6}{7}\right)-\left(\frac{19}{21}+34\frac{5}{21}\right)\right]-$
$-\left(103\frac{4}{21}-72\frac{5}{18}\right)$;

2) $25\frac{1}{45}-\left(3\frac{4}{5}-1\frac{14}{15}\right)-10\frac{7}{9}-\left[15\frac{1}{90}-\left(7\frac{1}{5}+\frac{11}{15}\right)\right]$.

333. Записать со скобками, а затем вычислить:

1) из разности чисел $4\frac{2}{5}$ и $3\frac{3}{4}$ вычесть разность чисел $8\frac{7}{15}$ и $8\frac{7}{60}$;

2) из суммы чисел $18\frac{3}{4}$ и $16\frac{3}{5}$ вычесть разность чисел $25\frac{5}{8}$ и $17\frac{7}{10}$.

Вычислить:

334. 1) $3 - \frac{5}{6} + 1\frac{7}{12} + 3 - \frac{5}{4}$;

2) $4\frac{2}{5} - 3\frac{3}{4} + 8\frac{7}{15} - 8\frac{7}{60}$;

3) $25\frac{7}{9} - 8\frac{3}{4} - 12\frac{5}{12} - 2\frac{11}{18}$;

4) $18\frac{3}{4} + 16\frac{3}{5} - 25\frac{5}{8} + 17\frac{7}{10}$.

335. 1) $12\frac{3}{4} - 6\frac{5}{6} - 4\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3}$;

2) $12\frac{3}{4} - \left(6\frac{5}{6} - 4\frac{1}{2}\right) + 1\frac{2}{3}$;

3) $12\frac{3}{4} - \left(6\frac{5}{6} - 4\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3}\right)$;

4) $12\frac{3}{4} - \left[6\frac{5}{6} - \left(4\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3}\right)\right]$.

336. 1) $\left(45\frac{1}{2} - 2\frac{3}{8}\right) - \left(5\frac{5}{6} + 6\frac{3}{4}\right) + \left(10\frac{2}{3} - 5\frac{5}{8}\right)$;

2) $\left(12\frac{1}{2} - 3\frac{5}{6}\right) - \left(2\frac{8}{9} + 1\frac{4}{5}\right) - \left(5\frac{5}{8} - 4\frac{3}{4}\right) -$
$- \left(6\frac{9}{40} - 5\frac{11}{90}\right)$.

337. Записать со скобками, а затем вычислить:

1) к $10\frac{5}{6}$ прибавить разность чисел $5\frac{1}{3}$ и $2\frac{1}{6}$;

2) из $12\frac{5}{12}$ вычесть сумму чисел $3\frac{4}{5}$ и $5\frac{5}{6}$;

3) к разности чисел $8\frac{2}{3}$ и $5\frac{5}{6}$ прибавить разность чисел $15\frac{11}{12}$ и $6\frac{3}{4}$;

4) из суммы чисел $28\frac{3}{4}$ и $26\frac{3}{5}$ вычесть разность чисел $28\frac{5}{8}$ и $20\frac{7}{10}$.

338. 1) На сколько больше сумма чисел $2\frac{1}{2}$ и $1\frac{3}{8}$, чем разность тех же чисел?

2) На сколько меньше разность чисел $3\frac{3}{4}$ и $1\frac{1}{2}$, чем их сумма?

339. Найти неизвестное число:

1) $x + \frac{3}{10} = 5\frac{7}{10}$; 2) $\frac{5}{18} + y = \frac{7}{20}$;

3) $\frac{33}{56} + x = \frac{25}{42}$; 4) $y - \frac{11}{90} = \frac{5}{18}$;

5) $6\frac{11}{24} - x = 5\frac{5}{18}$; 6) $\frac{123}{144} + y = 6\frac{121}{360}$.

340. Записать равенства, обозначив неизвестное через x. Найти x.

1) Какое число надо прибавить к $\frac{3}{5}$, чтобы получить $\frac{13}{15}$?

2) Какое число надо прибавить к $35\frac{22}{63}$, чтобы получить $40\frac{1}{9}$?

3) На какое число надо увеличить $88\frac{5}{84}$, чтобы получить $92\frac{5}{6}$?

4) На какое число надо уменьшить $51\frac{5}{18}$, чтобы получить $32\frac{7}{12}$?

341. 1) К какому числу надо прибавить $14\frac{2}{3}$, чтобы получить $26\frac{4}{7}$?

2) Из какого числа надо вычесть $35\frac{7}{8}$, чтобы получить $11\frac{1}{3}$?

3) Какое число надо прибавить к $10\frac{1}{2}$, чтобы сумма была равна разности чисел $27\frac{3}{4}$ и $11\frac{1}{4}$?

4) Найти уменьшаемое, если вычитаемое равно сумме чисел $12\frac{3}{4}$ и $1\frac{5}{8}$, а разность равна $5\frac{1}{2}$.

342. Написать два дробных числа:

1) чтобы одно было больше другого на $2\frac{3}{8}$;

2) чтобы разность их была равна вычитаемому.

343. Как изменится сумма двух чисел, если:

1) к одному слагаемому прибавить $5\frac{3}{7}$?

2) к первому слагаемому прибавить $7\frac{3}{8}$, а ко второму $3\frac{11}{12}$?

3) от первого слагаемого отнять $11\frac{7}{24}$, а от второго $3\frac{5}{6}$?

4) от первого слагаемого отнять $6\frac{13}{15}$, а ко второму прибавить $10\frac{7}{30}$?

344. Как изменится разность двух чисел, если:

1) уменьшаемое увеличить на $5\frac{2}{3}$?

2) вычитаемое уменьшить на $7\frac{1}{3}$?

3) к уменьшаемому прибавить $14\frac{1}{9}$, а к вычитаемому — $15\frac{7}{45}$?

4) к уменьшаемому прибавить $3\frac{9}{10}$, а от вычитаемого отнять $5\frac{5}{6}$?

345. 1) Сумму двух чисел уменьшили на $5\frac{1}{2}$, причем от одного слагаемого отняли $3\frac{2}{3}$. Как изменили второе слагаемое?

2) Разность двух чисел уменьшили на 5, причем вычитаемое увеличили на $3\frac{2}{5}$. Как изменили уменьшаемое?

346. В первом ящике на $3\frac{1}{2}$ *кг* яблок больше, чем во втором.

1) Сколько килограммов яблок надо взять из второго ящика, чтобы в первом стало на $6\frac{3}{4}$ *кг* больше, чем во втором?

2) Сколько килограммов яблок надо взять из первого ящика, чтобы в первом стало меньше на $1\frac{1}{4}$ *кг*, чем во втором?

347. 1) Пароход по течению реки проходит $23\frac{3}{8}$ *км* в час. Скорость течения реки $2\frac{1}{2}$ *км* в час. Сколько километров пройдет пароход за час против течения реки?

2) Катер по течению проходит $17\frac{1}{2}$ *км* в час, а против течения $12\frac{1}{2}$ *км*. Найти скорость течения реки?

348. Составить задачи, для решения которых надо было бы выполнить следующие действия:

$$1)\ \left(1-\frac{3}{4}\right)+2\frac{1}{8};\qquad 2)\ 1-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right).$$

Контрольное задание к § 18.

1) Вычислить: $2\frac{7}{15}-1\frac{1}{12}+\left[2\frac{7}{90}-\left(1\frac{1}{2}-\frac{8}{45}\right)\right].$

2) Вычислить двумя способами: $\left(21\frac{4}{16}+6\frac{3}{8}\right)-4\frac{3}{8}.$

Какой способ оказался для данного примера более выгодным? На каком правиле основан этот прием?

3) Самолет, вылетевший из Москвы, достиг Северного полюса на третий день. В первый день он пролетел $\frac{4}{15}$, во второй — $\frac{5}{12}$ всего пути. Какую часть пути он пролетел за третий день?

4) Рабочий выполнял задание за 7 час. Усовершенствовав станок, он стал выполнять это задание за 5 час. На какую часть задания рабочий стал выполнять за 1 час больше, чем выполнял прежде?

5) К 1946 г. общая длина линий Московского метрополитена (метро) составляла $40\frac{3}{10}$ *км*. Эти линии были сооружены в три очереди. Длина линий первой и второй очереди составляет $26\frac{1}{2}$ *км*, а длина линий второй и третьей очереди — $28\frac{7}{10}$ *км*. Определить длину каждой линии Московского метрополитена.

§ 19 УМНОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ.

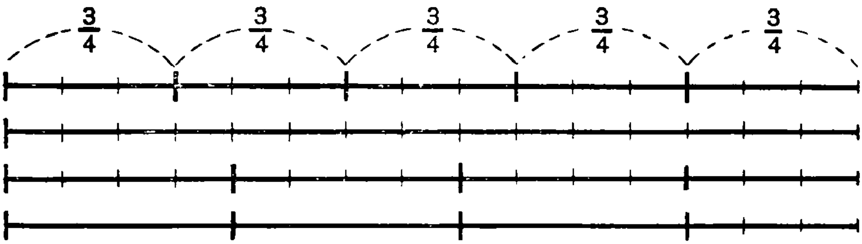
1. Умножение дроби на натуральное число. Мы знаем, что умножить какое-нибудь натуральное число (множимое) на другое натуральное число (множитель) — значит найти сумму одинаковых слагаемых, каждое из которых равно множимому, а число слагаемых — множителю. Например, умножить 8 на 3 — значит найти сумму: $8 + 8 + 8 = 24$, или в общем виде:

$$a \cdot n = \underbrace{a + a + a + a + \ldots + a}_{n \text{ раз}}.$$

Такой же смысл имеет и умножение дробного числа на натуральное число.

Например, умножить дробь $\frac{3}{4}$ на 5 — значит найти сумму 5 слагаемых, каждое из которых равно $\frac{3}{4}$:

$$\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}.$$



Это действие можно записать короче:

$$\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}.$$

Чтобы умножить дробь на натуральное число, достаточно умножить ее числитель на натуральное число и полученное произведение разделить на знаменатель.

В общем виде это правило записывается так:

$$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b},$$

где a, b и n — натуральные числа.

Если знаменатель множимого имеет общий делитель (отличный от 1) с множителем, то необходимо до вычисления произведения числителя дроби на натуральное число сократить дробь. Например:

$$\frac{7}{12}\cdot 4=\frac{7\cdot 4}{12}=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}.$$

2. Умножение смешанного числа на натуральное число. Умножение смешанного числа на натуральное число можно выполнить двумя способами: 1) отдельно умножить целое число и отдельно — правильную дробь, а затем сложить результаты или 2) обратить смешанное число в неправильную дробь, а затем умножить.

Пример. 1-й способ: $10\frac{3}{8}\cdot 16=10\cdot 16+\frac{3}{8}\cdot 16=$ $=160+6=166.$

2-й способ: $10\frac{3}{8}\cdot 16=\frac{83}{8}\cdot 16=\frac{83\cdot 16}{8}=83\cdot 2=166.$

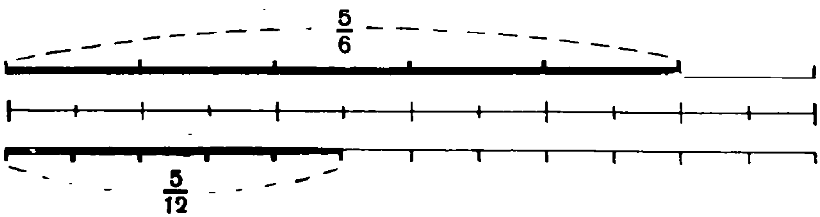
Умножать смешанное число на натуральное надо первым способом, так как он более рационален (выгоден).

Примечание. Фразы: «Увеличим данное число во столько-то раз» или «Умножим данное число на столько-то» — равнозначны.

3. Деление дроби на натуральное число. Решим задачу: «Две одинаковые детали весят $\frac{5}{6}$ *кг*. Сколько весит одна деталь?»

Как найти вес одной детали? Для этого надо найти результат деления: $\frac{5}{6}:2$. Так как деление есть действие, обратное умножению, а при умножении дроби на натуральное число мы умножали числитель на натуральное число, то выясним, не достаточно ли для деления дроби на натуральное число умножить знаменатель дроби на 2. Получим:

$$\frac{5}{6}:2=\frac{5}{6\cdot 2}=\frac{5}{12}.$$



Как проверить правильность решения? Для этого надо дробь $\frac{5}{12}$ умножить на 2. Имеем: $\frac{5}{12} \cdot 2 = \frac{5 \cdot 2}{12} = \frac{5}{6}$. Получили делимое, следовательно, деление выполнено правильно.

Чтобы разделить дробь на натуральное число, достаточно умножить на это число знаменатель, сохранив без изменения ее числитель.

Пример. $\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$,

в общем виде: $\frac{a}{b} : n = \frac{a}{b \cdot n}$,

где a, b и n — натуральные числа.

Если числитель дроби имеет общий делитель (отличный от 1) с данным делителем, то надо сначала сократить дробь:

$$\frac{8}{9} : 10 = \frac{8}{9 \cdot 10} = \frac{4}{9 \cdot 5} = \frac{4}{45}.$$

4. Деление смешанного числа на натуральное число.

Чтобы разделить смешанное число на натуральное число, необходимо предварительно обратить смешанное число в неправильную дробь, а затем выполнять деление.

Пример. $17\frac{1}{2} : 5 = \frac{35}{2} : 5 = \frac{35}{2 \cdot 5} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$.

Если целая часть делимого делится нацело на делитель, то действие нужно производить другим способом, а именно отдельно делить целую часть и отдельно правильную дробь.

Пример. $25\frac{1}{2} : 5 = 25 : 5 + \frac{1}{2} : 5 = 5 + \frac{1}{10} = 5\frac{1}{10}$.

Делить в этом случае обычным способом будет более громоздко:

$$25\frac{1}{2} : 5 = \frac{51}{2} : 5 = \frac{51}{2 \cdot 5} = \frac{51}{10} = 5\frac{1}{10}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

349. Увеличить:

1) $\frac{2}{3}$ в 3 раза; 2) $\frac{5}{6}$ в 12 раз; 3) $\frac{11}{24}$ в 4 раза;

4) $\frac{1}{5}$ в 8 раз; 5) $\frac{14}{15}$ в 3 раза; 6) $\frac{4}{21}$ в 7 раз.

350. Уменьшить:

1) $\frac{5}{6}$ в 5 раз; 2) $\frac{3}{4}$ в 2 раза; 3) $\frac{4}{7}$ в 7 раз;

4) $\frac{8}{9}$ в 4 раза; 5) $\frac{10}{17}$ в 5 раз; 6) $\frac{44}{45}$ в 88 раз;

7) $\frac{81}{83}$ в 9 раз; 8) $\frac{33}{43}$ в 22 раза; 9) $\frac{45}{46}$ в 15 раз.

351. (Устно.) 1) Удвоить числа: $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{9}{10}$.

2) Утроить числа: $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{9}$.

352. (Устно.) 1) Одна деталь весит $\frac{3}{5}$ *кг*. Сколько весят 10 таких же деталей?

2) Длина шага мальчика $\frac{7}{10}$ *м*. Какое расстояние он пройдет, сделав 100 шагов?

353. (Устно.) 1) Два одинаковых болта весят $\frac{2}{5}$ *кг*. Сколько весит один такой болт?

2) Разделить $\frac{9}{10}$ *м* на 3 равные части.

354. (Устно.) Выполнить умножение:

1) $\frac{4}{5}\cdot 5$; 2) $\frac{5}{6}\cdot 12$; 3) $\frac{7}{8}\cdot 16$; 4) $\frac{3}{4}\cdot 2$;

5) $\frac{7}{9}\cdot 3$; 6) $\frac{5}{18}\cdot 9$; 7) $\frac{7}{24}\cdot 8$; 8) $\frac{2}{3}\cdot 0$;

9) $\frac{4}{5}\cdot 1$; 10) $\frac{5}{24}\cdot 12$; 11) $\frac{4}{39}\cdot 26$; 12) $\frac{15}{16}\cdot 0$.

355. (Устно.) Выполнить деление:

1) $\frac{5}{6}:5$; 2) $\frac{4}{5}:2$; 3) $\frac{8}{11}:4$; 4) $\frac{21}{25}:7$;

5) $\frac{12}{25}:6$; 6) $\frac{3}{4}:2$; 7) $\frac{5}{8}:3$; 8) $\frac{7}{36}:4$.

356. Найти произведения:

1) $1\frac{1}{2}\cdot 2$; 2) $2\frac{3}{4}\cdot 4$; 3) $3\frac{1}{6}\cdot 6$; 4) $2\frac{2}{3}\cdot 6$;

5) $14\frac{1}{5}\cdot 10$; 6) $2\frac{1}{3}\cdot 5$; 7) $4\frac{2}{3}\cdot 1$; 8) $18\frac{15}{19}\cdot 0$.

357. Выполнить деление:

1) $1\frac{1}{2}:2$; 2) $1\frac{1}{2}:3$; 3) $3\frac{1}{3}:3$; 4) $2\frac{5}{6}:17$;

5) $5\frac{4}{9}:8$; 6) $6\frac{3}{7}:3$; 7) $7\frac{14}{15}:7$; 8) $27\frac{5}{6}:9$.

358. Найти произведения наиболее удобным способом:

1) $4\frac{1}{8}\cdot 4$; 2) $4\frac{5}{24}\cdot 12$; 3) $2\frac{4}{9}\cdot 9$; 4) $7\frac{6}{7}\cdot 14$;

5) $15\frac{1}{12}\cdot 6$; 6) $11\frac{3}{8}\cdot 12$; 7) $10\frac{7}{24}\cdot 18$; 8) $15\frac{13}{24}\cdot 36$.

359. Выполнить деление наиболее удобным способом.

1) $6\frac{4}{7}:2$; 2) $3\frac{6}{11}:3$; 3) $12\frac{4}{9}:4$; 4) $10\frac{15}{16}:5$;

5) $14\frac{1}{3}:7$; 6) $18\frac{3}{5}:9$; 7) $28\frac{3}{5}:25$; 8) $126\frac{3}{4}:25$.

360. 1) Найти числа, в 6 раз большие чисел: $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{5}{18}$; $1\frac{1}{2}$.

2) Найти числа, в 5 раз меньшие чисел: $\frac{10}{11}$; $\frac{25}{31}$; $\frac{64}{85}$; $1\frac{1}{9}$.

361. (Устно.) 1) Сколько метров составляют: $\frac{3}{50}$ *км*? $\frac{4}{25}$ *км*? $\frac{5}{8}$ *км*? $1\frac{3}{8}$ *км*? $2\frac{7}{125}$ *км*?

2) Сколько сантиметров составляют: $\frac{3}{4}$ *дм*? $\frac{7}{25}$ *м*? $\frac{3}{5}$ *дм*? $1\frac{9}{25}$ *м*? $14\frac{21}{25}$ *м*?

362. (Устно.) 1) Сколько аров составляют: $\frac{1}{2}$ *га*? $\frac{2}{5}$ *га*? $\frac{9}{20}$ *га*? $1\frac{2}{25}$ *га*? $3\frac{1}{50}$ *га*?

2) Сколько квадратных метров составляют: $\frac{3}{4}$ *а*? $\frac{2}{5}$ *а*? $\frac{9}{8}$ *га*? $1\frac{3}{25}$ *а*? $2\frac{5}{8}$ *га*?

363. 1) Скорость морского корабля обычно измеряют при помощи меры длины, называемой узлом. Один узел примерно равен $1\frac{3}{4}$ *км* в час. Сколько километров в час проходит корабль, имеющий скорость в 20 узлов?

2) В Китае площади земельных участков измеряются мерой площади, называемой *му*. Один *му* равен $\frac{1}{16}$ *га*. Сколько гектаров земли имеет участок в 400 *му*?

364. 1) Эскалатор метро движется со скоростью $1\frac{3}{5}$ *м* в сек. Пассажир спускался на эскалаторе 18 секунд. Определить длину эскалатора.

2) Сколько тонн груза перевезут на грузовике за 8 рейсов, если за один рейс на нем перевозят $3\frac{3}{4}$ *т*?

365. 1) 23 одинаковые детали весят вместе $28\frac{3}{4}$ *кг*. Сколько весит одна деталь?

2) За 3 часа велосипедист проехал $38\frac{1}{4}$ *км*. Сколько километров он проезжал в среднем за час?

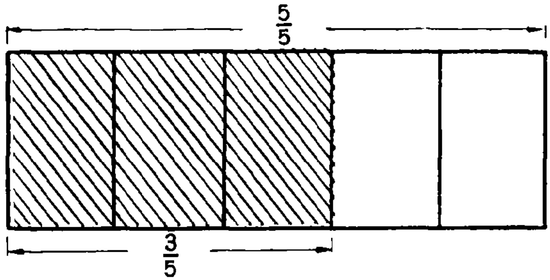
366. 1) Колесо за 20 сек. сделало $103\frac{1}{3}$ оборотов. Сколько оборотов в среднем делало колесо за 1 сек.? за 4 сек.?

2) Через трубу за 15 мин. вытекает $112\frac{1}{2}$ *л* воды. Сколько воды вытечет через нее за 1 мин.? за 5 мин.?

5. Нахождение дроби числа. При решении задач часто приходится находить дробь (часть) числа. Рассмотрим решения двух задач на нахождение дроби числа.

Первая задача. Площадь участка, обрабатываемого ученической бригадой,—120 *га*. $\frac{3}{5}$ площади всего участка занято зерновыми культурами, а остальная площадь — огородными культурами. Сколько гектаров земли занято зерновыми культурами?

Решение. Вначале найдем $\frac{1}{5}$ долю площади всего участка, а затем — $\frac{3}{5}$ такие же доли. $\frac{1}{5}$ от 120 *га* равна $\frac{120}{5}$ *га*, или 24 *га*, а $\frac{3}{5}$ от 120 *га* равны $\frac{120}{5}\cdot 3=24\cdot 3=72$ (*га*).

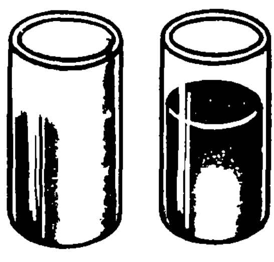


Обычно это решение записывается так:

$$\frac{3}{5} \text{ от } 120 \text{ га равны: } 120\cdot\frac{3}{5}=\frac{120\cdot 3}{5}=72 \text{ (га)}.$$

Вторая задача. Бак емкостью (объемом) $\frac{5}{6}$ *куб. м* наполнен водой на $\frac{2}{3}$ своего объема. Сколько воды (в *куб. м*) налито в бак?

Решение. Вначале найдем третью долю объема бака, а затем — две такие доли.



$\frac{1}{3}$ от $\frac{5}{6}$ *куб. м* равна $\frac{5}{6\cdot 3}$ *куб. м*,

или $\frac{5}{18}$ *куб. м*.

$\frac{2}{3}$ от $\frac{5}{6}$ *куб. м* равны $\frac{5\cdot 2}{6\cdot 3}$ *куб. м*,

или $\frac{5}{9}$ *куб. м*.

Краткая запись решения:

$$\frac{2}{3} \text{ от } \frac{5}{6} \text{ равны: } \frac{5\cdot 2}{6\cdot 3}=\frac{5\cdot 1}{3\cdot 3}=\frac{5}{9} \text{ (куб. м)}.$$

Из решения этих задач следует правило.

Чтобы найти дробь числа, надо вначале найти одну долю этого числа, указываемую знаменателем дроби, а затем — число этих долей, указанное в числителе.

УПРАЖНЕНИЯ.

№ 367—372 решите устно.

367. 1 *кг* конфет стоит 2 руб. Сколько стоит $\frac{1}{2}$ *кг* этих конфет? $\frac{1}{4}$ *кг*? $\frac{3}{4}$ *кг*? $\frac{5}{8}$ *кг*? $1\frac{1}{2}$ *кг*? $2\frac{1}{4}$ *кг*?

368. 1) Рабочий имел 84 руб. $\frac{3}{14}$ этих денег он израсходовал на покупку часов. Сколько стоят часы?

2) Длина реки Невы равна $\frac{37}{64}$ длины канала имени Москвы, протяженность которого 128 *км*. Найти длину Невы.

369. Найти:

1) $\frac{1}{2}$ числа 12; 2) $\frac{1}{3}$ числа 15; 3) $\frac{1}{5}$ числа 35;

4) $\frac{1}{8}$ числа 320; 5) $\frac{1}{6}$ числа 480; 6) $\frac{1}{12}$ числа 144;

7) $\frac{1}{2}$ числа 9; 8) $\frac{1}{4}$ числа 17; 9) $\frac{1}{5}$ числа 21.

370. Найти:

1) $\frac{3}{4}$ от 12; 2) $\frac{2}{3}$ от 15; 3) $\frac{2}{5}$ от 30;

4) $\frac{5}{6}$ от 36; 5) $\frac{7}{8}$ от 64; 6) $\frac{6}{11}$ от 88;

7) $\frac{7}{15}$ от 75; 8) $\frac{4}{15}$ от 225; 9) $\frac{19}{21}$ от 105.

371. Найти:

1) $\frac{7}{8}$ от 120; 2) $\frac{4}{15}$ от 360; 3) $\frac{17}{19}$ от 247;

4) $\frac{3}{7}$ от 15; 5) $\frac{5}{9}$ от 14; 6) $\frac{4}{11}$ от 3;

7) $\frac{9}{35}$ от 14; 8) $\frac{5}{24}$ от 108; 9) $\frac{4}{15}$ от 0.

372. Найти:

1) $\frac{1}{2}$ от $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{3}$ от $\frac{7}{15}$; 3) $\frac{1}{2}$ от $\frac{2}{3}$;

4) $\frac{3}{4}$ от $\frac{5}{6}$; 5) $\frac{5}{8}$ от $\frac{4}{15}$; 6) $\frac{15}{16}$ от $\frac{4}{5}$;

7) $\frac{11}{15}$ от $\frac{5}{22}$; 8) $\frac{24}{25}$ от $\frac{25}{72}$; 9) $\frac{31}{32}$ от $\frac{16}{93}$.

373. Найти:

1) $\frac{1}{2}$ от $1\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{3}$ от $2\frac{3}{4}$; 3) $\frac{2}{3}$ от $4\frac{1}{3}$;

4) $\frac{2}{3}$ от $2\frac{1}{4}$; 5) $\frac{7}{8}$ от $5\frac{1}{3}$; 6) $\frac{4}{9}$ от $2\frac{1}{2}$;

7) $\frac{11}{19}$ от $4\frac{3}{4}$; 8) $\frac{9}{25}$ от $20\frac{5}{6}$; 9) $\frac{11}{15}$ от $3\frac{9}{22}$.

374. Что больше:

1) $\frac{3}{4}$ от 60 или $\frac{5}{8}$ от 80? 2) $\frac{5}{7}$ от 49 или $\frac{1}{2}$ от 70?

3) $\frac{3}{4}$ от 72 или $\frac{5}{6}$ от 60?

375. Найти:

1) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{6}$ от 24; 2) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{11}{15}$ от $\frac{1}{2}$;

3) $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{15}{16}$ от $2\frac{1}{4}$.

376. 1) Скорость автомобиля «Волга» 140 *км* в час, а скорость автомобиля «Москвич» — $\frac{6}{7}$ скорости «Волги». Найти скорость автомобиля «Москвич».

2) Скорость полета стрижа 1600 *м* в минуту, скворца — $\frac{3}{4}$ и ястреба — $\frac{7}{16}$ скорости полета стрижа. Найти скорость полета скворца и ястреба в минуту.

377. 1) Книга содержит 140 страниц текста. Ученик прочитал $\frac{5}{7}$ всей книги. Сколько страниц ему осталось прочитать? (Решить двумя способами.)

2) На вопрос «Который час?» ответили, что оставшаяся часть суток равна $\frac{3}{8}$ целых суток. Который был час?

378. 1) В первый день зимних каникул на елке в Кремле было 5600 учащихся. Число учащихся старших классов составляло $\frac{3}{7}$ общего числа. Сколько было на елке учащихся младших классов?

2) У мальчика было 72 коп.; на $\frac{5}{6}$ всех денег он купил 3 книги по одинаковой цене. Сколько стоит каждая книга?

379. 1) Имея 25 руб. 50 коп., покупатель израсходовал в одном магазине $\frac{1}{5}$, а в другом — $\frac{1}{3}$ своих денег. Сколько денег у него осталось?

2) В киоск доставили 960 тетрадей; $\frac{5}{8}$ этого количества было в одну линейку, $\frac{1}{4}$ — в клетку, а остальные — в две линейки. Сколько доставили тетрадей в две линейки?

380. 1) Космонавт-3 (А. Г. Николаев) совершил 64 витка (оборота) вокруг Земли, а космонавт-4 (П. Р. Попович) — $\frac{3}{4}$ числа витков космонавта-3. Сколько витков сделал космонавт-4?

2) Космонавт-2 (Г. С. Титов) пролетел вокруг Земли 702 000 *км*, а космонавт-1 (Ю. А. Гагарин) — $\frac{7}{117}$ этого расстояния. Какое расстояние пролетел космонавт-1?

381. 1) Для организма детей необходимо в среднем $1\frac{4}{5}$ *л* воды в сутки. Шестая доля этой воды поступает в организм с питанием, остальная часть — в виде питьевой воды. Сколько воды дети потребляют с питанием и сколько — в виде питьевой воды?

2) Дым от одной папиросы содержит 5 *мг* яда никотина. Сколько яда примет человек за один день, выкурив 20 папирос, если от каждой из них в его организм попадет $\frac{1}{5}$ часть никотина?

382. 1) Составить задачи, для решения которых требуется умножить:

а) 40 *км* на $\frac{3}{4}$; б) 60 *кг* на $\frac{2}{5}$; в) 2 *т* на $\frac{1}{3}$.

2) Используя данные справочной таблицы (стр. 444), составить одну задачу на нахождение дроби числа.

6. Умножение числа на дробь. Мы знаем, что умножить какое-либо число (натуральное или дробное) на натуральное число — значит взять множимое слагаемым столько раз, сколько единиц в множителе. Но если множителем будет дробь, то это определение нельзя применить для выполнения действия. Ведь нельзя же взять множимое $2\frac{1}{2}$ раза или $\frac{3}{4}$ раза. Поэтому условимся понимать под умножением числа на дробь следующее:

умножить какое угодно число (натуральное или дробное) на дробь — значит найти эту дробь от данного числа.

Примеры. Умножить 12 на $\frac{2}{3}$ — значит найти $\frac{2}{3}$ от 12, т. е. $\frac{12 \cdot 2}{3} = 8$.

Найти произведение $1\frac{4}{5}$ на $\frac{3}{4}$ — значит найти $\frac{3}{4}$ от $1\frac{4}{5}$, т. е. $1\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{16} = 1\frac{11}{16}$.

Поясним целесообразность этого определения умножения на дробь.

Решим задачи: 1) Один метр материи стоит 8 руб. Сколько стоят 3 *м* этой материи?

Эта задача решается одним действием — умножением 8 на 3:

$$8 \text{ руб.} \cdot 3 = 24 \text{ руб.}$$

2) Один метр материи стоит 8 руб. Сколько стоит $\frac{1}{4}$ *м* этой материи?

Эта задача решается тоже одним действием: делением 8 на 4:

$$8 \text{ руб.} : 4 = 2 \text{ руб.}$$

3) Один метр материи стоит 8 руб. Сколько стоят $\frac{3}{4}$ *м* этой материи?

Эта задача решается уже двумя действиями: вначале находят делением стоимость $\frac{1}{4}$ *м*, а затем умножением — стоимость $\frac{3}{4}$ *м*:

$$8 \text{ руб.} : 4 = 2 \text{ руб.}; \quad 2 \text{ руб.} \cdot 3 = 6 \text{ руб.}$$

Рассмотренные три задачи имеют одно и то же содержание и различаются только числами, но приведенные решения отличаются действиями. Первая задача решается умножением, вторая — делением, а третья — двумя действиями: делением и умножением.

Во всех рассмотренных задачах находится одно и то же: стоимость x *м* материи, а потому и действие при решении должно быть одно. Поэтому и условились понимать под умножением числа на дробь нахождение дроби этого числа.

Рассмотрим умножение целого числа на дробь и дроби на дробь: $8 \cdot \frac{3}{4}$. Согласно определению, мы должны найти $\frac{3}{4}$ от 8. Мы знаем, что дробь от целого находится умножением, а именно $8 \cdot \frac{3}{4} = \frac{8 \cdot 3}{4} = 2 \cdot 3 = 6$. С помощью букв это правило запишется так:

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c},$$

где a, b и c — натуральные числа.

Чтобы умножить натуральное число на дробь, надо натуральное число умножить на числитель дроби и разделить полученное произведение на знаменатель дроби.

Пусть множимое также будет дробью: $\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{10}$. Согласно определению умножение на дробь есть нахождение дроби $\left(\frac{3}{10}\right)$ от данного числа $\left(\frac{5}{8}\right)$. Вначале мы найдем $\frac{1}{10}$ от $\frac{5}{8}$, а для этого делим $\frac{5}{8}$ на 10 и получаем $\frac{5}{8 \cdot 10}$; затем находим $\frac{3}{10}$ от $\frac{5}{8}$, а для этого $\frac{5}{8 \cdot 10}$ умножаем на 3 и получаем: $\frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 10}$. До умножения сокращаем дробь и получаем: $\frac{3}{8 \cdot 2} = \frac{3}{16}$. Следовательно,

$$\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{10} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 10} = \frac{3}{8 \cdot 2} = \frac{3}{16}.$$

Чтобы умножить дробь на дробь, надо произведение числителей разделить на произведение знаменателей.

В общем виде, т. е. с помощью букв, это правило записывается:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

При умножении дробей сокращение следует делать до вычисления произведений числителей и знаменателей.

При умножении смешанных чисел надо сначала смешанное число обратить в неправильную дробь, а затем пользоваться правилом умножения дроби на дробь. Например:

$$4\frac{1}{2}\cdot 1\frac{5}{6}=\frac{9}{2}\cdot\frac{11}{6}=\frac{9\cdot 11}{2\cdot 6}=\frac{3\cdot 11}{2\cdot 2}=\frac{33}{4}=8\frac{1}{4};$$

$$10\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{7}=\frac{21}{2}\cdot\frac{3}{7}=\frac{21\cdot 3}{2\cdot 7}=\frac{3\cdot 3}{2\cdot 1}=\frac{9}{2}=4\frac{1}{2}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

Найти произведения:

383. 1) $6\cdot\frac{2}{3}$; 2) $17\cdot\frac{2}{5}$; 3) $14\cdot\frac{3}{7}$;

4) $15\cdot\frac{7}{30}$; 5) $72\cdot\frac{17}{60}$; 6) $90\cdot\frac{17}{56}$.

384. 1) $16\cdot 1\frac{1}{8}$; 2) $18\cdot 3\frac{2}{9}$; 3) $24\cdot 5\frac{1}{12}$;

4) $180\cdot 2\frac{1}{2}$; 5) $140\cdot 1\frac{1}{28}$; 6) $48\cdot 1\frac{5}{96}$;

7) $1\cdot 4\frac{15}{37}$; 8) $0\cdot 8\frac{17}{21}$; 9) $72\cdot 1\frac{4}{5}$.

385. (Устно.) 1) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$; $\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}$; $\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}$; $\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}$;

2) $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}$; $\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}$; $\frac{8}{9}\cdot\frac{3}{4}$; $\frac{10}{11}\cdot\frac{22}{25}$.

386. 1) $\frac{7}{18}\cdot\frac{15}{34}$; 2) $\frac{11}{32}\cdot\frac{16}{81}$; 3) $\frac{12}{19}\cdot\frac{9}{4}$; 4) $\frac{6}{7}\cdot\frac{11}{36}$;

5) $\frac{5}{72}\cdot\frac{18}{35}$; 6) $\frac{17}{18}\cdot\frac{2}{51}$; 7) $\frac{35}{48}\cdot\frac{16}{25}$; 8) $\frac{5}{21}\cdot\frac{7}{20}$.

387. 1) $1\frac{1}{2}\cdot 1\frac{1}{5}$; 2) $1\frac{1}{3}\cdot 2\frac{1}{4}$; 3) $2\frac{1}{5}\cdot 3\frac{1}{11}$;

4) $4\frac{3}{4}\cdot 1\frac{3}{19}$; 5) $6\frac{4}{9}\cdot 2\frac{2}{29}$; 6) $3\frac{5}{9}\cdot 4\frac{7}{8}$;

7) $13\frac{5}{6}\cdot 1\frac{1}{83}$; 8) $5\frac{4}{9}\cdot 2\frac{5}{98}$; 9) $8\frac{12}{31}\cdot 9\frac{7}{13}$.

388. 1) $\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{8}{15}$; 2) $\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{8}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{3}$;

3) $\frac{14}{15}\cdot\frac{55}{56}\cdot\frac{3}{16}\cdot\frac{8}{11}$; 4) $3\frac{1}{3}\cdot3\frac{13}{53}\cdot3\frac{1}{88}$;

5) $2\frac{1}{3}\cdot1\frac{1}{2}\cdot3\frac{3}{4}\cdot4\frac{1}{5}$; 6) $5\frac{1}{4}\cdot1\frac{1}{7}\cdot5\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{22}$;

7) $1\frac{1}{24}\cdot3\frac{3}{8}\cdot1\cdot3\frac{7}{9}\cdot1\frac{15}{17}$; 8) $2\frac{1}{7}\cdot\frac{56}{135}\cdot22\frac{10}{11}\cdot0\cdot\frac{25}{28}$.

389. Не выполняя умножения, определить, что больше:

1) 200 или $200\cdot\frac{3}{4}$; 2) $3\frac{1}{2}$ или $3\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{5}$; 3) $5\frac{1}{2}$ или $5\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}$.

390. В каких случаях при умножении числа на дробь в произведении получится число: 1) меньшее множимого, 2) равное множимому и 3) большее множимого? Составить по 2 примера, поясняющие каждый случай.

391. (Устно.) 1) Муравей весом $\frac{7}{2500}$ *г* перетаскивает груз в 50 раз больше своего веса. Какой груз может перетащить один муравей за один раз?

2) Кузнечик длиной $\frac{1}{20}$ *м* делает скачок в 75 раз больше своей длины. Как велик скачок кузнечика?

392. 1) Высота Ключевской сопки (на Камчатке) 4900 *м*; высота Эльбруса (на Кавказе) приблизительно в $1\frac{1}{7}$ раза больше, чем высота Ключевской сопки, а самый высокий пик на Памире в $1\frac{19}{56}$ раза больше, чем высота Эльбруса. Найти высоту каждой из этих гор.

2) Предельный возраст жизни березы и ольхи 150 лет, сосна живет в $3\frac{4}{5}$ раза дольше березы, ель — в $2\frac{2}{19}$ раза дольше, чем сосна, а мамонтово дерево — в 5 раз дольше ели. Определить предельный возраст жизни сосны, ели и мамонтова дерева.

393. 1) Для кладки 1 *куб. м* кирпичного фундамента одному рабочему требуется $5\frac{4}{5}$ часа. Сколько времени требуется ему для кладки $\frac{7}{10}$ *куб. м*? $2\frac{1}{2}$ *куб. м*? $15\frac{3}{4}$ *куб. м*?

2) Для подвески линии связи требуется на 1 *км* $98\frac{3}{5}$ *кг* стальной проволоки. Сколько проволоки нужно на $\frac{7}{10}$ *км*? на $1\frac{3}{5}$ *км*? на $20\frac{1}{2}$ *км*?

394. Подсчитано, что опоздание с уборкой хлебов на 5 дней после наступления полной спелости зерна снижает урожай на $\frac{1}{25}$ часть всего урожая, а при опоздании на 10 дней — на $\frac{1}{6}$ урожая. Вычислить:

1) Сколько будет собрано зерна с 1 *га* при опоздании с уборкой на 5 дней, если в момент наступления полной спелости урожай с 1 *га* составлял $18\frac{3}{4}$ *ц*?

2) Сколько будет собрано зерна с 1 *га* при опоздании с уборкой на 10 дней, если в момент наступления полной спелости урожай с 1 *га* составлял $25\frac{1}{5}$ *ц*?

395. 1) Длина прямоугольного поля $2\frac{1}{2}$ *км*, а ширина равна $\frac{2}{5}$ его длины. Найти площадь поля (в гектарах).

2) Поле прямоугольной формы имеет длину 1200 *м*, а ширина его равна $\frac{3}{5}$ этой длины. $\frac{2}{3}$ поля засеяно пшеницей. Сколько гектаров земли засеяно пшеницей?

396. 1) Комната формы прямоугольного параллелепипеда имеет длину $5\frac{1}{2}$ *м*, ширину $4\frac{1}{2}$ *м* и высоту 4 *м*. Найти объем комнаты.

2) Фабричный корпус формы прямоугольного параллелепипеда имеет длину 60 *м*. Ширина корпуса составляет $\frac{2}{3}$ его длины, а высота корпуса — $\frac{3}{10}$ ширины. Определить объем этого корпуса.

7. Законы умножения дробей. Все законы умножения натуральных чисел остаются верными и для умножения дробных чисел. Проверим справедливость этих законов для дробных чисел.

Переместительный закон. Произведение не изменяется от перемены мест сомножителей. Надо показать, что $\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5} = \frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}$. Имеем: $\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5} = \frac{2\cdot 4}{3\cdot 5}$. Числитель $(2\cdot 4)$ и знаменатель $(3\cdot 5)$ полученной дроби — произведения натуральных чисел, а для них справедлив переместительный закон, т. е. $\frac{2\cdot 4}{3\cdot 5} = \frac{4\cdot 2}{5\cdot 3}$. Откуда

$$\frac{4\cdot 2}{5\cdot 3} = \frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}.$$

Следовательно,

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5} = \frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}.$$

В общем виде закон записывают так:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d} = \frac{c}{d}\cdot\frac{a}{b}.$$

Сочетательный закон. а) Чтобы умножить число на произведение, достаточно его умножить последовательно на все сомножители этого произведения и, обратно, б) чтобы умножить число последовательно на два и более множителей, достаточно его умножить сразу на их произведение.

Надо показать, что $\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7}\right) = \left(\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{6}{7}$. Имеем:

$$\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7}\right) = \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{4\cdot 6}{5\cdot 7}\right) = \frac{2\cdot 4\cdot 6}{3\cdot 5\cdot 7}.$$

Числитель $(2 \cdot 4 \cdot 6)$ и знаменатель $(3 \cdot 5 \cdot 7)$ — произведения натуральных чисел. На основании сочетательного закона натуральных чисел имеем:

$$\frac{2 \cdot 4 \cdot 6}{3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{(2 \cdot 4) \cdot 6}{(3 \cdot 5) \cdot 7}$$

Откуда

$$\frac{(2 \cdot 4) \cdot 6}{(3 \cdot 5) \cdot 7} = \frac{(2 \cdot 4)}{(3 \cdot 5)} \cdot \frac{6}{7} = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{6}{7}.$$

Проверьте самостоятельно, что

$$\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{6}{7} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7}\right).$$

В общем виде этот закон записывается так:

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{m}{n}\right) = \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{m}{n}.$$

Распределительный закон. Чтобы умножить сумму (разность) чисел, достаточно умножить каждое слагаемое (уменьшаемое и вычитаемое) и полученные произведения сложить (вычесть).

Проверим этот закон. Для простоты рассмотрим сложение дробей с одинаковыми знаменателями. Надо показать, что

$$\left(\frac{3}{7} + \frac{2}{7}\right) \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5} + \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{5}.$$

Имеем:

$$\left(\frac{3}{7} + \frac{2}{7}\right) \cdot \frac{4}{5} = \frac{3+2}{7} \cdot \frac{4}{5} = \frac{(3+2) \cdot 4}{7 \cdot 5}.$$

На основании распределительного закона умножения натуральных чисел $(3 + 2) \cdot 4 = 3 \cdot 4 + 2 \cdot 4$. Значит:

$$\frac{(3+2) \cdot 4}{7 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 4 + 2 \cdot 4}{7 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 4}{7 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 4}{7 \cdot 5} = \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5} + \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{5}.$$

Проверка показывает справедливость распределительного закона для умножения дробей.

Нетрудно показать, что этот закон верен для случая:

$$\left(\frac{3}{7} - \frac{2}{7}\right) \cdot \frac{4}{5}.$$

В общем виде это записывается так:

$$\left(\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d}\right)\cdot\frac{m}{n} = \frac{a}{b}\cdot\frac{m}{n} \pm \frac{c}{d}\cdot\frac{m}{n}.$$

Применение законов умножения ускоряет и упрощает вычисления, особенно применение распределительного закона.

Примеры:

$$24\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{8} = \left(24 + \frac{4}{5}\right)\cdot\frac{5}{8} = 24\cdot\frac{5}{8} + \frac{4}{5}\cdot\frac{5}{8} =$$

$$= 15 + \frac{1}{2} = 15\frac{1}{2};$$

$$21\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{5} = \left(20 + 1\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{1}{5} = 4 + \frac{1}{4} = 4\frac{1}{4};$$

$$\left(15\frac{3}{4} + 13\frac{1}{8}\right)\cdot\frac{4}{21} = 15\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{21} + 13\frac{1}{8}\cdot\frac{4}{21} = 3 + \frac{5}{2} = 5\frac{1}{2}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

397. (Устно.) Рассмотрите решение примеров и скажите, на каком законе умножения основываются эти приемы вычислений:

1) $3\frac{3}{4}\cdot 4 = 3\cdot 4 + \frac{3}{4}\cdot 4 = 12 + 3 = 15;$

2) $2\frac{1}{4}\cdot 3 + 2\frac{1}{4}\cdot 5 = 2\frac{1}{4}\cdot 8 = 2\cdot 8 + \frac{1}{4}\cdot 8 = 16 + 2 = 18;$

3) $5\frac{1}{4}\cdot\left(1 - \frac{1}{12}\right)\cdot 4 = 5\frac{1}{4}\cdot 4\cdot\left(1 - \frac{1}{12}\right) = 21\cdot\frac{11}{12} =$

$= 7\cdot\frac{11}{4} = \frac{77}{4} = 19\frac{1}{4}.$

398. Используя рациональные приемы, вычислите:

1) $5\frac{1}{4}\cdot 2;\quad 10\frac{2}{5}\cdot 5;\quad 8\frac{1}{6}\cdot 6;$

2) $\left(2\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3} + 3\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\right);\quad \left(5\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{5} - 4\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{5}\right).$

399. (Устно.) Вычислить, применяя законы умножения:

$\frac{3}{5}\cdot 3\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{3};\quad \frac{5}{8}\cdot\frac{17}{18}\cdot 1\frac{3}{5}\cdot\frac{6}{7};\quad \frac{4}{7}\cdot 6\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{7}{8};$

$30\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{3};\quad \left(\frac{3}{11} + 2\frac{1}{11}\right)\cdot\frac{11}{12};\quad \left(4\frac{2}{5} + 3\frac{3}{10}\right)\cdot\frac{5}{11}.$

400. 1) Увеличить $3\frac{1}{2}$ в 6 раз, выполнив умножение двумя способами: обратив $3\frac{1}{2}$ в неправильную дробь; использовав распределительный закон умножения.

2) Увеличить $2\frac{5}{8}$ в 8 раз указанными приемами.

401. Выполнить умножение двумя способами:

1) $5\frac{2}{3}\cdot 18$; 2) $15\frac{3}{25}\cdot 75$; 3) $4\frac{1}{5}\cdot 100$; 4) $2\frac{1}{3}\cdot 6$.

402. Выполнить умножение, взяв сомножители в том порядке, в каком они записаны; затем выполнить умножение, переменив порядок сомножителей. Сравнить полученные результаты:

1) $2\frac{1}{2}\cdot 3\frac{2}{3}\cdot 4$; 2) $5\frac{1}{4}\cdot 5\frac{1}{2}\cdot 16$;

3) $2\frac{1}{2}\cdot 1\frac{3}{4}\cdot 1\frac{3}{4}\cdot 2\frac{2}{5}$; 4) $1\frac{3}{5}\cdot 2\frac{5}{8}\cdot 1\frac{1}{7}\cdot 2\frac{1}{3}$.

403. Выполнить умножение, взяв сомножители в том порядке, в каком они записаны; затем, соединив сомножители в группы наиболее удобным для умножения способом, снова выполнить умножение. Какие законы умножения вы применяли?

1) $\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{7}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{14}{15}$; 2) $1\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{9}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{9}{10}$;

3) $2\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot 10$; 4) $16\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{7}\cdot\frac{3}{4}\cdot 1\frac{2}{5}$.

8. Сложение, вычитание и умножение дробей. При совместных действиях над дробями порядок их выполнения таков же, как с действиями над натуральными числами; а именно: если в выражении встречаются действия и первой и второй ступеней, то сначала выполняются действия второй ступени, а потом — первой.

Пример. $4\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{7}-\frac{3}{4}=4\frac{1}{2}+1-\frac{3}{4}=$
$=4\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=4\frac{3}{4}$.

Всякое отклонение от этого порядка **обозначается** с помощью скобок.

Пример. $15\frac{4}{7}-4\frac{3}{8}\cdot\left(1\frac{3}{7}-\frac{34}{35}\right)=15\frac{4}{7}-4\frac{3}{8}\cdot\frac{16}{35}=$
$=15\frac{4}{7}-\frac{35\cdot 16}{8\cdot 35}=15\frac{4}{7}-2=13\frac{4}{7}$.

УПРАЖНЕНИЯ.

404. Выполнить указанные действия:

1) $2+\frac{8}{15}\cdot 1\frac{9}{16}$; 2) $2\frac{2}{11}\cdot\frac{7}{8}-6\cdot\frac{1}{5}$; 3) $\frac{2}{5}\cdot\frac{7}{12}+\frac{2}{11}\cdot\frac{11}{15}$;

4) $1\frac{5}{12}\cdot 2+4\cdot 1\frac{1}{18}+1\frac{1}{9}\cdot 1\frac{1}{4}$;

5) $2\frac{1}{10}\cdot 4\frac{1}{6}+5\cdot\frac{3}{8}-\frac{9}{20}\cdot 6$;

6) $3\cdot 2\frac{7}{15}-5\frac{1}{2}\cdot\frac{7}{9}+1\frac{7}{48}\cdot 2\frac{2}{11}-\frac{2}{5}\cdot 6\frac{5}{9}$.

405. 1) Какой стала стоимость станка после 3 лет его работы, если первоначальная стоимость была 12 000 руб., а на амортизацию (износ) списывается ежегодно $\frac{2}{25}$ первоначальной стоимости?

2) Стоимость товара с повышением производительности труда снизилась сначала на $\frac{1}{5}$, а затем еще на $\frac{1}{10}$ новой стоимости. Сколько стоит после двух снижений товар, стоивший раньше 4000 руб.?

406. Выполнить указанные действия:

1) $\left(1\frac{11}{24}+1\frac{13}{36}\right)\cdot 9$; 2) $10\cdot\left(5\frac{7}{10}-3\frac{3}{4}\right)$;

3) $\left(3\frac{4}{15}+4\frac{5}{6}\right)\cdot\left(3\frac{17}{18}-2\frac{5}{9}\right)$;

4) $\left(8\frac{7}{15}-6\frac{13}{60}\right)\cdot\left(11\frac{3}{4}-9\frac{7}{8}\right)$;

5) $\left[\left(3\frac{2}{5}+1\frac{7}{10}\right)\cdot 1\frac{3}{17}-\left(2\frac{7}{23}-1\frac{45}{46}\right)\cdot\frac{69}{80}\right]\cdot\frac{4}{9}$;

6) $\left[\left(5\frac{7}{12}-3\frac{17}{36}\right)\cdot 1\frac{2}{3}-4\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{26}\right]\cdot\left(1-\frac{9}{13}\right)$.

407. Проверить распределительный закон на примерах:

1) $\frac{5}{6}$ умножить на сумму чисел $1\frac{1}{6}$ и $\frac{3}{10}$;

2) $\frac{3}{4}$ умножить на сумму чисел $1\frac{1}{2}$, $2\frac{4}{5}$ и $\frac{1}{2}$.

408. Проверить равенства:

1) $\left(4\frac{2}{5}-3\frac{2}{7}\right)\cdot 5=4\frac{2}{5}\cdot 5-3\frac{2}{7}\cdot 5$;

2) $\left(2\frac{1}{2}-1\frac{1}{4}\right)\cdot\left(2\frac{1}{2}+1\frac{1}{4}\right)=2\frac{1}{2}\cdot 2\frac{1}{2}-1\frac{1}{4}\cdot 1\frac{1}{4}$;

3) $\left(4\frac{3}{4}-3\frac{1}{2}\right)\cdot\left(22\frac{9}{16}+4\frac{3}{4}\cdot 3\frac{1}{2}+12\frac{1}{4}\right)=$

$=4\frac{3}{4}\cdot 4\frac{3}{4}\cdot 4\frac{3}{4}-3\frac{1}{2}\cdot 3\frac{1}{2}\cdot 3\frac{1}{2}$.

409. Даны дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{2}$. Написать и вычислить:

1) утроенную сумму этих дробей,
2) сумму утроенной первой дроби и удвоенной второй,
3) произведение суммы этих дробей на их разность.

410. 1) К произведению чисел $2\frac{3}{10}$ и $\frac{10}{23}$ прибавить $3\frac{5}{11}$.

2) Найти произведение суммы чисел $3\frac{4}{15}$ и $4\frac{5}{6}$ на разность чисел $3\frac{17}{18}$ и $2\frac{5}{9}$.

411. 1) Длина сада, имеющего форму прямоугольника, равна $87\frac{1}{2}$ *м*, а ширина — на $20\frac{1}{5}$ *м* меньше длины. Какова длина забора, окружающего этот сад?

2) Два участка земли, каждый из которых имеет форму прямоугольника, имеют размеры:

$$97\frac{1}{2}\text{ м}\times 56\frac{2}{3}\text{ м и } 78\text{ м}\times 70\frac{1}{2}\text{ м}.$$

Какой участок имеет бо́льшую площадь и на сколько?

412. 1) Посадили 3 полезащитные лесополосы. Каждая полоса была длиной 1200 *м*, а шириной $8\frac{1}{2}$ *м*. Найти общую площадь этих полезащитных полос.

2) В овощной магазин привезли 40 ящиков помидоров. В 25 ящиках было по $10\frac{1}{2}$ *кг* помидоров в каждом, а в остальных — по $12\frac{2}{5}$ *кг*. Сколько килограммов помидоров привезли в магазин?

413. 1) В магазин привезли 602 *кг* яблок. В первый день продали $\frac{3}{14}$ привезенных яблок, во второй день — $\frac{5}{11}$ остатка, а в третий день — $\frac{5}{6}$ яблок, оставшихся после первых двух дней продажи. Сколько яблок осталось в магазине после трех дней торговли яблоками?

2) Поезд прошел 540 *км*. По горизонтальному пути он прошел $\frac{8}{9}$ всего расстояния, при подъеме — $\frac{7}{15}$ остатка, а остальное расстояние — под уклон. Сколько километров пути прошел поезд под уклон?

414. 1) Из двух пунктов выехали одновременно навстречу друг другу два велосипедиста. Первый велосипедист может проехать расстояние между пунктами за 6 час., а второй — за 5 час. Какая часть пути будет отделять велосипедистов друг от друга через 2 часа после их выезда?

2) Из двух пунктов вышли одновременно навстречу друг другу скорый и почтовый поезда. Почтовый поезд проходит расстояние между пунктами за 12 час., а скорый — за $\frac{3}{4}$ времени почтового. Какая часть расстояния будет между поездами через 3 часа после их выхода?

415. 1) Автомобиль прошел за 4 часа 180 *км*. В первый час он прошел $\frac{4}{15}$ всего пути, во второй — $\frac{5}{8}$ того, что прошел в первый час, в третий — вдвое меньше пройденного за первые два часа вместе, а в четвертый — остальной путь. Сколько километров прошел автомобиль за четвертый час?

2) В первой школе 840 учащихся, во второй — на $\frac{1}{7}$ этого числа больше, в третьей — $\frac{5}{6}$ числа учащихся второй школы,

а в четвертой — $\frac{3}{10}$ учащихся первых трех школ вместе. Сколько учащихся во всех четырех школах?

416. Придумайте задачи, для решения которых надо сделать следующие вычисления:

1) $30\ кг - 12\frac{1}{2}\ кг \cdot \frac{3}{5}$; 2) $\left(10\frac{3}{4}\ км + 2\frac{1}{2}\ км\right) \cdot \frac{5}{6}$.

Контрольное задание к § 19.

1) Поясните, почему при умножении на дробь иногда произведение будет больше множимого, иногда меньше, а иногда равно множимому. Приведите примеры.

2) Умножение целого числа на дробь, если дробь отличается от 1 на одну долю, целесообразно выполнять так:

$$25 \cdot \frac{5}{6} = 25 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) = 25 - 4\frac{1}{6} = 20\frac{5}{6}.$$

Напишите обоснование этого способа.

3) Вычислить: $4\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{26} + \left(5\frac{7}{12} - 3\frac{17}{36}\right) \cdot 2\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$.

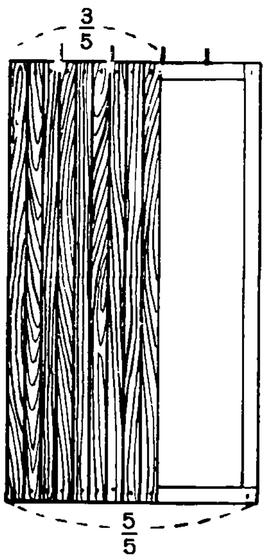
4) От железной полосы длиной $6\frac{3}{4}$ *м* отрезали часть, равную $\frac{7}{9}$ ее длины. Определить вес отрезанной части, если погонный метр полосы весит $30\frac{1}{4}$ *кг*.

§20 ДЕЛЕНИЕ ДРОБЕЙ.

1. Нахождение числа по данной его дроби. Среди задач на дробные числа встречаются задачи, когда по данной дроби числа надо найти само число. Эти задачи являются обратными по отношению к задачам на нахождение дроби данного числа (§ 19). Выведем правило решения задач на нахождение числа по его дроби, рассмотрев решение следующих двух задач.

Первая задача. Для настила $\frac{3}{5}$ площади пола израсходовали 9 досок. Сколько таких досок понадобится для всего пола?

Решение. Зная, что для настила $\frac{3}{5}$ долей всей площади пола требуется 9 досок, найдем, что для настила $\frac{1}{5}$ всего пола



требуется 3 доски, а, следовательно, для всего пола $\left(\frac{5}{5}\right)$ потребуется досок в 5 раз больше, т. е. 15 досок.

Рассматривая рисунок, вы видите, что на $\frac{1}{5}$ всего пола идет 3 доски, а, следовательно, на весь пол пойдет 15 досок.

Приведенное рассуждение можно заменить следующей записью:

$\frac{3}{5}$ площади пола составляют 9 досок;

$\frac{1}{5}$ » » составляет $\frac{9}{3}$ досок;

$\frac{5}{5}$ » » составляют $\frac{9 \cdot 5}{3} = 15$ (досок).

Вторая задача. Длина части Турксиба, находящейся на территории Казахстана, равна 1125 *км*, что составляет $\frac{3}{4}$ всей его длины. Вычислить длину Турксиба.

Решение. $\frac{3}{4}$ всей длины Турксиба составляют 1125 *км*. Значит, $\frac{1}{4}$ его будет в 3 раза меньше, т. е. $\frac{1125}{3}$ *км*, а весь Турксиб будет в 4 раза больше:

$$\frac{1125 \cdot 4}{3} = 1500 \text{ (км)}.$$

Рассматривая решения приведенных двух задач, выводим правило:

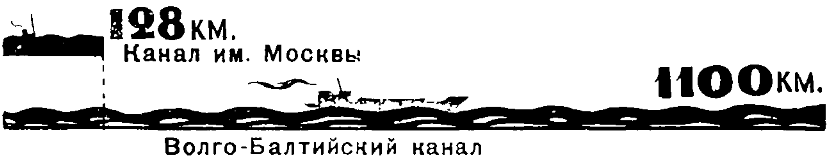
Чтобы найти число по данной величине его дроби, достаточно разделить эту величину на числитель дроби и результат умножить на знаменатель дроби.

УПРАЖНЕНИЯ.

417. (Устно.) 1) $\frac{1}{3}$ всего расстояния между двумя селами составляет 8 *км*. Каково расстояние между селами?

2) В бак налили 15 *л* воды, и при этом бак наполнился на $\frac{3}{5}$ своего объема. Каков объем бака?

3) По данным рисунка составьте задачу и решите ее.



418. (Устно.) 1) Предельный возраст белки 6 лет, что составляет $\frac{3}{5}$ предельного возраста зайца. Каков предельный возраст зайца?

2) Предельный возраст льва 35 лет, что составляет $\frac{7}{10}$ предельного возраста медведя и $\frac{7}{40}$ предельного возраста слона. Каковы предельные возрасты слона и медведя?

419. (Устно.) Найти число:

1) $\frac{2}{5}$ которого составляют 10; 2) $\frac{3}{7}$ которого составляют 21;

3) $\frac{6}{11}$ которого составляют 66; 4) $\frac{15}{22}$ которого составляют 45.

420. Найти число:

1) $\frac{12}{13}$ которого равны 288; 2) $\frac{15}{23}$ которого равны 7;

3) $\frac{11}{25}$ которого равны 1001; 4) $\frac{13}{40}$ которого равны 63.

421. Найти число:

1) $\frac{1}{2}$ которого равна $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{9}{16}$ которого равны $\frac{1}{20}$;

3) $\frac{3}{4}$ которого равны $\frac{3}{14}$; 4) $\frac{13}{18}$ которого равны $53\frac{13}{100}$.

422. Найти число:

1) $\frac{1}{2}$ которого равна $4\frac{1}{4}$; 2) $\frac{2}{3}$ которого равны $5\frac{1}{3}$;

3) $\frac{5}{8}$ которого равны $2\frac{1}{2}$; 4) $\frac{2}{5}$ которого равны $3\frac{3}{4}$.

423. Найти x, если:

1) $\frac{1}{3}\cdot x = \frac{5}{17}$; 2) $\frac{2}{3}\cdot x = \frac{8}{15}$; 3) $\frac{3}{25}\cdot x = \frac{3}{5}$.

424. Найти x, если:

1) $\frac{18}{19}\cdot x = 36$; 2) $\frac{15}{31}\cdot x = 225$; 3) $\frac{5}{7}\cdot x = 4$.

425. Найти x, если:

1) $\frac{5}{9}\cdot x = 1\frac{7}{18}$; 2) $\frac{23}{27}\cdot x = 15\frac{1}{3}$; 3) $\frac{7}{100}\cdot x = 1\frac{92}{125}$.

426. 1) Найти число, $\frac{2}{3}$ которого равны $\frac{3}{4}$ от 160.

2) Найти число, $\frac{2}{5}$ которого равны $\frac{5}{6}$ от 240.

427. 1) На выпечку хлеба израсходовано 224 *кг* муки. Сколько должно получиться хлеба, если вес муки составляет $\frac{7}{10}$ веса хлеба?

2) $\frac{2}{5}$ куска проволоки весят $3\frac{1}{5}$ *кг*. Сколько весил весь кусок проволоки?

428. 1) $\frac{3}{13}$ расстояния от Москвы до Ленинграда составляют 150 *км*. Сколько километров от Москвы до Ленинграда?

2) Ширина Керченского пролива $4\frac{3}{10}$ *км*, что составляет $\frac{1}{20}$ ширины Берингова пролива. Какова ширина Берингова пролива?

429. 1) Столб, врытый в землю на $\frac{2}{13}$ своей длины, возвышается над землей на $5\frac{1}{2}$ *м*. Определить длину столба.

2) Сахарный песок при переработке в рафинад теряет $\frac{2}{15}$ своего веса. Сколько надо взять сахарного песка, чтобы получить 104 *кг* рафинада?

430. Составить задачу, для решения которой требуется разделить: 1) 25 *кг* на $\frac{5}{6}$; 2) 24 руб. на $\frac{2}{3}$; 3) 200 *км* на $\frac{4}{5}$.

2. Деление дробей. Мы знаем, что в множестве натуральных чисел деление есть действие, где по данному произведению двух сомножителей и одному из них находят другой сомножитель (§ 5). Условимся считать это определение справедливым и для дробных чисел.

Мы уже познакомились с делением дроби на натуральное число (§ 19). Рассмотрим еще два случая деления дробей: деление натурального числа на дробь и деление дроби на дробь.

1) *Деление натурального числа на дробь.* Пусть надо 7 разделить на $\frac{2}{3}$, т. е. требуется найти такое число, которое, будучи умножено на $\frac{2}{3}$, даст в результате 7. Обозначим неизвестное число буквой x и запишем решение задачи: $7:\frac{2}{3}=x$. Отсюда по определению деления дробей: $\frac{2}{3}\cdot x=7$.

Значит, $\frac{2}{3}$ неизвестного числа x составляют 7;

$\frac{1}{3}$ неизвестного числа x составляет $\frac{7}{2}$;

$\frac{3}{3}$ неизвестного числа x составляют $\frac{7}{2}\cdot 3=\frac{7\cdot 3}{2}$.

Следовательно, $7:\frac{2}{3}=\frac{7\cdot 3}{2}=\frac{21}{2}=10\frac{1}{2}$.

Чтобы разделить натуральное число на дробь, надо это число умножить на знаменатель данной дроби и полученное произведение взять числителем, а знаменателем сделать числитель данной дроби.

В общем виде это правило записывается так:

$$a : \frac{b}{c} = \frac{ac}{b},$$

где a, b и c — натуральные числа.

2) *Деление дроби на дробь.* Пусть надо $\frac{3}{5}$ разделить на $\frac{2}{3}$, т. е. требуется найти такое число, которое, будучи умножено на $\frac{2}{3}$, даст в результате $\frac{3}{5}$. Обозначим неизвестное частное буквой x и запишем задачу: $\frac{3}{5} : \frac{2}{3} = x$. Отсюда по определению деления дробей $\frac{2}{3} \cdot x = \frac{3}{5}$.

$\frac{2}{3}$ неизвестного числа x составляют $\frac{3}{5}$;

$\frac{1}{3}$ неизвестного числа x составляет $\frac{3}{5 \cdot 2}$;

$\frac{3}{3}$ неизвестного числа x составляют $\frac{3}{5 \cdot 2} \cdot 3 = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 2}$.

Следовательно, $\frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{9}{10}$.

Чтобы разделить дробь на дробь, надо числитель первой дроби умножить на знаменатель второй, а знаменатель первой дроби — на числитель второй и первое произведение взять числителем, а второе — знаменателем.

В общем виде это правило записывается так:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc},$$

где a, b, c и d — натуральные числа.

Если в делении участвуют смешанные числа, то предварительно их обращают в неправильные дроби и затем производят деление по правилам деления дробей.

Примеры. $2 : 3\frac{1}{3} = 2 : \frac{10}{3} = \frac{2 \cdot 3}{10} = \frac{3}{5}$;

$$7\frac{3}{4} : 5\frac{1}{2} = \frac{31}{4} : \frac{11}{2} = \frac{31 \cdot 2}{4 \cdot 11} = \frac{31}{22} = 1\frac{9}{22}.$$

Напоминаем, что как при умножении, так и при делении дробей сокращать дроби надо (если это возможно) до вычисления произведений числителей и знаменателей.

3. Взаимно обратные числа.

Две дроби, у которых числитель первой дроби является знаменателем второй, а знаменатель первой является числителем второй, называются взаимно обратными.

Например: $\frac{3}{4}$, а обратная ей дробь $\frac{4}{3}$; $\frac{8}{5}$, а обратная — $\frac{5}{8}$.

Так как мы можем считать, что натуральное число имеет знаменатель 1, то и натуральное число имеет себе обратное число.

5 имеет обратное число $\frac{1}{5}$; 12, а обратное — $\frac{1}{12}$.

Легко подметить свойство взаимно обратных чисел.

Произведение взаимно обратных чисел равно 1.

Примеры. $\frac{5}{6}\cdot\frac{6}{5}=\frac{5\cdot6}{6\cdot5}=1$; $1\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{7}=1$; $\frac{1}{5}\cdot5=1$.

4. Замена деления умножением. Если взять выражение $\frac{4\cdot5}{6}$ и поставить вопрос: откуда получен такой результат — от деления на дробь или от умножения на дробь, то определенный ответ нельзя дать. Результат $\frac{4\cdot5}{6}$ может получиться, например, от умножения 4 на $\frac{5}{6}$ и от деления 4 на $\frac{6}{5}$. В обоих случаях получается один и тот же ответ. Поэтому мы можем сказать: деление одного числа на другое можно заменить умножением делимого на число, обратное делителю.

Приведем примеры, иллюстрирующие это правило:

$$\frac{5}{6}:4=\frac{5}{6\cdot4}=\frac{5}{24}; \qquad \frac{7}{8}:\frac{3}{4}=\frac{7\cdot4}{8\cdot3}=\frac{28}{24}=1\frac{1}{6};$$

$$\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{4}=\frac{5}{6\cdot4}=\frac{5}{24}; \qquad \frac{7}{8}\cdot\frac{4}{3}=\frac{7\cdot4}{8\cdot3}=\frac{28}{24}=1\frac{1}{6}.$$

Чтобы разделить одно число на другое, достаточно делимое умножить на число, обратное делителю.

Таким образом, это одно правило охватывает все случаи деления дробей.

УПРАЖНЕНИЯ.

431. Какова скорость поезда в час, если он проходит:

1) в 2 часа 100 *км*? 2) в $\frac{1}{2}$ часа 30 *км*?

3) в $\frac{3}{4}$ часа 45 *км*? 4) в $\frac{2}{5}$ часа 20 *км*?

Выполнить деление:

432. 1) $4:\frac{2}{3}$; 2) $8:\frac{4}{5}$; 3) $16:\frac{6}{7}$; 4) $25:\frac{10}{11}$;

5) $121:\frac{11}{12}$; 6) $48:\frac{36}{37}$; 7) $24:\frac{6}{7}$; 8) $0:\frac{8}{9}$.

433. 1) $1:1\frac{1}{4}$; 2) $3:1\frac{1}{2}$; 3) $12:2\frac{2}{3}$; 4) $1:3\frac{5}{6}$;

5) $45:3\frac{1}{3}$; 6) $0:4\frac{8}{9}$; 7) $120:1\frac{4}{5}$; 8) $320:3\frac{1}{5}$.

434. Найти числа, обратные данным:

$5;\ 7;\ 1;\ \frac{1}{2};\ \frac{1}{10};\ \frac{2}{5};\ \frac{13}{15};\ 1\frac{1}{2};\ 3\frac{4}{5};\ 15\frac{1}{3}.$

435. Выполнить деление, заменив его умножением:

1) $\frac{3}{4}:\frac{1}{2}$; 2) $1\frac{1}{35}:18$; 3) $56:\frac{14}{15}$;

4) $2\frac{34}{57}:\frac{37}{38}$; 5) $6\frac{5}{19}:\frac{17}{38}$; 6) $\frac{22}{51}:7\frac{2}{17}$.

436. Выполнить деление:

1) $\frac{1}{2}:\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{9}:\frac{1}{99}$; 3) $\frac{1}{2}:\frac{3}{10}$; 4) $\frac{2}{3}:\frac{5}{12}$;

5) $\frac{1}{17}:\frac{3}{85}$; 6) $\frac{5}{8}:\frac{5}{12}$; 7) $\frac{8}{9}:\frac{9}{10}$; 8) $\frac{5}{6}:\frac{19}{24}$.

437. 1) $1\frac{1}{2}:2\frac{1}{2}$; 2) $1\frac{2}{3}:1\frac{1}{9}$; 3) $8\frac{2}{5}:1\frac{1}{20}$;

4) $12\frac{2}{5}:3\frac{1}{10}$; 5) $20\frac{2}{7}:10\frac{1}{7}$; 6) $4\frac{5}{23}:1\frac{3}{23}$;

7) $20\frac{5}{8}:13\frac{3}{4}$; 8) $8\frac{6}{57}:12\frac{3}{19}$.

438. Найти число:

1) $\frac{4}{9}$ которого равны $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{11}{36}$ которого равны $\frac{7}{6}$;

3) $3\frac{1}{2}$ которого равны $1\frac{2}{3}$;

4) $1\frac{1}{20}$ которого равны $12\frac{3}{5}$.

439. Найти x, если:

1) $\frac{3}{5}\cdot x=\frac{3}{10}$; 2) $\frac{6}{7}\cdot x=\frac{18}{23}$;

3) $2\frac{1}{2}\cdot x=\frac{5}{6}$; 4) $3\frac{8}{9}\cdot x=5\frac{5}{6}$.

440. Составить задачу, для решения которой требовалось бы разделить:

1) $\frac{1}{4}$ *кг* на 3; 2) $\frac{3}{4}$ *кг* на $\frac{1}{2}$ *кг*; 3) $\frac{5}{6}$ *га* на $\frac{3}{4}$ *га*.

441. Выполнить деление:

1) $\dfrac{8\frac{1}{2}}{15:\frac{5}{17}}$; 2) $\dfrac{4\frac{4}{5}:\frac{4}{17}}{3\frac{2}{5}}$; 3) $\dfrac{11\frac{1}{3}:\frac{4}{21}}{4\frac{1}{4}}$;

4) $\dfrac{\frac{28}{29}:\frac{4}{29}}{\frac{7}{9}:\frac{1}{9}}$; 5) $8\frac{13}{16}:\frac{47}{64}:1\frac{1}{35}:3\frac{1}{2}$.

442. 1) Если неизвестное число умножить на $\frac{2}{5}$, то получится 10. Найти неизвестное число.

2) На какое число надо умножить $9\frac{3}{4}$, чтобы получить $7\frac{1}{11}$?

443. Не выполняя деления, определить, что больше:

1) 5 или $5:\frac{3}{4}$? 2) 3 или $3:\frac{8}{7}$?

3) $\frac{3}{5}$ или $\frac{3}{5}:\frac{1}{2}$? 4) $1\frac{1}{3}$ или $1\frac{1}{3}:\frac{2}{5}$?

444. 1) За сколько времени можно пройти $14\frac{2}{5}$ *км*, если идти со средней скоростью $4\frac{1}{2}$ *км* в час?

2) Рабочий побелил стену за $3\frac{3}{5}$ часа. Какую часть стены он обрабатывал за час?

445. 1) Рабочий за 2 часа выполнил $\frac{3}{5}$ всей работы. Сколько времени потребуется ему для выполнения всей работы?

2) Тракторист вспахал $\frac{4}{5}$ площади отведенного ему участка за 1 час 36 мин. Через сколько времени он закончит пахоту оставшейся площади участка?

446. 1) Велосипедист проезжает 1 *км* за 5 мин., а пешеход проходит $2\frac{1}{4}$ *км* за полчаса. Во сколько раз скорость велосипедиста больше скорости пешехода? Какую часть скорости велосипедиста составляет скорость пешехода?

2) Первая труба наполняет бассейн за $2\frac{1}{2}$ часа, а вторая — за $3\frac{3}{4}$ часа. За сколько времени обе трубы наполнят бассейн, если будут открыты одновременно?

447. 1) Когда турист проехал $\frac{3}{8}$ всего пути между двумя городами, то до половины пути ему осталось проехать 15 *км*. Найти расстояние между городами.

2) Когда с продовольственной базы перевезли в магазины $\frac{5}{12}$ всего запаса крупы, то на базе осталось на 5 *ц* больше половины всего запаса крупы. Сколько крупы было на базе?

448. 1) Земля при своем движении вокруг Солнца проходит примерно путь в 900 000 000 *км* за 1 год $\left(365\frac{1}{4}\text{ суток}\right)$. Какое расстояние проходит Земля за 1 сутки? за 10 суток? за 1 час?

2) Длина орбиты Луны вокруг Земли (линия, по которой движется Луна) примерно 2 400 000 *км*. Какое расстояние проходит Луна за 1 сутки, если полный оборот вокруг Земли она

совершает за $27\frac{1}{3}$ суток? Какое расстояние пройдет Луна за 4 суток? за 1 час?

5. Свойства деления дробей. 1) Из свойств деления натуральных чисел мы знаем: чтобы разделить произведение на некоторое число, достаточно разделить один из сомножителей на это число, а затем полученное частное умножить на остальные сомножители.

Проверим справедливость этого свойства деления для дробей. Надо показать, что

$$\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\right):\frac{6}{7}=\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{4}{5}:\frac{6}{7}\right).$$

На основании правила деления дробей имеем:

$$\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\right):\frac{6}{7}=\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{7}{6}.$$

На основании сочетательного свойства умножения:

$$\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{7}{6}=\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{4}{5}\cdot\frac{7}{6}\right)$$

и на основании правила деления дробей запишем:

$$\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{4}{5}\cdot\frac{7}{6}\right)=\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{4}{5}:\frac{6}{7}\right).$$

Этим свойством пользуются для ускорения вычислений.

Пример. $\left(\frac{48}{53}\cdot\frac{13}{15}\right):\frac{24}{53}=\left(\frac{48}{53}:\frac{24}{53}\right)\cdot\frac{13}{15}=2\cdot\frac{13}{15}=\frac{26}{15}=1\frac{11}{15}.$

2) Чтобы разделить сумму чисел на число, достаточно разделить каждое из данных чисел на это число и полученные частные сложить.

Проверим справедливость этого свойства.

Надо показать, что

$$\left(\frac{4}{5}+\frac{2}{3}\right):\frac{7}{8}=\frac{4}{5}:\frac{7}{8}+\frac{2}{3}:\frac{7}{8}.$$

На основании деления дробей имеем:

$$\left(\frac{4}{5}+\frac{2}{3}\right):\frac{7}{8}=\left(\frac{4}{5}+\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{8}{7}.$$

На основании распределительного закона умножения запишем:

$$\left(\frac{4}{5}+\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{8}{7}=\frac{4}{5}\cdot\frac{8}{7}+\frac{2}{3}\cdot\frac{8}{7}.$$

И на основании правила деления дробей имеем:

$$\frac{4}{5}\cdot\frac{8}{7}+\frac{2}{3}\cdot\frac{8}{7}=\frac{4}{5}:\frac{7}{8}+\frac{2}{3}:\frac{7}{8}.$$

Пример. $15\frac{5}{12}:5=\left(15+\frac{5}{12}\right):5=3+\frac{1}{12}=3\frac{1}{12}.$

Аналогично можно показать справедливость этого свойства для деления разности.

3) Если делимое и делитель умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю, то частное останется без изменения.

Проверьте это свойство на примере:

$$3\frac{1}{2}:2=\left(3\frac{1}{2}:5\right):(2:5).$$

Все правила о зависимости между данными и результатами действий при умножении и делении натуральных чисел (§ 6) остаются справедливыми и для дробных чисел.

УПРАЖНЕНИЯ.

449. Выполнить указанные действия:

1) $\dfrac{4\frac{1}{2}\cdot 5\frac{2}{3}}{6\frac{3}{4}}$; 2) $\dfrac{4\frac{1}{4}}{11\frac{1}{3}\cdot 5\frac{1}{4}}$; 3) $\dfrac{22\cdot\frac{8}{33}}{15:\frac{5}{8}}:\dfrac{2\frac{1}{3}:3\frac{1}{2}}{3\frac{1}{8}\cdot 1\frac{3}{5}}$;

4) $\dfrac{1:1\frac{1}{15}}{3\frac{1}{8}:6\frac{2}{3}}:\dfrac{4\frac{7}{8}:13}{5:1\frac{7}{8}}$; 5) $\dfrac{4\frac{1}{12}\cdot 8\frac{6}{7}:7\frac{2}{3}}{6\frac{1}{4}\cdot 1\frac{2}{5}\cdot 5\frac{3}{4}}:\dfrac{3\frac{4}{9}\cdot 7\frac{1}{5}}{5\frac{1}{7}\cdot 7}$.

450. Найти x:

1) $9\frac{3}{4}\cdot x=7\frac{1}{11}$; 2) $x:2\frac{3}{4}=9\frac{5}{8}$;

3) $x:\frac{7}{8}=3\frac{3}{7}$; 4) $2\frac{2}{3}\cdot x:\frac{4}{5}=25$;

5) $7\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot x=22\frac{1}{2}$; 6) $\frac{2}{3}\cdot x\cdot\frac{1}{3}=8.$

451. 1) Какое число надо умножить на $\frac{6}{7}$, чтобы получить $1\frac{3}{5}$?

2) На какое число надо умножить $2\frac{1}{3}$, чтобы получить 1?

452. 1) От умножения $\frac{1}{2}$ неизвестного числа на $\frac{3}{4}$ получили 30. Найти неизвестное число.

2) От деления $\frac{2}{3}$ неизвестного числа на $1\frac{3}{5}$ получили 25. Найти неизвестное число.

453. (Устно.) Как изменится произведение двух чисел, если:

1) одно из них умножить на $\frac{1}{3}$? на $\frac{2}{5}$? на $\frac{3}{7}$?

2) одно из них разделить на $\frac{1}{5}$? на $\frac{5}{6}$? на $1\frac{2}{3}$?

454. (Устно.) Как изменится частное, если:

1) делимое умножить на $2\frac{1}{3}$?

2) делимое разделить на $5\frac{1}{2}$?

3) делитель умножить на $1\frac{1}{2}$?

4) делитель разделить на $10\frac{2}{5}$?

5) делимое и делитель умножить на $3\frac{1}{2}$?

455. Как изменится произведение двух чисел, если:

1) множимое умножить на $\frac{2}{5}$, а множитель — на $1\frac{1}{2}$?

2) множимое умножить на $2\frac{1}{2}$, а множитель разделить на $\frac{1}{2}$?

3) множимое разделить на $\frac{5}{8}$, а множитель умножить на $\frac{4}{5}$?

4) множимое разделить на $3\frac{1}{2}$, а множитель — на $\frac{1}{2}$?

456. Как изменится частное, если:

1) делимое и делитель умножить на $1\frac{1}{3}$?

2) делимое умножить на $\frac{2}{3}$, а делитель — на $\frac{1}{3}$?

3) делимое разделить на $1\frac{1}{2}$, а делитель — на $2\frac{1}{2}$?

4) делимое умножить на $\frac{3}{4}$, а делитель разделить на $\frac{1}{2}$?

457. 1) К какому числу надо прибавить $1\frac{1}{2}$, чтобы получить удвоенное взятое число?

2) К какому числу надо прибавить $3\frac{1}{3}$, чтобы получить утроенное взятое число?

Контрольное задание к § 20.

1) Найти частное от деления $125\frac{5}{9}$ на 25, пользуясь свойством деления суммы на число.

2) Вычислить: $\dfrac{4\frac{1}{5}\cdot 12\frac{2}{3}}{5\frac{1}{3}}$.

3) Скорость света в одну секунду 300 000 *км*. Расстояние от Солнца до Земли свет проходит за $8\frac{1}{3}$ мин. Чему равно расстояние от Земли до Солнца?

4) Слесарь делает 32 детали за 5 час. За сколько времени, работая с той же производительностью, он изготовит 48 деталей?

5) За $7\frac{1}{2}$ месяцев мартеновская печь дала 625 плавок. Сколько еще плавок даст печь до конца года, если будет работать с той же производительностью?

§21 РЕШЕНИЕ ПРИМЕРОВ И ЗАДАЧ НА ВСЕ ДЕЙСТВИЯ С ОБЫКНОВЕННЫМИ ДРОБЯМИ.

При вычислении дробных выражений, кроме твердого знания правил действий над дробями, надо строго соблюдать правила о **порядке** действий. Правила о порядке действий над дробями те же, что и правила о порядке действий над натуральными числами.

Напомним главные из них:

1. Если в выражении имеются действия одной ступени, то вычисления ведутся в порядке их записи:

Пример. $2\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{3}{4}=2\frac{2}{4}+\frac{1}{4}-\frac{3}{4}=2\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=2.$

2. Если в выражении имеются действия первой и второй ступеней, то вначале выполняются действия второй ступени, а потом — первой ступени.

Пример. $2\frac{1}{2}+3\cdot\frac{1}{2}-1:\frac{4}{5}=2\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}-1\frac{1}{4}=$
$=4-1\frac{1}{4}=2\frac{3}{4}.$

3. Если в выражении имеются скобки, то вначале выполняют действия в круглых скобках, затем в квадратных, затем в фигурных и, наконец, без скобок.

Пример (ограничимся только квадратными скобками):

$$\left[5\frac{2}{3}+8\frac{2}{5}\cdot\left(10\frac{5}{6}-3\frac{3}{4}\right)\right]\cdot\frac{3}{17}.$$

Вычисляем последовательно:

1) $10\frac{5}{6}-3\frac{3}{4}=10\frac{10}{12}-3\frac{9}{12}=7\frac{1}{12}$;

2) $8\frac{2}{5}\cdot7\frac{1}{12}=\frac{42\cdot85}{5\cdot12}=\frac{7\cdot17}{1\cdot2}=\frac{119}{2}=59\frac{1}{2}$;

3) $5\frac{2}{3}+59\frac{1}{2}=5\frac{4}{6}+59\frac{3}{6}=64\frac{7}{6}=65\frac{1}{6}$;

4) $65\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{17}=\frac{391\cdot3}{6\cdot17}=\frac{23\cdot1}{2\cdot1}=\frac{23}{2}=11\frac{1}{2}$.

Ответ. $11\frac{1}{2}$.

При решении примеров на все действия с обыкновенными дробями надо внимательно посмотреть на числа и знаки действий между ними и наметить план решения.

При составлении плана надо:

а) Избрать наиболее целесообразный прием решения, например, пусть надо вычислить:

$$8\frac{3}{5}+1\frac{1}{2}:1\frac{3}{4}+2\frac{2}{5}.$$

Этот пример можно решить так:

1) $1\frac{1}{2}:1\frac{3}{4}=\frac{3}{2}:\frac{7}{4}=\frac{3\cdot 4}{2\cdot 7}=\frac{6}{7}$.

2) $8\frac{3}{5}+\frac{6}{7}+2\frac{2}{5}=10\frac{21+30+14}{35}=10\frac{65}{35}=11\frac{30}{35}=$
$=11\frac{6}{7}$.

Но целесообразнее решить так:

1) $1\frac{1}{2}:1\frac{3}{4}=\frac{3}{2}:\frac{7}{4}=\frac{3\cdot 4}{2\cdot 7}=\frac{6}{7}$;

2) $8\frac{3}{5}+2\frac{2}{5}=10\frac{5}{5}=11$;

3) $11+\frac{6}{7}=11\frac{6}{7}$.

б) Не производить с дробями операций, которые усложняют вычисления, например:

$$\left(12:3\frac{3}{5}-\frac{2}{3}\right):\frac{2}{3}.$$

Этот пример можно решить так:

1) $12:3\frac{3}{5}=12:\frac{18}{5}=\frac{12\cdot 5}{18}=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$;

2) $3\frac{1}{3}-\frac{2}{3}=2\frac{4-2}{3}=2\frac{2}{3}$;

3) $2\frac{2}{3}:\frac{2}{3}=\frac{8}{3}:\frac{2}{3}=\frac{8\cdot 3}{3\cdot 2}=4$.

Целесообразнее решить этот пример так:

1) $12:3\frac{3}{5}=12:\frac{18}{5}=\frac{12\cdot 5}{18}=\frac{10}{3}$;

2) $\frac{10}{3}-\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$; 3) $\frac{8}{3}:\frac{2}{3}=\frac{8\cdot 3}{3\cdot 2}=4$.

Из рассмотрения приведенных решений надо сделать вывод, что если в последующей операции надо выполнять действие деления или умножения, то выгоднее не исключать целое число.

в) Выполнять действия устно, где представляется возможность, например:

$$14-\underbrace{\left(10\frac{11}{13}-5\frac{9}{13}\right)}_{\text{устно}}\cdot 2=14-\underbrace{5\frac{2}{13}\cdot 2}_{\text{устно}}=\underbrace{14-10\frac{4}{13}}_{\text{устно}}=3\frac{9}{13}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

Выполнить указанные действия:

458. 1) $2:\frac{3}{5}+\frac{3}{5}:2+1\frac{1}{2}:6+6:1\frac{1}{2}$;

2) $6\frac{1}{4}\cdot 8-3\frac{2}{3}\cdot 5\frac{1}{2}+2\frac{2}{5}\cdot 4\frac{7}{12}$;

3) $2\frac{1}{2}\cdot 48-3\frac{2}{3}:\frac{1}{18}+5\frac{5}{12}:\frac{7}{36}$;

4) $13\frac{1}{2}:1\frac{1}{3}+16\frac{1}{2}\cdot 1\frac{5}{11}+19\frac{1}{4}:\frac{4}{25}$.

459. 1) $\left(3\frac{1}{2}-2\frac{2}{3}+5\frac{5}{6}+4\frac{3}{5}\right)\cdot 24$;

2) $\left(5\frac{3}{8}+18\frac{1}{2}-7\frac{5}{24}\right):16\frac{2}{3}$;

3) $\left(12\frac{5}{12}+1\frac{2}{3}-3\frac{5}{6}+2\frac{3}{4}\right):\left(2\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}-\frac{7}{9}\right)$;

4) $48\frac{3}{5}:6\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{12}-2\frac{5}{6}+1\frac{75}{94}\cdot\left(1\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}-13:26\right)$.

460. 1) $\left(\frac{5}{7}\cdot 2\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{6}-1\right):\left(1-\frac{7}{8}\cdot 1\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{14}\right)$;

2) $\left(8\frac{7}{15}-3\frac{3}{4}+4\frac{2}{5}-8\frac{7}{60}\right):\left(4\frac{1}{4}-2\frac{3}{4}\right)$;

3) $\left(1\frac{8}{13}\cdot\frac{13}{42}+5\frac{5}{7}:\frac{8}{21}\right):\left(8\frac{1}{8}+3\frac{1}{2}\right)$;

4) $2\frac{3}{5}:6\frac{1}{15}+1\frac{1}{14}-1\frac{39}{73}\cdot\left(5\frac{5}{7}-5\frac{1}{16}\right)$.

461. 1) $\dfrac{12\frac{4}{5}\cdot 3\frac{3}{4}-4\frac{4}{11}\cdot 4\frac{1}{8}}{11\frac{2}{3}:2\frac{4}{7}}$; 2) $\dfrac{28\frac{4}{5}:13\frac{5}{7}+6\frac{3}{5}:\frac{2}{3}}{1\frac{11}{16}:2\frac{1}{4}}$;

3) $\dfrac{2\frac{3}{8}:\frac{3}{4}+24\frac{7}{9}}{7\frac{1}{8}-157\frac{4}{5}:24}$; 4) $\dfrac{\left(1\frac{1}{2}+2\frac{2}{3}+3\frac{3}{4}\right)\cdot 3\frac{3}{5}}{14-15\frac{1}{8}:2\frac{1}{5}}$.

462. 1) $\left[\left(\frac{15}{28}-\frac{11}{36}\right)\cdot\frac{21}{29}+6\frac{6}{7}:\frac{16}{21}\right]:16\frac{1}{2}$;

2) $\left[\left(4\frac{5}{7}-1\frac{11}{14}\right)\cdot 4\frac{2}{3}+\left(3\frac{2}{9}-1\frac{5}{6}\right)\cdot\frac{18}{25}\right]:2\frac{3}{4}$;

3) $1\frac{9}{40}\cdot\left[7\frac{5}{7}:3\frac{3}{5}-\left(\frac{53}{56}-\frac{29}{35}\right):\frac{33}{40}\right]$;

4) $\left[\left(5\frac{5}{9}-\frac{7}{18}\right):35+\left(\frac{40}{63}-\frac{8}{21}\right):20+\left(\frac{83}{90}-\frac{41}{50}\right):2\right]\cdot 35$.

463. 1) $\left(20\frac{8}{15}\cdot 7\frac{1}{2}-54\frac{3}{5}:2\frac{1}{2}\right):\left(3\frac{13}{21}\cdot 8\frac{2}{5}-29\frac{2}{5}\right)-$
$-\frac{5}{6}\cdot 1\frac{1}{5}+\frac{21}{25}$;

2) $\frac{7}{9}\cdot 1\frac{2}{7}+43\frac{3}{4}:11\frac{2}{3}-3\frac{18}{25}+1\frac{1}{45}\times$
$\times\left(37\frac{1}{2}:2\frac{1}{12}-1\frac{3}{23}\cdot 9\right)+\frac{47}{100}$;

3) $11\frac{2}{5}+7\frac{1}{2}\cdot\left(285\frac{3}{5}:14-1\frac{23}{30}+\frac{13}{50}\right):\left(24\frac{2}{5}-10\frac{23}{100}\right)$;

4) $\frac{2}{5}+2\frac{4}{9}:\left[\left(7\frac{5}{12}-5\frac{3}{4}\right):22\frac{1}{2}+10\cdot\frac{5}{18}\right]-\frac{4}{5}$.

464. 1) $\dfrac{14\frac{4}{5}-6\frac{11}{12}+12\frac{3}{4}-7\frac{2}{15}}{10\frac{2}{3}-3\frac{11}{12}}+2\frac{2}{3}\cdot 3\frac{3}{4}$;

2) $\dfrac{1\frac{9}{16}\cdot 3\frac{1}{5}+16\frac{2}{3}-9:2\frac{2}{5}}{17\frac{7}{12}-6\frac{1}{3}}+\dfrac{12\frac{2}{3}-61\frac{1}{2}:6\frac{3}{4}}{2\frac{2}{3}}$;

3) $\dfrac{36\frac{2}{3}:15+8\frac{2}{3}\cdot 7}{12\frac{1}{3}+8\frac{6}{7}:2\frac{4}{7}}+\dfrac{2\frac{3}{8}:\frac{3}{4}+24\cdot\frac{7}{9}}{7\frac{2}{3}-157\frac{4}{5}:24}$;

4) $\dfrac{\left(9\frac{1}{4}-7\frac{2}{5}\right)\cdot 2\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}}{\left(3\frac{1}{8}+4\frac{3}{20}-1\frac{5}{48}-5\frac{2}{5}\right):3\frac{1}{12}}+\dfrac{6-4\cdot\frac{1}{10}}{7+1:\frac{3}{7}}$.

465. 1) $\dfrac{\left(9-5\frac{3}{8}\right)\cdot\left[4\frac{5}{12}-4:2\frac{2}{3}+\left(\frac{3}{10}-\frac{1}{2}:4\right)\cdot\frac{4}{7}\right]}{\frac{1}{24}+\frac{1}{4}:13\frac{1}{3}}$;

2) $\left[\dfrac{\left(3\frac{2}{5}+1\frac{5}{7}\right)\cdot 11\frac{2}{3}}{1\frac{2}{9}-1\frac{1}{18}}-\dfrac{\left(10\frac{3}{4}-1\frac{5}{6}\right)\cdot 6}{\left(5\frac{3}{20}-4\frac{1}{4}\right)\cdot 1\frac{1}{9}}\right]:42\frac{1}{2}$;

3) $\dfrac{\left[\left(\frac{23}{36}+\frac{31}{63}\right)-\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{21}\right)\right]\cdot 48:\left(\frac{3}{5}:\frac{7}{8}\right)}{\left(\frac{19}{26}+\frac{14}{39}-\frac{1}{6}\right)\cdot 54\frac{1}{6}:\left(8\frac{4}{7}:\frac{12}{35}\right)}$;

4) $3\frac{1}{4}-\left[\dfrac{6:\frac{3}{5}-1\frac{1}{6}:\frac{6}{7}}{4\frac{1}{5}\cdot\frac{10}{11}+5\frac{2}{11}}-\dfrac{\left(\frac{3}{20}+\frac{1}{2}-\frac{1}{15}\right)\cdot\frac{12}{49}}{3\frac{1}{3}+\frac{2}{9}}\right]\cdot 2\frac{1}{3}$.

466. Найти x, если:

1) $\frac{3}{8}\cdot x+25=100$; 2) $\frac{1}{9}\cdot x-20=56$;

3) $\frac{7}{15}\cdot x-50\frac{3}{4}=19\frac{1}{4}$; 4) $40-\frac{3}{8}\cdot x=35\frac{1}{2}$;

5) $\left(2\frac{4}{5}\cdot x-50\right):\frac{2}{3}=51$; 6) $\left(4\frac{1}{2}-2\cdot x\right)\cdot 3\frac{2}{3}=\frac{11}{15}$.

467. 1) Если к $\frac{3}{10}$ неизвестного числа прибавить $10\frac{1}{2}$, то получится $13\frac{1}{2}$. Найти неизвестное число.

2) Если от $\frac{7}{10}$ неизвестного числа вычесть $10\frac{1}{2}$, то получится $15\frac{2}{5}$. Найти неизвестное число.

468. 1) Если от $\frac{3}{4}$ неизвестного числа вычесть 10 и полученную разность умножить на 5, то получится 100. Найти число.

2) Если неизвестное число увеличить на $\frac{2}{3}$ его, то получится 60. Какое это число?

469. 1) Если к неизвестному числу прибавить столько же да еще $20\frac{1}{3}$, то получится $105\frac{2}{5}$. Найти неизвестное число.

2) Если к неизвестному числу прибавить его четверть да еще $2\frac{2}{5}$, то получится $53\frac{2}{5}$. Найти неизвестное число.

470. 1) Если от половины неизвестного числа отнять его треть, то получится $\frac{2}{5}$. Найти неизвестное число.

2) Если к неизвестному числу прибавить его треть, а затем его четверть, то получится 1. Найти неизвестное число.

1. Задачи на нахождение дроби числа. Повторите из § 18 вопрос о нахождении дроби числа.

Задача. «При обычном размоле пшеницы получается: муки $\frac{4}{5}$ всего количества, манной крупы $\frac{1}{50}$, а остальную часть составляют отруби. Сколько муки, манной крупы и отрубей можно получить из 3 *т* пшеницы?»

Решение. Сначала найдем $\frac{1}{5}$ всего количества пшеницы, а затем такие же 4 части, т. е. $\frac{4}{5}$ от 3 *т*. Далее найдем количество манной крупы $\left(\frac{1}{50} \text{ от } 3\ т\right)$ и затем — количество отрубей.

Это решение можно записать так:

1) $3\ т \cdot \frac{4}{5} = 2\frac{2}{5}\ т$; из 3 *т* пшеницы будет получено $2\frac{2}{5}$ *т* муки.

2) $3\ т \cdot \frac{1}{50} = \frac{3}{50}\ т$; из 3 *т* пшеницы будет получено $\frac{3}{50}$ *т* крупы.

3) $1-\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{50}\right)=\frac{9}{50}$; $\frac{9}{50}$ от всего количества пшеницы превращается в отруби.

4) $3\ т\cdot\frac{9}{50}=\frac{27}{50}\ т$; из 3 *т* пшеницы получено $\frac{27}{50}$ *т* отрубей.

Ответ. $2\frac{2}{5}\ т$; $\frac{3}{50}\ т$; $\frac{27}{50}\ т$.

471. 1) Урожай картофеля при квадратно-гнездовой посадке составляет в среднем 150 *ц* с 1 *га*, а при обычной посадке $\frac{3}{5}$ этого количества. На сколько больше можно собрать картофеля с площади в 15 *га*, если картофель сажать квадратно-гнездовым способом?

2) Опытный рабочий изготовил за 1 час 18 деталей, а малоопытный — $\frac{2}{3}$ этого количества. На сколько больше деталей изготовит опытный рабочий за 7-часовой рабочий день?

472. 1) В трех гаражах помещается 460 машин. Число машин, помещающихся в первом гараже, составляет $\frac{3}{4}$ числа машин, помещающихся во втором, а в третьем гараже в $1\frac{1}{2}$ раза больше машин, чем в первом. Сколько машин помещается в каждом гараже?

2) На заводе, имеющем три цеха, работает 6000 рабочих. Во втором цехе работает в $1\frac{1}{2}$ раза меньше, чем в первом, а число рабочих третьего цеха составляет $\frac{5}{6}$ числа рабочих второго цеха. Сколько рабочих в каждом цехе?

473. 1) Пионеры собрали в течение трех дней 56 *кг* разных семян. В первый день было собрано $\frac{3}{14}$ всего количества, во второй — в полтора раза больше, а в третий день — все остальное. Сколько килограммов семян собрали пионеры в третий день?

2) Четыре звена пионеров собрали 602 *кг* железного лома. Первое звено собрало $\frac{3}{14}$ всего количества лома, второе — в $1\frac{1}{2}$ раза больше, третье — $\frac{4}{5}$ того, что собрали первые два звена вместе, и четвертое — остальное. Сколько килограммов железа собрало каждое пионерское звено?

2. Задачи на нахождение числа по его дроби. Повторите из § 6 вопрос о нахождении числа по данной его дроби.

Задача. «Выход масла из сливок составляет $\frac{2}{9}$ веса сливок, а выход сливок из молока составляет $\frac{4}{25}$ веса молока. Сколько требуется молока, чтобы получить 1 *ц* масла?»

Решение. Количество масла является частью (дробью) количества молока, а если мы будем знать, какую часть молока составляет масло, то, зная количество масла, найдем количество молока. Примем за единицу искомое количество молока.

1) $1 \cdot \frac{4}{25} = \frac{4}{25}$; $\frac{4}{25}$ количества молока составляют сливки.

2) $\frac{4}{25} \cdot \frac{2}{9} = \frac{8}{225}$; $\frac{8}{225}$ количества молока составляет масло.

3) $1\ ц : \frac{8}{225} = \frac{225}{8}\ ц = 28\frac{1}{8}\ ц$ молока требуется для получения 1 *ц* масла.

Ответ. $28\frac{1}{8}$ *ц*.

УПРАЖНЕНИЯ.

474. 1) Из резервуара с керосином отлили вначале $\frac{2}{5}$, потом $\frac{1}{3}$ всего керосина, и после этого в резервуаре осталось 8 *т* керосина. Сколько керосина было в резервуаре первоначально?

2) Велосипедисты участвовали в гонках три дня. В первый день велосипедисты проехали $\frac{4}{15}$ всего пути, во второй — $\frac{2}{5}$, а в третий день — оставшиеся 100 *км*. Какой путь проехали велосипедисты за три дня?

475. 1) Ледокол три дня пробивался через ледяное поле. В первый день он прошел $\frac{1}{2}$ всего пути, во второй день — $\frac{3}{5}$ оставшегося пути и в третий день — остальные 24 *км*. Найти длину пути, пройденного ледоколом за три дня.

2) Три отряда школьников сажали деревья. Первый отряд посадил $\frac{7}{20}$ всех деревьев, второй — $\frac{5}{8}$ оставшихся деревьев, а третий — остальные 195 деревьев. Сколько всего деревьев посадили три отряда?

476. 1) Комбайнер убрал урожай пшеницы с одного участка за три дня. В первый день он убрал урожай с $\frac{5}{18}$ всей площади участка, во второй день — с $\frac{7}{13}$ оставшейся площади и в третий день — с остальной площади в $30\frac{1}{2}$ *га*. В среднем с каждого гектара собрано 20 *ц* пшеницы. Сколько пшеницы было собрано со всего участка?

2) Участники автопробега в первый день прошли $\frac{3}{11}$ всего пути, во второй день — $\frac{7}{20}$ оставшегося пути, в третий день — $\frac{5}{13}$ нового остатка, а в четвертый день — остальные 320 *км*. Как велик путь автопробега?

3. Задачи на нахождение среднего арифметического. Повторите из § 9 понятие о среднем арифметическом нескольких чисел.

З а д а ч а. «За натирку полов в квартире, в которой жили три семьи, было уплачено 4 руб. 16 коп. Первая семья занимала площадь в $36\frac{1}{2}$ *кв. м*, вторая — $24\frac{1}{2}$ *кв. м*, а третья — 43 *кв. м*. Сколько уплатила каждая семья?»

Р е ш е н и е. Зная, сколько стоит натирка 1 *кв. м* пола, легко найти стоимость натирки пола жилой площади каждой семьи. Запишем решение задачи.

1) Какова площадь пола всей квартиры, исключая места общего пользования?

$$36\frac{1}{2} + 24\frac{1}{2} + 43 = 104 \ (\textit{кв. м}).$$

2) Сколько стоит натирка 1 *кв. м* пола?

$$416 : 104 = 4 \ (\text{коп.}).$$

3) Сколько уплатила первая семья?

$$4 \cdot 36\frac{1}{2} = 146 \text{ (коп.) или 1 руб. 46 коп.}$$

4) Сколько уплатила вторая семья?

$$4 \cdot 24\frac{1}{2} = 98 \text{ (коп.).}$$

5) Сколько уплатила третья семья?

$$4 \cdot 43 = 172 \text{ (коп.) или 1 руб. 72 коп.}$$

Проверка: $146 + 98 + 172 = 416$ (коп.).

Ответ. 1 руб. 46 коп.; 98 коп.; 1 руб. 72 коп.

УПРАЖНЕНИЯ.

477. 1) Первая в мире женщина-космонавт Валентина Терешкова в июне 1963 г. на корабле «Восток-6» совершила 48 оборотов вокруг Земли за 71 час. За сколько часов в среднем она совершала один оборот вокруг Земли?

2) Пятый космонавт Советского Союза Валерий Быковский в июне 1963 г. на корабле «Восток-5», находясь в полете 119 часов, пролетел 3300 тыс. *км*, сделав 81 оборот вокруг Земли. За сколько часов в среднем он совершал один оборот вокруг Земли? Сколько километров в среднем составляет длина одного оборота полета вокруг Земли?

478. Найти среднее арифметическое:

1) 10 и $5\frac{1}{2}$; 2) $6\frac{1}{3}$ и $8\frac{4}{5}$;

3) $25\frac{3}{5}$ и $42\frac{5}{6}$; 4) $15\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$ и $6\frac{1}{2}$;

5) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$ и $\frac{1}{6}$; 6) $19\frac{3}{4}$, $28\frac{2}{7}$, $12\frac{1}{5}$ и 4.

479. 1) Среднее арифметическое двух чисел $6\frac{1}{6}$. Одно из чисел $3\frac{3}{4}$. Найти другое число.

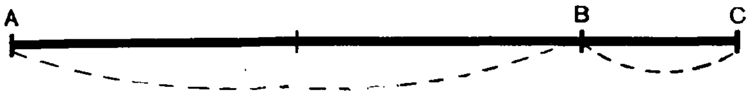
2) Среднее арифметическое двух чисел $14\frac{1}{4}$. Одно из этих чисел $15\frac{5}{6}$. Найти другое число.

480. 1) Тракторист выполнил задание за три дня. В первый день он вспахал $12\frac{1}{2}$ *га*, во второй день — $15\frac{3}{4}$ *га* и в третий день — $14\frac{1}{2}$ *га*. Сколько в среднем гектаров земли вспахал тракторист за день?

2) Отряд школьников, совершая трехдневный туристский поход, находился в пути в первый день $6\frac{1}{3}$ часа, во второй — 7 час. и в третий день — $4\frac{2}{3}$ часа. Сколько часов в среднем ежедневно находились в пути школьники?

4. Задачи на нахождение чисел по их сумме и разности.

Задача. «Сумма двух чисел $15\frac{3}{4}$, а их разность $3\frac{1}{2}$. Найти эти числа».



Решение. Изобразим условие задачи графически. Наметим план решения. Длина отрезка AC соответствует сумме чисел, длина отрезка BC показывает, на сколько одно число больше другого, и отрезок AB — удвоенное меньшее число. Отсюда решение:

1) Чему была бы равна сумма двух чисел, если второе число было бы равно первому, или, короче: чему равно удвоенное меньшее число?

$$15\frac{3}{4} - 3\frac{1}{2} = 12\frac{3-2}{4} = 12\frac{1}{4}.$$

2) Чему равно меньшее число?

$$12\frac{1}{4} : 2 = 6\frac{1}{8}.$$

3) Чему равно большее число?

$$6\frac{1}{8} + 3\frac{1}{2} = 9\frac{5}{8}.$$

Ответ. $6\frac{1}{8}$ и $9\frac{5}{8}$.

УПРАЖНЕНИЯ.

481. 1) Сумма двух чисел $7\frac{1}{2}$. Одно число больше другого на $4\frac{4}{5}$. Найти эти числа.

2) Сумма двух чисел $84\frac{8}{15}$, а их разность $34\frac{1}{2}$. Найти эти числа.

482. 1) Если сложить числа, выражающие ширину Татарского и ширину Керченского проливов вместе, то получим $11\frac{7}{10}$ *км*. Татарский пролив на $3\frac{1}{10}$ *км* шире Керченского. Какова ширина каждого пролива?

2) На два грузовика погрузили $7\frac{1}{2}$ *т* груза, причем на один из них погрузили на $2\frac{3}{4}$ *т* больше, чем на другой. Сколько погрузили на каждый грузовик?

483. 1) Моторная лодка шла по течению со скоростью $14\frac{1}{2}$ *км* в час, а против течения — со скоростью 12 *км* в час. Найти скорость течения реки и скорость лодки в стоячей воде.

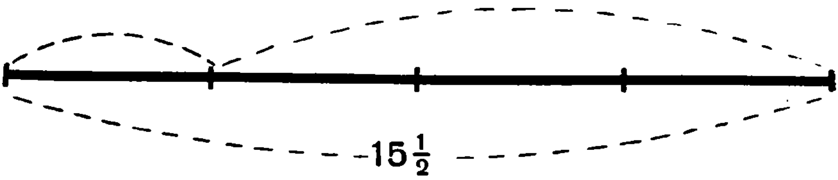
2) Катер по течению реки шел со скоростью $15\frac{1}{2}$ *км* в час, а против течения — $8\frac{1}{4}$ *км* в час. Найти скорость течения реки и скорость катера в стоячей воде.

Указание. В условии задач дается сумма искомых скоростей (сумма двух чисел) и их разность (скорость против течения равна разности искомых скоростей).

5. Задачи на нахождение чисел по их сумме (разности) и их кратному отношению.

Задача. Сумма двух чисел $15\frac{1}{2}$, одно из них в 3 раза больше другого. Найти эти числа.

Решение. Примем меньшее число за одну условную единицу. Тогда большее число состоит из 3 таких же единиц. Из рассмотрения графического условия задачи видим, что сумма $15\frac{1}{2}$ равна 4 условным единицам, где одна условная единица есть первое (меньшее) число.



1) Сколько условных единиц содержит число $15\frac{1}{2}$?

$$1 + 3 = 4 \text{ (условн. един.)}.$$

2) Чему равна условная единица, или чему равно меньшее число?

$$15\frac{1}{2} : 4 = 3\frac{7}{8}.$$

3) Чему равно второе (большее) число?

$$3\frac{7}{8} \cdot 3 = 9\frac{21}{8} = 11\frac{5}{8}.$$

Ответ. $3\frac{7}{8}$ и $11\frac{5}{8}$.

УПРАЖНЕНИЯ.

484. 1) Сумма двух чисел $19\frac{1}{5}$; одно из них в два раза больше другого. Найти эти числа.

2) Сумма двух чисел $6\frac{3}{4}$, а их частное $3\frac{1}{2}$. Найти эти числа.

485. 1) В двух гаражах 110 машин, причем в одном из них в $1\frac{1}{5}$ раза больше, чем в другом. Сколько машин в каждом гараже?

2) Жилая площадь квартиры, состоящей из двух комнат, равна $47\frac{1}{2}$ *кв. м.* Площадь одной комнаты составляет $\frac{8}{11}$ площади другой. Найти площадь каждой комнаты.

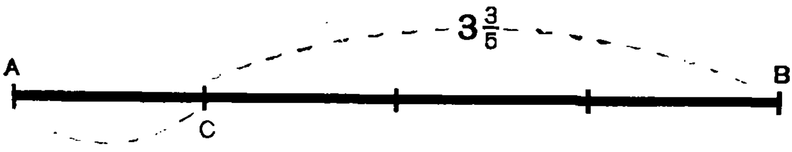
486. 1) Сумма трех чисел $22\frac{1}{2}$. Второе число в $3\frac{1}{2}$ раза, а третье в $2\frac{1}{4}$ раза больше первого. Найти эти числа.

2) Бригада за 3 дня убрала урожай с 578 *га.* Во второй день было убрано в $1\frac{1}{2}$ раза больше, чем в первый, а в тре-

тий — в $1\frac{1}{6}$ раза больше, чем во второй. Сколько гектаров бригада убрала в каждый из этих дней?

Задача. «Разность двух чисел $3\frac{3}{5}$, одно из них в 4 раза больше другого. Найти эти числа».

Решение. Примем меньшее число за одну условную единицу. Тогда большее число составит 4 единицы.



Из чертежа видно, что $3\frac{3}{5}$ составляют 3 условные единицы (отрезок CB). Отсюда легко найти одну условную единицу (меньшее число), а затем и 4 единицы (большее число).

1) Сколько условных единиц составляет $3\frac{3}{5}$?

$$4 - 1 = 3 \text{ (условн. един.)}.$$

2) Чему равна условная единица, или чему равно меньшее число?

$$3\frac{3}{5} : 3 = 1\frac{1}{5}.$$

3) Чему равно большее число?

$$1\frac{1}{5} \cdot 4 = 4\frac{4}{5}.$$

Ответ. $1\frac{1}{5}$ и $4\frac{4}{5}$.

УПРАЖНЕНИЯ.

487. 1) Разность двух чисел 7; частное от деления большего числа на меньшее $5\frac{2}{3}$. Найти эти числа.

2) Разность двух чисел $29\frac{3}{8}$, а кратное отношение их равно $8\frac{5}{6}$. Найти эти числа.

488. 1) В классе число отсутствующих учеников равно $\frac{3}{13}$ числа присутствующих. Сколько учеников в классе по списку, если присутствует на 20 человек больше, чем отсутствует?

2) Отец старше сына на 24 года. Число лет сына равно $\frac{5}{13}$ числа лет отца. Сколько лет отцу и сколько сыну?

6. Задачи на совместную работу.

Задача. «Три экскаватора различной мощности могут отрыть котлован, работая отдельно: первый за 10 дней, второй за 12 дней и третий за 15 дней. За сколько дней они отроют котлован, работая совместно?»

Решение. Примем объем всей работы за единицу.

1) Какую часть всей работы выполнит каждый экскаватор за один день?

$1:10=\frac{1}{10}$ объема работы выполняет первый экскаватор за один день;

$1:12=\frac{1}{12}$ объема работы выполняет второй экскаватор за один день;

$1:15=\frac{1}{15}$ объема работы выполняет третий экскаватор за один день.

2) Какую часть объема всей работы выполняют три экскаватора, работая совместно, за один день?

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{15}=\frac{6+5+4}{60}=\frac{1}{4}.$$

3) За сколько дней три экскаватора, работая совместно, отроют котлован?

$$1:\frac{1}{4}=4.$$

Ответ. За 4 дня.

УПРАЖНЕНИЯ.

489. 1) Для разравнивания дороги поставлены две грейдерные машины различной мощности. Первая машина может выполнить всю работу за 12 дней, а вторая — за 6 дней. За сколько дней выполнят всю работу обе машины, работая совместно.

2) Первая бригада может выполнить некоторую работу за 36 дней, а вторая — за 45 дней. За сколько дней обе бригады, работая вместе, выполнят эту работу?

490. 1) К ванне подведены два крана. Через один из них ванна может наполниться за 12 мин., а через другой — в $1\frac{1}{2}$ раза быстрее. За сколько минут наполнится $\frac{5}{6}$ всей ванны, если открыть сразу оба крана?

2) Две машинистки должны перепечатать рукопись. Первая машинистка может выполнить эту работу за $3\frac{1}{3}$ дня, а вторая — в $1\frac{1}{2}$ раза быстрее. За сколько дней выполнят работу обе машинистки, если они будут работать одновременно?

491. 1) Бассейн наполняется первой трубой за 5 час., а через вторую трубу он может быть опорожнен за 6 час. Через сколько часов будет наполнен весь бассейн, если одновременно открыть обе трубы?

Указание. За час бассейн наполняется на $\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)$ своей емкости.

2) Два трактора вспахали поле за 6 час. Первый трактор, работая один, мог бы вспахать это поле за 15 час. За сколько часов вспахал бы это поле второй трактор, работая один?

Аналогично решению задач на совместную работу решаются и задачи на движение, если условием не дается расстояние между пунктами.

Задача. «Теплоход проходит расстояние между двумя морскими портами за 10 час., а пароход это же расстояние — за 15 час. Оба корабля вышли одновременно из этих портов навстречу друг другу. Через сколько часов они встретятся?»

Решение. Примем расстояние между портами за единицу.

1) Какую часть расстояния между портами пройдет за один час каждый корабль?

$$1:10=\frac{1}{10}\text{ — путь, пройденный теплоходом за 1 час.;}$$

$$1:15=\frac{1}{15}\text{ — путь, пройденный пароходом за 1 час.}$$

2) На какую часть расстояния приближаются корабли за 1 час?

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{15}=\frac{3+2}{30}=\frac{5}{30}=\frac{1}{6}.$$

3) Через сколько часов встретятся корабли?

$$1 : \frac{1}{6} = 6 \text{ (час.)}.$$

Ответ. Через 6 час.

УПРАЖНЕНИЯ.

492. 1) Из двух городов одновременно выехали автобус и легковая машина навстречу друг другу. Автобус проезжает весь путь за 8 час., а легковая машина — за 5 час. Через сколько часов после выезда они встретятся.

2) Расстояние между двумя городами автобус проходит за $4\frac{1}{2}$ часа, а такси — за $\frac{2}{3}$ этого времени. Через сколько времени они встретятся, если отправятся из этих городов одновременно навстречу друг другу?

493. 1) Пассажирский поезд проходит расстояние между двумя городами за 10 час., а товарный это расстояние проходит за 15 час. Оба поезда вышли одновременно из этих городов навстречу друг другу. Через сколько часов они встретятся?

2) Из двух станций выходят одновременно навстречу друг другу два поезда: первый поезд проходит расстояние между этими станциями за $12\frac{1}{2}$ часа, а второй — за $18\frac{3}{4}$ часа. Через сколько часов после выхода поезда встретятся?

7. Задачи на движение в противоположных направлениях.

Задача. «Средняя скорость экспресса «Москва — Ленинград» 120 *км* в час, а скорого поезда на этой линии — $\frac{2}{3}$ от скорости экспресса. Экспресс вышел из Москвы, а ему навстречу, из Ленинграда, одновременно вышел скорый поезд. Через сколько часов и на каком расстоянии от Москвы произойдет встреча этих поездов, если расстояние от Москвы до Ленинграда считать равным 650 *км*?»

Решение. Чтобы узнать, сколько времени пройдет от момента выхода поездов до момента встречи, надо знать длину пути (она известна) и расстояние, которое проезжают оба поезда за 1 час. Отсюда решение:

1) Чему равна средняя скорость скорого поезда?

$$120\ \textit{км} \cdot \frac{2}{3} = 80\ \textit{км}.$$

2) На какое расстояние оба поезда приближаются друг к другу?

$$120\ \textit{км} + 80\ \textit{км} = 200\ \textit{км}.$$

3) Через сколько часов после выезда произойдет встреча поездов?

$$650 : 200 = \frac{650}{200} = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}\ \text{(часа)}.$$

4) На каком расстоянии от Москвы произойдет встреча?

$$120\ \textit{км} \cdot 3\frac{1}{4} = \frac{120 \cdot 13}{4}\ \textit{км} = 390\ \textit{км}.$$

Ответ. Через $3\frac{1}{4}$ часа; на расстоянии 390 *км*.

УПРАЖНЕНИЯ.

494. Из двух пунктов, расстояние между которыми 63 *км*, вышли одновременно навстречу друг другу два лыжника. Первый лыжник прошел все это расстояние за $10\frac{1}{2}$ часа. Скорость второго лыжника была в $1\frac{1}{2}$ раза больше скорости первого. Через сколько часов после выхода встретились лыжники?

2) От колхоза до города 24 *км*. Из колхоза выехала грузовая машина, которая проходит 1 *км* за $2\frac{1}{2}$ мин. Через 15 мин. после выезда этой машины из города в колхоз выехал велосипедист со скоростью, вдвое меньшей, чем скорость грузовой машины. Через сколько времени после своего выезда велосипедист встретит грузовую машину?

495. 1) Из города *А* в город *Б*, расстояние между которыми 215 *км*, вышел легковой автомобиль со скоростью 50 *км* в час. Одновременно с ним из города *Б* в город *А* вышел грузовой автомобиль. Сколько километров прошел легковой автомобиль до встречи с грузовым, если скорость движения грузового в час составляла $\frac{18}{25}$ скорости легкового автомобиля?

2) Между городами A и $Б$ 210 *км*. Из города A в город $Б$ вышла легковая машина. Одновременно с ней из города $Б$ в город A вышла грузовая машина. Сколько километров прошла грузовая машина до встречи с легковой, если легковая машина шла со скоростью 48 *км* в час, а скорость грузовой машины в час составляла $\frac{3}{4}$ от скорости легковой машины?

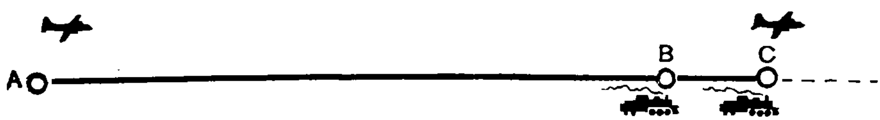
496. 1) Из Ленинграда в Кронштадт в 12 час. дня вышел пароход и прошел все расстояние между этими городами за $1\frac{1}{2}$ часа. По дороге он встретил другой пароход, вышедший в 12 час. 18 мин. из Кронштадта в Ленинград и шедший со скоростью, в $1\frac{1}{4}$ раза большей, чем первый. В котором часу произошла встреча обоих пароходов?

2) Велосипедист и пешеход одновременно направились навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 62 *км*. При встрече оказалось, что пройденный пешеходом путь составляет $\frac{11}{20}$ пути, пройденного велосипедистом. Сколько часов был в пути велосипедист до встречи с пешеходом, если его скорость на $4\frac{1}{2}$ *км* больше скорости пешехода?

8. Задачи на движение в одном и том же направлении.

Задача. «Через 26 час. 20 мин. после выхода поезда Москва — Владивосток, средняя скорость которого 60 *км* в час, вылетел из Москвы по тому же направлению самолет со скоростью, в $14\frac{1}{6}$ раза большей скорости поезда. Через сколько часов после своего вылета самолет нагонит поезд?»

Решение. Пусть точка C — место встречи самолета и поезда. Чтобы догнать поезд, самолет должен покрыть расстояние $(AB + BC)$, а поезд за это время пройдет расстояние BC.



Расстояние AC самолет покрывает за счет разницы в собственной скорости и скорости поезда, а именно, за 1 час самолет пролетает на $\left(60 \cdot 14\frac{1}{6} - 60\right)$ *км* больше, чем поезд. Зная расстояние AB и разницу в скоростях, мы найдем ответ на поставленный вопрос.

1) Какое расстояние прошел поезд до момента вылета самолета?

$$60 \cdot 26\frac{1}{3} = 26\frac{1}{3} \cdot 60 = 26 \cdot 60 + 20 = 1580 \ (км).$$

2) На сколько скорость самолета в час больше скорости поезда?

$$14\frac{1}{6} \cdot 60 - 60 = 850 - 60 = 790 \ (км).$$

3) Через сколько часов после своего вылета самолет нагонит поезд?

$$1580 : 790 = \frac{1580}{790} = 2 \ (часа).$$

Ответ. Через 2 часа.

497. 1) Пароход отправился по реке со скоростью $17\frac{1}{2}$ *км* в час. Через 2 часа от той же пристани вслед за ним отправился катер «Ракета» со скоростью 70 *км* в час. Через сколько времени и на каком расстоянии от пристани катер нагонит пароход?

2) Скорый поезд проходит $187\frac{1}{2}$ *км* за 3 часа, а товарный поезд — 288 *км* за 6 час. Через $7\frac{1}{4}$ часа после выхода товарного поезда по тому же направлению отправляется скорый. Через сколько времени скорый поезд догонит товарный?

498. 1) Из двух колхозов, через которые проходит дорога в районный центр, выехали одновременно в район на лошадях два колхозника. Первый из них проезжал в час по $8\frac{3}{4}$ *км*, а второй — в $1\frac{1}{7}$ раза больше первого. Второй колхозник нагнал первого через $3\frac{4}{5}$ часа. Определить расстояние между колхозами.

2) Два парохода вышли в одном направлении из одного и того же порта — один в 7 час. 20 мин., а другой в 15 час. 10 мин. того же дня. Какое расстояние будет между пароходами в 24 часа того же дня, если известно, что первый пароход проходит в среднем $18\frac{1}{2}$ *км* в час, а второй — 20 *км*?

499. 1) Из одного селения вышел пешеход. Через $4\frac{1}{2}$ часа после выхода пешехода по тому же направлению выехал велосипедист, скорость которого в $2\frac{1}{2}$ раза больше скорости пешехода. Через сколько часов после выхода пешехода его догонит велосипедист?

2) Два велосипедиста выехали одновременно из одного пункта в другой, отстоящий от первого на расстоянии 60 *км*. Один велосипедист едет со скоростью 14 *км* в час, а другой — $12\frac{1}{2}$ *км*. На какую часть пути отстанет второй велосипедист от первого через $2\frac{1}{2}$ часа после выезда?

9. Общий отдел. Задачи 500—511 решите устно.

500. 1) Три яблока надо разделить между 4 мальчиками. Сколько получит каждый и как удобнее всего разрезать яблоки?

2) Разделить 5 булок на 6 равных частей, не разрезая ни одной булки на шесть равных частей. Чему будет равна одна часть?

501. 1) Сколько пятых долей в единице? Сколько сотых долей в единице? Сколько n-х долей в единице?

2) Сколько восьмых долей в 3 единицах? Сколько двадцатых долей в 8 единицах? Сколько n-х долей в 5 единицах? Сколько n-х долей в n единицах?

502. 1) Перечислите все дроби, составляющие множество правильных дробей со знаменателем 4. Сколько их?

2) Перечислите все дроби, составляющие множество правильных дробей со знаменателем 8. Сколько их?

503. 1) Показать на примерах (3—4 примера), что правильная дробь увеличится, если к ее членам прибавить одно и то же натуральное число.

2) Как изменится величина дроби $\frac{5}{8}$, если к ее членам прибавить по 2? Если от ее членов отнять по 3?

504. 1) Показать на примерах, что неправильная дробь уменьшится, если к ее членам прибавить одно и то же натуральное число.

2) Как изменится величина дроби $\frac{11}{7}$, если к ее членам прибавить по 3? Если от ее членов отнять по 5?

505. 1) Что значит сократить дробь? На каком свойстве дроби основано ее сокращение? Какая дробь не может быть сокращена? Какими способами можно сократить дробь?

2) На каком свойстве дроби основано приведение дробей к наименьшему общему знаменателю? Можно ли принимать за общий знаменатель для нескольких дробей произведение всех знаменателей? Если это возможно, то почему при сложении и вычитании редко пользуются этим приемом? При каких условиях пользуются этим приемом?

506. 1) Поясните, почему при умножении на дробь иногда произведение будет больше множимого, иногда меньше, а иногда и равно множимому. Приведите примеры.

2) Поясните, почему можно деление дробей заменить умножением на число, обратное делителю.

507. 1) Умножать целое число на дробь можно так:

$$24\cdot\frac{13}{16}=24\cdot\left(\frac{8}{16}+\frac{4}{16}+\frac{1}{16}\right)=24\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}\right)=$$

$$=12+6+1\frac{1}{2}=19\frac{1}{2}.$$

Поясните обоснование этого приема.

2) Умножить рассмотренным выше способом:

а) 32 на $\frac{17}{24}$; б) 81 на $\frac{19}{27}$.

508. Используя свойства действий над обыкновенными дробями, вычислить:

1) $2\frac{5}{12}+\frac{1}{2}+2\frac{1}{12}$; 2) $3\frac{7}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+4$;

3) $3\frac{7}{25}-2\frac{1}{5}+1\frac{8}{25}$; 4) $1\frac{4}{57}+3\frac{10}{19}+1\frac{20}{57}+1\frac{9}{19}$;

5) $6\frac{5}{7}+\left(3\frac{4}{11}-2\frac{5}{7}\right)$; 6) $\left(18\frac{7}{18}-10\frac{7}{10}\right)-7\frac{7}{18}$;

7) $15\frac{7}{8}-\left(4\frac{7}{13}+8\frac{7}{8}\right)$; 8) $\left(10\frac{5}{11}-8\frac{7}{13}\right)+2\frac{6}{11}$.

509. 1) Может ли сумма двух дробей с числителями, равными 1, быть неправильной дробью?

2) Правильной или неправильной дробью будет частное от деления неправильной дроби на правильную?

510. 1) $\frac{3}{4}\cdot 1\frac{1}{3}$; 2) $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}\cdot 1\frac{1}{2}$;

3) $3\frac{1}{4}:\frac{9}{11}\cdot\frac{4}{13}$; 4) $3\frac{1}{4}\cdot\frac{9}{11}\cdot\frac{4}{13}$;

5) $1\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{7}\cdot 1\frac{1}{3}$; 6) $7\frac{2}{5}\cdot 3\frac{1}{9}\cdot\frac{10}{37}\cdot 1\frac{1}{14}$.

511. Не выполняя сложения и вычитания, выяснить, между какими двумя последовательными натуральными числами заключена:

1) сумма $\left(\frac{5}{8}+6\right)$; 2) разность $\left(16\frac{5}{11}-8\right)$;

3) сумма $\left(4\frac{3}{8}+2\frac{3}{13}\right)$; 4) разность $\left(60\frac{1}{2}-40\frac{1}{3}\right)$;

5) сумма $\left(5\frac{8}{11}+3\frac{9}{10}\right)$; 6) разность $\left(4\frac{5}{9}-2\frac{7}{8}\right)$.

512. Сделать устно прикидку результата в примерах, а затем письменно найти допущенную ошибку, если она была сделана.

1) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$; 2) $4\frac{1}{6}-1\frac{2}{9}+2\frac{2}{3}$;

3) $4\frac{5}{12}+3\frac{9}{10}-2\frac{7}{60}$; 4) $15\frac{7}{12}-6\frac{1}{2}+3\frac{1}{3}$;

5) $13\frac{11}{12}-7\frac{3}{4}-2\frac{5}{6}$; 6) $40\frac{3}{20}-18\frac{3}{10}-5\frac{1}{5}$.

513. Не выполняя действий, поставить вместо звездочки один из знаков: «<», «>» или «=» в записях решений:

1) $4\frac{1}{2}\cdot 1\frac{1}{2} * 5\frac{1}{4}$; 2) $2\frac{2}{3}\cdot 3\frac{3}{16} * 6\frac{1}{2}$;

3) $\left(4\frac{3}{4}-2\frac{1}{2}\right)\cdot 2\frac{3}{4} * 5\frac{5}{8}$; 4) $8\frac{3}{5}:\frac{4}{45} * 2\frac{2}{5}$;

5) $2\frac{3}{5}:1\frac{1}{5} * \frac{4}{3}$; 6) $3\frac{5}{8}:2\frac{3}{4} * 1\frac{1}{2}$.

514. Найти x, если:

1) $1\frac{1}{2}x - 2\frac{1}{2} = 2\frac{1}{4}$; 2) $3\frac{3}{4} - \frac{3}{4}x = \frac{1}{2}$;

3) $2\left(x - 2\frac{2}{5}\right) = 1\frac{1}{2}$; 4) $\left(10\frac{2}{5} + x\right) : 1\frac{1}{7} = 9\frac{1}{3}$;

5) $\frac{4}{9} : \left(3\frac{2}{3} - 5x\right) = \frac{1}{6}$; 6) $\left(2x + 1\frac{1}{2}\right) : \frac{3}{4} - 4\frac{1}{2} = 3.$

515. 1) С цветков хлопчатника на 1 *га* пчелы собирают меда в 4 раза больше, чем с цветков подсолнечника на 1 *га* и в $3\frac{1}{3}$ раза больше, чем с цветков гречихи на 1 *га*, но в $1\frac{9}{10}$ раза меньше, чем с цветков люцерны на 1 *га*. Сколько килограммов меда собирают пчелы с 1 *га* подсолнечника, гречихи, хлопчатника и люцерны в отдельности, если с 1 *га* люцерны собирают на 180 *кг* больше, чем с 1 *га* хлопчатника?

2) Для сбора 1 *кг* меда пчеле надо принести 150 000 нош нектара. Цветы, с которых пчела берет нектар, находятся в среднем в $1\frac{1}{2}$ *км* от улья. Какой путь проделает пчела для сбора 1 *кг* меда? Во сколько раз этот путь больше земного экватора? (Длина экватора — 40 000 *км*.)

516. 1) Колхоз наметил добиться на 100 *га* пашни производства мяса в первый год 75 *ц*, во второй год — на $\frac{1}{3}$ больше, чем в первый, и в третий год — в $1\frac{1}{2}$ раза больше, чем во второй год. Сколько центнеров мяса должен произвести колхоз во второй и третий годы?

2) Колхоз заготовил по 9 *т* силоса на каждую корову, что в $1\frac{1}{2}$ раза больше, чем было заготовлено в прошлом году. Коров в колхозе стало 180 голов, что на $\frac{1}{3}$ больше по сравнению с прошлым годом. На сколько тонн силоса заготовил колхоз больше для всех коров в этом году, чем в прошлом?

517. 1) Расстояние по железной дороге от Харькова до Курска составляет $\frac{27}{64}$ расстояния от Курска до Москвы. Известно, что первое расстояние на 333 *км* меньше второго. Найти расстояние от Москвы до Харькова.

2) Расстояние по железной дороге от Смоленска до Киева в $2\frac{1}{2}$ раза больше расстояния от Смоленска до Минска. Известно, что первое расстояние на 396 *км* больше второго. Найти расстояние от Смоленска до Киева. (Ответ округлить до одного километра.)

518. 1) В доме живут три семьи. Первая семья для освещения квартиры имеет 3 электрические лампочки, вторая — 4 и третья — 5 лампочек. Сколько должна заплатить каждая семья за электроэнергию, если все лампы были одинаковы, а общий счет (на весь дом) оплаты электроэнергии был $7\frac{1}{5}$ руб.?

2) Рабочий изготовил 3 детали: первую деталь за $1\frac{1}{5}$ часа, вторую — за $1\frac{1}{4}$ часа и третью — за $1\frac{1}{2}$ часа. Сколько времени в среднем затрачивал рабочий на изготовление одной детали?

519. 1) На огородном участке собрано картофеля с 50 кустов по $1\frac{1}{10}$ *кг* с каждого куста, с 70 кустов по $\frac{4}{5}$ *кг* с каждого куста, с 80 кустов по $\frac{9}{10}$ *кг* с каждого куста. Сколько килограммов картофеля в среднем собрано с каждого куста?

2) Полеводческая бригада на площади в 300 *га* получила урожай по $20\frac{1}{2}$ *ц* озимой пшеницы с 1 *га*, с 80 *га* по 24 *ц*, с 1 *га* и с 20 *га* по $28\frac{1}{2}$ *ц* с 1 *га*. Чему равен средний урожай в бригаде с 1 *га*?

520. 1) Автомобиль прошел в первый день $\frac{3}{8}$ всего пути, во второй — $\frac{15}{17}$ того, что прошел в первый, а в третий день — остальные 200 *км*. Сколько бензина было израсходовано, если на 10 *км* пути автомобиль расходует $1\frac{3}{5}$ *кг* бензина?

2) Город состоит из четырех районов. В первом районе живет $\frac{4}{13}$ всех жителей города, во втором — $\frac{5}{6}$ числа жителей первого района, в третьем — $\frac{4}{11}$ числа жителей первых двух районов, вместе взятых, а в четвертом районе живет 18 тыс. человек. Сколько хлеба требуется всему населению города на 3 дня, если в среднем один человек потребляет 500 *г* хлеба в день?

521. 1) Сумма трех чисел $35\frac{2}{3}$. Первое число больше второго на $5\frac{1}{3}$ и больше третьего на $3\frac{5}{6}$. Найти эти числа.

2) Острова Новая Земля, Сахалин и Северная Земля вместе занимают площадь $196\frac{7}{10}$ тыс. *кв. км*. Площадь Новой Земли на $44\frac{1}{10}$ тыс. *кв. км* больше площади Северной Земли и на $5\frac{1}{5}$ тыс. *кв. км* больше площади Сахалина. Какова площадь каждого из перечисленных островов?

522. 1) Первое число составляет $\frac{1}{2}$ второго. Во сколько раз второе число больше первого?

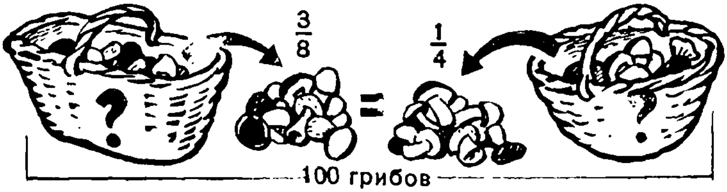
2) Первое число составляет $\frac{3}{2}$ второго. Какую часть первого числа составляет второе число?

523. 1) $\frac{1}{2}$ первого числа равна $\frac{1}{3}$ второго числа. Какую часть первого числа составляет второе число?

2) $\frac{2}{3}$ первого числа равны $\frac{3}{4}$ второго числа. Какую часть первого числа составляет второе число? Какую часть второго числа составляет первое?

524. 1) Сумма двух чисел равна 16. Найти эти числа, если $\frac{1}{3}$ второго числа равна $\frac{1}{5}$ первого.

2) Сумма двух чисел равна 38. Найти эти числа, если $\frac{2}{3}$ первого числа равны $\frac{3}{5}$ второго.



525. 1) Два мальчика собрали вместе 100 грибов. $\frac{3}{8}$ числа грибов, собранных первым мальчиком, численно равны $\frac{1}{4}$ числа грибов, собранных вторым мальчиком. Сколько грибов собрал каждый мальчик?

2) В учреждении работает 27 человек. Сколько работает мужчин и сколько женщин, если $\frac{2}{5}$ числа всех мужчин равны $\frac{1}{2}$ числа всех женщин?

526. 1) Бидона керосина хватает для примуса на 12 час. горения, а для керосинки — на 24 часа. На сколько часов хватит бидона керосина, если примус и керосинка будут работать одновременно?

2) Два мотоциклиста выехали одновременно из двух городов навстречу друг другу. Один мотоциклист может проехать все расстояние между этими городами за 6 час., а другой — за 5 час. Через сколько часов после выезда встретятся мотоциклисты? (Ответ округлить с точностью до 1 часа.)

527. 1) Две поливочные машины различной производительности могут полить поле за 10 час. совместной работы. Одна из этих машин может полить это поле за 30 час. За сколько часов польет это поле другая машина? Составить обратную задачу.

2) Шлюз наполняется двумя насосами за 8 мин. Сколько времени потребуется для наполнения бассейна первым насосом, если второй насос наполняет шлюз за 13 мин. 20 сек.? Составить обратную задачу.

528. 1) Расстояние между городами по реке 264 *км*. Это расстояние пароход по течению прошел за 18 час., затратив $\frac{1}{12}$ этого времени на остановки. Скорость течения реки $1\frac{1}{2}$ *км* в час.

За сколько времени прошел бы пароход без остановок 87 *км* в стоячей воде?

2) Моторная лодка прошла 207 *км* по течению реки за $13\frac{1}{2}$ часа, затратив $\frac{1}{9}$ этого времени на остановки. Скорость течения реки $1\frac{3}{4}$ *км* в час. Сколько километров может пройти эта лодка в стоячей воде за $2\frac{1}{2}$ часа?

529. 1) Катер по водохранилищу прошел расстояние в 52 *км* без остановок за 3 часа 15 мин. Далее, идя по реке против течения, скорость которого $1\frac{3}{4}$ *км* в час, этот катер прошел $28\frac{1}{2}$ *км* за $2\frac{1}{4}$ часа, сделав при этом 3 равные по времени остановки. Сколько минут стоял катер на каждой остановке?

2) Поезд должен был пройти расстояние в 630 *км* за 14 час. Пройдя $\frac{2}{3}$ этого расстояния, он был задержан на 1 час 10 мин. С какой скоростью он должен продолжать путь, чтобы прийти к месту назначения без опоздания?

530. 1) Завод имеет три цеха. Число рабочих первого цеха составляет $\frac{9}{20}$ всех рабочих завода, во втором цехе рабочих в $1\frac{1}{2}$ раза меньше, чем в первом, а в третьем цехе — на 300 рабочих меньше, чем во втором. Сколько всего рабочих на заводе?

2) В городе три средние школы. Число учащихся первой школы составляет $\frac{3}{10}$ всех учащихся этих трех школ; во второй школе учащихся в $1\frac{1}{2}$ раза больше, чем в первой, а в третьей школе на 420 учащихся меньше, чем во второй. Сколько всего учащихся в трех школах?

531. 1) Два комбайнера работали на одном участке. После того как один комбайнер убрал $\frac{9}{16}$ всего участка, а второй — $\frac{3}{8}$ того же участка, оказалось, что первый комбайнер убрал на $97\frac{1}{2}$ *га* больше, чем второй. В среднем с каждого гектара намолачивали по $32\frac{1}{2}$ *ц* зерна. Сколько центнеров зерна намолотил каждый комбайнер?

2) Два брата купили фотоаппарат. У одного было $\frac{5}{8}$, а у второго $\frac{4}{7}$ стоимости фотоаппарата, причем у первого было на 2 руб. 25 коп. больше, чем у второго. Каждый уплатил половину стоимости аппарата. Сколько денег осталось у каждого?

532. 1) Колхоз собрал урожай пшеницы и ржи. Пшеницей было засеяно на 20 *га* больше, чем рожью. Общий сбор ржи составил $\frac{5}{6}$ всего сбора пшеницы при урожайности в 20 *ц* с 1 *га* как для пшеницы, так и для ржи. $\frac{7}{11}$ всего сбора пшеницы и ржи колхоз продал государству, а остальной хлеб оставил для своих нужд. Сколько рейсов потребовалось бы совершить двухтонной машине для вывоза проданного государству хлеба?

2) В течение трех дней бригада рабочих выполнила $\frac{3}{4}$ всей работы по ремонту шоссе между двумя колхозами. В первый день было отремонтировано $2\frac{2}{5}$ *км* этого шоссе, во второй день — в $1\frac{1}{2}$ раза больше, чем в первый, а в третий день — $\frac{5}{8}$ того, что было отремонтировано в первые два дня вместе. Найти длину шоссе между колхозами.

Старинные задачи.

533. Найти число, если известно, что от прибавления к нему $\frac{2}{3}$ его и вычитания от полученной суммы ее трети получается число 10. (Из папируса Райнда.)

534. Некто взял из сокровищницы $\frac{1}{13}$. Из того, что осталось, другой взял $\frac{1}{17}$, оставил же он в сокровищнице 150. Сколько было в сокровищнице первоначально? (Из Акмимского папируса.)

535. Вот Полифема циклопа из меди статуя отлита.
Руку, уста и единое око ваятель сделал на диво,
Скрывши в них трубы; водой великан стекает как будто.
Хитрое в трубах устройство: ведущая в руку способна
Весь водоем до краев через три дня наполнить
Оку — достаточно дня, а устам и всего лишь две пятых,
Вместе все три водоем скоро ли могут наполнить?

(Задача из «Греческой антологии».)

536. Скажи мне, знаменитый Пифагор: сколько учеников посещают твою школу и слушают твои беседы?

— Вот сколько,— ответил им философ,— половина изучает математику, четверть—музыку, седьмая часть пребывает в молчании, а кроме того, есть еще три женщины. (Задача из «Греческой антологии».)

537. Вопроси некто учителя своего глаголя: «Повеждь ми, колико имати учеников у себя во училище?» Учитель же, отвещав, речь ему: «Аще придет ми учеников толико же, елико имем, и полстолика, и четвертая часть, еще же и твой сын, и тогда будет у меня учеников 100». Вопросивый удивися ответу его, отыде и начал изобретать. (Из «Арифметики» Магницкого.)

538. Крестьянка принесла на рынок известное число яиц. Одному она продала половину того, что имела, и еще пол-яйца; второму — половину того, что у нее осталось, и еще пол-яйца; третьему — половину нового остатка и еще пол-яйца; наконец, четвертому — половину того, что осталось от прежней продажи, и еще пол-яйца. После последней продажи у нее ничего не осталось. Сколько она принесла яиц для продажи? (Задача Л. Эйлера.)

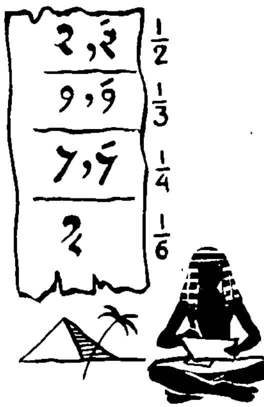
539. Косцы должны выкосить два луга. Начав с утра косить большой луг, они после полудня разделились; одна половина осталась на большом лугу и к вечеру его докосила, а другая половина перешла косить другой луг, вдвое меньший первого,

но не успела к концу дня закончить косьбу. На другой день на этот луг вышел один косец и в течение всего дня докосил его. Сколько всего было косцов? (Задача Л. Н. Толстого.)

Происхождение дробей.

Необходимость введения в практику дробных чисел возникла у человека в древние времена. Дележ убитого зверя, рыбы и т. д. между участниками охоты привел древнего человека к необходимости ввода частей единицы. Переход к оседлой жизни, к земледелию вызвал потребность измерять длину, площадь, объем, время и другие величины. Результат измерения не всегда можно выразить натуральным числом, а потому необходимо было ввести части целого, доли единицы. Вначале люди пользовались так называемыми *конкретными* дробями, т. е. частями употребляемых мер. Например, в древнем Вавилоне (часть современного Ирака) оперировали с шестидесятеричными дробями, связанными с употреблявшимися у них шестидесятеричными мерами (час — 60 мин., градус — 60 мин., минута — 60 сек. и т. д.). В древней Руси «четверть», «осьмина» долгое время означали конкретные дроби, а именно мелкие земельные меры более крупной меры «десятина». Очень медленным был переход от конкретных к отвлеченным дробям. На первой ступени развития отвлеченных дробей были введены так называемые *единичные* дроби, т. е. дроби, числитель у которых всегда единица. Египтяне, достигшие в технике и искусстве высокого уровня развития, в арифметике не пошли далее единичных дробей. Если расчеты приводили к появлению неединичной дроби, то египтяне заменяли ее суммой единичных дробей. Примеры:

$$\frac{3}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4};\quad \frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15};\quad \frac{2}{13}=\frac{1}{8}+\frac{1}{52}+\frac{1}{104}\text{ и т. д.}$$

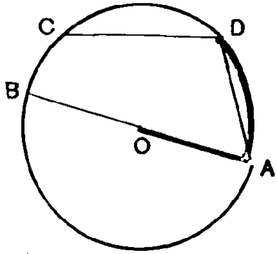


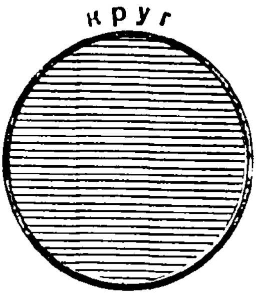
В папирусе Ахмеса имеются таблицы для представления дробей в виде единичных дробей.

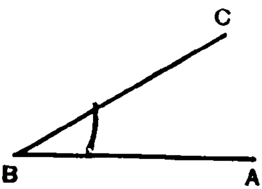
В развитии обыкновенных дробей большую роль сыграли ученые древней Греции, ученые Индии и ученые среднеазиатских стран. Старейшим арифметическим памятником Киевской Руси является сочинение Кирика Новгородца (1136 г.) «Наставление, как человеку познать счисление лет», в котором он пользуется дробями $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{125}$ и т. д. В древней Руси дроби называли «ломаными числами».

Систематическое изложение дробей в учебных книгах европейских стран появляется только в XVI в.

§22 РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ.







1. Понятие об окружности. Предметы, которые окружают нас, ограничены *поверхностями*. Различают *плоские поверхности*, или плоскости, и *кривые поверхности*. Например, классная доска, классная стена, чертежная доска, лист тетради имеют плоские поверхности.

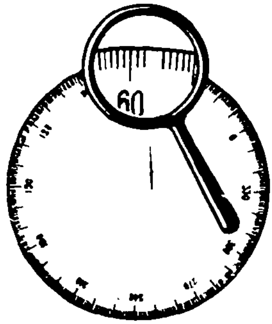
Если взять циркуль и установив неподвижно одну его ножку (с острым концом) в точке O, а другую (с карандашом) вращать на плоскости листа, не меняя ее раствора, то карандаш опишет замкнутую кривую линию. Эта кривая линия называется *окружностью*. Точка O называется *центром* окружности. Из построения окружности следует, что все точки, лежащи на окружности, находятся на одинаковом расстоянии от центра. Расстояние от центра до любой точки окружности (OA) называется *радиусом*. Отрезок прямой линии, соединяющий две точки окружности и проходящий через центр (AB), называется *диаметром* окружности. Он равен двум радиусам.

Отрезок прямой, соединяющий две точки окружности, называется *хордой* (DA). Часть окружности, заключенная между двумя точками, называется *дугой*.

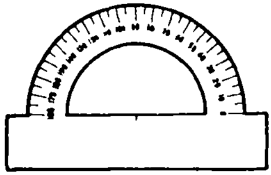
Построить окружность можно и с помощью циркуля, и с помощью полоски плотной бумаги с отверстиями, в одно из которых вставляется булавка, а в другое — карандаш. На местности окружность строят при помощи бечевки.

Часть плоскости, ограниченная окружностью, называется *кругом*, например дно круглого стакана. Часть круга, ограниченная двумя радиусами и дугой, называется *сектором*.

2. Угол и его измерение. Два луча, проведенные из одной и той же точки, образуют *угол.* Эти лучи называются *сторонами* угла, а точка, из которой они выходят, называется *вершиной* угла. Эти же лучи образуют и другой угол. Чтобы указать, о каком угле идет речь, обычно внутри угла проводят небольшую дугу, как это сделано на рисунке.

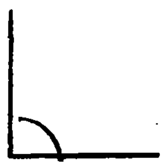


Угол называют и записывают или с помощью одной буквы *(B)*, или с помощью трех букв *(ABC)* и перед ними ставят значок $\angle$; этот значок заменяет слово «угол». Если угол записывают тремя буквами, то обязательно буква, стоящая у вершины угла, ставится посредине, например: $\angle ABC$.



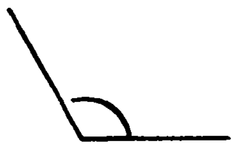
Углы могут быть различной величины. Например, углы, образуемые стрелками часов в различное время дня, неодинаковы.

Как же измерять углы? Что принять за единицу измерения углов? Если окружность разделить на 360 равных частей, то каждая часть окружности называется *дуговым градусом.* Если концы дуги в 1 градус соединить с центром, то получим угол, называемый *угловым градусом.* Для более точных измерений углов употребляются и более мелкие единицы: минуты и секунды. Один градус содержит 60 мин., а минута — 60 сек. Сокращенно фразу «угол, равный 35 градусам 25 минутам» записывают так: $35°25'$.



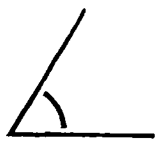
прямой угол

На рисунке показан школьный прибор *транспортир* для измерения и построения углов. Транспортир состоит из линейки, к которой прикреплена полуокружность.



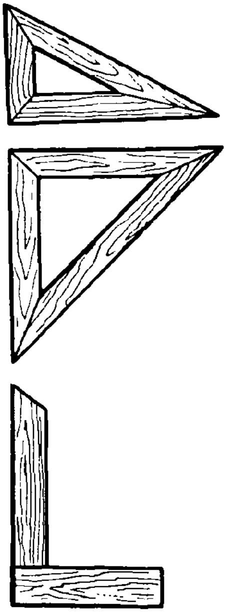
тупой угол

Величина измеряемого угла не зависит от размеров транспортира, подобно тому как показания времени на часах не зависят от размеров циферблата.



острый угол

Наиболее часто в окружающих нас предметах встречается так называемый *прямой угол.* Он содержит 90°. Всякий угол, меньший прямого, называется *острым,* больший прямого,— *тупым.*



Прямой угол можно построить на бумаге и на классной доске при помощи *угольника*. На рисунке изображены три вида угольников. Первые два из них употребляются чертежниками, а третий — в столярном и слесарном деле. Прямой угол, конечно, можно построить и при помощи транспортира.

УПРАЖНЕНИЯ.

540. (Устно.) 1) Длина окружности равна 360 *см*. Какова длина дуги этой окружности в 1°; 5°; 90°; $1'$; $10'$; $30'$?

2) Длина окружности экватора Земли 40 000 *км*. Какова длина дуги экватора в 1°; 90°; 180°; $1'$; $10'$?

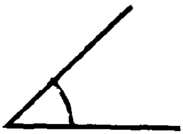
541. (Устно.) 1) Сколько минут содержится в 5°; 9°; 20°?

2) Сколько минут содержится в $\frac{1^\circ}{2}$; в $2\frac{1^\circ}{2}$; в $3\frac{1^\circ}{4}$?

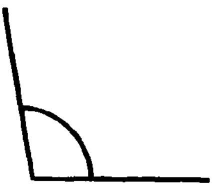
542. (Устно.) 1) Какой угол составляет минутная и часовая стрелки в 13 час.? в 15 час.? в 21 час?

2) На сколько градусов повернется часовая стрелка за 2 часа? за 5 час.? за 8 час.? за 30 мин.? за 1 мин.?

1.



2.



3.

4.

543. **Практическая работа** по измерению углов.

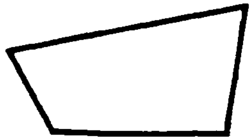
1) Определить «на глаз», а затем с помощью транспортира величину каждого из данных четырех углов (с точностью до 1 градуса) и результаты внести в таблицу.

Измеряемый угол	На глаз	Транспортиром	Расхождения
1.			
2.			
3.			
4.			

2) Построить «на глаз» прямой угол, угол в 30°, угол в 45° и угол в 60°. Проверьте транспортиром и найдите расхождение.

544. 1) Начертите с помощью транспортира: угол в 30°, угол в 60°, угол в 45°, угол в 58°, угол в 150°.

2) Начертите углы, имеющие столько угловых градусов, сколько дуговых градусов: в полуокружности; в $\frac{1}{4}$ окружности; в $\frac{1}{24}$ окружности; в $\frac{5}{24}$ окружности.



545. 1) Измерьте с помощью транспортира углы фигуры и найдите сумму всех углов каждой фигуры.

546. Выполните действия:

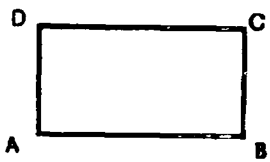
1) $36°15' + 43°30'$;	2) $53°29' + 20°41'$;
3) $16° + 23°07' + 33°56'$;	4) $36°15' - 21°11'$;
5) $48° - 19°52'$;	6) $51°12' - 37°45'$;
7) $17°12' \cdot 3$;	8) $39°18' \cdot 4$;
9) $13°53' \cdot 5$;	10) $42°22' : 2$;
11) $58°3' : 3$;	12) $49°24' : 4$.

547. 1) Полуокружность разделена на две дуги, из которых одна на 100° больше другой. Найти величину каждой дуги.

2) Полуокружность разделена на две дуги, из которых одна на 15° меньше другой. Найти величину каждой дуги.

3) Полуокружность разделена на две дуги, из которых одна в 2 раза больше другой. Найти величину каждой дуги.

4) Полуокружность разделена на две дуги, из которых одна в 5 раз меньше другой. Найти величину каждой дуги.



3. Площадь прямоугольника и квадрата. Вспомним все, что мы знаем о прямоугольнике и квадрате.

Прямоугольником называется четырехугольник, у которого все углы прямые.

Четыре точки A, B, C, D называются *вершинами прямоугольника*, а отрезки AB, BC, CD, DA — его *сторонами*.

В прямоугольнике противоположные стороны равны.

$$AB = DC \text{ и } BC = DA.$$

Длины двух сторон, сходящихся в одну вершину, называются *измерениями прямоугольника.* Обычно большее из этих измерений называют *длиной* прямоугольника, а меньшее — его *шириной* или *высотой.*

Если в прямоугольнике все стороны равны между собой, то такой прямоугольник называется *квадратом.*

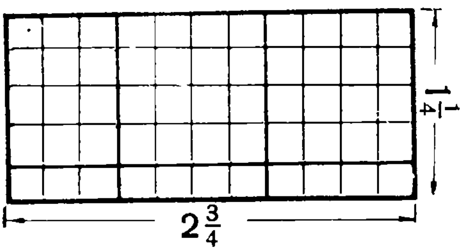
Чтобы найти площадь прямоугольника, измерения которого выражены числами в одинаковых единицах, надо перемножить эти числа. Полученное произведение показывает, сколько соответствующих квадратных единиц имеет площадь прямоугольника. Это правило было выведено для случая, когда измерения были выражены натуральными числами. Покажем, что это правило будет справедливо и для случая, когда измерения прямоугольника будут выражаться дробными числами.

З а д а ч а. «Найти площадь прямоугольника, у которого длина $2\frac{3}{4}$ *см*, а ширина $1\frac{1}{4}$ *см*».

Примем за новую единицу измерения отрезок длиной в $\frac{1}{4}$ *см*, следовательно, соответствующей единицей площади будет квадрат со стороной в $\frac{1}{4}$ *см*. Старая единица площади (*кв. см*) будет содержать 16 новых квадратных единиц. Стороны данного прямоугольника имеют 11 и 5 новых единиц

$$\left(2\frac{3}{4} = \frac{11}{4} \text{ и } 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}\right).$$

Стороны прямоугольника теперь выражены натуральными числами, и, следовательно, площадь прямоугольника будет равна $11 \cdot 5 = 55$ новым единицам площади. Но новая единица площади в 16 раз меньше старой (*кв. см*) и, следовательно, площадь прямоугольника будет равна $\frac{55}{16}$ *кв. см* $= 3\frac{7}{16}$ *кв. см.* Но такой же результат получается гораздо проще, если для вы-



числения площади перемножить дробные числа, выражающие измерения прямоугольника, т. е.

$$2\frac{3}{4}\cdot 1\frac{1}{4}=\frac{11}{4}\cdot\frac{5}{4}=\frac{55}{16}=3\frac{7}{16}.$$

Если измерения будут выражаться дробями с разными знаменателями, то и в этом случае правило нахождения площади прямоугольника остается тем же.

Обозначив длину прямоугольника буквой a, ширину — b, площадь — S, мы можем записать правило нахождения площади прямоугольника коротко так:

$$S=a\cdot b,$$

т. е. получили формулу для нахождения площади прямоугольника.

Площадь прямоугольника равна произведению его основания (или длины) на высоту.

Рассмотрите решение задач.

Задача 1. Найти площадь прямоугольника, у которого длина $6\frac{3}{5}$ *м*, а ширина $3\frac{1}{3}$ *м*.

Решение. $6\frac{3}{5}\cdot 3\frac{1}{3}=\frac{33}{5}\cdot\frac{10}{3}=\frac{33\cdot 10}{5\cdot 3}=22$ (*кв. м*).

Задача 2. Вычислить площадь квадрата со стороной $4\frac{1}{4}$ *см*.

Решение. Так как квадрат есть прямоугольник с равными сторонами, то площадь его равна:

$$4\frac{1}{4}\cdot 4\frac{1}{4}=\frac{17}{4}\cdot\frac{17}{4}=\frac{289}{16}=18\frac{1}{16}\ (\textit{кв. см}).$$

УПРАЖНЕНИЯ.

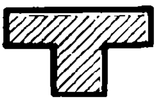
548. 1) Длина прямоугольного участка земли 120 *м*, а ширина — $\frac{2}{5}$ его длины. Найти периметр и площадь участка.

2) Ширина прямоугольного участка 250 *м*, а длина его в $1\frac{1}{2}$ раза больше ширины. Найти периметр и площадь участка.

549. 1) Заполните свободные места в таблице, где S — площадь прямоугольника, a — основание прямоугольника, а h — высота (ширина) прямоугольника.

a	h	S
$2\frac{1}{2}$ *см*	3 *см*	
$2\frac{3}{4}$ *см*	$1\frac{7}{8}$ *дм*	
$5\frac{1}{2}$ *см*		11 *кв. см*
	$4\frac{1}{3}$ *см*	13 *кв. см*

2) **Практическая работа.** Вычислите площади фигур, изображенных на рисунке, разбив их на прямоугольники и найдя измерением размеры каждого прямоугольника. Результаты измерений и вычислений желательно поместить в таблицу.



550. 1) Периметр прямоугольника $6\frac{1}{2}$ *дм*, основание его на $\frac{1}{4}$ *дм* больше высоты. Найти площадь этого прямоугольника.

2) Периметр прямоугольника 18 *см*, высота его на $2\frac{1}{2}$ *см* меньше основания. Найти площадь прямоугольника.

551. 1) Сколько листов сухой штукатурки потребуется для обивки потолка комнаты, длина которой $4\frac{1}{2}$ *м*, а ширина 4 *м*, если размеры листа штукатурки 2 *м* $\times$ $1\frac{1}{2}$ *м*?

2) Сколько досок длиной в $4\frac{1}{2}$ *м* и шириной в $\frac{1}{4}$ *м* потребуется для настила пола, длина которого $4\frac{1}{2}$ *м*, а ширина $3\frac{1}{2}$ *м*?

552. 1) Участок прямоугольной формы длиной 560 *м*, а шириной $\frac{3}{4}$ его длины засеяли фасолью. Сколько семян потребовалось для этого участка, если на 1 *га* высевали 1 *ц* семян?

2) С поля прямоугольной формы собрали урожай пшеницы по 25 *ц* с гектара. Сколько было собрано пшеницы со всего поля, если длина поля 800 *м*, а ширина равна $\frac{3}{8}$ его длины?

553. 1) Прямоугольный участок земли, имеющий в длину $78\frac{3}{4}$ *м* и в ширину $56\frac{4}{5}$ *м*, застроен так, что $\frac{4}{5}$ его площади занято строениями. Определить площадь земли под строениями.

2) На прямоугольном участке земли, длина которого $\frac{9}{20}$ *км*, а ширина составляет $\frac{4}{9}$ его длины, предполагают разбить сад. Сколько деревьев будет посажено в этом саду, если под каждое дерево в среднем нужно отвести площадь в 36 *кв. м*?

554. 1) Для нормального освещения комнаты дневным светом необходимо, чтобы площадь всех окон была не менее $\frac{1}{5}$ части площади пола. Определить, достаточно ли света в комнате, длина которой $5\frac{1}{2}$ *м* и ширина 4 *м*. Комната имеет одно окно размером $1\frac{1}{2}$ *м* $\times$ 2 *м*.

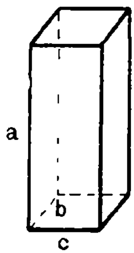
2) Используя условие предыдущей задачи, выясните, достаточно ли света в вашем классе.

555. 1) Из свеклы, собранной с 1 *га*, при среднем ее урожае получают 25 *ц* сахару. Сколько сахара получат из свеклы, собранной с прямоугольного участка, длина которого $1\frac{3}{4}$ *км*, а ширина $\frac{2}{5}$ *км*?

2) В 1 *т* картофеля содержится 720 *л* воды. Сколько воды содержится в картофеле, собранном с прямоугольного участка, длина которого $\frac{4}{5}$ *км*, ширина $\frac{1}{4}$ *км*, а средний урожай его 210 *ц* с 1 *га*?

4. Объем прямоугольного параллелепипеда и куба. Вспомним известные нам сведения о прямоугольном параллелепипеде и кубе.

Многое из того, что нас окружает, например кирпич, спичечная коробка, комната, книга, пенал имеют форму прямоугольного параллелепипеда. Параллелепипед ограничен шестью *гранями*, каждая из которых представляет собой прямоугольник.



Обычно нижнюю грань и ей противоположную называют *основаниями*, а остальные грани — *боковыми гранями*. Длины ребер, сходящихся в одну вершину, называют *измерениями* прямоугольного параллелепипеда. Самое большое из них обычно называют *длиной*, а два других — *шириной* и *высотой*.

Если все ребра равны между собой, то такой параллелепипед называется *кубом*.

Чтобы найти объем прямоугольного параллелепипеда, измерения которого выражены в одинаковых линейных единицах, надо перемножить эти числа.

Произведение длины на ширину дает площадь того прямоугольника, который является основанием параллелепипеда. Правило вычисления объема запомните в такой формулировке:

объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.

Это правило выведено для случая, когда измерения прямоугольного параллелепипеда являются натуральными числами.

Рассуждая аналогично изложенному при обосновании нахождения площади прямоугольника, мы придем к выводу, что правило вычисления объема прямоугольного параллелепипеда остается справедливым и тогда, когда измерения выражаются дробными числами.

Обозначив измерения прямоугольного параллелепипеда: a, b и c, правило вычисления объема запишем:

$$V = abc = (ab) \cdot c.$$

Рассмотрите примеры решения задач на вычисление объема прямоугольного параллелепипеда и куба.

Задача. 1. Вычислите объем прямоугольного параллелепипеда, измерения которого: $2\frac{1}{2}$ *дм*, $1\frac{3}{5}$ *дм* и $1\frac{1}{4}$ *дм*.

Решение. $V = 2\frac{1}{2}\cdot 1\frac{3}{5}\cdot 1\frac{1}{4} = \frac{5\cdot 8\cdot 5}{2\cdot 5\cdot 4} = 5$ (*куб. дм*).

Задача 2. В аквариум, имеющий в длину $\frac{2}{5}$ *м*, ширину $\frac{3}{10}$ *м* и высоту $\frac{1}{4}$ *м*, налита вода. Сколько весит вода, налитая в аквариум, если она наполняет $\frac{3}{5}$ его объема? Сколько литров в аквариуме?

Справка. 1 *куб. дм* воды (1 *л*) весит 1 *кг*.

Решение. 1) Вначале найдем объем аквариума.

$$V = \frac{2}{5}\cdot\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{4} = \frac{2\cdot 3\cdot 1}{5\cdot 10\cdot 4} = \frac{3}{100} \text{ (куб. м)} = 30 \text{ (куб. дм)}.$$

2) Сколько воды в аквариуме? $30\cdot\frac{3}{5} = 18$ (*куб. дм*).

3) Сколько весит вода, налитая в аквариум? $18\cdot 1 = 18$ (*кг*).

Задача 3. Деталь имеет форму куба с ребром $2\frac{1}{5}$ *дм*.

Вычислить поверхность этой детали и ее объем.

Решение. 1) Вычислим поверхность детали.

Поверхность детали составляет 6 равных квадратов со стороной, равной $2\frac{1}{5}$ *дм*.

$$S = 6\cdot 2\frac{1}{5}\cdot 2\frac{1}{5} = \frac{6\cdot 11\cdot 11}{5\cdot 5} = \frac{726}{25} = 29\frac{1}{25} \text{ (кв. дм)}.$$

2) Вычислим объем детали.

$$V = 2\frac{1}{5}\cdot 2\frac{1}{5}\cdot 2\frac{1}{5} = \frac{11\cdot 11\cdot 11}{5\cdot 5\cdot 5} = \frac{1331}{125} = 10\frac{81}{125} \text{ (куб. дм)}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

556. 1) Сарай имеет размеры $5\frac{1}{2}$ *м* $\times$ $4\frac{1}{2}$ *м* $\times$ $2\frac{1}{2}$ *м*. Сколько сена (по весу) поместится в этом сарае, если его наполнить на $\frac{3}{4}$ его высоты и если 1 *куб. м* сена весит 82 *кг*?

2) Поленница дров имеет форму прямоугольного параллелепипеда, размеры которого $2\frac{1}{2}$ *м* $\times$ $3\frac{1}{2}$ *м* $\times$ $1\frac{1}{2}$ *м*. Каков вес поленницы, если 1 *куб. м* дров весит 600 *кг*?

557. 1) Аквариум прямоугольной формы наполнен водой до $\frac{3}{5}$ высоты. Длина аквариума $1\frac{1}{2}$ *м*, ширина $\frac{4}{5}$ *м*, высота $\frac{3}{4}$ *м*. Сколько литров воды налито в аквариум?

2) Бассейн, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, имеет длину $6\frac{1}{2}$ *м*, ширину 4 *м* и высоту 2 *м*. Бассейн наполнен водой до $\frac{3}{4}$ его высоты. Вычислить количество воды, налитое в бассейн.

558. 1) Вокруг прямоугольного участка земли, длина которого 75 *м* и ширина 45 *м*, надо построить забор. Сколько кубометров досок будет на него израсходовано, если толщина доски $2\frac{1}{2}$ *см*, а высота забора должна быть $2\frac{1}{4}$ *м*?

2) Нужно настелить пол в комнате длиной 5 *м* и шириной $3\frac{1}{2}$ *м* досками толщиной $\frac{1}{20}$ *м*. Сколько кубических метров досок потребуется, если на обрезки следует добавить $\frac{1}{20}$ нужного количества?

559. 1) Сарай длиной 16 *м*, шириной 12 *м* и высотой $4\frac{1}{2}$ *м* на $\frac{3}{4}$ своего объема заполнен дровами. Сколько поездок за дровами сделано, если дрова возили на 8 грузовиках по 5 *куб. м* на каждом?

2) Погреб длиной 12 *м*, шириной 8 *м* и глубиной $3\frac{1}{2}$ *м* набит льдом на $\frac{5}{8}$ своего объема. Сколько поездок сделали, чтобы перевезти лед, если возили его на 16 пятитонных грузовиках?

560. 1) Глубина колодца $4\frac{1}{2}$ *м*. Дно его представляет собой прямоугольник, стороны которого $1\frac{3}{5}$ *м* и $1\frac{1}{5}$ *м*. Расстояние от поверхности земли до уровня воды составляет $\frac{2}{5}$ всей глубины колодца. Сколько ведер воды вмещает колодец? Сделайте чертеж колодца.

Справка. Ведро воды — 12 *л*.

2) Канавокопательная машина за 8 час. вырывает канаву глубиной 2 *м*, шириной $\frac{4}{5}$ *м* и длиной 120 *м*. Сколько кубометров земли выбрасывает машина в среднем в час? Сколько землекопов заменяет такая машина, если норма на одного человека в мягком грунте в день 4 *куб. м*?

561. 1) Дно и боковые стенки ямы, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда размерами $18\frac{1}{2}$ *м* $\times 8\frac{3}{4}$ *м* $\times 3\frac{1}{5}$ *м*, надо обшить досками. Сколько квадратных метров досок потребуется для этого, если отходы составят примерно $\frac{1}{10}$ поверхности, которая должна быть обшита досками? Каков объем ямы?

2) Периметр каждого из трех участков земли — одного квадратного и двух прямоугольных — равен 120 *м*. Длина первого прямоугольного участка больше его ширины в $1\frac{1}{2}$ раза, а ширина второго участка составляет $\frac{5}{7}$ его длины. Какой участок больше по площади? Сделайте вывод о величине площадей прямоугольников, имеющих одинаковые периметры.

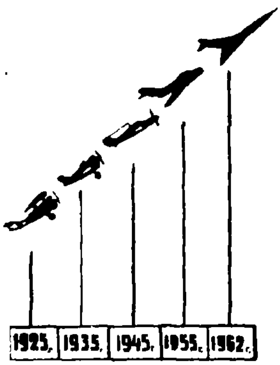
5. Построение линейных, прямоугольных и секторных диаграмм. Человеку в своей практической деятельности часто приходится сравнивать рассматриваемые предметы по величине. Непосредственное сравнение не всегда возможно, например, нам надо сравнить величины водных бассейнов или величины добычи угля в различные годы. Обычно если человеку требуется сравнить величины предметов, то он выполняет это косвенным путем, предварительно проводя необходимые измерения сравниваемых предметов.

Чтобы лучше уяснить результаты сравнения предметов прибегают к наглядному изображению значений величин, используя особые чертежи, называемые *диаграммами*. В зависимости от вида рисунков диаграмма называется *линейной, прямоугольной, секторной* и т. д.

Приведем примеры некоторых диаграмм и способы их построения.

6. Линейные и прямоугольные диаграммы.

Задача. Построить диаграмму роста скоростей самолетов по следующим данным. Наибольшие скорости самолетов были: в 1925 г.— 300 *км/ч*, в 1935 г.— 700 *км/ч*, в 1945 г.— 1000 *км/ч*, в 1955 г.— 1500 *км/ч* и в 1962 г.— свыше 2500 *км/ч*.



Построение. Для того чтобы построить диаграмму, надо выбрать условную единицу для изображения на чертеже. Допустим, что наибольшую из приведенных скоростей мы хотим изобразить отрезком в 5 *см*. Значит, длина отрезка в 1 *см* будет соответствовать 500 *км*. Следовательно, отрезки, изображающие скорости, в другие годы будут:

$$\text{для 1925 г.— } \frac{300}{500} = \frac{3}{5} \ (см),$$

$$\text{для 1935 г.— } \frac{700}{500} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5} \ (см),$$

$$\text{для 1945 г.— } \frac{1000}{500} = 2 \ (см),$$

$$\text{для 1955 г.— } \frac{1500}{500} = 3 \ (см),$$

$$\text{для 1962 г.— } \frac{2500}{500} = 5 \ (см).$$

Строим диаграмму (можно располагать отрезки вертикально, а можно горизонтально). Построенная диаграмма называется *линейной*, так как для ее построения мы пользовались прямыми линиями.

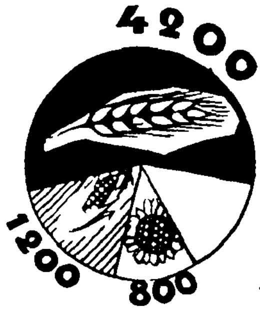
Диаграмму для сравнения скоростей самолетов мы могли построить, используя прямоугольники. В этом случае диаграмма называется *прямоугольной*.

При построении прямоугольных диаграмм, так же как и при построении линейных, вначале надо принять наибольшее значение величины за условную единицу, а затем выразить другие значения через эту условную единицу.

7. Секторные диаграммы. Сравнение величин, составляющих одно целое, полезно изображать секторной диаграммой. Целое (величину) изображают кругом, а части величины — секторами.

З а д а ч а. Построить диаграмму распределения пахотной земли колхоза по отдельным культурам. Всего в колхозе 7200 *га* пахотной земли. Из этого количества пшеницей засеяно 4200 *га*, кукурузой — 1200 *га*, подсолнечником — 800 *га* и остальное — прочими культурами.

П о с т р о е н и е. Вся окружность содержит 360°, а это соответствует величине всей пахотной земли колхоза. Одному гектару пашни соответствует сектор с дугой $\frac{360^\circ}{7200} = \frac{1^\circ}{20}$.



4200 *га* пшеницы соответствует сектор с дугой $\frac{360^\circ}{7200} \cdot 4200 = 210^\circ$;

1200 *га* кукурузы соответствует сектор с дугой $\frac{360^\circ}{7200} \cdot 1200 = 60^\circ$;

800 *га* подсолнечника соответствует сектор с дугой $\frac{360^\circ}{7200} \cdot 800 = 40^\circ$.

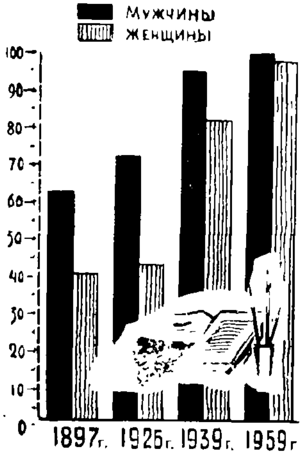
Величину пашни, занятой другими культурами, не следует специально вычислять; эта величина определится как разность между всей пашней и пашней, занятой пшеницей, кукурузой и подсолнечником.

Далее строим окружность произвольным радиусом и с помощью транспортира откладываем дуги секторов соответствующих величин пашни под ту или другую культуру и соединяем концы дуг с центром окружности.

В большинстве случаев при построении диаграмм не получаются точные целые числа, а потому результаты приходится округлять.

В газетах, журналах и книгах встречаются разнообразные по своему внешнему виду диаграммы, в том числе и фигурные.

УПРАЖНЕНИЯ.



Грамотность населения в СССР (на 100 человек населения)

562. **Практическая работа** по построению прямоугольной диаграммы.

Иметь: циркуль, линейку и цветные карандаши.

Из 40 учеников V класса 22 (15) ученика — 11-летнего возраста, 15 (10) — 12-летнего возраста и 3 (2) — 13-летние. Построить прямоугольную диаграмму и заштриховать. (В скобках указано число девочек.)

563. Используя данные диаграммы «Грамотность в нашей стране», заполнить таблицу.

Год	Мужчин	Женщин
1897 1926 1939 1959		

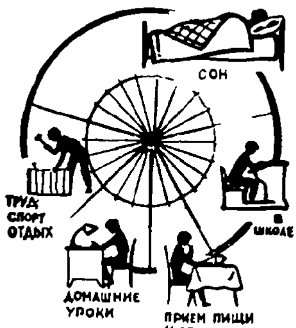
Примечание. 1897, 1926, 1939 и 1959 — годы всеобщей переписи населения страны.

564. **Практическая работа** по построению секторной диаграммы.

Иметь: циркуль, линейку, транспортир и цветные карандаши.

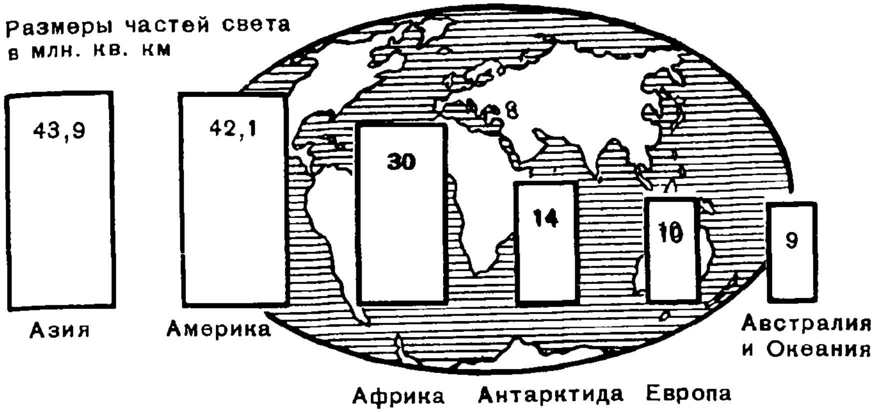
За 1-ю четверть в I классе из 40 учащихся имеют оценки по арифметике: 8 учеников — оценку «5», 12 учеников — оценку «4», 16 учеников — «3», а остальные — оценку «2». Построить секторную диаграмму.

565. По данным секторной диаграммы «Режим дня для ученика V класса» заполнить таблицу и ответить на вопросы: какая часть суток отводится на сон? на домашние занятия? на занятия в школе?



Режим дня для ученика V класса

	Количество часов
Сон Занятия в школе Домашние занятия Прием пищи и отдых Труд, спорт, отдых	



566. Используя данные диаграммы «Размеры частей света», составить задачи на нахождение чисел: а) по сумме и разности, б) по сумме двух чисел и их отношению.

567. Построить линейную диаграмму «Главнейшие реки нашей страны».

Амур . . .	4510 *км*	Волга . . .	3700 *км*
Обь	4340 *км*	Днепр . . .	2300 *км*
Лена . . .	4270 *км*	Кама . . .	2030 *км*
Енисей . . .	3800 *км*	Ока	1500 *км*

568. Построить прямоугольную диаграмму дневной добычи каменного угля на четырех шахтах.

Шахта № 1 . .	25 000 *т*	Шахта № 3 . .	20 000 *т*
Шахта № 2 . .	18 000 *т*	Шахта № 4 . .	12 000 *т*

Контрольное задание к § 22.

1) При расчистке территории водохранилища Братской ГЭС на Ангаре было вырублено такое количество леса, что если бы сложить срубленный лес в штабель в форме прямоугольного параллелепипеда, то размеры его были бы: высота 20 *м*, ширина в 10 раз больше высоты, а длина в $47\frac{1}{2}$ раза больше ширины. Сколько кубометров леса было вырублено?

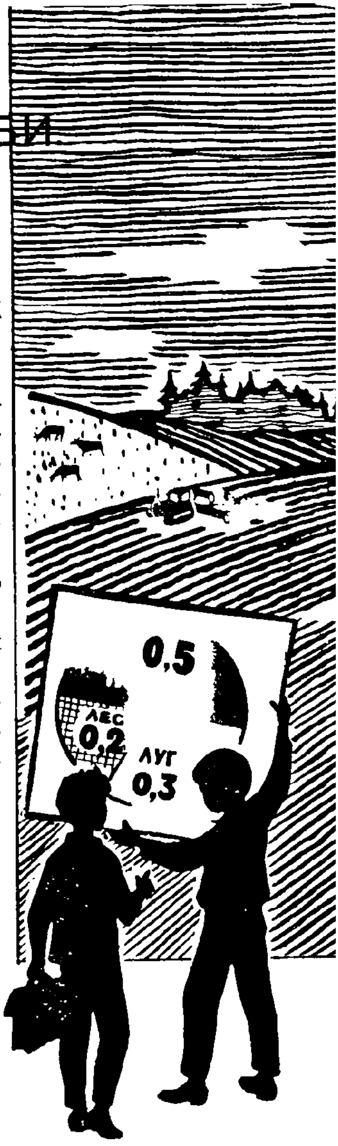
2) Советский павильон на Всемирной выставке в Бельгии имел форму прямоугольного параллелепипеда, длина которого 150 *м*, ширина составляла $\frac{12}{25}$ длины и высота — $\frac{11}{36}$ ширины. Вычислить объем павильона.

3) Перед началом дождя в школьном саду поставили сосуд, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда. Дождевая вода заполнила этот сосуд до высоты 3 *см*. Определить вес воды, выпавшей в виде дождя на школьный сад, размеры которого $\frac{1}{2}$ *км* $\times$ $\frac{1}{5}$ *км*, если известно, что 1 *куб. дм* воды весит 1 *кг*.

4) Собранный картофель можно хранить в открытых на поле траншеях. Сколько траншей размерами $1\frac{1}{5}$ *м* $\times$ 1 *м* $\times$ 10 *м* нужно приготовить для урожая картофеля с $6\frac{3}{4}$ *га*, если предполагаемый средний урожай его равен 154 *ц* с 1 *га*, а 1 *куб. м* картофеля весит в среднем 675 *кг*?

5) Сколько поездок должна сделать трехтонная машина, чтобы перевезти 1000 досок длиной $7\frac{1}{2}$ *м*, шириной $\frac{1}{4}$ *м* и толщиной $\frac{1}{25}$ *м*, если 1 *куб. м* этих досок весит $\frac{4}{5}$ *т*?

ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ



§23 ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ.

1. Понятие о десятичной дроби. В предыдущей главе мы изучали преобразования дробей с разными знаменателями, записываемых с помощью черты и двух натуральных чисел. Одно из этих натуральных чисел называется числителем, а другое — знаменателем дроби. Такие дроби принято называть *обыкновенными*.

Из множества дробей выделим дроби со знаменателями 10, 100, 1000 и т. д., т. е. такие дроби, знаменатели которых — числа, изображаемые единицей с последующим одним или несколькими нулями. Такие дроби называются *десятичными* дробями.

Приведем примеры десятичных дробей:

$$\frac{1}{10} \quad \frac{7}{10} \quad \frac{9}{100} \quad \frac{51}{100} \quad \frac{421}{1000} \quad \frac{1}{100\,000} \text{ и т. д.}$$

Десятичные дроби обладают некоторыми замечательными свойствами и в первую очередь свойством, позволяющим записывать такую дробь без знаменателя.

2. Запись и чтение десятичных дробей. Из свойств натуральных чисел мы знаем, что каждая цифра любого числа обладает поместным свойством, т. е. она имеет особое значение в зависимости от того места, какое она занимает в числе. Например, возьмем трехзначное число 555. Первая пятерка справа обозначает единицы, вторая — десятки, третья — сотни. Всякая цифра, стоящая слева, обозначает единицы, в десять раз большие, чем те, которые обозначены предыдущей цифрой, и, наоборот, всякая цифра, стоящая справа, обозначает единицы, в десять раз меньшие предыдущих. Предположим, что в нашем числе 555 мы справа после разряда единиц поставим цифру 6. Какое мы получим число? Во-первых, нам придется ввести особый знак, показывающий, что цифра 6 стоит справа за цифрой единиц. Условились таким знаком брать запятую (этот знак принят в учебниках всех стран, за исключением Англии и США, где вместо запятой ставят точку). Во-вторых, цифра 6 будет обозначать шесть десятых долей. Таким образом, новое число будет записано 555,6 и читаться пятьсот пятьдесят пять целых и шесть десятых (доли).

Если к числу 555,6 приписать справа цифру 3, то получится число 555,63 и это число читается: пятьсот пятьдесят пять целых и шестьдесят три сотых (доли).

Если к числу 555,63 приписать справа цифру 4, а затем еще 2, то получится число 555,6342, которое читается: пятьсот пятьдесят пять целых и шесть тысяч триста сорок две десятитысячных (доли). В десятичной дроби различают ее целую часть, т. е. то, что записано левее знака дробности (запятой), и дробную ее часть, которая записывается правее его. Цифры, стоящие после запятой (справа от нее), называются *десятичными знаками*.

Первый десятичный знак выражает *десятые* доли,

второй десятичный знак выражает *сотые* доли,

третий десятичный знак выражает *тысячные* доли,

четвертый десятичный знак выражает *десятитысячные* доли,

пятый десятичный знак выражает *стотысячные* доли и т. д.

На основании вышесказанного, можно сделать вывод. Обыкновенную дробь, у которой знаменатель есть единица с одним или несколькими нулями, можно записать без знаменателя. Если обыкновенная дробь будет записана с помощью запятой, которая отделяет целую часть от дробной части, то получим *десятичную* дробь.

П р и м е р ы. Записать и прочитать следующие дроби:

$$\frac{4}{10};\ \frac{15}{100};\ 3\frac{17}{1000};\ \frac{59}{10\,000}.$$

$\frac{4}{10} = 0{,}4$. Читают: нуль целых четыре десятых.

$\frac{15}{100} = 0{,}15$. Читают: нуль целых пятнадцать сотых.

$3\frac{17}{1000} = 3{,}017$. Читают: три целых семнадцать тысячных.

$\frac{59}{10\,000} = 0{,}0059$. Читают: нуль целых пятьдесят девять десятитысячных.

Из рассмотренных примеров видно, что:

1) число цифр после запятой равно числу нулей в знаменателе обыкновенной дроби.

Например: $\underset{\text{4 нуля}}{\frac{59}{10\,000}} = \underset{\text{четыре цифры после запятой}}{0{,}0059}$; $\underset{\text{3 нуля}}{\frac{5456}{1000}} = \underset{\text{три цифры после запятой}}{5{,}456}$.

2) При чтении десятичной дроби сначала называют ее целую часть с добавлением слова «целых», а затем число, стоящее после запятой, с добавлением названия последнего разряда.

Некоторые обыкновенные дроби часто приходится обращать в десятичные и обратно.

Поэтому результаты этих обращений надо запомнить.

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} = 0{,}5; \qquad \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{2}{10} = 0{,}2;$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{25}{100} = 0{,}25; \qquad \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = 0{,}75.$$

$$\frac{1}{2} = 0{,}5 \qquad \frac{1}{4} = 0{,}25 \qquad \frac{1}{5} = 0{,}2 \qquad \frac{3}{4} = 0{,}75$$

УПРАЖНЕНИЯ.

№ 569—570 — устно.

569. Сколько десятых долей в единице? Сколько сотых и сколько тысячных долей в одной десятой? Сколько в одной сотой стотысячных долей?

570. Во сколько раз одна десятая доля больше одной сотой? Во сколько раз одна сотая меньше пяти десятых?

571. 1) (Устно.) Какую часть составляют: метр от километра? грамм от килограмма? квадратный сантиметр от квадратного дециметра? кубический сантиметр от кубического дециметра? литр от гектолитра? гектар от квадратного километра?

2) Сколько десятых долей в 15 целых? Сколько сотых долей в 3 целых? Сколько сотых долей в 2 целых и 3 десятых? Сколько тысячных в 5 целых и 8 сотых?

572. Прочитайте и запишите числа, образуемые цифрами, написанными в указанных разрядах следующей таблицы:

Целые числа							Десятичные доли					
единицы миллионов	сотни тысяч	десятки тысяч	единицы тысяч	сотни	десятки	единицы	десятые	сотые	тысячные	десятитысячные	стотысячные	миллионные
						1	3	5				
				2	—	3	—	4				
			6	5	7	—	4	—	7	2		
		5	—	9	8	3	6	—	—	4	7	
1	7	—	2	1	—	—	—	3	9	1	—	4

573. 1) Прочитайте следующие числа: 0,2; 5,7; 16,4; 0,27; 4,31; 18,001; 0,0004; 46,0732; 1238,0072; 35,0000063; 7,0101; 29,00601; 387,100056; 0,0000101; 5,00001004.

2) Начертите числовой луч и отложите на нем точки, соответствующие числам: 0; 0,2; 0,5; 0,8; 1; 1,3; 1,7; 2.

574. Написать следующие числа: три десятых; пять целых одна сотая; четыре целых пятнадцать тысячных; одна целая четыреста двадцать одна стотысячная; сто пятьдесят целых три миллионных.

575. Написать без знаменателей следующие числа:

$$\frac{3}{10};\ \frac{21}{100};\ \frac{11}{1000};\ \frac{7}{10\,000};\ \frac{101}{10\,000\,000};\ 1\frac{9}{100};\ 23\frac{15}{1000};$$

$$101\frac{27}{100\,000};\ 2000\frac{1}{10\,000};\ 4005\frac{17}{100\,000};\ \frac{15}{10};\ \frac{125}{100};$$

$$\frac{4050}{1000};\ \frac{675}{10};\ \frac{10256}{1000}.$$

3. Другие свойства десятичных дробей. 1) Десятичную дробь можно представить в виде обыкновенной дроби. Например:

$$0{,}7 = \frac{7}{10};\quad 4{,}72 = \frac{472}{100} \text{ и т. д.}$$

Вывод. Чтобы десятичную дробь выразить в виде обыкновенной дроби, нужно отбросить запятую и взять полученное натуральное число числителем, а знаменателем взять знаменатель последнего десятичного знака.

2) Десятичную дробь можно выразить в более мелких долях единицы. Например: 0,6 = 0,60 = 0,600 = 0,6000 = и т. д., так как $0,6 = \frac{6}{10} = \frac{60}{100} = \frac{600}{1000} = \frac{6000}{10\,000}$ на основании главного свойства дробей.

Вывод. Чтобы выразить десятичную дробь в более мелких долях, нужно приписать соответствующее число нулей после последнего десятичного знака.

3) Если десятичная дробь имеет на конце один или несколько нулей, то ее можно упростить, отбросив эти нули (или нуль).

Например: 0,500 = 0,5, так как $\frac{500}{1000} = \frac{5}{10} = 0,5$.

Вывод. Чтобы выразить десятичную дробь, имеющую на конце один или несколько нулей, в более крупных десятичных долях, нужно отбросить эти нули.

4) Десятичные дроби легко привести к общему наименьшему знаменателю. Например, если даны дроби 1,05; 31,186; 0,1503, то на основании свойства 2 мы запишем их в виде 1,0500; 31,1860; 0,1503, т. е. в каждой из трех дробей число десятичных знаков стало одинаково (4).

Вывод. Чтобы привести данные десятичные дроби к общему наименьшему знаменателю, надо приписать к ним справа столько нулей, чтобы во всех дробях число десятичных знаков оказалось одинаковым.

4. Сравнение десятичных дробей по величине. Десятичные дроби легко сравнивать по величине. Пусть требуется определить большее из чисел 0,356 и 0,35589. Для этого приведем дроби к общему знаменателю. Получим 0,35600 и 35589. Из двух дробей с одинаковыми знаменателями та больше, у которой больше числитель, т. е. 0,35600 > 0,35589.

Можно сравнить десятичные дроби и другим способом.

Из двух десятичных дробей та больше, у которой число целых больше: если целые числа равны, то та больше, у которой число десятых больше; если равные числа целых и десятых, то та больше, у которой число сотых больше и т. д.

УПРАЖНЕНИЯ.

576. Написать в виде обыкновенных дробей: 0,4; 0,25; 0,375; 1,05; 3,28; 0,0012; 2,0021; 125,0001; 3,20005; 17,0000127.

577. (Устно.) 1) Сколько десятых долей в каждом из чисел: 2; 18; 328; 4,2; 13,02; 125,47; 3,0123; 0,574; 0,0798; 0,0035?

2) Сколько сотых долей в каждом из чисел: 3; 26; 2,7; 5,63; 14,01; 2,102; 4,5342; 0,335; 0,01721; 0,0065; 0,00031?

3) Сколько тысячных, десятитысячных, миллионных долей в каждом из чисел: 4; 3,2; 4,563; 0,0534; 6,032976; 0,00005743?

578. Выразить в одинаковых долях единицы следующие числа:

1) 0,7; 1,23; 3; 4,7; 0,125; 3) 1,3; 2,09; 164,1; 0,0015;
2) 4,1; 0,729; 3,07; 6,0005; 4) 0,05; 3,001; 2,5; 4,0501.

579. Привести дроби к общему знаменателю:

1) 10,51 и 1,4; 2) 5,1 и 3,104; 3) 0,15 и 7,452;
4) 0,1 и 23,4056; 5) 2,1; 4,03 и 15,1;
6) 0,15; 0,194 и 4,1; 7) 41,6; 3,05 и 5,001.

580. Сравнить дроби:

1) 0,4 и 0,6; 2) 1,5 и 1,52; 3) 0,5 и 0,49; 4) 14,3 и 14,27;
5) 43,04 и 43,1; 6) 4,568 и 4,56; 7) 0,52 и 0,5198.

581. Поставить знак > или знак < вместо звездочки в записях:

1) 3,2 * 3,19; 2) 17,065 * 17,0648; 3) 0 * 0,0001;
4) 1,1 * 1,09999.

582. Между какими двумя последовательными натуральными числами заключается каждая из десятичных дробей:

1) 0,7; 2) 2,9; 3) 17,8; 4) 259,1?

583. Какую из цифр следует поставить вместо звездочки, чтобы неравенство оказалось верным:

1) 0,5 * 7 > 0,531; 2) 3,* 7 < 3,59;
3) 17,19 > 17,* 3; 4) 29,* > 29,899.

584. Доказать, что при подстановке любой цифры вместо звездочки записи 5,*1 > 3,92 и 4,99 > 4,*876 окажутся верными, а записи 7,* 2 > 7,93 и 9,95 < 9,* 4 — неверными.

5. Увеличение или уменьшение десятичной дроби в 10, в 100, в 1000 и т. д. раз. При раздроблении или при превращении именованных чисел, выраженных в метрических мерах, нам приходится увеличивать или уменьшать числа в 10, 100, 1000 и т. д. раз. Научимся это делать. Пусть нам требуется увеличить десятичное число в 10 раз. Когда требовалось увеличить натуральное число в 10 раз, то приписывали справа нуль, например, увеличивая число 23 в 10 раз, мы получали 230. Приписывание справа нуля увеличивало число 3 в 10 раз (3 была цифрой единиц, а стала цифрой десятков), а число 2, которое было числом десятков, стало числом сотен. Но, как мы знаем, в десятичной дроби приписывание справа нуля не увеличивает число.

Рассмотрим изменение десятичной дроби при переносе в ней запятой. Перенесем в числе 4,256 запятую на один знак вправо; получим новое число 42,56. Сравним второе число с первым. В первом числе цифра 4 означала единицы, а во втором числе — десятки. Значит, ее значение увеличилось в 10 раз. Цифра 2 в первом числе означала десятые доли, а во втором — единицы; значит, она также увеличилась в 10 раз. Значения и других цифр увеличились в 10 раз.

Следовательно, от перенесения запятой вправо на один знак десятичная дробь увеличивается в 10 раз.

Рассуждая аналогично, мы увидим, что от перенесения запятой вправо на два знака десятичная дробь увеличивается **в 100 раз, на три** знака — в 1000 раз и т. д.

Чтобы увеличить десятичную дробь в 10 раз, нужно перенести запятую в ней на один знак вправо; чтобы увеличить ее в 100 раз, нужно перенести запятую на два знака вправо, чтобы увеличить в 1000 раз — на три знака вправо и т. д.

Например, $5{,}79 \cdot 10 = 57{,}9$; $0{,}4287 \cdot 1000 = 428{,}7$.

Если при увеличении десятичной дроби не хватает знаков у числа, то тогда приписывают к нему справа нули.

Например: $3{,}5 \cdot 100 = 350$; $0{,}21 \cdot 10\,000 = 2100$.

Нетрудно видеть, что от перенесения запятой влево на один знак десятичная дробь уменьшится в 10 раз, на два знака — в 100 раз и т. д.

Чтобы уменьшить десятичную дробь в 10 раз, нужно перенести запятую в ней на один знак влево; чтобы уменьшить в 100 раз — на два знака влево; чтобы уменьшить в 1000 раз — на три знака влево и т. д.

Например: $72{,}5 : 10 = 7{,}25$; $232{,}7 : 100 = 2{,}327$.

Если при уменьшении десятичной дроби в ней не хватает знаков у числа целых, то тогда приписывают к нему слева нули.

Например: $5{,}2 : 100 = 0{,}052$; $2{,}59 : 1000 = 0{,}00259$.

УПРАЖНЕНИЯ.

585. Увеличить каждое из следующих чисел:

1) в 10 раз: 7,2; 0,5; 13,15; 0,003; 15,009; 0,0012; 1444,4; 100,23;

2) в 100 раз: 3; 3,07; 0,09; 3,1; 120,5; 0,004; 0,0009; 10,101;

3) в 1000 раз: 4; 4,002; 32,033; 0,12; 0,0001; 12,01003; 0,00724.

586. Написать и прочитать числа, большие данных:

1) в 10 раз: 12; 3,25; 0,032; 120,02; 63,0031; 7,0101; 327,4;

2) в 100 раз: 1,32; 23,1; 0,23; 7,1123; 0,001234; 2,5074;

3) в 1000 раз: 0,746; 1,35; 0,1; 3,05; 120,4; 0,00317; 0,1079.

587. Вычислить:

1) $22{,}45 \cdot 10$;	2) $3{,}045 \cdot 10$;	3) $43{,}173 \cdot 100$;
4) $83{,}02 \cdot 100$;	5) $1{,}0001 \cdot 1000$;	6) $0{,}00324 \cdot 10\,000$;
7) $0{,}0239 \cdot 10 \cdot 10$;	8) $4{,}3 \cdot 10 \cdot 100$;	9) $0{,}001 \cdot 100 \cdot 100$.

588. 1) Сколько сантиметров в 5,6 *дм*? в 3,245 *м*? в 3,63 *км*?

2) Сколько граммов в 0,25 *кг*? в 1,1 *кг*? в 0,00033 *т*?

3) Сколько квадратных метров в 1,2 *а*? в 0,025 *а*? в 0,0723 *га*?

4) Сколько литров в 13,4 *гл*? в 0,03 *гл*? в 0,0073 *куб. м*?

589. Выразить составным именованным числом:

1) 3,75 руб.;	2) 4,32 *м*;	3) 5,6 *км*;
4) 14,625 *км*;	5) 3,42845 *км*;	6) 1,4 *кг*;
7) 0,45 *т*;	8) 1,396 *т*;	9) 4,2 *га*.

590. Уменьшить каждое из следующих чисел:

1) в 10 раз: 3; 27; 1,2; 0,5; 0,31; 1,25;

2) в 100 раз: 250; 36; 4; 1,3; 7,21; 0,03;

3) в 1000 раз: 2002; 323; 41; 5; 0,6; 0,12.

591. Написать и прочитать числа, меньшие данных:

1) в 10 раз: 2; 3,4; 121,3; 168; 2023,4;

2) в 100 раз: 456; 37; 9; 0,3; 0,23;

3) в 1000 раз: 3; 428; 843; 21; 1,2; 0,1;

4) в 10 000 раз: 52 303; 7 404; 302; 5; 0,2.

592. Вычислить:

1) $35{,}645 : 10$;	2) $0{,}0004 : 10$;
3) $12{,}064 : 100$;	4) $0{,}533 : 100$;
5) $424{,}3 : 1000$;	6) $328{,}4 : 10\,000$;
7) $532 : 100\,000$;	8) $42{,}3 : 10 : 100$;
9) $393 : 1000 : 10$;	10) $429 : 1000 : 1000$.

593. 1) Выразить в рублях: 295 коп.; 38 коп.; 2 коп.

2) Выразить в метрах: 325 *см*; 64 *см*; 3 *см*; 7,5 *см*; 0,31 *см*.

3) Выразить в тоннах: 5 625 *кг*; 373 *кг*; 14 *кг*; 29,7 *кг*; 0,8 *кг*.

4) Превратить в метры: 436 *см*; 3028 *см*; 13 *дм*; 10,6 *дм*; 4,5 *см*.

5) Превратить в тонны: 2082 *кг*; 129 *кг*; 3,2 *кг*; 8,35 *кг*.

594. Выразить:

1) в арах: 2425 *кв. м*; 394 *кв. м*; 30 *кв. м*; 7,2 *га*; 0,3 *га*;

2) в метрах: 125 *см*; 8 *дм*; 35 *мм*; 3,7 *см*; 0,2 *км*; 1,31 *км*;

3) в килограммах: 4293 *г*; 74 *г*; 1245 *мг*; 3,25 *ц*; 0,3 *т*;

4) в кубических сантиметрах: 2734 *куб. мм*; 539 *куб. мм*; 4,25 *куб. дм*; 5,732 *куб. м*; 0,01 *куб. м*.

595. Выразить:

1) 5 *см* 2 *мм* в сантиметрах; 1 *см* 3 *мм* в миллиметрах;

2) 3 *км* 523 *м* 50 *см* в километрах; 1 *м* 5 *см* 2 *мм* в метрах;

3) 15 *га* 28 *а* 39 *кв. м* в гектарах; 3 *а* 24,3 *кв. м* в арах;

4) 7 *куб. м* 3 *куб. дм* 24 *куб. см* в кубических метрах.

596. 1) Длина поля, имеющего форму прямоугольника, 250 *м*, а ширина 75 *м*. Какова площадь поля в гектарах?

2) Ящик имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Длина ящика 125 *см*, ширина 0,4 *м*, а высота 40 *см*. Каков объем ящика в кубических метрах?

№ 597—599 решите устно.

597. 1) Как изменится величина десятичной дроби, если перенести запятую вправо на две цифры? вправо на пять цифр? влево на три цифры? вначале перенести запятую вправо на три цифры, а затем влево на две цифры?

2) Как изменится величина дроби 0,12, если в ней отбросить запятую?

598. 1) Во сколько раз число 1,53 больше 0,153? 27,34 больше 0,2734? 0,201 больше 0,00201?

2) Во сколько раз число 0,25 меньше 25? 1,29 меньше 12,9?

599. 1) Во сколько раз надо увеличить число 1,75, чтобы получить число 175?

2) Во сколько раз надо увеличить число 0,001 чтобы получить число 100?

3) Во сколько раз надо уменьшить число 42,1 чтобы получить число 0,421?

4) Во сколько раз надо уменьшить число 1,74, чтобы получить 0,00174?

6. Округление целых чисел и десятичных дробей. В своей деятельности человек часто округляет числа, т. е. заменяет их более близкими к ним числами с меньшим числом знаков. В различного рода сообщениях, помещаемых в газетах, приводятся округленные числа. Да и вы в своей жизни также часто округляете, произнося фразы: «Я сегодня прошел примерно 5 *км*», «Мне осталось работы на два часа» и т. д.

Если вы слышите, что население в нашей стране 220 млн. человек, что в Москве 6 млн. населения, что космонавт-5 Валерий Быковский пролетел 4650 тыс. *км*, то представляете, что эти данные округлены.

Округление числа может быть выполнено с недостатком или с избытком. Округление по недостатку заменяет данное число другим числом, меньшим данного, а по избытку — большим данного.

Например, округлим число 356,59 до разряда сотен, затем до десятков, затем до единиц и до десятых долей.

Вместо числа 356,59 получим при округлении:

до разряда сотен по недостатку 300 по избытку 400.

до разряда десятков по недостатку 350 по избытку 360

до разряда единиц по недостатку 356 по избытку 357

до разряда десятых долей по недостатку 356,5 по избытку 356,6.

Если приходится округлять числа, полученные при решении жизненной задачи, то *округление* по недостатку или по избытку *вызывается условиями задачи.*

Например, решая задачу о числе рабочих, необходимом для выполнения определенной работы, получили 5,3 рабочих. Конечно, ответ может быть дан только в целых числах; и он должен быть взят по избытку, т. е. 6 рабочих.

Если при решении задачи допустимо округление как по недостатку, так и по избытку, то условились применять следующее правило.

Если первая из отбрасываемых при округлении цифр меньше то последняя сохраняемая цифра остается без изменения; ес первая из отбрасываемых цифр 5 или больше 5, то последняя с храняемая цифра увеличивается на единицу.

Примеры. 1) Округлить до сотен 4265. Первая из отбрасываемых цифр 6. Следовательно, округленное число будет 4300. Принято это преобразование записывать так: $4265 \approx 4300$. Знак $\approx$ читается: «приближенно равно». Мы видим, что при округлении целых чисел отбрасываемые цифры заменяют нулями.

2) Округлить до десятых долей 35,649. Первая из отбрасываемых цифр 4. Следовательно, цифра десятых долей остается без изменения: $35{,}649 \approx 35{,}6$.

При округлении десятичной дроби отбрасываемые десятичные знаки не заменяются нулями.

УПРАЖНЕНИЯ.

600. 1) Округлить до сотен числа: 586; 349; 4501; 256,7; 1234,99.

2) Округлить до тысяч числа: 6429; 14 507; 9604,9; 11 499,98.

601. 1) Округлить до единиц числа: 7,45; 12,501; 0,628; 190,3984.

2) Округлить до десятых долей: 0,573; 2,743; 15,964 105,999.

602. 1) Округлить число 150 453 608 с точностью до 100; до 1000; до 10 000.

2) Округлить дробь 384,6535 с точностью до 10; до 1; до 0,01.

603. В следующих равенствах указать, какие из них являются точными и какие — округленными:

1) 1 сажень = 2,1 *м*; 2) 1 фунт = 0,4095 *кг*;
3) 1 *кг* = 1000 *г*; 4) ведро = 12,2 *л*; 5) 1 *а* = 100 *кв. м.*

604. Укажите, какие из данных величин являются точными и какие — округленными:

1) Расстояние между Москвой и Ленинградом — 650 *км*,
2) в школе 725 учащихся,
3) библиотека имеет 20 000 книг,
4) станок состоит из 123 деталей,
5) железнодорожный рельс имеет длину 10,4 *м*.

Контрольное задание к § 23.

1) Сколько десятичных знаков имеет каждая из дробей: 1,25; 0,356; 5,4509; 12,00071? Сколько нулей имеет знаменатель каждой дроби? На каком месте от запятой стоят тысячные доли? Какие доли стоят на седьмом месте справа от запятой?

2) Выразить в метрах сумму: 25 *м* 7 *дм* + 4 *м* 9 *дм* 8 *см* + 7 *м* 5 *см*.

3) В каждой из десятичных дробей: 45,3; 376,42; 1,05 — перенести запятую влево через две цифры и прочитать получившийся результат. Как изменились приведенные числа после переноса запятой?

4) Изобразить отрезками дроби: 0,7; 1,5; 2,7. Отрезки расположить на числовом луче. Под концом отрезка написать число, выражающее длину отрезка.

5) Написать три десятичных дроби, каждая из которых заключается между дробями 0,4 и 0,5.

6) Округлить с точностью до 0,01 миллиона следующие числа: численность населения в Румынии 17 489 790 человек, в Венгрии — 9 860 тыс. человек, в Люксембурге — 308 тыс. человек.

§24 СЛОЖЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ.

Так как основы записи десятичных дробей те же, что и для натуральных чисел, то *сложение десятичных дробей выполняется так же, как и сложение натуральных чисел.*

Чтобы сложить два числа, например 45,392 и 5,473, надо подписать эти числа друг под другом так, чтобы целая часть стояла под целой, десятые доли под десятыми, сотые под сотыми и т. д., а затем выполнить сложение, начав с более мелких долей, т. е. справа налево.

$$\begin{array}{r} 45{,}392 \\ +\;\;5{,}473 \\ \hline 50{,}865 \end{array}$$

При вычислении суммы расссуждают так: 2 тысячных да 3 тысячных дают 5 тысячных, запишем в сумме 5 тысячных; 9 сотых да 7 сотых дают 16 сотых, но 16 сотых составляют 1 десятую и 6 сотых; запишем 6 сотых под сотыми, а 1 десятую сложим с десятыми долями; (3 + 4 + 1) десятые дают 8 десятых, запишем под десятыми; запятую в сумме ставим под запятыми в слагаемых, а затем складываем целые части.

Если слагаемые имеют разное число десятичных знаков, то их можно предварительно привести к одному знаменателю, добавив необходимое число нулей, а затем, подписав «столбиком», складывают. Обычно на практике так не делают. Например, надо найти сумму:

$$35{,}4 + 5{,}3027 + 0{,}72 + 1{,}945.$$

Можно записывать так:
$$\begin{array}{r} 35{,}4000 \\ 5{,}3027 \\ +\;\;0{,}7200 \\ 1{,}9450 \\ \hline 43{,}3677 \end{array}$$
но лучше:
$$\begin{array}{l} 35{,}4 \\ +\;\;5{,}3027 \\ \;\;\;\;0{,}72 \\ \;\;\;\;1{,}945 \\ \hline 43{,}3677 \end{array}$$

При сложении десятичных дробей, если это необходимо, применяют известные нам законы сложения: переместительный и сочетательный. Эти законы упрощают вычисления, особенно при устном счете. Например, надо вычислить:

$$13{,}5 + 0{,}49 + 5{,}5 + 1{,}51 + 4{,}2.$$

Пользуясь законами сложения, получим:

$$(13{,}5 + 5{,}5) + (0{,}49 + 1{,}51) + 4{,}2 =$$
$$= 19 + 2 + 4{,}2 = 25{,}2.$$

Как и при сложении натуральных чисел, при сложении десятичных дробей можно пользоваться счетами.

УПРАЖНЕНИЯ.

605. Найти следующие суммы:

1) $\begin{array}{r} 2,45 \\ +\,0,312 \\ \hline \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 18,509 \\ +\,3,912 \\ \hline \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 31,405 \\ +\,2,097 \\ \hline \end{array}$

4) $\begin{array}{r} 0,6335 \\ +\,0,246 \\ 0,7054 \\ \hline \end{array}$ 5) $\begin{array}{r} 3,785 \\ 97,03 \\ +\,0,429 \\ 5,31 \\ \hline \end{array}$ 6) $\begin{array}{r} 21,0072 \\ 432,06 \\ +\,0,987 \\ 1,5734 \\ 0,1 \\ \hline \end{array}$

Выполнить сложение:

606. 1) $6 + 5,04$; 2) $3,05 + 4,73$;
3) $7,14 + 0,98$; 4) $0,18 + 4,50 + 2$;
5) $4,32 + 0,768 + 2,001$; 6) $0,1 + 0,91 + 0,991$.

607. 1) $2 + 0,43 + 7,24 + 34,1$;
2) $16,8 + 1,095 + 0,07 + 15,971$;
3) $252 + 327,63 + 400,507 + 31,7094$;
4) $0,5 + 0,005 + 0,0055 + 0,000055$;
5) $7,8 + 0,107 + 0,096 + 0,779999$.

608. 1) $4 + 0,57 + 3,24 + 8 + 11,09$;
2) $15,8 + 21,45 + 30 + 40,01 + 3,015$;
3) $176 + 325,75 + 104,397 + 457,629$;
4) $0,0015 + 4,07805 + 0,80539 + 7,50004$;
5) $3,09009 + 2,705106 + 0,90076 + 1,00009$.

609. С помощью русских счетов вычислить:
1) $14,6 + 28,9$; 2) $6,54 + 3,69$;
3) $49,2 + 16,17$; 4) $560,751 + 120,43$;
5) $4,05 + 3,2 + 8,9$; 6) $29,06 + 71,904 + 11,37$;
7) $157,974 + 34,01 + 105,016$; 8) $1004,2 + 851,07 + 157,37$.

610. При помощи счетов найти сумму и проверить результат, переставив слагаемые:
1) $53,404 + 1,4342 + 0,05 + 5,5428$;
2) $0,129 + 0,00497 + 1,009 + 0,85703$.

611. Сложить:
1) 2,25 *м*, 13,4 *м*, 0,27 *м* и 4,79 *м*;
2) 6,525 *кг*, 14,07 *кг*, 0,3 *кг* и 4,503 *кг*;
3) 14,9087 *км*, 3,597 *км*, 0,0072 *км* и 0,9999 *км*.

§25 ВЫЧИТАНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ.

Вычитание десятичных дробей выполняется так же, как и вычитание натуральных чисел.

Чтобы от одной десятичной дроби отнять другую десятичную дробь, надо вычитаемое подписать под уменьшаемым так, чтобы одинаковые разряды и доли были подписаны друг под другом, а затем вычитать начиная с более мелких долей, т. е. справа налево.

Например: 14,056 − 11,954

$$\begin{array}{r} 14{,}056 \\ -\,11{,}954 \\ \hline 2{,}102 \end{array}$$

Выполняя вычитание, рассуждаем так: от 6 тысячных отнять 4 тысячных, будет 2 тысячных, подпишем их в результате под тысячными долями; от 5 сотых отнимаем 5 сотых, получим 0 сотых, подпишем 0 на месте сотых; от 0 десятых нельзя отнять 9 десятых. Возьмем одну единицу, раздробим в десятые доли; всего в ней будет десять десятых, и отнимем 9 десятых, получим 1 десятую, которую и подпишем в результате под десятыми; в целой части осталось число 13. Отнимем от него 11.

Если уменьшаемое и вычитаемое имеют разное число десятичных знаков, их можно уравнять приписыванием нулей справа, а затем производить вычитание, как выполнялось выше, но лучше, как и при сложении, эти приписываемые нули только подразумевать.

Например: 1) 4,25 − 3,7043 и 2) 4 − 1,507.

Можно записать так:

1) $\begin{array}{r} 4{,}2500 \\ -\,3{,}7043 \\ \hline 0{,}5457 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 4{,}000 \\ -\,1{,}507 \\ \hline 2{,}493 \end{array}$

Но лучше:

1) $\begin{array}{l} \;\;4{,}25 \\ -\,3{,}7043 \\ \hline \;\;0{,}5457 \end{array}$ 2) $\begin{array}{l} \;\;4 \\ -\,1{,}507 \\ \hline \;\;2{,}493 \end{array}$

Проверка правильности выполнения сложения и вычитания дробей, как и проверка этих действий с натуральными числами, может быть выполнена двумя способами: *сложением* и *вычитанием*.

УПРАЖНЕНИЯ.

622. Вычислить:

1) $8{,}2 - 3{,}2$; 2) $12{,}8 - 8{,}7$;
3) $16{,}7 - 15{,}8$; 4) $43{,}4 - 31{,}7$;
5) $3{,}25 - 1{,}23$; 6) $5{,}06 - 3{,}19$;
7) $14{,}56 - 13{,}78$; 8) $139{,}21 - 120{,}74$.

Правильность полученных результатов проверить на счетах.

623. Вычислить:

1) $45{,}073 - 16{,}29$; 2) $37{,}496 - 31{,}507$;
3) $5 - 4{,}098$; 4) $15 - 13{,}273$;
5) $3{,}23 - 1{,}756$; 6) $14{,}7 - 11{,}247$;
7) $161{,}05 - 115{,}0707$; 8) $5028{,}3 - 502{,}8345$.

624. Найти разность следующих пар чисел и проверить результат сложением:

1) 4,28 и 3,73; 2) 56,3 и 51,325;
3) 16 и 13,99; 4) 121,101 и 74,655.

625. Найти разность следующих пар чисел и проверить результат вычитанием:

1) 1 и 0,534; 2) 14,2 и 3,14159;
3) 1,1 и 0,8997; 4) 16,07 и 13,9645.

Вычислить:

626. 1) $5 - 4{,}2 - 0{,}3$; 2) $18{,}6 - 7{,}3 - 4{,}5$;
3) $12{,}7 - 4{,}07 - 3{,}528$; 4) $19{,}2 - 16{,}403 - 0{,}57 - 1{,}2$;
5) $0{,}1 - 0{,}0308 - 0{,}0102 - 0{,}059$.

627. 1) $25{,}2 - (16{,}7 - 13{,}9)$;
2) $3{,}15 - (25{,}4 - 24{,}96)$;
3) $(13{,}1 - 9{,}25) - (4{,}9 - 3{,}15)$;
4) $(10 - 3{,}745) - (0{,}9 - 0{,}36)$;
5) $10{,}2 - [6{,}7 - (3{,}15 - 2{,}75)]$;
6) $16 - [15{,}7 - (64{,}17 - 59{,}86)]$;
7) $27{,}1 - \{6{,}8 - [4{,}21 - (24{,}35 - 22{,}739)]\}$;
8) $20 - \{19 - [17{,}4 - (36{,}43 - 20{,}84)]\}$.

Правильность полученных результатов проверить на счетах.

628. Вычислить двумя способами:

1) $(6{,}25 + 3{,}402) - 3{,}25$; 2) $(14{,}07 + 3{,}1) - 2{,}1$;
3) $182{,}46 - (35{,}2 + 40{,}46)$; 4) $4{,}29 - (1{,}28 + 3{,}01)$;
5) $62{,}7 - (50{,}7 - 10{,}11)$; 6) $123{,}29 - (40{,}29 + 80{,}71)$.

629. 1) Из 16,28 вычесть 14,527. Полученную разность увеличить в 100 раз.

2) Из 14 вычесть 6,709. **Полученную разность увеличить** в 1000 раз.

630. Дать ответ в метрах:

1) 454 *м* – 98 *см*; 2) 5,6 *км* – 2 *км* 250 *м* 4 *дм*.

631. Дать ответ в сантиметрах:

1) 4,4 *м* – 9,9 *см*; 2) 1 *м* 15 *дм* 3 *см* – 4,3 *см*.

632. Дать ответ в килограммах:

1) 6,3 *т* – 43,5 *кг*; 2) 3 *т* 4 *ц* 6 *кг* – 49,63 *кг*.

633. Дать ответ в квадратных метрах:

1) 0,056 *га* – 46,4 *кв. м*; 2) 3 *га* 2 *а* 38 *кв. м* – 49,8 *кв. м*.

634. 1) Аральское море занимает площадь 63,8 тыс. *кв. км*, а озеро Байкал — 31,5 тыс. *кв. км*. На сколько площадь Аральского моря больше площади Байкала?

2) Горьковское море занимает площадь 1,75 тыс. *кв. км*, а Московское море на 1,423 тыс. *кв. км* меньше. Чему равна площадь, занимаемая Московским морем?

635. 1) Вес первого искусственного спутника, запущенного в СССР 4 октября 1957 г.,— 83,6 *кг*, а вес второго спутника, запущенного 3 ноября 1957 г.,— 508,3 *кг*. На сколько килограммов второй спутник тяжелее первого?

2) Третий советский искусственный спутник, запущенный 15 мая 1958 г., весил 1327 *кг*, а американский искусственный спутник, запущенный 27 июня 1958 г., весил 17,295 *кг*. На сколько килограммов третий советский спутник был тяжелее американского?

636. 1) На пустой бочке осталась следующая надпись: брутто — 250,6 *кг*, нетто — 212,8 *кг*. В эту бочку налили 204,5 *кг* масла. Как надо изменить надписи на бочке?

2) Решить эту задачу, если была надпись: брутто – 218,5 *кг*, нетто — 180,9 *кг*, и в бочку было налито 156,8 *кг* масла.

637. Составьте и решите несколько задач при помощи вычитания по следующим данным:

1) Площадь Москвы составляла:

до Великой Октябрьской социалистической революции	17,7 тыс. *га*
в 1932 г.	27,2 »
в 1946 г.	33,1 »
в 1963 г.	87,5 »

2) На школьных соревнованиях в беге на 100 *м* лучшие результаты показали: Петя Иванов — 14,2 сек., Володя Петров – 13,9 сек. и Леша Сухарев – 13,6 сек. при норме в 14,6 сек.

Выполнить указанные действия:

638. 1) $(27{,}428 - 16{,}507) - (2{,}946 + 3{,}063)$;
2) $(1{,}2543 + 3{,}7457) + (14{,}04 - 11{,}906)$;
3) $23 + (19{,}57 - 12{,}4) + 16{,}04$;
4) $7{,}98 - 4{,}6 + (15{,}03 - 7{,}42) - 9{,}65$;
5) $(1 - 0{,}973) + (2{,}5 - 1{,}114) - (1{,}137 - 0{,}883)$.

639. 1) $5 - 3{,}2 + 0{,}09 - 0{,}0835$;
2) $5 - (3{,}2 + 0{,}09 - 0{,}0835)$;
3) $5 - 3{,}2 + (0{,}09 - 0{,}0835)$.

640. 1) $(15{,}75 - 13{,}2) - (8{,}92 - 7{,}54) + 0{,}01$;
2) $(44{,}6 - 19{,}01) - (4{,}03 + 5{,}97) - (4{,}5 - 3{,}98)$;
3) $(4{,}002 - 1{,}03) + (7{,}032 - 0{,}005) - (13 - 4{,}999)$.

641. 1) $17{,}03 - [13{,}321 - (17{,}481 - 14{,}19)]$;
2) $17{,}03 - 13{,}321 - (17{,}481 - 14{,}19)$;
3) $10{,}07 - [0{,}15 + 1{,}763 - (3{,}63 - 2{,}164)]$;
4) $(110{,}1 - 29{,}37) - [(13{,}721 - 5{,}991) - 6{,}75]$.

642. 1) $(3{,}1 - 0{,}01) - [5{,}6 - (0{,}999 + 0{,}001) - (7{,}3 - 5{,}23)]$;
2) $[(3 - 0{,}525) + (4 - 3{,}097)] - [(4{,}7 - 3{,}25) - (8{,}01 - 7{,}8)]$;
3) $16{,}27 - (5{,}37 + 3{,}03) - [15{,}9 - (4{,}35 + 7{,}65)]$.

643. 1) $24{,}06 - (0{,}07 + 3{,}386) - [1{,}16 + 2{,}542 - (4{,}74 - 3{,}84)]$;
2) $0{,}025 + (7{,}5 - 0{,}144) - \{8{,}85 - [4{,}037 -$
$- (0{,}89 - 0{,}7509)]\}$;
3) $28 - \{19{,}8004 - [3{,}2005 - (2{,}906 - 0{,}5307)]\}$.

644. Вычислить наиболее простым путем:

1) $(4{,}25 + 6{,}57) - (4{,}49 - 2{,}57) - (3{,}48 - 1{,}75)$;
2) $17{,}56 + (9{,}28 - 5{,}56) - (7{,}01 - 4{,}72)$;
3) $(14{,}7 + 0{,}053) - (9{,}7 - 2{,}32) - (1{,}01 - 0{,}047)$.

645. Найти x, если:

1) $x + 12{,}4 = 15{,}83$;
2) $21{,}7 + x = 23{,}04$;
3) $x - 16{,}53 = 14{,}47$;
4) $28{,}4 - x = 27{,}93$;
5) $x - (3{,}2 - 2{,}1) = 5{,}7$;
6) $(16 - 3{,}8) - x = 11{,}42$;
7) $14{,}2 - (x + 3{,}4) = 10{,}8$;
8) $(11{,}4 - x) - 8{,}4 = 0{,}25$.

№ 646 — 649 решите устно.

646. 1) Какое число надо прибавить к 6,75, чтобы получить 13?

2) К какому числу надо прибавить 15,39, чтобы получить 18,04?

3) Какое число надо вычесть из 15,4, чтобы получить в остатке 7,47?

4) Из какого числа надо вычесть 9,09, чтобы получить 8,1?

произведение будет больше произведения 56 и 4,3 в 10 раз; значит, чтобы получить это произведение, надо произведение натуральных чисел 56 и 43 уменьшить в 10 раз, т. е. отделить в произведении запятой с правой стороны один десятичный знак: $56 \times 4{,}3 = 240{,}8$.

2) $5{,}12 \times 4{,}8$. Увеличим множимое 5,12 в 100 раз, а множитель 4,8 в 10 раз и найдем произведение натуральных чисел 512 и 48.

$$512 \times 48 = 24\,576.$$

Полученное произведение 24 576 будет в 1000 раз больше произведения чисел 5,12 и 4,8, так как мы при умножении увеличили первый сомножитель в 100 раз, а второй — в 10 раз, и, следовательно, результат увеличился в 1000 раз. Значит, чтобы найти произведение чисел 5,12 и 4,8, надо произведение натуральных чисел 512 и 48 уменьшить в 1000 раз, т. е. отделить в произведении запятой три десятичных знака.

$$5{,}12 \times 4{,}8 = 24{,}576.$$

Записывают умножение десятичных дробей так:

1) $$\begin{array}{r} \times\ 56 \\ 4{,}3 \\ \hline +\ 168 \\ 224 \\ \hline 240{,}8 \end{array}$$

2) $$\begin{array}{r} \times\ 5{,}12 \\ 4{,}8 \\ \hline +\ 4096 \\ 2048 \\ \hline 24{,}576 \end{array}$$

3) $$\begin{array}{r} \times\ 8{,}375 \\ 2{,}56 \\ \hline 50250 \\ +\ 41875 \\ 16750 \\ \hline 21{,}44000 \end{array}$$

Чтобы умножить десятичные дроби, следует, не обращая внимания на запятые, перемножить их как натуральные числа и в произведении отделить запятой с правой стороны столько десятичных знаков, сколько их во множимом и во множителе вместе.

2. Законы умножения и их применение. Из § 19 мы знаем, что умножение дробных чисел обладает переместительным, сочетательным и распределительным законами. *Десятичные дроби — вид дробных чисел,* следовательно, умножение десятичных дробей обладает теми же законами, что и умножение натуральных чисел. В основном эти законы используются для упрощения вычислений. Покажем на примерах.

1) $0{,}25 \cdot 1{,}25 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}8 \cdot 5{,}6$. Переставим сомножители (переместительный закон), затем их сгруппируем (сочетательный закон) и выполним вычисления (устно):

$$(0{,}25 \cdot 0{,}4) \cdot (1{,}25 \cdot 0{,}8) \cdot 5{,}6 = 0{,}100 \cdot 1{,}000 \cdot 5{,}6 = 0{,}56.$$

2) $7{,}125 \cdot 80$. На основании распределительного закона выполним умножение так:

$$(7 + 0{,}125) \cdot 80 = 560 + 10{,}000 = 570.$$

Переместительный закон умножения используется и при проверке правильности выполнения умножения.

Например, выполнив умножение, показанное ниже слева, выполняют для проверки умножение, показанное справа:

$$\begin{array}{r} \times\, \begin{array}{r} 58{,}4 \\ 3{,}95 \end{array} \\ \hline 2920 \\ +\ 5256 \\ 1752 \\ \hline 230{,}680 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} \times\, \begin{array}{r} 3{,}95 \\ 58{,}4 \end{array} \\ \hline 1580 \\ +\ 3160 \\ 1975 \\ \hline 230{,}680 \end{array}$$

Умножение десятичных дробей на русских счетах производится так: не обращая внимания на запятые, находят при помощи счетов произведение натуральных чисел, а затем ставят запятую по правилу умножения десятичных дробей.

Если нет времени проверить умножение, то полезно сделать проверку хотя бы путем прикидки, т. е. получить грубо приближенный ответ.

Например, проверяя результат $58{,}4 \cdot 3{,}95 = 230{,}68$, округляют сомножители до целого. Получают, что $58 \cdot 4 = 232$, и делают вывод, что результат 230,68 практически верен.

УПРАЖНЕНИЯ.

Вычислить:

653. (Устно.)

1) $13{,}75 \cdot 10$; 2) $0{,}8 \cdot 10$; 3) $0{,}163 \cdot 10$;
4) $18{,}7 \cdot 100$; 5) $0{,}0034 \cdot 100$; 6) $6{,}4823 \cdot 1000$;
7) $0{,}17 \cdot 1000$; 8) $1{,}4 \cdot 10\,000$; 9) $0{,}054 \cdot 100\,000$.

654. (Устно.)

1) $0{,}1 \cdot 0{,}1$; 2) $0{,}1 \cdot 0{,}01$; 3) $0{,}1 \cdot 0{,}001$;
4) $5 \cdot 0{,}1$; 5) $0{,}5 \cdot 0{,}1$; 6) $0{,}05 \cdot 0{,}1$;
7) $7 \cdot 0{,}01$; 8) $0{,}7 \cdot 0{,}01$; 9) $0{,}07 \cdot 0{,}01$.

655. 1) $1{,}3 \cdot 2$; 2) $4{,}52 \cdot 5$; 3) $0{,}71 \cdot 3$;
4) $0{,}02 \cdot 7$; 5) $4{,}92 \cdot 20$; 6) $0{,}154 \cdot 70$;
7) $0{,}0039 \cdot 400$; 8) $1{,}04 \cdot 500$; 9) $0{,}32 \cdot 303$;
10) $1{,}02 \cdot 501$; 11) $5{,}004 \cdot 702$; 12) $3{,}07 \cdot 1001$.

656. 1) $5\cdot 0{,}41$; 2) $17\cdot 1{,}01$; 3) $12\cdot 4{,}05$; 4) $40\cdot 3{,}24$; 5) $500\cdot 1{,}08$; 6) $1\cdot 4{,}053$; 7) $0\cdot 2{,}825$; 8) $18\cdot 0{,}011$; 9) $47\cdot 2{,}002$; 10) $220\cdot 5{,}04$; 11) $340\cdot 7{,}053$; 12) $99\cdot 3{,}401$.

657. 1) $1{,}5\cdot 1{,}2$; 2) $1{,}4\cdot 1{,}8$; 3) $5{,}8\cdot 2{,}5$; 4) $12{,}9\cdot 3{,}4$; 5) $11{,}3\cdot 10{,}4$; 6) $3{,}2\cdot 0{,}25$; 7) $4{,}6\cdot 0{,}101$; 8) $12{,}25\cdot 0$; 9) $2{,}01\cdot 0{,}11$; 10) $15{,}04\cdot 0{,}7$; 11) $0{,}81\cdot 1{,}12$; 12) $0{,}034\cdot 1{,}03$; 13) $0{,}055\cdot 0{,}22$; 14) $1{,}074\cdot 0{,}71$; 15) $0{,}83\cdot 0{,}999$.

658. 1) $0{,}1\cdot 0{,}1\cdot 0{,}1$; 2) $0{,}3\cdot 0{,}03\cdot 0{,}003$; 3) $0{,}15\cdot 0{,}2\cdot 0{,}17$; 4) $1{,}4\cdot 0\cdot 0{,}25$; 5) $0{,}8\cdot 1{,}5\cdot 1{,}25$; 6) $5\cdot 0{,}502\cdot 1{,}01$; 7) $2{,}3\cdot 0{,}705\cdot 0$; 8) $4{,}03\cdot 3{,}1\cdot 8{,}001$; 9) $2{,}3\cdot 4{,}7\cdot 0{,}5\cdot 6{,}25$; 10) $4{,}9\cdot 0{,}11\cdot 3{,}5\cdot 0{,}56$.

659. (Устно.)

1) $0{,}7\cdot 10$; 2) $5{,}6\cdot 100$; 3) $0{,}2\cdot 3$; 4) $5{,}1\cdot 1$; 5) $0{,}3\cdot 15$; 6) $0{,}4\cdot 60$; 7) $0{,}07\cdot 70$; 8) $0\cdot 0{,}15$; 9) $9\cdot 0{,}03$; 10) $10\cdot 0{,}04$; 11) $5\cdot 0{,}01$; 12) $17\cdot 0{,}03$; 13) $0{,}4\cdot 0{,}3$; 14) $0{,}25\cdot 0{,}04$; 15) $1{,}25\cdot 0{,}8$.

660. Вычислить наиболее удобным способом:

1) $0{,}25\cdot 0{,}3\cdot 4$; 2) $0{,}8\cdot 0{,}11\cdot 0{,}125$; 3) $1{,}25\cdot 3\cdot 0{,}8$; 4) $50\cdot 0{,}13\cdot 0{,}2$; 5) $4{,}5\cdot 1{,}5\cdot 0{,}4\cdot 2$; 6) $8\cdot 4\cdot 0{,}125\cdot 0{,}25$; 7) $1{,}5\cdot 0{,}6\cdot 0{,}4$; 8) $0{,}2\cdot 1{,}7\cdot 0{,}5\cdot 10$; 9) $7{,}5\cdot 8\cdot 0{,}4\cdot 2{,}5$; 10) $7{,}9\cdot 5\cdot 0\cdot 4{,}3$.

661. Выполнить умножение и дать ответ:

1) в метрах: 0,7 *км* · 13; 31,05 *м* · 15; 45,3 *дм* · 11;

2) в километрах: 3,75 *км* · 3; 421,7 *м* · 25; 15,8 *м* · 500;

3) в килограммах: 1,85 *ц* · 12; 23,4 *кг* · 25; 704,3 *г* · 10,1;

4) в квадратных метрах: 2,04 *а* · 5,2; 45,2 *кв. м* · 83; 0,02 *га* · 12,1.

662. 1) Размеры пылинок от 0,005 *мм* до 0,05 *мм*. Выразить размеры пылинок в микронах.

2) Толщина швейной нитки № 40 равна 300 *мк*. Выразить толщину нитки в миллиметрах.

663. (Устно.) Найти:

1) 0,2 от 10; 2) 0,5 от 40; 3) 0,25 от 400; 4) 0,8 от 50; 5) 0,4 от 250; 6) 0,8 от 125; 7) 0,3 от 333; 8) 0,9 от 1000; 9) 0,25 от 100; 10) 0,05 от 600; 11) 0,35 от 200; 12) 0,55 от 8000.

664. Найти:

1) 0,2 от 5,7; 2) 0,7 от 2,9; 3) 0,05 от 1,75;
4) 0,07 от 12,3; 5) 0,29 от 3,1; 6) 0,53 от 4,4;
7) 0,13 от 0,1; 8) 0,84 от 0,12; 9) 0,205 от 0,51;
10) 0,011 от 15,01; 11) 0,66 от 0,17; 12) 0,75 от 1,001.

665. (Устно.) Найти наиболее простым путем:

1) 0,5 от 36 руб. 50 коп.; 2) 0,25 от 24 *т*;
3) 0,5 от 1400 *га*; 4) 0,25 от 120 руб. 40 коп.;
5) 0,5 от 264 *кг*; 6) 0,25 от 448 *км*;
7) 0,75 от 4 руб.; 8) 0,75 от 124 *т*;
9) 0,75 от 560 *м*.

666. Проверить и пояснить справедливость следующих равенств:

1) $3{,}25 \cdot 0{,}61 = 32{,}5 \cdot 0{,}061$;
2) $8{,}4 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}9 = 0{,}84 \cdot 150 \cdot 0{,}09$.

667. (Устно.) Что больше:

1) 4,5 или $4{,}5 \cdot 0{,}99$?
2) 6,8 или $6{,}8 \cdot 1{,}1$?
3) 62,3 или $62{,}3 \cdot 0{,}777$?
4) 15,45 или $15{,}45 \cdot 1{,}001$?

Сделайте вывод о результате умножения **на число, меньшее 1,** большее 1.

668. Найти произведение $4\,ab$, если

a	1,2	0,7	5,6
b	3	1,1	2,5

669. (Устно.) 1) Десятичную дробь умножили на какое-то число и в произведении получили число, равное множимому. На какое число умножили десятичную дробь?

2) На какое число надо умножить десятичную дробь, чтобы в произведении получить нуль?

670. Используя таблицу 4 (стр. 444), выразить:

1) в килограммах: 10 фунтов, 100 фунтов, 5 пудов;
2) в тоннах: 300 пудов, 1500 пудов, 8 000 000 000 пудов;
3) в километрах: 10 верст, 50 верст, 120 верст;
4) в сантиметрах: 10 дюймов, 50 дюймов, 6 дюймов;
5) в гектарах: 100 десятин, 20 десятин, 4 десятины.

671. 1) Колхоз имел под огородами 20,8 *га* земли. Капустой было занято 0,15 этой земли. Сколько гектаров земли было отведено под капусту?

ника производительностью 0,25 *га* в час каждый. Тракторный окучник работал 8 час., а конные окучники по 5 час. каждый. Сколько гектаров картофеля они окучили вместе?

683. 1) Поле площадью в 75 *га* было засеяно пшеницей, рожью и просом. Пшеницей было засеяно 0,4 всего поля, рожью на 5,2 *га* больше, чем пшеницей, а остальная площадь поля была засеяна просом. Сколько гектаров земли было засеяно просом?

2) В колхозном саду 1200 плодовых деревьев, яблонь на 280 деревьев больше, чем грушевых, а остальные деревья — сливы. Сколько сливовых деревьев было в саду?

684. 1) В полдень из порта *А* в порт *Б* вышел пассажирский пароход, скорость которого 22,4 *км* в час. В 15 час. из того же порта в порт *Б* вышел грузовой пароход, скорость которого 16,5 *км* в час. На каком расстоянии друг от друга будут пароходы в 20 час.?

2) Из Москвы в Иркутск вышел скорый поезд со средней скоростью 60 *км* в час, а через 12,5 часа по тому же направлению вылетел самолет, скорость которого 760 *км* в час. На каком расстоянии будут друг от друга самолет и поезд через 2,5 часа после вылета самолета?

685. 1) Из двух городов одновременно навстречу друг другу вышли два поезда: один — со скоростью 48,4 *км* в час, а другой — со скоростью 56,8 *км* в час. Встреча их произошла через 2,5 часа. Найти расстояние между городами.

2) Из двух портов одновременно вышли навстречу друг другу два парохода. Средняя скорость первого была 20,5 *км* в час, а второго — 24,6 *км* в час. Встреча их произошла через 4,5 часа. Найти расстояние между портами. (Ответ округлить до 1 *км*.)

686. 1) Надо огородить колхозный сад, ширина которого 109,4 *м*, а длина на 24,6 *м* больше ширины. Сколько потребуется кольев для изгороди, если на каждый метр идет 5 кольев?

2) Через поле прямоугольной формы, ширина которого 70,5 *м*, а длина в 6 раз больше ширины, проходит поперек его (по ширине) грунтовая дорога шириной 6,5 *м*. Сколько земли используется под посев? (Ответ округлить до 1 *а*.)

Контрольное задание к § 26.

1) Вычислить: $2,5 \cdot 2,45 \cdot 4 \cdot 6,25 \cdot 1,25 \cdot 80$.

2) Проверить справедливость равенства: $4,82 \cdot 3,5 = 48,2 \cdot 0,35$. Объяснить, почему получаются равные произведения двух сомножителей, хотя сомножители и неравные?

3) Вычислить: $3,16 \cdot 0,9 + 10,5 \cdot 9,6 + 0,1 \cdot 2,7$.

4) Вес тела на Луне составляет 0,16 веса этого тела на Земле, на Марсе — 0,38, а на Юпитере — в 2,64 раза больше веса тела на Земле. Определить вес взрослого человека на Луне, Марсе и Юпитере, если на Земле человек весит 72 *кг*?

5) Трактор при пахоте пятикорпусным плугом, захватывающим полосу в 1,75 *м* шириной, развивает скорость 4,8 *км* в час. Какое поле этот трактор может вспахать за 6 час. непрерывной работы? (Выразить работу в гектарах.)

6) Квартира имеет три комнаты. Длина первой комнаты 5,6 *м*, ширина 5 *м*; длина второй комнаты 4,5 *м* и ширина 5 *м*; длина третьей комнаты 4,8 *м* и ширина 3,5 *м*. Сколько надо заплатить квартирной платы за месяц, если за 1 *кв. м* платят 0,06 руб.? (Ответ округлить с точностью до 0,1 руб.)

27 ДЕЛЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ.

Деление десятичных дробей, как и деление натуральных чисел, иногда выполняется без остатка, а иногда — с остатком. Рассмотрим деление десятичных дробей в такой последовательности.

1. Деление десятичной дроби на натуральное число без остатка.
2. Деление десятичной дроби на десятичную дробь без остатка.
3. Приближенное частное.

1. Деление десятичной дроби на натуральное число без остатка.

Пусть надо вычислить частное 74,55 : 35. Запишем деление десятичной дроби так, как записываем деление натуральных чисел:

$$\begin{array}{r|l} 74{,}55 & 35 \\ \underline{70} & 2{,}13 \\ 45 & \\ \underline{35} & \\ 105 & \\ \underline{105} & \\ 0 & \end{array}$$

Делим 74 целых на 35; получим в частном 2 целых, записываем эту цифру и ставим запятую, так как деление целых окончено. Остаток 4 единицы раздробляем в десятые доли (40 десятых) и прибавляем к ним 5 десятых долей; получим 45 десятых. Делим 45 на 35, получим в частном 1 десятую и в остатке 10 десятых; записываем в частном 1 десятую, а остаток 10 десятых; раздробляем в сотые доли (100 сотых) и прибавляем к ним 5 сотых, получим 105 сотых. Делим 105 сотых на 35, получим в частном 3 сотых и в остатке 0. Деление закончено.

Из рассмотренного примера видно, что процесс деления десятичной дроби на натуральное число аналогичен процессу деления натуральных чисел.

Чтобы разделить десятичную дробь на натуральное число, над производить деление так, как производится деление натуральны чисел, обращая остатки в более мелкие десятичные доли.

2. Деление десятичной дроби на десятичную дробь без остатка. Мы знаем, что если делимое и делитель увеличить в одинаковое число раз, то частное не изменится. Это свойство позволяет свести случай деления на десятичную дробь к случаю деления на натуральное число, уже рассмотренному нами.

Пусть надо вычислить частное 3,825 : 0,85.

Рассматривая пример, видим, что если делитель и делимое увеличить в 100 раз, то делитель будет натуральным числом, т. е. мы преобразовали деление на десятичную дробь в деление на натуральное число.

Действие записывают так:

$$3{,}825 : 0{,}85 = 382{,}5 : 85 = 4{,}5$$

$$\begin{array}{r}
-\,340 \\
\hline
-\,42{,}5 \\
42{,}5 \\
\hline
0
\end{array}$$

Чтобы разделить число на десятичную дробь, надо отбросить в делителе запятую и, увеличив делимое во столько раз, во сколько увеличили делитель, разделить его по правилу деления на натуральное число.

Приведем способы записи деления.

1-й способ

$$\begin{array}{r|l}
-\,382{,}53 & 12 \\
\cline{2-2}
36 & 31{,}8775 \\
\cline{1-1}
-\,22 & \\
12 & \\
\cline{1-1}
-\,10{,}5 & \\
9{,}6 & \\
\cline{1-1}
-\,93 & \\
84 & \\
\cline{1-1}
-\,90 & \\
84 & \\
\cline{1-1}
-\,60 & \\
60 & \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

2-й способ

$$\begin{array}{r|l}
382{,}53 & 12 \\
\cline{2-2}
22 & 31{,}8775 \\
10{,}5 & \\
93 & \\
90 & \\
60 & \\
0 &
\end{array}$$

Запись второго способа более экономична, а потому желательно записывать деление десятичных дробей вторым способом. Если деление можно выполнить устно, то действие записывают в строчку: $5{,}6 : 0{,}28 = 560 : 28 = 20$.

3. Понятие о приближенном частном. Мы рассмотрели деление десятичных дробей при условии, что частное выражалось точным (конечным) числом, т. е. деление выполнялось без остатка. Но в практических задачах, для решения которых необходимо применить деление, искомое частное в большинстве случаев не может быть выражено точным числом. Приведем примеры.

Первый пример. Самолет ТУ-104 пролетает расстояние между Москвой и Ленинградом за 45 мин. С какой скоростью он пролетает это расстояние, если оно равно 650 *км*?

Решение.

1) Какую часть часа составляют 45 мин.?

$$45 \text{ мин.} = \frac{45}{60} \text{ часа} = \frac{3}{4} \text{ часа} = 0{,}75 \text{ часа}.$$

2) С какой скоростью летит ТУ-104?

$$650 : 0{,}75 = 65000 : 75 = 866{,}666\ldots$$

```
650 : 0,75 = 65000 : 75 = 866,666...
                   50
                    50
                     50
```

Многоточие в этой записи указывает на то, что в частном цифра 6 бесконечно повторяется.

Второй пример. Бригада ремонтников отремонтировала за месяц 19 *км* шоссе вместо 7 *км*, предусмотренных планом. Во сколько раз бригада перевыполнила план?

Решение. Для нахождения ответа мы должны 19 разделить на 7.

```
19    | 7
 5    | 2,7142857142...
  1
   3
    2
     6
      4
       5
```

Видим, что начиная с 7-го десятичного знака цифры частного стали повторяться. Значит, деление будет бесконечным. В таких случаях, когда убеждаются, что деление бесконечно (в первом примере цифры частного стали повторяться, начиная с цифры 6, во втором — с цифры 7), деление прекращают и записывают результат, ограничиваясь несколькими первыми цифрами частного.

В рассмотренных примерах вполне достаточно ограничиться десятыми долями. Приближенный результат деления записывается так:

$$650 : 0{,}75 \approx 866{,}6;$$
$$19 : 7 \approx 2{,}7.$$

Результат деления выражают приближенным числом не только в случае бесконечного деления. При решении практических задач и в том случае, когда деление может быть выполнено без остатка, т. е. выражено точным числом, часто пользуются приближенным значением результата. Приведем пример.

«Сельские труженики Ставропольского края в 1963 г. продали государству 170 млн. пудов хлеба вместо 127 млн. пудов, предусмотренных планом. Какую часть составляет план от фактического выполнения?»

Решение. Для нахождения ответа надо 127 разделить на 170.

$$\begin{array}{r|l} \underline{127{,}0} & 170 \\ 800 & 0{,}74705 \\ 1200 & \\ 100 & \end{array}$$

В данной задаче нас удовлетворяет число, ограниченное сотыми долями, т. е. $127 : 170 = 0{,}74$.

Из рассмотренных трех примеров можно сделать вывод: когда частное имеет большое число десятичных знаков или их число бесконечно, частное обычно выражают *приближенным* числом.

Нахождение приближенного частного с тем или иным количеством десятичных знаков зависит от практических соображений, от тех данных, которые содержатся в задаче. В рассмотренных трех примерах брали *приближенные частные с недостатком,* так как брали не все частные, а только их первые знаки. Если бы *мы* взяли в этих примерах значения 866,7; 2,8; 0,75, то эти значения называли бы *приближенными частными с избытком.*

Обычно из двух приближенных значений частного берут то, которое меньше отличается от точного частного. При этом пользуются правилом округления (см. § 23).

При нахождении приближенного значения частного можно пользоваться и другим правилом — правилом остатков: если остаток больше половины делителя, то надо взять приближенное значение с избытком. Приведем примеры.

1) Вычислить частное 2 : 3 с точностью до 0,01.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 3 \\ \hline 2 & 0{,}66\ldots \end{array} \qquad \frac{2}{3} \approx 0{,}67,$$ так как остаток (2) больше половины делителя (3).

2) Вычислить частное 5 : 8 с точностью до 0,1.

$$\begin{array}{r|l} 5 & 8 \\ \hline 2 & 0{,}62 \\ \hline 4 & \end{array} \qquad \frac{5}{8} \approx 0{,}6,$$ так как остаток (2) меньше половины делителя (8).

Свойства деления натуральных чисел остаются справедливыми и для десятичных дробей.

УПРАЖНЕНИЯ.

Выполнить деление:

687. 1) 8,76 : 10; 2) 38,4 : 100; 3) 0,23 : 100;
4) 29 : 100; 5) 7,001 : 10 000; 6) 375 : 100 000;
7) 1,44 : 12; 8) 0,9 : 125; 9) 2,35 : 4;
10) 0,0153 : 150; 11) 0,01242 : 69; 12) 0,0162378 : 18.

688. 1) 3 : 0,6; 2) 40 : 0,05; 3) 200 : 0,8;
4) 512 : 0,016; 5) 1 : 0,8; 6) 1 : 0,002;
7) 132 : 0,024; 8) 4959 : 0,87; 9) 36 : 0,225;
10) 5525 : 1,3; 11) 45 156 : 15,9; 12) 860 375 : 0,125.

689. 1) 0,12 : 0,4; 2) 1,5 : 0,03;
3) 0,7 : 0,035; 4) 0,0121 : 0,11;
5) 10,01 : 9,1; 6) 2,002 : 9,1;
7) 0,654 : 10,9; 8) 0,03388 : 121;
9) 3,672 : 2,04; 10) 4,17792 : 0,8192;
11) 3,28576 : 2,176; 12) 1196,54 : 4,126.

690. 1) 3 : 0,1; 2) 18 : 0,1; 3) 250 : 0,1;
4) 7 : 0,01; 5) 158 : 0,01; 6) 4 : 0,001;
7) 42 : 0,001; 8) 1 : 0,0001; 9) 0,1 : 0,1;
10) 0,01 : 0,1; 11) 0,4 : 0,01; 12) 0,25 : 0,001;
13) 7,05 : 0,001; 14) 4,003 : 0,0001; 15) 3,2 : 0,001.

691. 1) 9 : 0,032; 2) 2496 : 0,0012; 3) 0,2205 : 0,147;
4) 6,21 : 3; 5) 1,016 : 8; 6) 0,3534 : 0,57;
7) 9,009 : 0,91; 8) 1111111,101 : 9; 9) 37,505013 : 7,9;
10) 47,04 : 0,0084; 11) 5508 : 6,12; 12) 5,9827 : 0,2063;
13) 8,6292 : 4,23; 14) 61,0305 : 3,05.

692. (Устно.)

1) 4,8 : 2;	2) 4,8 : 8;	3) 9,6 : 12;
4) 0,72 : 6;	5) 0,35 : 0,07;	6) 0,35 : 0,7;
7) 0,35 : 7;	8) 0,64 : 0,016;	9) 0,24 : 1,2;
10) 16,9 : 0,13;	11) 0,225 : 15;	12) 6,25 : 25.

693.

1) 1 : 4;	2) 30 : 4;	3) 5 : 8;
4) 65 : 8;	5) 45 : 6;	6) 123 : 6;
7) 180 : 900;	8) 72 : 300;	9) 11 : 25;
10) 630 : 16;	11) 6576 : 5000;	12) 3612 : 60 000.

694. Найти приближенное частное:

1) 120 : 56 с точностью до 1;
2) 513 : 321 с точностью до 0,1;
3) 12,4 : 32 с точностью до 0,1;
4) 329 : 48 с точностью до 0,01;
5) 45,3 : 11,1 с точностью до 0,01;
6) 2 : 3 с точностью до 0,001;
7) 457 : 3,9 с точностью до 0,001;
8) 71,7 : 324 с точностью до 0,0001;
9) 0,011 : 75 с точностью до 0,00001;
10) 1,005 : 102 с точностью до 0,00001.

695. Какую часть составят:

1) 3 руб. от 10 руб.? 5 коп. от 2 руб.? 15 руб. от 700 руб.?
2) 5 *км* от 40 *км*? 17 *м* от 2 *км*? 13 *м* от 75 *м*?
3) 24 *г* от 1 *кг*? 8 *кг* от 200 *кг*? 3 *ц* от 2 *т*?
4) 6 *кв. м* от 2 *а*? 4 *а* от 5 *га*? 16 *кв. м* от 4 *га*?

696. Какую часть составляет число:

1) 0,21 от 0,84?	2) 0,8 от 4?
3) 4,8 от 12?	4) 0,425 от 0,5?
5) 0,375 от 3,125?	6) 2,84 от 4?
7) 5,525 от 13?	8) 45,156 от 159?
9) 27,03 от 34,04?	

697. Найти x, если:

1) $0{,}3 \cdot x = 8{,}1$;	2) $x \cdot 0{,}7 = 17{,}5$;
3) $0{,}5 \cdot x = 57{,}5$;	4) $0{,}24 \cdot x = 0{,}132$;
5) $0{,}01428 \cdot x = 357$;	6) $x \cdot 0{,}91 = 100{,}1$;
7) $x \cdot 0{,}31 = 0{,}0124$;	8) $0{,}158 \cdot x = 6{,}162$;
9) $5{,}075 \cdot x = 6{,}5975$.	

698. (Устно.) 1) Количество пищи, съедаемое слоном за один день, составляет 0,1 его веса. Найти вес слона, если в день он съедает в среднем 280 *кг* пищи.

2) Самая маленькая птица на Земле — колибри, а самая большая — страус. Вес колибри 1,8 *г*, что составляет 0,00002 веса страуса. Найти вес страуса.

699. 1) 0,13 длины Москвы-реки составляют 65 *км*. Определить длину Москвы-реки.

2) Площадь Азовского моря равна приблизительно 37 800 *кв. км*, что составляет 0,09 площади, занимаемой Балтийским морем. Определить площадь Балтийского моря.

700. 1) Поезд прошел 169,4 *км* за 3,5 часа. Сколько километров он проходит в час?

2) По линиям Московского метро за первые 12 лет перевезено 12,18 млрд. пассажиров. Сколько пассажиров в среднем было перевезено за один год? за один день?

701. 1) Рыба при вялении теряет 0,48 своего первоначального веса. Сколько было взято свежей рыбы для получения 115,7 *т* вяленой?

2) Свекла при переработке в сахар теряет 0,85 своего веса. Сколько надо взять свеклы, чтобы получить 360 *кг* сахару?

702. 1) Токарь за смену изготовил 80 деталей, что составило 1,6 данного ему задания. Сколько деталей он должен был сделать за день?

2) Модельщик за день изготовил 11 моделей, что составило 2,75 его задания. Сколько моделей он должен был сделать за день?

703. 1) Автомат для изготовления конфет в 1 мин. дает 420 штук. За сколько времени автомат изготовит 10 000 конфет? (Вычислить с точностью до 0,1 мин.)

2) Автомат изготавливает за час 124 детали. За сколько времени автомат изготовит 200 деталей? (Вычислить с точностью до 0,1 часа.)

704. 1) Вес первого искусственного спутника Земли, запущенного в СССР,— 83,6 *кг*, а вес второго — 508,3 *кг*. Во сколько раз вес второго спутника больше, чем вес первого спутника? (Вычислить с точностью до 1.)

2) Второй искусственный спутник Земли в начале движения совершал один полный оборот вокруг Земли за 103,75 мин., а первый спутник в начале движения совершал один оборот за 96,17 мин. Во сколько раз первый спутник совершал полный оборот быстрее, чем второй? (Вычислить с точностью до 0,1.)

705. 1) Винт за четыре оборота продвинулся на глубину 9,6 *мм*. За сколько оборотов он продвинется на глубину 21,6 *мм*?

2) Автомобиль за 1,5 часа прошел 75 *км*. За сколько времени он пройдет 375 *км*, двигаясь с той же скоростью?

706. 1) Мощность всех двигателей космического корабля «Восток-1» составляла 20 млн. *л. с*. Какое количество двигателей автомобиля «Москвич» могли бы развить такую же мощность, если мощность двигателя «Москвич» равна 15 *л. с.*?

2) Космическая ракета доставила вымпел СССР на Луну за 38,5 часа, пройдя расстояние 410 тыс. *км*. Какова была средняя скорость ракеты? (Вычислить с точностью до 0,1 *км/мин.*)

Выполнить указанные действия:

707. 1) $\frac{40,2\cdot 8,1\cdot 4,8}{0,048\cdot 0,81}$; 2) $\frac{7,8\cdot 1,001\cdot 0,625}{18,2\cdot 0,26\cdot 0,125}$;

3) $\frac{6,9\cdot 1,75\cdot 3,81\cdot 0,2}{0,55\cdot 1,9\cdot 5,4\cdot 2,3}$.

708. 1) $\frac{2,56\cdot 0,44\cdot 2,25}{3,2\cdot 0,12\cdot 0,6}$; 2) $\frac{4,5\cdot 19,375\cdot 0,4}{3,125\cdot 1,2\cdot 1,5\cdot 6,2}$;

3) $\frac{3,6\cdot 75,3\cdot 0,25}{150,6\cdot 7,5\cdot 7,2\cdot 18}$.

709. Пользуясь правилом деления произведения, найти:

1) $(6,4\cdot 5,8\cdot 0,7):64$; 3) $(2,41\cdot 7,1\cdot 5,5):0,11$;

2) $(15,6\cdot 1,44\cdot 0,05):0,12$; 4) $(13,5\cdot 9,1\cdot 3,3):0,013$.

710. Пользуясь правилом умножения суммы и разности, найти:

1) $(1,5+3,75)\cdot 0,4$; 2) $(4,72-3,6)\cdot 0,25$.

711. Пользуясь правилом деления суммы и разности, найти:

1) $(0,75+1,5):0,15$; 2) $(1,69-0,39):1,3$.

712. Найти x, если:

1) $x:0,5=2,6$; 2) $x:0,19=1,1$; 3) $16,9:x=13$;

4) $8:x=1,25$; 5) $0,6\cdot x=36,06$; 6) $2,5\cdot x=0,375$.

713. 1) Произведение двух чисел равно 0,695, множимое 1,39. Найти множитель.

2) На какое число надо умножить 1,49, чтобы получить 0,596?

714. 1) Частное двух чисел равно 17,2, а делитель 0,35. Найти делимое.

2) Какое число надо разделить на 5,6, чтобы получить 7,04?

715. 1) Частное двух чисел равно 0,1, а делимое 0,016. Найти делитель.

2) Какое число надо разделить на 1,73, чтобы получить нуль?

716. 1) На какое число надо разделить 0,73, чтобы получить 0,73?

2) 0,17 неизвестного числа составляют 1,02. Найти это число.

717. 1) Как изменится произведение трех чисел, если первое умножить на 1,2, второе на 0,25, а третье разделить на 0,4?

2) Как изменится произведение трех чисел, если первое разделить на 1,5, второе умножить на 0,6 и третье разделить на 0,4?

718. Частное от деления двух чисел равно 1,2. Найти новое частное, если:

1) делимое умножить на 0,5, а делитель оставить без изменения;

2) делимое и делитель умножить на 0,4;

3) делимое умножить на 0,9, а делитель — на 3;

4) делимое разделить на 6, а делитель — на 0,2.

719. Вычислить, сколько продукции каждого вида приходится на 100 *га* земельных угодий колхоза, который имел 2450 *га* земли:

Вид продукции	Получено продукции в центнерах	Приходится на 100 *га*
Зерно	2572,5	
Мясо	1837,5	
Сено	2107,0	

720. 1) Транспортер за 4,2 часа поднял из котлована 107,1 *куб. м* земли. Сколько он поднимет земли за 6,5 часа, если будет работать с той же производительностью?

2) Земснаряд за 2,2 часа намывает в плотину 1100 *куб. м* грунта. Сколько грунта он намоет за 5,5 часа, если будет работать с той же производительностью?

721. 1) Длина комнаты 6,4 *м*, ширина 6,5 *м*. Найти высоту комнаты, если ее объем равен 166,4 *куб. м*.

2) Длина комнаты 8,2 *м*, ширина 4,5 *м*. Найти высоту комнаты, если ее объем равен 110,7 *куб. м*.

722. 1) Рабочий захват (ширина собирающей части) конных грабель 2,13 *м*. Какую площадь обработает одна лошадь, запряженная в грабли, за 6 час. работы, если средняя скорость движения ее 4 *км* в час? (Время на отдых не учитывается. Ответ округлить с точностью до 0,1 *га*.)

2) Ширина захвата одной тракторной косилки равна 2,1 *м*. Какую площадь уберут три тракторные косилки за 6 час. работы, если средняя скорость трактора 4,5 *км* в час? (Вычислить с точностью до 1 *га*.)

723. 1) Рабочий захват конных грабель 2,13 *м*. С какой скоростью должна двигаться лошадь, чтобы за час обработать 0,85 *га*? (Вычислить с точностью до 1 *км*.)

2) Ширина захвата тракторной дисковой бороны равна 3,4 *м*. С какой скоростью должен двигаться трактор, чтобы за час обработать 1,7 *га*?

Контрольное задание к § 27.

1) Найти частное: $x : 3{,}2$, если $x = 13{,}12$; $25{,}76$. Сделать проверку.

2) Найти приближенное частное с точностью до 0,1; 0,01; 0,001: 5,27 : 0,96.

3) Вычислить: $(5{,}48 + 8{,}02) : (7{,}97 + 8{,}77) : 3{,}72 \cdot 2{,}5$.

4) При хранении в подвалах или ямах картофель теряет за 6 месяцев 0,15 своего веса. Сколько картофеля надо сложить в яму, чтобы через 6 месяцев иметь его 51 *ц*?

5) Вес подсолнечного масла составляет 0,3 веса зерна, а вес зерна составляет 0,7 веса семян подсолнуха. С какой площади надо собрать подсолнух при урожае 12,5 *ц* семян с 1 *га*, чтобы получить 2 *т* масла?

6) Звезды весьма различны по своей яркости. Самые яркие звезды назвали звездами 1-й величины, звезды, в 2,5 раза более слабые по яркости,— звездами 2-й величины, звезды, в 2,5 раза более слабые, чем звезды 2-й величины,— звездами 3-й величины и т. д. Какую часть яркости звезды 1-й величины составляет яркость звезды 4-й величины? 6-й величины?

Примечание. Самые слабые по яркости звезды, видимые зорким глазом в безлунную ночь,— звезды 6-й величины.

§28 НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ О ПРОЦЕНТАХ.

1. Понятие о проценте. Решая практические задачи, человек пользуется дробями с различными знаменателями. Многие величины при выполнении операций над ними допускают не любые, а определенные для них дробления. Например, можно взять $\frac{1}{100}$ рубля, $\frac{6}{100}$ рубля, $\frac{57}{100}$ рубля, но $\frac{1}{6}$ рубля, $\frac{3}{7}$ рубля, $\frac{1}{11}$ рубля взять нельзя.

Точно так же наши метрические меры допускают десятичные дробления величин. Трудно представить себе $\frac{5}{13}$ *кг*, $\frac{2}{7}$ *ар*, $\frac{7}{29}$ *м* и т. д.

Наиболее распространенным дроблением всевозможных величин является сотая часть, называемая *процентом*. Вместо того чтобы говорить: «Завод за неделю выполнил 0,33 месячного плана», говорят так: «Завод за неделю выполнил 33 процента месячного плана». Фраза: «В колхозном саду 85 процентов всех деревьев составляют яблони», означает, что из каждых 100 деревьев сада яблонь — 85.

Процентом числа называется сотая часть этого числа.

В записях слово «процент» для сокращения заменяют знаком %. Вместо записи: «26 процентов», пишут: «26%».

Полезно запомнить следующую таблицу замены процентов дробными числами и обратно.

$$1\% = 0{,}01 = \frac{1}{100}; \qquad 20\% = 0{,}2 = \frac{1}{5};$$

$$2\% = 0{,}02 = \frac{1}{50}; \qquad 25\% = 0{,}25 = \frac{1}{4};$$

$$4\% = 0{,}04 = \frac{1}{25}; \qquad 50\% = 0{,}5 = \frac{1}{2};$$

$$5\% = 0{,}05 = \frac{1}{20}; \qquad 12{,}5\% = 0{,}125 = \frac{1}{8};$$

$$10\% = 0{,}1 = \frac{1}{10}; \qquad 33\frac{1}{3}\% \approx 0{,}33 \approx \frac{1}{3}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

724. (Устно.) Объяснить на примерах смысл каждой из фраз:

1) Цены на товары снижены на 20%.

2) Цельное молоко содержит 25% сливок.

725. Выразить следующие проценты в виде десятичных дробей:

1) 1%; 5%; 20%; 25%; 30%; 40%; 50%; 75%; 100%; 120%; 46,5%; 6,3%;

2) 3%; 10%; 15%; 45%; 60%; 80%; 150%; 200%; 500%; $2\frac{1}{2}$%; $\frac{3}{4}$%.

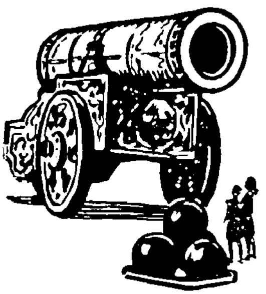
726. Выразить следующие проценты в виде обыкновенных несократимых дробей:

1) 5%; 10%; 20%; 25%; 40%; 75%; 120%; 250%;

2) 4%; 15%; 22%; 50%; 80%; 125%; 200%.

2. Нахождение процентов данного числа. Рассмотрим решение следующей задачи: «Сахарный тростник содержит 15% сахару. Сколько сахара содержится в 10 *т* тростника?»

Решение. Так как 15% = 0,15, то сущность задачи заключается в том, что требуется найти 0,15 от 10 *т*. Мы знаем, что дробь числа находится умножением числа на дробь, т. е.: 10 *т* · 0,15 = 1,5 *т*. Решение записывается так: 1) 15% = 0,15; 2) 10 · 0,15 = 1,5 (*т*).



Чтобы найти несколько процентов числа, надо проценты выразить дробью, а затем найти дробь данного числа.

При устном решении задачи на нахождение нескольких процентов проще вначале найти 1% данного числа, а затем искомое число процентов.

Пример. При перегонке нефти получается 30% керосина. Сколько керосина можно получить из 250 *т* нефти?

Решение. 1% от 250 составляет 2,5, а 30% составляют 2,5 · 30 = 75. Следовательно, из 250 *т* нефти получается 75 *т* керосина.

и $12\frac{1}{2}$ % от любого —

Найти	Ответ
50% от 546	273, так как 50% есть $\frac{1}{2}$
25% от 324	81, так как 25% есть $\frac{1}{4}$
$33\frac{1}{3}$ % от 450	150, так как $33\frac{1}{3}$ % есть $\frac{1}{3}$
10% от 58	5,8, так как 10% есть $\frac{1}{10}$
$12\frac{1}{2}$ % от 1640	205, так как $12\frac{1}{2}$ % есть $\frac{1}{8}$

УПРАЖНЕНИЯ.

727. (Устно.) 1) Найти одну сотую часть каждого из следующих чисел: 500; 1200; 3000; 150; 60; 58; 7; 2.

2) Найти 1% каждого из следующих чисел: 400; 800; 2000; 450; 70; 28; 15.

728. 1) Найти 2% от 50; 10% от 20; 25% от 120; 30% от 2000; 60% от 30; 15% от 5; 15% от 30.

2) Найти: 3% от 50 *кг*; 20% от 400 *г*; 26% от 150 *м*; 45% от 70 руб., 60% от 12 *л*; 25% от 160 *га*; 80% от 1 *га* 4 *а*.

729. (Устно.) 1) В Кремле стоят царь-пушка и царь-колокол, отлитые русскими мастерами. Вес колокола 200 *т*, а вес пушки равен 20% веса колокола. Сколько весит царь-пушка?

2) За сутки вокзалы Москвы в среднем принимают и отправляют 1500 поездов, из них 9% поездов дальнего следования. Сколько поездов дальнего следования принимают и отправляют вокзалы Москвы в сутки?

730. 1) Сколько получится сухой ромашки из 40 *кг* свежей, если она при сушке теряет 84% своего веса?

2) Липовый цвет при сушке теряет 74% своего веса. Сколько получится сухого липового цвета из 300 *кг* свежего?

731. 1) Из свекловицы выходит 16% сахару. Сколько сахару выйдет из 22 *т* 5 *ц* свекловицы?

2) Сколько получится муки при размоле 1 *т* 5 *ц* пшеницы, если вес муки составляет 80% веса пшеницы?

732. 1) Группа пионеров собрала за лето коллекцию из 600 насекомых. 23% этого числа составляли бабочки, 22% — кузнечики, 16% — стрекозы, а остальные — жучки. Сколько жучков собрали пионеры?

2) Пионеры собрали 50 *кг* семян дуба, акации, липы и клена. Желуди составляли 33% всего сбора, семена акации 25%, липы 15%, а остальные — семена клена. Сколько семян клена было собрано пионерами?

733. 1) Школьникам было дано задание посадить 2400 кустов. Они перевыполнили план на 25%. Сколько кустов посадили школьники?

2) Рабочему по плану надо было изготовить 120 деталей. Он перевыполнил план на 40%. Сколько деталей изготовил рабочий?

3. Нахождение числа по его процентам. Рассмотрим решение следующей задачи: «Сливочное мороженое содержит 14% сахару. Сколько получили мороженого, если на его изготовление израсходовано 56 *кг* сахару.

Решение. Так как 14% = 0,14 и по условию 0,14 неизвестного числа составляют 56 *кг*, то, следовательно, нам по дроби целого надо найти целое. Целое по дроби находится делением части на дробь, т. е. 56 : 0,14 = 400 (*кг*). Решение записываем так:

1) 14% = 0,14;
2) 56 : 0,14 = 400 (*кг*).

Эту задачу можно решить и так: так как 14% = 0,14, то, обозначив неизвестное число через x, согласно условию задачи запишем: $x \cdot 0{,}14 = 56$. Отсюда $x = 56 : 0{,}14 = 400$ (*кг*). Чтобы найти число по данным его процентам, надо выразить проценты в виде дроби и решить задачу на нахождение числа по данной его дроби.

Если задачу надо решить устно, то лучше решать так: Вначале найти 1%, а затем 100%, т. е. искомое число.

Пример. Из пшеницы получается 80% муки. Сколько надо взять пшеницы, чтобы получить 560 *кг* муки?

Решение. 80% составляют 560 *кг*, следовательно, 1% составляет 7 *кг*, а 100% (вся пшеница) составляют 700 *кг*.

Приведем примеры, в которых решение легко выполняется устно.

Найти x, зная что	Иначе	Ответ
50% от x равны 17	$\frac{1}{2}$ от x равна 17	$x = 34$
25% от x равны 23	$\frac{1}{4}$ от x равна 23	$x = 92$
$33\frac{1}{3}$ % от x равны 55	$\frac{1}{3}$ от x равна 55	$x = 165$
10% от x равны 72	$\frac{1}{10}$ от x равна 72	$x = 720$
$12\frac{1}{2}$ % от x равны 600	$\frac{1}{8}$ от x равна 600	$x = 4800$

УПРАЖНЕНИЯ.

734. 1) Найти число, одна сотая которого равна: 5; 12; 26; 4,5; 0,7; 0,04.

2) Найти число, 1% которого равен: 3; 16; 29; 1,5; 0,07.

735. 1) Найти число, если 3% его равны 12; 10% его равны 15; 25% его равны 5; 17% его равны 34; 42% его равны 84; 50% его равны $2\frac{1}{2}$; 25% его равны $\frac{3}{4}$.

2) Найти число, если 1% его равен 15 *г*; 5% его равны 2 *т*; 10% его равны 25 руб. 50 коп.; 14% его равны 56 коп.; 40% его равны 2 *га*; 50% его равны $3\frac{1}{2}$ *га*; 25% его равны $\frac{1}{8}$ *л*.

736. 1) После снижения цен на материю на 15% 1 *м* материи стали продавать на 75 коп. дешевле. Сколько стоил один метр этой материи до снижения?

2) Колхоз засеял пшеницей 2250 *га* земли, что составило 75% всей его посевной площади. Найти всю посевную площадь.

737. 1) Рабочий за день изготовил 360 деталей, что составило 150% дневной нормы. Найти дневную норму рабочего.

2) Тракторная бригада за день убрала 156 *га* посева, что составило 120% намеченного плана. Сколько гектаров посева должны были убрать по плану?

738. 1) Фрукты при сушке теряют 82% своего веса. Сколько надо взять свежих фруктов, чтобы получить 36 *кг* сушеных?

2) Мясо теряет при варке 35% своего веса. Сколько нужно взять сырого мяса, чтобы получить 520 *г* вареного?

739. 1) Рабочий получил путевку в санаторий со скидкой в 70% и уплатил за нее 24 руб. Сколько стоила путевка?

2) Товар со скидкой в 10% продан за 18 руб. Какова была стоимость товара до скидки?

740. 1) Завод за месяц выпустил 3360 машин, что составило 140% его месячного задания. Сколько машин завод выпустил сверх плана?

2) Токарь обработал за смену 368 деталей, что составило 115% его дневной нормы. Сколько деталей обработал токарь сверх нормы?

Контрольное задание к § 28.

1) Объяснить на примерах смысл каждой из фраз: а) «15% учащихся нашей школы — отличники»; б) «В руде содержится 70% железа».

2) Сберегательная касса выплачивает вкладчикам 2% годовых. Сколько выплатит касса вкладчикам за год, если вклады составляли: 300 руб., 800 руб., 1500 руб., 2000 руб.?

3) Изобразить с помощью квадрата (со стороной 10 клеток) следующие данные: за контрольную работу по арифметике получили оценку «5» — 40%; оценку «4» — 25% и оценку «3» — 35%.

4) Кузнец отковал за смену 324 скобы, перевыполнив сменное задание на 35%. Сколько скоб составляло сменное задание?

5) Повысив производительность труда на 15%, рабочий выработал за месяц дополнительно изделий на 930 руб. На какую сумму он выработает изделий за месяц, если он увеличит производительность труда на 25%?

§29 РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ.

1. Нахождение периметров и площадей прямоугольника, квадрата и треугольника. Мы знаем правила нахождения площадей прямоугольника и квадрата (см. § 22).

Иногда по условию задачи требуется вычислить сумму всех сторон прямоугольника или квадрата.

Сумма длин всех сторон прямоугольника (или квадрата) называется его периметром.

Периметр обозначается буквой P или p.

Задача. Надо вычислить длину изгороди, которую необходимо построить для ограждения колхозного сада, имеющего вид прямоугольника со сторонами: $a = 0{,}45$ *км* и $b = 0{,}34$ *км*.

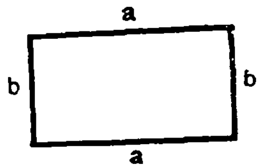
Периметр прямоугольника составляют длины четырех его сторон, попарно равных друг другу.

$$P = a + a + b + b = 2a + 2b;$$
$$P = 2 \cdot 0{,}45 + 2 \cdot 0{,}34 = 0{,}9 + 0{,}68 = 1{,}58 \text{ (км)}.$$

Задача. Для осушения участка, имеющего вид квадрата, надо по его периметру отрыть канаву. Найти периметр участка, если сторона квадрата 0,96 *км*.

Решение. В квадрате все стороны равны между собой. Следовательно, $P = 4a$, где a — длина одной стороны. Отсюда

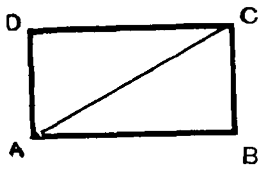
$$P = 4 \cdot 0{,}96 = 3{,}84 \text{ (км)}.$$



Задача. Стороны прямоугольного треугольника 1,2 *м*, 1,3 *м* и 0,5 *м*. Найти периметр этого треугольника.

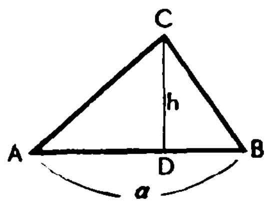
Решение. Найти периметр треугольника — значит вычислить сумму длин его сторон: $P = 1{,}2 + 1{,}3 + 0{,}5 = 3$ (*м*).

Выведем правило нахождения площади треугольника. В прямоугольнике $ABCD$ проведем диагональ AC. Эта диагональ разделит прямоугольник на два равных прямоугольных треугольника ABC и ADC. Убедиться в их равенстве легко при помощи наложения.



Отсюда вытекает, что площадь треугольника ABC вдвое меньше площади прямоугольника.

Если треугольник будет не прямоугольный, то можно в нем провести высоту CD. Эта высота разобьет треугольник на два прямоугольных треугольника ADC и CDB. Площадь каждого из этих прямоугольных треугольников равна половине произведения основания на высоту. Площадь всего треугольника, равная сумме площадей этих прямоугольных треугольников, также будет равна половине произведения основания на высоту и записывается формулой так:



$$S = \frac{1}{2} ah,$$

где a — длина основания, а h — высота треугольника.

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту.

Приведем для образца решение задачи на нахождение площади треугольника.

З а д а ч а. Основание треугольника 15 *см*, а высота составляет третью часть длины основания. Найти площадь треугольника.

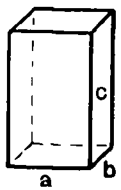
Р е ш е н и е.

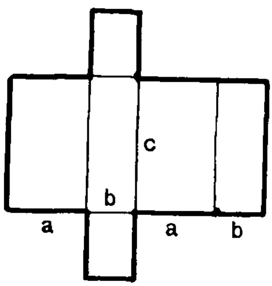
1) Найдем высоту треугольника:

$$15 \cdot \frac{1}{3} = 5 \ (см).$$

2) Найдем площадь треугольника:

$$0{,}5 \cdot 15 \cdot 5 = \frac{75}{2} = 37{,}5 \ (кв.\ см).$$





2. Нахождение поверхности и объемов куба и прямоугольного параллелепипеда. Формулы нахождения объемов куба и прямоугольного параллелепипеда мы уже знаем. Куб и прямоугольный параллелепипед имеют по 6 граней. В кубе грани — равные квадраты, а в прямоугольном параллелепипеде — прямоугольники, причем противоположные грани — равные прямоугольники. Сумму площадей всех граней куба или прямоугольного параллелепипеда называют площадью полной поверхности или просто *полной поверхностью* куба или прямоугольного параллелепипеда. Если взять сумму площадей четырех боковых граней куба или прямоугольного параллелепипеда, то эта сумма называется площадью боковой поверхности или просто *боковой поверхностью* куба или прямоугольного параллелепипеда.

Решим задачи.

З а д а ч а. Сколько полотна пойдет на обшивку ящика кубической формы, если ребро куба — 0,7 *м*?

Р е ш е н и е. Надо обшить все шесть граней куба. Значит для нахождения полной поверхности куба надо вычислить площадь одной грани (квадрата), а затем умножить полученную площадь грани на 6.

1) Найдем площадь одной грани:

$$s = 0{,}7 \cdot 0{,}7 = 0{,}49 \ (кв.\ м).$$

2) Найдем площадь 6 граней:

$$S = 0{,}49 \cdot 6 = 2{,}94 \ (кв.\ м).$$

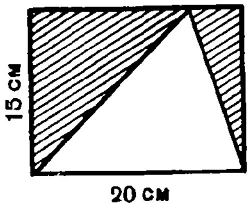
Можно сделать это короче. Подставим в формулу $S=6a^2$ вместо $a-0,7$ и вычислим.

Задача. Сколько квадратных метров фанеры потребуется для обивки с боков прямоугольного ящика, имеющего размеры: длина — 1,4 *м*, ширина — 0,8 *м* и высота — 1,2 *м*.

Решение. Боковая поверхность этого ящика состоит из 4 граней-прямоугольников. Найдем сумму площадей этих граней:

$$S=1,4\cdot1,2+0,8\cdot1,2+1,4\cdot1,2+$$
$$+0,8\cdot1,2=4,28\ (кв.\ м).$$

Можно боковую поверхность вычислять более рациональным путем. Представим, что от модели прямоугольного параллелепипеда отнимем оба основания (дно и крышку), а оставшуюся боковую поверхность развернем.



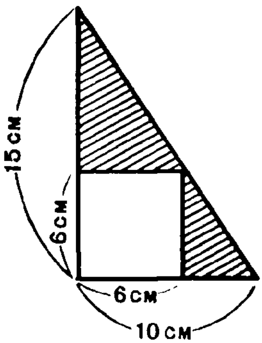
Получим, что боковая поверхность развернулась в прямоугольник, основание которого $(2a+2b)$, а высота c. Следовательно,

$$S=(2a+2b)\cdot c.$$

В нашем примере:

$$S=(2\cdot1,4+2\cdot0,8)\cdot1,2=4,28\ (кв.\ м).$$

УПРАЖНЕНИЯ.



741. 1) Одна из сторон треугольника 2,25 *см*, вторая — на 3,5 *см* больше первой, а третья — на 1,25 *см* меньше второй. Найти периметр треугольника.

2) Одна из сторон треугольника 4,5 *см*, вторая — на 1,4 *см* меньше первой, а третья сторона равна полусумме двух первых сторон. Чему равен периметр треугольника?

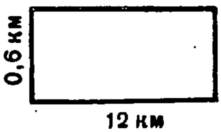
742. 1) Основание треугольника 4,5 *см*, а высота его на 1,5 *см* меньше. Найти его площадь.

2) Высота треугольника 4,25 *см*, а его основание в 3 раза больше. Найти площадь треугольника. (Ответ дать с точностью до 0,1 *кв. см*.)

743. 1) Найти площади заштрихованных фигур (см. рис.).

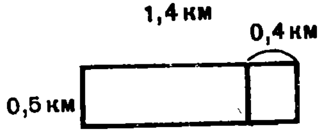
2) Какая площадь больше: прямоугольника со сторонами 5 *см* и 4 *см*, квадрата со

стороной 4,5 *см* или треугольника, основание и высота которого равны по 6 *см*?



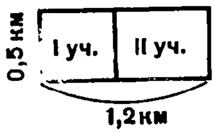
744. 1) Площадь первого участка (см. рис.) на 10,8 *га* больше площади второго участка. Найти длину второго участка.

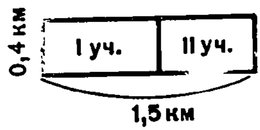
2) Длина второго участка на 0,4 *км* больше длины первого участка (см. рис.) Вычислить площадь каждого участка в гектарах.



745. 1) Огород имеет форму прямоугольника, длина которого 32 *м*, ширина 10 *м*. 0,05 всей площади огорода засеяно морковью, а остальная часть огорода засажена картофелем и луком, причем картофелем засажена площадь, в 7 раз большая, чем луком. Сколько земли в отдельности засажено картофелем, луком и морковью?

2) Огород имеет форму прямоугольника, длина которого 30 *м* и ширина 12 *м*. 0,65 всей площади огорода засажено картофелем, а остальная часть — морковью и свеклой, причем свеклой засажено на 84 *кв. м* больше, чем морковью. Сколько земли в отдельности под картофелем, под свеклой и под морковью?





746. 1) Поле разбито на 2 участка. Первый участок составляет 45% всего поля. Найти площадь второго участка (см. рис.).

2) Площадь второго участка равна 76% площади первого участка (см. рис.). Вычислить площадь второго участка.

747. 1) **Практическая работа** на вычисление объема классной комнаты.

Выполните необходимые измерения масштабной линейкой и заполните таблицу (с точностью до 0,1):

Измерение	На глаз	Линейкой
Длина		
Ширина		
Высота		

2) Произведя необходимые измерения, вычислите площади боковых стенок, площадь пола и потолка и объем вашей комнаты.

748. 1) Надо снаружи побелить одноэтажный дом, размеры которого: длина 15 *м*, ширина 6,5 *м* и высота 4,5 *м*. В доме 8 окон, каждое размером 0,65 *м* $\times$ 1,2 *м* и дверь 0,75 *м* $\times$ 2,5 *м*. Сколько будет стоить побелка всего дома, если побелка 1 *кв. м* стоит 2 коп. (Ответ округлить до 0,1 руб.)

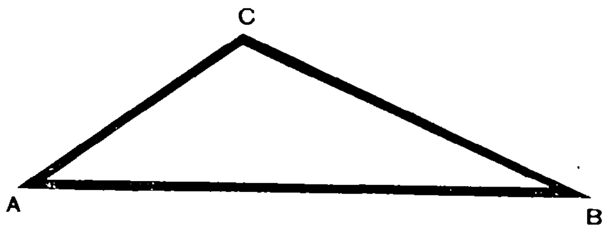
2) Сколько будет стоить штукатурка стен и окраска пола в комнате, длина которой 8,4 *м*, ширина 6,2 *м*, а высота 3,6 *м*, площадь окон и дверей 10 *кв. м*, если штукатурка 1 *кв. м* стены стоит 20 коп., а окраска 1 *кв. м* пола — 45 коп.?

749. 1) Длина чугунной заготовки, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда, равна 24,5 *см*, ширина 4,2 *см* и высота 3,8 *см*. Сколько весят 200 чугунных заготовок, если 1 *куб. дм* чугуна весит 7,6 *кг*? (Ответ округлить до 1 *кг*.)

2) Размеры бетонного блока для постройки стен следующие: 2,7 *м* $\times$ 1,4 *м* $\times$ 0,5 *м*. Пустота составляет 30% объема блока. Сколько кубометров бетона потребуется на изготовление 100 таких блоков?

Контрольное задание к § 29.

1) Используя чертежный угольник и линейку, вычислить двумя способами площадь треугольника *ABC*. Найти среднее арифметическое полученных чисел.



2) Ширина захвата тракторной косилки равна 2,1 *м*. Какова должна быть средняя скорость ее передвижения, чтобы производительность ее составила 0,7 *га* в один час?

3) Нарисовать в тетради развертку куба, ребро которого 2,5 *см*, и вычислить полную поверхность этого куба?

4) Для получения хорошего урожая нужно иметь на 1 *га* не менее 5 000 000 *л* осадков в год. Какой толщине слоя соответствует этот объем?

5) После дождя толщина слоя осадков составила 1 *мм*. Найти объем воды, полученной почвой на площади в 1 *га*.

6) Грейдер-элеватор (машина для рытья канав) за 8 час. работы делает канаву шириной 30 *см*, глубиной 34 *см* и длиной 15 *км*. Скольких землекопов заменяет такая машина, если один землекоп может вынуть 0,8 *куб. м* в час?

§30 ЗАДАЧИ И ПРИМЕРЫ НА ВСЕ ДЕЙСТВИЯ С ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ.

Выполнить указанные действия:

750. 1) $4{,}735 : 0{,}5 + 14{,}95 : 1{,}3 + 2{,}121 : 0{,}7$;
2) $589{,}72 : 16 - 18{,}305 : 7 + 0{,}0567 : 4$;
3) $3{,}006 - 0{,}3417 : 34 - 0{,}875 : 125$;
4) $22{,}5 : 3{,}75 + 208{,}45 + 2{,}5 : 0{,}004$.

751. 1) $(0{,}1955 + 0{,}187) : 0{,}085$;
2) $15{,}76267 : (100{,}6 + 42{,}697)$;
3) $(86{,}9 + 667{,}6) : (37{,}1 + 13{,}2)$;
4) $(9{,}09 - 9{,}0252) \cdot (25{,}007 - 12{,}507)$.

752. 1) $(0{,}008 + 0{,}992) \cdot (5 \cdot 0{,}6 - 1{,}4)$;
2) $(0{,}93 + 0{,}07) : (0{,}93 - 0{,}805)$;
3) $(50\,000 - 1397{,}3) : (20{,}4 + 33{,}603)$;
4) $(2779{,}6 + 8024{,}4) : (1{,}98 + 2{,}02)$.

753. 1) $1{,}35 : 2{,}7 + 6{,}02 - 5{,}9 + 0{,}4 : 2{,}5 \cdot (4{,}2 - 1{,}075)$;
2) $4{,}3 - 3{,}5 + 1{,}44 : 3{,}6 + 3{,}6 : 1{,}44 \cdot (0{,}1 - 0{,}02)$;
3) $[(14{,}068 + 15{,}78) : (1{,}875 + 0{,}175)] : [(0{,}325 + 0{,}195) \cdot 4]$;
4) $(0{,}578 + 0{,}172) \cdot (0{,}823 + 0{,}117) - 1{,}711 : (4{,}418 + 1{,}382)$.

754. 1) $32{,}52 - [(6 + 9{,}728 : 3{,}2) \cdot 2{,}5 - 1{,}6] \cdot 1{,}2 - 0{,}015 : 0{,}01$;
2) $50{,}32 - [(20 + 9{,}744 : 2{,}4) \cdot 0{,}5 - 1{,}63] : 0{,}25 + 0{,}0752 : 0{,}04$

755. Найти частное от деления:
1) $(605{,}125 : 12{,}5 - 36{,}8706 : 0{,}87 - 0{,}0012)$
на $(0{,}3181 \cdot 4 - 59{,}29 : 77)$;
2) $(90{,}09 : 91 + 3{,}774 : 0{,}34)$
на $(232{,}31 : 17{,}87 + 186{,}85 : 5{,}05)$.

756. Выполнить действия:

1) $\dfrac{4{,}06 \cdot 0{,}0058 + 3{,}3044895 - (0{,}7584 : 2{,}37 + 0{,}0003 : 8)}{0{,}03625 \cdot 80 - 2{,}43}$;

2) $\dfrac{2{,}045 \cdot 0{,}033 + 10{,}518395 - 0{,}464774 : 0{,}0562}{0{,}003092 : 0{,}0001 - 5{,}188}$.

757. 1) $\dfrac{57{,}24 \cdot 3{,}55 + 430{,}728}{2{,}7 \cdot 1{,}88 - 1{,}336} + \dfrac{127{,}18 \cdot 4{,}35 + 14{,}067}{18 + 2{,}1492 : 3{,}582}$;

2) $\dfrac{5{,}7 \cdot 16{,}2}{20{,}52} + \dfrac{127{,}68 \cdot 0{,}5}{4{,}56} + \dfrac{34{,}68 \cdot 15{,}4}{6{,}8 \cdot 3{,}57}$.

758. 1) $\dfrac{(4{,}561+5{,}439)\cdot 0{,}1}{(7{,}01-5{,}01):0{,}5}-\dfrac{(4{,}45-2{,}2):0{,}3}{(0{,}823+0{,}177)\cdot 30}$;

2) $\dfrac{(1{,}238+2{,}762)\cdot 0{,}1}{(36{,}487-34{,}237):2{,}8125}+\dfrac{(4{,}36-1{,}16)\cdot 0{,}3125}{0{,}2\cdot(47{,}8-45{,}55):0{,}225}$.

759. 1) $\left[\dfrac{0{,}3\cdot(3{,}6-2{,}8)}{0{,}25\cdot(0{,}94+1{,}06)}+\dfrac{(0{,}2-0{,}15):0{,}001}{(4{,}7-3{,}9)\cdot 10}\right]:26{,}92$;

2) $52:\left[\dfrac{6:(0{,}4-0{,}2)}{2{,}5\cdot(0{,}8+1{,}2)}+\dfrac{(34{,}06-33{,}81)\cdot 4}{6{,}84:(28{,}57-25{,}15)}\right]-8$.

760. Вычислить:

1) (4,32 *кг* : 1,35 + 1,3 *ц* : 26 − 0,04 *т* · 0,0225) : : (10,01 *кг* : 13 − 40 *г*);

2) (0,08 *т* · 0,18 + 0,025 *кг* − 3,05 *кг* : 2) : (1,2 *кг* · 2,7 + + 1 *кг* 60 *г*).

761. Найти x, если:

1) $2{,}6\cdot x = 40{,}54 + 50{,}46$; 2) $3{,}04\cdot x + 8{,}176 = 10$;

3) $0{,}05\cdot x - 0{,}01 = 0{,}19$; 4) $(3{,}12 + 0{,}9)\cdot x = 2{,}412$.

762. 1) $(5000 - 1397{,}3):(x + 33{,}63) = 90$;

2) $3{,}06 - 0{,}05\cdot x + 66:0{,}33 + 0{,}14 = 203$;

3) $2{,}473\cdot 0{,}05\cdot x + 0{,}1581:0{,}06 = 15$.

763. 1) Номер обуви равен числу 1,5, умноженному на длину ступни в сантиметрах. Определите: а) номер своей обуви; б) чему равна длина ступни человека, если он носит обувь номер 45?

2) Длина лыжи выбирается по росту человека с поднятой вверх рукой или по росту человека, умноженному на 1,3. Определите длину лыжи для себя.

764. 1) Неизвестное число умножили на разность чисел 1 и 0,57 и в произведении получили 3,44. Найти неизвестное число.

2) Сумму неизвестного числа и 0,9 умножили на разность между 1 и 0,4 и в произведении получили 2,412. Найти неизвестное число.

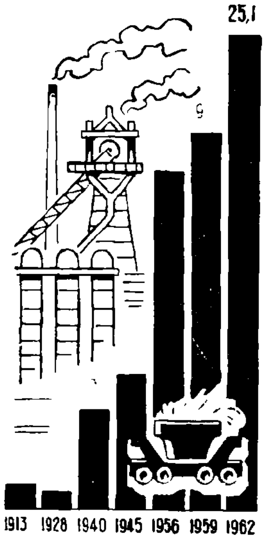
765. 1) Длина Суэцкого канала 165,8 *км*, длина Панамского канала меньше Суэцкого на 84,7 *км*, а длина Беломорско-Балтийского канала на 145,9 *км* больше длины Панамского канала. Какова длина Беломорско-Балтийского канала?

2) Московское метро (к 1959 г.) было построено в 5 очередей. Длина первой очереди метро 11,6 *км*, второй — 14,9 *км*, длина третьей — на 1,1 *км* меньше длины второй очереди, длина четвертой очереди на 9,6 *км* больше третьей очереди, а длина пятой очереди на 11,5 *км* меньше четвертой. Чему равна длина Московского метро к началу 1959 г.?

766. По данным диаграммы о выплавке чугуна в РСФСР составить задачу, для решения которой надо применить действия сложения, вычитания и деления.

767. 1) Наибольшая глубина Атлантического океана 8,5 *км*, наибольшая глубина Тихого океана на 2,3 *км* больше глубины Атлантического океана, а наибольшая глубина Северного Ледовитого океана в 2 раза меньше наибольшей глубины Тихого океана. Какова наибольшая глубина Северного Ледовитого океана?

2) Автомобиль «Москвич» на 100 *км* пути расходует 9 *л* бензина, автомобиль «Победа» — на 4,5 *л* больше, чем расходует «Москвич», а «Волга» — в 1,1 раза больше «Победы». Сколько бензина расходует автомобиль «Волга» на 1 *км* пути? (Ответ округлить с точностью до 0,01 *л*.)



Выплавка чугуна в РСФСР (в миллионах тонн)

768. 1) Ученик во время каникул поехал к дедушке. По железной дороге он ехал 8,5 часа, а от станции на лошадях 1,5 часа. Всего он проехал 440 *км*. С какой скоростью ученик ехал по железной дороге, если на лошадях он ехал со скоростью 10 *км* в час?

2) Колхознику надо было быть в пункте, находящемся на расстоянии 134,7 *км* от его дома. 2,4 часа он ехал на автобусе со средней скоростью 55 *км* в час, а остальную часть пути он прошел пешком со скоростью 4,5 *км* в час. Сколько времени он шел пешком?

769. 1) За лето один суслик уничтожает около 0,12 *ц* хлеба. Пионеры весной истребили на 37,5 *га* 1250 сусликов. Сколько хлеба сохранили школьники для колхоза? Сколько сбереженного хлеба приходится на 1 *га*?

2) Колхоз подсчитал, что уничтожив сусликов на площади в 15 *га* пашни, школьники сберегли 3,6 *т* зерна. Сколько

сусликов в среднем уничтожено на 1 *га* земли, если один суслик за лето уничтожает 0,012 *т* зерна?

770. 1) При размоле пшеницы на муку теряется 0,1 ее веса, а при выпечке получается припек, равный 0,4 веса муки. Сколько печеного хлеба получится из 2,5 *т* пшеницы?

2) Колхоз собрал 560 *т* семян подсолнуха. Сколько подсолнечного масла изготовят из собранного зерна, если вес зерна составляет 0,7 веса семян подсолнуха, а вес полученного масла составляет 0,25 веса зерна?

771. 1) Выход сливок из молока составляет 0,16 веса молока, а выход масла из сливок составляет 0,25 веса сливок. Сколько требуется молока (по весу) для получения 1 *ц* масла?

2) Сколько килограммов белых грибов надо собрать для получения 1 *кг* сушеных, если при подготовке к сушке остается 0,5 веса, а при сушке остается 0,1 веса обработанного гриба?

772. 1) Земля, отведенная колхозу, использована так: 55% ее занято пашней, 35% — лугом, а вся остальная земля в количестве 330,2 *га* отведена под колхозный сад и под усадьбы колхозников. Сколько всего земли в колхозе?

2) Колхоз засеял 75% всей посевной площади зерновыми культурами, 20% — овощными, а остальную площадь — кормовыми травами. Сколько посевной площади имел колхоз, если кормовыми травами он засеял 60 *га*?

773. 1) Сколько центнеров семян потребуется для засева поля, имеющего форму прямоугольника, длиной 875 *м* и шириной 640 *м*, если на 1 *га* высевать 1,5 *ц* семян?

2) Сколько центнеров семян потребуется для засева поля, имеющего форму прямоугольника, если его периметр равен 1,6 *км*. Ширина поля 300 *м*. На засев 1 *га* требуется 1,5 *ц* семян.

774. 1) Сколько пластинок квадратной формы со стороной в 0,2 *дм* поместится в прямоугольнике размером 0,4 *дм* × 10 *дм*?

2) Читальный зал имеет размеры 9,6 *м* × 5 *м* × 4,5 *м*. На сколько мест рассчитан читальный зал, если на каждого человека необходимо 3 *куб. м* воздуха?

775. 1) Какую площадь луга скосит трактор с прицепом четырех косилок за 8 час., если ширина захвата каждой косилки 1,56 *м* и скорость трактора 4,5 *км* в час (время на остановки не учитывается). (Ответ округлить до 0,1 *га*.)

2) Ширина захвата тракторной овощной сеялки равна 2,8 *м*. Какую площадь можно засеять этой сеялкой за 8 час. работы при скорости 5 *км* в час?

776. 1) Найти выработку трехкорпусного тракторного плуга за 10 час. работы, если скорость трактора 5 *км* в час, захват одного корпуса 35 *см*, а непроизводительная трата времени составила 0,1 всего затраченного времени. (Ответ округлить до 0,1 *га*.)

2) Найти выработку пятикорпусного тракторного плуга за 6 час. работы, если скорость трактора 4,5 *км* в час, захват одного корпуса 30 *см*, а непроизводительная трата времени составила 0,1 всего затраченного времени. (Ответ округлить до 0,1 *га*.)

777. 1) Запас муки был распределен между тремя пекарнями: первая получила 0,4 всего запаса, вторая 0,4 остатка, а третья пекарня получила муки на 1,6 *т* меньше, чем первая. Сколько всего муки было распределено?

2) На втором курсе института — 176 студентов, на третьем — 0,875 этого числа, а на первом в полтора раза больше того, что было на третьем курсе. Число студентов на первом, втором и третьем курсах составляло 0,75 всего числа студентов этого института. Сколько студентов было в институте?

---

778. Найти среднее арифметическое:

1) двух чисел: 56,8 и 53,4; 705,3 и 707,5;

2) трех чисел: 46,5; 37,8 и 36; 0,84; 0,69 и 0,81;

3) четырех чисел: 5,48; 1,36; 3,24 и 2,04.

779. 1) Утром температура была 13,6°, в полдень 25,5°, а вечером 15,2°. Вычислить среднюю температуру за этот день.

2) Какова средняя температура за неделю, если в течение недели термометр показал: 21°; 20,3°; 22,2°; 23,5°; 24,1 ; 22,1°; 20,8°?

780. 1) Школьная бригада в первый день прополола 4,2 *га* свеклы, во второй день 3,9 *га*, а в третий 4,5 *га*. Определить среднюю выработку бригады за день?

2) Для установления нормы времени на изготовление новой детали были поставлены 3 токаря. Первый изготовил деталь за 3,2 мин., второй за 3,8 мин., а третий за 4,1 мин. Вычислить норму времени, которая была установлена на изготовление детали.

781. 1) Среднее арифметическое двух чисел 36,4. Одно из этих чисел 36,8. Найти другое.

2) Температуру воздуха измеряли три раза в день: утром, в полдень и вечером. Найти температуру воздуха утром, если в полдень было 28,4°, вечером 18,2° тепла, а средняя температура дня 20,4°.

782. 1) Автомобиль проехал за первые два часа 98,5 *км*, а за последующие три часа 138 *км*. Сколько километров в среднем проезжал автомобиль в час?

2) Пробный улов и взвешивание карпов-годовичков показали, что из 10 карпов 4 имели вес по 0,6 *кг*, 3 по 0,65 *кг*, 2 по 0,7 *кг* и 1 весил 0,8 *кг*. Каков в среднем вес карпа-годовичка?

783. 1) Ширину участка поля измеряли с помощью циркуля, длина шага которого равна 1,9 *м*. Трижды проведенное измерение ширины участка дало результаты: 115, 119 и 117 шагов циркуля. Найти наиболее удобным приемом среднее значение результата измерений в метрах.

2) Трижды измерили глубину вспашки и получили результаты: 24,5 *см*, 27,6 *см* и 25,2 *см*. Найти среднее значение результата измерений в метрах.

784. 1) По переписи 1959 г. население СССР составляло 208,8 млн. человек, причем сельского населения было на 9,2 млн. человек больше, чем городского. Сколько было городского и сколько было сельского населения в СССР в 1959 г.?

2) По переписи 1913 г. население России составляло 159,2 млн. человек, причем городского населения было на 103,0 млн. человек меньше, чем сельского. Сколько было городского и сколько сельского населения в России в 1913 г.?

785. 1) Длина проволоки 24,5 *м*. Эту проволоку разрезали на две части так, что первая часть получилась на 6,8 *м* длиннее, чем вторая. Какова длина каждой части?

2) Сумма двух чисел 100,05. Одно число на 97,06 больше другого. Найти эти числа.

786. 1) На трех складах 8656,2 *т* угля, на втором складе на 247,3 *т* угля больше, чем на первом, а на третьем на 50,8 *т* больше, чем на втором. Сколько тонн угля на каждом складе?

2) Сумма трех чисел 446,73. Первое число меньше второго на 73,17 и больше третьего на 32,22. Найти эти числа?

787. 1) Катер по течению реки шел со скоростью 14,5 *км* в час, а против течения со скоростью 9,5 *км* в час. Какова скорость катера в стоячей воде и какова скорость течения реки?

2) Пароход прошел за 4 часа по течению реки 85,6 *км*, а против течения за 3 часа 46,2 *км*. Какова скорость парохода в стоячей воде и какова скорость течения реки?

788. 1) Два парохода доставили 3500 *т* груза, причем один пароход доставил в 1,5 раза груза больше, чем другой. Сколько груза доставил каждый пароход?

2) Площадь двух комнат 37,2 *кв. м*. Площадь одной комнаты в 2 раза больше другой. Найти площадь каждой комнаты.

789. 1) Из двух населенных пунктов, расстояние между которыми 32,4 *км*, одновременно выехали навстречу друг другу мотоциклист и велосипедист. Сколько километров проедет каждый из них до встречи, если скорость мотоциклиста в 4 раза больше скорости велосипедиста?

2) Найти два числа, сумма которых 26,35, а частное от деления одного числа на другое равно 7,5.

790. 1) Завод отправил три вида груза общим весом в 19,2 *т*. Вес груза первого вида был втрое больше веса груза второго вида, а вес груза третьего вида был вдвое меньше, чем вес груза первого и второго видов вместе. Каков вес груза каждого вида?

2) За три месяца бригада горняков добыла 52,5 тыс. *т* железной руды. За март добыто в 1,3, за февраль в 1,2 раза больше, чем за январь. Сколько руды добывала бригада ежемесячно?

791. 1) Газопровод Газли — Свердловск на 1200 *км* длиннее газопровода Саратов — Москва. Найти длину этих газопроводов, если первый газопровод в 2,5 раза длиннее второго.

2) Длина реки Дона в 3,934 раза больше длины Москвы-реки. Найти длину каждой реки, если длина реки Дона больше длины Москвы-реки на 1467 *км*?

792. 1) Разность двух чисел 5,2, а частное от деления одного числа на другое 5. Найти эти числа.

2) Разность двух чисел 0,96, а их частное 1,2. Найти эти числа.

793. 1) Одно число на 0,3 меньше другого и составляет 0,75 его. Найти эти числа.

2) Одно число на 3,9 больше другого числа. Если меньшее число увеличить в 2 раза, то оно составит 0,5 от большего. Найти эти числа.

794. 1) Колхоз засеял пшеницей и рожью 2600 *га* земли. Сколько гектаров земли было засеяно пшеницей и сколько рожью, если 0,8 площади, засеянной пшеницей, равны 0,5 площади, засеянной рожью?

2) Коллекция двух мальчиков вместе составляет 660 марок. Из скольких марок состоит коллекция каждого мальчика, если 0,5 числа марок первого мальчика равны 0,6 числа марок коллекции второго мальчика?

795. 1) Два парохода вышли навстречу друг другу из двух портов, расстояние между которыми 501,9 *км*. Через сколько времени они встретятся, если скорость первого парохода — 25,5 *км* в час, а скорость второго — 22,3 *км* в час?

2) Два поезда вышли навстречу друг другу из двух портов, расстояние между которыми 382,2 *км*. Через сколько времени они встретятся, если средняя скорость первого поезда была 52,8 *км* в час, а второго — 56,4 *км* в час?

796. 1) Из двух городов, расстояние между которыми 462 *км*, одновременно выехали два автомобиля и встретились через 3,5 часа. Найти скорость каждого автомобиля, если скорость первого была на 12 *км* в час больше скорости второго.

2) Из двух населенных пунктов, расстояние между которыми 63 *км*, одновременно выехали навстречу друг другу мотоциклист и велосипедист и встретились через 1,2 часа. Найти скорость мотоциклиста, если велосипедист ехал со скоростью, на 27,5 *км* в час меньше скорости мотоциклиста?

797. 1) Из *А* в *Б* выехал велосипедист со средней скоростью 12,4 *км* в час. Спустя 3 часа 15 мин из *Б* навстречу ему выехал другой велосипедист со средней скоростью 10,8 *км* в час. Через сколько часов и на каком расстоянии от *А* они встретятся, если 0,32 расстояния между *А* и *Б* равны 76 *км*?

2) Из городов *А* и *Б*, расстояние между которыми 164,7 *км*, выехали навстречу друг другу грузовая машина из города *А* и легковая — из города *Б*. Скорость грузовой машины 36 *км*, а легковой — в 1,25 раза больше. Легковая машина вышла на 1,2 часа позже грузовой. Через сколько времени и на каком расстоянии из города *Б* легковая машина встретит грузовую?

798. 1) Два парохода вышли одновременно из одного порта и идут в одном направлении. Первый пароход в каждые 1,5 часа проходит 37,5 *км*, а второй — в каждые 2 часа проходит 45 *км*. Через сколько времени первый пароход будет находиться от второго на расстоянии 10 *км*?

2) Из одного пункта вначале вышел пешеход, а через 1,5 часа после его выхода выехал в том же направлении велосипедист. На каком расстоянии от пункта велосипедист догнал пешехода, если пешеход шел со скоростью 4,25 *км* в час, а велосипедист ехал со скоростью 17 *км* в час?

799. 1) Одна машинистка может перепечатать рукопись за 1,6 часа, а другая — за 2,5 часа. За сколько времени обе машинистки перепечатают эту рукопись, работая совместно? (Ответ округлить до 0,1 часа.)

2) Бассейн наполняется двумя насосами различной мощности. Первый насос, работая один, может наполнить бассейн за 3,2 часа, а второй — за 4 часа. За сколько времени наполнится бассейн при одновременной работе этих насосов? (Ответ округлить до 0,1 часа.)

800. 1) Одна бригада может выполнить некоторый заказ за 8 дней. Другой на выполнение этого заказа требуется 0,5 времени первой; третья бригада может выполнить этот заказ за 5 дней. За сколько дней будет выполнен весь заказ при совместной работе трех бригад? (Ответ округлить до 0,1 дня.)

2) Первый рабочий может выполнить заказ за 4 часа, второй — в 1,25 раза быстрее, а третий — за 5 час. За сколько часов будет выполнен заказ при совместной работе трех рабочих? (Ответ дать с точностью до 0,1 часа.)

801. 1) На уборке улицы работают две машины. Первая из них может убрать всю улицу за 40 мин., второй для этого требуется 75% времени первой. Обе машины начали работу одновременно. После совместной работы в течение 0,25 часа вторая машина прекратила работу. За сколько времени после этого первая машина закончила уборку улицы?

2) В течение трех дней бригада рабочих отремонтировала 80% шоссейной дороги между двумя пунктами. В первый день было отремонтировано 2,4 *км* этого шоссе, во второй — в 1,5 раза больше, чем в первый, а в третий — $\frac{2}{3}$ того, что было отремонтировано в первые два дня вместе. Найти длину шоссе между пунктами.

802. 1) Первый и второй участки вместе составляют 75% всего поля площадью 92 *га*. Второй участок на 15 *га* больше первого участка. Найти площадь каждого участка.

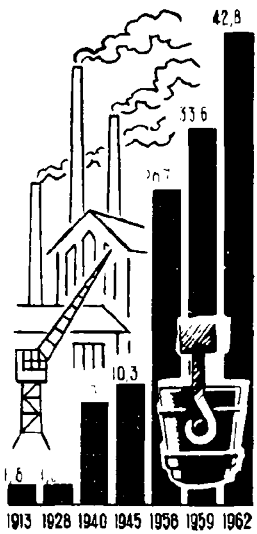
2) Третий участок составляет $\frac{1}{3}$ общей площади первого и второго участков. Площадь второго участка равна 24,5 *га*. Найти площадь первого и третьего участков в отдельности, зная, что первый участок на 10,2 *га* больше второго.

803. 1) Комната имеет длину 8,5 *м*, ширину 5,6 *м* и высоту 2,75 *м*. Площадь окон, дверей и печей составляет 0,1 общей площади стен комнаты. Сколько кусков обоев понадобится для оклеивания этой комнаты, если кусок обоев имеет длину 7 *м* и ширину 0,75 *м*? (Ответ дать с точностью до 1 куска.)

2) Надо снаружи оштукатурить и побелить одноэтажный дом, размеры которого: длина — 12 *м*, ширина — 8 *м* и высота — 4,5 *м*. В доме 7 окон, размером каждое 0,75 *м* $\times$ 1,2 *м*, и 2 двери, каждая размером 0,75 *м* $\times$ 2,5 *м*. Сколько будет стоить вся работа, если побелка и штукатурка 1 *кв. м* стоит 24 коп.? (Ответ дать с точностью до 1 руб.)

804. 1) Длина ящика (с крышкой), имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, равна 62,4 *см*, ширина — 40,5 *см*, высота — 30 *см*. Сколько квадратных метров досок пошло на изготовление ящика, если отходы досок составляют 0,2 поверхности, которая должна быть обшита досками? (Ответ дать с точностью до 1 *кв. м.*)

2) Длина подвала, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, равна 20,5 *м*, ширина — 0,6 его длины, а высота — 3,2 *м*. Подвал заполнили картофелем на 0,8 его объема. Сколько тонн картофеля поместилось в подвале, если 1 *куб. м* картофеля весит 1,5 *т*? (Ответ дать с точностью до 1 *т*.)



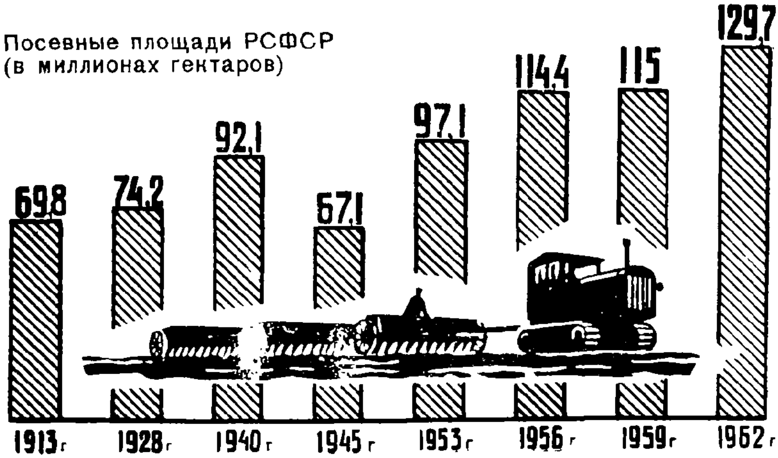
Выплавка стали в РСФСР (в миллионах тонн)

805. Используя диаграмму «Выплавка стали в РСФСР», ответьте на следующие вопросы:

1) На сколько миллионов тонн возросла выплавка стали в 1962 г. по сравнению с 1945 г.?

2) Во сколько раз выплавка стали в 1962 г. была больше выплавки в 1913 г. (С точностью до 0,1.)

806. Используя диаграмму «Посевные площади в РСФСР», ответьте на следующие вопросы:



1) На сколько миллионов гектаров увеличилась посевная площадь в 1962 г. по сравнению с 1945 г.?

2) Во сколько раз посевная площадь в 1962 г. была больше посевной площади в 1913 г.?

807. Построить линейную диаграмму роста городского населения в СССР, если в 1913 г. городского населения было 28,1 млн. человек, в 1927 г.— 24,7 млн., в 1939 г.— 56,1 млн. и в 1959 г.— 99,8 млн. человек.

808. Построить прямоугольную диаграмму последнего сбора металлолома классами вашей школы.

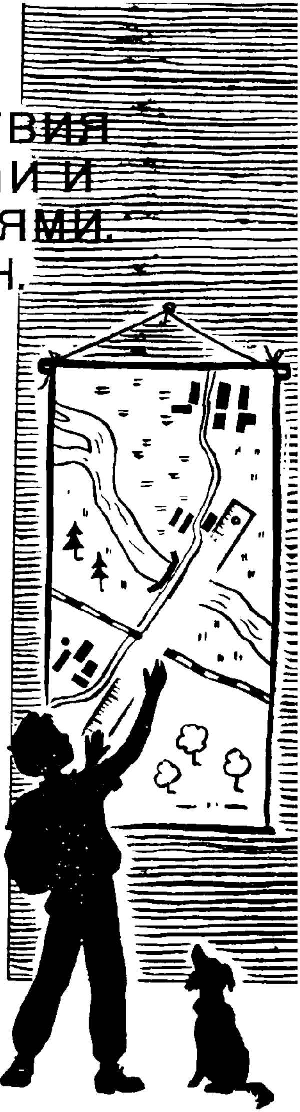
809. **Практическая работа** по составлению сметы.

Составить смету на ремонт помещения вашего класса, если требуется побелить стены и потолок, а также покрасить пол и дверь. Данные для составления сметы (размеры класса, стоимость побелки 1 *кв. м*, стоимость покраски 1 *кв. м*) выяснить у завхоза школы.

810. Для посадки в саду школа купила саженцы: 30 яблонь по 0,65 руб. за штуку, 50 вишен по 0,4 руб. за штуку, 40 кустов крыжовника по 0,2 руб. и 100 кустов малины по 0,03 руб. за куст. Напишите счет на эту покупку по образцу:

№ по порядку	Наименование саженцев	Количество	Цена		Стоимость	
			руб.	коп.	руб.	коп.

Совместные действия над обыкновенными и десятичными дробями. Отношение величин.



§ 31. Запись десятичных дробей в виде обыкновенных и обращение обыкновенных дробей в десятичные (точно и приближенно). Понятие о периодической дроби.

1. Запись десятичных дробей в виде обыкновенных. Любую десятичную дробь можно записать в виде обыкновенной; для этого достаточно записать ее числитель над чертой дроби, знаменатель под чертой дроби и, если возможно, сократить полученную обыкновенную дробь.

Примеры.

$$0{,}7 = \frac{7}{10}; \quad 0{,}11 = \frac{11}{100}; \quad 2{,}47 = 2\frac{47}{100};$$

$$0{,}8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}; \quad 2{,}075 = 2\frac{75}{1000} = 2\frac{3}{40}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

811. Назвать числители и знаменатели следующих десятичных дробей, записать их в виде обыкновенных дробей и, если возможно, сократить:

1) 0,3; 0,4; 0,8; 0,14; 0,45; 0,125;
2) 0,7; 0,13; 0,5; 0,18; 0,64; 0,375.

812. Записать следующие числа с помощью обыкновенных дробей:

1) 1,5; 2,9; 4,45; 10,25; 105,08;
2) 2,8; 4,6; 5,93; 12,044; 15,375.

813. Записать десятичные дроби обыкновенными: 0,2; 0,4; 0,5; 0,6; 0,25; 0,75; 0,12; 0,16; 0,44; 0,125; 0,3; 1,15; 7,05; 12,025 103,28; 210,0125.

814. Записать следующие десятичные дроби неправильными обыкновенными дробями.

1) 3,5; 5,6; 7,25; 10,08; 42,95; 2) 1,2; 4,8; 5,04; 12,25.

815. Найти числа, обратные данным:

1) 0,7; 0,56; 1,2; 4,5; 8,25; 2) 0,3; 0,08; 2,5; 3,25; 12,06.

2. Обращение обыкновенных дробей в десятичные. Любая десятичная дробь записывается в виде обыкновенной (стр. 311), но не всякая обыкновенная дробь обращается в конечную десятичную дробь. Выясним, какие обыкновенные дроби обращаются точно в десятичные дроби. Прежде всего вспомним, что знаменателем десятичной дроби является единица с одним или с несколькими нулями. На какие простые множители разлагаются знаменатели десятичных дробей? Эти разложения:

$$\begin{aligned} 10 &= 2\cdot 5 \\ 100 &= 2\cdot 2\cdot 5\cdot 5 \\ 1000 &= 2\cdot 2\cdot 2\cdot 5\cdot 5\cdot 5 \\ &\dots\dots\dots\dots \end{aligned}$$

Из этих разложений видно, что знаменатель всякой десятичной дроби разлагается только на двойки и пятерки, причем в разложении двоек и пятерок одинаковое количество.

Значит, из обыкновенных несократимых дробей будут обращаться точно в десятичные только те из дробей, знаменатели которых не содержат никаких других простых сомножителей, кроме 2 и 5.

Примеры. Возьмем какие-либо дроби, у которых знаменатель содержит только множители 2 или 5 или тот и другой.

1) Дробь $\frac{2}{5}$ обратится в десятичную, так как достаточно умножить ее числитель и знаменатель на 2 — получаем дробь со знаменателем 10, т. е. единицу с одним нулем:

$$\frac{2}{5} = \frac{2\cdot 2}{5\cdot 2} = \frac{4}{10} = 0{,}4.$$

2) Дробь $\frac{7}{8}$ обратится в десятичную, так как достаточно умножить ее числитель и знаменатель на произведения 5·5·5 — и мы получим дробь со знаменателем 1000:

$$\frac{7}{8}=\frac{7}{2\cdot 2\cdot 2}=\frac{7\cdot(5\cdot 5\cdot 5)}{2\cdot 2\cdot 2\cdot(5\cdot 5\cdot 5)}=\frac{875}{1000}.$$

3) Дробь $\frac{7}{40}$, равная $\frac{7}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 5}$, обратится в десятичную, так как достаточно умножить ее числитель и знаменатель на произведение $5\cdot 5$ — и мы получим дробь со знаменателем 1000.

4) Дробь $\frac{2}{15}$, равная $\frac{2}{3\cdot 5}$, не может обратиться в десятичную дробь, так как в ее знаменателе $(3\cdot 5)$ есть простое число 3, и не существует такого натурального числа, которое, будучи умножено на 3, дало бы в произведении 10, 100, 1000 и т. д.

Примечание. Все рассуждения относились к несократимым дробям, так как некоторые сократимые дроби могут быть выражены десятичной дробью, хотя их знаменатель и содержит другие простые множители, кроме 2 и 5. Пример. $\frac{6}{15}=\frac{2\cdot 3}{5\cdot 3}=0{,}4$. Поэтому, прежде чем делать вывод об обращении обыкновенной дроби в десятичную, надо ее сократить, если это возможно.

Из всего изложенного следует способ обращения обыкновенной дроби в десятичную путем разложения знаменателя на простые множители.

Чтобы обратить обыкновенную дробь в десятичную, надо:
1) сократить обыкновенную дробь (если это возможно);
2) разложить знаменатель на простые множители;
3) если знаменатель не содержит других множителей, кроме 2 и 5, то надо умножить числитель и знаменатель на такое число, чтобы он стал 10, 100, 1000 и т. д.
4) полученную дробь записать в виде десятичной дроби.

Пример. $\frac{7}{50}=\frac{7}{2\cdot 5\cdot 5}=\frac{7\cdot 2}{2\cdot 5\cdot 5\cdot 2}=\frac{14}{100}=0{,}14.$

Существует второй способ обращения обыкновенной дроби в десятичную. Этот способ основан на том, что обыкновенная дробь рассматривается как частное от деления ее числителя на знаменатель (см. § 15).

Примеры. 1) $\frac{3}{4}=3:4=0{,}75$; 2) $\frac{5}{8}=5:8=0{,}625$.

Чтобы обратить обыкновенную дробь в десятичную, достаточно разделить числитель обыкновенной дроби на ее знаменатель.

УПРАЖНЕНИЯ.

816. Обратить обыкновенные дроби в десятичные посредством разложения знаменателя на простые множители:

$$\frac{1}{2};\ \frac{1}{5};\ \frac{1}{4};\ \frac{3}{4};\ \frac{1}{8};\ \frac{5}{8};\ \frac{1}{16};\ \frac{7}{25};\ \frac{23}{25};\ \frac{6}{125};\ 3\frac{9}{40};$$

$$11\frac{7}{80};\ 4\frac{3}{200};\ 7\frac{31}{500}.$$

Обратить обыкновенные дроби в десятичные посредством деления числителя на знаменатель.

817. (Устно.) 1) $\frac{1}{2};\ \frac{2}{5};\ \frac{3}{4};\ \frac{3}{5};\ \frac{1}{25};\ \frac{7}{25};\ \frac{16}{25};\ \frac{3}{50};$

2) $\frac{1}{80};\ 1\frac{1}{125};\ 1\frac{3}{40};\ 4\frac{5}{16}.$

818. $\frac{5}{8};\ \frac{7}{16};\ \frac{27}{64};\ \frac{17}{40};\ \frac{3}{80};\ \frac{11}{20};\ \frac{8}{125};\ 2\frac{3}{8};\ 4\frac{1}{5};\ 8\frac{3}{16};\ 2\frac{7}{125}.$

819. $\frac{9}{15};\ \frac{18}{252};\ \frac{21}{28};\ \frac{39}{65};\ \frac{30}{75};\ \frac{6}{48};\ 2\frac{3}{47};\ 5\frac{192}{575};\ 12\frac{177}{1500}.$

820. $\frac{8}{5};\ \frac{25}{16};\ \frac{47}{32};\ \frac{363}{250};\ \frac{312}{125};\ 1\frac{711}{625};\ 5\frac{2541}{2000};\ 4\frac{7359}{5000};\ 3\frac{23}{25000}.$

821. Не вычисляя указать, какие из следующих дробей обращаются в конечные десятичные дроби, а какие — в бесконечные:

$$\frac{1}{3};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{6};\ \frac{1}{12};\ \frac{3}{32};\ \frac{4}{21};\ \frac{5}{54};\ \frac{11}{90};\ 12\frac{7}{50};\ \frac{3}{6};\ \frac{15}{45};\ \frac{9}{27}.$$

3. Понятие о периодической дроби. Если обыкновенная дробь не обращается в конечную десятичную дробь, то от деления числителя на знаменатель дроби получается *бесконечная* десятичная дробь.

Примеры.

1) $\frac{2}{3} = 2 : 3 = 0{,}666\ldots$

2
2
2

2) $\frac{3}{7} = 3 : 7 = 0{,}4285714\ldots$

2
6
4
5
1
3

3) $\frac{5}{6} = 5 : 6 = 0{,}8333\ldots$

2

Мы видим, что во всех рассмотренных примерах получается бесконечная дробь, причем в этой бесконечной дроби наблюдается определенная закономерность в расположении цифр, а именно: одна или несколько цифр повторяются в одной и той же последовательности, например, в 1-й дроби повторяется цифра 6, в 3-й дроби — цифра 3, а во второй — совокупность цифр 4, 2, 8, 5, 7, 1.

Совокупность повторяющихся цифр дроби называется *периодом* дроби, а сама дробь — *периодической дробью.*

Периодической десятичной дробью называется бесконечная десятичная дробь.

Различают *чистые* периодические дроби и *смешанные* периодические дроби.

Периодическая дробь называется чистой, если ее период начинается тотчас после запятой.

Пример. 0,333 ... ; 0,243243 ... .

Периодическая дробь называется смешанной, если у нее между запятой и первым периодом имеется одна или несколько неповторяющихся цифр.

Пример. 0,833 ... , 0,214747 ... .

Обычно периодическую дробь записывают с помощью круглых скобок так:

$$0{,}333\ ... = 0{,}(3);\ 0{,}243243\ ... = 0{,}(243);\ 0{,}833\ ... = 0{,}8(3),$$

т. е. период заключают в скобки. Оказывается, если обыкновенная дробь не выражается конечной десятичной дробью, то она выражается периодической дробью. В практических расчетах периодические дроби не употребляются; их выражают приближенными числами с той или иной степенью точности, обусловливаемой условиями задачи. Как округлять числа и как находить приближенное частное — мы уже знаем (см. стр. 259 и 281).

Пример. $\frac{2}{3} = 0{,}666\ ... \approx 0{,}667 \approx 0{,}67 \approx 0{,}7.$

Периодические дроби сравнивают по тому же правилу, что и конечные десятичные дроби. Например: $2{,}(3) > 2{,}(1)$; $3{,}0(73) > 3{,}0(715)$. Для сравнения обыкновенных дробей иногда удобнее их обращать в десятичные. Например: сравнить дроби $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$ и $\frac{5}{9}$.

$$\frac{2}{3} \approx 0{,}7;\quad \frac{3}{7} \approx 0{,}4 \text{ и } \frac{5}{9} \approx 0{,}6.$$

Значит: $\frac{2}{3} > \frac{5}{9} > \frac{3}{7}$.

Упражнения.

822. Округлить следующие числа:

1) до сотен: 1 056 732,4; 35 745,3; 49 568,95; 14 549 50,3;
2) до единиц: 56,75; 143,6; 17,453; 1,5; 2,5; 0,732; 0,465;
3) до десятых долей: 6,998; 12,309; 94,12; 15,769; 53,45;
4) до сотых долей: 0,05457; 2,13500; 10,46573; 1,535.

823. Выразить следующие обыкновенные дроби в десятичных дробях:

а) с точностью до 0,01:

$$\frac{2}{3};\ \frac{5}{9};\ \frac{6}{7};\ \frac{13}{60};\ \frac{11}{15};\ \frac{17}{24};\ 2\frac{5}{13};\ 1\frac{5}{17};$$

б) с точностью до 0,001:

$$\frac{5}{14};\ \frac{7}{23};\ \frac{13}{28};\ \frac{19}{43};\ \frac{13}{6};\ 5\frac{7}{24};\ 6\frac{11}{14}.$$

824. Книга (без переплета) толщиной $1\frac{1}{5}$ *см* содержит 232 страницы. Определить толщину бумаги, на которой она напечатана. (С точностью до 0,01 *мм.*)

825. Средняя грузоподъемность двуосного товарного вагона $16\frac{1}{2}$ *т.* Определить, какая часть его грузоподъемности не использована при загрузке вагона товаром в $5\frac{1}{3}$ *т.* (С точностью до 0,01 *т.*)

826. Среднее расстояние Луны от Земли 380 000 *км.* За сколько часов долетит ракета до Луны, если ее средняя скорость на первом участке пути длиной 100 000 *км* будет 670 *км* в мин., а на остальном пути — 150 *км* в мин.? (С точностью до 1 часа.)

827. Наименьшее расстояние Марса от Земли 56 млн. *км.* Сколько времени потребуется ракете, выпущенной с Земли, чтобы пролететь это расстояние, считая, что средняя скорость ракеты 350 *км* в мин.?

828. Что больше:

$$\frac{3}{4} \text{ или } 0{,}8?\ 0{,}6 \text{ или } \frac{31}{50}?\ 0{,}75 \text{ или } \frac{36}{43}?\ \frac{3}{7} \text{ или } \frac{4}{9}?$$

$$\frac{5}{8} \text{ или } 0{,}625?\ 2\frac{4}{7} \text{ или } 2\frac{5}{9}?\ 0{,}025 \text{ или } \frac{2}{7}?\ 4\frac{9}{11} \text{ или } 4{,}829?$$

829. Определить толщину одного листа задачника по арифметике. (С точностью до 0,1 *мм.*)

830. Поезд за 0,9 часа проходит 40,4 *км*. Сколько километров проходит поезд в час? (С точностью до 0,1 *км*.)

831. 1) Длина участка железнодорожного пути 41,2 *км*. Часть этого участка длиной 12,4 *км* требует ремонта. Выразить дробью, какая часть участка нуждается в ремонте, и обратить ее в десятичную.

2) Бригада рабочих-экскаваторщиков решила уменьшить стоимость выемки каждого кубического метра грунта. Свое решение она выполнила так: 1,3 коп. сэкономила благодаря повышению производительности труда и 1,2 коп.— на экономии энергии. Бригада добилась экономии 8560 руб. Сколько земли было вынуто бригадой?

832. Составьте и решите задачу по следующим данным:

1) Автомат изготовил 12 000 конфет при производительности 323 конфеты в одну минуту.

2) При семи оборотах винт продвинулся на глубину 2,5 *мм*. Надо продвинуться винту на 11 *мм*.

833. Прочитать следующие периодические дроби: 0,333 ... ; 0,434343 ... ; 5,727272 ... ; 1,901901901 ... ; 0,(7); 0,(301); 4,(21); 1,(415); 0,5222 ... ; 0,21333 ... ; 13,5232323 ... ; 0,4(37); 6,31(3); 15,43(29).

834. Записать следующие периодические дроби: нуль целых четыре в периоде; нуль целых двадцать пять в периоде; три целых и семнадцать в периоде; нуль целых три десятых и одиннадцать в периоде; двенадцать целых два нуля до периода и тридцать семь в периоде.

835. Следующие обыкновенные дроби обратить в десятичные дроби:

1) $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{11}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{7}$; 2) $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{14}$; $\frac{1}{15}$;

3) $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{5}{11}$; $\frac{3}{11}$; 4) $\frac{5}{6}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{13}{15}$; $\frac{17}{45}$.

История открытия десятичных дробей. Развитие промышленности и торговли, мореплавания, науки и техники вызвали потребность производства больших и громоздких арифметических вычислений, а поэтому усилия математиков тех времен были направлены на открытие различных упрощенных вычислений, что в конечном счете и привело к открытию десятичных дробей. Благодаря своим достоинствам десятичные дроби завоевали себе ведущее место среди обыкновенных дробей.

В XIV—XV веках в большом культурном центре того времени г. Самарканде (ныне Узбекская ССР) в знаменитой обсерватории работал крупный ученый Аль Каши. Это он впервые изложил учение о десятичных дробях

С. Стевин.

в своей книге «Ключ к искусству счета», написанной им в 1427 г. Независимо от Аль Каши бельгийский ученый Симон Стевин написал в 1585 г. книгу «О десятичном счете» и тем самым заново открыл десятичные дроби. Запись десятичных дробей у С. Стевина была отличной от нашей. На рисунке показано, как С. Стевин записывал десятичную дробь 35,912. Вместо запятой он ставил нуль в кружке. В других кружках указывался десятичный знак: 1 — десятые, 2 — сотые доли и т. д. Знак дробности — запятая была предложена немецким астрономом И. Кеплером (1571 — 1630 гг.) В Англии и США за знак дробности принята точка, что нельзя считать удачным, так как точка уже принята в качестве знака умножения.

В России учение о десятичных дробях впервые изложил в своей «Арифметике» Леонтий Магницкий (1703 г.).

§32 СОВМЕСТНЫЕ ДЕЙСТВИЯ С ОБЫКНОВЕННЫМИ И ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ

Довольно часто в условиях задач встречаются одновременно десятичные и обыкновенные дроби. В этом случае вычисления производят одним из следующих путей:

Первый путь — все дроби обращают в десятичные и производят вычисления, применяя правила действий над десятичными дробями.

Второй путь — обращают все дроби в обыкновенные и производят вычисления, применяя правила действий над обыкновенными дробями.

Третий путь — вычисления производят без обращения одних дробей в другие. Выясним, чем определяется выбор того или иного пути вычисления.

Прежде всего заметим, что так как действия над десятичными дробями вести проще, легче, то при выборе пути надо, где это возможно, предпочтение отдавать вычислениям с предварительным обращением всех дробей в десятичные. Рассмотрим выбор того или другого пути вычислений на примерах.

$$1)\ x = \frac{3\frac{4}{5} : 0{,}19 + 1\frac{1}{2} \cdot 2{,}8}{1\frac{7}{20} : 0{,}25 - 3\frac{1}{5}}.$$

Рассматривая данный пример, видим, что все обыкновенные дроби обращаются в конечные десятичные дроби, значит, выполнять вычисления надо в десятичных дробях

$$x = \frac{3{,}8 : 0{,}19 + 1{,}5 \cdot 2{,}8}{1{,}35 : 0{,}25 - 3{,}2} = \frac{20 + 4{,}2}{5{,}4 - 3{,}2} = \frac{24{,}2}{2{,}2} = 11.$$

Легко убедиться, что если бы мы вычисляли этот пример в обыкновенных дробях, то такой путь был бы более громоздким, чем первый.

2) $x = 4\frac{19}{20} + 5\frac{1}{3} - 3{,}875$. Видим, что среди данных дробей есть дробь $\frac{1}{3}$, которая не может быть обращена в конечную десятичную дробь. Значит, вычисление примера надо производить, предварительно обратив все дроби в обыкновенные.

$$x = 4\frac{19}{20} + 5\frac{1}{3} - 3\frac{7}{8} = 6\frac{114 + 40 - 105}{120} = 6\frac{49}{120}.$$

3) $x = 8{,}24 \cdot \frac{3}{4} + 6{,}3 \cdot 1\frac{2}{3} - 0{,}18 : \frac{1}{4}$. Хотя этот пример можно вычислить, обратив все дроби в обыкновенные, но проще вычисление произвести так, как показано:

$$x = \left(8{,}24 \cdot \frac{1}{4}\right) \cdot 3 + \left(6{,}3 \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot 5 - 0{,}18 \cdot 4 = 2{,}06 \cdot 3 +$$

$$+ 2{,}1 \cdot 5 - 0{,}18 \cdot 4 = 6{,}18 + 10{,}5 - 0{,}72 = 15{,}96.$$

Этот путь вычислений особенно удобен, если в пример входят только действия умножения и деления.

Например:

$$x = \frac{6{,}3 \cdot 2\frac{2}{3} \cdot 1{,}5}{2{,}5 \cdot \frac{3}{4} \cdot 0{,}9}.$$

Преобразуем и запишем пример так:

$$x = \frac{63 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10}{10 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 25 \cdot 3 \cdot 9} = \frac{224}{15} = 14\frac{14}{15}.$$

Намечая план решения примера, надо: находить наиболее короткий путь вычислений, уменьшить, где это возможно, число операций и производить вычисления устно.

Например:

$$x = \left(0{,}5 + \frac{2}{3} + 0{,}25\right) : \frac{1}{3} + 2{,}5 \cdot 0{,}4.$$

Вначале сложим десятичные дроби в скобках и устно умножим 2,5 на 0,4. Получим:

$$x = \left(0{,}75 + \frac{2}{3}\right) : \frac{1}{3} + 1.$$

Затем разделим сумму на $\frac{1}{3}$, получим

$$x = \left(0{,}75 + \frac{2}{3}\right) \cdot 3 + 1 = 2{,}25 + 2 + 1 = 5{,}25.$$

Обобщая все сказанное о совместных действиях над дробями, можно сделать следующие выводы:

1) Прежде чем приступить к выполнению действий, надо внимательно рассмотреть пример и выбрать наиболее удобный путь его решения.

2) Так как действие над десятичными дробями проще действий над обыкновенными, то предпочтительнее при вычислениях обращать все дроби в десятичные.

3) В некоторых случаях, особенно при умножении и делении, целесообразнее вести вычисления без обращения одних дробей в другие.

4) При решении примеров нельзя механически, подряд, выполнять указанные действия, а предварительно следует посмотреть, нельзя ли уменьшить число операций и выполнить некоторые промежуточные вычисления устно.

5) Все вычисления производить, не торопясь, проверяя правильность выполнения каждой промежуточной операции.

УПРАЖНЕНИЯ.

Выполнить действия:

836. 1) $\left(6\frac{7}{12}-3\frac{17}{36}\right)\cdot 2{,}5-4\frac{1}{3}:0{,}65$;

2) $\left[\left(9\frac{1}{5}-3{,}68\right):2\frac{1}{2}\right]\cdot[1:(2{,}1-2{,}09)]$;

3) $2{,}88\cdot\frac{35}{72}+\left(1{,}0625-\frac{5}{12}\right)\cdot 16$;

4) $\left(1\frac{11}{24}+\frac{13}{36}\right)\cdot 1{,}44-\frac{8}{15}\cdot 0{,}5625$.

837. 1) $\left(6{,}72:\frac{3}{5}+1\frac{1}{8}\cdot 0{,}8\right):1{,}21-6\frac{3}{8}$;

2) $3{,}075:1{,}5-\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{25}+3{,}26\right)$;

3) $3\frac{3}{4}\cdot 1\frac{1}{5}+(2{,}55+2{,}7):\left(0{,}1-\frac{1}{80}\right)$;

4) $\left(3{,}6\cdot\frac{1}{20}-24:200\right):1\frac{1}{5}+1\frac{1}{4}\cdot 0{,}2$.

838. 1) $\left(\frac{1}{2{,}5-1}-\frac{1}{3\frac{1}{2}-1}\right):\frac{4}{15}$;

2) $2\frac{1}{2}+0{,}039:\left[\frac{1}{20}\cdot(2{,}31:0{,}077)\right]-2{,}526$;

3) $\left(2\frac{7}{12}+2\frac{19}{42}\right)\cdot 3-64{,}5:6+4\frac{2}{7}\cdot 2{,}1+1{,}3\cdot 4\frac{1}{6}$;

4) $\left[0{,}278:13{,}9+(2-0{,}47):\frac{3}{20}\right]:102{,}2+3{,}4\cdot 1\frac{4}{17}$.

839. 1) $1\frac{32}{49}:\left(4\frac{15}{49}-2\frac{13}{14}\right)+\frac{2}{3}\cdot(4{,}254-1{,}134:0{,}28)+1{,}114$;

2) $4{,}58-\left(1{,}295+1{,}936:3\frac{1}{5}\right)\cdot 1\frac{16}{19}+3\frac{5}{51}:\left(4\frac{5}{34}-3\frac{19}{51}\right)$;

3) $12{,}5+\left(17{,}5-8{,}25\cdot\frac{10}{11}\right)\cdot\left(11\frac{2}{3}:2\frac{2}{9}+3{,}5\right)-$
$-12{,}6:2\frac{1}{2}$;

4) $\left[18\frac{1}{6}-\left(3{,}06:7\frac{1}{2}+3\frac{2}{5}\cdot 0{,}38\right)\right]:\left(19-2\frac{3}{8}\cdot 5\frac{1}{3}\right)$.

840. 1) $\left(3\frac{7}{18}-2\frac{25}{36}+\frac{7}{48}\right)\cdot 6\frac{6}{11}+1{,}5\cdot 20{,}15:2\frac{1}{2}-10{,}09$;

2) $7:0{,}2625-3{,}6:\left(68{,}1:7{,}5-7\frac{17}{20}+1\frac{1}{50}\right)+4\frac{5}{6}\cdot\frac{33}{58}$;

3) $1{,}75-\frac{7}{9}\cdot\left(0{,}85+\frac{4}{35}\right)+7{,}511:3{,}7\cdot\frac{10}{29}$;

4) $16{,}75+\frac{10}{77}\cdot 70{,}84:2{,}3-\left(2{,}025-1\frac{5}{6}\right):4\frac{19}{24}$.

841. 1) $24{,}57:3{,}5+\left(3{,}35-2\frac{13}{15}+\frac{5}{8}\right)\cdot\left(225:12{,}5-3\frac{14}{19}\cdot 2\right)$;

2) $28{,}14:3{,}5-\left(2\frac{1}{2}\cdot 0{,}24-\frac{15}{29}\right)\cdot\left(5{,}45+1\frac{4}{45}-6\frac{1}{18}\right)$;

3) $24{,}15:2{,}3-3{,}6\cdot\left[17{,}2\cdot 0{,}125-\left(2\frac{32}{45}-1\frac{7}{60}\right)\right]+$
$+2\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$;

4) $\left(17\frac{1}{18}\cdot 3{,}6-0{,}476:14\right):\left(0{,}009\cdot 8700-120:4\frac{2}{7}\right)+$
$+0{,}306:0{,}3$.

842. 1) $\left[8{,}6\cdot\frac{1}{4}-\left(5\frac{61}{90}-4\frac{1}{12}\right)\right]\cdot\left(\frac{7}{40}:2\frac{11}{12}+1{,}34\right)$;

2) $\left[17\frac{1}{5}\cdot 0{,}125-\left(2\frac{32}{45}-1\frac{7}{60}\right)\right]\cdot\left(\frac{11}{40}:4\frac{7}{12}+2{,}64\right)$;

3) $\left[\left(4{,}625-\frac{13}{18}\cdot\frac{9}{26}\right):2\frac{1}{4}+2\frac{1}{2}:1{,}25:6\frac{3}{4}\right]:1\frac{53}{68}$;

4) $\left(\frac{1}{2}-0{,}375\right):\frac{1}{8}-\left(3\frac{5}{6}-3\frac{7}{12}\right):(0{,}358-0{,}108)$.

843. 1) $8\cdot 0{,}746375-\left[\frac{4}{5}\cdot 6{,}4-(0{,}2\cdot 0{,}75-0{,}1\cdot 0{,}01)\right]$;

2) $\left(2\frac{3}{20}-0{,}645:0{,}3\right)\cdot\left(4:6\frac{1}{4}-0{,}2+\frac{1}{7}\cdot 1{,}96\right)$;

3) $\left[2\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{3}+0{,}5+0{,}25\right):\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{12}\right)\right]-$
$-8:\left[(7{,}5-6{,}2)\cdot\frac{5}{13}+31:\frac{1}{2}\right]$;

4) $\left(18\frac{3}{4}-42\cdot\frac{1}{4}\right):\left[12\frac{3}{4}-\dfrac{1{,}8\cdot\frac{1}{5}}{(0{,}63-0{,}27)\cdot\frac{2}{9}}\right].$

844. Вычислить сумму чисел:

1) $(0{,}875-0{,}7):\left(5\frac{2}{7}-3\frac{15}{28}\right)$

и $\left[\left(\frac{1}{4}-0{,}1:2\right)\cdot\frac{5}{13}+1:\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\right)\right]\cdot\frac{3}{8}$;

2) $23{,}4$ и $1\frac{1}{2}\cdot\left(2{,}652:1{,}3-1\frac{17}{30}+0{,}06\right)\times$

$\times\left[29{,}21-\left(14{,}26-\frac{5}{24}:\frac{25}{42}\right)\right].$

845. Вычислить разность:

1) между числом $23{,}276:2{,}3$ и числом

$3{,}6\cdot\left[17\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{8}-\left(3\frac{32}{45}-2\frac{7}{60}\right)\right]\cdot\left(\frac{11}{20}:4\frac{7}{12}+2{,}64\right)$;

2) между числом $338{,}85:22{,}5$ и числом

$\left(91\frac{2}{25}\cdot\frac{7}{18}-21{,}2\right)-14{,}812:\left[\left(14\frac{1}{9}-13\frac{134}{135}\right):5\frac{25}{27}+\right.$

$\left.+\,0{,}375\cdot4\frac{6}{25}\right].$

846. 1) Из двух городов, расстояние между которыми 34 *км*, вышли одновременно навстречу друг другу два туриста; один из них проходит в час на 1,5 *км* больше другого. Через $4\frac{1}{4}$ часа туристы встретились. Сколько километров в час проходил каждый турист?

2) Из двух мест, расстояние между которыми 176 *км*, выехали одновременно навстречу друг другу велосипедист и мотоциклист и встретились через $5\frac{1}{3}$ часа после выезда. Найти скорость каждого, если скорость мотоциклиста в $1\frac{3}{4}$ раза больше скорости велосипедиста.

847. 1) Расстояние между городами по реке 160 *км*. Пароход проходит это расстояние по течению за 6 час. 40 мин., а против течения за 10 час. Найти скорость течения реки и собственную скорость парохода.

2) Пароход идет по течению реки в $1\frac{1}{2}$ раза скорее, чем против течения. Скорость течения реки 2,9 *км* в час. Найти скорость парохода в стоячей воде.

848. 1) Со станции в 12 час. дня вышел товарный поезд со скоростью 48 *км* в час. Через 50 мин. с той же станции и в том же направлении вышел пассажирский поезд со скоростью, в $1\frac{1}{6}$ раза большей скорости товарного. В котором часу пассажирский поезд догонит товарный?

2) Пешеход проходит 4 *км* в час. Лыжник тратит на прохождение 1 *км* на 9 мин. меньше, чем пешеход. Во сколько раз скорость лыжника больше скорости пешехода?

849. 1) Турист прошел расстояние между двумя селениями за $9\frac{1}{3}$ часа. Если бы он проходил 3 *км* в час, то на этот же путь он затратил бы на 1 час 52 мин. больше. С какой скоростью шел турист?

2) Из деревни в город одновременно вышли два пешехода. Первый пришел в город на 40 мин. позже второго. Скорость первого 3,5 *км* в час, скорость второго $3\frac{3}{4}$ *км* в час. Найти расстояние между деревней и городом.

850. 1) В бассейн проведены три трубы: первая может наполнить бассейн за 6 час., вторая за 4 часа, а через третью вся вода из наполненного бассейна может вытечь за 12 час. За сколько времени наполнится 0,5 бассейна, если открыть все три трубы одновременно?

2) Две колхозные бригады, работая вместе, могут выполнить некоторую работу за 6 дней. Если же обе бригады будут работать вместе только 50% этого срока, после чего одна из бригад прекратит работу, то второй бригаде для окончания работы понадобится еще 5 дней. За сколько дней может выполнить эту работу каждая бригада в отдельности?

851. 1) Два катка могут выравнять дорогу за 8 дней. Если оба катка выполнят только 50% всей работы, то оставшуюся работу первый из них один закончит за 6 дней. За сколько дней каждый каток в отдельности сможет выполнить всю работу?

2) Одна труба за $3\frac{3}{8}$ часа наполнила половину бассейна. После этого была открыта вторая труба и обе вместе наполнили весь бассейн за $2\frac{1}{4}$ часа. Какова вместимость бассейна, если вторая труба вливает 20 *куб. м* в час?

852. 1) Два косца, работая вместе, скосили некоторый участок поля за 8 час. Если бы они работали вместе только 2 часа, а потом один из них прекратил бы работу, то второй, работая один, скосил бы оставшуюся часть за 18 час. За сколько часов каждый косец в отдельности мог бы скосить весь участок?

2) Первый рабочий может выполнить некоторую работу за 8 дней, второй — за 12 дней. К выполнению работы оба рабочих приступили одновременно и проработали вместе некоторое число дней, после чего второй рабочий был переведен на другую работу. Оставшуюся часть работы закончил один первый рабочий за три дня. Сколько всего дней работал первый рабочий?

853. 1) В шахматном турнире участвуют 9 игроков, причем каждая пара участников играет только одну партию. Число партий, сыгранных вничью, составляет 140% числа выигранных партий. Сколько партий выиграно и сколько сыграно вничью?

2) Мальчик прочитал сначала $\frac{4}{15}$ всей книги, потом еще $\frac{4}{9}$ остатка. После этого оказалось, что он прочитал на 25 страниц больше, чем ему осталось читать. Сколько страниц в книге?

854. 1) В колхозе под картофель отвели 40 *га* земли и некоторое количество под капусту. Если бы 25% земли, отведенной под картофель, засадить капустой, то количество земли под капустой составляло бы $\frac{2}{3}$ земли, оставшейся после этого под картофелем. Сколько земли было первоначально отведено под капусту?

2) В классе число отсутствующих учеников составляет $\frac{1}{8}$ числа присутствующих. Если из класса выйдут еще два ученика, то будет отсутствовать 20% числа учеников, оставшихся в классе. Сколько всего учеников в классе?

855. 1) При выборе делегата на конференцию было выставлено три кандидата. За первого голосовала $\frac{1}{8}$ числа всех избирателей, за второго на 132 человека больше, чем за первого. Сколько голосов было подано за каждого кандидата, если 12 голосов было подано за третьего кандидата?

2) В розыгрыше первенства футбольных школьных команд района участвовало 12 команд, причем каждая пара команд встречалась в игре один раз (так называемая игра в один круг). Из общего числа всех сыгранных матчей число сыгранных вничью составляло 120% от числа выигранных. Сколько матчей было сыграно вничью?

856. 1) В мезонине требуется настелить пол размером 4,2 *м* $\times$ 3 *м* из досок толщиной 2 *см*. В полу должно быть сделано отверстие размером 0,9 *м* $\times$ 1,2 *м* для лестницы на первый этаж. Сколько кубических метров досок потребуется, если на потери добавляется 15% затрачиваемого материала?

2) Отрыт колодец размерами $10\frac{2}{3}$ *м* $\times$ 1,2 *м* $\times$ 1,4 *м*. От поверхности воды до поверхности земли 6,2 *м*. Сколько ведер вмещает колодец, если ведро воды содержит 12,3 *л*?

Контрольное задание к § 32

Вычислить:

1) $\left[2\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{3}+0{,}5+0{,}25\right)\right]:\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{12}\right)$;

2) $\dfrac{28{,}5\cdot 7{,}3+8\frac{4}{5}:2{,}5}{25\frac{1}{4}:\frac{1}{125}-2944\frac{17}{25}}$;

3) $\left[\dfrac{33\frac{1}{3}\cdot\left(10-8\frac{1}{2}\right)}{\left(3{,}5-2\frac{13}{20}\right)\cdot\frac{1}{4}+\frac{2}{5}}-\dfrac{\left(0{,}3-\frac{3}{20}\right):\frac{2}{3}}{\left(5{,}88-6\frac{3}{25}\right):80}\right]:2{,}05$.

4) Представить число 4,6 в виде суммы двух обыкновенных дробей.

5) Один слесарь выполняет определенную работу за $6\frac{1}{2}$ часа, а другой ту же работу выполняет за 5,2 часа. Во сколько часов будет выполнена эта работа при совместном труде первого и второго слесарей?

6) За какое время трактор с прицепом четырех косилок уберет 14,04 *га* луга, если ширина захвата каждой косилки 1,56 *м* и скорость трактора $4\frac{1}{2}$ *км* в час?

§33 ОТНОШЕНИЕ ВЕЛИЧИН И ЧИСЕЛ. ЧИСЛОВОЙ МАСШТАБ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ.

1. Сравнение числовых значений величин и понятие об отношении величин. Нам часто приходится сравнивать две величины, или, точнее,— два числовых значения величин. Сравнить числовые значения величин мы можем двумя способами. Первый способ — узнать, на сколько одно из этих значений больше другого; для этого надо из большего отнять меньшее значение. Второй способ — узнать, во сколько раз одно из этих значений больше другого, или какую часть большего значения составляет меньшее. Например: космонавт-1 — Юрий Гагарин — пролетел в космосе 50 000 *км*, а космонавт-5 — Валерий Быковский — 3 560 000 *км*. Пути, совершенные космонавтами 1 и 5, мы можем сравнить двумя способами: 1) на сколько больше второй путь первого (3560 тыс. *км* − 50 тыс. *км*) или 2) во сколько раз второй путь больше первого (3560 тыс. *км* : 50 тыс. *км*).

Второй способ сравнения величин условимся называть *нахождением отношения величин.* Этот способ имеет большее значение в вычислительной практике, а потому ознакомимся с нахождением отношения величин и его свойствами.

Прежде всего заметим, что мы сравниваем величины по их числовым значениям, которые выражаются именованными числами, а отношение двух именованных чисел может быть заменено отношением отвлеченных чисел. Например: найти отношение веса 5 *т* 6 *ц* 25 *кг* к весу 2 *т* 3 *ц* 2 *кг*. Выразим значения величин в одних и тех же единицах и найдем их отношение. Это отношение $\frac{5625\,кг}{2302\,кг}$ все равно, что отношение чисел $\frac{5625}{2302}$.

Так как мы можем заменить отношение числовых значений величин отношением отвлеченных чисел, то ознакомимся со свойствами отношения, рассматривая отношение чисел.

2. Отношение чисел и их свойства.

Частное от деления одного числа на другое называется отношением этих чисел.

Например: отношение $6\frac{1}{4}$ к $1\frac{1}{2}$ будет

$$6\frac{1}{4}:1\frac{1}{2}=\frac{25}{4}:\frac{3}{2}=\frac{25\cdot 2}{4\cdot 3}=\frac{25}{6}=4\frac{1}{6}.$$

Первое число $\left(\text{делимое } 6\frac{1}{4}\right)$ называется *предыдущим* членом отношения; второе число $\left(\text{делитель } 1\frac{1}{2}\right)$ называется *последующим* членом отношения, а результат деления $\left(\text{частное } 4\frac{1}{6}\right)$ называется *отношением*. В общем виде отношение записывается так: $\frac{a}{b} = k$.

Так как отношение двух чисел иначе есть результат деления этих чисел, то оно обладает всеми свойствами деления, изложенными в § 6. Приведем некоторые из них, употребляя терминологию членов отношения.

1) *Члены отношения могут быть любыми числами, только последующий не может быть равен 0.* Запись этого свойства в общем виде: $\frac{a}{b}$, где $b \neq 0$.

2) *Предыдущий член равен последующему, умноженному на отношение.* Запись в общем виде: $x = b \cdot k$, где x — неизвестный предыдущий член.

3) *Последующий член равен предыдущему, деленному на отношение.* Запись в общем виде: $x = \frac{a}{k}$.

4) *Отношение не изменится, если члены его умножить или разделить на одно и то же число.* Запись в общем виде:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a : n}{b : n}.$$

Применяя это свойство (4), мы можем в ряде случаев упростить отношение, а именно: заменить члены отношения меньшими числами или целыми вместо дробных.

Примеры. $\frac{50}{75} = \frac{2}{3}$ (оба члена разделили на 25); отношение $1\frac{1}{2} : 6\frac{1}{4}$ можно заменить отношением $6 : 25$. Поясним: $1\frac{1}{2} : 6\frac{1}{4} = \frac{3}{2} : \frac{25}{4}$. Умножим каждый член отношения на наименьшее кратное знаменателей 2 и 4, т. е. на 4. Получим:

$$\left(\frac{3}{2} \cdot 4\right) : \left(\frac{25}{4} \cdot 4\right) = 6 : 25.$$

Переставляя члены данного отношения — один на место другого,— получим новое отношение, которое называется *обратным* для данного. Например, отношение $\frac{3}{2}$ будет обратным отношению $\frac{2}{3}$. В общем виде: $\frac{b}{a}$ есть обратное отношению $\frac{a}{b}$.

Произведение обратных отношений равно 1.

Действительно, $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}=\frac{2\cdot 3}{3\cdot 2}=1$ или, в общем виде:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}=\frac{ab}{ba}=1.$$

Обычно отношение записывается с помощью знака деления. Например: отношение чисел 1 к 4 записывается $1:4$ или $\frac{1}{4}$, а не 0,25. Но, если в задаче требуется определить результат деления, то в этом случае отношение записывается одним числом.

УПРАЖНЕНИЯ.

857. Найти отношение чисел:

1) 10 и 5; 2) 3 и $\frac{2}{3}$; 3) 0,5 и 0,125;
4) 1,2 и 1,44; 5) 1,5 и 2,4; 6) $2\frac{1}{3}$ и $1\frac{1}{5}$.

858. 1) Найти предыдущий член отношения, если последующий член равен $7\frac{7}{18}$, а отношение равно $\frac{2}{7}$.

2) Найти последующий член отношения, если предыдущий член равен 4,5, а отношение равно 0,9.

859. Найти неизвестный член отношения:

1) $1{,}5:x=0{,}5$; 2) $18{,}24:x=22{,}8$;
3) $x:6\frac{8}{9}=\frac{3}{4}$; 4) $x:1\frac{31}{35}=9\frac{1}{3}$.

860. Сократить отношения:

1) 25 : 75; 2) 150 : 350; 3) 36 : 144;
4) 45 : 18; 5) 66 : 165; 6) 188 : 408;
7) 1225 : 1125; 8) 102,4 : 96; 9) 91,8 : 5,4.

861. 1) Найти отношение $\frac{2}{5}$ к следующим числам: 2; $\frac{5}{6}$; $1\frac{2}{3}$.

2) Из шестеренок, имеющих 8, 10, 12, 20, 40 зубцов, подобрать такие пары, чтобы отношение чисел их зубцов было равно: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{5}$; 2; 3.

862. 1) Митя из 20 бросаний в корзину баскетбольного мяча имел 8 попаданий, а Леша из 36 бросаний имел 12 попаданий. Чей результат попаданий выше?

2) Две футбольные команды «Спартак» и «Стрела», участвуя в розыгрыше первенства города по футболу, набрали одинаковое число очков, но различные отношения забитых и пропущенных мячей. Команда «Спартак» забила в ворота «противников» 49 мячей и пропустила в свои ворота 16 мячей, а команда «Стрела» забила 48 и пропустила 20 мячей. У какой команды больше (лучше) отношение забитых и пропущенных мячей?

863. Чему равно:

1) отношение 5,6 *кв. дм* к 0,9 *кв. см*?
2) отношение 0,7 *кв. см* к 5,6 *кв. дм*?

864. Найти отношения:

1) 3,5 *га* : 14 *га*; 2) 60 *кг* : 3,5 *т*;

3) $2\frac{1}{3}$ *кг* : 3,5 *кг*; 4) 4,5 *см* : 32 *м*.

865. Найти отношения:

1) 1 *куб. м* : 1 *куб. см*;
2) 3 *куб. мм* : 2 *куб. дм*;
3) 1 *куб. мм* : 1 *куб. см*;
4) 5 *куб. см* : 75 *куб. дм*.

866. 1) Отцу 48 лет, а сыну 20 лет. Чему равно отношение между летами отца и сына сейчас? 4 года назад? 12 лет назад? Как изменяется отношение с годами?

2) Веревка 7,8 *м* длиной разрезана на две части, где первая больше второй на 1,8 *м*. Найти отношение длин кусков веревки.

867. (Устно.) 1) Как изменится отношение, если предыдущий член: а) увеличить в 2 раза; увеличить в 10 раз; б) уменьшить в 5 раз; уменьшить в 100 раз?

2) Как изменится отношение, если последующий член: а) увеличить в 3 раза; увеличить в 22 раза; б) уменьшить в 4 раза, уменьшить в 1,5 раза?

868. 1) Отношение застекленной площади окон к площади пола в классах должно быть не менее 1 : 5. Достаточно ли света в классе, если в нем 3 окна, размеры которых 2,5 *м* $\times$ 1,6 *м*, а размеры площади пола класса 9,6 *м* $\times$ 7,5 *м*?

2) Произведите необходимые измерения в своей комнате и определите, достаточно ли света в вашей комнате?

869. 1) Отношение веса тела на Луне к весу того же тела на Земле равно 0,16. а) Найти вес человека на Луне, если на Земле его вес 80 *кг*; б) Найти вес камня на Земле, если на Луне он весил 8,32 *кг*.

2) Отношение веса тела на Марсе к весу того же тела на Земле равно 0,38. а) Найти вес человека на Марсе, если на Земле его вес 86 *кг*. б) Найти вес куска камня на Земле, если на Марсе его вес $15\frac{1}{2}$ *кг*.

3. Числовой масштаб и его применение. Прежде чем строить какой-либо объект (здания, машины, железную дорогу, завод и т. д.), человек должен выполнить различные расчеты, а для этого требуется воспроизвести условное изображение этого объекта на бумаге. Изобразить какой-либо объект на бумаге в натуральную величину невозможно, например 12-этажный дом или какую-либо машину; даже и небольшие предметы, если их размеры больше размеров листа, нельзя изобразить на бумаге. Поэтому предметы или объекты чертят в уменьшенном виде. Но всякий чертеж должен содержать данные, дающие возможность устанавливать истинные размеры объекта или предмета, т. е. на чертеже или плане должны быть помещены указания, во сколько раз отрезки, изображенные на чертеже, меньше соответствующих отрезков в натуре. Мера этого уменьшения называется *масштабом* плана или карты. Масштаб указывается двумя способами: либо на плане или карте делают пометку, вроде следующей: «В 1 *см* — 500 *м*», либо пишут: «Масштаб 1 : 500 000». В первом случае мы понимаем, что отрезок длиной 1 *см* на плане соответствует отрезку длиной 500 *м* на местности. Такой масштаб называется *линейным масштабом* плана или карты. Во втором случае число, записанное после цифры 1 (последующий член отношения), показывает, во сколько раз каждый отрезок на местности больше своего изображения на плане. Отношение 1 : 500 000 называется *числовым масштабом* плана или карты. Числовой масштаб обычно выражается круглым числом: 100, 200, 1000, 2500, 5000, 10 000 и т. д.

Понятие о числовом масштабе используют при построении различных диаграмм и при составлении планов, карт и для решения задач по определению величины масштаба плана, а также для определения расстояний между двумя пунктами земной поверхности. Рассмотрим решение некоторых задач.

1. Определить числовой масштаб карты, если расстояние между Москвой и Тулой, равное 180 *км*, изображено на карте отрезком 36 *мм*.

Решение. Чтобы найти числовой масштаб карты, надо отрезок на местности и отрезок на карте выразить в одинаковых единицах и найти отношение:

$$x = \frac{36}{180\,000\,000} = \frac{1}{5\,000\,000}.$$

2. Определить расстояние между Москвой и Ленинградом по карте, вычерченной в масштабе 1 : 5 000 000.

Решение. Взяв карту СССР с масштабом 1 : 5 000 000, измеряем по прямой расстояние между Москвой и Ленинградом. Получим 130 *мм*. Так как длина отрезка на земной поверхности в 5 000 000 раз больше длины отрезка на карте, то расстояние между Москвой и Ленинградом будет

$$130 \text{ мм} \times 5\,000\,000 = 650\,000\,000 \text{ мм} = 650\,000 \text{ м} = 650 \text{ км}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

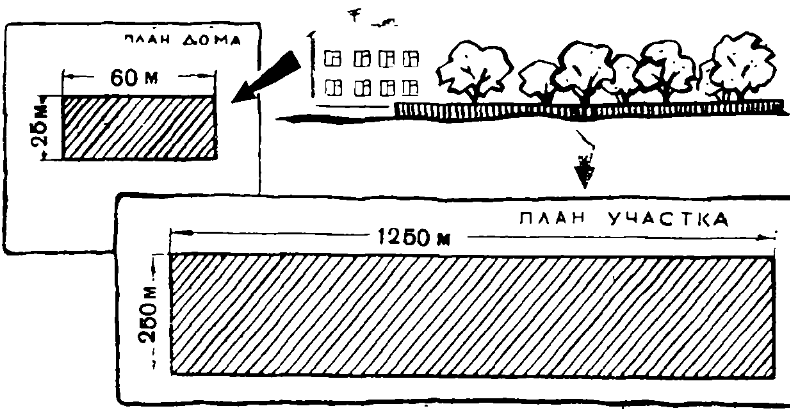
870. 1) Определить числовой масштаб плана, если: а) 1 *см* на плане соответствует 50 *м* на местности; б) 1 *дм* на плане соответствует 2 *км* на местности; в) 3 *см* на плане соответствуют 3 *км* на местности.

2) Определить числовой масштаб карты, если: а) 1 *см* на карте соответствует 20 *км* на местности; б) 1 *дм* на карте соответствует 100 *км* на местности; в) 5 *см* на карте соответствуют 200 *км* на местности.

871. 1) Расстояние на местности в 20 *м* изображено на плане отрезком в 2 *см*. Определить числовой масштаб карты.

2) Расстояние между Москвой и Ленинградом в 650 *км* изображено на карте отрезком 6,5 *см*. Найти числовой масштаб карты.

872. 1) Здание, длина которого 60 *м*, а ширина 25 *м* изображено на плане. Найти числовой масштаб плана.



2) На плане изображен участок земли прямоугольной формы, длина которого 1250 *м*, ширина 250 *м*. Найти числовой масштаб плана.

Указание. Надо определить размеры изображения на плане (с помощью линейки) и найти отношение этих размеров к соответствующим размерам на местности.

873. 1) Числовой масштаб плана $\frac{1}{200}$. Какой длины будет отрезок на плане, если расстояние на местности: 20 *м*? 50 *м*? 120 *м*?

2) Числовой масштаб карты $\frac{1}{10\,000\,000}$. Какой длины будет отрезок на карте, если расстояние на местности: 100 *км*? 800 *км*? 3000 *км*?

874. 1) Каким отрезком на топографической карте изобразится Волго-Донской канал, имеющий длину 101 *км*, если масштаб карты $\frac{1}{100\,000}$?

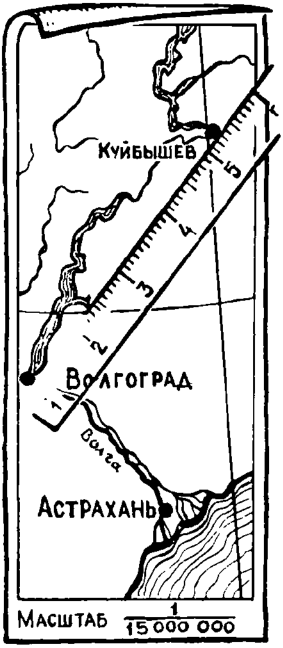
2) Каким отрезком на топографической карте изобразится Беломорско-Балтийский канал, имеющий длину 227 *км*, если масштаб карты $\frac{1}{100\,000}$?

875. 1) Числовой масштаб плана $\frac{1}{500}$. Чему равно расстояние на местности, если на плане оно составляет 1 *см*? 4 *см*? $6\frac{1}{2}$ *см*?

2) Практическая работа на определение расстояний по карте (по прямой).

Найти расстояния по прямой между Москвой и столицами союзных республик. Результаты записать в таблицу.

Указания. Для нахождения этих расстояний надо иметь географическую карту, измерительный циркуль и масштабную линейку.



876. 1) Длина дома на плане масштаба $\frac{1}{200}$ равна 25 *см*. Чему равна длина дома на местности?

2) Расстояние по железной дороге от Москвы до Тулы на карте масштаба $\frac{1}{10\,000\,000}$ равно 2 *см*. Чему равно это расстояние на местности?

877. 1) Нормы высева яровой пшеницы 0,24 *т* на 1 *га*. Сколько пшеницы потребуется для засева прямоугольного участка, размеры которого на плане $\frac{1}{10\,000}$ равны 10 *см* $\times$ 8 *см*?

2) Нормы высева льна 50 *кг* на 1 *га*. Сколько семян льна потребуется для засева прямоугольного участка, размеры которого на плане 1 : 10 000 равны 6 *см* $\times$ 8 *см*?

878. На рисунке изображена часть карты. Определить расстояние от Волгограда до Куйбышева и от Куйбышева до Астрахани.

Контрольное задание к § 33

1) Найти неизвестный член отношения: а) $x:5{,}4=\frac{1}{12}$, б) $\frac{3}{4}:x=2{,}1$.

2) Вес тела на Юпитере 121,2 *кг*, а вес того же тела на Земле 50 *кг*. Найти вес человека на Юпитере, если на Земле его вес 75 *кг*. Решить двумя способами.

Примечание. Юпитер — пятая по порядку от Солнца и самая крупная по размерам планета солнечной системы.

3) Найти числовой масштаб карты, если расстояние на карте в 5 *см* соответствует отрезку на местности длиной 12,5 *км*.

4) На карте, масштаб которой 1:500 000, расстояние между двумя пунктами равно 24 *см*. Как велико будет это расстояние на карте, масштаб которой 1:200 000?

5) Сколько потребуется семян яровой пшеницы, чтобы засеять участок, изображенный на плане в масштабе 1:100 000?

Справка. Высев пшеницы на 1 *га* 220 *кг*.

§34 ПОВТОРЕНИЕ КУРСА 5-го КЛАССА.

879. 1) $(6{,}8547 : 2{,}19 + 0{,}6039 : 5{,}49) : 1{,}62$;

2) $(0{,}9893 : 0{,}13 - 6{,}4) \cdot 62{,}9 - 7{,}109$;

3) $\left(14{,}05 - 1\frac{1}{4}\right) : 0{,}04 - 13{,}8 \cdot 13$;

4) $\left(1{,}75 : \frac{2}{3} - 1\frac{3}{4} : 1{,}125\right) \cdot 1\frac{5}{7}$;

5) $24 \cdot \left[5\frac{31}{63} + \frac{1}{14} - \left(3\frac{31}{252} + 2\frac{5}{21}\right)\right] : \frac{12}{35}$.

880. 1) $\left[\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{225}\right) \cdot 9 + 0{,}16\right] : \left(\frac{1}{3} - 0{,}3\right)$;

2) $\left(11\frac{11}{28} + 3\frac{13}{36} - 12\frac{61}{63}\right) : \frac{15}{28} + 23{,}517 : 3{,}9 : 0{,}3$;

3) $\left(20\frac{4}{9} + 12{,}25 - 31\frac{1}{30}\right) : 299 +$

$+ \left(17\frac{1}{9} - 2{,}45 \cdot 5 + 5\frac{1}{30}\right) : 13$;

4) $(5 - 1{,}1409 : 0{,}3) : \left(4{,}2 : 12 - 0{,}21 \cdot \frac{2}{3}\right)$;

5) $4\frac{7}{27} + \frac{29}{31} : \left(1\frac{2}{5} - \frac{17}{124}\right) - \left(26\frac{39}{50} : 2\frac{3}{5} - 8\right)$.

6) $3{,}5 \cdot \left[\left(16{,}875 - \frac{2}{3} \cdot 1\frac{5}{16}\right) - \left(0{,}35 + 8\frac{4}{5}\right)\right] : 4\frac{17}{30}$.

881. 1) $\left(2{,}15-1\frac{5}{16}\right):33{,}5+5\frac{1}{7}\cdot 3{,}85-15{,}7$;

2) $\dfrac{12\frac{4}{5}\cdot 3\frac{3}{4}-4\frac{4}{11}\cdot 4{,}125}{2\frac{4}{7}:\frac{3}{35}}$;

3) $\dfrac{28{,}8:13\frac{5}{7}+6\frac{3}{5}\cdot 1\frac{1}{2}}{1\frac{1}{80}:1{,}35}\cdot\dfrac{5}{8}$;

4) $\dfrac{\left(19\frac{1}{6}+43{,}75\right):\frac{5}{6}}{\left(13{,}3-11\frac{1}{2}\right):1{,}8}-\dfrac{\left(26{,}8-23\frac{3}{7}\right):\frac{6}{35}}{0{,}5}$;

5) $\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{8}{33}\cdot\left(\frac{5}{6}-0{,}375\right)}{8\frac{17}{56}+6\frac{35}{84}-12{,}125-1\frac{29}{84}}$.

882. 1) $\left(4\frac{1}{7}-0{,}005\cdot 700\right):0{,}125+1\frac{89}{90}:\left(5\frac{1}{72}-3\frac{1}{40}\right)$;

2) $3\frac{1}{15}+1\frac{7}{135}\cdot\left(0{,}2652:0{,}03-1\frac{17}{30}+0{,}06\right)\times$
$\times\left(19\frac{3}{4}-4{,}45\right)$;

3) $12\frac{1}{2}+\left(17\frac{1}{2}-8{,}25\cdot\frac{10}{11}\right)\cdot\left(11\frac{2}{3}:2\frac{2}{9}+3{,}5\right)-$
$-12{,}6:2{,}5$;

4) $(9{,}5:2{,}375+7:2{,}8):\left(8{,}75\cdot 1\frac{1}{3}-5\cdot 1\frac{1}{30}\right)$.

883. 1) $43{,}75:11\frac{2}{3}+24{,}6:1\frac{1}{6}+\dfrac{20\frac{8}{15}\cdot 7{,}5-54{,}6:\frac{2}{5}}{3\frac{13}{21}\cdot 8{,}4-34{,}4:14\frac{1}{3}}$;

2) $\dfrac{\left(2{,}7-\frac{4}{5}\right):\frac{3}{7}}{\left(5{,}2-1\frac{2}{5}\right)\cdot 2\frac{1}{3}}+0{,}125+8\frac{9}{11}-\dfrac{\left(1\frac{3}{5}+2{,}2\right):1{,}9}{(2{,}4-1{,}3):4{,}3}$;

3) $1\frac{8}{25}:\left[1{,}17:1{,}3+8{,}4\cdot\frac{6}{7}\cdot\left(6-\frac{(2{,}3+5:6{,}25)\cdot 7}{8\cdot 0{,}0125+6{,}9}\right)\right]$;

4) $70\frac{3}{4}:\left\{30{,}5-\left[\frac{(8{,}625-6{,}25):1{,}2}{2{,}4:0{,}8-2\frac{2}{3}}+\frac{67\frac{1}{2}:2\frac{1}{7}}{4{,}5:2\frac{2}{3}}\right]\right\}$;

5) $\frac{1\frac{3}{4}:0{,}5-78{,}232:25\frac{2}{5}}{\frac{1}{2}\cdot 0{,}14}+\frac{28{,}4\cdot 2{,}5-1\frac{17}{50}}{1\frac{2}{25}:1{,}5+6{,}3:0{,}28}$.

884. 1) Все дома каждой улицы перенумеровываются. Множество каких чисел составляют номера домов одной стороны улицы и номера домов другой стороны?

2) Выпишите десять четных чисел, начиная с первого. Как записать общий член множества четных чисел?

3) Выпишите десять нечетных чисел, начиная с первого. Как записать общий член множества нечетных чисел?

885. 1) Какие числа могут получиться в остатке при делении натуральных чисел на 7?

2) Имеются два числа, ни одно из которых не делится нацело на 7. При каком условии сумма этих чисел может нацело разделиться на 7?

3) Имеются два неравных числа, каждое из которых нацело не делится на 13. При каком условии сумма этих чисел может разделиться нацело на 13?

886. Какие цифры следует поставить вместо знаков вопроса в следующих примерах:

1) $$\begin{array}{r} 2{,}74?1 \\ +\;8{,}??35 \\ 3{,}532? \\ \hline ??{,}2998 \end{array}$$

2) $$\begin{array}{r} -\;4?{,}67? \\ 8{,}7?9 \\ \hline 36{,}?89 \end{array}$$

3) $$\begin{array}{r} \times\;?7??? \\ 743 \\ \hline ?????5 \\ +\;?????? \\ 3????? \\ \hline 42???87? \end{array}$$

4) $$\begin{array}{r|l} -\;???{,}? & 1{,}24 \\ \cline{2-2} ??? & 307 \\ \cline{1-1} ?? & \\ \cline{1-1} -\;??? & \\ ??? & \\ \cline{1-1} 12 & \end{array}$$

887. 1) Возьмите два произвольных натуральных числа и вычислите их сумму. Подсчитайте сумму цифр обоих слагаемых и сумму цифр, получившейся при сложении взятых чисел суммы. Сравните оба получившихся числа. Они должны быть равны или будут отличаться одно от другого на число 9 или на число, кратное 9. Этим свойством числа 9 можно пользоваться для проверки правильности сложения любого числа слагаемых. Приведите примеры.

2) Чтобы быстро проверить правильность вычитания, вычисляют сумму цифр уменьшаемого, вычитаемого и разности. Если сумма цифр уменьшаемого равна сумме цифр вычитаемого и разности или отличается на число, кратное 9, то можно надеяться, что вычитание сделано верно. Проверьте это на примерах.

888. 1) Чтобы проверить правильность перемножения двух чисел, вычисляют остаток от деления на 9 каждого из сомножителей и полученного произведения. Если остаток произведения равен произведению остатков сомножителей или отличается от этого произведения на число, кратное 9, то можно надеяться, что умножение выполнено верно, а допущенная ошибка может быть равна 9 или числу, кратному 9. Проверьте на примерах.

2) Как быстро проверить правильность действия деления двух чисел с помощью признака делимости чисел на 9? Какая может быть допущена ошибка при такой проверке?

889. Выпишите множество правильных дробей со знаменателем 5. Сколько их?

890. Какая дробь больше:

1) $\frac{23}{37}$ или $\frac{115}{187}$ (приведите дроби к общему числителю)?

2) $\frac{15}{28}$ или $\frac{19}{36}$ $\left(\text{сравните каждую с } \frac{1}{2}\right)$?

3) $\frac{10}{27}$ или $\frac{11}{30}$ $\left(\text{сравните каждую с } \frac{1}{3}\right)$?

891. Если a — любое целое число, то чему равно число:

1) $(a + 0)$? 2) $(a + 1)$? 3) $(a \cdot 0)$? 4) Расположите в возрастающем порядке числа: a; $(a - 1)$; $(a + 1)$.

892. 1) Пароход Москва — Астрахань — Москва совершает рейс за 16 суток, а по маршруту Москва — Уфа — Москва — за

18 суток. Через сколько суток пароходы, вышедшие из Москвы одновременно, смогут снова встретиться в Москве? Если пароходы выйдут из Москвы 1 мая, то когда они встретятся в Москве?

2) Пассажирский поезд Москва — Владивосток возвращается в Москву через 28 суток после выхода из Москвы; пассажирский поезд Москва — Иркутск возвращается обратно в Москву через 16 суток после выхода из Москвы; пассажирский поезд Москва — Львов возвращается в Москву через 12 суток после выхода из Москвы. Во вторник все поезда по указанным маршрутам вышли из Москвы. Через сколько суток и в какой день недели они все опять встретятся в Москве?

893. Проверить на примерах следующее свойство дробей:

1) если к числителю и к знаменателю правильной дроби прибавить по 1, то получится новая дробь, большая данной;

2) если к числителю и к знаменателю неправильной дроби прибавить по 1, то получится новая дробь, меньшая данной.

894. 1) Найти три последовательных четных числа, сумма которых равна 114.

2) Сумма трех последовательных натуральных чисел равна 228. Найти эти числа.

895. 1) Сумма четырех последовательных натуральных чисел равна 210. Найти эти числа.

2) Сумма трех последовательных натуральных чисел равна 333. Найти эти числа.

896. Из двух мест, расстояние между которыми 950 *км*, отправляются одновременно навстречу друг другу два поезда и встречаются через 10 час. после выхода. Скорость одного поезда на 10,5 *км* в час больше скорости другого. Найти скорость каждого.

897. Самолет при попутном ветре делает 690 *км* в час, а при встречном ветре той же силы — 680 *км* в час. Какова скорость ветра?

898. Пассажирский и почтовый поезда вышли одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 607,5 *км*. Пассажирский поезд проходит в час на 5,5 *км* больше почтового. Какова скорость каждого поезда, если через 4,2 часа после их выхода расстояние между ними было равно 206,4 *км*?

899. Из двух пунктов, расстояние между которыми 22,4 *км*, одновременно выезжают два велосипедиста. Если они поедут друг другу навстречу, то встретятся через час после выезда;

если же они поедут в одном направлении, то задний догонит переднего через 7 час. после выезда. С какой скоростью едет каждый?

---

900. Сумма трех натуральных чисел 904. Одно из них — наименьшее трехзначное число. Второе — в три раза меньше третьего. Найти каждое число.

901. Сумма цифр двузначного числа равна 9, причем цифра десятков вдвое больше, чем цифра единиц. Найти это число.

902. Сумма двух чисел 495. Одно из них оканчивается нулем. Если этот нуль зачеркнуть, то получится второе число. Найти эти числа.

903. Сумма трех натуральных чисел 125. Одно из них является пятнадцатым натуральным числом, второе составляет 25% третьего. Найти эти числа.

904. В двух библиотеках 4560 книг. Если первая библиотека передаст второй 360 книг, то в первой останется 60% числа книг, оказавшихся во второй. Сколько книг первоначально было в каждой библиотеке?

905. Мальчики пошли на реку купаться. Когда 8 человек из них переплыли на другую сторону реки, а потом переплыли еще 50% оставшихся, то переплывших оказалось вдвое больше, чем оставшихся. Сколько мальчиков пошло купаться?

906. Сумма двух чисел 192. При делении большего на меньшее в частном получается 3 и в остатке 12. Найти эти числа.

907. Разделить число 75 на два числа так, чтобы $\frac{1}{3}$ большего из них была равна $\frac{1}{2}$ меньшего.

908. Найти два числа, сумма которых 132, и 0,2 одного числа равны $\frac{1}{6}$ другого.

909. Турист проходит 4 *км* в час. За сколько минут он проходит 1 *км*? Какую часть часа составляет это время? Как получить это число, зная скорость туриста?

910. Моторная лодка в стоячей воде проходит 16,5 *км* в час. По течению реки лодка прошла 180 *км* за 9 часов. За сколько часов лодка пройдет это же расстояние, возвращаясь обратно? (Ответ округлить до целого числа часов.)

911. Пароход по течению реки прошел между двумя пристанями 360 *км* и вернулся обратно. Собственная скорость парохода

18 *км* в час. Скорость течения реки 2 *км* в час. Сколько времени затратит пароход на весь путь туда и обратно? Сколько времени затратил бы пароход на весь путь туда и обратно, если скорость течения реки не принимать во внимание?

912. Из A в $Б$ вышел поезд со скоростью 60 *км* в час. Через 8 часов 20 минут после его выхода из $Б$ в A вышел другой поезд со скоростью 50 *км* в час. Расстояние $AБ$ равно 1600 *км*. На каком расстоянии от A поезда встретятся?

913. Расстояние между пунктами A и $Б$ 384 *км*. Из A в $Б$ выехал мотоциклист, а через 3,5 часа навстречу ему из $Б$ в A выехал второй мотоциклист, скорость которого на 4 *км* в час больше скорости первого. Какова скорость каждого мотоциклиста, если они встретились через 4 часа после выезда второго?

914. Турист проходит некоторое расстояние со скоростью 5 *км* в час. На велосипеде со скоростью 12 *км* в час он проедет это же расстояние на $2\frac{1}{3}$ часа быстрее. Найти это расстояние.

915. Турист прошел в 1-й день $\frac{3}{8}$ всего маршрута, во 2-й день — 40% остатка, после чего ему осталось пройти на 6,5 *км* больше, чем он прошел во 2-й день. Какова длина маршрута?

916. Турист прошел 70% намеченного пути и установил, что ему осталось пройти на 8,6 *км* меньше пройденного. Сколько всего километров должен был пройти турист?

917. Два поезда по параллельным путям движутся друг другу навстречу: один со скоростью 50 *км* в час, а другой — со скоростью 70 *км* в час. Пассажир, сидящий во втором поезде, заметил, что первый поезд шел мимо него в течение 6 сек. Какова длина первого поезда?

918. Велосипедист, находящийся в последнем ряду колонны демонстрации, движущейся со скоростью 4 *км* в час, обогнал ее за 18 мин. Во время стоянки колонны он с той же скоростью проехал от начала колонны до конца ее за 10 мин. Какова длина колонны и с какой скоростью ехал велосипедист?

919. Артель рыбаков должна была выловить по плану за весенне-летнюю путину 6120 *ц* рыбы при средней дневной норме улова 60 *ц*. Однако артель, вылавливая в среднем на 5 *ц* в день рыбы больше установленного плана, перевыполнила план, выловив на 120 *ц* больше, чем намечалось. На сколько дней раньше намеченного по плану срока артель закончила лов?

920. Одна бригада может выполнить некоторый заказ за 30 дней. Другой бригаде для выполнения этого заказа требуется времени на 30% меньше, чем первой. Третья бригада может выполнить этот заказ на 10 дней скорее первой. За сколько дней будет выполнен весь заказ при совместной работе трех бригад? (Ответ дать с точностью до 1 дня.)

921. Первая бригада может выполнить некоторый заказ за 15 дней. Второй бригаде для выполнения этого заказа требуется времени на 20% меньше, чем первой; третья бригада может выполнить этот заказ в полтора раза скорее первой. За сколько дней будет выполнен весь заказ при совместной работе всех трех бригад?

922. В колхозе нужно было вспахать 180 *га* земли при норме 20 *га* в день. Вспашка была закончена на 3 дня раньше срока, предусмотренного планом. На сколько процентов перевыполнялся дневной план вспашки?

923. Один рабочий за 15 дней работы получил столько, сколько другой рабочий получил за 25 дней. За сколько дней совместной работы они получили бы заработанные ими обоими деньги, считая, что дневной заработок одного и того же рабочего в обоих случаях одинаков?

924. Один турист может пройти расстояние между городами A и B за 4 часа, а другой за 6 час. Через сколько часов туристы встретятся, если один выйдет из города A, а другой из B одновременно навстречу друг другу?

925. Рабочий и его ученик выполняют вместе некоторую работу за 6 дней. Производительность рабочего на 20% выше производительности ученика. За сколько времени ученик один может выполнить ту же работу?

926. Двое рабочих, работая с одинаковой производительностью, могут изготовить некоторое количество деталей за 7,5 часа. За сколько часов эти же рабочие смогут изготовить то же самое число деталей, если один из них увеличит свою производительность на 20%? (Ответ дать с точностью до 1 часа.)

---

927. Для перевозки груза послано 16 автомашин, трехтонных и пятитонных. Сколько было послано трехтонных машин и сколько пятитонных, если пятитонные перевезли груза столько же, сколько и трехтонные?

928. За 400 проданных билетов театр выручил 228,6 руб. Часть билетов была продана по 0,45 руб. за билет, а другая часть — по цене на 60% дороже. Сколько тех и других билетов было продано?

929. Велосипедист часть пути проехал со скоростью 18 *км* в час, а остальную часть пути — со скоростью 13 *км* в час и затратил на весь путь $6\frac{1}{4}$ часа. Обратно он ехал также $6\frac{1}{4}$ часа со скоростью 16 *км* в час. Какое расстояние проехал велосипедист со скоростью 18 *км* в час?

930. Пионерское звено провело конкурс на лучшее решение задач и примеров по арифметике. За каждую правильно решенную задачу начислялось некоторое число очков, а за правильно решенный пример начислялось другое число очков. Решить следующие задачи:

1) Пионер правильно решил 4 задачи и 3 примера и всего получил 14,5 очка. Сколько очков начислялось за правильно решенную задачу и за правильно решенный пример, если за задачу начислялось на одно очко больше, чем за пример?

2) Пионер правильно решил всего 9 задач и примеров и получил 18,5 очка. Сколько он решил задач и сколько примеров, если за задачу начислялось 2,5 очка, а за пример — 1,5 очка?

3) Пионер правильно решил на 2 задачи больше, чем примеров и получил 13 очков. За задачу начислялось 2,5 очка, а за пример 1,5 очка. Сколько он решил задач и сколько примеров?

931. За 9 *м* полотна и 8,5 *м* сатина уплачено 28,44 руб. Сколько уплачено за ткань каждого вида, если 1 *м* полотна на 25% дороже 1 *м* сатина?

932. Длина комнаты 8,8 *м*, а ширина составляет $\frac{8}{11}$ ее длины. В комнате 4 одинаковых окна размером 1,1 *м* в ширину. Найти высоту окна, если площадь всех окон комнаты составляет 12,5% площади ее пола.

933. Прямоугольник и квадрат имеют равные периметры. Длина прямоугольника 120 *см*, а ширина составляет 35% его длины. Найти сторону квадрата.

934. Ширина прямоугольника равна 180 *мм* и составляет 0,75 его длины. Определить высоту треугольника, площадь которого составляет 0,4 площади прямоугольника, причем основание треугольника на 20% меньше длины прямоугольника.

935. Два мальчика измерили шагами длину одного и того же участка шоссе. Первый при измерении сделал на 40 шагов меньше второго. Длина шага первого мальчика равна 55 *см*, а второго — 50 *см*. Найти длину измеренного участка шоссе.

---

936. Три пионерских отряда собрали несколько килограммов шиповника. Первый отряд собрал 30% общего количества; второй отряд собрал на 4 *кг* больше третьего, что составило 0,08 всего количества собранного шиповника. Сколько килограммов собрал каждый отряд?

937. Футбольная команда школьников выиграла $\frac{2}{3}$ всех проведенных состязаний, 25% проиграла и остальные сыграла вничью. Сколько было проведено всего игр, если число проигрышей было на 4 больше числа ничьих?

938. Мотоциклист проехал весь путь за три дня. В первый день он проехал $\frac{5}{14}$ того, что проехал во второй день, а в третий день — в 2,5 раза больше, чем в первый. В первый день мотоциклист израсходовал 5 *кг* бензина. Сколько килограммов бензина он истратил за все путешествие?

939. При продаже товара за 572 руб. наценка составила 4% стоимости товара. Сколько стоил товар без наценки?

940. Один из участников велопробега в первый час проехал 30% пути, во второй час — на 5 *км* больше, чем в первый час, после чего ему осталось ехать до финиша еще 15 *км*. Какова дистанция пробега?

941. При подготовке к контрольной работе ученица решила в первый день 40% всего количества рекомендованных задач, а оставшиеся задачи решила поровну в каждый из двух следующих дней. Сколько всего было рекомендовано задач, если в первый день ученица решила на 4 задачи больше, чем в каждый из следующих двух дней?

942. В этой таблице вместо написанных букв должны быть размещены неповторяющиеся натуральные числа от 5 до 20 включительно. Одинаковые цифры этих чисел обозначены одинако-

ИК	В	ИЖ	ИИ
З	НД	Г	ИА
ИВ	К	ИГ	ИН
ИД	ИЗ	Ж	ИЕ

выми буквами. Если правильно восстановить числа, то суммы чисел в каждой горизонтали и в каждой вертикали таблицы будут одни и те же. Восстановите числа в таблице и ответьте на следующие вопросы:

1) Чему равна сумма чисел каждой горизонтали и каждой вертикали?

2) Какие понятия и законы арифметики вы использовали при решении этой задачи?

943. До окончания постройки электростанции оставалось 8 месяцев. Рабочие, применяя рационализаторские методы работы, закончили постройку на месяц раньше намеченного срока. На сколько процентов была повышена производительность труда? (Ответ дать с точностью до 1%.)

944. В шахматном турнире участвовало 16 игроков, причем каждая пара участников играла только одну партию. Из сыгранных партий 40% было ничьих. Сколько партий было выиграно?

945. В школьном питомнике пионеры вырастили саженцы акации. Для посадки на школьном участке было использовано 35% всех саженцев; $\frac{3}{8}$ всего числа саженцев школа передала для озеленения завода, остальные были переданы колхозу. Сколько всего саженцев вырастили пионеры, если колхоз получил на 70 саженцев меньше, чем завод?

946. На строительстве гидроэлектростанции при перекрытии реки Ангары за 28 час. в реку было сброшено 35 000 *т* грунта, 15 400 *т* камня и 12 250 *т* бетонных кубов. Сколько автомашин, грузоподъемностью 5 *т* должно было подходить в минуту, чтобы сбросить этот груз в реку?

947. Из 1 *ц* молока получается 9 *кг* сыра. Сколько сыра можно приготовить из молока, полученного от 100 коров за месяц, если средний удой каждой коровы считать равным 12 *кг* в день?

948. Одна бригада собирала по 280 *ц* свеклы с каждого из 220 *га*, а вторая бригада собирала по 320 *ц* с каждого из 180 *га*. Найти средний урожай свеклы с 1 *га* по всему колхозу.

949. Общая численность населения земного шара 2900 млн. человек (по данным 1959 г.). На каждую тысячу жителей ежегодно рождается 34 человека, умирает 18 человек. За одну минуту население земного шара увеличивается на 85 человек и ежегодный прирост населения земного шара составляет 45 млн. человек. Пользуясь данными условия, проверьте правильность вычисленного прироста населения земного шара в минуту и в год.

950. Общая численность населения земного шара составляет 2900 миллионов человек. Из них в Европе проживает 14% этого числа. Вычислить, на сколько человек ежегодно увеличивается население Европы, если ежегодный прирост населения составляет 16 человек на 1000 жителей.

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ.

§35 ТОЧНЫЕ И ПРИБЛИЖЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ВЕЛИЧИН.

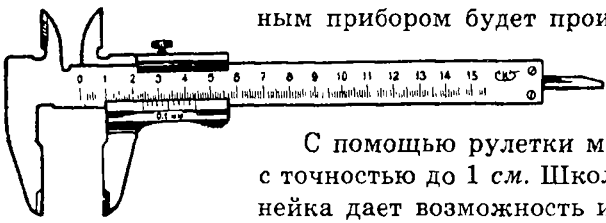
1. Приближенные результаты счета. Если нужно пересчитать учащихся, явившихся в класс на занятия, то сделать это очень легко, причем результат будет выражен точным числом. Если же потребуется пересчитать людей, находящихся в данный момент в помещении большого вокзала, то выполнить это гораздо труднее, и результат будет выражен числом приближенным. Опыт показывает, что пересчитать элементы множества большой численности или элементы изменяющегося множества очень трудно, причем результат *счета* будет почти всегда числом приближенным. В этом легко убедиться, если взять, например, стакан гороха и пересчитать число горошин несколько раз. Результаты получатся различные, хотя полученные числа будут мало отличаться одно от другого. В одном из таких опытов получились следующие результаты: при первом пересчете оказалось 717 горошин, при втором пересчете — 722 горошины, при третьем пересчете — 724 горошины и при четвертом пересчете — 718 горошин. При сравнении полученных чисел видно, что число сотен во всех случаях одинаково, число десятков различается, но не более, чем на единицу, а число единиц различается очень сильно. Наиболее надежный результат можно получить, если взять среднее арифметическое всех полученных чисел:

$$(717+722+724+718):4=2881:4=720\frac{1}{4}$$

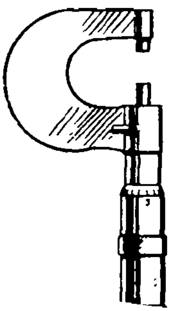
Отбросив дробную часть числа, полу...
Число сотен полученного результата не вызывает сомнений. Число десятков заслуживает доверия, так как отличается от отдельных результатов не более чем на единицу. Число единиц установить не удалось.

Когда говорят, что в 1960 г. в Киеве насчитывалось 1128 тыс. жителей, то этим хотят показать, что число жителей удалось установить с точностью до тысячи. Установить число жителей большого города с большей точностью невозможно, так как оно все время изменяется и эти изменения даже в течение непродолжительного времени могут составить несколько сотен человек.

2. Приближенные результаты измерений. Результаты *измерения* различных величин всегда будут выражены числами приближенными. Точность чисел, полученных при измерении величин, будет зависеть от того, каким измерительным прибором будет произведено измерение.



С помощью рулетки можно измерить длину с точностью до 1 *см*. Школьная масштабная линейка дает возможность измерить длину с точностью до 1 *мм*. Чтобы измерить длину с точностью до 0,1 *мм*, пользуются штангенциркулем, а для измерения длины с точностью до 0,01 *мм* — винтовым микрометром.



Взвешивание на весах, которыми пользуются в магазинах, можно произвести с точностью до 5 *г*. В аптеках пользуются весами, дающими точность в 0,01 *г*. Лабораторные весы дают точность, превышающую 0,001 *г*.

Стенные часы позволяют измерять время с точностью до 1 мин. По ручным или карманным часам можно отсчитать время с точностью до нескольких секунд. С помощью секундомера можно произвести отсчет времени с точностью
0,01 долей секунды.

ний и берут среднее ...

Например: при измерении длины школьного ...

рулетки были получены следующие результаты: 1-е измерение показало 49,93 *м*; 2-е — 50,08 *м*; 3-е — 50,12 *м* и 4-е — 49,95 *м*. Среднее арифметическое четырех измерений будет равно:

$$(49{,}93 + 50{,}08 + 50{,}12 + 49{,}95) : 4 = 200{,}08 : 4 = 50{,}02 \ (м).$$

Сравнение среднего арифметического с результатами отдельных измерений показывает, что они отличаются от среднего арифметического не более чем на 0,1. Можно ручаться за десятки, единицы и десятые доли метра, а сотые доли метра установить не удалось. Длину школьного здания можно считать равной 50,0 *м*.

УПРАЖНЕНИЯ.

951. Пятеро учащихся решили пересчитать зрителей в зале кинотеатра. Первый насчитал 336 человек, второй — 342 человека, третий — 345 человек, четвертый — 343 человека и пятый — 339 человек. Сколько же зрителей находилось в зале?

952. 1) Установите, сколько зерен пшеницы данного сорта содержится в 10 *г* этой пшеницы.

2) Сколько штук желудей содержится в одном килограмме желудей?

953. При измерении угла были получены следующие результаты: 1-е измерение — $37°15'$, 2-е — $37°12'$, 3-е — $37°08'$ и 4-е — $37°07'$. Найти более надежное значение величины угла.

954. 1) Найти длину школьного коридора с наибольшей доступной точностью.

2) Найти вес неочиненного простого карандаша.

955. При определении веса сахарного песка, помещающегося в чайном стакане, произвели четыре взвешивания и получили соответственно: 247 *г*, 235 *г*, 233 *г*, и 237 *г*. Сколько по весу сахарного песка помещается в чайном стакане?

Контрольное задание к § 35

Точное или приближенное число получится, если:

1) пересчитать элементы какого-нибудь множества?
2) измерить какую-нибудь величину?
3) произвести действия над точными числами?
4) произвести действия над приближенными числами?
5) произвести округление числа?

§36 АБСОЛЮТНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ПРИБЛИЖЕННОГО ЧИСЛА.

1. Абсолютная погрешность. Для записи приближенных чисел существуют особые правила. Принято говорить: «Длина карандаша приближенно равна семнадцати целым восьми десятым сантиметра», а записывают это так: «$l \approx 17{,}8$ *см*» (длина обозначена латинской буквой l). Если $\frac{1}{3}$ нужно превратить в десятичную дробь, то пишут: $\frac{1}{3} \approx 0{,}33$ или $\frac{1}{3} \approx 0{,}333$ и говорят: «Одна третья приближенно равна нулю целых тридцати трем сотым или нулю целых тремстам тридцати трем тысячным».

Если число a является приближенным значением некоторой величины x, то будем писать $x \approx a$ (икс приближенно равен a). Разность $x-a$ или $a-x$ будет называться абсолютной погрешностью приближенного числа a.

В приведенном примере: $\frac{1}{3} \approx 0{,}33$, абсолютная погрешность будет равна: $\frac{1}{3} - 0{,}33 = \frac{1}{300}$.

Если абсолютную погрешность записать десятичной дробью, то получится следующая запись: $\frac{1}{3} - 0{,}33 = 0{,}0033 \ldots$ Ее можно заменить неравенством: $\frac{1}{3} - 0{,}33 < 0{,}004$, которое показывает, что абсолютная погрешность меньше 0,004.

В тех случаях, когда точно установить абсолютную погрешность нельзя, ее заменяют несколько большим числом. Например, можно считать, что при измерении длины карандаша допущена абсолютная погрешность в 0,05 *см*. Хотя точное значение абсолютной погрешности в этом случае неизвестно, но можно утверждать, что оно не больше 0,05 *см*.

Число, несколько большее абсолютной погрешности, называют *границей абсолютной погрешности*, но мы во всех случаях будем говорить просто «абсолютная погрешность».

При записи приближенных чисел следует различать цифры *верные* и цифры *сомнительные*.

Все цифры приближенного числа называются верными, если абсолютная погрешность не превышает половины единицы послед-

его разряда. Если же абсолютная погрешность больше половины единицы какого-нибудь разряда, то цифра этого разряда называется сомнительной.

Если написать, что $\frac{2}{3} \approx 0{,}67$, то обе цифры приближенного числа будут верными, так как разность $0{,}67 - \frac{2}{3} < 0{,}005$. Если же написать, что $\frac{2}{3} \approx 0{,}66$, то цифра сотых будет сомнительной, так как разность $\frac{2}{3} - 0{,}66 > 0{,}005$.


А. Н. Крылов

2. Запись приближенных чисел. Вполне понятно, что при записи приближенных чисел их следует округлять, сохраняя только верные цифры и отбрасывая цифры сомнительные. Эта мысль была высказана академиком А. Н. Крыловым и получила название правила академика Крылова:

Приближенные числа нужно писать так, чтобы в них все цифры были верными и только иногда одна последняя цифра была сомнительной.

Сомнительные цифры в записи приближенных чисел принято подчеркивать.

Например: $\frac{2}{3} \approx 0{,}66\underline{6}$; $\frac{1}{3} \approx 0{,}3\underline{4}$.

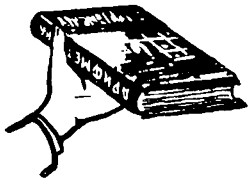
Принятые нами правила не позволяют, например, записать число 2,50 *м* в виде 2,5 *м*, так как точность этих приближенных чисел различна. Нельзя также записать число $32\underline{0}$ *м* в виде 320 *м*. Точность последних двух чисел тоже различна.

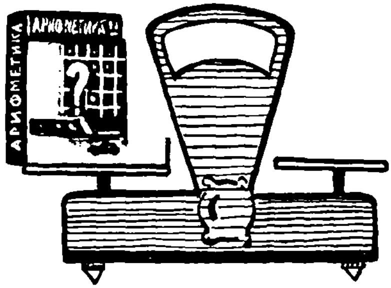
УПРАЖНЕНИЯ.

956. Какую абсолютную погрешность допускают при определении роста и веса учащихся в медицинском кабинете школы?

957. 1) Определите на глаз длину классной доски, а затем измерьте длину доски с помощью рулетки. Какую абсолютную погрешность вы допустили при измерении длины доски на глаз?

2) На чистом листе бумаги поставьте на глаз две точки на расстоянии 100 *мм* одну от другой. Измерьте расстояние между точками с помощью масштабной линейки. Какая абсолютная погрешность была допущена при нанесении точек на бумагу?





3) Назовите вес какого-нибудь предмета (можно взять, например, учебник арифметики), взвешивая его на руке. Найдите вес этого предмета с помощью весов. Какая абсолютная погрешность была допущена при взвешивании предмета на руке?

958. Найти абсолютные погрешности, допущенные при обращении следующих обыкновенных дробей в десятичные:

$$\frac{1}{6} \approx 0{,}16; \quad \frac{1}{6} \approx 0{,}17; \quad \frac{5}{12} \approx 0{,}41; \quad \frac{5}{12} \approx 0{,}42.$$

959. 1) В приведенных ниже примерах укажите верные и сомнительные цифры:

$$\frac{4}{9} \approx 0{,}444; \quad \frac{4}{9} \approx 0{,}445; \quad \frac{5}{6} \approx 0{,}833; \quad \frac{5}{6} \approx 0{,}834.$$

2) В приведенных ниже примерах подчеркните сомнительные цифры:

$$\frac{3}{7} \approx 0{,}4; \quad \frac{3}{7} \approx 0{,}42; \quad \frac{3}{7} \approx 0{,}428; \quad \frac{3}{7} \approx 0{,}4285; \quad \frac{3}{7} \approx 0{,}42857.$$

960. 1) Указать разницу в записях: «Длина авторучки — 14 *см*» и «Длина авторучки — 14,0 *см*».

2) Указать разницу в записях: «За день выставку посетило 1500 человек» и «За день выставку посетило $15\underline{00}$ человек».

Контрольное задание к § 36

1) Что называется абсолютной погрешностью приближенного числа?

2) Какова абсолютная погрешность, возникающая при измерении углов с помощью школьного транспортира?

3) Какую абсолютную погрешность допускают, когда записывают показания электрического и газового счетчика?

4) Какие цифры приближенного числа называются верными и какие сомнительными?

5) Укажите верные и сомнительные цифры и найдите абсолютную погрешность в следующих приближенных равенствах:

$$\frac{4}{15} \approx 0{,}27; \quad \frac{4}{15} \approx 0{,}26; \quad \frac{5}{24} \approx 0{,}20; \quad \frac{5}{24} \approx 0{,}21.$$

37 ОКРУГЛЕНИЕ ЧИСЕЛ.

Рассмотрим некоторые задачи, при решении которых нужно округлять полученные при вычислении результаты.

Задача 1. Сколько наволочек можно сшить из куска полотна в 50 *м*, если на каждую наволочку идет 1,8 *м*?

Для решения задачи нужно 50 разделить на 1,8. Получим: $50 : 1{,}8 = 27{,}77$ ... Ясно, что полученный результат нужно округлить, отбросив дробную часть, и дать ответ: «Из куска полотна можно сшить 27 наволочек», так как 28-я наволочка не выйдет. Принято говорить, что полученный результат округлен *по недостатку.*

Задача 2. Сколько автобусов потребуется для перевозки 500 туристов, если каждый автобус вмещает 35 человек?

Для решения задачи нужно 500 разделить на 35. Получим: $500 : 35 = 14{,}28$ ... Полученный результат нужно округлить, отбросив дробную часть, последнюю сохраняемую при округлении цифру увеличить на единицу и дать ответ: «Для перевозки туристов необходимо иметь 15 автобусов», так как на 14 автобусах всех пассажиров разместить не удастся. Принято говорить, что полученный результат округлен *по избытку.*

Задача 3. Найти расстояние между двумя пунктами, если измерение произвели 3 раза и получили такие результаты: 386 *м*, 382 *м* и 388 *м*. Для решения задачи нужно найти среднее арифметическое трех измерений:

$$(386 + 382 + 388) : 3 = 385,\ 33\ ...$$

Результат нужно округлить, сохраняя только верные цифры и дать ответ: «Расстояние равно 390 метрам». Здесь округле-

ние произведено так, чтобы погрешность окру...
можно меньшей. Если считать, что расстояние соста...
380 *м*, то допущенная при округлении погрешность будет больше, чем в первом ответе. В этом случае принято говорить, что полученный результат округлен *с наименьшей погрешностью.*

Таким образом, на практике необходимо различать три вида округления чисел.

Округление по недостатку с точностью до единицы какого-нибудь разряда состоит в отбрасывании всех цифр числа, стоящих справа от этого разряда, и замене нулями отброшенных цифр целой части числа.

Округление по избытку отличается от округления по недостатку тем, что последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу.

Округление с наименьшей погрешностью отличается от округления по избытку тем, что последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу только в том случае, когда первая из отброшенных цифр 5, 6, 7, 8 или 9.

Ниже приведена таблица, в которой даны все виды округления числа 1278,452 с различной степенью точности.

Точность округления	Округление по недостатку	Округление по избытку	Округление с наименьшей погрешностью
до 0,01	1278,45	1278,46	1278,45
до 0,1	1278,4	1278,5	1278,5
до 1	1278	1279	1278
до 10	1270	1280	1280
до 100	1200	1300	1300

УПРАЖНЕНИЯ.

961. В течение недели можно израсходовать 25 руб. Какую наибольшую сумму денег можно тратить ежедневно, если каждый день тратить поровну?

962. Девять человек должны собрать 20 руб. Сколько должен внести каждый, если взносы будут одинаковы?

963. В течение января, февраля и марта в котельной было израсходовано соответственно: 25,4 *т*, 24,6 *т* и 24,2 *т* угля. Найти средний ежемесячный расход угля.

...ить следующие числа по недостатку, по избытку и ...остью: 73,584; 236,853 и 410,037; с точ... 4) до 10.

бытку и с ...

2) Приведите примеры, ...
числа по недостатку, по избытку и с наимень...

3) Округлить по недостатку, по избытку и с наименьшей по...
числа: а) 0,484 и 1,609 с точностью до 0,01; б) 1342 и 5207 с точностью до 10.

§ 38 ДЕСЯТИЧНЫЕ ЗНАКИ И ЗНАЧАЩИЕ ЦИФРЫ.

Точность приближенного числа, записанного по правилу академика Крылова, можно оценить двумя способами: 1) можно указать, сколько десятичных знаков имеет приближенное число, 2) можно указать, сколько значащих цифр в этом числе.

Десятичными знаками числа называются все цифры, стоящие справа от знака дробности (запятой).

Например: число 3,14 имеет два десятичных знака; число 0,0504 — четыре десятичных знака, число 72,0 — один десятичный знак.

Значащими цифрами числа называются все его цифры, кроме нулей, стоящих левее первой отличной от нуля цифры, и нулей, стоящих справа, если эти нули написаны вместо неизвестных цифр.

Например: число 3,14 имеет три значащие цифры, число 0,05054 — четыре значащие цифры, число 0,80 — две значащие цифры, число 15 2$\underline{00}$ — три значащие цифры.

УПРАЖНЕНИЯ.

965. 1) Назовите число десятичных знаков и число значащи[х] цифр следующих чисел: 1,4; 0,207; 0,0030; 50,42; 0,01 3$\underline{4}$50; 52 $\underline{000}$.

2) Назовите число десятичных знаков и число значащ[их] цифр следующих чисел: 0,180; 5,22; 0,006485; 72$\underline{0}$; 20, 873 0$\underline{00}$.

Контрольное задание к § 38

1) Дайте определение десятичных знаков числа.

2) Дайте определение значащих цифр числа.

3) Сколько десятичных знаков и сколько значащих цифр в сл[еду]щих приближенных числах: 15,26; 0,030; 1,0834; 120; 120$\underline{0}$?

§39 СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ ЧИСЕЛ.

Сложение приближенных чисел, которые записаны по правилу академика Крылова и имеют одинаковое число десятичных знаков, выполняют по правилам сложения точных чисел. Полученный при сложении результат будет также записан по правилу академика Крылова.

Например:

$$+\begin{array}{r}34{,}7\\18{,}5\\\hline 53{,}2\end{array}\qquad +\begin{array}{r}6{,}384\\0{,}276\\\hline 6{,}660\end{array}\qquad +\begin{array}{r}123{,}71\\16{,}28\\0{,}89\\\hline 140{,}88\end{array}$$

Если же слагаемые имеют различное число десятичных знаков, то не все цифры полученной суммы будут верными и полученный результат нужно будет округлить. Пусть требуется найти сумму приближенных чисел 25,4 и 7,835, записанных по правилу академика Крылова. Если их сложить по правилам сложения точных чисел, то получим:

$$+\begin{array}{r}25{,}4\\7{,}835\\\hline 33{,}235\end{array}$$

Но если учесть, что приближенные числа записаны по правилу академика Крылова, то сложение их будет выглядеть так:

$$+\begin{array}{r}25{,}4???\\7{,}835?\\\hline 33{,}2???\end{array}$$

Неизвестные цифры заменены знаком «?».

В первом слагаемом неизвестна цифра сотых и цифра тысячных долей. Ясно, что цифра сотых и цифра тысячных долей суммы тоже будут неизвестны. Результат нужно округлить, сохранив цифру десятых долей и отбросив все цифры, стоящие правее этой цифры:

$$+\begin{array}{r}25{,}4\\7{,}835\\\hline 33{,}235\\\hline 33{,}2\end{array}$$

В результате оказалось, что сумма содержит столько же десятичных знаков, сколько их содержит слагаемое с наименьшим числом десятичных знаков.

Вычитание приближенных чисел с одинаковым числом десятичных знаков выполняют по правилам вычитания точных чисел.

Разность приближенных чисел с различным числом десятичных знаков будет содержать столько же десятичных знаков, сколько их содержит данное с наименьшим числом десятичных знаков. Это видно из следующих трех записей:

$$
\begin{array}{r}
-\,37{,}832 \\
9{,}6 \\
\hline
28{,}232
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
-\,37{,}832? \\
9{,}6??? \\
\hline
28{,}2???
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
-\,37{,}832 \\
9{,}6 \\
\hline
28{,}232 \\
\hline
28{,}2
\end{array}
$$

Последнюю запись мы и будем применять при вычитании приближенных чисел с различным числом десятичных знаков.

Из рассмотренных примеров видно, что при сложении и вычитании приближенных чисел можно пользоваться следующим правилом:

При сложении и вычитании приближенных чисел в результате следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их в приближенном данном с наименьшим числом десятичных знаков.

Если данные при сложении и вычитании окажутся числами целыми, то приведенное выше правило легко применить, если выразить данные в единицах старших разрядов. Например:

$$53\,2\underline{00} + 163\underline{0} = 53{,}2 \text{ тыс.} + 1{,}63 \text{ тыс.} \approx 54{,}8 \text{ тыс.} \approx 54\,8\underline{00}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

966. 1) Найти периметр треугольника, стороны которого 24,7 *см*; 31,8 *см* и 36,5 *см*.

2) Длина и ширина прямоугольного участка равны 54,6 *м* и 21,3 *м*. Найти длину изгороди у этого участка.

967. 1) Найти сумму чисел: $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ и $\frac{4}{9}$ с точностью до 0,001 двумя способами: а) превратить каждое слагаемое в десятичную дробь и затем произвести сложение, б) найти сначала сум-

му и полученный результат превратить в десятичную дробь. Сравнить полученные результаты.

2) Решить такую же задачу для чисел: $2\frac{8}{15}$; $5\frac{5}{12}$ и $3\frac{3}{5}$.

968. 1) Банка весит 0,62 *кг* и вмещает 1,2 *кг* меду. Сколько весит банка, наполненная медом?

2) Нетто 1,48 *т*, тара 58 *кг*. Найти брутто.

969. Найти сумму приближенных чисел:

1) $24\,6\underline{00} + 377\underline{0} + 284{,}6$; 2) $16{,}42 + 84{,}7 + 3{,}568$;

3) $0{,}0637 + 0{,}253 + 2{,}74$; 4) $0{,}569 + 3{,}86 + 1{,}3372$.

970. 1) Бутылка с растительным маслом весит 1,350 *кг*. Найти вес масла, если пустая бутылка весит 0,545 *кг*.

2) Брутто — 3,78 *т*, тара — 0,28 *т*. Найти нетто.

971. 1) Найти разность чисел $7\frac{1}{2}$ и $4\frac{2}{7}$ с точностью до 0,0001 двумя способами: а) превратить числа в десятичные дроби и затем найти разность; б) произвести сначала вычитание и полученный результат превратить в десятичную дробь. Сравнить результаты.

2) Решить такую же задачу для чисел: $\frac{11}{12}$ и $\frac{7}{9}$.

972. 1) На участке дороги длиной 2,5 *км* было покрыто асфальтом 820 *м*. Найти длину участка дороги, не покрытого асфальтом.

2) От шнура длиной 24,5 *м* отрезали кусок длиной 67,5 *дм* Найти длину остатка.

973. Вычислить:

1) $0{,}584 - (0{,}1348 + 0{,}0681)$.
2) $47{,}24 - (11{,}6 + 17{,}9)$.
3) $40{,}529 - (126{,}4 - 99{,}58)$.
4) $24\,5\underline{00} - (87\,6\underline{00} - 69\,\underline{000})$.

Контрольное задание к § 39

1) Сформулируйте правило сложения и вычитания приближенных чисел.

2) Выполнить действия над приближенными числами.

а) $20{,}84 + 3{,}132 + 163{,}5$; в) $19{,}35 - 0{,}6867$;
б) $52\,3\underline{00} + 483{,}2 + 687\underline{0}$; г) $85\,6\underline{00} - 938\underline{0}$.

§40 УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ ЧИСЕЛ.

Чтобы установить правило для умножения приближенных чисел, найдем произведение чисел: 53,4 и 0,068. Сначала найдем произведение этих чисел по правилам умножения точных чисел. Получим:

$$\begin{array}{r} \times\quad 53{,}4 \\ 0{,}068 \\ \hline 4272 \\ +\ 3204 \\ \hline 3{,}6312 \end{array}$$

Выясним теперь, какие цифры в **полученном произведении** будут **верными и какие сомнительными. Получим:**

$$\begin{array}{r} \times\quad 53{,}4? \\ 0{,}068? \\ \hline ????? \\ +\ 4272? \\ 3204? \\ \hline 3{,}6????? \end{array}$$

Оказалось, что в произведении только две верные значащие цифры: цифра единиц и цифра десятых долей. Один из множителей имел три значащие цифры, а другой множитель — две значащие цифры. В произведении удалось получить только две значащие цифры.

Если рассмотреть еще несколько произведений приближенных чисел, то можно прийти к заключению, что в произведении получается столько верных цифр, сколько их имеет менее точный множитель. Следовательно, приближенные числа можно умножать по правилу умножения точных чисел и полученный результат округлять, сохраняя в нем столько значащих цифр, сколько их было в сомножителе с наименьшим числом значащих цифр:

$$\begin{array}{r} \times\quad 53{,}4 \\ 0{,}068 \\ \hline +\quad 4272 \\ 3204 \\ \hline 3{,}6312 \\ \hline 3{,}6 \end{array}$$

Чтобы установить правило деления приближенных чисел, найдем частное от деления 6,32 на 0,76.

Если бы делимое и делитель были числами точными, то результат получился бы следующий:

$$6{,}32 : 0{,}76 = 8{,}31\ldots$$

$$\begin{array}{r|l}
632 & 76 \\ \cline{2-2}
-\,608 & 8{,}31\ldots \\ \hline
-\,240 & \\
228 & \\ \hline
-\,120 & \\
76 & \\ \hline
44 & \\
\ldots &
\end{array}$$

Если же делимое и делитель — числа приближенные, то получится следующее:

$$6{,}32? : 0{,}76? = 8{,}3?$$

$$\begin{array}{r|l}
-\,632? & 76? \\ \cline{2-2}
608? & 8{,}3? \\ \hline
-\,24?? & \\
228? & \\ \hline
2??? &
\end{array}$$

Оказалось, что удалось установить только две цифры частного. Если рассмотреть еще несколько случаев деления приближенных чисел, то можно будет прийти к заключению, что в частном получается столько верных цифр, сколько их имеет менее точное данное.

Следовательно, деление приближенных чисел можно выполнять по правилам деления точных чисел, но в частном сохранять столько значащих цифр, сколько их имеет число, данное с наименьшей точностью.

Таким образом, при умножении и делении приближенных чисел можно пользоваться следующим правилом:

при умножении и делении приближенных чисел в результат следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имее данное с наименьшим числом значащих цифр.

УПРАЖНЕНИЯ.

974. 1) Длина комнаты 5,4 *м* и ширина 4,2 *м*. Найти площадь комнаты.

2) Длина прямоугольного участка 34,5 *м* и ширина 21,8 *м*. Найти площадь участка.

975. 1) Найти площадь листа бумаги с наибольшей возможной точностью.

2) Найдите площадь своей комнаты с наибольшей возможной точностью.

976. Найти следующие произведения, если первый сомножитель — число приближенное, а второй сомножитель — число точное:

1) $0{,}784 \cdot 2$; 2) $28{,}3 \cdot 5$; 3) $132 \cdot 10$; 4) $6250 \cdot 4$;
5) $0{,}38 \cdot 0{,}5$; 6) $480 \cdot 0{,}2$; 7) $0{,}520 \cdot 3$; 8) $42{,}0 \cdot 4$.

977. Найти следующие произведения, если все сомножители — числа приближенные:

1) $87 \cdot 32$; 2) $482 \cdot 684$; 3) $2{,}73 \cdot 0{,}845$; 4) $17{,}3 \cdot 0{,}0428$;
5) $0{,}357 \cdot 944$; 6) $685 \cdot 0{,}542$; 7) $3{,}78 \cdot 4{,}6$; 8) $29 \cdot 0{,}286$;
9) $5{,}482 \cdot 33{,}8$; 10) $0{,}82 \cdot 14{,}65$; 11) $5{,}36 \cdot 0{,}40$;
12) $0{,}880 \cdot 4{,}7$; 13) $237\underline{0} \cdot 54\underline{0}$; 14) $19\,5\underline{00} \cdot 0{,}24$;
15) $2{,}80 \cdot 0{,}050$.

978. 1) Сторона квадрата 5,40 *см*. Найти его площадь.

2) Ребро куба 1,80 *см*. Найти объем куба.

979. 1) Найти вес дубового бруска, размеры которого 7,2 *см* × 7,2 *см* × 12,4 *см*, если 1 *куб. см* дуба весит 0,82 *г*.

2) Найти вес стального кубика, ребро которого 3,45 *см*, если 1 *куб. см* стали весит 7,50 *г*.

980. 1) Площадь прямоугольника 32,8 *кв. см*. Найти ширину прямоугольника, если длина его 5,32 *см*.

2) Площадь прямоугольного участка земли 8,00 *а*. Найти длину участка, если ширина его 22,5 *м*.

981. Найти частное, если делимое — число приближенное, а делитель — число точное:

1) $1{,}73 : 2$; 2) $2450 : 5$; 3) $0{,}0770 : 3$; 4) $540 : 10$;
5) $35\underline{00} : 4$; 6) $6{,}00 : 7$; 7) $50{,}0 : 8$; 8) $50 : 8$;
9) $7\underline{00} : 4$; 10) $70\underline{0} : 4$.

982. Найти частное, если делимое и делитель — числа приближенные:

1) $82{,}5:3{,}78$; 2) $0{,}2845:7{,}216$; 3) $147:2{,}8$; 4) $38:1{,}74$;
5) $84\underline{00}:15{,}8$; 6) $8{,}784:37\underline{0}$; 7) $54{,}84:3{,}40$;
8) $17{,}0:112{,}5$; 9) $548{,}4:0{,}240$; 10) $100:17{,}2$;
11) $100{,}0:17{,}20$; 12) $0{,}300:18\underline{0}$.

983. 1) Сколько детских костюмов можно сшить из 34,2 *м* ткани, если на костюм идет 2,8 *м*?

2) Найти емкость бидона, если в нем помещается 5,2 *кг* бензина, зная, что 1 *л* бензина весит 0,69 *кг*.

984. 1) Моток проволоки весит 25,7 *кг*. Найти длину проволоки в мотке, если 1 *м* проволоки весит 109 *г*.

2) Самородок золота весит 472 *г*. Найти его объем, если 1 *куб. см* золота весит 19,4 *г*.

985. Сколько кубических метров песку можно перевезти на семитонной автомашине, если 1 *куб. м* песку весит 1,50 *т*?

Контрольное задание к § 40

1) Сформулируйте правило умножения и деления приближенных чисел.

2) Выполните действия над приближенными числами:

а) $14{,}7\cdot 0{,}37$; б) $523\underline{0}\cdot 48\underline{0}$; в) $3{,}84:5{,}225$; г) $67{,}3:0{,}0026$;

д) $\dfrac{0{,}564\cdot 3{,}85}{12{,}7}$; е) $\dfrac{54{,}8\cdot 0{,}68}{4{,}6}$.

§ 41 СОВМЕСТНЫЕ ДЕЙСТВИЯ НАД ПРИБЛИЖЕННЫМИ ЧИСЛАМИ.

Пользуясь правилами действий над приближенными числами, можно решать задачи, требующие выполнения нескольких действий. Результаты, получаемые во всех действиях, кроме последнего, называются *промежуточными*. Результат, получаемый в последнем действии, называется *окончательным*.

Точность окончательного результата может повыситься, если при выполнении промежуточных действий брать на одну цифру больше, чем указано в правилах предыдущего параграфа. Эту цифру называют *запасной* и ее принято подчеркивать. Применять *правило запасной цифры* особенно полезно в тех случаях, когда данные или промежуточные результаты начинаются цифрой 1. В окончательном результате запасную цифру отбрасывают.

Если числовые данные имеют различное число десятичных знаков (при сложении и вычитании) или различное число значащих цифр (при умножении и делении), то более точные данные следует предварительно округлять, сохраняя в них на одну цифру больше, чем в наименее точном данном.

В качестве примера вычислим выражение:

$$11{,}27+\frac{(0{,}684+12{,}5)\cdot 16{,}2}{25{,}4-3{,}228}.$$

I решение (с применением правила запасной цифры).

1)
$$\begin{array}{r} 0{,}68\\ +\ 12{,}5\\ \hline 13{,}1\underline{8} \end{array}$$

Округляем более точное данное. В промежуточном результате сохраняем запасную цифру.

2)
$$\begin{array}{r} 13{,}18\\ \times\ 16{,}2\\ \hline 2636\\ +\ 7908\\ 1318\\ \hline 213{,}516\\ \hline 213{,}\underline{5} \end{array}$$

В промежуточном результате сохраняем запасную цифру.

3)
$$\begin{array}{r} 25{,}4\\ -\ 3{,}23\\ \hline 22{,}1\underline{7} \end{array}$$

Округляем более точное данное. В промежуточном результате сохраняем запасную цифру.

4)
$$\begin{array}{r|l} 21350 & 2217\\ \cline{2-2} -19953 & 9{,}63\underline{0}\\ \cline{1-1} 13970 & \\ -13302 & \\ \cline{1-1} 6680 & \\ -6651 & \\ \cline{1-1} 290 & \end{array}$$

В промежуточном результате сохраняем запасную цифру.

5)
$$\begin{array}{r} 11{,}27\\ +\ 9{,}630\\ \hline 20{,}900\\ \hline 20{,}90 \end{array}$$

В окончательном результате запасную цифру отбрасываем.

Ответ. 20,90.

II решение (без применения правила запасной цифры).

1) $\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 0{,}68 \\ 12{,}5 \end{array} \\ \hline 13{,}18 \\ \hline 13{,}2 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 13{,}2 \\ 16{,}2 \end{array} \\ \hline 264 \\ + \; 792 \\ 132 \\ \hline 213{,}84 \\ \hline 214 \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} - \begin{array}{r} 25{,}4 \\ 3{,}2 \end{array} \\ \hline 22{,}2 \end{array}$

4) $\begin{array}{r|l} 2140 & 222 \\ \cline{2-2} -1998 & 9{,}63 \\ \cline{1-1}\cline{2-2} 1420 & 9{,}64 \\ -1332 & \\ \cline{1-1} 880 & \\ -666 & \\ \cline{1-1} 114 & \end{array}$

Последнюю цифру частного увеличиваем на единицу.

5) $\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 11{,}27 \\ 9{,}64 \end{array} \\ \hline 20{,}91 \end{array}$ **Ответ.** 20,91

Сравнивая ответы, полученные при том и другом способе решения, видим, что они очень мало отличаются один от другого. Таким образом, правило запасной цифры несколько повышает точность результата. Выше уже было сказано, что запасную цифру особенно важно брать в тех случаях, когда приближенное число начинается с цифры 1.

УПРАЖНЕНИЯ.

986. 1) Банки с вареньем упакованы в ящики по 24 штуки в каждом ящике. Сколько таких ящиков можно погрузить на автомашину, если ее грузоподъемность 1,5 *т*, вес банки с вареньем 1,35 *кг* и вес пустого ящика 4,2 *кг*?

2) Сколько автомашин грузоподъемностью 2,5 *т* потребуется, чтобы перевезти 28 *куб. м* торфа и 14,5 *куб. м* дров, если считать, что 1 *куб. м* торфа весит 0,51 *т*, а 1 *куб. м* дров — 0,55 *т*?

987. Выполнить указанные действия с приближенными числами:

1) $48{,}6 \cdot 3{,}5 + 18{,}6 \cdot 6{,}45$;
2) $(34{,}72 + 9{,}36) \cdot 0{,}54$;
3) $(137{,}6 - 53{,}7) \cdot 12{,}5$;
4) $86{,}8 : 3{,}75 + 5{,}28 : 0{,}0147$;
5) $187{,}16 - 27{,}4 : 0{,}23 + 6{,}44 : 10{,}3$;
6) $(59{,}6 - 13{,}7) : 0{,}120 + 3{,}6 \cdot 4{,}0$;
7) $8{,}1 : 1{,}35 + 0{,}80 : 2{,}5 + 5{,}2 \cdot 1{,}8$;

8) $[(12{,}0 - 9{,}36) : 1{,}7 + 52{,}6] \cdot 0{,}73 + 17{,}0$;

9) $(360 + 460 + 3800) \cdot 240$;

10) $15\,300 - (430 - 280) : 0{,}70$;

11) $2480 + (15{,}2 \cdot 0{,}84 + 0{,}19 \cdot 5{,}4) : 1{,}53$;

12) $(3{,}06 : 7{,}5 + 0{,}34 \cdot 3{,}8) \cdot (38 - 23{,}8 \cdot 1{,}5)$;

13) $0{,}340 : (8{,}45 \cdot 0{,}382 + 19{,}0 \cdot 0{,}184 - 4{,}20 : 1{,}08)$;

14) $17{,}8 : (6{,}5 \cdot 0{,}42 + 52 : 2{,}4 - 0{,}82 \cdot 19{,}4)$.

988. 1) В комнате длиной $a = 5{,}6$ *м*, шириной $b = 3{,}2$ *м* и высотой $c = 2{,}7$ *м* нужно оштукатурить потолок и стены. В комнате имеется окно шириной 1,40 *м* и высотой 1,00 *м* и дверь шириной 0,80 *м* и высотой 1,90 *м*. Какую площадь нужно оштукатурить?

2) Длина комнаты 6,2 *м*, ширина 4,8 *м* и высота 3,2 *м*. В комнате имеется печка, занимающая площадь 1,4 *кв. м* и высотой 2,8 *м*. Найти объем воздуха в этой комнате.

989. 1) Размеры овощехранилища 12,5 *м* $\times$ 7,5 *м* $\times$ 1,8 *м*. Сколько тонн картофеля можно поместить в этом овощехранилище, если 0,15 объема занимают проход и перегородки и если 1 *куб. м* картофеля весит 0,68 *т*?

2) Сколько времени потребуется для того, чтобы выкосить двумя конными косилками прямоугольный участок размерами 0,45 *км* $\times$ 0,18 *км*, если ширина захвата косилки 1,37 *м*, а средняя скорость ее движения 2,4 *км* в час?

990. Вычислить приближенные значения выражений, обращая обыкновенные дроби в десятичные с точностью до 0,01. Найти в каждом из примеров допущенную при этом абсолютную погрешность:

1) $\left[\left(2\frac{13}{16} + 1\frac{7}{8}\right) : \left(2\frac{13}{16} - 1\frac{7}{8}\right)\right] \cdot \frac{2}{7}$;

2) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right)$;

3) $\dfrac{\left(7\frac{5}{6} - 6\frac{7}{8}\right) \cdot 13\frac{1}{3}}{3\frac{5}{6}}$;   4) $\dfrac{7\frac{1}{3} + 8\frac{1}{6}}{5\frac{1}{2} - 1\frac{1}{12}} \cdot 7\frac{4}{7}$.

Контрольное задание к § 41

1) Какими правилами пользуются при выполнении совместных действий с приближенными числами?

2) Выполнить указанные действия над приближенными числами сначала без запасной цифры, а затем с запасной цифрой. Сравнить полученные результаты:

а) $(3{,}74 + 0{,}85) \cdot 0{,}462 + (60{,}6 - 12{,}8) : 0{,}374$;

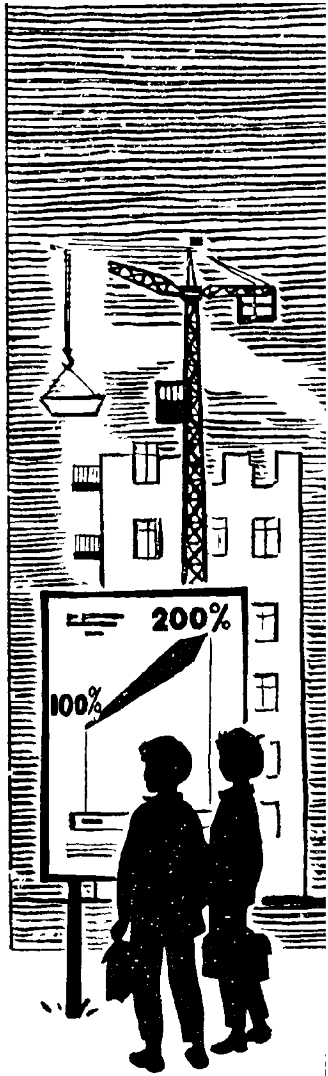
б) $(143\underline{0} + 281) : 5{,}60 - 14{,}0 : (16{,}8 + 0{,}928)$.

3) С одного участка, площадь которого 4,25 *га*, собрали урожай картофеля по 84,5 *т* с гектара. С другого участка, площадь которого 2,50 *га*, собрали по 72,5 *т* картофеля с каждого гектара. Найти средний урожай, собранный с каждого гектара на двух участках вместе.

ПРОЦЕНТЫ.

§42 ПОНЯТИЕ ПРОЦЕНТА.

Известно, что дробные числа легко сравнить, если знаменатели дробей одинаковы. Поэтому и возникла потребность представлять все дроби в виде дробей с одним и тем же знаменателем. Оказалось, что наиболее удобным для этой цели знаменателем является число 100. Еще в древней Греции и Риме в связи с развитием торговли возникло понятие процента. Слово «процент» образовалось от слияния двух латинских слов «про» и «центум», что в переводе на русский язык означает «на» и «сто». Когда говорят, что в «такой-то стране грамотность населения составляет 85%», то это значит, что из каждых 100 человек населения 85 человек грамотных.



Процентом числа называется сотая доля этого числа.

Один процент или, другими словами, *одну сотую* сокращенно записывают так: $1\% = \frac{1}{100}$ или $1\% = 0{,}01$. Пятнадцать процентов, или пятнадцать сотых, сокращенно записывают так: $15\% = \frac{15}{100}$ или $15\% = 0{,}15 = 15 \cdot 0{,}01$. Таким образом, значок % заменяет собой множитель 0,01. Если нужно сравнить между собой числа $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{12}$, то проще всего это сделать с помощью процентов:

$$\frac{2}{5} = 0{,}40 = 40\,\%; \quad \frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\,\%;$$
$$\frac{5}{12} = 0{,}4166\ldots \approx 41{,}7\,\%.$$

Сразу же видно, что $\frac{3}{8}$ меньше $\frac{2}{5}$, а $\frac{2}{5}$ меньше $\frac{5}{12}$.

Мы уже знаем, что $\frac{1}{2} = 50\,\%$, $\frac{1}{4} = 25\,\%$. $\frac{1}{5} = 20\,\%$, $\frac{1}{10} = 10\,\%$, $\frac{1}{20} = 5\,\%$, $\frac{1}{25} = 4\,\%$ и $\frac{1}{50} = 2\,\%$.

УПРАЖНЕНИЯ.

991. Выразить в процентах следующие дроби:

$$\frac{3}{4};\ \frac{4}{5};\ \frac{7}{10};\ \frac{9}{20};\ \frac{12}{25};\ \frac{37}{50};\ 1\frac{1}{4};\ 2\frac{3}{5};\ 4{,}5;\ 7\frac{17}{20}.$$

992. Выразить в процентах с точностью до 0,1% следующие дроби:

$$\frac{1}{3};\ \frac{5}{6};\ \frac{5}{8};\ \frac{7}{12};\ \frac{8}{15};\ \frac{17}{40};\ \frac{16}{75};\ \frac{37}{200};\ 1\frac{7}{30};\ 3\frac{8}{45}.$$

993. Выразить следующие проценты в виде дробей:

6%; 8%; 15%; 35%; 60%; 75%; 100%; 125%; 450%; 1500%.

994. Выразить следующие проценты в виде дробей:

0,1%; 0,5%; 7,5%; $12\frac{1}{2}$%; 37,5%; 67,5%; 87,5%; 122,5%.

§43 НАХОЖДЕНИЕ ПРОЦЕНТОВ ДАННОГО ЧИСЛА.

Рассмотрим следующую задачу: «Для озеленения рабочего поселка намечено посадить 600 деревьев. В первый день было посажено 18% всего количества деревьев. Сколько деревьев было посажено в первый день?»

Будем рассуждать так: если 600 деревьев соответствуют 100%, то можно сначала узнать, сколько деревьев соответствует 1%, а затем узнать, сколько деревьев соответствует 18%. Для этого 600 делим на 100 и полученное частное умножаем на 18. Получаем:

$$\frac{600 \cdot 18}{100} = 108 \text{ (деревьев).}$$

Таким способом можно решить любую задачу, в которой нужно будет найти некоторое число процентов от данного числа. Пусть требуется найти $p\%$ от числа a. Число a соответствует 100%. Чтобы найти число, соответствующее 1%, нужно число a разделить на 100. А чтобы найти число, соответствующее $p\%$, нужно полученное частное умножить на p.

Получим: $$\frac{a \cdot p}{100}.$$

Это выражение представляет собой формулу для **нахождения процентов данного числа**.

Ту же задачу можно решить и другим способом. Мы знаем, что $18\% = \frac{18}{100} = \frac{9}{50}$. Найти 18% данного числа это все равно, что найти $\frac{9}{50}$ данного числа. Получим: $600 \cdot \frac{9}{50} = 108$ (деревьев). Ответ такой же. Оказывается, что нахождение процентов данного числа и нахождение дроби данного числа представляют собой одну и ту же задачу. Можно записать решение задачи и в такой форме: $600 \cdot 0{,}18 = 108$ (деревьев).

УПРАЖНЕНИЯ.

995. Найти:

1) 4% от 75;
2) 15% от 84 *кг*;
3) 25% от 340;
4) 32% от 12,5 *г*;
5) $18\frac{1}{3}\%$ от 330 *м*;
6) $\frac{1}{3}\%$ от 360;
7) 160% от 82 руб. 25 коп.;
8) 250% от 5,12;
9) 45% от 1 *га* 4 *а*.

996. Найти:

1) 12% от 160;
2) 60% от 8440 *т*;
3) 72% от 0,45;
4) $4\frac{1}{2}\%$ от 1,44 *м*;
5) $6\frac{1}{4}\%$ от 64;
6) 20% от 1 часа 35 мин.;
7) 120% от 42,5;
8) $1\frac{1}{4}\%$ от 12 *л*;
9) $2{,}25\%$ от 1 *кв. км*;
10) 800% от 0,125 *л*;
11) 125% от 8 руб. 88 коп.

997. 1) Найти 95%; 72%; 55%; 35%; 7,5%, –,

2) Найти 4,8% от чисел: 2,5; 18; 45; 560; 880. Воспользоваться таблицей, приведенной на странице 48.

998. Найдите 18% от 50 и 50% от 18. Сравните полученные результаты. Чем объяснить, что результаты равны?

Использовать подмеченное свойство для решения следующих примеров:

1) найти 80%; 76%; 48%; 36%; 15% от 50;
2) найти 72%; 56%; 40%; 33%; 8% от 25;
3) найти 85%; 45%; $22\frac{1}{2}$ %; 15% от 20.

999. (Устно.) 1) Для наклейки линолеума применяется асфальтовый клей, содержащий 55% асфальта, 15% канифоли, 5% олифы и 25% бензина. Сколько каждого из указанных веществ нужно взять для приготовления 1000 *г* клея.

2) Казеиновый клей содержит 20% казеина, 25% нашатырного спирта и 55% воды. Сколько каждого из указанных веществ нужно взять для приготовления 200 *г* клея?

1000. 1) 20% времени на уроке ушло на проверку домашней работы. Сколько минут осталось на другую работу?

2) Из 40 учащихся класса 45% мальчиков. Сколько девочек учится в классе?

3) На подготовку уроков девочка затратила 2 часа. 40% времени ушло на решение задач, 35% — на упражнения по русскому языку, а остальное время было посвящено географии Сколько минут было затрачено на каждый предмет?

4) Сберегательная касса платит вкладчикам 2% годовых Сколько процентных денег получит вкладчик в конце года если вклад составлял 5 руб.? 35 руб.? 84 руб.? 253 руб.?

Проверьте результаты с помощью таблицы 3.

1001. 1) Благодаря переходу на почасовой график производительность труда повысилась на 25%. Определить количество электрических ламп, выпущенных за год одной работницей, если до этого она выпускала в год 6800 ламп.

2) Машинист взял обязательство довести суточный пробег паровоза до 500 *км*. Во время одного из рейсов он перевыполнил обязательство на 40%. Сколько километров прошел паровоз за сутки?

1002. 1) Один из сортов питательного кофе содержит 50% сои, 30% ячменя, 12% желудей и 8% семян шиповника. Сколько ... желудей и семян шиповника содержится белка, .

1003. 1) Суша занимает ...
В северном полушарии суша занимает ...
верхности, а в южном полушарии суша занимает 19%, ...
81% поверхности. Найти площадь, занимаемую сушей и водой на всей земной поверхности и в каждом полушарии отдельно, если поверхность земного шара приблизительно равна 510 млн. *кв. км.*

2) Бригада рабочих решила сэкономить 4800 руб. 40% этой экономии должно дать сокращение брака и повышение качества выпускаемой продукции, 35% — рационализаторские предложения и 25% экономный расход сырья и сбережение инструмента. Сколько рублей экономии даст каждое из этих мероприятий?

1004. 1) В школе 880 учащихся. 75% всех учащихся принимали участие в туристских походах. Среди туристов было 55% девочек. Сколько девочек принимало участие в походах?

2) Из 750 учащихся школы 80% участвуют в различных кружках, из них 5% — члены радиокружка. Сколько учащихся занимается в радиокружке?

1005. 1) В питомнике было 1800 саженцев. 85% саженцев отправили для озеленения города, а в городе 40% полученных саженцев было посажено в детском парке. Сколько деревьев было посажено в детском парке?

2) В саду 1200 фруктовых деревьев, 54% всех деревьев составляют яблони, 25% всех яблонь было посажено пионерам... Сколько яблонь посадили пионеры?

1006. 1) 1000 семян сорной травы василька весит 5,6 *г*, а 10... семян вьюнка — 12,0 *г*. Сколько семян василька и вьюнка... 1,00 *кг* собранной пшеницы, если процент засоренности ка...дым сорняком соответственно равен 0,35% и 0,60%?

2) 1000 зерен пшеницы весит 30,0 *г*, а 1000 семян васил... весит 5,6 *г*. Определить количество зерен пшеницы и кол...ство семян василька в 1,00 *кг* собранного урожая, если по...ценное зерно составляет 93,0%, а семена василька — 0,70...

1007. 1) Естественная убыль зерна при хранении в те... 3—6 месяцев составляет: в элеваторе 0,08%, на склад... сыпью 0,12%, на площадке 0,18%. Определить потери пр...нении 100 *т* зерна в каждом из указанных мест. Скольк... него зерна будет потеряно при хранении на складе и пло... в отдельности по сравнению с потерями на элеваторе?

2) При перевозках зерна по железной дороге допускаются следующие потери зерна: на расстояние до 1000 *км* — 0,1%, от 1000 до 2000 *км* — 0,15% и свыше 2000 *км* — до 0,20%. В вагон погрузили 20 *т* зерна и перевезли на 1600 *км*. При выгрузке оказалось зерна 19,98 *т*. Допустима ли такая потеря?

1008. 1) При дезинсекции зернохранилища применяют 15-процентный раствор каустической соды из расчета 0,40 *л* раствора на 1,00 *кв. м* площади пола и стен. Сколько каустической соды нужно для дезинсекции зернохранилища, если длина его 20,0 *м*, ширина 8,0 *м*, высота стен 2,5 *м*? (Считать, что 1 *л* раствора весит 1 *кг*.)

2) Решить подобную задачу, если размеры зернохранилища 24,0 *м*, 10,0 *м*, и 2,4 *м*.

1009. 1) В школе 960 учащихся. $43\frac{3}{4}$% учится в I—IV классах; в V—VIII классах на 140 учащихся больше, чем в IX—X классах. Сколько учащихся в I—IV, V—VIII и IX—X классах?

2) При вождении речных караванов толканием вместо буксировки скорость движения повышается на 25%. Пароход провел на буксире караван барж на расстояние 20 *км* за $2\frac{1}{2}$ часа. Остальную часть пути он вел караван толканием и благодаря этому прибыл к месту назначения на 1,5 часа раньше срока. Какое расстояние прошел пароход с караваном?

Контрольное задание к § 42 и 43.

1) Что называется процентом числа?

2) Дроби $\frac{2}{5}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{9}{40}$ и $\frac{5}{4}$ выразить в процентах.

3) Записать в виде дробей следующие проценты: 5%; 40%; 150% и 2,5%.

4) В классе 35 учащихся. Из них 40% девочек. Сколько девочек учится в этом классе? 10

5) В классе 35 учащихся. $\frac{2}{5}$ общего числа учащихся составляют девочки. Сколько девочек учится в этом классе?

Сравнить задачи 4) и 5). В чем сходство и различие этих задач?

§ 44 НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЛА ПО ЕГО ПРОЦЕНТАМ.

Рассмотрим следующую задачу: «Самоходная косилка скосила 24 *га*, что составляет 15% площади всего участка. Какова площадь участка?»

Будем рассуждать так: 24 *га* соответствуют 15% площади всего участка, а искомая площадь участка соответствует 100%. Сначала найдем площадь, соответствующую 1%, а потом найдем площадь, соответствующую 100%, т. е. площадь всего участка. Для этого 24 делим на 15, а затем полученное частное умножаем на 100.

Получим: $\frac{24 \cdot 100}{15} = 160$ (*га*).

Таким способом можно решить любую задачу, в которой нужно по некоторому числу процентов числа найти это число. Пусть требуется найти число, если известно, что p% его равны b. Искомое число соответствует 100% и, чтобы найти его, нужно b разделить на p и полученное частное умножить на 100.

Получим: $\frac{b \cdot 100}{p}$.

Это выражение представляет собой формулу для нахождения числа по его процентам.

Ту же задачу можно решить другим способом. Мы знаем, что $15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$. Найти число, зная, чему равны 15% этого числа, это все равно, что найти число, зная, чему равны $\frac{3}{20}$ этого числа. Получим: $24 : \frac{3}{20} = 160$ (*га*). Ответ такой же. Оказывается, что нахождение числа по его процентам и нахождение числа по его дроби представляют собой одну и ту же задачу. Можно записать решение задачи в такой форме:

$$24 : 0{,}15 = 160 \text{ (га)}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

10. Найти число, если:

1) 8% его равны 24; 2) 45% его равны 225;
3) 140% его равны 182; 4) 3,5% его равны 21;
5) 30% его равны $12\frac{3}{4}$; 6) 10% его равны 0,14 *кг*;

7) 52% его равны 1 *км* 40 *м*; 8) 210% его равны 5,6 *л*;

9) $\frac{3}{4}\%$ его равны 1,5 *кв. см*;

10) $33\frac{1}{3}\%$ его равны 1 мин. 20 сек.

1011. Найти число, если:

1) 40% его равны 12; 2) 84% его равны 105;

3) $1\frac{1}{4}\%$ его равны 55; 4) $0{,}8\%$ его равны 1,84;

5) 750% его равны 450;

6) 15% его равны 1 руб. 35 коп.;

7) $16\frac{2}{3}\%$ его равны 2 час. 30 мин.;

8) 120% его равны 0,6 *га*; 9) $0{,}2\%$ его равны 2,8 *га*;

10) 500% его равны 1550 *т*.

1012. Найти x, если:

1) $x \cdot 7\% = 182$; 2) $60\% \cdot x = 23$; 3) $1\frac{2}{3}\% \cdot x = 4{,}75$;

4) $x \cdot 7{,}5\% = 3{,}3$; 5) $2\frac{1}{2}\% \cdot x = 0{,}15$; 6) $0{,}8\% \cdot x = 1{,}2$;

7) $10\frac{3}{4}\% \cdot x = 8{,}6$; 8) $\frac{2}{3}\% \cdot x = 4\frac{1}{5}$; 9) $120\% \cdot x = 144$.

1013. Определить величину срочного вклада в сберкассу, если за год вкладчик получил процентные деньги в сумме:

1 руб. 50 коп.; 1 руб. 83 коп.; 6 руб. 00 коп.; 20 руб. 22 коп.; 24 руб. 42 коп.; 30 руб.; 39 руб. 66 коп.; 54 руб. 18 коп.

(Сберкасса платит вкладчикам 3% годовых.)

1014. 1) Школьники сдали в аптеку 6,00 *кг* сушеной малины и 5,00 *кг* сушеной черники. Сколько килограммов свежих ягод они собрали, если при сушке малина теряет 75% веса, а черника 80%? Решение проверить.

2) При помоле ржи получается 75% муки, а при помоле пшеницы 80% муки. Сколько ржи и сколько пшеницы нужно смолоть, чтобы получить 20,0 *кг* ржаной или пшеничной муки? Сделать проверку.

1015. 1) Картофель содержит 20% крахмала. Сколько картофеля нужно для получения 12 *кг* крахмала?

2) Для туристского похода школьники собрали 17 руб. 60 коп., что составляет 32% всех расходов. Недостающие средства дала шефская организация. Сколько денег получили школьники от своих шефов?

1016. 1) Студент заплатил за льготную путевку в дом отдыха 7 руб. 50 коп., что составляет 30% ее стоимости. Найти стоимость путевки и размер льготы.

2) Ученик изготовил за смену 36 деталей, что составляет 72% нормы. Сколько деталей нужно изготовить по норме?

1017. 1) Сколько нужно взять воды, чтобы приготовить из 200 *г* соли 5%-ный раствор?

2) Сколько надо израсходовать сырья для получения 1,5 *т* готовой продукции, если отходы составляют 25%?

1018. 1) Шахматная команда школы набрала в соревнованиях 68 очков, что составило 85% числа сыгранных партий. Сколько партий сыграли в соревнованиях шахматисты школы?

2) После снижения цен 1 *м* материи стали продавать на 1,2 руб. дешевле. Найти цену одного метра материи до снижения цен и после снижения, если цены снизились на 15%.

1019. 1) При прохождении через лесную полосу скорость ветра уменьшается на 30—40%. Определить скорость ветра в открытой степи, если в районе лесной полосы она равна 4,2 *м* в секунду. Будет ли ветер в открытой степи переносить мелкой и средней величины песок, если для перенесения песка достаточна скорость ветра 5—7 *м* в секунду?

3) Руда содержит $66\frac{2}{3}$% железа. Сколько руды потребуется для получения 2,00 *т* железа? Сколько железнодорожных вагонов потребуется для перевозки руды, если из нее нужно выплавить 400 *т* железа? (Грузоподъемность вагсна 40 *т*.)

1020. 1) В городской математической олимпиаде 35% участников первого тура было допущено во второй тур, а $\frac{2}{9}$ участников второго тура было отмечено премиями и похвальными грамотами. Первую премию получил 1 человек, вторую премию — 2 человека, третью премию — 5 человек и 20 человек получили похвальные грамоты. Сколько человек участвовало в первом туре?

2) Баскетбольная площадка, имеющая площадь 300 *кв. м*, занимает 15% площади школьного спортивного городка. Площадь спортивного городка составляет $\frac{4}{15}$ школьного участка. Найти площадь школьного участка.

1021. 1) За две книги заплатили 1 руб. 26 коп. Сколько стоит каждая книга, если одна из них на 25% дороже другой?

2) За две книги заплатили 1 руб. 26 коп. Сколько стоит каждая книга, если одна из них на 25% дешевле другой?

Контрольное задание к § 44

1) Найти x, если: а) $35\% \cdot x = 105$; б) $120\% \cdot x = 600$; в) $7{,}5\% \cdot x = 45$.

2) Сколько 8%-ного рассола можно получить, если растворить 2,00 *кг* соли?

3) В классе 18 мальчиков, что составляет 45% всех учащихся класса. Сколько учащихся в классе?

4) В классе 18 мальчиков, что составляет $\frac{9}{20}$ всего числа учащихся. Сколько учащихся в классе?

Сравните задачу 3) и 4). В чем сходство и различие этих задач?

§45 НАХОЖДЕНИЕ ПРОЦЕНТНОГО ОТНОШЕНИЯ ДВУХ ЧИСЕЛ.

Рассмотрим следующую задачу: «Два пионерских отряда соревновались между собой за лучшую физическую подготовку пионеров. При проверке оказалось, что в первом отряде, где было 40 человек, нормы БГТО сдали 33 человека, а во втором отряде, где было 36 человек, нормы сдали 30 человек. Какой отряд победил в соревновании?»

Чтобы ответить на вопрос, нужно узнать, какая часть пионеров каждого из отрядов сдала нормы. Для этого найдем отношение числа пионеров, сдавших нормы, к общему числу пионеров в отряде. В первом отряде это отношение будет равно $\frac{33}{40}$, а во втором отряде — $\frac{30}{36}$. Какое из отношений больше? Полученные дроби легко сравнить, если привести их к общему знаменателю. Мы уже знаем, что в качестве такого знаменателя удобно взять число 100, т. е. обе дроби выразить в процентах. Получим $\frac{33}{40} = 0{,}825 = 82{,}5\%$ и $\frac{30}{36} = 0{,}833\ldots \approx 83{,}3\%$.

Теперь стало ясно, что в соревнованиях победил второй отряд. Отношение двух чисел очень часто выражают в процентах.

Отношение двух чисел, выраженное в процентах, называют процентным отношением этих чисел.

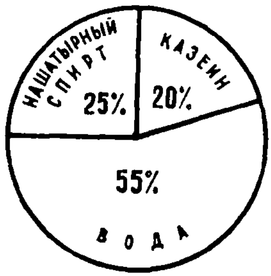
Чтобы найти процентное отношение числа a к числу b, нужно умножить и разделить отношение $\frac{a}{b}$ на 100, выделить множитель $\frac{1}{100}$ и записать его в виде %:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot 100}{b \cdot 100} = \frac{a \cdot 100}{b} \cdot \frac{1}{100} = \frac{a \cdot 100}{b}\,\%.$$

Выражение $\frac{a \cdot 100}{b}\%$ представляет собой формулу для нахождения процентного отношения числа a к числу b.

Пример. Найти процентное отношение числа 4 к числу 5. Воспользовавшись формулой, получим ответ: $\frac{4 \cdot 100}{5}\% = 80\%$.

Очень часто приходится находить отношения каждой из составных частей к целому, которое они составляют. Эти отношения всегда выражают в процентах. Они показывают *процентный состав* того целого, которое они составляют.



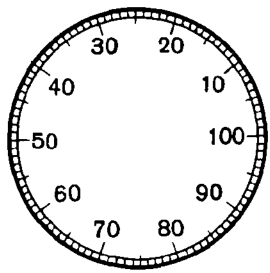
Пример. Найти процентный состав казеинового клея, если в него входят по весу 4 части казеина, 5 частей нашатырного спирта и 11 частей воды.

Общее число частей равно 20. Нужно найти процентное отношение каждого из чисел 4, 5 и 11 к числу 20. Получим, что в состав казеинового клея входит:

казеина $\frac{4 \cdot 100}{20}\% = 20\%$;

нашатырного спирта $\frac{5 \cdot 100}{20}\% = 25\%$

и воды $\frac{11 \cdot 100}{20}\% = 55\%$.



Процентный состав можно наглядно изобразить в виде *секторной диаграммы*. Для построения такой диаграммы окружность делят на 100 равных частей и, отсчитывая число частей, соответствующее числу процентов, полученные точки соединяют с центром окружности. Построение секторной диаграммы можно ускорить, если воспользоваться *процентным транспортиром* (см. рисунок).

УПРАЖНЕНИЯ.

1022. Найти процентное отношение чисел:

1) 1 к 4; 3 к 5; 7 к 10; 12 к 25;

2) 2 к 5; 5 к 2; $12\frac{1}{2}$ к 50; 3,2 к 1,28;

3) 14 к 20; 0,75 к $\frac{7}{8}$; $\frac{3}{4}$ к $4\frac{1}{2}$; $7\frac{1}{4}$ к 87;

4) 21,6 к 48; 3,12 к 4,8; 374,4 к 480.

При решении примера 4) использовать таблицу, приведенную на странице 48.

1023. Найти процентное отношение чисел с точностью до 0,1%:

1) 149 к 207; 32,7 к 52,6; 1,9 к 3,6; 702 к 546;

2) 7 к 15; 15 к 7; 1407 к 1882; 2,74 к 2,09;

3) 1,73 к 48; 0,418 к 4,8; 27 к 480.

При решении примера 3) использовать таблицу, приведенную на странице 48.

1024. 1) Из 40 учеников класса 12 отличников. Какой процент всех учеников класса составляют отличники?

2) Из 2000 зерен пшеницы 1800 оказались всхожими. Определить процент всхожести зерен?

1025. 1) Определить процент соли в растворе, если в 300 *г* раствора содержится 15 *г* соли.

2) Определить процентное содержание меди в руде, если из 45 *т* руды получено 9 *т* меди.

1026. В таблице показан выход крупы при обработке различных сортов риса и проса. Заполните последнюю графу.

Название и сорт зерновой культуры	Вес зерна в килограммах	Вес крупы в килограммах	Выход крупы в процентах
Рис Заравшанка	400	280	
Рис Дубовский	400	300	
Просо Саратовское	200	154	
Просо Уральское	200	171	

1027. 1) Ниже приведены длины важнейших рек Европейской части СССР: Волга — 3688 *км*, Днепр — 2285 *км*, Дон — 1967 *км*, Северная Двина с Сухоной — 1293 *км*. Приняв длину Волги за 100%, выразите в процентах длины остальных рек (с точностью до 0,1%). Предварительно длины рек округлите с точностью до 10 *км*.

2) Ниже приведены длины важнейших рек Сибири: Обь с Иртышом — 5206 *км*, Амур с Аргунью — 4478 *км*, Лена — 4264 *км*, Енисей — 3807 *км*. Приняв длину Оби с Иртышом за 100%, выразите в процентах длины остальных рек (с точностью до 0,1%). Предварительно длины рек округлите с точностью до 10 *км*.

1028. На стрелковых соревнованиях команды, составленные из учеников различных классов, добились следующих результатов:

Классы	Число очков	Классы	Число очков
V	184 из 240	VIII	189 из 210
VI	144 из 180	IX	153 из 180
VII	216 из 270	X	129 из 150

Определить процент попаданий и место, занятое каждой командой.

1029. Вычислить и соответственно заполнить третью и четвертую графы следующей таблицы:

Сроки уборки зерна	Сбор урожая в центнерах с 1 *га*	Потери	
		в центнерах с 1 *га*	в процентах ко всему урожаю
Своевременная уборка в момент наступления спелости	29,5		
Уборка после наступления полной спелости			
через 5 дней	28,4		
» 10 »	23,4		
» 15 »	21,6		
» 20 »	18,5		

1030. 1) При разбивке фруктового сада на школьном участке были заготовлены саженцы фруктовых деревьев с таким расчетом, чтобы каждое девятое дерево, посаженное в саду, было сливовым, каждое шестое — грушевым и каждое пятое — яблоневым деревом.

Выразить в процентах количество сливовых, грушевых и яблоневых деревьев к общему числу фруктовых деревьев, посаженных в этом саду.

(При решении задачи воспользоваться таблицей I, помещенной на странице 443.)

2) При посадке деревьев в парке оказалось, что каждый третий саженец — клен, каждый четвертый — липа и каждый восьмой — серебристый тополь. Сколько процентов от общего количества саженцев составляли клен, липа и серебристый тополь? Сколько процентов составляли остальные породы саженцев?

1031. 1) Для автомобиля «Москвич» установлены нормы расхода бензина: на каждые 100 *км* пути 8,0 *л* в летнее время и 8,8 *л* зимой. На сколько процентов зимняя норма больше летней? На сколько процентов летняя норма меньше зимней?

2) При испытаниях новой легковой автомашины установили, что на каждые 100 *км* пути она расходует 15,0 *л* бензина в летнее время и 16,2 *л* бензина в зимнее время. На сколько процентов расход бензина в зимнее время больше, чем в летнее? На сколько процентов расход бензина в летнее время меньше, чем в зимнее?

1032. 1) Для определения влажности зерна берут навеску в 5,00 *г*, тщательно сушат и снова взвешивают. Определить процент влажности, если после сушки зерно весило 4,25 *г*.

2) При испытании зерна на засоренность была сделана навеска в 50,0 *г*. После тщательной сортировки этой навески оказалось, что полноценное зерно весит 45,5 *г*, зерновые примеси (зерна других культур, раздробленные зерна) весят 3,5 *г*, а остальное составляют сорные примеси (песок, галька, зерна сорных трав). Определить процент зерновых примесей и процент сорных примесей.

1033. 1) Количество крупного рогатого скота в колхозе в течение трех лет менялось следующим образом: в первом году было 240 голов, во втором году — 280 и в третьем — 340 голов. Выразить в процентах ежегодный прирост поголовья скота и построить столбчатую диаграмму (за основание столбика взять 4 клетки в тетради, а в высоту 1 клетку на 20 голов скота).

2) Количество овец в колхозе менялось следующим образом: в первом году было 550 голов, во втором — 650 и в третьем — 800 голов. Выразить в процентах ежегодный прирост поголовья овец и построить столбчатую диаграмму (за основание столбика взять 5 клеток в тетради, а в высоту 1 клетку на 50 голов овец).

1034. 1) Считают, что полный размах рук приблизительно равен росту человека. На сколько процентов отличается величина размаха ваших рук от вашего роста?

2) Найдите средний рост учеников вашего класса. На сколько сантиметров ваш рост отличается от среднего роста учеников класса? На сколько процентов ваш рост отличается от среднего роста учеников класса?

1035. 1) Измерьте длину и ширину класса и найдите площадь пола. Измерьте ширину и высоту окон класса и найдите площадь всех окон (световую площадь). Сколько процентов составляет световая площадь по отношению к площади пола?

2) Проделайте такие же измерения в своей комнате. Вычислите, сколько процентов составляет световая площадь вашей комнаты по отношению к площади пола.

36. 1) Подсчитайте и выразите в процентах количество учащихся различных годов рождения в вашем классе. Составьте секторную диаграмму.

2) Составьте таблицу распределения вашего времени в течение одних суток.

	Количество часов	В процентах к 24 часам
Сон Занятия в школе Прогулка на воздухе и свободное время Завтрак, обед и ужин Приготовление уроков Выполнение работ по хозяйству		

Составьте секторную диаграмму.

1037. Две бригады начали одновременную проходку туннеля метро, двигаясь навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 1695 *м*. В течение первых 25 дней первая бригада проходила в сутки в среднем 2,8 *м*, а вторая — 2,6 *м*. Затем обе бригады увеличили свою выработку и встретились через 225 дней после начала работы, причем первая бригада прошла на 45 *м* больше второй. На сколько процентов увеличила среднесуточную выработку каждая бригада?

Контрольное задание к § 45

1) Как найти отношение и как найти процентное отношение двух чисел?

2) Найти процентное отношение: 14 к 25; 12 к 5; 27 к 40.

3) Найти с точностью до 0,1 процентные отношения: 4 к 9; 45 к 8; 3,5 к 80.

4) В состав фарфора входят по весу 25 частей глины, 2 части песку и 1 часть гипса. Найти процентный состав фарфора и начертить секторную диаграмму.

§46 ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ПРИБЛИЖЕННОГО ЧИСЛА.

Абсолютная погрешность приближенного числа не дает еще возможности судить о качестве произведенного измерения. Если допустить одну и ту же абсолютную погрешность в 0,5 *см*, но один раз сделать это при измерении длины книги, равной 20 *см*, а другой раз при измерении длины класса равной 8,00 *м*, то ясно, что качество измерения в первом случае хуже, чем во втором. Это станет особенно ясно, если узнать, какую часть абсолютная погрешность составляет от приближенного числа, полученного при измерении. В первом случае отношение абсолютной погрешности к приближенному числу равно $\frac{0,5}{20} = \frac{1}{40}$, а во втором случае — $\frac{0,5}{800} = \frac{1}{1600}$. В первом случае погрешность составляет $\frac{1}{40}$ часть приближенного числа, а во втором случае только $\frac{1}{1600}$. Качество измерения в первом случае значительно хуже, чем во втором.

Отношение абсолютной погрешности приближенного числа к приближенному числу называется относительной погрешностью приближенного числа.

Относительная погрешность часто выражается в процентах.

Например: при взвешивании предмета получили вес 400 *г*, причем абсолютная погрешность составила 5 *г*. Тогда относительная погрешность будет равна

$$\frac{5}{400} = \frac{1}{80} \text{ или } \frac{5 \cdot 100}{400}\,\% = 1{,}25\,\%.$$

Для приближенных чисел с двумя верными цифрами относительная погрешность может принимать различные значения от $\frac{0{,}5}{10} = \frac{1}{20}$ до $\frac{0{,}5}{99} = \frac{1}{198}$ или от 5% до 0,5%. Для приближенных чисел с тремя верными цифрами относительная погрешность может принимать различные значения от $\frac{0{,}5}{100} = \frac{1}{200}$ до $\frac{0{,}5}{999} = \frac{1}{1998}$ или от 0,5% до 0,05%.

УПРАЖНЕНИЯ.

1038. Найти относительную погрешность следующих приближенных чисел: 50 *см*, 200 *г*, 12,5 *кв. м*, 0,750 *куб. м*, 450 *м*, 16,0 *кг*, $485\,\underline{000}$ чел., 8,2 *мм*, $10\,\underline{500}$ *т*, 0,25 *л* — и выразить ее в процентах.

1039. 1) Отметьте на листе бумаги две точки так, чтобы расстояние между ними на глаз равнялось 10 *см*. Измерьте это расстояние линейкой. Какую погрешность вы допустили при измерении на глаз? Найти относительную погрешность и выразить ее в процентах.

2) Попытайтесь определить вес небольшого предмета (например, книги), взяв его в руки, а затем взвесьте его на весах. Сколько граммов составляет погрешность, допущенная вами? Найдите относительную погрешность и выразите ее в процентах.

140. 1) Определите, сколько секунд прошло между двумя ударами карандаша по столу, сделанными учителем. На сколько секунд вы ошиблись? Найдите относительную погрешность, допущенную при оценке промежутка времени, и выразите ее в процентах.

2) Определите длину и ширину классного стола на глаз, а затем измерьте их при помощи рулетки. Найдите абсолютную

погрешность и относительную погрешность измерений, сделанных на глаз. Выразите относительную погрешность в процентах. (Проделайте те же вычисления со средними арифметическими результатов, полученных отдельными учениками.)

1041. Сколько верных цифр в приближенном числе, относительная погрешность которого составляет: 3%? 0,2%?

Контрольное задание к § 46

1) Что называется относительной погрешностью приближенного числа?

2) При взвешивании 250 *г* допустили погрешность в 5 *г*. Найти относительную погрешность и выразить ее в процентах.

3) Продолжительность урока 45 мин. при абсолютной погрешности в 0,5 мин. Найти относительную погрешность и выразить ее в процентах.

4) При измерении расстояния в 200 *м* была допущена относительная погрешность в 2,5%. Найти абсолютную погрешность приближенного числа и указать в нем верные и сомнительные цифры.

§47 НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ, СВЯЗАННЫЕ С ПРОЦЕНТАМИ.

Процентные вычисления встречаются во всех областях человеческой деятельности. Особенно большое значение они имеют в планировании, учете и финансовых операциях.

Если некоторую сумму денег положить в сберегательную кассу, то через год вкладчик может получить не только ту сумму, которую он внес в сберегательную кассу, но и еще 2% этой суммы. Говорят, что «сберегательная касса выплачивает вкладчикам 2% годовых». Для ускорения процентных вычислений составляют особые таблицы. В конце книги приведена одна из таких таблиц (табл. 3 на стр. 443).

Решим с помощью этой таблицы задачу: найти 2% от 874 рублей.

Представим число 874 в виде суммы разрядных единиц, и тогда найти 2% от каждого из слагаемых можно с помощью таблицы. Получим:

Число	2% числа
800	16
70	1,4
4	0,08
874	17,48

Ответ. 2% от 874 руб. составляют 17 руб. 48 коп.

Если при решении задачи воспользоваться счетами, то ответ можно получить, не производя никаких записей.

З а д а ч а. Вкладчик положил в сберегательную кассу 350 руб. Какую сумму денег он получит через два года?

К началу второго года вклад увеличится на $350 \cdot 0{,}02 = 7$ (руб.) и составит 357 руб. За второй год 2% будут начисляться уже не на 350 руб., а на 357 руб. За второй год вклад увеличится на $357 \cdot 0{,}02 = 7{,}14$ (руб.). Через два года вкладчик получит 357 руб. + 7 руб. 14 коп. = 364 руб. 14 коп.

Таким же образом вычисляется ежегодный прирост населения, увеличение выпускаемой продукции, увеличение посевных площадей и т. д.

При решении задач на проценты следует четко различать, какая величина (число) взята как основа для сравнения. Эта величина (число) всегда соответствует 100%.

З а д а ч а. Двухтомник стоит 3,7 руб., причем второй том на 15% дешевле первого. Сколько стоит тот и другой том отдельно?

Из условия задачи следует, что за основу сравнения принята стоимость первого тома. Она соответствует 100%. Стоимость второго тома соответствует 100% − 15% = 85%. Стоимость двухтомника соответствует 100% + 85% = 185%. Теперь легко найти стоимость первого и второго томов отдельно.

Получим:

$$\frac{3{,}7 \cdot 100}{185} = 2 \text{ (руб.)}.$$

$$\frac{3{,}7 \cdot 85}{185} = 1{,}7 \text{ (руб.), или } 3{,}7 - 2 = 1{,}7 \text{ (руб.)}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

1042. В таблице приведен процентный состав различных видов удобрения.

	Азот	Фосфор	Калий	Кальций
Зола лиственных деревьев	—	4,00	10,0	30,0
Зола хвойных деревьев	—	3,00	6,00	35,0
Куриный помет	1,63	1,54	0,85	2,40
Голубиный помет	1,74	1,78	1,00	1,60

Для удобрения участка собрали 500 *кг* золы лиственных деревьев, 640 *кг* золы хвойных деревьев, 400 *кг* куриного и

150 *кг* голубиного помета. Подсчитать количество азота, фосфора, калия и кальция, содержащихся во всех видах удобрений вместе.

1043. 1) При проверке зерна общий процент зерновых и сорных примесей оказался равным 12. После сортировки 0,50 *ц* зерна оказалось 45 *кг*. Определить процент засоренности после сортировки.

2) Из 1,00 *т* медного колчедана, содержащего 2,5% меди, получено 22 *кг* меди. Сколько процентов меди удалось выделить и сколько процентов составили потери?

1044. 1) Агроном подсчитал, что имеющиеся в совхозе минеральные удобрения составляют 80% того, что потребуется в текущем году. На сколько процентов нужно увеличить имеющийся запас удобрений, чтобы полностью можно было обеспечить ими совхоз?

2) Время, необходимое для выполнения нормы, рабочий сократил на 20%. На сколько процентов увеличилась производительность его труда?

1045. 1) Число увеличено на 25%. На сколько процентов нужно уменьшить полученное число, чтобы вновь получилось данное число?

2) Число уменьшено на 25%. На сколько процентов нужно увеличить новое число, чтобы получить данное число?

1046. 1) Веревку длиной 19,8 *м* разрезали на две части так, что первая из них оказалась на 20% длиннее второй. Найти длину каждой части.

2) Веревку длиной 19,8 *м* разрезали на две части так, что первая из них оказалась короче второй на 20%. Найти длину каждой части.

1047. 1) На сколько процентов увеличится площадь каждого из прямоугольников со сторонами 9,0 *см* и 7,0 *см*; 15,0 *см* и 12,0 *см*, если стороны их увеличить на 10%? Какой вывод можно сделать, сравнивая полученные результаты?

2) На сколько процентов уменьшится площадь каждого из прямоугольников со сторонами 9,0 *см* и 7,0 *см*; 15,0 *см* и 12,0 *см*, если стороны их уменьшить на 10%? Какой вывод можно сделать, сравнивая полученные результаты?

1048. 1) На сколько процентов изменится площадь прямоугольников со сторонами 9,0 *см* и 7,0 *см*; 15,0 *см* и 12,0 *см*, если большую сторону уменьшить на 10%, а меньшую сторону увеличить на 10%? Какой вывод можно сделать, сравнивая полученные результаты?

2) Размеры прямоугольной заготовки для изготовления дверцы холодильника были 874 × 1250 *кв. мм*. Их вырезали из стандартного металлического листа размером 1150 × 1400 *кв. мм*. Рабочие нашли, что размер заготовки можно уменьшить до 820 × 1230 *кв. мм* и вырезать ее из листа размером 850 × 1300 *кв. мм*. Какой процент составили обрезки металла в том и другом случае? На сколько процентов уменьшилось количество обрезков во втором случае по сравнению с первым?

1049. 1) В книге 160 страниц. В первый день девочка прочитала 7,5% всей книги, а на следующий день — на 8 страниц больше, чем в первый. Сколько процентов всей книги осталось прочитать девочке?

2) За первый день комбайнер убрал 8% поля площадью в 250 *га*; в каждый из следующих четырех дней он убирал на 5 *га* больше, чем в первый день. Сколько процентов площади поля осталось убрать после пяти дней работы?

1050. 1) Для получения права участия в сельскохозяйственной выставке колхоз должен был собирать в среднем с 1 *га* по 20,0 *ц* проса и по 18,0 *ц* гороха. После уборки оказалось, что средний урожай проса с 1 *га* на 8% выше указанной нормы, а средний урожай гороха с 1 *га* на 1,5 *ц* меньше, чем средний урожай проса. На сколько процентов средний урожай гороха превысил норму?

2) У мальчика было 3 руб. 60 коп., 20% имеющихся денег он истратил на покупку книг и за 18 коп. купил альбом. Сколько процентов денег истратил мальчик на все покупки?

1051. 1) 31 декабря вкладчик внес в сберкассу 150 руб. Сколько процентных денег выплатят ему, если он возьмет свой вклад через месяц? 1 апреля того же года? через полгода? 16 августа того же года? Сберкасса платит вкладчику 2% годовых. Проверьте с помощью таблицы 3 стр. 443.

2) 31 декабря вкладчик внес в сберкассу 600 руб. Сколько процентных денег выплатят ему, если он возьмет свой вклад 16 января? 1 марта? 1 сентября? через 10,5 месяца?

1052. 1) Ниже показаны операции, совершенные вкладчиком в течение года. Вычислить количество процентных денег для каждой операции и за весь год. (Заполнить соответствующие графы.) При взносе процентные деньги начисляются за весь период до конца года, а при взятии денег — снимаются за весь период до конца года.

Дата	Приход	Начислено процентных денег	Расход	Снято процентных денег
31 декабря 1961 г. . .	100	?	—	—
1 апреля 1962 г. . . .	—	—	40	?
15 мая 1962 г. . . .	80	?	—	—
31 августа 1962 г. . .	60	?	—	—
1 октября 1962 г. . .	—	—	100	?

2) Вычислить количество процентных денег для каждой операции и за весь год, если движение вкладов было следующее:

Дата	Приход	Начислено процентных денег	Расход	Снято процентных денег
31 декабря 1961 г. . .	50	?	—	—
10 января 1962 г. . .	36	?	—	—
1 марта 1962 г. . . .	—	—	24	?
15 июня 1962 г. . . .	120	?	—	—
1 сентября 1962 г. . .	—	—	60	?

1053. 1) Два мальчика собрали вместе 420 марок, причем у первого оказалось на 10% марок больше, чем у второго. На сколько процентов больше марок стало у второго мальчика по сравнению с первым, когда ему подарили еще 50 марок?

2) Два тома стоили вместе 4 руб. 30 коп., причем первый том стоил на 15% дороже второго как до снижения цен, так и после снижения. Найти цену первого тома после снижения цен, если второй том стал дешевле на 40 коп.

1054. 1) Площади двух участков, занятых лесом, составляют 370 *га*, причем площадь второго участка на 15% меньше площади первого. На первом участке вырубили 50 *га* леса. На сколько процентов площадь второго участка стала больше площади, занятой лесом на первом участке?

2) В колхозе луга занимали 240 *га*, причем заболоченные участки занимали площадь, на 40% меньшую, чем участки, пригодные для сенокоса. Колхозу удалось осушить 50 *га* заболоченных лугов. На сколько процентов площадь заболоченных лугов стала после осушения меньше площади лугов, пригодных для сенокоса?

1055. 1) На соревнованиях авиамоделистов первая модель пролетела на 10%, или на 480 *м*, меньше второй. Скорость первой модели была на 20%, или на 1 *м* в секунду, больше скорости второй модели. Сколько времени находилась в воздухе каждая модель?

2) В первую половину дня два тракториста вспахали вместе 16,2 *га*, причем первый вспахал на 1,8 *га* больше второго и каждый выполнил по 60% взятого обязательства. Какую площадь обязался вспахать каждый тракторист?

1056. Самоходная сенокосилка может скосить до 60,0 *га* травы в день, а конная косилка может скосить в 15 раз меньше, чем самоходная, но в 10 раз больше, чем один косец. В прошедшем году на колхозных лугах в течение 6 дней работала бригада из 15 косцов и 6 конных косилок. За сколько дней будет закончен покос в этом году, если его площадь увеличилась на 10% и будет работать одна самоходная косилка, одна конная косилка и 5 косцов?

1057. Улучшение организации производства повысило производительность станка на 10%; рационализаторское предложение рабочего снова повысило производительность станка на 20%. На сколько процентов повысится количество деталей, изготовляемых на этом станке?

Указание. Решить задачу, приняв первоначальную производительность станка равной 100 единицам продукции в сутки.

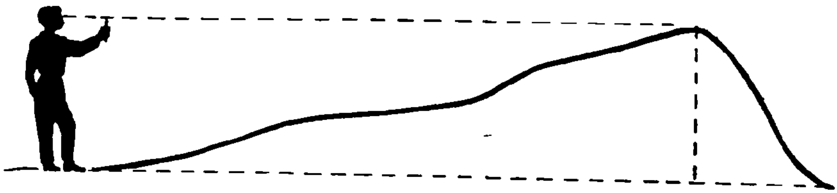
1058. 1) Объем строительных работ увеличился на 80%. На сколько процентов нужно увеличить число рабочих, чтобы выполнить работу за то же время, если производительность труда будет увеличена на 20%?

Указание. Принять первоначальный объем строительных работ за 100, и производительность труда рабочих до ее повышения — за 100 единиц.

2) Объем работ по жилищному строительству в районе увеличился на 173% по сравнению с прошлым годом, а производительность труда строительных рабочих повысилась на 40%. На сколько процентов нужно увеличить число строительных рабочих, чтобы выполнить план за то же время?

1059. 1) Куплено 36 учебников географии и 50 учебников истории на сумму 20,2 руб. Учебник истории стоил на 30% дороже учебника географии. Сколько стоил каждый учебник?

2) Куплено 40 учебников и 35 задачников на сумму 17 руб. Задачник стоил на 20% дешевле учебника. Сколько стоил задачник и сколько учебник?



Относительной погрешностью приближенного числа называется отношение абсолютной погрешности к приближенному числу.

Таких примеров можно привести очень много.

Когда рассматривают отношение двух чисел, то первое число называют *первым* или *предшествующим членом отношения*, а второе число — *вторым* или *последующим членом отношения*. Полученное частное называют *отношением*.

$$\underbrace{\underset{\text{предыдущий}}{12} \; : \; \underset{\text{последующий}}{4}}_{\text{члены отношения}} \; = \; \underset{\text{отношение}}{3}$$

Если члены отношения — числа именованные, то они должны иметь одно и то же наименование. Например:

$$6\ \text{м} \ : \ 27\ \text{м} = \frac{2}{9}.$$

Отношение обладает теми же свойствами, что и частное:

1) Предыдущий член отношения равен последующему члену отношения, умноженному на отношение (так как делимое равно делителю, умноженному на частное).

Например: $x : 4{,}5 = 6$; $x = 4{,}5 \cdot 6 = 27$.

2) Последующий член отношения равен предыдущему члену отношения, деленному на отношение (так как делитель равен делимому, деленному на частное).

Например: $25{,}5 : x = 1{,}5$; $x = 25{,}5 : 1{,}5 = 17$.

3) Отношение не изменится, если оба члена отношения умножить или разделить на одно и то же число (так как частное не изменится, если делимое и делитель умножить или разделить на одно и то же число).

Пользуясь последним свойством отношения, можно:

а) сокращать члены отношения, заменяя их меньшими числами.

Например: $72 : 60 = 6 : 5$ (сократили отношение на 12);

б) заменять отношение дробных чисел отношением целых чисел.

Например: $\frac{3}{8}:\frac{5}{6}=\frac{9}{24}:\frac{20}{24}=9:20$ (члены отношения приведены к наименьшему общему знаменателю и умножены на этот общий знаменатель).

Если члены данного отношения переставить местами, то получившееся отношение называют **обратным** для данного отношения.

Например: $4:5$ и $5:4$ или $a:b$ и $b:a$.

УПРАЖНЕНИЯ.

1063. Найти отношения:

1) 72 к 216; 2) 216 к 72; 3) 56 к 154;
4) $\frac{1}{24}$ к $\frac{1}{6}$; 5) $\frac{48}{55}$ к $\frac{28}{99}$; 6) $5\frac{1}{4}$ к $12\frac{6}{17}$;
7) 4,36 к 0,4; 8) 1 к 0,08; 9) 8,412 к 49,07;
10) 2 к 7 с точностью до 0,01;
11) 5 к 3 с точностью до 0,01;
12) 7 к 1,3 с точностью до 0,01;
13) 15 к 16 с точностью до 0,001;
14) 16 к 15 с точностью до 0,001.

1064. Найти отношения:

1) 385,7 *км* к 1900 *м*; 2) 15 *мм* к 2,4 *дм*;
3) 3,4 *куб. м* к 85 *л*; 4) 22,4 *кв. м* к 2,8 *га*;
5) 31 *кг* 250 *г* к 1 *ц* 25 *кг*; 6) 32,5 *кг* к 1 *кг* 300 *г*;
7) $4\frac{2}{5}$ часа к 1 часу 6 мин.;
8) 2 часа 1 мин. 30 сек. к 6 мин. 45 сек.

1065. Найти неизвестные члены отношений:

1) $1{,}5:x=0{,}15625$; 2) $0{,}088:x=0{,}11$;
3) $\frac{5}{8}:x=2\frac{1}{2}$; 4) $1\frac{1}{4}:x=3\frac{1}{8}$;
5) $x:0{,}1=0{,}02$; 6) $x:2{,}5=0{,}2$;
7) $x:3\frac{2}{3}=\frac{5}{11}$; 8) $x:\frac{1}{9}=3\frac{3}{14}$.

1066. Найти x в следующих отношениях:

1) $72:3x=12$; 2) $22x:55=4$;
3) $24{,}4x:0{,}61=4$; 4) $5\frac{5}{6}:2\frac{1}{3}x=2\frac{1}{4}$;
5) $3{,}06:0{,}9x=1{,}7$; 6) $48{,}96:5{,}1x=2{,}4$.

1067. Заменить отношения простейшими:

1) $56:72$; 2) $56:84$; 3) $280:336$;
4) $465:375$; 5) $196:686$; 6) $342:209$;
7) $288:360:2160$; 8) $630:714:1386$.

1068. Заменить отношения дробных чисел отношениями целых чисел:

1) $\frac{3}{20}:\frac{7}{45}$; 2) $\frac{11}{12}:\frac{5}{24}$; 3) $4\frac{4}{5}:3\frac{3}{7}$; 4) $\frac{1}{8}:0{,}4$;

5) $0{,}18:0{,}48$; 6) $2{,}4:0{,}72$; 7) $2{,}8:1{,}75$; 8) $6\frac{1}{2}:5{,}2$;

9) $316:7{,}9$; 10) $\frac{1}{4}:\frac{5}{12}:\frac{7}{18}$; 11) $0{,}32:0{,}06:1\frac{3}{5}$.

1069. 1) Определить всхожесть семян, если из 400 семян проросло 380.

2) В условиях Алтая установлена наилучшая норма высева пшеницы: 6 500 000 зерен на 1 *га*. Сколько растений будет в среднем на 1 *кв. м*, если всхожесть семян 0,96?

1070. 1) В 2 *л* воды растворено 40 *г* соли. Найти концентрацию раствора.

2) Концентрация раствора соли $\frac{1}{20}$. Сколько соли содержится в 4 *л* рассола?

1071. 1) Найти крутизну лестницы, если высота ступеньки 15 *см*, а глубина 35 *см*. Найти крутизну лестницы в школе и у себя дома, произведя соответствующие измерения.

2) Найти крутизну ската, если возвышение одной точки над другой равно 0,84 *м*, а горизонтальное расстояние равно 60 *м*.

3) Найти разность уровней воды в реке на расстоянии 10 *км*, если падение реки равно 0,0002.

1072. Найти относительную погрешность, допущенную при измерении величин. Заполнить следующую таблицу:

Название величины	Приближенное значение величины	Абсолютная погрешность	Относительная погрешность
Длина	48 *м*	0,5 *м*	
»	48,0 *м*	0,05 *м*	
Площадь	120 *кв. м*	0,5 *кв. м*	
Вес	2,4 *кг*	0,05 *кг*	
»	2,40 *кг*	0,005 *кг*	
Время	3 мин. 20 сек.	5 сек.	

1073. 1) Найти численный масштаб, если 1 *см* на чертеже соответствует 5 *м* на местности.

2) Наиболее употребительными являются карты, на которых 1 *см* соответствует 100 *м*, 250 *м*, 500 *м*, 1 *км* на местности. Найти численные масштабы этих карт.

1074. Каким отрезком на карте изобразится расстояние в 600 *м* на местности, если масштаб карты:

1) $\frac{1}{10\,000}$? 2) $\frac{1}{50\,000}$? 3) $\frac{1}{100\,000}$?

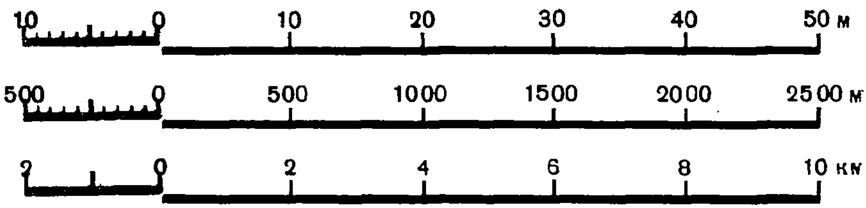
1075. Какому расстоянию на местности соответствуют 4 *см* на карте, если масштаб ее:

1) $\frac{1}{10\,000}$? 2) $\frac{1}{50\,000}$? 3) $\frac{1}{100\,000}$?

1076. Численный масштаб карты $\frac{1}{25\,000}$. Какова величина расстояния на местности, если на карте оно составляет:

1) 2 *см*? 2) 5 *см*? 3) 8 *см*?

1077. За какое время можно пройти расстояние, которое на карте с масштабом $\frac{1}{50\,000}$ изображено отрезком 2,4 *см*, если проходить 4 *км* в час?



1078. 1) На рисунке показаны линейные масштабы. Найти соответствующие им численные масштабы.

2) Построить линейные масштабы, соответствующие численным масштабам: $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{5000}$; $\frac{1}{100\,000}$. За основание линейного масштаба взять 1 *см*.

1079. В каком масштабе удобнее изобразить на листе бумаги размерами 32 *см* $\times$ 18 *см* план класса, размеры которого 15 *м* $\times$ 8 *м*? Построить линейный масштаб.

Контрольное задание к § 48

1) Что называется отношением двух чисел?

2) Найти x, если: $x : 1{,}25 = 0{,}1$; $2{,}25 : x = 1{,}8$.

3) Сократить члены отношений $255 : 189$ и $288 : 720$.

4) Заменить отношения дробных чисел отношением целых чисел: $\frac{7}{12} : \frac{5}{28}$ и $\frac{8}{15} : \frac{21}{25}$.

5) Упростить отношения: $\frac{16}{35} : \frac{28}{55}$ и $\frac{15}{24} : \frac{25}{36}$.

§49 ПРОПОРЦИЯ И ЕЕ СВОЙСТВА.

1. Пропорция. Если сравнивать между собой два отношения, то они могут оказаться равными или неравными. Два равных отношения можно соединить знаком равенства.

Равенство двух отношений называется пропорцией.

Например: $2 : 5 = 6 : 15$ или $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$. Прочитать последнюю запись можно так: «Отношение двух к пяти равно отношению шести к пятнадцати», или «Два так относятся к пяти, как шесть к пятнадцати». Числа 2; 5; 6 и 15 называются членами пропорции, причем 2 и 15 называются **крайними членами**, а 5 и 6 — **средними членами** пропорции.

2. Основное свойство пропорции. Рассмотрим пропорцию $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$. Умножим обе части равенства на произведение $5 \cdot 15$ и получим: $\frac{2 \cdot 5 \cdot 15}{5} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 15}{15}$. Сократим первую дробь на 5, а вторую — на 15 и получим $2 \cdot 15 = 6 \cdot 5$.

Произведение крайних членов пропорции равно произведению ее средних членов.

Это свойство называется **основным свойством пропорции.** Если записать пропорцию в общем виде:

$$a : b = c : d \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{c}{d},$$

то основное свойство ее выразится равенством $a \cdot d = b \cdot c$.

УПРАЖНЕНИЯ.

1080. Можно ли составить пропорцию из данных отношений:

1) $42:14$ и $72:24$?
2) $78:13$ и $60:12$?
3) $3{,}5:21$ и $2\frac{1}{4}:13\frac{1}{2}$?
4) $0{,}1:0{,}02$ и $4:0{,}8$?

1081. Проверить, правильно ли составлены следующие пропорции:

1) $4:14 = 14:49$;
2) $10{,}2:0{,}66 = 0{,}85:0{,}055$;
3) $25:0{,}5 = 1250:25$;
4) $24:3 = 36:4$;
5) $4\frac{1}{2}:3\frac{1}{2} = 27:21$;
6) $5\frac{1}{3}:8 = 3\frac{3}{7}:5\frac{1}{7}$.

§50 НАХОЖДЕНИЕ НЕИЗВЕСТНОГО ЧЛЕНА ПРОПОРЦИИ.

Пользуясь основным свойством пропорции, можно по трем ее членам находить четвертый член.

Пусть $x:15 = 8:20$. По основному свойству пропорции имеем $x \cdot 20 = 15 \cdot 8$, а отсюда находим: $x = \frac{15 \cdot 8}{20} = 6$.

Неизвестный крайний член пропорции равен произведению ее средних членов, деленному на другой крайний.

Пусть $6:x = 8:20$. По основному свойству пропорции имеем: $x \cdot 8 = 6 \cdot 20$, а отсюда находим: $x = \frac{6 \cdot 20}{8} = 15$.

Неизвестный средний член пропорции равен произведению ее крайних членов, деленному на другой средний.

Если взять любую пропорцию, то мы придем к тем же выводам.

УПРАЖНЕНИЯ.

1082. Решить следующие пропорции:

1) $x:16 = 3:6$;
2) $x:15 = 8:24$;
3) $24:x = 8:5$;
4) $36:x = 54:3$;
5) $75:35 = x:14$;
6) $343:98 = x:60$;
7) $108:90 = 42:x$;
8) $72:40 = 324:x$;
9) $x:12 = 4\frac{3}{4}:7\frac{1}{8}$;
10) $x:1\frac{3}{7} = 1\frac{3}{15}:1\frac{1}{3}$;
11) $6\frac{1}{2}:x = 6\frac{5}{6}:4{,}1$;
12) $0{,}38:x = 4\frac{3}{4}:1\frac{7}{8}$;

13) $3\frac{1}{2}:0,4 = x:1\frac{1}{7}$; 14) $10,4:3\frac{5}{7} = x:\frac{5}{11}$;

15) $15,6:2,88 = 2,6:x$; 16) $1,25:1,4 = 0,75:x$.

1083. Решить следующие пропорции:

1) $7x:42 = 45:27$; 2) $4x:31 = 44:11$;

3) $84:6x = 28:14$; 4) $85:17x = 105:84$;

5) $21:7 = 2\frac{1}{2}x:5$; 6) $\frac{1}{6}:2\frac{1}{3} = 3\frac{1}{4}x:1,3$;

7) $13\frac{1}{3}:1\frac{1}{3} = 26:0,2x$; 8) $3,3:7\frac{1}{3} = 4\frac{2}{7}:1\frac{3}{7}x$;

9) $3\frac{1}{3}x:1,5 = 4\frac{2}{7}:\frac{3}{14}$; 10) $1\frac{1}{2}:3\frac{7}{19} = 2\frac{3}{8}:0,8x$;

11) $11\frac{1}{3}:1\frac{8}{9} = 5\frac{1}{3}x:\frac{5}{8}$; 12) $6\frac{2}{3}:1\frac{7}{9}x = 0,48:1,2$.

§51 ПЕРЕСТАНОВКА ЧЛЕНОВ ПРОПОРЦИИ.

Если произведение двух множителей равно произведению двух других множителей, то из этих четырех чисел можно составить пропорцию. Рассмотрим равенство двух произведений: $2 \cdot 15 = 6 \cdot 5$. Разделим обе части равенства на произведение $5 \cdot 15$. Получим новое равенство $\frac{2 \cdot 15}{5 \cdot 15} = \frac{6 \cdot 5}{5 \cdot 15}$. Если первую дробь сократить на 15, а вторую на 5, то получится пропорция $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$. Приведенное выше рассуждение можно провести, если взять равенство любых двух произведений, и можно сделать такой вывод: если четыре числа таковы, что произведение двух из них равно произведению двух других, то из них можно составить пропорцию.

Отсюда следует, что в пропорции можно: 1) переставлять местами крайние члены, 2) переставлять местами средние члены, 3) крайние члены сделать средними, а средние члены сделать крайними. При любой из перечисленных перестановок произведение крайних членов пропорции будет равно произведению средних. С помощью таких перестановок можно, имея одну пропорцию, получить восемь пропорций.

Например:

$5:15=8:24$; $5:8=15:24$; $8:5=24:15$; $8:24=5:15$;
$15:5=24:8$; $15:24=5:8$; $24:8=15:5$; $24:15=8:5$.

Для всех этих пропорций имеем: $5 \cdot 24 = 15 \cdot 8$.

УПРАЖНЕНИЯ.

1084. Сделать все перестановки членов пропорций:

1) $12:2=30:5$; 2) $5:15=4:12$.

1085. Составить пропорции из следующих равенств:

1) $15 \cdot 42 = 35 \cdot 18$;
2) $54 \cdot 55 = 66 \cdot 45$;
3) $2{,}5 \cdot 0{,}018 = 0{,}15 \cdot 0{,}3$;
4) $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{2}{7} = \frac{5}{7} \cdot 4\frac{1}{2}$.

1086. Составить всевозможные пропорции из следующих чисел:

1) 0,16; 0,32; 0,4 и 0,8;
2) 44; 4; 11 и 16;
3) $3\frac{1}{3}$; $5\frac{1}{4}$; $4\frac{1}{2}$ и $3\frac{8}{9}$;
4) $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{8}$ и $\frac{3}{10}$;
5) 1; 2; 4; 8; 16 и 32;
6) 16; 24; 36; 54 и 81.

Контрольное задание к § 49, 50, 51

1) Что называется пропорцией?
2) Проверить двумя способами следующие пропорции:

$$14:35=22:55 \text{ и } 2{,}4:14{,}4=0{,}75:4{,}5.$$

3) Найти x, если $x:1{,}56=2{,}7:11{,}7$; $4{,}25:3{,}4=x:1{,}2$.
4) Из чисел, входящих в равенство $6 \cdot 25 = 10 \cdot 15$, составить все возможные пропорции.

§52 ПРЯМАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ДВУХ ВЕЛИЧИН.

Рассмотрим задачу: «На пошивку костюма требуется 3 *м* материи. Сколько метров материи потребуется на пошивку 2, 3, 4, 5, 8, 10 таких же костюмов?»

Решение задачи легко выполнить устно и записать результат в виде таблицы:

Количество костюмов	1	2	3	4	5	8	10	x
Количество метров материи	3	6	9	12	15	24	30	y

В задаче рассматриваются три величины: количество метров материи, необходимое для пошивки одного костюма, количество костюмов и количество метров материи, необходимое для пошивки этих костюмов. Первая величина имеет постоянное значение, а две другие величины принимают различные числовые значения. Одна из них изменяется в зависимости от изменения другой. Число метров материи, затраченное на пошивку всех костюмов, зависит от числа сшитых костюмов. Зависимость эту можно охарактеризовать так: если одна величина (число костюмов) увеличится или уменьшится в несколько раз, то и другая величина (число метров материи) увеличится или уменьшится во столько же раз. Иначе говоря, отношение двух любых значений одной величины равно отношению двух соответствующих значений другой величины.

Например: 3 костюма и 5 костюмов, 9 метров и 15 метров.

$$3:5 = 9:15.$$

Если отношение двух произвольных значений одной величины равно отношению соответствующих значений другой величины, то такие две величины находятся в прямо пропорциональной зависимости одна от другой.

Прямо пропорциональную зависимость можно выразить с помощью формулы. Пусть x и y — соответствующие значения числа костюмов и числа метров материи (см. таблицу). Тогда $1:x = 3:y$ и по основному свойству пропорции получим: $y = 3x$.

Величины, находящиеся в прямо пропорциональной зависимости, встречаются очень часто.

Например: 1) количество товара и его стоимость, 2) объем тела и его вес, 3) время и пройденное расстояние при равномерном движении, 4) множитель и произведение и т. д.

Часто встречаются также задачи, в которых рассматриваются прямо пропорциональные величины. Так как отношение двух числовых значений одной величины равно отношению двух соответствующих числовых значений другой величины, то, зная три из этих чисел, легко можно узнать четвертое. Эта основная задача носит название *нахождения четвертого пропорционального.*

Задача. Стальной брусок объемом 60 *куб. см* весит 468 *г*. Сколько весит стальной брусок объемом 25 *куб. см*?

Условия задачи можно кратко записать в виде таблички:

60 *куб. см* — 468 *г*

25 *куб. см* — x *г*

Задачу можно решить двумя способами.

1-й способ (приведение к единице).

1) Сколько весит один *куб. см* стали? $468:60 = 7{,}8$ (*г*).

2) Сколько весят 25 *куб. см* стали? $7{,}8 \cdot 25 = 195$ (*г*).

2-й способ (с помощью пропорции). Объем тела и его вес находятся в прямо пропорциональной зависимости, и, следовательно, отношение двух значений одной величины будет равно отношению двух соответствующих значений другой величины. Можно составить пропорцию $60:25 = 468:x$.

После этого находим неизвестный член пропорции:

$$x = \frac{468 \cdot 25}{60} = 195 \ (г).$$

С помощью пропорций можно решать все три вида задач на проценты.

Задача 1. Найти 45% от 80.

$$\begin{matrix} 80 - 100\% \\ x - 45\% \end{matrix} \qquad 80:x = 100:45; \quad x = \frac{80 \cdot 45}{100} = 36.$$

Задача 2. Найти число, если 18% его равны 7,2.

$$\begin{matrix} 7{,}2 - 18\% \\ x - 100\% \end{matrix} \qquad 7{,}2:x = 18:100; \quad x = \frac{7{,}2 \cdot 100}{18} = 40.$$

Задача 3. Найти процентное отношение 54 к 80.

$$\begin{matrix} 54 - x\% \\ 80 - 100\% \end{matrix} \qquad 54:80 = x:100; \quad x = \frac{54 \cdot 100}{80} = 67{,}5\ (\%).$$

Следует иметь в виду, что иногда встречаются зависимости, очень напоминающие прямо пропорциональную зависимость. Их не следует смешивать. Рассмотрим зависимость между числом слов в телеграмме и ее стоимостью. Отправитель телеграммы платит за каждое слово 3 коп. и вносит еще «подепешную плату» в размере 10 коп. При рассмотрении приведенной ниже таблицы можно убедиться, что зависимость эта не является прямо пропорциональной зависимостью, хотя и очень похожа на нее:

Число слов	5	10	15	20	25	30	40
Стоимость телеграммы	25	40	55	70	85	100	130

Отношение двух произвольных значений одной величины не равно отношению соответствующих значений другой величины.

УПРАЖНЕНИЯ.

1087. 1) Ниже приведена таблица расхода бензина для автомобиля «Москвич».

Пройденное расстояние в километрах	0	10	20	30	40	50	60		80		100
Расход бензина в литрах	0	0,8	1,6	2,4	3,2	4,0		5,6		7,2	8,0

Сколько в таблице изменяющихся величин?

Сколько в таблице численных значений пройденного расстояния и израсходованного бензина?

Какой расход бензина соответствует расстоянию в 30 *км*?

Какое расстояние соответствует 3,2 *л* израсходованного бензина?

Найдите отношение двух значений расстояний в 50 *км* и 20 *км* и сравните его с отношением соответствующих значений израсходованного бензина. Заполните пустые места в таблице.

2) Ниже приведена таблица изменения веса стали в зависимости от изменения объема.

Объем стали в кубических сантиметрах	1	2	3	4	5	6	7		9	
Вес стали в граммах	7,8	15,6	23,4	31,2	39	46,8		62,4		78

Сколько в этой таблице изменяющихся величин?

Сколько в таблице численных значений веса стали?

Сколько в таблице численных значений объема стали?

Какое значение веса стали соответствует объему в 4 *куб. см*?

Какое значение объема стали соответствует весу в 23,4 *г*?

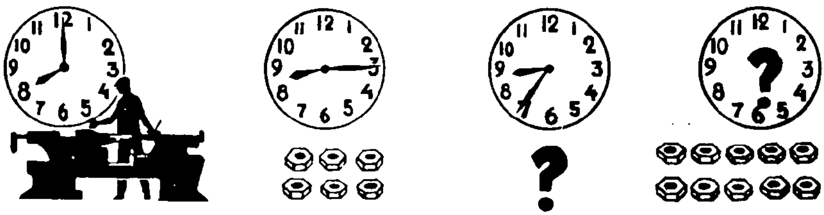
Найдите отношение двух значений веса стали: 39 *г* и 15,6 *г*, и сравните полученное отношение с отношением соответствующих значений объема стали. Заполните пустые места в таблице.

1088. 1) Подписная цена на газету дана в следующей таблице:

1 мес. – 0,6 руб.	6 мес. – 3,6 руб.
2 мес. – 1,2 руб.	10 мес. – 6 руб.
3 мес. – 1,8 руб.	12 мес. – 7,2 руб.

Можно ли сказать, что подписная цена прямо пропорциональна сроку, на который произведена подписка?

2) Приведите примеры величин, находящихся в прямо пропорциональной зависимости. По приведенному рисунку составьте задачу и решите ее.



1089. В приведенной таблице показан расход горючего за час работы двигателей различной мощности.

Как изменяется количество горючего с увеличением мощности двигателя? Можно ли сказать, что количество горючего прямо пропорционально мощности двигателя?

Мощность двигателя (в *л. с.*)	Количество бензина (в *кг*)
5	1,6
10	3,0
25	7,0
50	13,0
100	25,0

1090. Подписная цена на газету прямо пропорциональна сроку, на который произведена подписка. При подписке на полгода было уплачено 3 руб. Сколько придется уплатить при подписке на 4 мес.? на 10 мес.?

1091. 1) За 55 *квт·ч* электроэнергии уплатили 2,2 руб. Найти стоимость киловатт-часа электроэнергии. Сколько следует уплатить за 75 *квт·ч* электроэнергии?

2) За 72 *куб. м* газа, израсходованного в квартире, был прислан счет на сумму в 1 руб. 44 коп. Сколько стоит 1 *куб. м* газа? Сколько придется уплатить, если расход газа составит 106 *куб. м*?

1092. 1) В 800 *г* раствора содержится 50 *г* соли. Сколько соли в 1 *г* раствора? в 240 *г* раствора?

2) На 1 *кг* пиленого сахара приходится в среднем 125 кусков. Найти средний вес одного куска сахара. Сколько кусков сахара будет в 400 *г*?

1093. 1) На 6 *га* пашни было посеяно 10,8 *ц* зерна. Сколько зерна потребуется, чтобы засеять 15 *га* пашни?

2) На изготовление 800 тетрадей требуется 68,8 *кг* бумаги. Сколько бумаги нужно для изготовления 1200 тетрадей?

1094. 1) За 6 час. плот проплыл по реке 20,4 *км*. За сколько часов этот плот проплывет 25,5 *км*?

2) При нагревании воды в течение 7,5 мин. температура ее повысилась на 30°. На сколько градусов повысится температура в том же сосуде за 12,5 мин.?

1095. 1) 15 *л* керосина весят 12,3 *кг*. Сколько весят 35 *л* керосина?

2) Из 24 *кг* хлопкового семени получено 5,4 *кг* масла. Сколько семени нужно для получения 7,2 *кг* масла?

1096. 1) 100 *куб. м* воздуха содержат 21 *куб. м* кислорода. Определить объем кислорода в комнате, длина которой 10,0 *м*, ширина 8,0 *м* и высота 3,25 *м*.

2) Из 5,20 *куб. м* сухого дерева можно получить 390 *кг* угля. Сколько сухого дерева нужно для получения 585 *кг* угля?

1097. 1) Стальной брусок объемом в 60 *куб. см* весит 468 *г*. Сколько весит стальной брусок объемом в 25 *куб. см*?

2) Лучшей нормой посева пшеницы на Алтае является норма 6 500 000 зерен на 1 *га*. Выразить норму высева на 1 *га* в килограммах, если 1000 зерен весит 30 *г*.

1098. 1) Для 8 коров в зимнее время доярка ежедневно заготовляет 80 *кг* сена, 96 *кг* корнеплодов, 120 *кг* силоса и 12 *кг* концентратов. Определить ежедневный расход этих кормов для 18 коров.

2) На пропитывание 10 шпал ушло 480,0 *кг* креозота. Сколько креозота нужно для пропитывания 180 шпал? Сколько креозота понадобится для пропитывания шпал на участке в 60 *м*, если на каждые 3 *м* пути кладут 4 шпалы?

1099. 1) За 3 часа часы отстали на 10 сек. На сколько отстанут часы за 8 час.? за 12 час.? за сутки? за неделю?

2) Земной шар совершает полный оборот вокруг своей оси за 24 часа. На сколько градусов различается долгота двух пунктов, если солнечное время различается на 4 часа? На сколько часов различается солнечное время двух пунктов, если долгота различается на 40°?

1100. 1) Один город расположен на 30° восточной долготы, а другой — на 50° восточной долготы. Определить солнечное время во втором городе в тот момент, когда в первом полдень.

2) Когда в самом западном пункте СССР (Калининградская область) полночь, то в самом восточном пункте СССР (мыс Дежнева) уже 11 час. 20 мин. На сколько градусов с востока на запад простирается территория СССР?

Контрольное задание к § 52

1) В каком случае говорят, что две величины находятся в прямо пропорциональной зависимости? Приведите примеры.

2) Медная пластинка имеет объем 15 *куб. см* и весит 132 *г*. Узнать объем куска меди, который весит 176 *г*.

3) Из 4,8 *т* подсолнечного семени получено 1,2 *т* масла. Сколько подсолнечного семени нужно для получения 1,5 *т* масла?

Задачи 2) и 3) решить двумя способами.

§53 ОБРАТНАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ДВУХ ВЕЛИЧИН.

Рассмотрим задачу: «Площадь прямоугольника равна 12 *кв. см*. Найти высоту прямоугольника, если основание его равно 1 *см*, 2 *см*, 3 *см*, 4 *см*, 5 *см*, 6 *см*, 8 *см*, 10 *см*, 12 *см*».

Решение задачи легко выполнить устно, а результат можно записать в виде таблицы:

Основание прямоугольника	1	2	3	4	5	6	8	10	12	x
Высота прямоугольника	12	6	4	3	2,4	2	1,5	1,2	1	y

В задаче рассматриваются три величины: площадь прямоугольника, его основание и высота. Первая из этих величин имеет постоянное значение, а две другие принимают различные числовые значения. Одна из них изменяется в зависимости от изменения другой. Зависимость эту можно охарактеризовать так: если одна величина (основание) увеличится в несколько раз, то другая величина (высота) уменьшится во столько же раз, а если основание уменьшится в несколько раз, то высота увеличится во столько же раз. Иначе говоря, отношение двух значений одной величины равно обратному отношению соответствующих значений другой величины. Например: 2 *см* и 8 *см* (числовые значения основания), 6 *см* и 1,5 *см* (соответствующие значения высоты). $2:8 = 1{,}5:6$.

Если отношение двух произвольных значений одной величины равно обратному отношению соответствующих значений другой величины, то такие величины находятся в обратно пропорциональной зависимости одна от другой.

Обратно пропорциональную зависимость можно выразить с помощью формулы. Пусть x и y — соответствующие значения основания и высоты (см. таблицу). Тогда $1:x = y:12$ и неизвестный средний член пропорции $y = \frac{12}{x}$.

Величины, находящиеся в обратно пропорциональной зависимости, встречаются довольно часто.

Например: 1) скорость равномерного движения и время, затраченное на прохождение определенного расстояния, 2) цена товара и его количество, которое можно приобрести на определенную сумму денег, и т. д.

Часто встречаются и задачи, в которых рассматриваются величины, находящиеся в обратно пропорциональной зависимости. Так как отношение двух числовых значений одной величины равно обратному отношению двух соответствующих значений другой величины, то, зная три из этих чисел, можно легко узнать четвертое. Эта задача тоже носит название **нахождение четвертого пропорционального.**

Задача. Для перевозки груза нужно 15 трехтонных машин. Сколько нужно пятитонных машин, чтобы перевезти тот же груз?

Условия задачи можно кратко переписать в виде таблички:

15 машин — 3 *т*
x машин — 5 *т*

Задачу можно решить двумя способами.

1-й способ (приведение к единице).

1) Сколько однотонных машин понадобится для перевозки груза?

$15 \cdot 3 = 45$ (машин) — в три раза больше, чем трехтонных.

2) Сколько пятитонных машин понадобится для перевозки груза?

$45:5=9$ (машин) — в пять раз меньше, чем однотонных.

2-й способ (с помощью пропорций).

Так как грузоподъемность машин и количество их, нужное для перевозки определенного груза, находятся в обратно пропорциональной зависимости, то отношение двух значений одной величины будет равно обратному отношению соответствующих значений другой величины и можно составить пропорцию:

$15:x=5:3$. Решаем пропорцию: $x=\frac{15\cdot 3}{5}=9$ (машин).

В задачах на нахождение четвертого пропорционального необходимо четко различить случай прямо пропорциональной и обратно пропорциональной зависимости, так как во втором случае нужно приравнивать обратные отношения.

При решении задач на прямую и обратную пропорциональность можно рекомендовать такую запись:

Зависимые величины			Вид зависимости
Объем 60 *куб. см* 25 *куб. см*	 — —	Вес 468 *г* *x г*	Прямо пропорциональная зависимость
Число машин 15 *x*	 — —	Грузоподъемность 3 *т* 5 *т*	Обратно пропорциональная зависимость

Чтобы избежать словесных записей, можно вид зависимости отмечать условно с помощью стрелок, направленных от большего числового значения к меньшему. Тогда обе предыдущие задачи можно записать так:

$$
\begin{array}{l} 60 \text{ куб. см} — 468 \text{ г} \\ \downarrow 25 \text{ куб. см} — \ x \text{ г} \downarrow \end{array}
\qquad
\begin{array}{l} 15 \text{ машин} — 3 \text{ т} \uparrow \\ \downarrow x \text{ машин} — 5 \text{ т} \end{array}
$$

Для прямо пропорциональных величин стрелки будут направлены в одну сторону, а для обратно пропорциональных величин — в противоположные.

Следует иметь в виду, что иногда встречаются зависимости, очень напоминающие обратно пропорциональную зависимость.

Их не следует смешивать. В качестве примера рассмотрим такую задачу: «Из деревни в город вышел пешеход со скоростью 4 *км* в час. На каком расстоянии от города будет пешеход через 1, 2, 3 и 4 часа после своего выхода, если от колхоза до города 20 *км*?»

В результате решения получится такая таблица:

Время в часах	1	2	3	4
Расстояние в километрах	16	12	8	4

Можно убедиться, что обратно пропорциональной зависимости здесь нет. Например: $3 : 4 \neq 4 : 8$.

УПРАЖНЕНИЯ.

1101. Турист при подъеме на гору записывал показания барометра (прибор для измерения давления воздуха) и получил следующую таблицу.

Высота подъема над уровнем моря (в *м*)	100	200	400	600	800	1000
Показания барометра (в *мм рт. ст.*)	760	740	720	700	680	660

Какова зависимость давления воздуха от высоты подъема? Будут ли эти величины обратно пропорциональны?

1102. В таблице показана зависимость между временем, затраченным на изготовление одной детали («норма времени»), и количеством деталей, изготовляемых за час («норма выработки»).

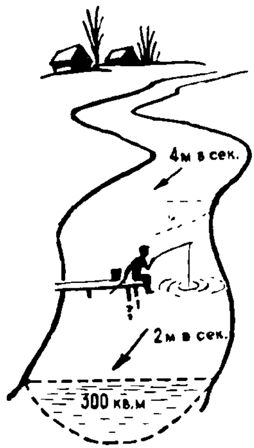
Время, затраченное на изготовление одной детали (в мин.)	2	3	4	5	6	7,5		12		20
Количество деталей, изготовляемых за час	30	20	15	12	10	8	6		4	

Определите характер зависимости. Заполните пустые места в таблице.

1103. В таблице приведена зависимость между площадью поперечного сечения на отдельных участках реки и соответствующей средней скоростью течения.

Площадь поперечного сечения (в *кв. м*)	150	200	240	300		450
Средняя скорость течения (в *м/сек*)	4,0	3,0	2,5	2,0	1,5	

Найдите отношение двух любых значений площади поперечного сечения и сравните с обратным отношением соответствующих значений средней скорости течения. Можно ли сказать, что площадь поперечного сечения реки и средняя скорость течения обратно пропорциональны? Заполните пустые места в таблице.



1104. Какие из приведенных ниже величин находятся в обратно пропорциональной зависимости?

1) Скорость движения и пройденный путь за определенный промежуток времени.

2) Скорость движения и время, необходимое для прохождения определенного пути.

3) Количество книг и количество читателей в библиотеке.

4) Сторона квадрата и его площадь.

5) Длина и ширина прямоугольника при данной площади.

6) Вес муки и вес выпеченного из нее хлеба.

7) Номер этажа и количество ступенек лестницы, ведущей на этот этаж.

8) Норма выработки и время изготовления одной детали.

9) Диаметр окружности и ее длина.

10) Ребро и объем куба.

1105. 1) На некотором участке железнодорожного пути старые рельсы длиной 8 *м* заменили новыми длиной 12 *м*. Сколько потребуется новых двенадцатиметровых рельсов, если сняли 360 старых рельсов?

2) Лыжники предполагали прибыть к месту назначения через 6 суток, но теплая погода замедлила их движение, и вместо 52 *км* они успевали сделать за один переход только 39 *км*. За сколько суток лыжники совершили весь переход?

1106. 1) Если при постройке забора вокруг школьного участка вкапывать столбы на расстоянии 4,2 *м* друг от друга, то понадобится 126 столбов. Сколько понадобится столбов, если вкапывать их на расстоянии 3,6 *м* друг от друга?

2) Колесо, имеющее окружность 1,5 *м*, сделало на некотором расстоянии 96 оборотов. Сколько оборотов на том же расстоянии сделает колесо, окружность которого 2,4 *м*?

1107. 1) Школа получила 600 тетрадей по 20 листов и просила заменить их тетрадями по 12 листов. Сколько тетрадей получила школа при обмене? В каком отношении следует произвести замену, чтобы общее количество бумаги осталось то же?

2) Сено раннего укоса содержит больше питательных веществ, чем сено позднего укоса. Одно и то же количество сена июньского и августовского укосов содержит соответственно 55 и 33 кормовые единицы. Сколько сена позднего укоса нужно для замены 60 *т* сена раннего укоса?

1108. 1) Первый трактор вспахал 6 *га* за то же время, за которое второй трактор вспахал 3,6 *га*. За сколько часов вспашет поле первый трактор, если второй трактор вспахивал его за 120 час.?

2) При ежедневном расходе 3,6 *т* угля имеющихся запасов хватит на 56 дней. На сколько дней хватит запасов угля, если ежедневно расходовать по 2,4 *т*?

1109. 1) Затрачивая на изготовление каждой детали 40 мин., бригада выпускала за смену 540 деталей. Сколько деталей будет за смену выпускать бригада, если на изготовление каждой детали будет затрачивать 36 мин.? На сколько процентов повысится при этом производительность труда?

2) На изготовление одной детали рабочие стали затрачивать 8 мин. вместо 20 мин. Сколько деталей изготовит бригада за смену, если раньше она выпускала 120 деталей? На сколько процентов повысится при этом производительность труда?

1110. 1) Рис содержит 75% крахмала, а ячмень 60%. Сколько нужно взять ячменя, чтобы получить столько же крахмала, сколько его в 5,00 *кг* риса?

2) При откорме свиней целым, крупно размолотым и мелко размолотым зерном усваивается соответственно 60%, 80% и

85% питательных веществ, содержащихся в корме. Какое количество крупно размолотого и мелко размолотого зерна могут заменить 34,0 *кг* целого зерна?

1111. 1) Два шкива соединены бесконечным ремнем. Окружность первого шкива 28 *см*, а второго 42 *см*. Сколько оборотов в минуту сделает второй шкив, если первый делает 600 оборотов в минуту?

2) Два шкива соединены бесконечным ремнем. Один шкив делает в минуту 560 оборотов, а другой 240. Найти окружность второго шкива, если окружность первого равна 0,36 *м*.

Контрольное задание к § 53

1) В каком случае говорят, что две величины находятся в обратно пропорциональной зависимости? Приведите примеры.

2) Когда построили колонну по 6 человек в каждом ряду, то оказалось 28 полных рядов. Сколько полных рядов будет в этой колонне, если поставить в ряд по 8 человек?

3) Мотоциклист, двигаясь со скоростью 40 *км* в час, проехал некоторое расстояние за 12 мин. За сколько минут проедет это расстояние велосипедист, двигаясь со скоростью 15 *км* в час?

§ 54 ПРОПОРЦИОНАЛЬНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ТРЕХ И БОЛЕЕ ВЕЛИЧИН.

В предыдущих параграфах были рассмотрены прямо пропорциональная и обратно пропорциональная зависимость двух величин. Теперь мы перейдем к изучению пропорциональной зависимости между тремя и большим числом величин.

Рассмотрим задачу: «Для 12 коров на 35 дней требуется 5,04 *т* сена. Сколько сена потребуется для 16 коров на 45 дней?»

Условия задачи можно коротко записать в виде таблички:

12 коров — 35 дней — 5,04 *т*
16 коров — 45 дней — *x т*

В задаче рассматриваются три величины, причем количество сена, необходимое для коров, находится в прямо пропорциональной зависимости и от числа коров, для которых оно заготовлено, и от числа дней, в течение которых его дают коровам. Решение задачи можно выполнить следующим образом: известно, что для 12 коров на 35 дней требуется 5,04 *т* сена.

Найдем ответы на следующие вопросы:

1) Сколько сена потребуется для одной коровы на 35 дней?

Для 1 коровы на 35 дней — $\frac{5,04\ т}{12}$, т. е. в 12 раз меньше.

2) Сколько сена потребуется для 16 коров на 35 дней?

Для 16 коров на 35 дней — $\frac{5{,}04 \cdot 16\ т}{12}$, т. е. в 16 раз больше.

3) Сколько сена потребуется для 16 коров на 1 день?

Для 16 коров на 1 день — $\frac{5{,}04 \cdot 16\ т}{12 \cdot 35}$, т. е. в 35 раз меньше.

4) Сколько сена потребуется для 16 коров на 45 дней?

Для 16 коров на 45 дней — $\frac{5{,}04 \cdot 16 \cdot 45\ т}{12 \cdot 35}$, т. е. в 45 раз больше.

$$x = \frac{5{,}04 \cdot 16 \cdot 45}{12 \cdot 35} = 8{,}64\ (т).$$

Если вопросы ставить устно, то можно ограничиться записью только последней строчки.

Решим еще одну задачу, несколько изменив условие предыдущей задачи: «Для 12 коров на 35 дней требуется 5,04 *т* сена. На сколько дней хватит 8,64 *т* сена для 16 коров?»

12 коров — 5,04 *т* — 35 дней
16 коров — 8,64 *т* — y дней

В задаче рассматриваются те же три величины, но найти нужно число дней, а оно находится в прямо пропорциональной зависимости от количества сена и в обратно пропорциональной зависимости от числа коров. Решение задачи можно выполнить следующим образом. Известно, что для 12 коров на 35 дней требуется 5,04 *т* сена. Найдем ответы на следующие вопросы:

1) На сколько дней хватит 5,04 *т* сена для одной коровы? Для 1 коровы 5,04 *т* на $35 \cdot 12$ дн., в 12 раз больше.

2) На сколько дней хватит 5,04 *т* сена для 16 коров?

Для 16 коров 5,04 *т* на $\frac{35 \cdot 12}{16}$ дн., в 16 раз меньше.

3) На сколько дней хватит 1 *т* сена для 16 коров?

Для 16 коров 1 *т* на $\frac{35 \cdot 12}{16 \cdot 5{,}04}$ дн., в 5,04 раза меньше.

4) На сколько дней хватит 8,64 *т* сена для 16 коров?

Для 16 коров 8,64 *т* на $\frac{35 \cdot 12 \cdot 8{,}64}{16 \cdot 5{,}04}$ дн., в 8,64 раза больше.

$$y = \frac{35 \cdot 12 \cdot 8{,}64}{16 \cdot 5{,}04} = 45\ (дней).$$

Если вопросы ставить устно, то можно ограничиться записью одной только последней строчки.

Таким же способом можно решить задачу, в которой будет и более трех величин, находящихся в пропорциональной зависимости.

З а д а ч а. Груз, предназначенный для экспедиции, был перевезен четырьмя автомашинами на расстояние 280 *км* за 35 час. За сколько часов доставят этот груз 12 вьючных лошадей на расстояние в 60 *км*, если грузоподъемность автомашины 2 *т*, скорость 20 *км* в час, а вьючная лошадь поднимает 80 *кг* и движется со скоростью 5 *км* в час?

Кратко условия задачи можно записать так:

4 авт.— 280 *км* — 35 час.— 2000 *кг* — 20 *км* в час.
12 лош.— 60 *км* — x час.— 80 *кг* — 5 *км* в час.

Время, затраченное на перевозку, прямо пропорционально расстоянию и обратно пропорционально скорости, грузоподъемности и числу автомашин (лошадей). Для решения задачи нужно найти ответы на следующие вопросы:

1) За какое время будет перевезен груз, если расстояние составит не 280 *км*, а 60 *км*?

Время нужно уменьшить в 280 раз и увеличить в 60 раз.

$$\frac{35 \cdot 60}{280} \text{ (час.).}$$

2) За какое время будет перевезен груз на расстояние в 60 *км*, если скорость движения уменьшится с 20 *км* в час до 5 *км* в час?

Время нужно увеличить в 20 раз и уменьшить в 5 раз.

$$\frac{35 \cdot 60 \cdot 20}{280 \cdot 5} \text{ (час.).}$$

3) За какое время будет перевезен груз на расстояние в 60 *км* при скорости движения 5 *км* в час, если 4 автомашины заменить 12 автомашинами?

Время нужно увеличить в 4 раза и уменьшить в 12 раз.

$$\frac{35 \cdot 60 \cdot 20 \cdot 4}{280 \cdot 5 \cdot 12} \text{ (час.).}$$

4) За какое время будет перевезен груз на расстояние в 60 *км* при скорости движения 5 *км* в час 12 лошадьми, если лошадь поднимает 80 *кг* вместо 2000 *кг*?

Время нужно увеличить в 2000 раз и уменьшить в 80 раз.

$$\frac{35 \cdot 60 \cdot 20 \cdot 4 \cdot 2000}{280 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 80} \text{ (час.)}.$$

$$x = \frac{35 \cdot 60 \cdot 20 \cdot 4 \cdot 2000}{280 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 80} = 250 \text{ (час.)}.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

1112. 1) Для 16 голов скота на 36 дней требуется 1,92 *т* сухой подстилки. Сколько сухой подстилки потребуется для 20 голов скота на 40 дней?

2) Из 88,5 *м* сукна шириной 1,05 *м* сшито 25 пальто. Сколько пальто можно сшить из 315 *м* сукна шириной 1,18 *м*?

1113. 1) Чтобы связать шарф размером 80 *см* $\times$ 18 *см*, нужно израсходовать 240 *г* шерсти. Сколько шерсти нужно, чтобы связать шарф размером 75 *см* $\times$ 16 *см*?

2) Для паркетного пола в спортивном зале было заказано 8400 прямоугольных плиток 30 *см* длиной и 8 *см* шириной. На складе оказались плитки размером 32 *см* $\times$ 9 *см*. Сколько таких плиток потребуется для пола?

1114. 1) На пошивку 6 палаток нужно 120 *м* брезента шириной 1,2 *м*. Сколько метров брезента шириной 0,9 *м* нужно на пошивку 4 таких палаток?

2) Некоторый груз предполагали перевезти на 5 полуторатонных машинах за 6,4 часа. За сколько часов перевезут этот груз 3 двухтонные машины?

1115. 1) В железной пластинке толщиной 32 *мм* можно просверлить 24 одинаковых отверстия за 54 мин. За какое время можно просверлить 16 таких же отверстий в пластинке, толщина которой 28 *мм*?

2) В железной пластинке можно просверлить 42 одинаковых отверстия за 48 мин., если сверло будет делать 320 оборотов в минуту. В какое время можно просверлить в той же пластинке 63 таких же отверстия, если сверло будет делать 540 оборотов в минуту?

1116. 1) Три лесопосадочные машины могут посадить за один день столько же деревьев, сколько 40 человек ручным способом. Предполагали посадить лес силами 15 человек в течение 8 дней. За какое время закончат эту работу две лесопосадочные машины?

2) Колхозное звено накосило 147 *т* сена с 21 *га* заливных лугов. Сколько сена соберут с 18 *га* суходольных лугов, если

суходольный луг дает 50% того, что дает заливной луг той же площади?

1117. 1) Для экспедиции в 15 человек на 40 дней было приготовлено 240 *кг* сухарей, 36 *кг* сахару и другие продукты. В экспедицию отправилось 18 человек на 45 дней. Сколько сухарей и сахара следует приготовить для экспедиции, если прежнюю норму на каждого человека решили увеличить на 10%?

2) Группа велосипедистов, двигаясь со средней скоростью 10 *км* в час, совершила переезд из одного пункта в другой за 6 дней. За сколько дней совершит переход между теми же пунктами группа туристов, двигаясь со средней скоростью 4 *км* в час, если велосипедисты находились в пути ежедневно по 6 час., а туристы по 9 час.?

1118. 1) За 18 рабочих дней бригада лесорубов в составе 15 человек заготовила 972 *куб. м* дров. Сколько дров заготовит бригада из 12 человек за 25 дней и при такой же производительности труда?

2) Благодаря рационализации длину конвейера на заводе уменьшили с 60 *м* до 54 *м*, а скорость движения конвейера увеличили с 1,2 *м* в минуту до 1,5 *м* в минуту. Сколько единиц продукции стали выпускать за смену, если прежде выпускали 216 единиц продукции?

1119. Теплоцентраль перевели с привозного топлива (донецкого угля) на местное (сланцы). На сколько процентов уменьшились расходы на топливо, если 3 *т* донецкого угля дают столько же тепла, сколько 7 *т* сланцев, а расходы по добыче и перевозке топлива относятся, как 28 : 3?

120. 1) Из бассейна, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда и наполненного на 2,4 *м* водой, при помощи насоса выкачали всю воду за 15 час. В другой раз из того же бассейна выкачали воду за 10,5 часа. На какую глубину был наполнен бассейн во второй раз, если производительность первого насоса на 40% больше, чем производительность второго насоса?

2) Из бассейна, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда и наполненного водой на 1,2 *м*, при помощи насоса выкачали всю воду за 16 час. За какое время удастся выкачать воду из того же бассейна, наполненного на 1,5 *м*, если производительность насосов относится, как 3 : 5?

121. 1) В классе 6 лампочек. Ученики, уходя из класса, забыли погасить свет, и он был погашен только через 15 минут. Эта небрежность обошлась школе в 2 коп. Какой перерасход получится за месяц, если в школе имеется 210 таких лампочек и каждая будет гореть ежедневно без надобности хотя бы 5 мин.?

2) Колхозники предполагали вырыть пруд в течение 15 дней при ежедневной восьмичасовой работе 150 человек. За сколько дней выполнят эту работу два экскаватора, работая по 12 час. в день, если за час экскаватор вынимает 75 *куб. м*, а землекоп — 0,8 *куб. м*?

Контрольное задание к § 54

1) Два картофелеуборочных комбайна убрали урожай на площади в 32 *га* за 5 дней. За сколько дней уберут урожай три таких же комбайна на площади 72 *га* при той же производительности труда?

2) На участке длиной 80 *м* и шириной 30 *м* было посажено 7,2 *ц* картофеля. Сколько картофеля потребуется, чтобы засадить участок, длина которого 75 *м*, а ширина 40 *м*?

§55 ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ДЕЛЕНИЕ.

1. Деление прямо пропорционально данным числам. Часто встречаются задачи, в которых число нужно разделить на части, которые находились бы в данном отношении друг к другу.

Задача 1. Для предохранения оконных стекол от замерзания их смазывают раствором, содержащим по весу 9 частей глицерина, 5 частей поваренной соли и 6 частей воды. Сколько глицерина, поваренной соли и воды нужно взять для получения 700 *г* раствора?

Решение.

1) Сколько всего весовых частей входит в состав раствора?

$$9 + 5 + 6 = 20 \text{ (частей).}$$

2) Сколько граммов соответствует одной части?

$$700:20=35 \text{ (}г\text{).}$$

3) Сколько понадобится глицерина? $35 \cdot 9 = 315$ (*г*).

4) Сколько понадобится поваренной соли? $35 \cdot 5 = 175$ (*г*).

5) Сколько понадобится воды? $35 \cdot 6 = 210$ (*г*).

Для получения 700 *г* раствора нужно 315 *г* глицерина, 175 *г* поваренной соли и 210 *г* воды.

Задача 2. Число 18,5 разделить на три части x_1, x_2 и x_3 так, чтобы $x_1 : x_2 = 2 : 3$; а $x_2 : x_3 = 5 : 4$.

Чтобы свести эту задачу к предыдущей, необходимо члены обоих отношений выразить в одинаковых долях, т. е. преобразовать оба отношения так, чтобы x_2 соответствовало одно и то же число долей в каждом из отношений. Для этого нужно найти НОК (3; 5). Оно равно 15. Чтобы x_2 соответствовало 15 долям, оба члена первого отношения нужно умножить на 5, а второго — на 3.

Получим: $x_1 : x_2 = 10 : 15$ и $x_2 : x_3 = 15 : 12$. Отсюда следует, что $x_1 : x_2 : x_3 = 10 : 15 : 12$. Дальнейшее решение идет по плану предыдущей задачи:

$$x_1 = \frac{18{,}5 \cdot 10}{10+15+12} = 5, \quad x_2 = \frac{18{,}5 \cdot 15}{10+15+12} = 7{,}5 \text{ и}$$

$$x_3 = \frac{18{,}5 \cdot 12}{10+15+15} = 6.$$

Чтобы разделить число на части прямо пропорционально данным числам, достаточно разделить это число на сумму данных чисел и полученное частное умножить на каждое из данных чисел.

УПРАЖНЕНИЯ.

1122. Число 135 разделить на части пропорционально числам:

1) 2 и 3; 2) 7 и 8; 3) 1; 3 и 5; 4) $\frac{2}{3}$; 3 и $5\frac{1}{3}$.

1123. 1) Число 3630 разделить на части пропорционально числам 2; 3; 8 и $11\frac{1}{5}$.

2) Число 78 117 разделить на части пропорционально числам $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{3}$; 1 и $1\frac{1}{4}$.

2. Деление обратно пропорционально данным числам. Рассмотрим задачу: «Число 124 разделить на три части обратно пропорционально числам 2, 3 и 5».

Если искомые части обозначить соответственно через x_1, x_2 и x_3, то по условию задачи $x_1 : x_2 = 3 : 2$, а $x_2 : x_3 = 5 : 3$. Члены обоих отношений необходимо выразить в одинаковых долях. Для этого достаточно члены каждого из отношений разделить на произведение членов этого отношения. Оба члена первого отношения делим на $3 \cdot 2$ и получаем: $x_1 : x_2 = \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$, а оба члена второго отношения делим на $5 \cdot 3$ и получаем: $x_2 : x_3 = \frac{1}{3} : \frac{1}{5}$. Оказалось, что x_2 и в том и в другом отношении соответствует $\frac{1}{3}$. Теперь можно написать, что $x_1 : x_2 : x_3 = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{5}$. Такое преобразование всегда возможно. Таким образом, деление обратно пропорционально данным числам можно свести к прямо пропорциональному делению.

Чтобы разделить число на части обратно пропорционально данным числам, достаточно разделить его на части прямо пропорционально числам, которые обратны данным числам.

Дальнейшее решение задачи можно провести так:

$$x_1 = \frac{124 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = 60; \qquad x_2 = \frac{124 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = 40;$$

$$x_3 = \frac{124 \cdot \frac{1}{5}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = 24.$$

Проверка: $x_1 : x_2 = 60 : 40 = 3 : 2$ и $x_2 : x_3 = 40 : 24 = 5 : 3$.

Можно несколько упростить вычисления, если отношение дробных чисел предварительно заменить отношением целых чисел: $x_1 : x_2 : x_3 = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{5} = 15 : 10 : 6$. Тогда

$$x_1 = \frac{124 \cdot 15}{15+10+6} = 60;$$

$$x_2 = \frac{124 \cdot 10}{15+10+6} = 40; \qquad x_3 = \frac{124 \cdot 6}{15+10+6} = 24.$$

УПРАЖНЕНИЯ.

1124. Число 5005 разделить на части обратно пропорционально числам:

1) 2 и 3; 2) 4 и 7; 3) 3 и 10; 4) $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$; 5) 2 и $\frac{1}{2}$.

1125. Число 343 разделить на части обратно пропорционально числам:

1) 1; 4 и 9; 2) 1; $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{6}$.

3. Задачи на смешение. На практике иногда приходится смешивать растворы или изготовлять сплавы с различным содержанием входящих в них веществ. Рассмотрим одну из таких задач, представляющих большой практический интерес.

Задача. В лаборатории имеется 15%-ный и 40%-ный растворы одного и того же вещества. В каком отношении следует смешать эти растворы, чтобы получить 25%-ный раствор?

Решение. 1 *кг* первого раствора содержит 0,15 *кг* чистого вещества, 1 *кг* второго раствора содержит 0,40 *кг* чистого вещества, а 1 *кг* смеси должен содержать 0,25 *кг* чистого вещества. В 1 *кг* первого раствора по сравнению с 1 *кг* смеси недостает $0{,}25 - 0{,}15 = 0{,}10$ (*кг*) чистого вещества, а в 1 *кг* второго раствора по сравнению с 1 *кг* смеси имеется излишек $0{,}40 - 0{,}25 = 0{,}15$ (*кг*) чистого вещества. Если первого раствора взять x *кг*, а второго раствора y *кг*, то недостаток и избыток чистого вещества соответственно составят $0{,}10 \cdot x$ *кг* и $0{,}15 \cdot y$ *кг*. В полученной смеси недостаток и избыток должны уравновесить друг друга, т. е. $0{,}10 \cdot x = 0{,}15 \cdot y$ или $x : y = 0{,}15 : 0{,}10 = 3 : 2$. Оказалось, что количества смешиваемых растворов (по весу) должны быть обратно пропорциональны разностям между концентрациями смешиваемых растворов и полученной смеси.

УПРАЖНЕНИЯ.

1126. Число 196 разделить на части пропорционально числам:

1) 3; 7 и 11; 2) $\frac{1}{3}$; $1\frac{1}{3}$ и 3.

1127. 1) Число 765 разделить на части пропорционально числам $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{4}$ и 0,3.

2) Число 19 248 разделить на части пропорционально числам 0,8; 1; 3 и 4,8.

1128. Число 18,3 разделить на части обратно пропорционально числам 1; 2; 3 и 5.

1129. Число 434 разделить на части обратно пропорционально числам: 1) 15 и 16; 2) 2; 3 и 5.

1130. 1) Число 136 разделить на части: а) прямо пропорционально числам 1; 2 и 5; б) обратно пропорционально числам 1; 2 и 5.

2) Число 2478 разделить на части: 1) прямо пропорционально числам 2; 5 и 7; 2) обратно пропорционально числам 2; 5 и 7.

1131. 1) Разделить число 144 на три части: x, y и z — так, чтобы $x:y = 3:4$; $y:z = 4:5$.

2) Разделить число 310 на три части: x, y и z — так, чтобы $x:y = 3:2$; $y:z = 5:3$.

3) Разделить число 2,38 на три части: x, y и z — так, чтобы $x:y = 3:5$; $y:z = 8:11$.

1132. 1) При пайке изделий из жести применяется сплав «третник», содержащий одну часть свинца и две части олова. Сколько свинца и олова содержится в 120 *г* сплава?

2) Латунь представляет собой сплав меди и олова. Сколько меди и сколько олова в 540 *г* латуни, если количество олова составляет 50% количества меди?

1133. 1) На два класса было получено 504 тетради и 126 карандашей. Как распределить тетради и карандаши между классами, если в одном из классов 35 человек, а в другом — 28?

2) Две школы закупили для коллективного просмотра билеты в кинотеатр и заплатили 90 руб. Сколько следует уплатить каждой школе, если в одной из них 288 учащихся, а во второй — 312?

1134. 1) В колхозе с двух участков в 8,25 *га* и 10,5 *га* собрали урожай. Нужно было собрать с этих участков оставшиеся колосья. 50 пионеров взялись выполнить эту работу и составили две группы пропорционально площади участков. Сколько пионеров было в каждой группе?

2) Для озеленения школьного участка нужно разбить три клумбы площадью 84 *кв. м*, 56 *кв. м* и 42 *кв. м*. Из 26 человек, изъявивших желание принять участие в разбивке клумб, были созданы три бригады, причем число человек в каждой бригаде было пропорционально площади клумб. Сколько человек было в каждой бригаде?

1135. 1) Для учащихся шестых классов были получены билеты в театр и распределены пропорционально числу учеников в этих классах. Сколько было прислано билетов и сколько получил каждый класс, если в VI А было 36 человек, в VI Б 32 и в VI В 28, причем VI А получил на 12 билетов меньше, чем VI Б и VI В вместе?

2) Воспитанники детского дома выехали на дачу, где поселились в четырех комнатах, площади которых были равны 56 *кв. м*, 49 *кв. м*, 42 *кв. м* и 35 *кв. м*, причем число человек в каждой комнате было пропорционально площади комнаты. Сколько человек было в каждой комнате, если в большей комнате было на 6 человек больше, чем в меньшей?

1136. 1) Некоторое расстояние пассажирский поезд проходит за 10,5 часа, а товарный — за 12 час. Где произойдет встреча поездов, если они одновременно выйдут навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 465 *км*?

2) Первый спортсмен пробегает 100 *м* за 12 сек., а второй — за 13 сек. Сколько метров пробежит каждый спортсмен до встречи, если они начнут бег одновременно и навстречу друг другу, разойдясь на 200 *м*?

1137. 1) Мастер изготовляет одну деталь за 5 мин., а ученик изготовляет такую же деталь за 9 мин. Работая вместе, они изготовили 84 детали. Сколько деталей изготовил мастер и сколько ученик?

2) Один рабочий выполняет норму за 6 час., другой — за 5 час. и третий — за 4,5 часа. Работая вместе, они изготовили 795 деталей. Сколько деталей изготовил каждый рабочий?

1138. 1) Раскладывая одинаковые по величине бруски, мальчик заметил, что на определенном расстоянии можно уложить в ряд: по длине 6 брусков, по ширине 10 брусков, по толщине (высоте) 15 брусков. Найти отношение длины, ширины и толщины брусков.

2) (Задача-шутка.) Колхозник поехал на луга за сеном и взял с собой трех сыновей: 15 лет, 12 лет и 10 лет. Обратный путь в 13,5 *км* мальчики по очереди ехали на возу, причем расстояние распределили обратно пропорционально возрасту. Сколько километров проехал каждый из них на возу?

1139. 1) Как распределить между жильцами плату за электроэнергию в сумме 1 руб. 44 коп., если в первой комнате горит лампа в 60 ватт, во второй — в 100 ватт, в третьей — две лампы по 40 ватт и в четвертой — две лампы по 60 ватт?

2) Три семьи наняли сообща машину для переезда на дачу и уплатили 11 руб. Дачи были расположены вдоль одного шоссе на расстоянии 24 *км*, 28 *км* и 36 *км* от города. Сколько следует уплатить за машину каждой семье, если они условились платить пропорционально расстоянию?

1140. 1) Группа геологов находилась в пути четверо суток и 14 час. Третью часть пути геологи проехали на поезде, третью часть — на пароходе и третью часть — на лошадях. Сколько времени провели геологи в поезде, на пароходе и сколько ехали на лошадях, если средняя скорость передвижения на лошадях в 8 раз меньше скорости передвижения на поезде и в 4 раза меньше, чем на пароходе?

2) Первая машинистка выполняет определенную работу за 5 час. 20 мин., а вторая такую же работу — за 4 часа 40 мин.

Однажды, работая вместе, они напечатали 45 страниц. Сколько страниц напечатала каждая машинистка и на сколько процентов вторая напечатала больше, чем первая?

1141. 1) На окраску стен в помещении нужно 36 *кг* краски. Во время ремонта решили окрасить стены в два цвета: верх — светлой краской, а низ — темной. Сколько понадобится той и другой краски, если высота стен 3 *м*, а высота стены, окрашенной в темный цвет, 1,8 *м*? 1,75 *м*? 1,6 *м*?

2) В состав менделеевской замазки, не боящейся разведенных кислот, входит 1% льняного масла, канифоль, желтый воск и безводная окись железа (мумия) в отношении 20 : 5 : 8. Сколько нужно взять каждого из этих веществ для получения 2,50 *кг* замазки?

1142. 1) Клей для стекла содержит $\frac{1}{12}$ льняного масла, канифоль, желтый воск и гуттаперчу — в отношении 15 : 3 : 4. Сколько нужно взять каждого из этих веществ для получения 1,50 *кг* клея?

2) Клейстер, пристающий к стеклу и металлу, приготовляют из крахмала, мела, 20%-ного раствора едкого натра и воды, беря составные части в отношении 1 : 8 : 5 : 25. Сколько граммов каждой из составных частей нужно для получения 900 *г* клейстера? (Вычислить с точностью до 1 *г*.)

1143. 1) Три девочки нашли в лесу 93 белых гриба. Когда первая девочка разложила свои грибы в кучки по пяти грибов в каждой, а вторая — в кучки по шести грибов в каждой, то кучек получилось у них поровну. Когда же вторая разложила свои грибы по четыре, а третья — по три, то кучек у них получилось тоже поровну. Сколько грибов нашла каждая девочка?

2) Три мальчика пошли в лес за орехами. При подсчете собранных орехов оказалось, что число орехов у первого мальчика относилось к числу орехов второго, как 3 : 4, а отношение числа орехов второго мальчика к числу орехов третьего равно 5 : 3. Сколько орехов собрал каждый, если у первого мальчика было на 102 ореха больше, чем у третьего?

1144. 1) Срочный заказ на сумму 154 280 руб. поручили выполнять одновременно трем заводам. Как распределили заказ заводы между собой, если производительность первого и второго заводов относится, как 5 : 3, а производительность третьего завода на 25% меньше, чем производительность первого и второго заводов вместе?

2) С трех участков собрали 99,75 *т* картофеля. Количество картофеля, собранного с первого и второго участков, относи-

лось, как $7:10$, а с третьего участка собрали на 15% больше, чем со второго участка. Сколько картофеля собрали с каждого участка?

1145. 1) 30% площади лесного участка занимают лиственные породы деревьев. Остальная площадь занята сосновым и еловым лесом, причем площади этих лесов относятся, как $1{,}5:\frac{2}{3}$. Определить площадь лесного участка, если сосновый лес занимает на 77 *га* больше, чем еловый.

2) Тракторная бригада вспахала поле за три дня. За первый день она вспахала $32{,}5\%$ этого поля, а площади, вспаханные во второй и третий дни, относились, как $0{,}25:0{,}2$. Определить площадь поля, если во второй день было вспахано на 33,75 *га* больше, чем в третий.

1146. 1) Картофель засыпали в три овощехранилища в отношении $1{,}3:2\frac{1}{2}:1\frac{1}{5}$, причем во втором овощехранилище оказалось на 43,2 *т* больше, чем в первом. За месяц израсходовали: из первого 40%, из второго 30% и из третьего 25% имевшегося там картофеля. Сколько всего картофеля израсходовали за месяц?

2) Площади лесных участков относятся, как $2{,}25:1{,}5:1\frac{5}{6}$, причем площадь третьего на 136,0 *га* меньше площади первого. На первом, втором и третьем участках вырубили соответственно 15%, 10% и 5% площади. На какой площади был вырублен лес?

1147. 1) Пионеры собрали 27,2 *т* металлического лома. $12{,}5\%$ всего собранного лома было оценено по 4 руб. за 1 *т*. Остальной лом был рассортирован на две части в отношении $3:4$ и оценен по 12,5 и 15 руб. за 1 *т*. Сколько стоил весь лом?

2) На строительную площадку завезли 127,5 *т* материалов. Алебастр составил 4% всех привезенных материалов, а остальное составляли цемент и известь в отношении $4:5$. Сколько алебастра, цемента и извести завезли на строительную площадку?

1148. 1) Было куплено 250 *кг* картофеля по 0,05 руб. за 1 *кг* и 125 *кг* по 0,08 руб. за 1 *кг*. Найти среднюю цену картофеля.

2) Смешано 20 *т* железной руды, содержащей 72% железа, и 28 *т* железной руды, содержащей 40% железа. Определить процентное содержание железа в получившейся смеси.

1149. 1) Леспромхоз заготовил 25 *куб. м* березовых дров, 75 *куб. м* сосновых дров и 85 *куб. м* осиновых дров. Сколько кубических метров дров смешанной породы можно погрузить на полуторатонную машину, если 1 *куб. м* березовых дров весит 495 *кг*, сосновых 425 *кг*, осиновых 350 *кг*?

2) В колхозе одна бригада получила средний урожай пшеницы 22,5 *ц* с 1 *га* на площади в 16,8 *га*, а вторая 2[illegible] с 1 *га* на площади в 25,2 *га*. Найти средний урожай с 1 *га* в колхозе.

1150. 1) Для компота купили 400 *г* сушеных яблок, 200 *г* урюка и 150 *г* изюма. Найти цену 1 *кг* смеси, если 1 *кг* сушеных яблок стоит 0,9 руб., 1 *кг* урюка — 0,84 руб. и 1 *кг* изюма — 1,6 руб.

2) Из 3,5 *кг* яблок ценой по 0,6 руб., 6,5 *кг* яблок ценой по 0,5 руб. и 9 *кг* сахарного песку по 0,94 руб. сварили варенье. Найти стоимость 1 *кг* варенья, если вес его составляет 80% веса песка и очищенных яблок. При очистке яблок потери составляют 10%.

1151. 1) Из закипевшего чайника вылили $\frac{2}{3}$ воды, а оставшийся кипяток долили водой, температура которой была 16°. Определить температуру воды в чайнике.

2) Из закипевшего чайника вместимостью 4,5 *л* воды вылили 3,6 *л* и долили чайник водой, температура которой была равна 12°. Определить температуру воды в чайнике.

1152. 1) В ванну, где было 78 *л* воды температурой 15°, вылили два ведра кипятку (температура 100°). Определить температуру воды в ванне, если емкость ведра 12 *л*.

2) В кадку налито 70 *л* воды, температура которой равна 4°. Сколько литров воды температурой 80° нужно налить в кадку, чтобы температура воды поднялась до 24°?

1153. 1) Сплавили два слитка серебра: 600-й пробы весом 180 *г* и 875-й пробы весом 216 *г*. Определить пробу сплава.

2) Сплавлены два слитка золота: 900-й пробы весом 320 *г* и 540-й пробы весом 160 *г*. Определить пробу сплава.

1154. 1) Сколько серебра 500-й пробы и 800-й пробы нужно сплавить, чтобы получить 225 *г* серебра 720-й пробы?

2) Сколько золота 600-й пробы и 900-й пробы нужно сплавить, чтобы получить 350 *г* золота 720-й пробы?

1155. 1) Сплавили 50 *г* золота 560-й пробы со слитком золота неизвестной пробы и получили 300 *г* золота 760-й пробы. Определить пробу второго слитка.

2) Сплавили 120 *г* серебра 640-й пробы со слитком серебра неизвестной пробы и получили 320 *г* серебра 700-й пробы. Определить пробу второго слитка.

1156. 1) Для консервирования применяют спирт крепостью 90°, 80° и 70°. Сколько воды нужно прибавить к 2 *л* спирта кре‑ ‑ью 96°, чтобы получить спирт указанной крепости?

2) Для консервирования применяют 2%-ный и 3%-ный раствор формалина. Сколько воды нужно прибавить к 1,5 *л* 40%-ного раствора формалина, чтобы получить раствор, нужный для консервирования?

Контрольное задание к § 55

1) Число 615 разделить на три части прямо пропорционально числам 2, 3 и 7.

2) Число 615 разделить на три части обратно пропорционально числам 2, 3 и 7.

3) Три товарища приобрели месячный проездной билет за 2 руб. 40 коп. Сколько следует внести каждому из них, если один пользовался билетом в течение 12 дней, второй — в течение 10 дней и третий — в течение 8 дней?

4) Один рабочий может выполнить некоторую работу за 10 час., второй — за 12 час. и третий — за 15 час. Им поручили выполнить заказ на изготовление 180 деталей. Сколько деталей изготовит каждый, если они будут работать одновременно?

§56 ПОВТОРЕНИЕ КУРСА 6-го КЛАССА.

1157. Произвести указанные действия:

1) $\dfrac{(0{,}8-0{,}47)\cdot(0{,}8+0{,}47)}{0{,}4191}+\dfrac{\left(1+\dfrac{3}{5}\right)\cdot\left(1-\dfrac{3}{5}\right)}{1{,}6}$;

2) $\left(4{,}5-3\dfrac{2}{7}\right):\left(7\dfrac{1}{2}:8\dfrac{1}{3}+2\dfrac{1}{7}:3-4:3\dfrac{1}{3}+2\cdot1\dfrac{3}{4}\right)$.

1158. 1) $\dfrac{\left(3\dfrac{1}{3}\cdot6{,}6+2:12{,}75\right):\left(\dfrac{2}{3}-\dfrac{20}{51}+1\dfrac{16}{17}\right)}{\left(75:4\dfrac{1}{6}-3\dfrac{9}{23}\cdot3\right)\cdot\left(1\dfrac{5}{18}+0{,}35-\dfrac{11}{15}\right)}$;

2) $\dfrac{1}{17}\cdot\left(\dfrac{2{,}5+3\dfrac{1}{3}}{2\dfrac{1}{2}-1\dfrac{1}{3}}:\dfrac{4{,}6+2\dfrac{1}{3}}{4\dfrac{3}{5}-2\dfrac{1}{3}}\right)\cdot\left(\dfrac{0{,}25-0{,}2}{\dfrac{1}{7}-0{,}125}-0{,}2\right)$.

1159. 1) $\left[\left(6\frac{1}{6}-1\frac{1}{24}\right):(8{,}25+7{,}125)+\frac{2}{3}\right]:\left[\left(\frac{16}{17}-\frac{45}{68}\right)\cdot\frac{17}{20}\right]$;

2) $(7{,}85+3{,}15)\cdot 1\frac{2}{5}:(7{,}2:2)\cdot\frac{1}{2}:0{,}2$.

1160. 1) $\dfrac{15{,}2\cdot 0{,}975}{2{,}8:0{,}7-\frac{3}{4}}+\dfrac{(4-1{,}15:0{,}5)\cdot 24}{\frac{1}{4}\cdot 20+10:100}$;

2) $\left(2\frac{11}{15}+1{,}6+1\frac{7}{12}+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(3\frac{5}{14}-2\frac{19}{30}\right):1\frac{3}{7}$.

1161. 1) $\dfrac{\left(\frac{1}{6}+0{,}1+\frac{1}{15}\right):\left(\frac{1}{6}+0{,}1-\frac{1}{15}\right)}{\left(0{,}5-\frac{1}{3}+0{,}25-0{,}2\right):\left(0{,}25-\frac{1}{6}\right)}$;

2) $\dfrac{3\frac{1}{3}-\left(6\frac{1}{7}-5\frac{3}{4}\right):\frac{5}{7}}{8+0{,}375:0{,}5625}+0{,}625:\frac{5}{6}$.

1162. 1) $\dfrac{\left(3{,}4+1\frac{5}{7}\right)\cdot 11\frac{2}{3}}{1\frac{2}{9}-1\frac{1}{18}}-\dfrac{\left(10{,}75-1\frac{5}{6}\right)\cdot 6}{\left(5\frac{3}{20}-4{,}25\right)\cdot 1\frac{1}{9}}$;

2) $\dfrac{\left(\frac{7}{15}+\frac{14}{45}+\frac{2}{9}\right)\cdot 10\frac{1}{3}-1\frac{1}{11}\cdot\left(2\frac{2}{3}-1{,}75\right)}{\left(\frac{3}{7}-0{,}25\right):\frac{3}{28}-1}$.

1163. 1) $0{,}42\cdot\left(64:10{,}24-3\frac{3}{16}\cdot 1\frac{15}{17}\right)+0{,}891:2{,}2$;

2) $181{,}2\cdot\left(5\frac{5}{7}\cdot 1\frac{1}{20}-4\frac{1}{6}\cdot 1{,}4\right)-4{,}968:0{,}24$;

3) $12{,}12\cdot\left(4\frac{4}{9}\cdot 6\frac{3}{4}-4\frac{2}{3}\cdot 6{,}375\right)-0{,}9933:0{,}33$;

4) $16{,}665:\left(2\frac{2}{7}\cdot 2\frac{1}{3}+5:1\frac{5}{7}\right)-3{,}03:1{,}5$.

1164. Произвести указанные действия:

1) считая, что все данные являются числами точными и

2) обратив обыкновенные дроби в десятичные с точностью до 0,01 и считая, что все данные являются числами приближенными. Полученные результаты сравнить.

1) $\left(13\frac{3}{50} - 4\frac{2}{35}\cdot 1\frac{5}{16}\right) : 1\frac{3}{4} + (374{,}364 - 20{,}7\cdot 1{,}48) : 6{,}82;$

2) $\left(7\frac{4}{75} - 3\frac{5}{24}\cdot 1\frac{26}{55}\right) : 3\frac{2}{3} + (4{,}7459 - 3{,}89\cdot 0{,}46) : 7{,}3;$

3) $\left(66\frac{13}{50} - 7\frac{7}{24}\cdot 8\frac{1}{7}\right) : 2\frac{1}{4} + (146{,}468 - 14{,}3\cdot 7{,}6) : 4{,}7;$

4) $\left(33\frac{21}{80} - 6\frac{3}{8}\cdot 2\frac{7}{34}\right) : 6\frac{2}{13} + (52{,}451 - 2{,}79\cdot 6{,}4) : 8{,}5.$

1165. 1) Площадь океанов равна:

Тихого	179 679 тыс. *кв. км*
Атлантического . . .	93 363 тыс. *кв. км*
Индийского	74 917 тыс. *кв. км*
Северного Ледовитого .	13 100 тыс. *кв. км*

Вычислить общую площадь этих океанов в миллионах квадратных километров, округлив данные в условии числа.

2) Округлить до тысяч следующие числа: 10 834 650; 4 354 160; 4 793 500; 6 381 480. Вычислить погрешность, допущенную при округлении.

3) Округлить до десятых долей следующие дробные числа: 12,39; 87,15; 279,68; 156,44; 60,52; 3,25; 1,408. Вычислить погрешность, допущенную при округлении.

1166. Сколько квадратных километров площади приходится на одного жителя каждой из указанных частей света, если в Азии на 43 883 тыс. *кв. км* площади приходится 1 535 000 тыс. человек, в Африке на 30 284 тыс. *кв. км* площади приходится 224 000 тыс. человек, в Европе на 10 498 тыс. *кв. км* площади приходится 569 000 тыс. человек. Вычисления произвести с точностью до 0,01 *кв. км.*

1167. 1) Древнегреческий ученый Архимед установил, что отношение длины окружности к ее диаметру больше числа $3\frac{10}{71}$ и меньше $3\frac{1}{7}$. Вычислить значения этих дробей с точностью до 0,01.

2) Если сторона квадрата равна 1,000 *м*, то диагональ его больше $1\frac{12}{29}$ *м* и меньше $1\frac{5}{12}$ *м*. Вычислить значения этих дробей с точностью до 0,001.

1168. Чтобы найти количество зерен в 1 *кг* ржи, берут пять проб по 10 *г* каждую и подсчитывают в каждой количество зерен. Пусть при подсчетах получились числа: 308, 336, 327, 343 и 316. Подсчитайте среднее количество зерен в 10 *г* ржи. Установите верные цифры полученного среднего значения. Для проверки верных цифр зерен в 10 *г* ржи вычислите разность между значениями каждой пробы и найденным средним. Найдите среднее арифметическое этих разностей и по цифре старшего разряда его проверьте правильность взятых верных цифр в среднем значении числа зерен в 10 *г* ржи. Чему считается равной в данном случае абсолютная погрешность результата? Сколько зерен содержится в 1 *кг* ржи?

1169. Ученик решил подсчитать число шагов, которое он делает на пути из дома в школу. Один раз он насчитал 950 шагов, другой — 938 и в третий — 965 шагов. Найдите среднее арифметическое этих чисел. Вычислите разность между значением каждого слагаемого и средним. Найдите среднее арифметическое вычисленных разностей. Укажите верные цифры приближенного значения числа шагов.

1170. По итогам переписи населения в 1959 г. в Москве, Ленинграде и Киеве проживало 9434 тыс. человек. В Ленинграде было на 2198 тыс. больше, а в Москве на 3930 тыс. больше, чем в Киеве. Сколько человек проживало в каждом из указанных городов?

1171. Для школьного участка пионеры трех отрядов собрали $2\frac{3}{8}$ *т* золы, причем первый отряд собрал на 0,405 *т* больше второго, а первый и второй вместе собрали на 0,835 *т* больше третьего. Сколько тонн золы собрал каждый отряд?

1172. Какую часть составляет второе слагаемое от первого слагаемого, если первое слагаемое составляет $\frac{3}{5}$ суммы?

1173. 1) Сколько процентов составляет второе слагаемое от первого, если первое составляет 60% их суммы?

2) Сколько процентов от вычитаемого составляет разность, если вычитаемое составляет $\frac{2}{3}$ уменьшаемого?

1174. Найти дробь, равную $\frac{4}{7}$, если разность между знаменателем и числителем ее равна 21.

1175. Найти дробь, равную $\frac{5}{8}$, чтобы сумма ее числителя и знаменателя была равна 39.

1176. Для оклейки верхнего края обоев комнаты понадобилось 51,0 *м* бордюра. Найти объем комнаты, если длина ее в 2,4 раза больше ширины, а высота составляет 60% от ширины.

1177. Два стрелка, стреляя в тире, сделали по 10 выстрелов каждый. Общее число промахов равно 4. Отношение числа попавших пуль одного и другого равно 3 : 5. Сколько попаданий в цель имел каждый стрелок?

1178. Имеется сахар в двух мешках, причем в первом 60 *кг*. Из первого мешка продали $\frac{1}{3}$ содержавшегося в нем сахара, а из второго мешка — 75% содержавшегося в нем сахара, после чего в первом осталось вдвое больше, чем во втором. Сколько килограммов сахара было первоначально во втором мешке?

1179. В двух классах 90 учащихся. В конце первой четверти из одного класса перевели в другой четырех учеников, после чего число учеников одного класса стало составлять 80% числа учеников другого класса. Сколько учеников было в каждом классе к началу учебного года?

1180. Ученик затратил на приготовление уроков по арифметике и русскому языку 1 час 10 мин., причем на арифметику он затратил на $\frac{1}{3}$ часа больше, чем на русский язык. На приготовление остальных уроков ушло в два раза больше времени, чем на русский язык. Сколько времени затратил ученик на приготовление всех уроков?

1181. Ученик пробыл в пионерском лагере 4 недели, причем в самом лагере он находился на 2 недели и 4 дня больше, чем в походах. Через сколько дней ученик вернулся домой после отъезда в лагерь, если на дорогу из дома в лагерь и обратно потребовалось 40% времени, проведенного учеником в походах?

1182. Школа истратила на покупку книг и тетрадей 34,8 руб., причем на книги было истрачено на 23,6 руб. больше, чем на тетради. На покупку карандашей истратили 75% денег, истраченных на покупку тетрадей. Сколько всего денег истратила школа?

1183. Поезд прошел 395,6 *км* за 7 час. 18 мин. Сначала поезд шел со скоростью 52,0 *км* в час, а потом увеличил скорость. С меньшей скоростью он прошел на 52,4 *км* меньше, чем с большей. Какова большая скорость поезда при движении на указанном расстоянии?

1184. Два туриста вышли одновременно навстречу друг другу из пунктов *А* и *Б*. При встрече оказалось, что первый прошел $\frac{8}{15}$ всего пути и еще 4 *км*, а второй вдвое меньше первого. Сколько километров от *А* до *Б*?

1185. Из двух мест, расстояние между которыми 59,5 *км*, отправляются одновременно навстречу друг другу пешеход и конный верховой. Скорость верхового относится к скорости пешехода, как 12 к 5. Найти скорость каждого, если пешеход и верховой встретились через 5 час. после своего отправления.

1186. Из двух пунктов, расстояние между которыми 12 *км*, выезжают в одном направлении друг за другом два велосипедиста. Если они выедут одновременно, то задний догонит переднего через 3 часа, если же задний выедет на час позже переднего, то догонит его через $5\frac{1}{2}$ часа. С какой скоростью едет каждый велосипедист?

1187. Велосипедист проезжает некоторое расстояние на $2\frac{1}{3}$ часа быстрее, чем проходит пешком. Найти это расстояние, если скорость велосипедиста 12 *км* в час, а скорость его пешком составляет 30% от скорости на велосипеде.

1188. Два поезда идут навстречу друг другу с двух станций, расстояние между которыми 372 *км*. Первый поезд вышел на 1 час 20 мин. раньше второго и идет со скоростью 51 *км* в час; второй поезд идет со скоростью 44 *км* в час. Сколько времени должен идти до встречи второй поезд?

1189. Расстояния, которые пролетели два самолета, относятся между собой, как $\frac{3}{4} : \frac{5}{6}$. Второй самолет пролетел на 120 *км* больше первого.

Каковы скорости самолетов, если первый самолет 45% своего пути пролетел за 1 час 20 мин., а второй 55% своего пути пролетел за 1 час 48 мин.?

1190. Из двух мест, расстояние между которыми по реке 363,6 *км*, одновременно навстречу друг другу отправляются пароход и моторная лодка. Собственная скорость парохода составляет 80% собственной скорости моторной лодки, скорость которой равна 20 *км* в час. Через сколько времени встретятся пароход и моторная лодка?

1191. Если поезд из *А* в *Б* пойдет со скоростью 48 *км* в час, то он опоздает в *Б* на 2 часа; если он пойдет со скоростью 60 *км* в час, то придет в *Б* на час раньше расписания. Однажды из *А* и *Б* навстречу друг другу вышли два поезда: из *А* со скоростью 50 *км* в час, из *Б* со скоростью 60 *км* в час. Поезд из *Б* вышел на $2\frac{5}{6}$ часа раньше поезда, вышедшего из *А*. На каком расстоянии от *Б* встретятся поезда?

1192. Пароход проходит расстояние между пунктами *А* и *Б* и обратно (без остановок) за $3\frac{3}{8}$ часа. Скорость парохода в стоячей воде 18 *км* в час, скорость течения реки 2 *км* в час. Найти расстояние от *А* до *Б*.

1193. Пешеход должен был пройти некоторое расстояние, чтобы прибыть на место к назначенному сроку. Пройдя 6 *км* за 2 часа, он рассчитал, что опоздает на $\frac{1}{3}$ часа, если пойдет и дальше с той же скоростью. Увеличив свою скорость на $\frac{1}{2}$ *км* в час, пешеход прибыл к месту назначения на $\frac{2}{3}$ часа раньше срока. Какое расстояние должен был пройти пешеход?

1194. Из двух колхозов, расстояние между которыми 25 *км*, вышли одновременно навстречу друг другу два туриста. Один из них проходил в час на $\frac{3}{4}$ *км* больше другого. С какой скоростью шел каждый, если через 2 часа после выхода расстояние между ними стало $7\frac{1}{2}$ *км*?

1195. Автобус проходит расстояние между конечными станциями своего маршрута за $1\frac{1}{2}$ часа. Если его скорость увеличить на 5 *км* в час, то это же расстояние он пройдет на 15 мин. скорее. Каково расстояние между конечными станциями маршрута?

1196. Расстояние от дома до завода рабочий проходит пешком за 45 мин., а на велосипеде это же расстояние он проезжает за $\frac{1}{3}$ часа. На каком расстоянии живет рабочий от завода, если на велосипеде он проезжает в час на 6 *км* больше, чем проходит пешком?

1197. С двух станций железной дороги, расстояние между которыми $229\frac{1}{2}$ *км*, выходят одновременно два поезда и идут по одному направлению со скоростью 63 *км* в час и $37\frac{1}{2}$ *км* в час, причем первый поезд идет за вторым. Через сколько часов после их выхода расстояние между ними сократится в три раза?

1198. От станции до дома отдыха 48,4 *км*. Автомобиль прошел это расстояние за $1\frac{1}{3}$ часа, причем первые 20 мин. он шел со скоростью на 9,6 *км* в час большей, чем в остальное время. С какой скоростью автомобиль шел последний час пути?

1199. Из Москвы в Ленинград вышел скорый поезд. Через 6 час. навстречу ему из Ленинграда вышел пассажирский поезд, скорость которого на 10 *км* в час меньше скорости скорого поезда. Поезда встретились через $4\frac{3}{4}$ часа после выхода пассажирского поезда. При встрече оказалось, что скорый поезд прошел больше пассажирского на 317,5 *км*. Найти скорость скорого поезда.

1200. Вдоль полотна железной дороги идет тропинка. Поезд, длина которого 110 *м*, шел со скоростью 30 *км* в час; в 14 час. 10 мин. поезд догнал пешехода, идущего по тропинке в направлении движения поезда, и шел мимо него в течение 15 сек. В 14 час. 16 мин. поезд встретил другого пешехода, шедшего навстречу поезду, и шел мимо него в течение 12 сек. Найти момент встречи пешеходов и скорость каждого пешехода.

1201. Два рабочих, работая вместе, выполнят некоторую работу за 6 дней. Первый рабочий может ее выполнить за 10 дней. Если первый рабочий проработает несколько дней, а второй закончит после него оставшуюся часть работы, то оба они затратят $12\frac{1}{2}$ дня. Сколько дней будет работать каждый?

1202. Пароход прошел расстояние между двумя пристанями, двигаясь по течению реки, за $4\frac{1}{2}$ часа. В обратном направлении то же расстояние пароход прошел за 6,3 часа. Скорость течения реки 40 *м* в минуту. Найти расстояние между пристанями.

1203. В бассейн проведена труба. Вследствие ее засорения приток воды через нее уменьшился на 40%. На сколько процентов увеличилось время, необходимое для наполнения бассейна? (Ответ дать с точностью до 0,1.)

1204. Две электрические веялки работали одна после другой всего в течение 7 час. и израсходовали вместе 3 киловатт-часа энергии. Первая веялка расходует в час 0,5 киловатт-часа энергии, а вторая $\frac{3}{8}$ киловатт-часа. Сколько времени работала каждая веялка?

1205. Два насоса, действуя один после другого, наполнили водоем в течение 42 час. Первый насос дает в час 64 *гл* воды, а второй 48 *гл*. Сколько часов действовал каждый насос, если через каждый поступило одинаковое количество воды?

1206. По плану лесоруб должен был заготовлять ежедневно по 3 *куб. м* древесины и выполнить задание в определенный срок. Лесоруб ежедневно выполнял 160% плана и, проработав на 12 дней меньше срока, перевыполнил план на 113,4 *куб. м*. Сколько кубических метров древесины заготовил лесоруб?

1207. В какой зависимости находятся следующие величины?

1) Количество оборотов ведущего колеса паровоза и его скорость.

2) Рост человека и его вес.

3) Вес одного гвоздя определенного размера и количество их в одном килограмме.

4) Количество проданных в метро билетов и выручка кассы.

5) Расстояние по железной дороге и стоимость билета.

6) Количество оборотов колеса на данном расстоянии и его диаметр.

7) Количество телеграфных столбов на данном участке и расстояние между ними.

8) Денежный вклад и процентные деньги при данном количестве процентов (данной процентной таксе).

9) Процентные деньги и процентная такса при данном денежном вкладе.

1208. Заполнить приведенную таблицу так, чтобы числа, расположенные в столбцах и в строках, составили пропорции:

1		4	8
3	6		
	18		72
27		108	

1209. Заполнить приведенные таблицы, если известно, что x и y находятся или в прямо пропорциональной или в обратно пропорциональной зависимости.

1)

x	3	6	12	24	48
y			8	16	

2)

x	3	6	12	24	48
y		16	8		

3)

x	27	54	12	81	36
y		6		4	

4)

x	24	54	15	81	36
y	8				12

1210. 1) Юннаты Белореченской школы на площади 8,40 *кв. м* вырастили 110 *кг* капусты. Произвести пересчет этого урожая на 1 *га*.

2) Хозяйка варит вишневое варенье, причем на 3 стакана вишни кладет 2 стакана сахарного песку. Сколько песка нужно положить на 12 стаканов вишни? на 10 стаканов вишни? на $7\frac{1}{2}$ стакана вишни?

1211. 1) Чтобы определить высоту дома, сосчитали число рядов кирпичей в его стене, оказавшееся равным 192, и измерили высоту 20 рядов кирпичей, которая оказалась равной 1,50 *м*. Определить высоту дома.

2) На береговом обрыве р. Оки близ города Лихвина обнаружен слой озерного мергеля толщиной 5 *м*, оставленный давно исчезнувшим озером. Мергель пронизан тончайшими прослойками перегнивших листьев, указывающих число листопадов (лет). В 0,25 *м* содержится не менее 500 таких прослоек. Определить, сколько времени просуществовало озеро.

1212. Многие величины в природе изменяются пропорционально прошедшему времени, и это позволяет определить даты событий, происходивших тысячи и миллионы лет назад. На древних гробницах, существующих 2000 лет, отложился слой лёсса толщиной 2,0 *м*. За сколько лет отложился слой лёсса толщиной 80 *м*, обнаруженный археологами в том же районе?

1213. В одном из пунктов на реке было определено ее поперечное сечение, оказавшееся равным 56 *кв. м*, и средняя скорость течения, оказавшаяся равной 0,60 *м* в секунду. Определить поперечное сечение той же реки в другом пункте, где скорость на поверхности равна 0,50 *м* в секунду, зная, что средняя скорость течения составляет 84% скорости течения на поверхности (см. задачу № 1103).

1214. Бригада перешла на работу по часовому графику. Если семичасовое дневное задание составляет 1260 ламп, то сколько ламп должно быть изготовлено за 3 часа? за 5 час.? Определить процент выполнения плана, если к концу шестого часа было выпущено 1140 ламп.

1215. 1) Применяя новые методы работы, бригада штукатуров за 5 месяцев оштукатурила 16 996 *кв. м*. При старых методах эту же работу выполняли за 14 месяцев. На сколько квадратных метров за эти 5 месяцев бригада выработала больше, чем при старых методах работы? На сколько процентов повысилась при этом производительность труда?

2) Применяя новые методы работы, рабочие установили, что норма времени для изготовления детали может быть понижена с 10 мин. до 7,5 мин. Во сколько раз нужно повысить норму выработки? На сколько процентов нужно повысить норму выработки?

1216. 1) Чайник, наполненный водой, температура которой была 18°, закипел через 20,5 мин. Через сколько минут закипит при тех же условиях этот чайник, если его наполнить водой, температура которой равна 4°?

2) В 100 *г* воды при 20° можно растворить не больше 35,9 *г* соли (насыщенный раствор). Сколько соли можно растворить в 250 *г* воды при той же температуре? Сколько воды с температурой 20° нужно для растворения 1 *кг* соли?

1217. В цехе 36 станков. При реконструкции цеха станки были расположены так, что каждый станок занимал 6 *кв. м* вместо прежних 8 *кв. м*, а на освободившейся площади были установлены новые станки. Сколько станков установили в цехе после реконструкции? На сколько процентов благодаря этому возросла производительность цеха?

1218. 1) Сколько оборотов сделает шестерня (зубчатое колесо) с 36 зубцами, если сцепляющаяся с ней шестерня имеет 18 зубцов и делает 60 оборотов? 24 оборота?

2) У велосипеда ведущая шестерня (скрепленная с педалями) имеет 48 зубцов, а ведомая шестерня (скрепленная с зад-

ним колесом велосипеда) имеет 16 зубцов. Сколько оборотов в минуту сделает заднее колесо велосипеда, если педали сделают в минуту 40 оборотов? 45 оборотов? 60 оборотов? Найти скорость велосипеда для каждого случая, если диаметр колеса велосипеда равен 70,0 *см.*

1219. Ведущий шкив имеет три диаметра: 36 *см*, 40 *см* и 45 *см*, а ведомый шкив имеет диаметры соответственно: 24 *см*, 20 *см*, 15 *см*. Найти число оборотов ведомого шкива, если ведущий шкив делает 120 оборотов в минуту.

1220. Чтобы огородить прямоугольный участок, длина которого в три раза больше ширины, заготовили 120 столбов. После этого потребовалось увеличить длину участка в 1,5 раза, а ширину в 1,2 раза. Сколько надо добавить столбов? На сколько процентов увеличили число столбов?

1221. Жирность молока исчисляется количеством граммов жира, содержащимся в 0,1 *л* молока. В каждом районе устанавливается норма для жирности молока, называемая базисной жирностью. Для удобства сравнения и учета большого количества молока его пересчитывают на соответствующее количество молока базисной жирности.

Заполнить следующую таблицу, если базисная жирность молока 4,2:

Название колхоза	Суточный удой молока в литрах	Жирность молока	Количество молока базисной жирности
«Труд»	693	4,4	
«Большевик»	735	4,8	
«Новая жизнь» . . .	735	4,5	
«Рассвет»	756	4,0	

1222. На выполнении некоторой работы занято 20 рабочих, которые могут ее закончить за 30 дней. Если число рабочих увеличить на 20%, то на сколько дней быстрее они выполнят эту работу, считая производительность труда всех рабочих одинаковой?

1223. На выполнении некоторой работы предполагалось занять 24 человека на 14 рабочих дней. Однако на работу было выделено только 87,5% предполагаемого числа рабочих. На сколько дней дольше они должны будут работать для выполнения той же работы, если считать производительность труда всех рабочих одинаковой?

1224. Требуется изготовить аквариум, имеющий в основании прямоугольник размером 0,40 *м* $\times$ 0,60 *м* и вмещающий 72 *кг* воды. Сколько стекла пойдет на стенки аквариума, считая, что уровень воды в нем должен быть ниже его краев на 5 *см*?

1225. Чтобы огородить школьный участок, было заготовлено некоторое число кольев. Если расстояние между двумя соседними кольями сделать равным 5 *м*, то не хватит 7 кольев; если же расстояние между соседними кольями сделать равным 6 *м*, то заготовленных кольев будет достаточно. Каков периметр огораживаемого участка?

1226. При печатании книги предполагалось уместить на странице 28 строк по 40 букв в каждой строке. Однако по размерам бумаги оказалось целесообразнее поместить на каждой странице 35 строк. Сколько букв следует помещать в каждой строке, чтобы общее число страниц в книге осталось без изменения?

1227. На пришкольном участке для пионерского звена выделяется опытный участок прямоугольной формы определенной площади. Длину участка наметили 25 *м*, а ширину, равную 0,8 длины. Но при планировке посадок длину пришлось уменьшить на 36%. Какова должна быть взята ширина, чтобы площадь участка была равна намеченной планом?

1228. Имеется сплав 850-й пробы, вес которого 1500 *г*. Сколько к нему нужно добавить сплава 920-й пробы, чтобы получить сплав 900-й пробы?

1229. Серебряный слиток весит 2 *кг* 340 *г* и содержит чистого серебра 0,875 своего веса. Сколько нужно прибавить к слитку меди, чтобы проба слитка стала 835-й? (Вычислить с точностью до 1 *г*.)

1230. Первый кусок металла весил 12 *кг* и содержал 70% чистого серебра, а второй содержал 56% чистого серебра. Из этих кусков получили сплав, содержащий 60% чистого серебра. Найти вес второго куска.

1231. 1 *куб. см* одного металла весит 7,2 *г*, а 1 *куб. см* другого металла весит 8,4 *г*. Сколько кубических сантиметров каждого металла следует взять, чтобы получить 1500 *куб. см* сплава и чтобы каждый кубический сантиметр сплава весил 7,5 *г*?

1232. В сосуде содержится 10,5 *л* 40%-ного раствора серной кислоты. Сколько нужно влить в сосуд 75%-ного раствора той же кислоты, чтобы получить раствор крепостью 50%?

1233. В двух сосудах две различные жидкости. Если из первого сосуда взять 10,8 *г* жидкости и смешать с 4,8 *г* жидкости из второго сосуда, то удельный вес смеси будет равен 1,56 $г/см^3$.

Удельный вес жидкости во втором сосуде 1,20 *г/см*^{3}. Найти удельный вес жидкости в первом сосуде.

1234. Только что добытый каменный уголь содержит 2% воды. После некоторого времени он впитывает в себя еще некоторое количество воды и содержит ее 15%. На сколько увеличится при этом вес 17,0 *ц* только что добытого каменного угля?

1235. Бригада лесорубов из 16 человек за 20 дней заготовила 1024 *куб. м* древесины. Сколько древесины заготовит бригада из 15 человек за 18 дней, если производительность труда второй бригады на 25% выше первой?

1236. Цех выпускал за сутки 1440 деталей при работе 18 станков. Благодаря рациональному использованию площади в цехе удалось установить еще 3 станка, а передовые рабочие цеха предложили довести число оборотов на станках с 224 до 250. Сколько деталей в сутки сможет после этого выпускать цех? На сколько процентов возрастет производительность цеха?

1237. Три мальчика живут в одном доме и учатся в одной школе. Если сложить числа, показывающие, сколько времени тратит каждый из них для того, чтобы пройти из дома до школы, то сумма будет равна 47 мин. Сколько времени тратит каждый из мальчиков на дорогу, если скорость их движения пропорциональна числам 3,4 и 5?

1238. Мать послала трех сыновей: Володю 12 лет, Сережу 10 лет и Андрюшу 8 лет — в лес за шишками для самовара. Она попросила их собрать 600 сосновых шишек и распределила это задание между мальчиками пропорционально их возрасту. После возвращения оказалось, что Володя перевыполнил задание на 20%, Сережа на 15% и Андрюша на 10%. Сколько шишек принесли мальчики из лесу?

1239. Три туриста на переезд из A в $Б$ затратили вместе $17\frac{1}{2}$ часа. Один из них ехал на поезде, другой на автомашине, третий летел на самолете. Сколько часов затратил на дорогу каждый турист, если скорости поезда, автомашины и самолета пропорциональны числам 5,6 и 45? (Расстояние от A до $Б$ для каждого туриста считать одинаковым.)

1240. На складе имеется рис, ядрица и пшено. Число килограммов пшена относится к числу килограммов ядрицы, как $2\frac{1}{3}$ к 1,25, причем пшена на 585 *кг* больше, чем ядрицы. Количество ядрицы составляет 54% количества риса. Сколько килограммов крупы всех сортов имеется на складе?

1241. Четыре колхоза внесли деньги на строительство плотины. Первый внес 28% всей суммы; сумма, внесенная вторым, относится к сумме, внесенной третьим, как $0,5:\frac{5}{12}$, деньги, внесенные четвертым, составили $\frac{7}{11}$ суммы, внесенной вторым и третьим вместе. Второй колхоз внес на 200 руб. меньше четвертого. Сколько внесли всего денег четыре колхоза вместе?

1242. 36% заготовленного колхозом сена сложили в стог, а остальное сено разделили на две части в отношении $0,3:\frac{1}{2}$ и сложили в два сарая. Сколько было заготовлено всего сена, если в первом сарае сена на 1,5 *т* меньше, чем в стоге?

1243. Колхоз засеял 40% всей площади участка пшеницей, а остальную часть распределил под посев овса и проса в отношении $\frac{3}{5}:0,4$. Найти площадь всего участка, если пшеницей было засеяно на 24,8 *га* больше, чем овсом.

1244. Ученики купили 28 билетов в театр. Стоимости билетов в ложи и в партер относятся, как $\frac{2}{5}:0,5$. Билет в партер дороже билета в ложу на 0,15 руб. Билетов в партер было куплено 12% билетов в ложи. Сколько рублей уплачено за все билеты?

1245. Турист проехал в первый день 0,225 всего пути, во второй день $26\frac{2}{3}$% всего пути, а расстояния, которые он проехал в третий и четвертый дни, относились между собой, как $2,4:1\frac{2}{3}$. Сколько километров проехал турист в третий день и сколько в четвертый, если во второй день он проехал на 40 *км* больше, чем в первый день?

1246. Магазин получил со склада материал. Ситца было получено 66% общего количества, а числа метров сатина и шерсти относились между собой, как 11 : 6. Сатина было получено на 450 *м* больше шерсти. Сколько метров каждого материала получил магазин?

1247. В библиотеке были русские, французские и немецкие книги. Русских книг было 40% общего числа. Количества французских и немецких книг относились между собой, как $\frac{1}{3}:\frac{3}{5}$, причем немецких книг было на 480 больше, чем французских.

Сколько русских, французских и немецких книг в отдельности было в библиотеке?

1248. В колхозе засеяли три поля. Площади первого и второго полей прямо пропорциональны числам 3 и $1\frac{1}{3}$, причем первое поле больше второго на 500 *га*. Площади первого и второго полей вместе составляют 65% от площади третьего поля. Какова площадь каждого поля?

1249. Три колхоза решили общими силами и средствами построить электростанцию и расходы распределить между собой пропорционально числам $11\frac{1}{2}$; 7 и 4. Стоимость здания составляет 80% стоимости машин, а расходы на рабочую силу составляли 25% стоимости здания и машин вместе; кроме того, известно, что расходы на рабочую силу были на 7000 руб. меньше, чем на здание. Сколько денег должен был внести каждый колхоз на постройку электростанции?

1250. Три пионерских отряда сажали деревья. Первый отряд посадил 32,5% всех деревьев, а число деревьев, посаженных вторым отрядом, так относилось к числу деревьев, посаженных третьим отрядом, как 1,2 : 1,5. Сколько всего деревьев посадили пионеры, если первый отряд посадил на 120 деревьев меньше третьего?

1251. С дровяного склада в первый день отпустили 420 *куб. м* дров, что составило 35% имевшихся на складе. Во второй день было отпущено $\frac{5}{7}$ того, что отпустили в первый день, остальные дрова распределили между тремя домоуправлениями пропорционально числам 2,625; 1,125 и 0,75. Сколько кубометров дров было отпущено каждому домоуправлению?

1252. Расстояние между пунктами *А* и *Б*, равное 30 *км*, экспедиция прошла за 5 дней. В первый день было пройдено 15% всего пути, во второй день 20% оставшегося пути, а расстояния, пройденные экспедицией в оставшиеся три дня, пропорциональны числам $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{16}$ и $\frac{1}{2}$. Сколько километров было пройдено в каждый из трех последних дней?

1253. Совхоз засеял зерновыми культурами три участка земли, площади которых относились между собой, как $0{,}6 : \frac{5}{6} : \frac{8}{15}$, причем площадь первого участка на 120 *га* больше площади третьего. Пшеницей было засеяно 72% площади второго участка и 40% площади третьего участка. Сколько гектаров земли было засеяно пшеницей?

254. Колхоз разбил фруктовый сад на прямоугольном участке размером 240 *м* $\times$ 144 *м*. Сколько яблонь нужно посадить в саду, если расстояние между рядами деревьев должно быть 8 *м*, а между деревьями в каждом ряду 6 *м*? Сколько саженцев зимних, осенних и летних сортов яблонь нужно приобрести, чтобы количества зимних и осенних сортов относились, как 5 : 3, а летних сортов было бы на 72 дерева меньше, чем осенних?

255. Мальчик накопил на покупку фотоаппарата 5,2 руб. Остальные деньги ему дали отец и два старших брата. Оказалось, что первый брат дал 25% суммы, собранной на покупку без него, второй брат дал $33\frac{1}{3}\%$ суммы, собранной на покупку без него, и отец дал 50% суммы, собранной на покупку без него. Сколько рублей заплатил мальчик за фотоаппарат?

ПРИЛОЖЕНИЕ

I. ТАБЛИЦА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ, НЕ ПРЕВОСХОДЯЩИХ 1000.

2	109	269	439	617	811
3	113	271	443	619	821
5	127	277	449	631	823
7	131	281	457	641	827
11	137	283	461	643	829
13	139	293	463	647	839
17	149	307	467	653	853
19	151	311	479	659	857
23	157	313	487	661	859
29	163	317	491	673	863
31	167	331	499	677	877
37	173	337	503	683	881
41	179	347	509	691	883
43	181	349	521	701	887
47	191	353	523	709	907
53	193	359	541	719	911
59	197	367	547	727	919
61	199	373	557	733	929
67	211	379	563	739	937
71	223	383	569	743	941
73	227	389	571	751	947
79	229	397	577	757	953
83	233	401	587	761	967
89	239	409	593	769	971
97	241	419	599	773	977
101	251	421	601	787	983
103	257	431	607	797	991
107	263	433	613	809	997

2. Таблица значений дробей вида $\frac{1}{n}$.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		1,000	0,5000	0,3000	0,2500	0,2000	0,1667	0,1428	0,1250	0,1111
	1,000	0,0909	0,0833	0,0769	0,0714	0,0667	0,0625	0,0588	0,0556	0,0526
	0,0500	0,0476	0,0454	0,0435	0,0417	0,0400	0,0385	0,0370	0,0357	0,0345
	0,0333	0,0323	0,0312	0,0303	0,0294	0,0286	0,0278	0,0270	0,0263	0,0256
	0,0250	0,0244	0.0238	0,0233	0,0227	0,0222	0,0217	0,0213	0,0208	0,0204
	0,0200	0,0196	0,0192	0.0189	0,0185	0,0182	0,0179	0,0175	0,0172	0,0170
	0,0167	0,0164	0,0161	0,0159	0,0156	0,0154	0,0152	0,0149	0,0147	0,0145
	0,0143	0,0141	0,0139	0,0137	0,0135	0,0133	0,0132	0,0130	0,0128	0,0127
	0,0125	0,0124	0,0123	0,0120	0,0119	0,0118	0,0116	0,0115	0,0114	0,0112
	0,0111	0,0110	0,0109	0,0108	0,0106	0,0105	0,0104	0,0103	0,0102	0,0101

Пример. Найти число, обратное числу 73. Находим строку с цифрой 7 и столбец с цифрой 3 и на пересечении их получаем $\frac{1}{73} \approx 0{,}0137$. Если n — число однозначное, то $\frac{1}{n}$ берется в строке с цифрой нуль.

3. Таблица для нахождения 2%.

Число	2% числа	Число	2% числа	Число	2% числа
1	0,02	10	0,20	100	2,00
2	0,04	20	0,40	200	4,00
3	0,06	30	0,60	300	6,00
4	0,08	40	0,80	400	8,00
5	0,10	50	1,00	500	10,00
6	0,12	60	1,20	600	12,00
7	0,14	70	1,40	700	14,00
8	0,16	80	1,60	800	16,00
9	0,18	90	1,80	900	18,00

4. Таблица перевода некоторых русских и других мер в метрические.

1 пуд	= 16,38 *кг*	1 дюйм	= 2,540 *см*
1 фунт	= 0,409 *кг*	1 десятина	= 1,093 *га*
1 верста	= 1,067 *км*	1 ведро	= 12,30 *л*
1 сажень	= 2,134 *м*	1 бутылка	= 0,615 *л*
1 аршин	= 0,7112 *м*	1 географическая миля	= 7,420 *км*
1 фут	= 30,48 *см*	1 морская миля	= 1,852 *км*

СПРАВОЧНЫЕ СВЕДЕНИЯ

1. Средние скорости передвижения (в *ч*).

Пешеход	4 *км*	Аэросани	200 *км*
Лошадь шагом	4 *км*	Вертолет	150 *км*
Лошадь рысью	8 *км*	Сам. ТУ-114	900 *км*
Велосипедист	12 *км*	Сам. ИЛ-18	650 *км*
Мотороллер	60 *км*	Сам. АН-10	600 *км*
Мотоцикл	80 *км*	Пароход	20 *км*
Авт. «Москвич»	100 *км*	Морской пароход	35 *км*
Авт. «Волга»	140 *км*	Теплоход «Метеор»	70 *км*
Авт. «Чайка»	160 *км*	Пассаж. поезд	60 *км*
ГАЗ-61	80 *км*	Экспресс М.—Л.	160 *км*

2. Вес семян в спичечной коробке (в *г*).

Бобы	6	Лук репчатый	10
Горох	18	Морковь	12
Капуста	12	Огурцы	5
Кукуруза	20	Редис	10
Тыква	10	Свекла	4

3. Вес некоторых продуктов (в *г*). в объеме стакана (250 *куб. см*).

Мука пшеничная	160	Соль	325
» картофельная	200	Крупа гречн.	210
Сахар-песок	200	» манная	200
Масло животное	245	» перловая	230
Масло растительное	20	Пшено	230

4. Вес одного кубического метра некоторых сельскохозяйственных продуктов (в *кг*).

Пшеница (зерно)	750	Сено через 6 месяцев после скирдования	100
Рожь (зерно)	700	Солома слежавшаяся, ржаная	90
Мука (ржаная)	390	Стебли кукурузы свежескошенные	400
Овес	430	Силос в ямах	600
Картофель	650		
Свекла	600		
Трава зеленая	300		

5. Средние нормы высева различных культур на один гектар.

Озимая рожь	180 *кг*	Гречиха	110 *кг*
Яровая рожь	140 *кг*	Просо	25 *кг*
Озимая пшеница	220 *кг*	Лен	130 *кг*
Яровая пшеница	230 *кг*	Картофель	30 *ц*
Кукуруза	50 *кг*	Свекла	16 *кг*
Овес	200 *кг*	Морковь	5 *кг*

6. Нормы кормления кроликов (в *г*).

	Летние нормы		Осенне-зимние нормы		
Возраст	Трава	Концентраты	Сено	Концентраты	Корнеплоды
1—2 мес.	300	40	70	50	150
2—3 мес.	500	50	120	50	200
3—4 мес.	600	55	140	60	250
4—5 мес.	900	60	170	60	300

ОТВЕТЫ*

Натуральные числа и число нуль.

1. 1) 25 223; 2) 2 067; 3) 3 056; 4) 6 756; 5) 38 448; 6) 1 133 037; 7) 103; 8) 64. **2.** 1) 534 103; 2) 12 811; 3) 3 417; 4) 508; 5) 2 553; 6) 6 530; 7) 2; 8) 129 986; 9) 701 114; 10) 8 699. **29.** 1) 8 352; 2) 3 075; 3) 97 832; 4) 574 391; 5) 6 030 708; 6) 705 009 020. **32.** 1) 30 400; 99 820; 101 390; 247 220; 2) 17 500; 375 500; 5 042 200; 560 500; 3) 37 000; 847 000; 2 003 000; 778 000; 4) 41 000 000; 76 000 000; 104 000 000. **34.** 1) 13; 7; 211; 26; 42; 12; 24; 9; 91; 19; 3) февраль; сентябрь; апрель; ноябрь; август. **35.** 1) а) $(10111000001)_2$; б) $(21343)_5$; в) $(!29)_{12}$ («!» обозначает 10); 2) а) 355; б) 379; в) 49; г) 18; 3) $(312420)_5 > (111101001)_2$. **36.** 1) а) $(100011)_2$; б) $(22212)_5$; в) $(1813)_{12}$; 2) а) $(110)_2$; б) $(31243)_5$; в) $(3899)_{12}$; 3) а) $(101101)_2$; б) $(1143313)_5$; в) $(45!)_{12}$ («!» обозначает 10). **38.** 1) 90; 2) 900. **39.** 2) 5; 55; 555 и т. д. **40.** 2) 8 754 210. **41.** 1) 267; 2) 918. **45.** 1 коп.; 2 коп.; 3 коп. **48.** 1) 10 099; 2) 78 577; 3) 407; 4) 270. **50.** 3) а) 1 800; б) 625; в) 3 800; г) 3 258; 4) а) 30 000; б) 3 000; в) 4 000; г) 29 200. **55.** 1) 4 *км* 500 *м*; 2) 2 *га* 86 *а* 80 *кв. м*; 3) 104 *куб. м* 480 *куб. дм*; 4) 110 *кг* 750 *г*. **56.** 1) 18 час. 15 мин.; 2) 4 мая в 11 час. 30 мин.; 3) 375 *км*. **59.** 1 *т* 986 *кг*. **67.** 1) 74 391; 2) 7 832; 3) 10 013 399; 4) 1 205 679; 5) 43 774; 6) 1 026. **69.** 1) 130 *км/ч*; 2) 70 *км/ч*. **70.** 1) На 3 *м* в сек; 2) на 20 *км* в час. **74.** 1) 100 тетр.; 500 тетр.; 2) I—38 кн.; II—76 кн.; III—228 кн. **75.** Картина 18 руб. **77.** Уменьш. 984. **83.** 1) 17 640; 2) 1 206 576; 3) 188 460; 4) 631 300; 5) 7 802; 6) 34 143; 7) 96 572; 8) 138 615; 9) 1 060 357; 10) 3 354; 11) 95; 12) 9 094 812. **84.** 204 *км*. **86.** 6 час. утра. **87.** а) 2^5; б) 3^7; в) 5^4; г) 7^3; д) 3[illegible]; е) $5^3 \cdot 11^4$. **88.** 2 505 624 *км*; 104 401 *км*. **90.** За 10 дней. **91.** 12 *км/ч*; 36 *км/ч*. **92.** 1) 528; 2) 147; 3) 5; 4) 3 167; 5) 4 010; 6) 206; 7) 80; 8) 64; 9) 6; 10) 305. **94.** 378. **96.** 2) 20 грузовиков. **98.** Детали в 188 *см* выгоднее резать из полос длиной 4 380 *мм*. **99.** Делитель 117. **105.** 1) 112 и 225; 3) 327 и 660. **106.** 44 *км/ч*; 56 *км/ч*. **108.** 1) Увеличится на 2; 3) увеличится на 17. **112.** Увеличится на 18. **113.** 2) а) Делитель нужно увеличить в 8 раз; 4) за 4 часа. **114.** 1) 429; 2) 0; 3) 90; 4) 922; 5) 414; 6) 2 032; 7) 972; 8) 1; 9) 935; 10) 8 031 215. **115.** 1) 1 872; 2) 354; 3) 8 112; 4) 1 212; 5) 0; 6) 1; 7) 0; 8) 49 015; 9) 234; 10) 1. **116.** 1) 1 875; 2) 51 206; 3) 89; 4) 1 013 684; 5) 73 300; 6) 13 174; 7) 68 664. **117.** 1) 1 206; 2) 1 284; 3) 66; 4) 324; 5) 3 359 283; 6) 249 480; 7) 18 126; 8) 34 396. **119.** 1) 103;

---

* К упражнениям № 75, 77, 84, 86 и др. ответы даны только на первые номера.

2) 5 832; 3) а) 173; б) 38; в) 112; е) 667; ж) 52; з) 75; и) 26. 120. 1) 4 362; 2) 102; 3) 39 105; 4) 187. 122. 2 232. 124. 9 *км* 390 *м*. 126. 10 книг. 127. 120; 180. 131. 1) а) 10; 20; 30; 40; 50; 3) а) 72; 144; 216; 288; 360. 134. 5 чисел: 924 560; 924 562; 924 564; 924 566; 924 568. 135. Ост. 1; заменить 7 одним из чисел: 0; 2; 4; 6; 8. 137. Остатки 2 и 3; сумма делится нацело; можно поставить цифры: в 1-е — 1, во 2-е — 9;

» — 2, » — 3;
» — 3, » — 7;
» — 4, » — 6

или наоборот. 141. 54 090; 14 265. 142. 288; 612; 2 412; 54 090. 144. а) 243; 246; 249; б) 801; в) 1 212; 1 215; 1 218. 152. Для 12—2; 3; 4; 6; для 18—2; 3; 6; 9; общие делители 2; 3; 6; НОД (12; 18) = 6. 153. 1) НОД (18; 54) = 18*; 2) НОД (60; 45) = 15; 7) НОД (102; 170) = 17; 9) НОД (26; 65; 130) = 13. 154. 400 и 189; 70 и 111; 45 и 113. 156. а) 1 326; б) 252; в) 5 670. 159. НОК (6; 4) = 12, 80 < 84 < 90; 84 = 12 · 7. 160. 2 *км* 200 *м* в час; 11 *км/ч*. 161. I—100 *а* 80 *кв. м*; II—72 *а*. 162. I—113 руб. 84 коп.; II—105 руб. 20 коп.; III—82 руб. 48 коп. 163. 15 *км*. 164. 60 *м*; 12 *м*. 165. 320 дер. и 256 дер. 166. 30 коп. и 10 коп. 167. 3 шестиместных; 7 четырехместных. 168. I—300 *куб. м* в час; II—240 *куб. м* в час. 169. 100 бил. в мягкие, 300 бил. в жесткие. 171. 18 *м* в сек. или 64 *км* 800 *м* в час. 172. 250 *м*. 173. 700 *км/ч*. 174. Через 6 сек. 175. 61 *км/ч*. 176. 9 *км*. 177. 75 прыжков. 178. 4 *км*; 20 мин. 179. 13 час. 15 мин.; 14 час. 10 мин. 180. 2 мес. 29 дн. 181. 63 года 2 мес. 22 дня. 182. 144 *ц*. 183. 54 *т*; 18 маш. 184. 2) 5 листов. 186. 9 600 руб.; 11 760 руб.; 13 440 руб. 187. 6 мин.; 15 мин.; 18 мин. 188. 32 *т*; 8 *т*. 189. I—2 *т*; II—3 *т*. 190. 360 *км*. 191. 3 года. 192. 7 недель. 193. 22 чел.; 12 руб. 50 коп. 194. 10 кост. 196. 260 *кг* ржи на 1 *га*; 220 *кг* пшеницы на 1 *га*. 197. 15; 25.

Обыкновенные дроби.

253. 1) 6; 2) 2; 3) 6; 4) 3; 5) 13; 6) 75. 263. $\frac{1}{10}$; $\frac{3}{20}$. $\frac{1}{6}$; $\frac{7}{9}$. 265. $\frac{1}{101}$. 268. $\frac{5}{7}$. 284. 1) $1\frac{7}{30}$; 2) $1\frac{83}{84}$; 3) $1\frac{23}{70}$; 4) $1\frac{13}{180}$; 5) $1\frac{67}{420}$; 6) $\frac{1459}{2002}$. 285. 1) $\frac{7}{12}$; 2) $1\frac{1}{3}$; 3) $1\frac{1}{5}$; 4) $1\frac{11}{21}$; 5) $\frac{13}{60}$; 6) $\frac{823}{1000}$. 286. 1) $\frac{5}{12}$; 2) $1\frac{11}{20}$; 3) $2\frac{1}{200}$; 4) $1\frac{4}{105}$; 5) $1\frac{67}{132}$; 6) $1\frac{197}{360}$. 287. 1) $3\frac{1}{4}$; 2) $2\frac{5}{8}$; 3) $3\frac{5}{6}$; 4) $\frac{71}{80}$; 5) $1\frac{401}{720}$; 6) $3\frac{11}{30}$. 288. 1) $1\frac{1}{2}$; 2) $1\frac{19}{28}$; 3) $\frac{7}{8}$; 4) $10\frac{61}{180}$; 5) $7\frac{16}{45}$; 6) $20\frac{8}{9}$. 295. На $19\frac{7}{10}$ *м*. 296. 84 *л*. 297. $151\frac{4}{25}$ *га*. 298. 401 *м*.

---

* Запись НОД (18; 15) = 18 следует читать: «наибольший общий делитель чисел 18 и 15 равен 18.»

299. $\frac{7}{24}$. **304.** 1) 2; 2) $15\frac{2}{3}$; 3) $30\frac{1}{360}$; 4) $17\frac{11}{18}$. **305.** 1) $18\frac{21}{100}$; 2) $22\frac{4}{5}$; 3) 10; 4) $52\frac{37}{75}$. **317.** 1) $11\frac{3}{62}$; 2) $119\frac{1}{4}$; 3) $3\frac{83}{170}$; 4) $\frac{614}{615}$; 5) $14\frac{7}{12}$; 6) $6\frac{11}{720}$. **321.** $29\frac{5}{6}$ *кг*. **322.** На $2\frac{111}{500}$ *м*. **323.** $\frac{1}{20}$. **324.** 1) $2\frac{4}{35}$; 2) $5\frac{32}{1089}$; 3) $102\frac{9}{221}$; 4) $7\frac{191}{600}$. **325.** 1) $13\frac{13}{51}$; 2) $41\frac{7}{15}$; 3) $38\frac{31}{72}$; 4) $8\frac{19}{80}$. **331.** 1) 0; 2) $1\frac{13}{72}$; 3) $15\frac{61}{90}$; 4) $13\frac{5}{28}$; 5) $\frac{2}{5}$. **332.** 1) $67\frac{55}{63}$; 2) $5\frac{3}{10}$. **333.** 1) $\frac{3}{10}$; 2) $27\frac{17}{40}$. **334.** 1) $5\frac{1}{2}$; 2) 1; 3) 2; 4) $27\frac{17}{40}$. **335.** 1) $3\frac{1}{12}$; 2) $12\frac{1}{12}$; 3) $8\frac{3}{4}$; 4) $12\frac{1}{12}$. **336.** 1) $35\frac{7}{12}$; 2) 2. **337.** 1) 14; 2) $2\frac{47}{60}$; 3) 12; 4) $47\frac{17}{40}$. **338.** 1) $2\frac{3}{4}$; 2) 3. **339.** 1) $5\frac{2}{5}$; 2) $\frac{13}{180}$; 3) $\frac{1}{168}$; 4) $\frac{2}{5}$; 5) $1\frac{13}{72}$; 6) $5\frac{347}{720}$. **341.** 1) $11\frac{19}{21}$; 2) $47\frac{5}{24}$; 3) 6; 4) $19\frac{7}{8}$. **346.** $3\frac{1}{4}$ *кг*. **347.** $18\frac{3}{8}$ *км*. **376.** 120 *км/ч*. **377.** 40 стр. **378.** 3200 уч. **379.** 11 руб. 90 коп. **381.** $1\frac{1}{2}$ *л*; $\frac{3}{10}$ *л*. **387.** 1) $1\frac{4}{5}$; 2) 3; 3) $6\frac{4}{5}$; 4) $5\frac{1}{2}$; 5) $13\frac{1}{3}$; 6) $17\frac{1}{3}$; 7) 14; 8) $11\frac{1}{6}$; 9) 80. **388.** 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{3}{25}$; 3) $\frac{1}{8}$; 4) $32\frac{19}{33}$; 5) $15\frac{3}{4}$; 6) $4\frac{1}{2}$; 7) 25; 8) 0. **394.** 18 *ц*. **395.** 250 *га*. **396.** 99 *куб. м*. **404.** 1) $2\frac{5}{6}$; 2) $\frac{39}{55}$; 3) $\frac{11}{30}$; 4) $8\frac{4}{9}$; 5) $7\frac{37}{40}$; 6) 3. **405.** 9120 руб. **406.** 1) $25\frac{3}{8}$; 2) $19\frac{1}{2}$; 3) $11\frac{1}{4}$; 4) $4\frac{7}{32}$; 5) $2\frac{13}{24}$; 6) $\frac{326}{351}$. **411.** $309\frac{3}{5}$ *м*. **412.** 306 *а*. **413.** 43 *кг*. **414.** $\frac{4}{15}$. **415.** 63 *км*. **441.** 1) $\frac{1}{6}$; 2) 6; 3) 14; 4) 1; 5) $3\frac{1}{3}$. **449.** 1) $3\frac{7}{9}$; 2) $\frac{1}{14}$; 3) $1\frac{2}{3}$; 4) $14\frac{2}{9}$; 5) 8. **450.** 1) $\frac{8}{11}$; 2) $26\frac{15}{32}$; 3) 3; 4) $7\frac{1}{2}$; 5) 6; 6) 36. **457.** 1) $1\frac{1}{2}$; 2) $3\frac{1}{3}$. **458.** 1) $7\frac{53}{60}$; 2) $40\frac{5}{6}$; 3) $81\frac{6}{7}$; 4) $154\frac{7}{16}$. **459.** 1) $270\frac{2}{5}$; 2) 1; 3) $58\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{6}$. **460.** 1) $\frac{5}{9}$;

2) $\frac{2}{3}$; 3) $1\frac{1}{3}$; 4) $\frac{1}{2}$. **461.** 1) $6\frac{30}{49}$; 2) 16; 3) $50\frac{80}{99}$; 4) 4. **462.** 1) $\frac{5}{9}$; 2) $5\frac{1}{3}$; 3) $2\frac{9}{20}$; 4) $7\frac{2}{5}$. **463.** 1) 132; 2) $9\frac{1}{2}$; 3) $21\frac{2}{5}$; 4) $\frac{16}{35}$. **464.** 1) 12; 2) $2\frac{25}{27}$; 3) 24; 4) $13\frac{1}{10}$. **465.** 1) 181; 2) $7\frac{14}{85}$; 3) 5; 4) $1\frac{1}{96}$. **466.** 1) 200; 2) 684; 3) 150; 4) 12; 5) 30; 6) $2\frac{3}{20}$. **467.** 10. **468.** 40. **469.** $42\frac{8}{15}$. **470.** $2\frac{2}{5}$. **471.** На 900 *ц*. **472.** 120 маш.; 16 маш.; 180 маш. **473.** 26 *кг*. **474.** 30 *т*. **475.** 120 *км*. **476.** 183 *т*. **477.** За $1\frac{23}{48}$ часа. **479.** $8\frac{7}{12}$. **480.** $14\frac{1}{4}$ *га*. **481.** $6\frac{3}{20}$ и $1\frac{7}{20}$. **482.** $4\frac{3}{10}$ *км* и $7\frac{2}{5}$ *км*. **483.** $13\frac{1}{4}$ *км/ч* и $1\frac{1}{4}$ *км/ч*. **484.** $6\frac{2}{5}$; $12\frac{4}{5}$. **486.** $3\frac{1}{3}$; $11\frac{2}{3}$; $7\frac{1}{2}$. **488.** 32 уч. **489.** За 4 дня. **490.** За 4 мин. **491.** За 30 час. **492.** Через $3\frac{1}{13}$ часа. **493.** Через 6 час. **494.** Через $4\frac{1}{5}$ часа. **495.** 125 *км*. **496.** В 12 час. 50 мин. **497.** Через 40 мин.; $46\frac{2}{3}$ *км*. **498.** $4\frac{3}{4}$ *км*. **499.** Через $7\frac{1}{2}$ часа. **515.** 200 *кг*; 380 *кг*; 50 *кг*; 60 *кг*. **516.** 100 *ц*; 150 *ц*. **517.** 576 *км*. **518.** III—3 руб. **519.** $\frac{183}{200}$ *кг*. **520.** $108\frac{4}{5}$ *кг*. **521.** $14\frac{17}{18}$; $9\frac{11}{18}$; $11\frac{1}{9}$. **524.** 10; 6. **525.** 40 гр. и 60 гр. **526.** На 8 час. **527.** За 15 час. **528.** За 6 час. **529.** 5 мин. **530.** 6000 раб. **531.** $9506\frac{1}{4}$ *ц*; $6337\frac{1}{2}$ *ц*. **532.** 140 рейсов. **533.** 9. **535.** За $\frac{6}{23}$ дня. **537.** 36 уч. **538.** 15 яиц. **539.** 8 косцов. **551.** 6 листов. **552.** 23 *ц* 52 *кг*. **553.** $3578\frac{2}{5}$ *кв. м*. **555.** 175 *т*. **556.** $3805\frac{5}{16}$ *кг*. **557.** 540 *л*. **558.** $13\frac{1}{2}$ *куб. м*. **559.** 17 поездок. **560.** 432 ведра. **561.** 398 *кв. м*; 518 *куб. м*.

Десятичные дроби.

617. 1) 0,21; 2) 0,022. **636.** 1) 242,3 *кг* и 204,5 *кг*. **641.** 1) 7; 2) 0,418; 3) 9,623; 4) 79,75. **643.** 1) 17,802; 2) 2, 4289; 3) 9,0248. **645.** 5) 6,8; 6) 0,78; 7) 0; 8) 2,75. **650.** 236 *м*. **651.** 1423,2 *га*. **652.** 3,5 *кг*. **672.** 1,3 *км*. **673.** 12 960 *л*; 16 *кг*. **674.** 50,4 *м*; 159 *кв. м*. **675.** 1) 9; 2) 14,706; 3) 105; 4) 0,55; 5) 0; 6) 3,62. **676.** 1) 2,412; 2) 14,55; 3) 0; 4) 4,1744; 5) 0,81. **677.** 1) 12,026142; 2) 13; 3) 449,9635; 4) 2,936; 5) 5,48. **679.** 143,56. **681.** 12,35. **682.** 9 *га*. **683.** 9,8 *га*. **684.** 96,7 *км*. **685.** 263 *км*. **699.** 500 *км*. **700.** 48,4 *км*. **701.** 222,5 *т*. **702.** 50 дет. **707.** 1) 40 200; 2) 8,25. **708.** 1) 11; 2) 1. **709.** 1) 0,406; 2) 9,36; 3) 855,55; 4) 31 185. **721.** 4 *м*. **722.** 5,1 *га*. **723.** 4 *км/ч*. **730.** 6,4 *кг*. **731.** 3,6 *т*. **732.** 234 жучка. **733.** 3000 кустов. **736.** 5 руб. **737.** 240 дет. **738.** 200 *кг*. **739.** 80 руб. **740.** 960 маш. **741.** 12,5 *см*. **742.** 6,75 *кв. см*. **748.** 2,7 руб. **750.** 1) 24; 2) 34,256675; 3) 2,98895; 4) 839,45. **751.** 1) 4,5; 2) 0,11; 3) 15; 4) 0,81. **752.** 1) 1,6; 2) 8; 3) 900; 4) 2701. **753.** 1) 1,12; 2) 1,4; 3) 7; 4) 0,41. **754.** 1) 5,82; 2) 10,6. **756.** 1) 6,4; 2) 0,09. **757.** 1) 200; 2) 40,5. **758.** 1) 0; 2) 1. **759.** 1) 0,25; 2) 0. **760.** 1) 10; 2) 3. **761.** 1) 35; 2) 0,6; 3) 4; 4) 0,6. **765.** 227 *км*. **767.** 5,4 *км*. **768.** 50 *км/ч*. **769.** 15 *т*. **770.** 3,15 *т*. **771.** 2,5 *т*. **772.** 3302 *га*. **773.** 84 *ц*. **774.** 100 пл. **775.** 22,5 *га*. **776.** 4,7 *га*. **777.** 40 *т*. **780.** 4,2 *га*. **782.** 47,3 *км/ч*. **785.** 8,85 *м*; 15,65 *м*. **786.** 2703,6 *т*; 2950,9 *т*; 3001,7 *т*. **787.** 12 *км/ч* и 2,5 *км/ч*. **788.** 1400 *т* и 2100 *т*. **789.** 6,48 *км* и 25,92 *км*. **790.** 3,2 *т*; 6,4 *т* и 9,6 *т*. **791.** 800 *км*; 2000 *км*. **792.** 1,3; 6,5. **793.** 1,2 и 0,9. **794.** 1000 *га* и 1600 *га*. **795.** Через 10,5 часа. **796.** 72 *км* и 60 *км*. **797.** 8,5 часа; 145,7 *км*. **798.** Через 4 часа. **800.** За 1,7 дня. **801.** 5 мин. **802.** 27 *га* и 42 *га*.

Совместные действия над обыкновенными и десятичными дробями. Отношение величин.

836. 1) $1\frac{1}{9}$; 2) 220,8; 3) $11\frac{11}{15}$; 4) 2,32. **837.** 1) $3\frac{5}{8}$; 2) 1,225; 3) 64,5; 4) 0,3. **838.** 1) 1; 2) 0; 3) $18\frac{65}{84}$; 4) 4,3. **839.** 1) 2,45; 2) 5,08; 3) 94,96; 4) 2,6. **840.** 1) 7,5; 2) $27\frac{49}{60}$; 3) 1,7; 4) 20,71. **841.** 1) $18\frac{103}{150}$; 2) 8; 3) 13,5; 4) 2,24. **842.** 1) $\frac{7}{9}$; 2) 1,5; 3) $1\frac{7}{27}$; 4) 0. **843.** 1) 1; 2) 0; 3) 1,112; 4) 1. **844.** 1) $\frac{19}{40}$; 2) 35, 64. **845.** 1) 4,72; 2) 10,04. **846.** $4\frac{3}{4}$ *км* и $3\frac{1}{4}$ *км*. **847.** 4 *км/ч* и 20 *км/ч*. **848.** 17 час. 50 мин. **849.** 3,6 *км/ч*. **850.** За 1,5 часа. **851.** II—за 24 дня. **852.** I—за 12 час. **853.** 15 и 21. **854.** 10 *га*. **855.** 24; 156 и 12. **856.** 0,5 *куб. м*. **876.** 50 *м*. **877.** 19,2 *т*. **879.** 1) 2; 2) 69; 3) 140,6; 4) $1\frac{5}{6}$. **880.** 1) 15; 2) $23\frac{13}{30}$; 3) $\frac{23}{30}$; 4) 5,7. **881.** 1) 4,125; 2) 1;

3) 10; 4) $36\frac{1}{6}$. **882.** 1) $6\frac{1}{7}$; 2) 120,4; 3) 94, 96; 4) 1. **883.** 1) 24,875; 2) 1,625; 3) $\frac{2}{33}$; 4) 12. **884.** 2) $2n$; 3) $2n+1$. **885.** 2) Сумма разделится на 7, если слагаемыми будут пары чисел вида: $7k+1$ и $7n+6$; $7k+2$ и $7n+5$; $7k+3$ и $7n+4$. **889.** $\frac{1}{5}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{5}$. **890.** 1) $\frac{23}{37} > \frac{115}{187}$; 2) $\frac{15}{28} > \frac{19}{36}$. **891.** 1) a; 3) 0. **892.** 21 сентября. **894.** 36; 38; 40. **895.** 2) 110; 111; 112. **896.** ≈ 42 *км/ч* и ≈ 53 *км/ч*. **897.** 5 *км/ч*. **898.** 45 *км/ч*; 50,5 *км/ч*. **899.** 9,8 *км/ч*; 13 *км/ч*. **900.** 100; 201; 603. **901.** 63. **902.** 45; 450. **903.** 15; 22; 88. **904.** 2070 кн.; 2490 кн. **905.** 24 чел. **906.** 45; 147. **907.** 30; 45. **908.** 60; 72. **910.** 14 час. **911.** 40,5 часа; 40 час. **912.** 1100 *км*. **913.** 32 *км/ч*; 36 *км/ч*. **914.** 60 *км*. **915.** 52 *км*. **916.** 21,5 *км*. **917.** 200 *м*. **918.** 9 *км/ч*; 1,5 *км*. **919.** На 6 дн. **920.** 8 дн. **921.** 4 дня. **922.** На 50%. **923.** $18\frac{3}{4}$ дня. **924.** Через 2,4 часа. **925.** 13,2 дня. **926.** 7 час. **927.** 6 маш. по 5 *т*; 10 маш. по 3 *т*. **928.** 180 бил.; 220 бил. **929.** 33,75 *км*. **930.** 1,5 очка пример; 2,5 очка задача. **931.** 16 руб. 20 коп. за полотно; 12 руб. 24 коп. за сатин. **932.** 1,6 *м*. **933.** 81 *см*. **934.** 180 *мм*. **935.** 220 *м*. **936.** 15 *кг*; 19,5 *кг*; 15,5 *кг*. **937.** 24. **938.** 31,5 *кг*. **939.** 550 руб. **940.** 50 *км*. **941.** 40 задач.

942.

16	5	18	11
9	20	7	14
15	6	17	12
10	19	8	13

943. 14%. **944.** 72 выиграно. **946.** 7 машин. **947.** 32,4 *ц*. **948.** 298 *ц* с 1 *га*.

Приближенные вычисления.

951. 340 чел. **953.** 37°10′. **955.** 240 *г*. **956.** 0,5 *см*; 0,1 *кг*. **958.** $\frac{1}{150}$; $\frac{1}{300}$; $\frac{1}{150}$; $\frac{1}{300}$. **959.** 0, 444; 0, 445; 0, 833; 0,834. **960.** Абсолютн. погрешности 0,5 *см* и 0,05 *см*. **961.** 3,57 руб. **962.** 2,23 руб. **963.** 24,7 *т*. **964.** С точн. до 0,01: 410,03; 410,04 и 410,04 с точн. до 10: 410; 420 и 410. **965.** Одна и две; три и три; четыре и две; два и четыре; два и одна; нет и три; нет и две. **966.** 93,0 *см*. **967.** 2,027 и 2,028. **968.** 1,8 *кг*. **969.** 28 800. **970.** 0,805 *кг*. **971.** 3,2144 и 3,2143. **972.** 1,7 *км*. **973.** 1) 0,381; 4) 6 000. **974.** 23 *кв. м*. **976.** 1) 1,57; 4) 25 000; 8) 168. **977.** 1) 2800; 2) 330 000; 4) 0,740; 10) 12; 11) 2,1. **978.** 29,2 *кв. см*. **979.** 530 *г*. **980.** 6,17 *см*. **981.** 1) 0,865; 4) 54,0; 5) 880; 9) 200. **982.** 1) 21,8; 5) 530; 9) 2290. **983.** 12 кост. **984.** 236 *м*. **985.** 4,66 *куб. м*. **986.** 41 ящика. **987.** 1) 290;

3) 1050; 5) 70; 9) 1 100 000; 11) 2490; 13) 0,120; 14) 2. **988.** 63 *кв. м.* **989.** 98 *г.* **990.** 1) 1,5; $1\frac{3}{7}$ и $\frac{1}{14}$; 3) 3,3; $3\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{30}$; 4) 26,5; $26\frac{4}{7}$ и $\frac{1}{14}$.

Проценты.

995. 1) 3; 4) 4 *г*; 5) 60,5 *м*; 7) 131 руб. 60 коп.; 9) 46,8 *а*. **996.** 1) 19,2; 4) 0,0648 *м*; 6) 19 мин.; 9) 2,25 *га*; 11) 11 руб. 10 коп. **997.** 45,6; 34,56; 26,4; 16,8; 3,6; 0,768. **998.** 40; 38; 24; 18 и 7,5. **1000.** 3) 48 мин.; 42 мин.; 30 мин. **1001.** 8500 ламп. **1002.** 200 *г*; 120 *г*; 48 *г*; 32 *г*. **1003.** 148 млн. *кв. км* и 362 млн. *кв. км*; 199 млн. *кв. км* и 311 млн. *кв. км*; 97 млн. *кв. км* и 413 млн. *кв. км*. **1004.** 363 девочки. **1005.** 612 дер. **1006.** 630 семян и 500 семян. **1007.** 40 *кг* и 100 *кг*. **1008.** 18 *кг*. **1009.** 420 уч.; 340 уч. и 200 уч. **1011.** 1) 30; 3) 4400; 6) 9 руб.; 9) 1400 *га*; 10) 310 *т*. **1012.** 1) 2600; 3) 285; 5) 6; 7) 80; 9) 120. **1014.** 24 *кг* и 25 *кг*. **1018.** 80 партий. **1019.** 6—7 *м/сек*. **1020.** 360 чел. **1021.** 1) 70 коп. и 56 коп.; 2) 54 коп. и 72 коп. **1023.** 72,0%; 62,2%; 52,8% и 128,6%. **1026.** 70%; 75%; 77% и 85,5%. **1027.** 62,1%; 53,4% и 35,0%. **1029.** 3,7%; 20,7%; 26,8% и 37,3%. **1030.** 11,1%; 16,7% и 20%. **1031.** 10% и 9,1%. **1032.** 15%. **1033.** 16,7% и 21,4%. **1037.** 42,9% и 46,2%. **1038.** 1%; 0,25%; 0,4%; 0,067%; 0,11%; 0,31%; 0,13%; 0,61%; 0,48% и 2%. **1041.** Две цифры; три цифры. **1042.** 9,13 *кг*; 48,0 *кг*; 93,3 *кг* и 386 *кг*. **1043.** 2,2%. **1044.** 25%. **1045.** 20%. **1046.** 10,8 *м* и 9 *м*. **1047.** 21% и 21%. **1048.** Ум. на 1% и ум. на 1%. **1049.** 80%. **1050.** 11,7%. **1051.** 0,25 руб.; 0,75 руб.; 1,5 руб. и 1,88 руб. **1053.** 13,6%. **1054.** 13,3%. **1055.** 12 мин.; 16 мин. **1056.** 3 дня. **1057.** 32%. **1058.** На 50%. **1059.** 20 коп. и 26 коп. **1060.** 1) 11,8%; 2) на 12,5%. **1062.** 1) 4 *г*; 2) 40 *г*; 3) 0,25‰.

Пропорции. Прямая и обратная пропорциональность величин.

1066. 1) 2; 4) $1\frac{1}{9}$; 6) 4. **1067.** 1) 7 : 9; 5) 2 : 7; 8) 15 : 17 : 33. **1068.** 1) 27 : 28; 3) 7 : 5; 7) 8 : 5; 9) 40 : 1; 11) 16 : 3 : 80. **1069.** 0,95. **1070.** $\frac{1}{51}$. **1071.** 1) $\frac{3}{7}$; 3) 2 *м*.

1072. 1,04%; 0,10%; 0,42%; 2,08%; 0,21% и 2,5%. **1073.** $\frac{1}{500}$. **1074.** 1) 6 *см*; 2) 1,2 *см* и 3) 0,6 *см*. **1075.** 1) 400 *м*; 2) 2 *км* и 3) 4 *км*. **1076.** 1) 0,5 *км*; 2) 1,25 *км* и 3) 2 *км*. **1077.** 18 мин. **1078.** $\frac{1}{1000}$; $\frac{1}{50\,000}$ и $\frac{1}{200\,000}$. **1079.** $\frac{1}{500}$.

1080. 1) Да; 2) нет. **1082.** 1) 8; 9) 8; 10) $1\frac{2}{7}$; 12) $\frac{3}{20}$; 14) $1\frac{3}{11}$; 16) 0,84. **1083.** 1) 10; 8) $6\frac{2}{3}$; 10) $6\frac{2}{3}$; 12) $9\frac{3}{8}$. **1087.** 4,8 *л*; 70 *км*, 6,4 *л*; 90 *км*. **1089.** Нет. **1094.** 7,5 часа. **1095.** 28,7 *кг*. **1096.** 54,6 *куб. м*. **1097.** 195 *г*.

1098. 180 *кг*; 216 *кг*; 270 *кг* и 27 *кг*. **1099.** ≈27 сек.; 40 сек.; 1 мин. 20 сек.; 9 мин. 20 сек. **1100.** 13 час. 20 мин. **1101.** Нет. **1102.** 10 мин.; 5 дет.; 15 мин.; 3 дет. **1104.** 1) 6) и 9) — прямо проп. завис.; 2) 5) и 8) — обратно проп. завис.; 3) 4) 7) и 10) — более сложная завис. **1105.** 240 рельсов. **1106.** 147 столбов. **1107.** 1000 тетр.; 5:3. **1108.** 72 часа. **1109.** 600 дет. ≈11%. **1110.** 6,25 *кг*. **1111.** 400 обор. **1112.** $2\frac{2}{3}$ *т*. **1113.** 200 *г*. **1114.** $106\frac{2}{3}$ *м*. **1115.** 31,5 мин. **1116.** 4,5 дня. **1117.** 356,4 *кг*; 53,46 *кг*. **1118.** 1080 *куб. м*. **1119.** На 75%. **1120.** 1,2 *м*. **1121.** 7 руб. **1123.** 300; 450; 1200 и 1680. **1125.** 252; 63 и 28. **1126.** 28; $65\frac{1}{3}$ и $102\frac{2}{3}$. **1127.** 204; 255 и 306. **1128.** 9; 4,5; 3 и 1,8. **1129.** 224 и 210. **1130.** а) 17; 34; 85 и б) 80; 40; 16. **1131.** 36; 48 и 60; 3) 0,48; 0,8 и 1,1. **1132.** 40 *г* и 80 *г*. **1133.** 280 тетр. и 224 тетр.; 70 кар. и 56 кар. **1134.** 22 чел. и 28 чел. **1135.** 48 бил.; 18 бил.; 16 бил. и 14 бил. **1136.** 248 *км* и 217 *км*. **1137.** 54 дет. и 30 дет. **1138.** 5:3:2. **1139.** 0,24 руб.; 0,4 руб.; 0,32 руб. и 0,48 руб. **1140.** 10 час.; 20 час. и 80 час. **1141.** 21,6 *кг* и 14,4 *кг*; 21 *кг* и 15 *кг*; 19,2 *кг* и 16,8 *кг*. **1142.** 125 *г*; 938 *г*; 188 *г* и 250 *г*. **1143.** 30 гр.; 36 гр. и 27 гр. **1144.** 55 100 руб.; 33 060 руб. и 66 120 руб. **1145.** 286 *га*. **1146.** ≈56,5 *т*. **1147.** 345,1 руб. **1148.** 6 коп. **1149.** 3,75 *куб. м*. **1150.** ≈1,03 руб. **1151.** 44°. **1152.** 35°. **1153.** 750. **1154.** 60 *г* и 165 *г*. **1155.** 800. **1157.** 1,4. **1158.** $1\frac{3}{7}$. **1159.** $4\frac{4}{19}$. **1160.** 12,56. **1161.** $\frac{25}{39}$. **1162.** $304\frac{1}{2}$. **1163.** 1) 0,51; 3) 0,02. **1164.** 1) 54,82 и 54,8; 2) 1,04 и 1,04; 3) 11,1 и 11; 4) 7,19 и 7,2. **1165.** 371 млн. *кв. км*. **1166.** 0,03 *кв. км*; 0,14 *кв. км* и 0,02 *кв. км*. **1167.** 3,14 и 3,14. **1168.** ≈12; 32 000 около 30 тыс. **1169.** Цифра сотен верна, цифра десятков сомнительна на 1. **1170.** 5032 тыс. чел.; 3300 тыс. чел. и 1102 тыс. чел. **1171.** 1,005 *т*; 0,600 *т* и 0,770 *т*. **1172.** $\frac{2}{3}$. **1173.** $66\frac{2}{3}$%. **1174.** $\frac{28}{49}$. **1175.** $\frac{15}{24}$. **1176.** 608 *куб. м*. **1177.** 6 и 10 попад. **1178.** 80 *кг*. **1179.** 44 уч. и 46 уч. **1180.** 2 часа. **1181.** 30 дней. **1182.** 39 руб. **1183.** 56,0 *км/ч*. **1184.** 30 *км*. **1185.** 3,5 *км/ч* и 8,4 *км/ч*. **1186.** 10 *км/ч* и 14 *км/ч*. **1187.** 12 *км*. **1188.** 3 часа 12 мин. **1189.** 364,5 *км/ч* и $366\frac{2}{3}$ *км/ч*. **1190.** 10,1 часа. **1191.** 470 *км*. **1192.** 30 *км*. **1193.** 27 *км*. **1194.** 4 *км/ч* и 4,75 *км/ч*. **1195.** 37,5 *км*. **1196.** 3,6 *км*. **1197.** 6 час. **1198.** 33,9 *км/ч*. **1199.** 45 *км/ч*. **1200.** 14 час. 40 мин.; 3,6 *км/ч* и 3 *км/ч*. **1201.** 5 дней и 7,5 дня. **1202.** 75,6 *км*. **1203.** 66,7%. **1204.** 3 часа и 4 часа. **1205.** 18 час. и 24 часа. **1206.** 398,4 *куб. м*. **1207.** 1) 4) 8) 9) — прямо проп.; 3) 6) 7) — обратно проп.; 2) 5) — более сложная завис. **1208.** Неизв. числа по строкам: 2; 12; 24; 9; 36; 54 и 216. **1209.** 1) 2; 4; 32; 3) 12; 27; 9. **1211.** 14,4 *м*. **1212.** 80 000 лет. **1213.** 80 *кв. м*. **1214.** 540 ламп; 900 ламп; 105,6%. **1215.** На 10 926 *кв. м*. **1216.** 24 мин. **1217.** 48 ст.; на 33,3%. **1218.** 30 обор.; 12 обор. **1219.** 180 обор.; 240 обор. и 360 обор. **1220.** 51 ст. на 42,5%. **1221.** 726 *л*; 840 *л*; 787,5 *л* и 720 *л*. **1222.** На 5 дн.

1223. На 2 дня. **1224.** 70 *кв. дм.* **1225.** 210 *м.* **1226.** 32 буквы. **1227.** 31,25 *м.* **1228.** 3,75 *кг.* **1229.** 112 *г.* **1230.** 30 *кг.* **1231.** 1125 *куб. см* и 375 *куб. см.* **1232.** 4,2 *л.* **1233.** $1{,}72\,\frac{г}{см^3}$. **1234.** На 2,6 *ц.* **1235.** 1080 *куб. м.* **1236.** 1875 дет., на 30,2%. **1237.** 20 мин.; 15 мин.; 12 мин. **1238.** 694 шт. **1239.** 9 час.; 7,5 часа и 1 час. **1240.** 3185 *кг.* **1241.** 5000 руб. **1242.** 12,5 *т.* **1243.** 620 *га.* **1244.** 17,25 руб. **1245.** 288 *км* и 200 *км.* **1246.** 2970 *м*; 990 *м* и 540 *м.* **1247.** 1120 кн.; 600 кн. и 1080 кн. **1248.** 900 *га*; 400 *га* и 2000 *га.* **1249.** 23 000 руб.; 14 000 руб.; 8000 руб. **1250.** 2400 дер. **1251.** 280 *куб. м*; 120 *куб. м* и 80 *куб. м.* **1252.** 4,8 *км*; 6 *км*; 9,6 *км.* **1253.** 1464 *га.* **1254.** 360 дер.; 216 дер. и 144 дер. **1255.** 24 руб.

ОГЛАВЛЕНИЕ

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ЧИСЛО НУЛЬ.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ.

ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ.

СОВМЕСТНЫЕ ДЕЙСТВИЯ НАД ОБЫКНОВЕННЫМИ И ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ. ОТНОШЕНИЕ ВЕЛИЧИН.

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

ПРОЦЕНТЫ.

ПРОПОРЦИИ. ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ВЕЛИЧИН

Семен Алексеевич Пономарев, Петр Валентинович Стратилатов, Николай Иванович Сырнев.

АРИФМЕТИКА

для 5—6 классов средней школы

Редактор *Н. И. Никитина*. Художник *Б. Л. Рытман*. Художественный редактор *М. Л. Фрам*. Технический редактор *М. Д. Козловская*. Корректор *Т. Н. Смирнова*.

Сдано в набор 8/IV 1965 г. Подписано к печати 5/XI 1965 г. $60\times90^1/_{16}$. Печ. л. 28,5. Уч.-изд. л. 22,86. Тираж 16 000 экз. А 10586.

Издательство «Просвещение» Комитета по печати при Совете Министров РСФСР, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Полиграфкомбинат им. Я. Коласа Комитета по печати при Совете Министров БССР, Минск, Красная, 23. Заказ № 809.

Цена без переплета 32 к., переплет 8 к.