Г. В. ВОРОБЬЕВ

ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ ГЕОМЕТР В VI—VIII КЛАССАХ

В СВЯЗИ С РАБОТОЙ УЧАЩИХ(В ШКОЛЬНЫХ МАСТЕРСКИХ

У Ч П Е Д Г И З • 1 9

Г. В. ВОРОБЬЕВ

ВОПРОСЫ МЕТОДИ
ПРЕПОДАВАНИЯ ГЕОМ
В VI—VIII КЛАССА

В СВЯЗИ С РАБОТОЙ УЧАЩ
В ШКОЛЬНЫХ МАСТЕРСК

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛ
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ Р
Москва—1960

более или менее очевидна и позволяет смело подойти к изменению содержания и методов обучения в связи с потребностями практики, то в математических школьных дисциплинах такую перестройку произвести значительно сложнее. Объясняется это, во-первых, особым положением математики среди других наук, играющей роль аппарата для разрешения научно-технических и хозяйственных задач в самых различных областях человеческой деятельности, и, во-вторых, весьма сильными многолетними традициями классической формы преподавания математики. Указанные обстоятельства в значительной мере определяли в прошлые годы, да и в настоящее время, отвлеченный характер содержания курса математики в средней школе. Как правило, учащиеся недостаточно знакомятся с прикладным значением математики, их внимание сосредоточивается главным образом на решении отвлеченных тренировочных упражнений, хотя уже внутренние возможности школы, не говоря уже о производственной практике на предприятиях, дают основания делать элементарные математические экскурсы в область техники.

Признавая большое общеобразовательное достоинство содержания школьного курса математики, сложившегося к настоящему времени в смысле общности понятий и законов, подлежащих усвоению, а также достижения современной методики преподавания математики в области общего развития учащихся, воспитания логического мышления, построения стройной системы знаний, вместе с тем нельзя не отметить оторванность процесса обучения от сферы материального производства, отсутствие связей между теорией и практикой. По нашему мнению, высокая степень отвлеченности изучаемого материала по математике, отсутствие специальных занятий, на которых теоретические знания преломлялись бы в конкретные дела расчетов, конструктивных геометрических построений (что явилось бы вместе с тем и лучшей формой закрепления знаний), является одной из основных причин, в силу которой мы все еще не испытываем должного удовлетворения состоянием успеваемости по математике.

Следовательно, решение проблемы политехнического обучения в курсе математики явилось бы вместе с тем и некоторым частичным решением проблемы повышения успеваемости по математике вообще.

В последние годы предпринимались многочисленные попытки найти пути политехнического обучения на уроках математики, главным образом с точки зрения содержания обучения. Как правило, эти попытки предусматривали: включение в изучаемый курс некоторых задач, сюжет которых насыщался (не всегда оправданно) технической терминологией, изготовление наглядных пособий, использование таблиц и номограмм для вычислительных работ и, наконец, проведение различного рода измерительных работ на местности как в условиях класса, так и на пришкольном участке. Все это, конечно, имеет некоторое значение в смысле приближения преподавания математики к практике. Однако признать эти рекомендации решением вопроса политехнического обучения никак нельзя: указанные мероприятия уже давно рекомендовались в объяснительной записке к программе по математике, и здесь речь может идти только лишь о дальнейшем совершенствовании методических приемов проведения указанных типов работ.

Проблема политехнического обучения должна быть прежде всего понята как проблема органического соединения содержания учебного процесса по общетеоретическим дисциплинам со всей совокупностью практической деятельности, предусмотренной для учащихся данного возраста. Для каждой, отдельно взятой учебной дисциплины ее решение принимает особые формы в соответствии с тем, какие свойства материальной действительности составляют предмет изучения в данной науке.

В настоящем очерке мы рассмотрим вопросы методики преподавания геометрии в VI—VIII классах в связи с работой учащихся в школьных мастерских, кабинете машиноведения, с прохождением производственной практики; при этом будем рассматривать не весь курс геометрии этих классов, а отдельные темы программы.

Усвоение курса геометрии, как правило, вызывает у учащихся наибольшие трудности сравнительно с другими математическими дисциплинами, изучаемыми в средней школе. Особенно большие трудности учащиеся испытывают при изучении геометрии в VI и VIII классах.

Главная причина, по-видимому, заключается в том, что преподавание геометрии осуществляется, как правило, на дедуктивной основе, т. е. учащиеся начинают изучение геометрии с весьма общих отвлеченных понятий.

Содержание большинства существующих учебников геометрии не раскрывает учащимся многообразных связей геометрических понятий с реальными предметами, от которых в конечном счете абстрагированы эти понятия. По всей видимости, эта задача должна быть решена методическими пособиями и работой учителя на уроках.

Из характера геометрической науки вытекают многообразные связи ее понятий с окружающей природой, архитектурой, техникой. Кроме того, в силу объективной жизненной необходимости учащиеся в процессе своей жизни накапливают опыт ориентировки в пространстве, опыт использования предметов по назначению в связи с их формой и размерами. Следовательно, начиная изучение курса геометрии, можно было бы не делать резкого перехода от привычного предметного окружения к геометрическим отвлечениям, а установить преемственность между жизненным опытом учащихся и геометрической наукой.

С первых же уроков нам представляется целесообразным рассматривать геометрию как науку, изучающую особые свойства предметов материального мира. Насколько возможно, изучение разделов курса геометрии и входящие в них группы геометрических понятий следует связывать с определенными предметами, на которые активно воздействуют учащиеся, придают им определенную форму и размеры в соответствии с потребностями человека.

Мы считаем, что наиболее правильное определение политехнического обучения в школе (для предмета математики) следует считать такое: «Помня, что целью изучения геометрии является познание пространственных свойств материального мира, мы должны рассматривать политехническое обучение не как расширение программы и не как случайный придаток к курсу, а как его принципиальную основу, способствующую наиболее полному и глубокому изучению предмета» [1].

Школьные учебные мастерские, где учащиеся проходят трудовое обучение, являются наиболее подходящей материальной основой, на которой можно было бы по-

[1] Фетисов А. И., Преподавание математики в школе в свете задач политехнического обучения, изд. АПН, РСФСР, М., 1954, стр. 108.

строить соответствующее преподавание геометрии в конкретных условиях школы-восьмилетки.

Оставляя пока в стороне вопрос, насколько соответствует существующая программа VI—VIII классов по геометрии требованиям политехнического обучения, мы обратим внимание на методику обучения учащихся геометрии. Практика показывает, что оставаясь в рамках существующей программы, но значительно изменив методику преподавания, можно добиться более глубоких знаний.

Мы коротко расскажем о тех первых шагах в поисках новой методики по одному из возможных путей политехнического обучения, которые проводились нами в VI—VIII классах 545 школы, школы имени памяти В. И. Ленина и школы-интерната № 12 г. Москвы. В работе принимали участие учителя Н. А. Никитина, И. П. Новиков, А. Ф. Самохин, Е. А. Макшанова, И. Д. Рошовский, Б. П. Никитин. По нашему мнению, предлагаемые ниже методические рекомендации продвигают нас немного вперед в разрешении проблемы политехнического обучения в курсе геометрии.

I. ОРГАНИЗАЦИЯ НАБЛЮДЕНИЯ УЧАЩИМИСЯ В МАСТЕРСКИХ

1. Постановка учителем математики цели и задачи наблюдения в мастерских

Уже на первых уроках геометрии перед учащимися раскрывается содержание предмета геометрии как науки, изучающей окружающие тела с точки зрения их формы, размеров и положения. На простых примерах показывается практическое применение геометрии в технике, с которой они начинают знакомиться в школьных мастерских. Перед учащимися ставится задача: в процессе труда вести наблюдения с последующей записью в специальных тетрадях, которые мы назвали «Математические вычисления, измерения и построения на уроках труда», придерживаясь такого плана:

а) Геометрия изготовляемой детали (форма и размеры).

б) Геометрия инструмента (формы, конструктивные особенности).

в) Геометрия производственных движений.

Этот фактический материал собирался учащимися в условиях работы в столярной, слесарной, токарной, картонажной мастерских, кабинете машиноведения, а также в период кратковременной практики на карбюраторном заводе.

Первые наблюдения за работой учащихся в мастерских, сделанные еще до постановки перед ними этой новой задачи, показали следующее. При выполнении той или иной трудовой операции они, как этого и следовало ожидать, не ставили перед собой задачи подвергать ее какому-либо геометрическому анализу. Они не рассматривали, из каких геометрических форм складывается деталь, не производили тех вычислений, геометрических построений, которые необходимы для правильного выполнения задания. Они часто действовали интуитивно; вычисления и построения производили на глазок или заменяли их применением шаблона. Они не понимали или, точнее, не ставили перед собой задачи понимать, в свете каких научных геометрических понятий можно было бы рассматривать трудовой процесс.

Мы поставили перед учащимися именно такую задачу и заставили их иначе относиться к своему труду. Конечно, сразу же возникли многие методические и организационные трудности, которые постепенно преодолевались в процессе решения поставленной методической задачи.

Прежде всего сам учитель должен оказать помощь учащимся в выборе объектов для геометрического анализа, помочь в постепенном накоплении материала. Учитель труда при разборе чертежа и технологии изготовления изделия должен уделять 5—6 минут времени на то, чтобы показать учащимся, из каких геометрических форм она состоит, какие надо провести измерения и вычисления, чтобы выполнить задание. От одного урока к другому небольшими дозами, в той последовательности, как приходится пользоваться инструментом (а их уж не так много), преподаватель труда объясняет учащимся, чем определяется данная форма инструмента. Сделав во время урока черновой набросок, запись, учащиеся дома окончательно оформляют работу.

Произведя те или иные зарисовки изготовляемых изделий, инструмента, производственных движений и давая им геометрическую оценку с точки зрения формы, размеров и взаимного расположения, учащиеся вместе с тем должны указывать на необходимую причинную связь между, скажем, формой данного предмета и той функцией, которую выполняет предмет данной формы.

Конкретизируя результаты работы учащихся в решении поставленной задачи, приведем несколько примеров содержания записей и рисунков из числа тех, которые они постепенно накапливали в специальных тетрадях, о которых мы говорили выше. В некоторых случаях мы также будем сопровождать эти примеры краткими методическими указаниями о месте использования данного материала при изучении систематического курса геометрии.

Следующий раздел брошюры будет посвящен специально этому вопросу.

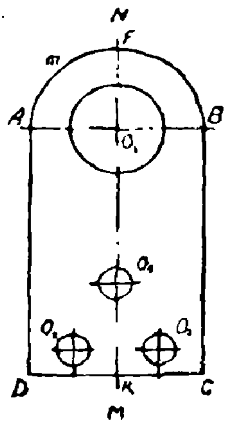


Рис. 1.

а) Геометрия изготовляемой детали. Учащиеся VI класса изготовляли металлическое ушко. Сделав соответствующий рисунок, они провели анализ с точки зрения геометрии (рис. 1):

1) Ушко представляет собой сочетание двух геометрических фигур — сегмента, представляющего половину круга, и прямоугольника.

2) Указанные фигуры ограничены: первая — дугой и хордой, вторая — замкнутой ломаной линией, состоящей из 4 звеньев, каждое из которых составляет с последующим звеном угол в 90 градусов.

3) Вся фигура имеет ось симметрии MN и точка A симметрична точке B, точка D симметрична точке C.

4) В детали высверлены один круг большого диаметра и три круга малого диаметра.

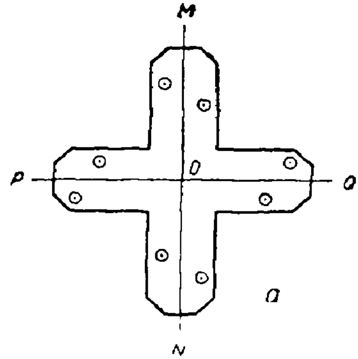
5) Хорда AB является вместе с тем и диаметром большого полукруга.

6) Расположение одного большого кругового отверстия и трех малых симметрично относительно оси MN, что дает возможность равномерно распределить нагрузку на ушко удерживаемого им предмета

Затем учащиеся измерили отрезки AD, BC, AB, DC, вычислили длину дуги AmB, зная диаметр круга.

Начерченную фигуру обозначили латинскими буквами — так, как это принято в геометрии.

Изготовляя металлическую накладку для крепления (рис. 2, *а*; 2, *б*; 2, *в*) деревянных планок торцами или под углом друг к другу, учащиеся обращают внимание, что фигура, взятая без отверстий, имеет две оси симметрии: MN и PQ, а точка O пересечения осей симметрии является центром симметрии для отверстий. Указывают четыре пары симметричных отверстий относительно центра (рис. 3): A и A_1; B и B_1; C и C_1; D и D_1 и другие пары отверстий, например, C и D_1, D и C_1, несимметричных относительно оси MN. При таком расположении отверстий шурупы или гвозди (рис. 2, *в*) при своем прохождении через деревянный брусок не встречаются друг с другом.



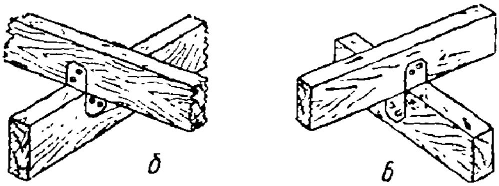


Рис. 2.

Использование центральной симметрии усматривается также и в другой накладке (рис. 4, *а*; 4, *б*), где имеется три пары симметричных окружностей относительно центра. Опираясь на определение понятия центрально-симметричных точек, учащиеся указывают способ построения центров окружностей A_1, B_1, C_1, если центр симметрии и центры трех других окружностей A, B, C уже намечены. По времени такая работа в мастерских примерно совпадала с прохождением темы центральной симметрии, чем и воспользовался учитель на уроках геометрии.

При изготовлении ящика для аптечки в качестве ее составных деталей необходимо было сделать боковые стенки и основания, которые крепились друг с другом посредством шипов (рис. 5). Учащиеся отметили, что с геометрической точки зрения контур полученной пло-

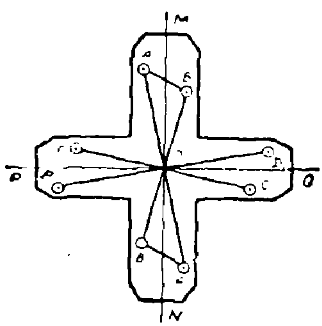


Рис. 3.

ской фигуры представляет собой ломаную линию. Они сосчитали количество звеньев ломаной линии, измерили их длину и нашли периметр ломаной линии как сумму

Рис. 4.

составляющих ее отрезков; затем измерили величину углов между звеньями ломаной линии. В это время в классе повторялась тема «Основные понятия геометрии» (сложение и вычитание отрезков, виды углов, ломаная линия) и изучалась тема «Параллельные прямые».

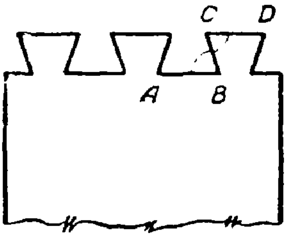


Рис. 5.

Последнее обстоятельство дало возможность преподавателю обратить внимание учащихся на то, что некоторые углы между звеньями ломаной линии можно рассматривать как углы накрестлежащие при параллельных прямых, например AB и CD и секущей CB (рис. 5).

Таким образом, отвлеченные геометрические понятия получили в глазах учащихся известное содержание, они установили связь изучаемого материала геометрии с материальными объектами. Главное состоит в том, что предмет, подвергшийся такому анализу, был объектом их труда, а потому такой анализ дал большой эффект.

б) Геометрия инструмента. Используя тот или иной инструмент в процессе изготовления детали, учащиеся также обращают внимание на его геометрическую форму в связи с его назначением.

Так, например, при опиловке металла учащиеся пользуются напильником. В своих специальных тетрадях они указывают, что рабочая плоскость напильника имеет форму прямоугольника, что насечки напильника представляют собой систему параллельных отрезков, пересеченных другой системой параллельных отрезков под определенным углом α (рис. 6). Величина этого угла неодинакова у различных видов напильников (драчевый, личной, бархатный); она определяется твердостью обрабатываемого металла.

Знакомясь с рубкой металла, учащиеся рассматривали геометрические особенности зубила. Их внимание обращается на то, что конец зубила имеет форму двугранного угла, это позволяет инструменту врезáться в металл (рис. 7). Однако не всякий угол заточки годен для выполнения этой операции. Например, дерево лучше дол-

Рис. 6.

бить долотом, а не зубилом. Это объясняется тем, что у долота угол заточки меньше, а у зубила больше, что видно из непосредственного сравнения.

Следовательно, для долбежки дерева выгоднее иметь инструмент с меньшим углом заточки. Перед учащимися ставится вопрос: почему зубило не затачивается под таким же острым углом для рубки металла. Учащиеся мо-

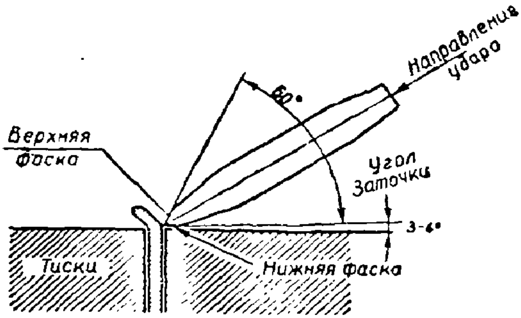


Рис. 7.

гут и не дать правильного ответа. Тогда преподаватель пытается рубить металл долотом, учащиеся убеждаются, что в этом случае острие долота мнется. Отсюда напрашивается вывод: чем крепче разрубаемый материал, тем больше должен быть угол заточки. Углы заточки различных зубил бывают в 60° и 30°. Практически учащиеся определили, что для рубки стали угол заточки зубила необходим в 60°, а для меди и других мягких металлов— в 30°.

У себя в тетрадях они делают эскизные зарисовки; отмечали, что угол заточки зубила образуется гранями, которые называются в технике фасками, что плоскость нижней фаски при рубке металла должна почти совпадать (зазор в 3—4°) с плоскостью губки тисков.

Позднее, когда изучалась тема «Осевая симметрия», учащиеся вновь вернулись (как на уроке труда, так и на уроках геометрии в классе) к рассмотрению геометрии зубила, отмечая, что этот инструмент имеет ось симметрии и что при выполнении рубки металла направление удара молотка должно совпадать с направлением оси симметрии зубила (рис. 7).

в) Геометрия производственных движений. Присматриваясь к производственным движениям, учащиеся обнаруживают, что движения, совершаемые в трудовом процессе, могут также получить геометрическое истолкование. Приведем несколько примеров наблюдений данного вида, сделанных учащимися во время работы в школьных мастерских.

При обработке досок для различных целей (в частности, для аптечки) учащимся приходилось при помощи рейсмуса проводить прямые, параллельные контрольной плоскости.

Внимание учащихся было обращено на то, что стержни, вставленные в колодку рейсмуса, расположены параллельно друг другу. Передвижением стержня изменяется длина отрезка между шпилькой, насаженной на стержень, и колодкой. Этот заданный наперед отрезок *a* позволяет реализовать основное свойство параллельных прямых — постоянство расстояния между ними. Иными словами, перпендикуляр, проведенный к одной из двух параллельных прямых, перпендикулярен и к другой прямой. Он имеет постоянную длину для данной пары параллельных прямых. Учащиеся отмечают также в своих наблюдениях, что в случае проведения прямой при помощи рейсмуса эта прямая образуется движением точки (рис. 8).

При разметке заготовки рейсмусом в некоторых случаях учащиеся наносили две прямые, попеременно шпильками каждого из стержней. Обе полученные прямые были порознь параллельны контрольной лицевой грани и поэтому должны быть параллельны между собой. У себя в тетрадях учащиеся дали следующее истолкование этого явления. Если один стержень выдвинут на отрезок a, а второй на отрезок b и при этом $a>b$, то, поскольку разность $(a—b)$ есть величина постоянная, между прямыми сохраняется постоянное расстояние, т. е. они будут расположены параллельно относительно друг друга. Учащиеся сделали вывод: две прямые, порознь параллельные третьей, параллельны между собой.

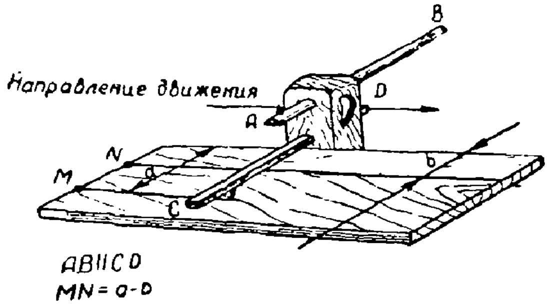


Рис. 8.

Изложенные выше наблюдения учащихся в мастерских были включены в контекст учебной работы на уроке.

В качестве оборудования урока были использованы рейсмус, доска с намеченными на ней двумя рисками, линейка и угольник. Учащиеся измерили отрезки a и b (расстояния концов шпилек от колодки рейсмуса) и убедились, что разность $(a—b)$ соответствует расстоянию между параллельными прямыми.

Строгая рубанком доску, учащиеся отмечают, что при этом совершаются прямолинейные движения, каждое из которых параллельно предыдущему (рис. 9).

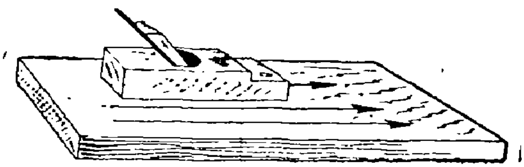


Рис. 9.

Рис. 10.

Работая молотком, они замечают, что ударная часть молотка описывает траекторию, составные части которой близки к дугам окружностей различных радиусов (рис. 10).

При изучении положения работающего у слесарных тисков, было замечено, что положение ног и корпуса по отношению к рабочему столу с геометрической точки зрения небезразлично и определяется содержанием проводимых трудовых операций. Так, например, при опиловке детали драчевым напильником работающий по отношению к рабочему столу должен стоять под углом 45° (рис. 11). Ступни ног должны находиться под углом 60—70° друг к другу. Левая ступня выдвигается вперед почти до линии отвеса от кромки стола под углом в 45° к ней, ступня правой ноги располагается под углом в 15—25° к фронту верстака (рис. 12).

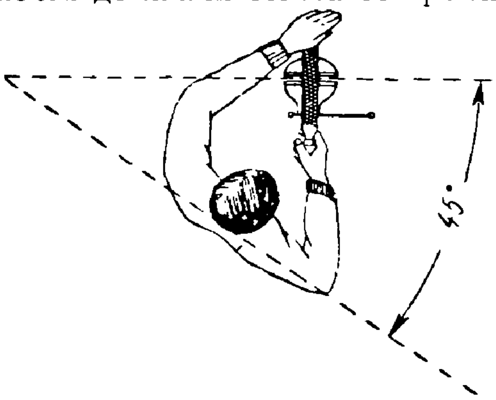


Рис. 11.

На конкретных примерах мы здесь показали содержание и методику наблюдений учащихся во время работы школьных мастерских. Таких примеров геометрического истолкования различных сторон

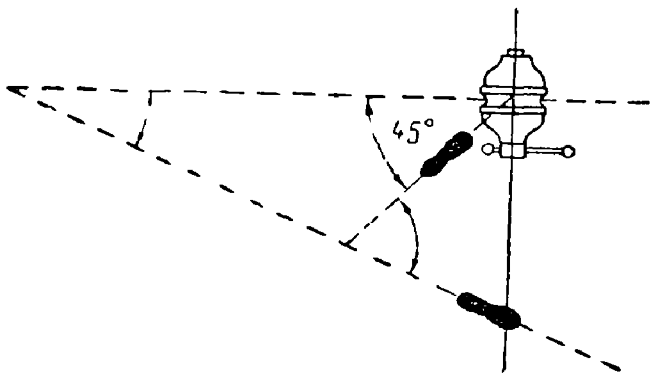


Рис. 12.

трудового процесса можно было бы привести значительно больше.

Во всяком случае, для каждого нового геометрического понятия и каждой новой фигуры, изучение которых предусмотрено программой, можно подобрать соответствующую наглядную иллюстрацию, связать общие, отвлеченно сформулированные свойства геометрических образов с конкретными делами учащихся.

Но эта связь устанавливается не ради того, чтобы только связать общие геометрические свойства и отдельные элементы трудового процесса. Прежде всего учитель руководствовался принципом непосредственного включения учащихся в активную работу по абстрагированию геометрических понятий параллельно с выполнением трудовых операций, с одной стороны, и принципом усвоения учащимися научных основ производственных операций — с другой.

2. Вопросы организации работы учителя труда и учащихся в мастерских

Наблюдения учащихся в мастерских, их вдумчивое отношение к трудовым операциям, черновые наброски записей и эскизов, которые они делают во время уроков труда, ни в какой мере не нарушают систему и программу трудового обучения и вместе с тем создают предпосылки для успешного изучения курса геометрии, особенно в младших классах.

У преподавателя труда, естественно, возникает вопрос о времени. Действительно, до установления взаимного понимания между учащимися и учителем, а также четкого понимания своих задач на первых порах будет затрачиваться для дополнительных объяснений на уроке труда 30—35 минут времени на каждом занятии. Но через 1—1,5 месяца, как показал трехгодичный опыт работы, от учителя потребуется только лишь держать учащихся в курсе поставленной проблемы, затрачивая на это 5—6 минут. В дальнейшем достаточно в процессе обхода учащихся у рабочих мест делать им краткие замечания, чтобы работа шла правильно и быстро.

Черновые заметки и эскизные наброски учащиеся могут выполнить как в ходе объяснения преподавателем труда нового задания, так и в процессе изготовления изделия. По заданию учителя математики результаты наблюдений периодически оформляются учащимися в специальных тетрадях, предназначенных для этого вида работ.

Учителя математики и труда должны систематически поддерживать между собой контакт. Они информируют друг друга о тематике и содержании проводимых ими занятий, обмениваются мнениями по поводу работ отдельных учащихся, помогают друг другу в подборе наглядного иллюстративного материала.

II. МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ НАБЛЮДЕНИЙ И ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ УЧАЩИХСЯ ДЛЯ ЦЕЛЕЙ ИЗУЧЕНИЯ КУРСА ГЕОМЕТРИИ

В настоящем разделе мы покажем, как были использованы учителем математики результаты ученических наблюдений на уроках труда в процессе преподавания геометрии.

Предлагаемые ниже методические рекомендации еще далеки от совершенства; многие стороны организации и методики построения урока геометрии, перспективного планирования учебного процесса на более длительный срок еще ждут своего решения.

Эти методические рекомендации относятся только к некоторым темам планиметрии и могут быть использованы учителем с учетом местных особенностей работы мастерских в каждой отдельно взятой школе.

1. Измерение отрезков, построение отрезков в заданном масштабе, сложение отрезков

В деревообделочной мастерской учащиеся изготовляли контрольный угольник для проверки прямых углов (рис. 13).

Учитель принес на урок заготовки колодки и пера угольника. Было предложено изобразить колодку угольника в трех проекциях (виды спереди, сбоку и сверху). Это построение было выполнено на доске в масштабе 5 : 1, а в тетрадях — 1 : 2. Было отмечено, что в одном случае происходит пятикратное увеличение линейных размеров фигуры, а в другом — двухкратное уменьшение, На доске и в тетрадях появились три прямоугольника разных размеров (рис. 14, *а*). Преподаватель обратил внимание класса на геометрические особенности прямоугольников: противоположные стороны равны и находятся на равном расстоянии; смежные стороны по отношению друг к другу расположены под прямыми углами.

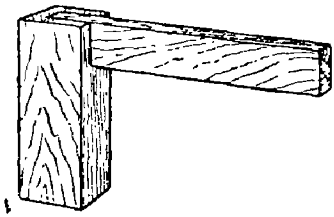


Рис. 13.

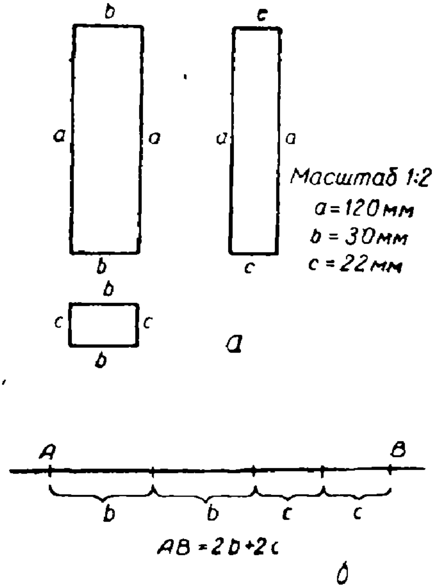


Рис. 14.

Для построения прямых углов учащиеся пользовались угольником и клетчатой сеткой своих классных тетрадей. Равные отрезки были обозначены одноименными малыми буквами, что соответствовало одинаковым длинам этих отрезков. После этого был построен отрезок AB, равный периметру малого прямоугольника: $AB=2b+2c$ (рис. 14, *б*).

2. Осевая симметрия

Изучая тему симметричные фигуры относительно оси, учитель использовал предмет, который обладает указанными свойствами (т. е. свойствами симметрии) и знаком учащимся по урокам труда. Однажды в качестве такого предмета было использовано металлическое ушко, о котором упоминалось выше.

Демонстрируя это ушко (рис. 1), преподаватель обращается к учащимся со следующими вопросами, на которые они дают ответ с большим интересом.

1) Есть ли у этой детали ось симметрии?

О т в е т. Есть, она проходит через середину ушка (показывает ее).

2) Какие точки у детали являются симметричными?

О т в е т. Точка A симметрична точке B; точка C симметрична точке D.

Здесь, на прилагаемом рисунке, употребляется буквенная символика. Учащиеся же говорят так: вершина нижнего правого угла симметрична вершине нижнего левого угла детали и т. п.

3) Какие отрезки и углы являются симметричными?

О т в е т. Отрезок AD симметричен отрезку BC, угол DAO_1 симметричен углу O_1BC.

4) Есть ли у этой детали симметричные дуги?

О т в е т. Есть, левая половина дуги AmB симметрична правой половине дуги AmB.

5) Какие еще здесь можно указать симметричные фигуры?

О т в е т. Окружности (O_2) и (O_3); угол ADK симметричен углу KCB; прямоугольник $AO_1KД$ симметричен прямоугольнику BO_1KC; сектор AO_1F симметричен сектору FO_1B.

Учитель предлагает учащимся задачу: построить на доске и в тетрадях геометрическую фигуру, прообразом которой является данное металлическое ушко.

Для решения этой задачи необходимо решить ряд частных простейших задач, пройденных ранее: построение отрезков, углов, параллельных прямых, окружностей — все это имеет большое значение для закрепления ранее пройденного материала. Выполнение всей работы проходит весьма эффективно, поскольку порядок построения фигуры в целом определяется непосредственным наблюдением конструктивной связи составных элементов реального объекта, изготовленного самими учащимися.

Учитель ставит вопрос: с чего надо начать построение фигуры ушка?

О т в е т. С оси симметрии.

Учитель подтверждает правильность ответа и подчеркивает, что осевая линия должна явиться исходным пунктом в данном построении. После этого выполняется построение в следующем плане.

Первый этап. Учитель на доске, а учащиеся в тетрадях строят прямую, которая будет служить осью симметрии. Ради удобства целесообразно в качестве оси симметрии взять вертикальную прямую, обозначив ее буквами MN (рис. 15).

Второй этап. Учитель. Теперь, что мы должны построить?

Ответ. Точки D и C, симметричные друг другу.

Здесь же повторяется определение симметричных точек.

Рис. 15.

Рис. 16.

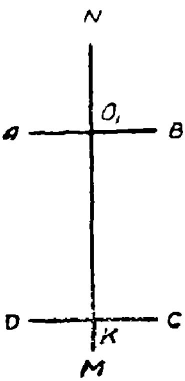


Рис. 17.

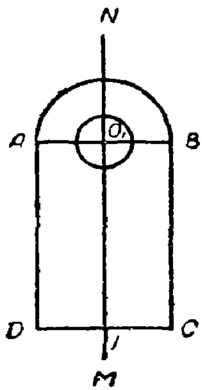


Рис. 18.

Учитель. Следовательно, мы должны построить перпендикуляр к прямой MN и отложить на нем по разные стороны равные отрезки. Размеры детали вы все знаете, а для общности конечного результата возьмем размеры детали, которая имеется у нас в классе. Ученик измеряет по детали отрезок AB и на перпендикуляре откладывает $DK=KC$. В классных тетрадях принимается масштаб 1:1, а на доске 10:1 (рис. 16).

Третий этап. Учитель. Что дальше надо сделать?

Ответ. Построить точки A и B, для этого надо сначала найти центр большой окружности (O_1), который лежит на оси симметрии, а потом так же, как мы уже делали, построить перпендикуляр и на нем найти симметричные точки A и B.

Учитель. Построить центр окружности (O_1) нетрудно, так как расстояние между этим центром и основанием детали нам известно.

Ученик выполняет построение (рис. 17).

Учитель. Что еще надо сделать?

О т в е т. Надо соединить отрезками прямых точки A и D, B и C.

Учитель. Будут ли построенные отрезки прямых симметричны друг к другу, как это на самом деле имеет место у нашей детали?

Ответ. Будут, потому что точки A и B, D и C — симметричные точки, а через каждую пару этих точек можно провести только по одной прямой.

Учитель. Какая же здесь применяется аксиома?

Ответ. Аксиома о прямой линии.

Четвертый этап. Учитель. Как дальше строить фигуру?

Ответ. Необходимо провести верхнюю дугу с центром в точке O_1, для этого надо поставить циркуль острием в точку O_1, а другую ножку в точку A и радиусом O_1A описать дугу (рис. 18).

Пятый этап. Учитель. Далее мы должны построить, четыре окружности. Как найти их центры?

Ответ. Большая окружность строится с центром в точке O_1, а чтобы найти центры малых окружностей, надо измерить, на какой высоте находятся их центры от основания DC.

Учащиеся производят соответствующие измерения и построения.

Предложенная задача, как это видно из приведенного выше процесса ее решения на уроке, дала возможность изучить программный материал по теме «Осевая симметрия» и вместе с тем охватить повторением множество других понятий по предыдущим разделам. Процессу успешного изучения и осознания свойств геометрических фигур способствовало то обстоятельство, что объект задачи и построения был предметом личного опыта учащихся. Выполняя деталь на уроках труда, они не только занимались физическим трудом, но и сознательно подходили к геометрической оценке производимой вещи. Именно этот предварительный анализ формы изделия создал предпосылки для активной работы на уроке всего класса в целом и каждого учащегося в отдельности.

3. Треугольники

При изучении теоремы о свойствах равнобедренного треугольника учителем была использована в качестве наглядного пособия стенка аптечки с нарезанными на ней шипами. Ни сама заготовка, ни ее части не являлись по форме равнобедренными треугольниками. Однако учитель нашел возможность использовать эту деталь в связи с темой урока.

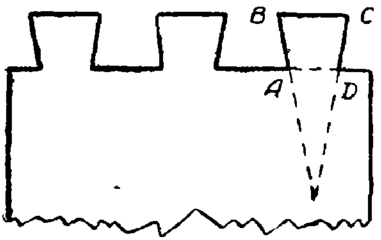


Рис. 19.

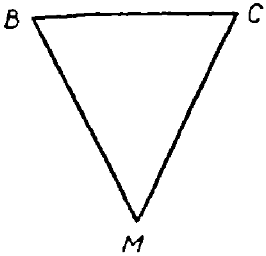


Рис. 20.

Он предлагает рассмотреть фигуру шипа на заготовке и на рисунке, сделанном на доске (рис. 19). Фигура $ABCD$ — четырехугольник, который называется трапецией. У нее две противоположные стороны параллельны, а две другие — непараллельны. Если непараллельные стороны продолжить до пересечения в некоторой точке M, то мы получим новую фигуру — треугольник (рис. 20). Одному из учащихся предлагается измерить стороны MB и MC и результаты измерения сравнить. Оказалось, что $MB = MC$. Учитель назвал такой треугольник равнобедренным и предложил учащимся подумать, как из четырехугольника $ABCD$ выделить треугольник, у которого были бы равны две стороны.

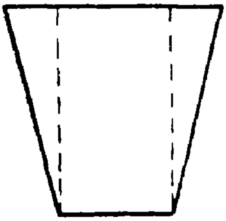


Рис. 21.

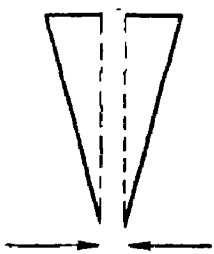


Рис. 22.

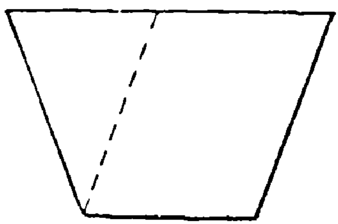


Рис. 23.

После некоторых раздумий и проб учащиеся указали еще два способа, продемонстрировав их на доске (рис. 21, 22, 23).

Для доказательства теоремы учитель остановился на втором способе (*рис. 21, 22*), *поскольку он уже в известной мере выделяет биссектрису угла при вершине и ось симметрии равнобедренного треугольника.

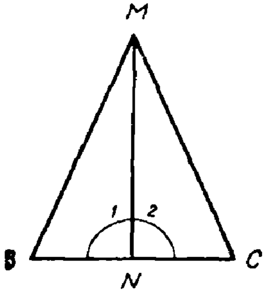


Рис. 24.

На глазах у учащихся была разрезана бумажная модель, сделанная по рисунку 21. Полученные треугольники были совмещены в единый равнобедренный треугольник BMC (рис. 24), на котором в силу способа его построения уже наметилась биссектриса угла BMC. Доказательство теоремы учащиеся усвоили без всякого труда, так как каждый шаг, входящий в состав доказательства, был по сути дела подготовлен эмпирически ($BN=NC$; $\angle 1=\angle 2=90°$, $\angle B=\angle C$; MN — ось симметрии, $\triangle BMN = \triangle NMC$).

В оставшуюся часть времени урока учащиеся были заняты построением равносоставленных фигур. Для этой

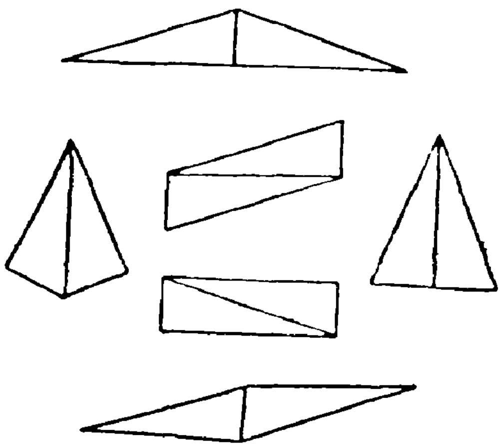


Рис. 25.

цели были использованы треугольники, полученные в результате раскройки трапеции. Это упражнение очень понравилось учащимся, они составили ряд интересных фигур (рис. 25).

4. Параллельные прямые

Изучение темы «Параллельные прямые» началось, как обычно, с анализа различных случаев положения пары прямых на плоскости, определения понятия параллельных прямых, изучения их основного свойства (аксиома параллельности). Затем учитель предлагает привести примеры параллельных прямых, с которыми учащимся приходилось встречаться в их практике, в окружающей обстановке. Примеров было приведено много и притом значительная их часть приходилась на различные элементы учебного труда в школьных мастерских. Интересно отметить, что, предлагая примеры, учащиеся давали краткую характеристику предмета, из которой вытекало, что учащиеся хорошо понимают существенный признак параллельности прямых — постоянство расстояния между ними.

Учащиеся приводили следующие примеры.

1) Металлическая гребенка. В металлической прямоугольной пластинке необходимо было сделать ножовкой ряд параллельных пропилов, последовательно расположенных на равных расстояниях друг от друга (рис. 26). Готовое изделие представляет собой металлическую «гребенку» с параллельными зубьями и равными промежутками между ними.

2) В конструкции рейсмуса предусмотрено параллельное расположение подвижных стержней. Шпильки стрежней, будучи смещены на некоторые (неравные) расстояния относительно колодки, обеспечивают проведение параллельных прямых, отстоящих друг от друга на отрезок, равный разности этих расстояний.

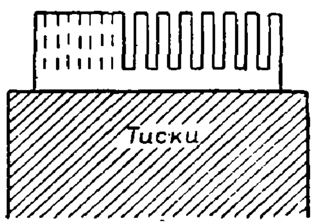


Рис. 26.

3) Лучковая пила. Учащиеся отметили конструктивные особенности этого инструмента. Полотно пилы, распорная планка и натягивающий шнур — параллельны друг другу. Стойки, на которых крепятся полотно пилы и закрутка, также параллельны между собой. На анализе этого примера учитель несколько задерживается с целью обратить внимание учащихся на такие факты, ко-

торые понадобятся при изучении углов, образующихся параллельными прямыми и секущей.

Классу предлагается перечислить углы, образованные стойками и полотном, распоркой и закруткой и т. д. Были использованы рисунки некоторых учащихся в специальных тетрадях, а также схематический рисунок лучковой пилы, выполненный на классной доске (рис. 27). Все

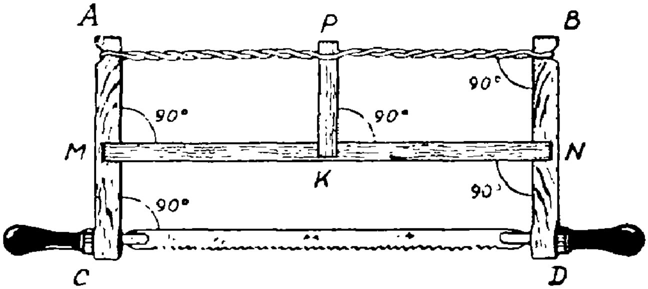


Рис. 27.

углы оказались равными 90°. На доске появилась запись: $AB \parallel MN$, $MN \parallel CD$; $AC \perp CD$; $PK \perp MN$. В классных тетрадях был сделан чисто геометрический чертеж в виде пря-

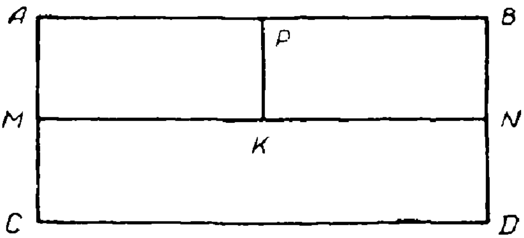


Рис. 28.

моугольника, на котором были показаны основные конструктивные особенности лучковой пилы. Этот прямоугольник был обозначен теми же буквами; запись, сделанная на доске, была повторена в тетрадях (рис. 28).

5. Теорема об углах, образующихся при пересечении двух параллельных прямых третьей

Изучение теоремы об углах, образующихся при пересечении параллельных прямых секущей — теоремы, обратной теореме о признаках параллельности прямых,—

было увязано с изготовлением в столярной мастерской рамок для портретов и картин. На уроке была использована рамка (рис. 29), деталь угла этой рамки (рис. 30) и схематический рисунок этой детали, выполненной мелом на классной доске.

После записи текста теоремы учащиеся приступили к рассмотрению конструкции рамки. Было отмечено, что

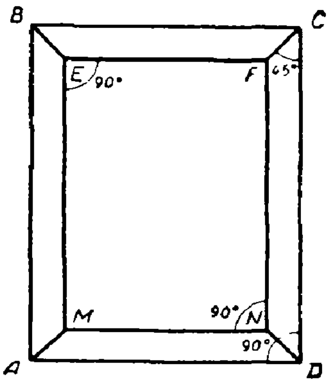


Рис. 29.

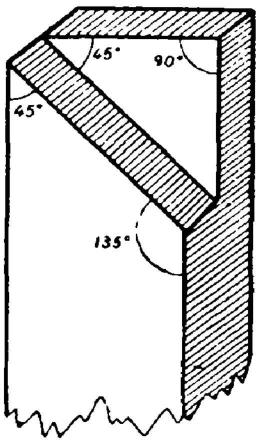


Рис. 30.

внутренняя и внешняя стороны каждой из планок параллельны друг другу, а сами планки расположены либо параллельно, либо перпендикулярно друг к другу. Планки скрепляются между собой швом под углом в 45° к сторонам внешнего контура и под углом в 135° по отношению к сторонам внутреннего контура, что было установлено непосредственным измерением углов на изделии (рис. 30). Затем учитель предлагает учащимся рассмотреть схематический рисунок детали рамки (рис. 31).

Вспоминая процесс работы в мастерских, они устанавливают, что грани планки были выструганы параллельно друг другу. Затем для крепления со смежной планкой под заданным прямым углом на каждой из них производится неполный косой распил так, что внутренние накрест лежащие углы равнялись бы 45°. Линия этого распила по отношению к прямым AB и CD является секущей.

Рассматривая схематический рисунок этой детали (рис. 31), учащиеся указывают, что $\angle 6$ и $\angle 3$ — внутренние односторонние углы, а $\angle 6$ и $\angle 4$ — внутренние накрест лежащие. Приняв во внимание, что $AB \parallel CD$, они измерили величину указанных углов и установили, что $\angle 3 + \angle 6 = 180°$, а $\angle 4 = \angle 6$. Затем прямые CD и MN

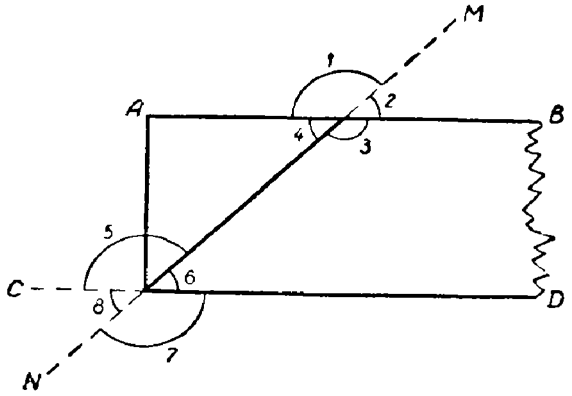


Рис. 31.

были продолжены и указаны новые пары углов — соответственные, внутренние и внешние односторонние, внутренние и внешние накрест лежащие.

Следует сказать, что преподаватель затратил на эту беседу немного времени, так как уже при выполнении портретной рамки в мастерской учащиеся внимательно рассмотрели геометрические особенности ее конструкции.

6. Теоремы об углах с соответственно параллельными и перпендикулярными сторонами

После доказательства теоремы об углах, у которых стороны либо параллельны, либо перпендикулярны, преподаватель предложил учащимся следующее упражнение. Рассматривая портретную рамку, учащиеся должны были указать на ней, а затем начертить на доске углы с соответственно перпендикулярными и параллельными сторонами. По мере того как учащиеся находили соответствующую пару углов, они вызывались к доске и вычерчивали их.

Работа проходила весьма активно. Сначала, конечно, были обнаружены пары прямых углов, которые удовлетворяют одновременно обоим условиям. Конструктивно эти углы выделяются более четко и поэтому сразу бросаются в глаза учащимся. Затем постепенно были выделены комбинированные пары острых и тупых углов, стороны которых были либо параллельны, либо перпендикулярны

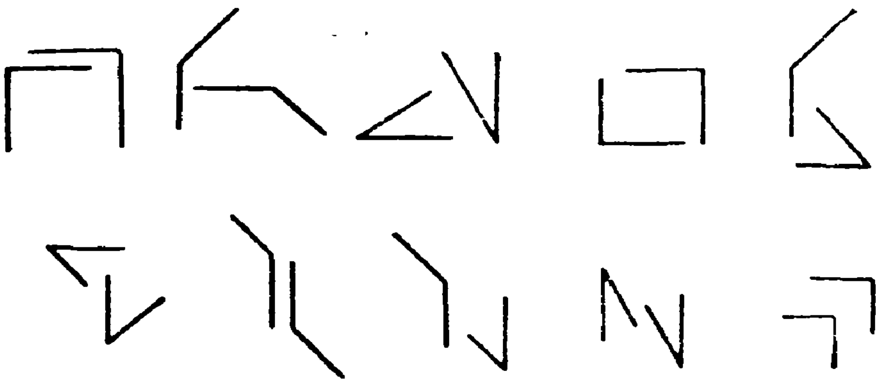


Рис. 32.

(рис. 32). Рассматривая рамку, учащиеся в процессе поисков нужных пар углов опирались также и на свой набросок чертежа рамки.

Каждый учащийся при выполнении очередного чертежа на доске вместе с тем указывал, что предлагаемая им пара углов обладает таким-то свойством (перпендикулярностью или параллельностью сторон) и что эти углы либо равны по величине, либо в сумме составляют 180°. Для пар прямых углов было установлено, что если их стороны в одном сочетании взаимно-перпендикулярны, то в другом сочетании они также и взаимно-параллельны. Пары прямых углов одновременно равны друг другу и вместе с тем в сумме составляют 180°. При этом последнее свойство не зависит от расположения сторон углов каждой пары относительно друг друга, так как все прямые углы равны и каждый прямой угол составляет половину развернутого угла.

7. Центральная симметрия

Система понятий, связанная с темой «Центральная симметрия», иллюстрировалась на материальных объектах, которые учащиеся сами (это, повторяем, главное) изготовили в мастерских (рис. 2, 4). Рассмотрев геометрическую структуру деталей, учащиеся в тетрадях и на доске начертили контур этой фигуры, а затем построили центры окружностей, изображающих отверстия. Они установили, что эти отверстия попарно лежат на одной прямой с точкой O, на равном от нее расстоянии и по разные от нее стороны. Точка O лежит на пересечении осей симметрии. Изучая расположение отверстий, учащиеся сознательно усвоили определение понятия центральной симметрии и овладели принципом построения центрально-симметричных точек.

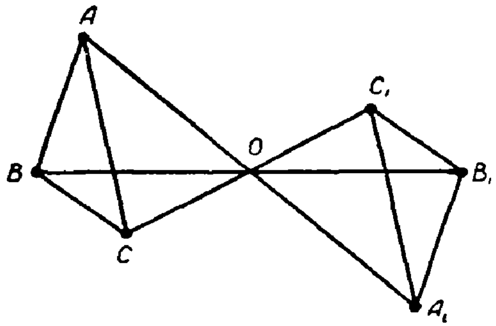


Рис. 33.

Учитель задал положение одной пары отверстий A и B (рис. 3) и предложил построить другую пару отверстий, симметричных относительно центра O. Из точек A и B были проведены лучи через точку O, а затем по разные от нее стороны были отложены отрезки $OB_1=OB$ и $OA_1=OA$. Таким же образом были построены отверстия D_1 и C_1, симметричные D и C относительно центра O. Затем преподаватель вместе с учащимися отметили, что отрезки AB и A_1B_1, CD и C_1D_1 равны и параллельны, что было установлено непосредственным измерением.

Переход к более отвлеченным построениям, не связанным с материальным объектом, уже не вызывал каких-либо трудностей. Так, учащиеся без труда произвели построение трех точек, симметричных другим трем точкам относительно центра (рис. 33). На доске были нанесены три точки A, B, C. Учащиеся вызывались к доске и выполняли необходимые построения. Соединив точки A, B, C и A_1, B_1, C_1 отрезками прямых и получив треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, учащиеся доказали то, что ранее было установлено измерением на частном случае: фигуры, симметричные относительно центра, равны. Насколько выгодно такое методическое построение урока, говорит следующий факт.

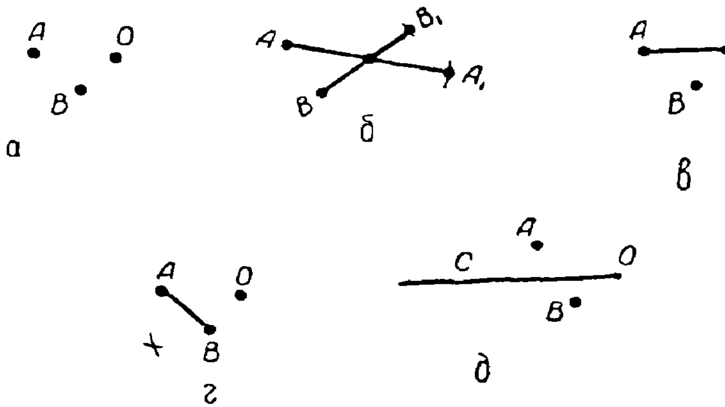


Рис. 34.

В параллельном VII классе, где преподавание вел тот же учитель, что и в экспериментальном, изучение геометрии проходило обычным порядком и не увязывалось с производственной работой учащихся в мастерских. Раскрывая содержание темы «Центральная симметрия», учитель напомнил свойства фигур, симметричных относительно оси, и указал, что теперь они рассмотрят новый случай расположения фигуры. Учитель показал на большом листе бумаги точки и фигуры, симметричные относительно центра. Затем аналогичные построения были сделаны на доске и наконец, было дано определение понятия точек, симметричных относительно центра. После этого было предложено выполнить следующее задание: по двум данным точкам построить симметричные им точки относительно заданного центра (рис. 34, *а*, *б*), опираясь при этом на только что данное определение. Вызванные к доске один за другим трое учащихся испытывали затруднение в выполнении данного задания. Один из них соединил точки *А* и *О* (рис. 34, *в*); другой, соединив точки *А* и *В*, начал делить циркулем отрезок *АВ* пополам (рис. 34, *г*); третий провел через точку *О* прямую между точками *А* и *В* и на одном из ее концов поставил букву *С* (рис. 34, *д*).

Несмотря на детальный разбор понятия точек, симметричных относительно центра, сопровождавшийся применением обычных наглядных пособий, учащиеся пока еще не были в состоянии решить предложенную задачу.

Пытаясь все-таки довести до ясного понимания тему урока, учитель воспользовался деталью (накладкой), которую учащиеся изготовляли в мастерских (рис. 4) и которая успешно использовалась в параллельном классе при прохождении темы.

Прежде всего учащиеся с удовлетворением отметили, что эта деталь им хорошо знакома: они ее изготовляли в мастерских и знают ее назначение (рис. 4, *а*). Учитель предлагает внимательно рассмотреть расположение отверстий (заметим, что рассмотрению детали в классе предшествовало ее изготовление в мастерской) и вычертить их вместе с деталью на доске и у себя в тетрадях. К доске был вызван ученик, который под руководством преподавателя построил прямоугольник, провел оси симметрии и затем, глядя на деталь, примерно нанес три отверстия: *А*, *В* и *С* (рис. 35). То же самое сделали учащиеся у себя в тетрадях. Рассматривая деталь, они обнаружили, что другую тройку отверстий можно поставить в соответствие первой тройке и что эти отверстия попарно лежат на одной прямой по разные стороны от точки *О* и на равном от нее расстоянии. Дальнейшее построение было выполнено очень быстро.

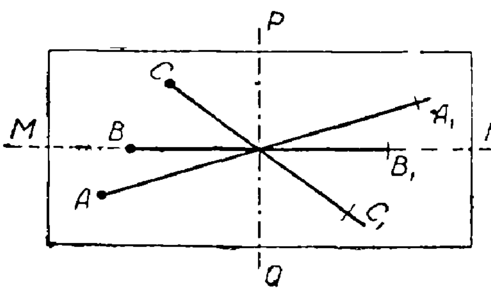


Рис. 35.

Учащимся стало ясно, что из точек *А*, *В* и *С* через центр *О* надо провести лучи и по другую сторону точки *О* отложить соответственно равные отрезки. После такой доработки материала усвоение системы понятий, относящихся к теме «Центральная симметрия» и их определений пошло значительно легче, ибо содержание теоретического материала в данном случае было положено на прочную наглядную основу реального предмета, изготовленного в процессе личной деятельности учащихся.

* * *

Ниже мы ограничимся главным образом подбором задач, вопросов и практических работ на уроках геометрии в VIII классе в соответствии с текущим программным материалом.

Методические указания к предлагаемым упражнениям по программе VIII класса будут значительно сокращены, так как они в достаточной мере были даны в предыдущем изложении.

8. Измерение отрезков. Площади фигур. Теорема Пифагора. Построение алгебраических выражений. Центральная симметрия и параллельный перенос

По материалам ученических изделий (угольника, струбцинки, картонной коробки, совка) учитель предлагает учащимся следующие вопросы и упражнения:

1) Найти периметр угольника (рис. 36). Отрезки измерить с точностью до 1 *мм*.

2) Можно ли с помощью измерительных инструментов установить, что некоторые пары отрезков, входящие в периметр угольника, являются несоизмеримыми?

Почему в повседневной практике измерений любая пара отрезков считается соизмеримой?

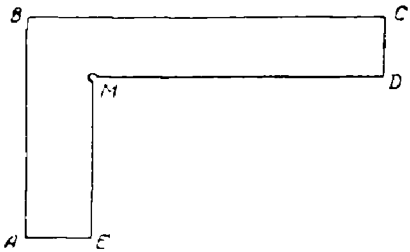


Рис. 36.

3) Какая общая мера при измерении отрезков была вами использована для решения задачи о периметре угольника?

4) При пересечении изображений угольника (рис. 37—40) прямой, проходящей через точку M, на одном из рисунков образовались подобные фигуры. Назовите их и дайте обоснование подобия этих фигур.

5) Напишите формулы для вычисления площади каждой из фигур, входящих в состав угольника (рис. 37—40).

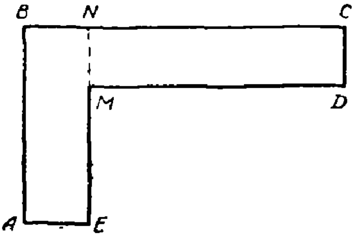


Рис. 37.

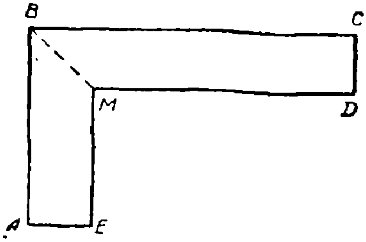


Рис. 38.

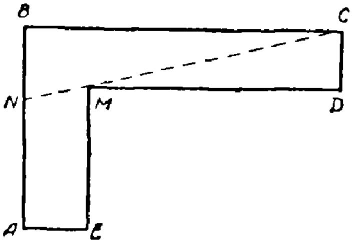


Рис. 39.

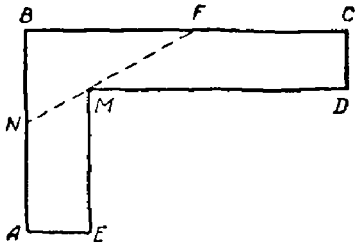


Рис. 40.

6) Будет ли фигура угольника иметь одинаковую площадь, если для ее подсчета использовать разносоставленные фигуры угольника (например, рис. 39 и 40)?

7) Составьте возможные формулы для вычисления площади фигуры угольника (рис. 38) и по одной из них произведите вычисление.

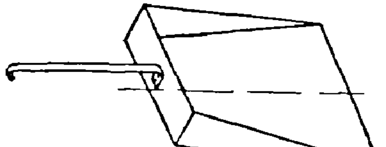


Рис. 41.

8) Вычислить площадь основания совка с точностью до 1 *см²* (рис. 41). Предварительно найти измерением необходимые данные.

Затем в классе проводится лабораторная практическая работа по измерению отрезков.

Для этой цели на каждых двух учащихся раздается по одной струбцинке и штангенциркулю.

На доске укрепляется крупный чертеж струбцинки в двух видах. На чертеже размеры детали не указаны: на соответствующих местах поставлены лишь условные номера размеров (рис. 42).

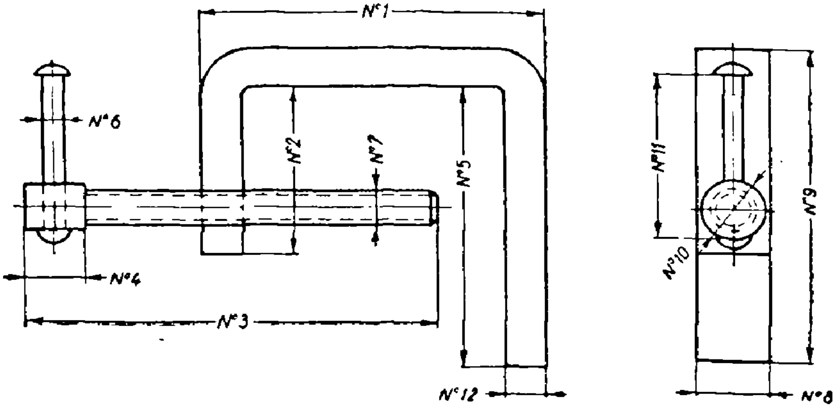


Рис. 42.

Все размеры занумерованы и потому каждая пара учащихся, производя работу индивидуально, дает учителю числовой материал по результатам измерений. Полученные данные заносятся в приводимую здесь таблицу.

№ размеров	величина размеров (в мм)
1	77
2	45
3	95
4	15
5	70
6	5
7	8
8	16
9	78
10	12
11	40
12	8

Аналогичная таблица заполняется одним из учащихся на доске, который проводит измерение по настенному чертежу. Если измерения проведены правильно, то отклонения от контрольных размеров у большинства учащихся будут незначительны. На материале этой практической работы учитель организует разбор основных понятий, относящихся к теме «Измерение отрезков»: длина отрезка, длина суммы нескольких отрезков, аксиома Архимеда, переход от одной единицы измерений к другой и пр.

Учащиеся VIII класса принимали участие в изготовлении картонной коробки (рис. 43).

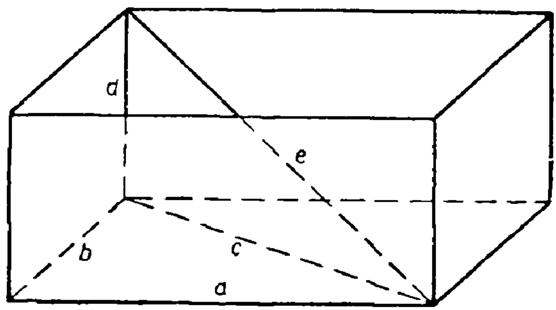


Рис. 43.

Рассматривая форму коробки и ее развертку (рис. 44), можно поставить ряд вопросов для повторения тем осевой и центральной симметрии. На этом же пособии можно эмпирически изучить некоторые понятия стереометрии: двугранный угол, параллельные плоскости, параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, перпендикулярные плоскости. Кроме того, предлагаются следующие упражнения, выполнение которых осуществляется в разное время в соответствии с порядком прохождения программы.

1) Дно коробки представляет собой прямоугольник. Его площадь определяется по формуле $S = ab$. Найти площадь дна коробки, если $a = 220$ *мм*; $b = 105$ *мм* (с точностью до 0,1 *дм*).

2) Точно или приближенно измерены стороны прямоугольника и его площадь? С какими целями производится округление результатов вычислений (в данном случае площади дна коробки)? Дайте объяснение.

3) Длина и ширина заготовки дна коробки характеризуется следующими числами: 305 *мм* и 420 *мм*. Какие общие меры можно указать для этих двух отрезков?

4) Решить следующие задачи:

а) Определить длину диагонали дна коробки. С какой точностью должно быть вычислено значение корня?

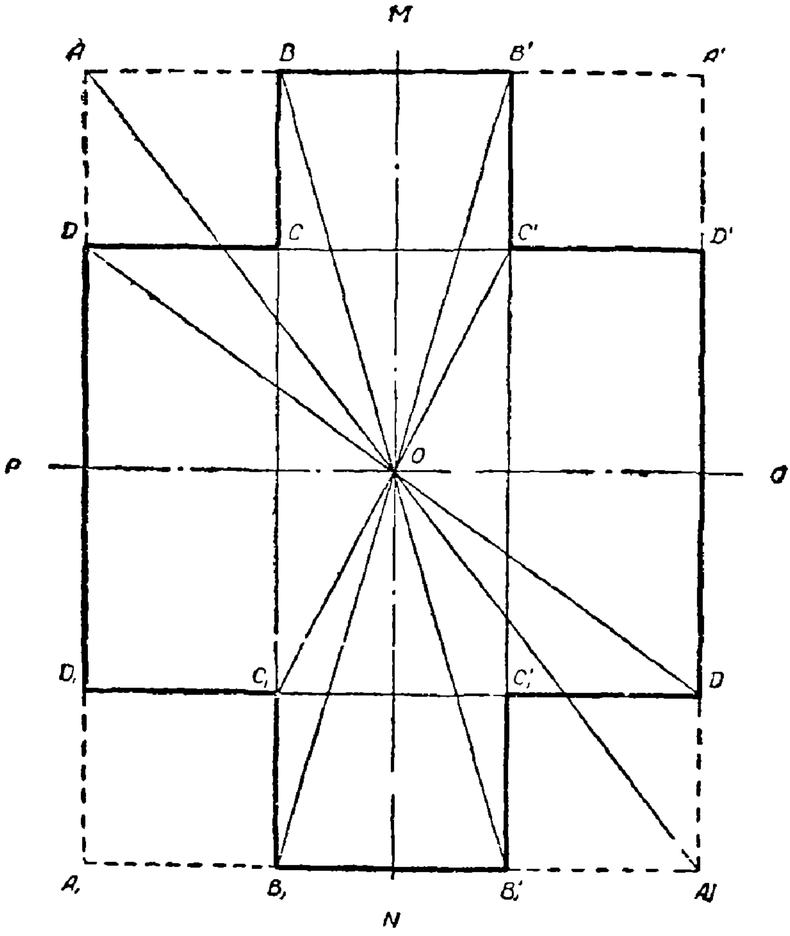


Рис. 44.

б) Определить длину диагонали коробки (рис. 43).

$$c^2=a^2+b^2;\ l^2=c^2+d^2;\ l=\sqrt{a^2+b^2+d^2}$$

С какой точностью должно быть вычислено значение величины l?

5) Какого измерения выражение $\sqrt{a^2+b^2+d^2}$? Можно ли это выражение построить с помощью циркуля и линейки, если известны соответствующие отрезки?

6) Построить выражение $\sqrt{a^2+b^2+d^2}$ по трем заданным отрезкам.

7) На развертке коробки (рис. 44), изображенной на большом листе бумаги или на доске, показать примеры точечного взаимно однозначного соответствия.

8) На рисунке 44 показать гомотетичные фигуры.

В частности, квадрат $ABCD$ гомотетичен квадрату $A'_1B'_1C'_1D'_1$. В данном случае имеет место отрицательная гомотетия с коэффициентом преобразования —1. Центральная симметрия есть частный случай отрицательной гомотетии.

Поскольку фигуры $ABCD$ и $A'_1B'_1C'_1D'_1$ гомотетичны, то они вместе с тем и подобны. Гомотетия есть частный случай подобия. Кроме того, следует отметить, что фигура $ABCD$ равна фигуре $A'_1B'_1C'_1D'_1$. Равенство фигур есть частный случай подобия. В этом случае коэффициент подобия, который определяется отношением сходственных сторон (в данном случае равных), равен 1.

Отмечается, что фигуру $BB'C'C$ можно получить из фигуры $C_1C'_1B'_1B_1$ путем параллельного переноса. Параллельный перенос есть частный случай положительной гомотетии с коэффициентом преобразования +1.

9. Расположение прямых и плоскостей в пространстве

(на материале изготовления моделей кристаллографических систем координат)

Учащиеся VIII класса в процессе работы в мастерских познакомились с кристаллографическими системами координат. Под руководством мастеров они изготовили семь видов моделей кристаллов. Для их изготовления использовались отрезки толстой стальной проволоки для осей и тонкая медная для ребер кристалла.

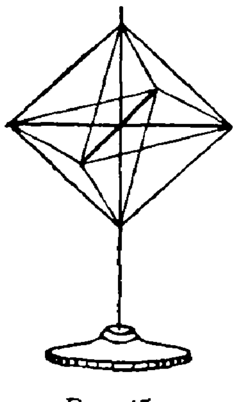


Рис. 45.

Работа по изготовлению кристаллографических моделей позволила опытным путем познакомить учащихся со следующими вопросами стереометрии.

1) Возможное расположение прямых в пространстве: параллельность,

пересечение, скрещивание. Через одну точку в пространстве можно провести сколько угодно прямых.

2) Положение плоскости в пространстве вполне определяется: а) двумя пересекающимися прямыми, б) двумя паралельными прямыми; в) тремя точками, не лежащими на одной прямой; г) прямой и точкой, лежащей вне этой прямой.

3) Каждая из моделей кристаллов характеризуется тремя осями координат.

В эту характеристику входят: отношение полуосей a, b, c и углы между ними α, β, γ. Так для кубической системы координат (рис. 45) имеют место следующие соотношения $a = b = c$, $\alpha=\beta=\gamma=90^0$; ромбическая система координат (рис. 46) характеризуется тем, что $a \neq b \neq c$; $\alpha=\beta=\gamma=90^0$.

Точка пересечения осей координат называется началом координат.

4) Через одну прямую можно провести сколько угодно плоскостей.

5) Через одну точку можно провести сколько угодно плоскостей.

6) Две плоскости могут *быть либо параллельны, либо* пересекаться. Если они пересекаются, то линия пересечения является их общей прямой.

7) Каждый из кристаллов представляет собой многогранник (перечисляются уже ранее известные им многогранники). Рассматриваются основные элементы многогранников. вершины, ребра, грани.

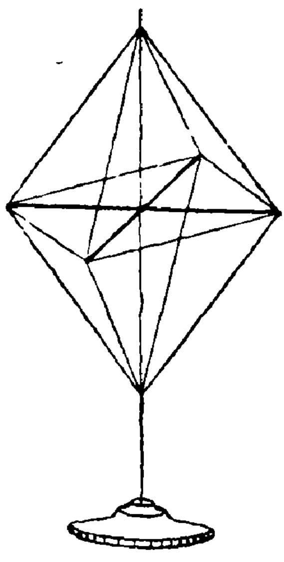


Рис. 46.

* * *

Наблюдения учащихся на уроках машиноведения, а также непосредственная работа на различных станках дали хороший материал для иллюстрации различных форм преобразований, изучаемых в геометрии. Пользование контрольно-измерительными приборами, выполнение изделий по заданным чертежам также дали возможность выделить ценный дидактический материал для изучения содержания одной из основных проблем геометрии — проблемы измерения.

В четвертой четверти учебного года учащиеся VIII класса под нашим руководством проходили производственную практику на промышленном предприятии. В течение трех недель они обучались и постепенно включались в различные виды работ механосбороного цеха Московского карбюраторного завода. Работая на сборке самых различных узлов карбюратора и другой номенклатурной продукции, учащиеся приобрели хорошие навыки слесарей-сборщиков, существенно пополнили свои технические знания.

Параллельно с производственным обучением часто появлялась возможность знакомить учащихся с применением геометрии в заводских условиях. Понятно, что такое знакомство шло главным образом в рамках программы школьного курса геометрии.

10. Геометрические преобразования

Массовое серийное производство какой-либо продукции требует изготовления одинаковых деталей в больших количествах. Детали каждого наименования, если не принимать во внимание допустимые отклонения в размерах, являются равными фигурами и, следовательно, подобными с коэффициентом подобия, равным 1.

Производство и совмещение равных фигур настолько широко распространено в окружающей жизни, что не останавливает на себе взгляда для математической оценки этого явления. Факт геометрического равенства, и, следовательно, подобия двух или нескольких друг за другом изготовленных деталей не сразу осознается учащимися. Они даже несколько удивляются, что сложные геометрические понятия, изучавшиеся на уроках, имеют необычайно широкое применение в заводском производстве.

Присматриваясь к работе станков и механизмов, учащиеся давали с нашей помощью геометрическую оценку различным видам механического движения.

Для этой цели наиболее выгодно рассматривать кинематические схемы работы механизмов, дающие интересный материал для иллюстрации различных видов геометрических преобразований.

1) Возвратно-поступательное движение осуществляется в границах отрезка прямой линии. Вся конфигурация детали механизма смещается параллельно самой себе, на один и тот же отрезок. Деталь сохраняет заданную ориентацию в пространстве. С геометрической точки зрения это движение истолковывается как параллельный перенос (см. положения ползуна B на рисунке 47).

2) Движение по окружности какой-либо части механизма вокруг общего центра. Это движение может совершаться как по дуге в несколько градусов, так и по полной окружности.

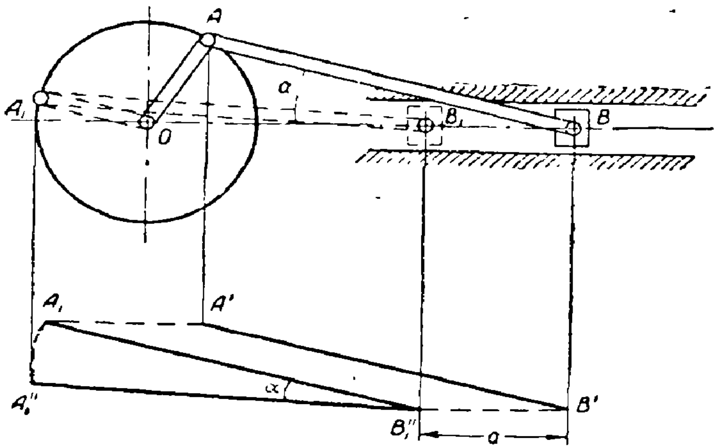


Рис. 47.

При этом любой ориентированный отрезок, отмеченный на детали, поворачивается на угол, одинаковый для всех точек данного отрезка. Это движение истолковывается как преобразование вращения.

3) Отдельные части кривошипно-шатунного механизма совершают движение, которое является суммой возвратно-поступательного и вращательного движений. С геометрической точки зрения здесь одновременно осуществляется преобразование параллельного переноса и преобразование вращения. Благодаря этому один вид механического движения преобразуется в другой (рис. 47). Ползун B по направляющим стойкам совершает возвратно-поступательное движение, что интерпретируется как преобразование параллельного переноса. Кривошип AO совершает вращательное движение. Отре-

зок A_1O получается из отрезка AO вращением вокруг точки O.

Шатун AB, перемещаясь в положение A_1B_1, совершает суммарное движение, которое в геометрической интерпретации представляет произведение двух преобразований: параллельного переноса на отрезок a и поворот на угол α.

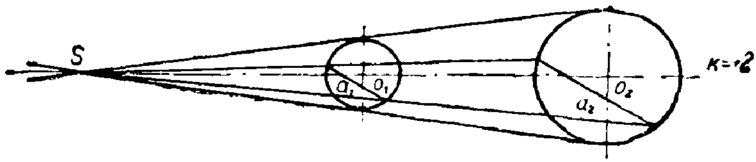


Рис. 48.

Механизмы передач вращательного движения в одной плоскости (ременная, зубчатая, цепная, фрикционная) геометрически интерпретировались как произведение преобразований гомотетии и вращения. При этом так называемое передаточное число рассматривалось в связи с коэффициентом гомотетии.

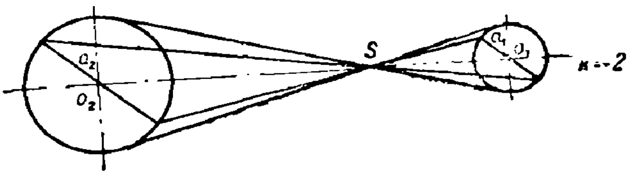


Рис. 49.

При анализе работы механизма ременной передачи устанавливается следующее:

1) передаточные шкивы можно рассматривать как гомотетичные окружности. Две окружности, лежащие в одной плоскости, всегда гомотетичны — центр гомотетии лежит на линии центров.

2) Центр гомотетии лежит в точке пересечения внешних или внутренних касательных — в зависимости от типа передачи (прямой или перекрестной).

Прямая передача (рис. 48) обеспечивает вращение ведущего и ведомого шкивов в одном и том же направлении. Такое расположение шкивов и передаточного ремня соответствует положительной гомотетии. На рисунке 48 $k = +2$.

Если же используется перекрестная передача, то ведомый и ведущий шкивы вращаются в противоположных направлениях (рис. 49). Перекрестная передача соответствует отрицательной гомотетии. На нашем рисунке $k = -2$.

3) Коэффициент гомотетии определяется как отношение сходственных отрезков: $k=\frac{a_2}{a_1}$. Передаточное число определяется как отношение диаметров: $i=\frac{D_2}{D_1}$. Следовательно, $i=k$.

4) Произведение преобразования вращения (вращение шкива O_1 на угол α) на преобразование гомотетии с коэффициентом, равным k (движение ремня от шкива O_1 к шкиву O), дает в результате новое преобразование — вращение вокруг нового центра с углом поворота $k\cdot\alpha$.

В случае если шкивы равны (т. е. равны их диаметры), то коэффициент гомотетии, а следовательно, и передаточное число равно ± 1.

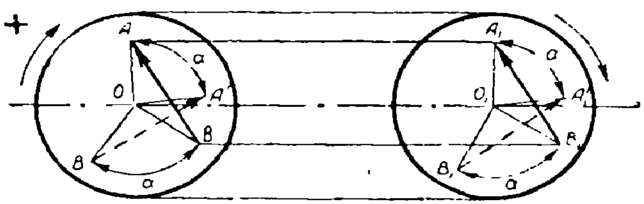


Рис. 50.

При этом представляются два случая.

Если $k = +1$, то имеет место произведение преобразований вращения и параллельного переноса. В результате получается вращение на тот же самый угол: $(+1)\cdot\alpha=\alpha$, но перенесенное на некоторый отрезок OO_1 (рис. 50).

Если $k = -1$, то имеет место произведение преобразований вращения и центральной симметрии. Новое преобразование является также вращением с тем же углом поворота, но противоположно ориентированное: $(-1)\cdot\alpha=-\alpha$ (рис. 51).

Учащиеся имели возможность рассматривать работу кулачковых механизмов. Их назначение состоит в том, чтобы, например, простое вращательное движение по-

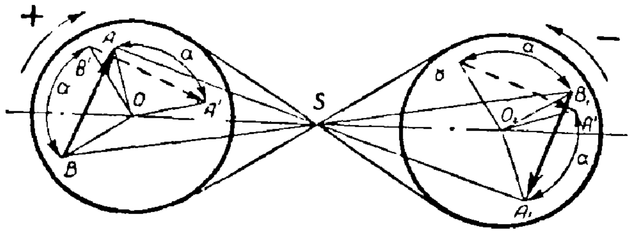


Рис. 51.

средством кривой линии, определяющей рабочую поверхность кулачка, преобразовать в сложное неравномерное прямолинейное движение толкателя (рис. 52). Некоторые кривые линии, определяющие рабочие поверхности кулачков, могут быть изучены в старших классах (например, спираль Архимеда).

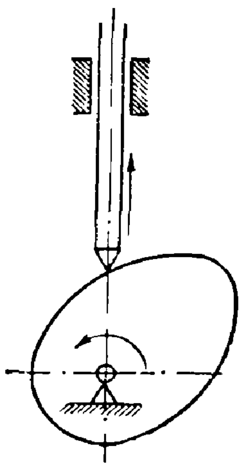


Рис. 52.

Учащиеся рассматривали также и многие другие кинематические схемы механизмов, где наглядно можно было показать, как один вид движения преобразуется в другой. Так, например, в реечной передаче возвратно-поступательное движение зубчатой рейки преобразуется во вращательное движение зубчатого колеса (и наоборот) (рис. 53). Рейка по отношению к зубчатому колесу расположена как касательная к окружности (рис. 54).

В винтовом механизме вращательное движение преобразуется в поступательное. Принцип этого механизма имеет самое широкое применение в быту и технике: например, свертывание гаек и болтов, ввинчивание шурупов, работа подъемных машин-домкратов и пр. Следует отметить, что в отличие от рассмотренных выше преобразований движения, которые осуществлялись в одной плоскости, движение по винтовой линии есть результат сложения

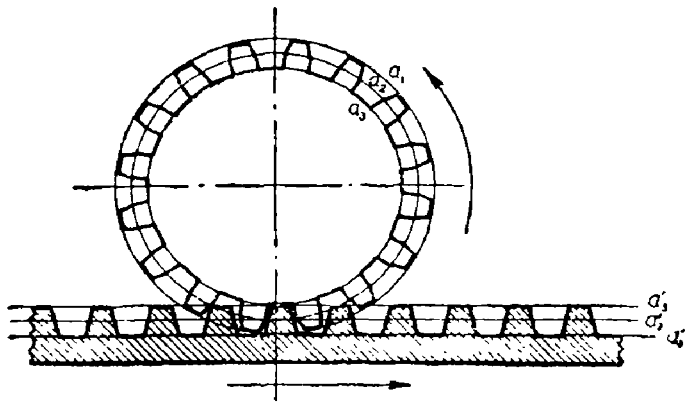


Рис. 53.

двух движений, совершающихся в перпендикулярных плоскостях.

Основная цель геометрических интерпретаций различных кинематических пар состояла в том, чтобы показать

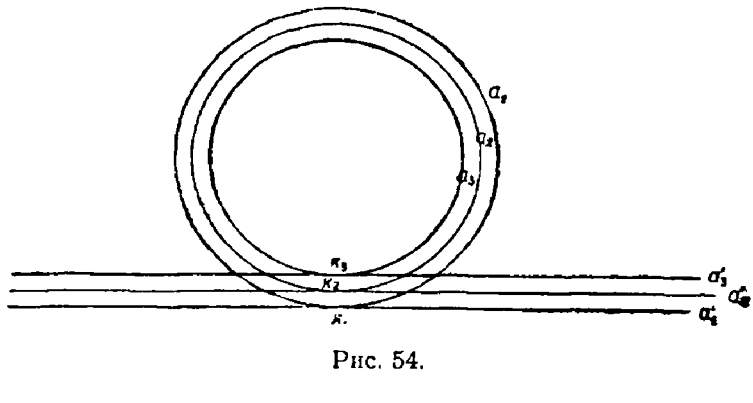


Рис. 54.

учащимся, сколь широко применяется одна из основных идей геометрии — идея преобразования — в технике, что в значительной мере помогает конкретнее и глубже усвоить курс школьной геометрии и лучше понять свою работу у станка.

В процессе заводской производственной практики учащиеся знакомились с чертежами деталей, употребляемых в сборке.

Умение читать технический чертеж, полезное само по себе, также способствовало лучшему усвоению некоторых геометрических понятий. С этой целью внимание учащихся обращается на следующие факты.

Для правильного представления размеров плоской детали, представленной на чертеже, на нем указывается масштаб изображения, т. е. отношение сходственных отрезков фигуры объекта на чертеже и на самом объекте. Числовое значение масштаба можно рассматривать как коэффициент подобия оригинала и его изображение на бумаге. Обращается внимание, что мелкие детали вычерчиваются более крупно, с коэффициентом подобия большим 1. Если масштаб изображения указан $M = 2:1$, то, следовательно, коэффициент подобия $k = 2$. Если изображение детали дано в натуральную величину, т. е. $M = 1:1$, то $k = 1$. Наконец отмечаются случаи, когда изображение в той или иной степени уменьшено по отношению к оригиналу. Например, при масштабах изображения $M = 1:2$; $M = 1:5$, коэффициент подобия меньше 1 и соответственно равен $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{5}$.

Для сравнения изображения и оригинала в целях лучшего понимания их взаимной связи учащимся рекомендуется чертеж и деталь располагать относительно друг друга таким образом, чтобы сходственные отрезки были параллельны и одинаково направлены. Такое расположение чертежа детали и самой детали связывает их как гомотетичные фигуры. Поскольку сходственные отрезки одинаково ориентированы, имеет место положительная гомотетия, что особенно удобно для сравнения чертежа и оригинала детали.

С пользой для учащихся можно в производственных условиях напомнить им о прямой и обратной гомотетии.

Если оригинал, т. е. изображаемую на чертеже деталь, принять за исходную фигуру, а ее ориентированный чертеж как результат гомотетичного преобразования, то будет иметь место прямая гомотетия. Это явление действительно имеет место в тех случаях, когда с данного образца изделия изготовляется технический чертеж.

Если же принять за исходную фигуру чертеж детали, а саму деталь рассматривать как результат гомотетичного преобразования, мы будем иметь обратную гомотетию. Явление обратной гомотетии по существу имеет место, когда рабочий, изготавливая деталь, периодически сравнивает ее с чертежом, контролируя процесс работы.

11. Приближенные числовые значения величин

(при измерении отрезков и углов)

Существенное познавательное значение имеет изучение учащимися размеров деталей, указанных на чертежах.

В порядке индивидуальных и групповых бесед, учащимся напоминаются основные положения теории измерения отрезков. Однако восстановление в памяти вопросов теории здесь осуществляется уже на практической основе.

В практических измерениях, сообщается учащимся, не представляется возможным абсолютно точно определить длину или какие-либо другие размеры предмета. Невозможно это сделать в силу того, что любой инструмент дает числовой результат с индивидуальной для него погрешностью. Кроме того, и сам измеряемый предмет, строго говоря, не имеет постоянной длины. Она изменяется под влиянием износа предмета, температурных, механических и других воздействий на него внешней среды.

По этой же причине невозможно изготовлять деталь абсолютно точно по размерам, указанным на чертеже. При самой тщательной обработке фактические размеры детали будут иметь некоторое отклонение от установленной нормы. Однако небольшие отклонения от нормы практически вполне допустимы. Но следует особо отметить, что эти отклонения строго регламентируются техническими требованиями, которые предъявляются не только к каждой детали в отдельности, но и каждому размеру данной детали.

Тот или иной размер детали считается известным, если известны его значения по избытку и по недостатку, т. е. границы, в которых находится истинное числовое значение размера.

Считается, что деталь удовлетворяет техническим условиям эксплуатации, если ее размеры колеблются в пределах допустимых отклонений. В случае нарушения этих требований возникают большие затруднения в сборке деталей в узел. Иногда приходится проводить дополнительную обработку, снимать излишний металл, если допущено превышение заданных размеров. Если же размеры детали ниже нормы, то ее приходится списывать в брак.

Изготовление деталей по размерам в границах установленных допусков позволяет организовать эффективный поточный способ сборки отдельных узлов и целых

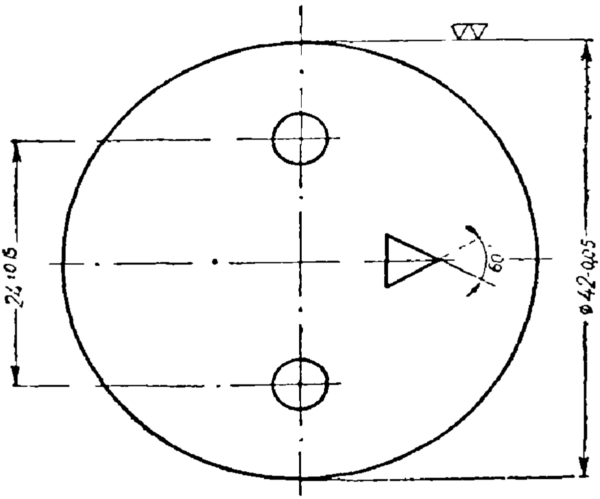


Рис. 55.

машин. В случае поломки детали или ее износа — всегда имеется возможность быстро заменить ее новой. Все это имеет большое народнохозяйственное значение.

На рабочих чертежах, которые рассматривают учащиеся, они видят, что вместе с заданным размером детали указываются также и допустимые отклонения. Суммарное значение этих отклонений (взятых по абсолютной величине) представляет собой разность численных значений размера по избытку и недостатку.

Учащиеся также отмечают, что допустимые отклонения, указанные на чертежах, встречаются трех типов: 1) отклонения по избытку и недостатку; 2) отклонения только по избытку; 3) отклонения только по недостатку.

Кроме того, они отмечают, что отклонения от заданных размеров устанавливаются не только для линейных, но также и для угловых величин. Так, на чертеже, изображающем дроссельную заслонку карбюратора (рис. 55), учащимся указывается на следующее. Диаметр дроссельной заслонки задан в 42 *мм*. Отклонение до 0,05 *мм* допустимо только в сторону уменьшения диаметра. Расстояние между центрами двух круговых отверстий на заслонке задано в 24 *мм*. Отклонение в ту и другую сторону допускается в пределах до 0,15 *мм*.

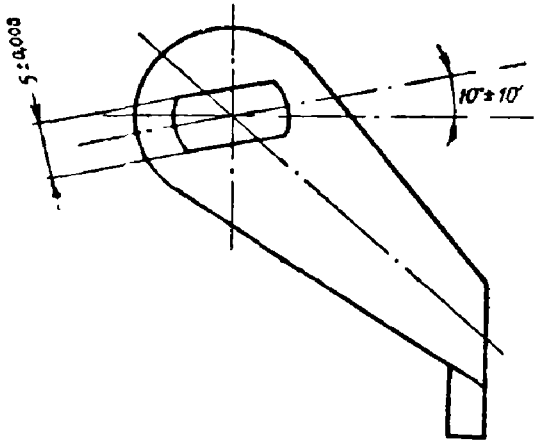


Рис 56.

На рычаге привода дроссельной заслонки (рис. 56) имеется отверстие в виде части круга (круг без двух равных сегментов с параллельными хордами). Расстояние между хордами задано в 5 *мм;* допустимое отклонение предусмотрено в обе стороны в пределах до 0,08 *мм*. Ось симметрии этого отверстия и одна из основных осей, определяющих положение рычага в сборке, образуют угол в 10°. При этом также указано возможное угловое отклонение от нормы в обе стороны в пределах 10 минут.

К вопросу о приближенных измерениях непосредственно также примыкает понятие чистоты обработки поверхности детали. Кроме точности изготовления детали по заданным размерам в пределах допустимых отклонений, практическое значение имеет чистота обработки поверхностей деталей, например, для трущихся частей машины. Учащимся сообщается, что вопросами точной обработки поверхностей занимается микрогеометрия. В качестве показателя качества обработанной поверхности используется средняя высота $H_{ср}$ микронеровностей, которая определяется как среднее арифметическое высот микронеровностей от гребня до дна впадины.

Учащимся указывается, что существует 14 классов чистоты поверхности, которые делятся на 4 группы. Для каждой группы установлены предельные значения $H_{ср}$ и введены специальные обозначения — указания на чертеже о заданной чистоте обработки поверхности. В качестве такого условного указателя используется значок треугольника. Первая группа чистоты обозначается одним треугольником ∇, вторая группа — $\nabla\nabla$ и т. д. На рисунке 55, где изображена дроссельная заслонка, имеется значок « $\nabla\nabla$ ». Это условное указание означает, что поверхность дроссельной заслонки должна быть обработана по второй группе чистоты, т. е. $H_{ср}$ — высота микронеровностей должна колебаться в пределах 20—40 микрон.

Ознакомление учащихся с понятиями допусков линейных и угловых размеров и чистотой обработки поверхности металла существенно помогает им в правильном понимании теории измерения отрезков, раскрывает смысл геометрической плоскости и поверхности, как отвлеченного образа, как продукта абстракции, который является различной степенью приближения к плоскостям или шире — поверхностям, реально существующим.

С целью более глубокого усвоения и практического применения теории измерения отрезков учащиеся знакомятся с различными видами измерительных инструментов. Это ознакомление шло по линии изучения их принципиального устройства и разрешающей точности измерений для каждого из них. Учащиеся устанавливают, что штангенциркуль дает точность до 0,1 *мм*, микрометр — до 0,01 *мм*, щупы — от 0,03 *мм* до 1 *мм*. Измерительный инструмент щуп, состоящий из набора узких пластинок различной толщины, предназначен для замера зазоров между различными деталями. Учащиеся также познакомились с новыми для них видами измерительного инструмента — калибрами и скобами. Калибры и скобы предназначаются для проверки размеров деталей главным образом поточного производства. Каждая измерительная скоба (или шаблон) предназначается для контроля какого-либо одного размера в пределах установленных для него отклонений для данной детали. Скоба имеет две контролирующие плоскости, расположенные на разных уровнях от основания скобы. Одна из них указывает предельное значение по избытку, другая — предельное значение, но по недостатку (рис. 57). Контрольные грани имеют специальные обозначения: «Пр» —

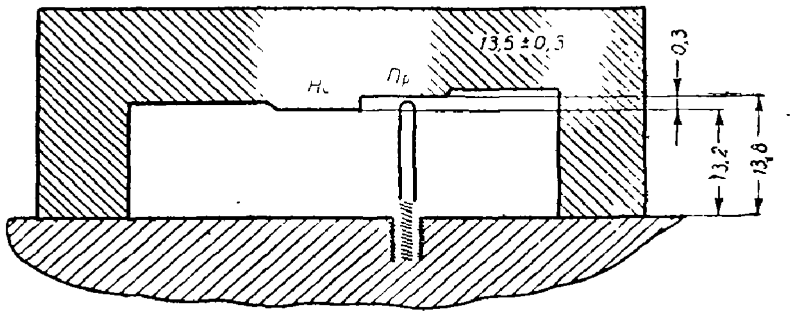


Рис. 57.

проходная (предельное значение по избытку) и «Не» — непроходная (предельное значение по недостатку).

Если один конец измеряемой детали находится на уровне основания скобы, а другой расположен между контрольными гранями, то считается, что размер детали доведен до технической нормы.

Измерительными скобами учащимся приходилось пользоваться при установке игольчатого клапана горловины карбюратора.

III. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

В данной работе мы старались показать, каким образом и на какие явления и объекты трудового процесса возможно обратить внимание учащихся с тем, чтобы содействовать более глубокому пониманию систематического курса геометрии.

Изучение геометрии в сочетании с работой учащихся в мастерских оказывает заметное влияние на понимание вопросов теории, иногда весьма тонких. Нам неоднократно приходилось наблюдать, как такое совмещение общего понятия, отвлеченного геометрического образа и живого примера из личной деятельности учащегося раскрывало перед ним совершенно по-новому содержание книжных знаний. Хотя это содержание оставалось все тем же, но, совмещенное с вещами, в которые вложена личная активность ученика, приобретало в его глазах новый смысл, который раньше был ему неизвестен.

Преимущество предлагаемой методики преподавания геометрии было доказано всем ходом работы учащихся в течение учебного года и сравнительными результатами обучения в экспериментальных и обычных классах. Работая одновременно в обычных и экспериментальных классах, учителя постоянно отмечали более высокую активность и интерес к предмету геометрии у учащихся экспериментальных классов. Но, конечно, овладение новыми приемами работы было сопряжено с методическими и организационными трудностями. Надо было добиться согласованной работы с преподавателями труда как в подборе предметов для изготовления в мастерских, так и в методике обучения, не нарушая при этом программу трудового обучения. Надо было также умело и понятно разъяснить учащимся задачу сбора материала, воспитывать у них наблюдательность и умение давать геометрическую оценку того, что они делают в мастерской, какими инструментами работают и какие при этом выполняют операции. Надо было также лично самому учителю периодически посещать мастерские, с тем, чтобы быть в курсе дела. Установление связи между теоретическим курсом геометрии и ее практическим приложением в технике успешно может осуществляться лишь при направляющей и организующей роли учителя математики.

Опыт нашей работы показывает, что со временем, когда учащиеся втянутся в работу, лучше поймут поставленную перед ними задачу, руководство учителя в виде непосредственной помощи по каждому отдельному вопросу заменяется общими указаниями по целым разделам курса геометрии. Однако на учителе по-прежнему остается работа по обобщению и методическому переосмысливанию материала, собранного учащимися и им самим для подготовки к использованию его на уроках геометрии. Наладив работу организационно и освоившись с новой методикой, учитель быстро овладевает ритмом ведения учебного процесса без каких-либо больших специальных затрат времени как личного для подготовки к урокам, так и времени учащихся для выполнения домашнего задания.

В связи с предлагаемой методикой преподавания геометрии у некоторых читателей могут возникнуть вопросы относительно планирования и организации учебного процесса. Прежде всего напрашивается такой вопрос: должно ли систематическое изучение какого-либо раздела курса геометрии предшествовать наблюдению и сбору фактического материала учащимися в школьных мастерских или же, наоборот, наблюдения учащихся под руководством преподавателя должны предшествовать систематическому изучению данного раздела?

Дело заключается в том, что последовательное изучение курса геометрии не всегда может дать такие знания, которые необходимы в данный момент для работы учащихся в мастерских. Оба эти процесса (обучение и труд) на разных этапах взаимно или опережают, или отстают друг от друга.

Не нарушая системы трудового обучения, можно успешно проводить сбор материала в мастерских для изучения текущих вопросов программы геометрии, организовать на базе этого материала активное повторение пройденных разделов курса и наладить пропедевтическое изучение важных для данного момента вопросов геометрии, но далеко еще стоящих в программе, как это мы, например, показали в очерке с введением элементов стереометрии.

Конкретно мы можем дать учителю следующие советы по планированию учебного процесса.

Прежде всего нельзя устанавливать какой-либо твердой очередности следования наблюдений и сбора материала в мастерских и его использования для целей изучения какого-либо отдельно взятого понятия, теоремы или даже целого раздела. Оба процесса совершаются параллельно. Учащиеся самостоятельно фиксируют свои наблюдения по уже пройденным разделам программы, тем самым постоянно закрепляя учебный материал при новых, изменяющихся материальных условиях трудового обучения. Учитель из этого круга наблюдений берет лишь те примеры, которые связаны с темой, повторяемой по плану к настоящему времени, например, когда изучалась тема «Параллельные прямые», а повторялась тема «Основные понятия» (введение). Для этой цели учитель использовал заготовки для аптечки — доски с шипами, которые изготовили к данному моменту учащиеся в мастерских. На материале этой работы были повторены понятия об углах, отрезках, измерении углов, действиях над отрезками, ломаной линии, ее периметре (рис. 5).

Используя для повторения материал, полученный в мастерских, учитель, имея в виду новую тему курса геометрии, либо лично, либо через преподавателя труда уже заранее обращает внимание учащихся на какие-либо новые, еще не изученные геометрические образы и их свойства. Так, завершая изучение темы «Параллельные прямые», учитель предложил учащимся внимательно рассмотреть расположение отверстий на накладке для крепления деревянных планок (рис. 2, *а, б, в*), соединить их в определенные пары, измерить расстояние от отверстий до точки пересечения осей симметрии. Собственные наблюдения учащихся обогатили их представления некоторыми новыми геометрическими образами, хорошо подготавливая их к восприятию теоретического материала по новой теме.

Часто случалось и так, что первое ознакомление с новым материалом начиналось кратким сообщением новых понятий. Учитель ставил очередную задачу для наблюдений и затем, когда учащиеся достаточно накапливали некоторый материал наблюдений, вновь возвращался к данному понятию, раскрывая и закрепляя его содержание в сознании учащихся. Конечно, первое ознакомление с новой темой и постановка задачи на наблюдение в мастерских не займут всего урока, поэтому надо планировать урок так, чтобы оставшееся время урока использовалось для выполнения различных упражнений и повторения пройденного.

Поставленный нами выше вопрос об этапах овладения учащимися геометрическими знаниями имеет лишь тогда смысл, когда речь идет о некоторой группе понятий или об отдельной теме. Если же сделать обзор всего курса геометрии за целый год, то можно сказать, что повторение пройденного материала, изучение нового в данный момент и подготовка к последующим разделам происходит непрерывно.

Второй вопрос, который может быть поставлен учителем, заключается в допустимости использования объемных тел для изучения свойств плоских фигур. Учащиеся изучают курс планиметрии, а объекты труда в мастерских, на которых строится изучение этого курса,— предметы трех измерений. Мы не видим здесь чего-либо противоестественного. Во-первых, потому, что, рассматривая такие трехмерные предметы, учащиеся сами активно участвуют в абстрагировании плоских фигур от трехмерных тел, изучая их свойства. Во-вторых, участвуя в этом процессе, они постепенно подготавливаются к изучению систематического курса стереометрии.

В процессе своей работы мы не боялись употреблять некоторые стереометрические термины, поскольку они допускают наглядную демонстрацию и доступны пониманию. Такие термины, как, например, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельные плоскости, перпендикулярные плоскости, очень часто встречаются в производственной практике учащихся и потому без затруднения могут быть ими поняты.

Построение методики преподавания геометрии на основе работы учащихся в школьных мастерских не является единственным средством связи обучения с жизнью, с практикой. Для достижения этой цели нами также были организованы специальные геометрические экскурсии. В этом очерке мы можем лишь перечислить эти экскурсии, более подробно остановившись на одной из них. Так, в программе наших мероприятий по политехническому обучению были осуществлены следующие работы:

1. Построение контура плана школьного двора и прилегающих к нему территорий: парка, сада, опытного поля, спортивной площадки, ручья, дороги (VII класс).

2. Построение маршрута пути учащихся от школы до дома (VI класс).

3. Изучение устройства теодолита и практическая работа с ним при определении недоступных расстояний на поверхности земли и высоты строений (VIII класс).

4. Экскурсия на завод «Динамо» на тему «Геометрические фигуры в технических изделиях» (VI—VII классы).

5. Экскурсия на выставку технического творчества учащихся школ трудовых резервов на тему «Использование геометрических знаний при техническом конструировании» (VI—VII классы).

6. Экскурсия в политехнический музей (в отдел топливной промышленности) на тему «Как геометрия служит технике» (VI—VII классы, статья опубликована в журнале «Математика в школе», № 3, 1959 г.).

7. Экскурсия в Музей архитектуры на тему «Как геометрия служит архитектуре» (VI, VII классы).

Остановимся несколько подробнее на содержании последней экскурсии.

Вначале экскурсовод познакомил учащихся с историей возникновения Донского монастыря-крепости, на территории которого расположен музей. Затем учащиеся под руководством экскурсовода приступили к изучению сооружений, расположенных на территории музея, с точки зрения геометрии.

В основе плана монастыря лежит квадрат. Сторонами этого квадрата являются стены монастыря. Экскурсовод показывает схематический план. Стены сходятся друг с другом, образуя прямые углы. Учащиеся зарисовывают план территории монастыря. У них на планшетах появляется квадрат в масштабе 20 *м* в 1 *см*. Сторона квадрата была оценена в 220 метров. Противоположные углы квадрата соединяются отрезками прямых линий, которые являются диагоналями квадрата. Но эти линии можно назвать и биссектрисами, или равноделящими, потому что они делят углы квадрата на две равные части. В точке пересечения диагоналей квадрата построено главное здание собора. На углах этого квадрата расположены башни. Учащиеся отметили, что эти башни имеют форму цилиндра, наиболее выгодную для кругового наблюдения за местностью.

Большой собор был построен в XVII веке. Обращается внимание на белые наличники окон, ярко выделяющиеся на фоне красной стены. Эти наличники имеют форму полукругов.

После этого класс под руководством экскурсовода приступил к составлению плана. Каждому учащемуся в соответствии с размером его планшета помогли выбрать масштаб 1 : 2000 или 1 : 1000. Они активно включились в работу и установили, что линии, изображающие крепостные стены, — отрезки прямой линии, что диагонали, хотя и воображаемые отрезки прямых линий, соединяют вершины противоположных углов. Построение диагоналей необходимо для нахождения точки, в районе которой сооружено главное здание. Учащиеся сами установили, что углы квадрата после деления их диагональю разбились на пары углов по 45° (рис. 58). Тогда их внимание было обращено на то, что треугольники, имеющие при основании равные углы, называются равнобедренными треугольниками. В этом они имели возможность тут же убедиться: они сами видели, что главный собор находится на одинаковом расстоянии от любой из угловых башен.

Затем экскурсовод предложил осмотреть архитектурные сооружения малых форм. Для осмотра предлагается памятник отцу русской авиации Жуковскому Н. Е. (рис. 59). Памятник сделан из серого гранита. Отмечается, что гранитные плиты, из которых построен памятник, имеют форму параллелепипедов. Учащиеся начертили фасад и план памятника, шагами измеряя длину сторон ограды.

Затем им показали памятник Чаадаеву. Были сняты размеры и измерены величины углов. Но так как размеры снимались на глаз, между учащимися часто разгорался спор. Они с увлечением производили зарисовку и измерение.

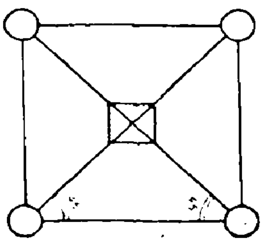


Рис. 58.

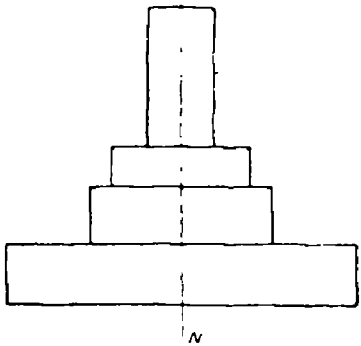


Рис. 59.

Затем экскурсия направилась в здание музея. Здесь сначала были показаны макеты архитектурных сооружений, созданных гениальным русским зодчим Баженовым: Большой Кремлевский дворец и дворец в Царицыно. Экскурсовод рассказывал, что несмотря на всю сложность этих сооружений, планировка и сочетание отдельных зданий имеет в своей основе простейшие геометрические формы и указывает конкретно, какие сочетания линий и геометрических тел Баженов использовал для решения этих замечательных архитектурных памятников. Вместе с тем он увязал этот рассказ с жизнью и деятельностью Баженова, обратив внимание учащихся на те трудности, которые пришлось преодолевать ему в условиях царизма. Такая связь элементов геометрии в архитектуре с историческими данными не только не мешала достижению поставленной цели перед экскурсией, а, наоборот, вызывала у учащихся еще больший интерес.

Затем экскурсовод рассказал об истории старого здания библиотеки им. В. И. Ленина, созданного также архитектором Баженовым. Это здание красиво потому, что архитектор нашел правильное соотношение между основными линиями. Так, например, отношение между длинами фасада и боковой стороны центральной части здания найдено им следующим образом: берется отрезок AB и в концах его A и B проводятся к нему два перпендикуляра (рис. 60). Если боковую сторону AB примем за 1, то длина фасада получается так: проведем биссектрису прямого угла A до пересечения с одним из перпендикуляров в некоторой точке C, длина отрезка биссектрисы AC принимается за длину фасада BD. Таким же образом были найдены размеры других частей этого здания. Чувство красоты вызывает также взаимная связь частей здания в единое целое.

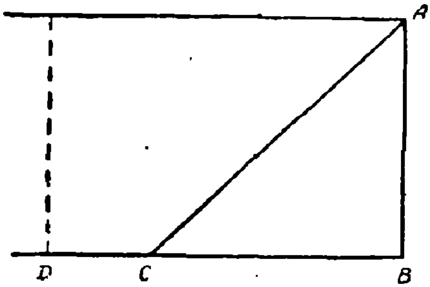


Рис. 60.

Центральные и боковые части здания расположены симметрично относительно главной оси MN, при этом размеры частей здания таковы, что все сооружение в целом можно вписать в равнобедренный треугольник (рис. 61).

Обращается внимание учащихся на то, что боковые крылья здания, связанные с центральной его частью переходами, представляют единое гармоническое целое, состоящее из кубов и параллелепипедов; центральная часть здания венчается башней с цилиндрическими колоннами. Цилиндрическими же колоннами, но значительно более крупными, украшен фасад здания.

Таким образом, учащиеся узнали, что архитектор Баженов строил свои красивые здания, опираясь на простые соотношения геометрических линий и форм.

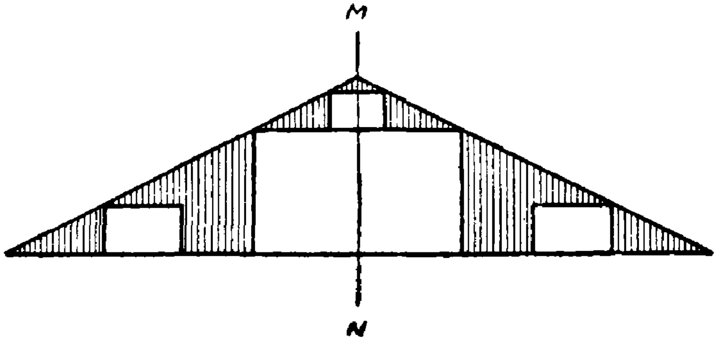


Рис. 61.

Затем экскурсия перешла к осмотру объектов строительства в советский период. Учащимся был показан генеральный план реконструкции Москвы, на котором они увидели сложную систему жилых кварталов, парков, улиц, пересекающихся под разными углами. Здесь им были показаны все виды углов, под которыми сходятся улицы, — острые, прямые и тупые, а также было разъяснено и показано образование вертикальных и смежных углов.

Подробно был рассмотрен макет типового сельского клуба (рис. 62). С помощью экскурсовода учащиеся установили, что дом представляет собой параллелепипед с прямоугольным основанием, что его четырехскатная крыша состоит из двух равнобедренных треугольников и двух равнобочных трапеций; на одном из скатов крыши имеется надстройка такая, что вместе с плоскостью этой части крыши она составляет трехгранную пирамиду.

Внимание учащихся обращается на макет стадиона в Сталинграде, территория которого вместе с трибунами для зрителей и спортивным полем имеет форму эллипса.

Затем были осмотрены макеты и фотографии Московского метрополитена. Захваченные исключительным интересом к геометрии, учащиеся обращали внимание своих товарищей, экскурсовода и преподавателя на различные геометрические соотношения: на дугообразный характер сводов станций, на параллельность колонн по

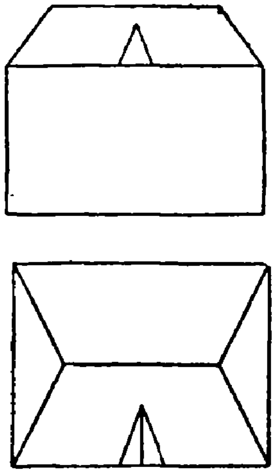


Рис. 62.

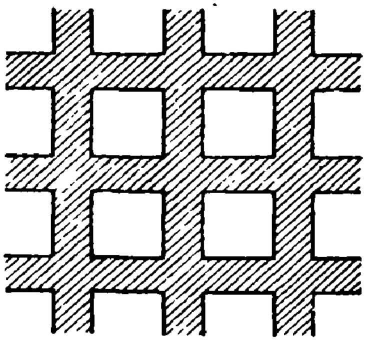


Рис. 63.

отношению друг к другу, на их перпендикулярность к полу. Всему этому учащиеся находили объяснение в необходимости прочного и красивого строительства.

Учащиеся установили, что лепной потолок станции «Белорусская» так нарисован, что получились украшения в виде выпуклых квадратов, шестиугольников, прямоугольников; а потолок на станции «Комсомольская» представляет собой два ряда параллельных балок, перпендикулярных друг к другу, вследствие чего вертикальные углы, которые они образуют, — все прямые (рис. 63).

У фотографии Мавзолея Ленина и Сталина экскурсовод рассказал историю создания этого замечательного архитектурного сооружения, о его простой и вместе с тем величественной форме, так хорошо гармонически сочетающегося с кремлевской стеной и кремлевскими башнями, Далее учащимся показали макеты высотных зданий в Москве. Подробно был осмотрен макет гостиницы на Комсомольской площади, хорошо известной всем учащимся. Отвечая на вопрос экскурсовода: «Какие геометрические формы вы здесь видите?», учащиеся обнаружили множество знакомых им геометрических тел, плоских фигур и взаимоотношений между линиями. Наконец, внимание учащихся обращается на формы и размеры строительных материалов — облицовочные плиты, блоки, кирпичи, лепные украшения.

В заключение экскурсии руководитель подвел учащихся к выводу о необходимости глубокого изучения геометрии, знание которой необходимо для активного участия в любом строительстве. Результаты наблюдений и зарисовок в музее соответствующим образом были оформлены учащимися в специальных тетрадях в виде сочинений и представлены учителю для оценки.

Таким образом, процесс образования геометрических понятий в сознании учащихся проходил через важнейший этап материального действия. Формирующиеся при этом знания, т. е. сложные ассоциации между материальным объектом, геометрическим образом и соответствующим словесным термином, носят устойчивый характер именно в силу значимости материального объекта. Значимость последнего определяется тем, что он был предметом непосредственного воздействия учащихся в условиях выполнения определенного производственного задания.

Введение в учебный процесс наглядного элемента в виде продуктов труда, рисунков и чертежей с них, а также воспроизводимых в памяти учащихся в нужный момент образов геометрических представлений в значительной мере активизирует познавательную деятельность учащихся. Операции отвлечения и обобщения, проводимые учителем, опираются прямо или косвенно на конкретные геометрические образы, существенные отличительные признаки которых были подмечены учащимися в результате специальных наблюдений. Именно это условие и обеспечивает включение всех учащихся в интересную работу, в которой содержательные математические факты усваиваются с пониманием дела. Она интересна не своей внешней занимательностью, а интересна потому, что ученику наконец-то стало понятно математическое содержание темы урока. Ученик, который не понимает или не вполне понимает происходящее на уроке, не может к содержанию этого урока проявлять какого-либо интереса.

Использование самого процесса работы учащихся в мастерских в качестве наглядной основы для изучения курса геометрии оказывает помощь не только в усвоении геометрических знаний, но и содействует пониманию ими научных основ производственного процесса. Сама задача проведения геометрического анализа процесса труда заставляет учащегося вдумываться в существенные признаки формы изготовляемых вещей и соответствующие этим формам приемы обработки, понимать смысл рабочего чертежа детали и специальных обозначений на нем, понимать конструктивные особенности инструмента.

Мы добивались, чтобы ленинский принцип пути познания истины — от живого созерцания к абстрактному мышлению и от него к практике, — правильно истолкованный в условиях педагогического процесса, получил бы свое должное отражение в методике преподавания геометрии.

Рекомендуя установить связь преподавания геометрии и трудового обучения, мы считаем, что это принесет большие выгоды для решения проблемы политехнического обучения. Здесь все под руками: и производственная база, и учителя труда, и учащиеся, которых легко контролировать и легко им помогать. Экскурсия на завод (в 545 школе она имела место в VI—VII классах на завод «Динамо»), в музеи, на строительную площадку дома и на другое производство должны обязательно иметь место в школе, но они должны быть заключительными мероприятиями. В условиях такого обучения указанные экскурсии принесут существенную пользу, поскольку понимание экспонатов музея и объектов заводского оборудования подготавливается постепенным развитием учащихся к геометрическому анализу окружающей действительности, и в особенности техники.

Кроме того, и сам производственный процесс в мастерских в результате его всестороннего изучения оценивается учащимися не только как физический труд, но и как труд интеллектуальный.

Методика экспериментального обучения учащихся геометрии не исчерпывалась, как это может показаться, реализацией принципа двусторонней связи между содержанием занятий в классе и учебным трудом в мастерских.

В данном очерке не представляется возможным изложить в полном объеме все вопросы преподавания геометрии как в плане развертывания всей программы курса геометрии VI—VIII классов, использования учебника и задачника по геометрии, так и в плане различных методических приемов. В процессе обучения мы использовали в своей работе приемы и методы, уже получившие признание учительской общественности, как например изготовление силами учащихся различного рода наглядных пособий (схемы, рисунки, планиметрические модели), проведение измерительных работ на местности в классных условиях и на пришкольном дворе. Во время объяснения нового материала широко использовался эвристический метод, а во время опроса — перекрестная постановка вопросов, когда правильный ответ учащегося зависел от того, насколько он внимательно слушал ответ своего товарища. Учебная программа была выполнена полностью как по объему, так и по содержанию.

Однако было и много нового в работе учителей экспериментальных классов. Достаточно сказать, что, приходя в класс на урок, первый вопрос, который часто ставил учитель, был такой: «Что нового, ребята, вам удалось найти в мастерской за последние дни?» Небольшая, но содержательная беседа учителя с учащимися, когда они показывали ему во время обхода чертежи и записи наблюдений, давала возможность знакомить весь класс с наиболее интересными работами. Одни учащиеся получали поощрения, другие — критические замечания, а в целом весь класс от урока к уроку все яснее и глубже понимал предмет изучаемой науки.

Основной методический вывод, который мы получили из проведенной экспериментальной работы, — это новое понимание одного из основных принципов дидактики — принципа наглядности в обучении. Наглядность в обучении учащихся, в данном случае геометрии, не может ограничиваться демонстрацией и изготовлением различных моделей геометрических образов, которыми учитель и учащиеся сопровождают свои объяснения (хотя они тоже имеют значение как высшая форма отвлеченной наглядности). Наглядность в геометрии следует понимать шире, вкладывая в нее смысл практической деятельности с объектами, рассматриваемыми как геометрические тела. Только в процессе практического отношения учащихся к объекту труда происходит подлинное овладение его геометрическими свойствами. Задача преподавателя заключается в том, чтобы не оставить без внимания эту деятельность учащихся и использовать ее в интересах обучения геометрии.

Свою работу мы рассматриваем как первые шаги в поисках новой методики обучения учащихся геометрии и потому учителю, который попытается реализовать наши предложения, предстоит еще преодолеть большие трудности. Они заключаются, во-первых, в дальнейшей методической разработке вопросов о дозировке, регулировании и отборе материала на уроках труда, который должен подвергаться учащимися специальному анализу. Во-вторых, очень важно выяснить подбор материала для уроков геометрии в соответствии с действующей программой для каждого существенного раздела курса геометрии.

Очень важно, чтобы преподаватели труда были знакомы с курсом геометрии. Показывая ту или иную деталь или объясняя устройство инструмента, они должны называть соответствующие элементы геометрическими терминами; разъяснять, как связаны геометрическая форма детали, конструкция инструмента и та функция, которая может выполняться этими предметами для удовлетворения практических потребностей.

Может ли преподаватель труда овладеть предложенной выше методикой работы с учащимися в мастерских? На опыте работы тт. Самохина А. Ф., Новикова И. П., Рошовского Н. Д. мы убедились, что это вполне возможно. Следует учесть, что половину работы проводит преподаватель математики. Он же может оказывать преподавателю труда существенную помощь в овладении элементарным курсом геометрии VI—VIII классов.

Надо, чтобы преподаватели геометрии знали простейшие инструменты, разбирались в их назначении, имели представление о простейших трудовых операциях.