АКАДЕМИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ НАУК СССР
Институт общего и политехнического образования

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ В СТАРШИХ КЛАССАХ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Под редакцией А. И. Фетисова

ПОСОБИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

ИЗДАТЕЛЬСТВО • ПРОСВЕЩЕНИЕ • МОСКВА — 1967

предварительно формулируется обычным языком, а потом это же предложение переводится на язык символов, то тем самым дается возможность постепенно овладеть символикой математической логики и привыкнуть к ней.

Необходимо заметить, что автор проверил методику такого изложения путем личного эксперимента, который показал, что учащиеся весьма охотно пользуются символическими записями и довольно легко усваивают их применение в геометрии.

Глава вторая (написана доцентом М. Н. Трубецким) содержит методические указания на решение проблемы использования геометрии в свете задач политехнического обучения. На многочисленных примерах автор показывает, каким путем нужно идти, чтобы наиболее естественным образом, не нарушая структуры курса, показать приложение геометрии к решению различных технических вопросов.

В третьей главе (написана старшим научным сотрудником А. И. Фетисовым) дана попытка разрешить совершенно новую проблему в методике обучения геометрии — проблему систематического использования понятия вектора. Известно, что в современной науке это понятие играет совершенно исключительную роль, и, по-видимому, пришло время, когда это понятие нужно в явном виде ввести в школьный курс. Однако при этом необходимо показать, что введение нового понятия не только не обременит изложения и не приведет к перегрузке, а, наоборот, даст возможность проще и доходчивее изложить ряд разделов геометрии. В этой же главе показано приложение вектора к решению задач координатной геометрии, элементы которой в ближайшее время будут введены в курс геометрии старших классов.

Четвертая глава (написана доцентом Л. М. Лоповок) посвящена очень важному вопросу методики подбора, классификации и способов решения геометрических задач. Известно, что вопрос о наиболее целесообразном подборе упражнений и задач, необходимых как для наилучшего закрепления теоретического материала, так и для подготовки к усвоению новых разделов курса, является весьма сложным и еще не решенным окончательно. Автору удалось найти довольно удачные способы его решения. Основное внимание автор сосредоточил на стереометрических задачах, при решении которых учащиеся испытывают затруднения, связанные и с большой сложностью теоретического материала, и с недостатком пространственных представлений.

В последней, пятой главе (написана ст. научным сотрудником А. И. Фетисовым) изложены вопросы, связанные с задачей измерения геометрических величин. В основу всей теории измерения геометрических величин положено учение о действительном числе, которое позволило сравнительно легко разрешить все вопросы измерения длин, площадей и объемов, не прибегая к теории пределов. Большая общность понятий позволила и здесь значительно сократить объем рассуждений и доказательств и обеспечить единство метода и более высокую степень научной корректности изложения.

Рассматривая книгу в целом, можно сказать, что авторы стремились, с одной стороны, взять в основу привычное содержание школьного курса геометрии, а с другой стороны, внести в это содержание идеи и методы, приближающие этот курс к современному состоянию науки.

ИЗЛОЖЕНИЕ СТЕРЕОМЕТРИИ В СТАРШИХ КЛАССАХ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Введение

Изложение стереометрии в старших классах школы должно быть направлено на достижение следующих целей:

а) усвоение учащимися системы фактов, дальнейшее изучение геометрических свойств материального мира;

б) повышение логической культуры учащихся;

в) выработка у них пространственного воображения и умение применять свои теоретические знания в практике.

Приведенное ниже изложение геометрической теории в школе предполагает:

а) более четкую систематизацию учебного материала, чем в традиционном преподавании;

б) более высокий уровень строгости, чем в изложении планиметрии;

в) методически целесообразное сочетание моделей и чертежей как вспомогательных средств изложения.

Ввиду того что в стереометрии логический элемент приобретает большее значение, чем в планиметрии, где наглядность чертежа часто заменяет логику, особое внимание уделяется логическому аспекту изложения.

В приведенном ниже изложении наряду с словесными формулировками определений и теорем дается и их краткая запись с широким применением геометрической и логической символики.

Ознакомление учащихся с некоторыми логическими операциями и правилами вывода[1] делает возможным применение логической символики наряду с геометрической для выражения и уточнения определений понятий, формулировок теорем, для краткой записи доказательств.

[1] Подробнее с этим можно ознакомиться по книге А. А. Столяр, Логические проблемы преподавания математики, Минск, изд. «Высшая школа», 1965.

Это изложение, разумеется, может быть осуществлено в школьном преподавании и без применения логической символики и логических операций в явном виде. С этой целью во многих случаях приводятся две формы изложения: словесная и символическая. Символическая форма может быть успешно использована в школьном преподавании лишь в том случае, если учитель в достаточной мере знаком с аппаратом математической логики и при ознакомлении с ним учащихся придерживается содержательного, а не формального толкования логических операций.

Часто высказываются возражения против применения в обучении символики, в то время как математика все шире пользуется символическим языком.

Благодаря своей точности и ясности (однозначности смысла каждого символа) символический язык при условии его правильного понимания и применения имеет большое воспитательное воздействие, выходящее за рамки усвоения математических знаний.

По этому, как и по другим важным вопросам преподавания математики, можем найти интересное высказывание у нашего выдающегося математика и педагога А. Я. Хинчина.

Отмечая, что строгая правильность математической символики постепенно становится привычкой учащегося, он говорит, что «такого рода привычка, приобретенная в какой-либо о д н о й сфере мышления, неизбежно приводит к воспитанию и общего стиля мышления учащегося; он начинает точнее выражаться и в устной речи, и в письменном изложении»[1].

Сказанное полностью относится и к логической символике, обладающей всеми качествами математической символики. Если мы будем добиваться не формального оперирования символами, а правильного понимания точного смысла обозначенных ими объектов, а также правильного понимания тех отношений и операций, на которые указывает символ, то применение символики будет иметь большое значение.

Изложение разбито на параграфы и пункты, при этом методические комментарии в большинстве своем выделены в отдельные пункты[2].

Отметим, что ниже приводится изложение не всего курса стереометрии, а лишь отдельных его фрагментов в качестве иллюстрации определенного стиля, отвечающего перечисленным выше целям преподавания стереометрии в школе.

---

[1] А. Я. Х и н ч и н, О воспитательном эффекте уроков математики. Педагогические статьи, М., изд. АПН РСФСР, 1963, стр. 145.

[2] В каждом параграфе применена сплошная нумерация пунктов (**01**, **02**, **03**, ... **09**, **10**, ...). Всякие отклонения от основного изложения стереометрии (методические комментарии, разного рода замечания) выделены внутри каждого пункта двумя номерами (**06.1**, где **06** — пункт, **1** — подпункт). Аксиомы имеют два номера (**I.4**): первый — номер группы аксиом — римская цифра, второй — номер аксиомы в данной группе — арабская цифра.

§ 1. Основные понятия и аксиомы

01. Для краткой записи и выяснения точного смысла высказываний о геометрических объектах и отношениях представляется целесообразным упорядочить и дополнить геометрическую символику.

Условимся обозначать:

точки — большими латинскими буквами — A, B, C, ...
прямые — малыми латинскими буквами — a, b, c ...
плоскости — греческими буквами — α, β, γ, ...

Кроме известных из планиметрии символов отношений параллельности, перпендикулярности, равенства, подобия, введем символы для обозначения отношений принадлежности, пересечения совпадения.

Высказывания «точка A принадлежит прямой a», «точка A лежит на прямой a», «прямая a проходит через точку A» надо понимать как выражение одного и того же отношения между точкой A и прямой a, которое мы обозначим символом $\subset$, а эти высказывания запишутся кратко так: $A \subset a$.

Аналогично, $A \subset \alpha$ — символическая запись высказывания «точка A принадлежит плоскости α (или «точка A лежит на плоскости α», или «плоскость α проходит через точку A»).

Отношение пересечения обозначим символом $\times$. Тогда высказывания «прямые a и b пересекаются», «прямая a и плоскость α пересекаются», «плоскости α и β пересекаются» запишутся соответственно так: $a \times b$, $a \times \alpha$, $\alpha \times \beta$.

Отношение совпадения обозначим символом «$\equiv$». Тогда высказывания «точки A и B совпадают», «прямые a и b совпадают», «плоскости α и β совпадают» запишутся соответственно так:

$$A \equiv B, a \equiv b, \alpha \equiv \beta.$$

Точки (прямые, плоскости), обозначенные различными буквами, будем считать различными, если только не утверждается, что какие-нибудь из них совпадают.

Кроме геометрической, мы применим и логическую символику для обозначения известных логических операций

Перечислим эти символы.

01. 1. Символом $\overline{X}$ обозначим отрицание высказывания X. Например, $\overline{a \parallel b}$ — отрицание высказывания $a \parallel b$, $\overline{A \subset \alpha}$ — отрицание высказывания $A \subset \alpha$.

2. Символом «$X \vee Y$» обозначим дизъюнкцию высказываний X и Y, т. е. знак «$\vee$» заменяет союз «или» в соединительном смысле. Высказывание «$(A \subset a) \vee (A \subset b)$» истинно, если истинно хотя бы одно из высказываний: $A \subset a$ или $A \subset b$.

3. Символом X & Y обозначим конъюнкцию высказываний X и