АКАДЕМИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ НАУК РСФСР
ИНСТИТУТ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ

Г. Б. ПОЛЯК

ОБУЧЕНИЕ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

ИЗДАТЕЛЬСТВО
АКАДЕМИИ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ НАУК РСФСР
Москва — 1950

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая работа состоит из двух частей. В первой части освещены общие вопросы методики решения задач, во второй части — вопросы обучения решению отдельных видов задач.

Книга является результатом изучения опыта школ и многолетней опытной работы автора. Все же целый ряд вопросов, затронутых в данной книге, не может считаться окончательно разрешенным и нуждается в дальнейшем изучении.

Автор выражает благодарность учителям начальных классов 61, 70, 315 и 330-й школ Москвы, принимавшим участие в опытной проверке ряда освещаемых в настоящей книге вопросов.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

Глава 1

ВОСПИТАТЕЛЬНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ В СОВЕТСКОЙ ШКОЛЕ

Советская школа призвана готовить активных и сознательных строителей коммунистического общества.

Все, даже частные вопросы обучения и воспитания в нашей школе, следует рассматривать и решать в свете воспитательно-образовательных целей ее, с тем чтобы все элементы педагогического процесса в полной мере служили достижению этих целей, способствовали воспитанию качеств советского человека.

Это относится к методике всех разделов школьной работы, в том числе к методике решения задач, которая должна быть приведена в полное соответствие с целями нашей школы.

Дореволюционная методика видела значение решения арифметических задач в развитии логического мышления учащихся. Это ни в малейшей степени не отрицается нами. Умозаключения, которые приходится делать ученику в процессе решения задач, суждения, которые требуются от него на каждом шагу, содействуют развитию его логического мышления, способствуют развитию его речи, прививая ему уменье коротко, точно и ясно выражать свои мысли.

Мы считаем, однако, что в нашей школе значение арифметических задач как средства умственного развития детей этим не исчерпывается. Хотя речь идет о начальной школе, все же необходимо — в той мере, в какой это позволяет умственное развитие детей, — вести преподавание так, чтобы оно способствовало развитию диалектико-материалистического мышления.

Прежде всего необходимо в доступной форме доводить до сознания детей, что задачи отражают реальную жизнь, что решение задач необходимо для жизни, для практики. Это должно достигаться путем возможно более тесной связи содержания задач с окружающей жизнью, с современностью, путем доведения до сознания детей жизненного смысла, жизненного применения решаемых задач.

Далее, при решении задач необходимо выяснять доступные детскому пониманию связи и отношения, существующие между величинами, о которых идет речь в задачах, по возможности *всесторонне* рассматривать каждый вид задач, выяснять *связи* и *отношения*, существующие между различными видами их, *развитие* каждого вида задач от менее сложных к более сложным формам.

Советская методика по-новому понимает значение арифметических задач не только для умственного, но и для нравственного развития детей. Как показывает опыт лучших учителей, решение задач может при правильной постановке обучения содействовать коммунистическому воспитанию детей, прививать им целеустремленность, настойчивость в достижении цели, закалять их волю, прививать им любовь к труду и умение трудиться, развивать в них самостоятельность, способствовать развитию их творческих способностей.

Цель советской школы — воспитывать подрастающее поколение в духе коммунизма, в духе беззаветной любви к Родине. В преподавании арифметики достижению этой цели могут служить задачи, отражающие наши достижения в области социалистического строительства (промышленности, сельского хозяйства, культуры). Решение таких задач должно проводиться так, чтобы оно содействовало уточнению знаний детей о наших достижениях в области социалистического строительства, будило в них гордость за наши успехи, стремление стать полезными гражданами нашей страны, будило в них горячую любовь к Родине.

Решение арифметической задачи сводится к достижению определенной цели. При правильной постановке обучения, когда уделяется должное внимание осознанию детьми поставленной цели, когда соответствующим образом мобилизуется их активность для достижения этой цели, решение задач может оказать благотворное влияние на развитие целеустремленности, настойчивости, воли учащихся. В этой области важное значение, в частности, имеет правильный подбор заданий (самих задач и форм их решения), так, чтобы они были посильны для детей, но в то же время требовали преодоления определенных затруднений. Следует помнить, что лишь тогда учащиеся приобретут умение преодолевать препятствия, если им будут представляться случаи встречать затруднения в работе и преодолевать их. Подбор таких заданий имеет важное значение и для повышения эффективности обучения, так как эти задания будят у учащихся желание преодолевать препятствия.

Любовь к труду и уменье трудиться — весьма важные качества, которые наша школа должна воспитывать в подрастающем поколении. При обучении решению задач следует настойчиво добиваться, чтобы учащиеся добросовестно, точно и аккуратно выполняли задания. Необходимо учить их рационально работать: в определенном порядке и в то же время экономно располагать свои записи, проверять каждый шаг своей работы, исправлять каждую допущенную ошибку и т. п. Следует воспитывать в учениках уменье работать самостоятельно и в то же время прививать им навыки коллективной работы. Решение задач может способствовать развитию инициативы, творчества учащихся, если поощрять изыскивание ими новых способов решения, составление ими своих задач.

При всей своей специфичности арифметические задачи имеют нечто общее с реальными задачами, какие приходится решать в жизни, в различных областях науки и практики. Черты и качества поведения, которые прививаются детям в процессе решения арифметических задач, могут поэтому оказаться полезными для подготовки их к жизни.

При правильной постановке обучение решению задач может, таким образом, сыграть большую роль в достижении воспитательно-образовательных целей нашей школы.

Коллективными усилиями учителей и методистов необходимо добиваться, чтобы решение задач с максимальной успешностью выполняло роль, которую оно должно играть в системе обучения.

Обучение решению задач — сложный процесс, успешность которого зависит от целого ряда факторов. Важнейшие из них следующие:

а) в какой последовательности подбираются задачи,

б) в какой мере учащиеся сознательно усваивают условия,

в) как проводится разбор задач,

г) как проводится объяснение и запись решения,

д) в какой мере дети самостоятельно работают над задачей,

е) как поставлена работа по закреплению и развитию навыков учащихся.

В дальнейшем изложении мы намерены остановиться на каждом из этих вопросов в отдельности.

Глава II

СИСТЕМА ПОДБОРА ЗАДАЧ

Одним из основных факторов, определяющих успешность обучения решению задач, как и любому разделу школьной программы, *является подбор упражнений в строгой методической* последовательности.

По количеству действий арифметические задачи бывают *простые* (задачи в одно действие) и *составные*, или *сложные* (задачи в два и большее число действий).

Основные виды простых задач. В зависимости от действия, с *помощью которого* они решаются, следует различать простые задачи на: а) сложение, б) вычитание, в) умножение и г) деление. *В свою очередь простые задачи на каждое действие* бывают различных видов.

Возьмем для примера задачи:

«Девочка купила цветной бумаги на 4 руб. и красок на 5 руб. Сколько денег истратила девочка на эту покупку?»

«Девочка купила цветной бумаги на 4 руб. После этого у нее осталось 5 руб. Сколько денег было у девочки до покупки?»

Обе задачи решаются одинаково. Но в первой задаче смысл сложения выступает явно, благодаря чему ученику легко выбрать данное действие. Во второй же задаче выбор действия требует от ученика сравнительно сложных рассуждений (до покупки у девочки были и те 4 руб., которые она истратила на покупку цветной бумаги, и те 5 руб., которые у нее остались. Поэтому, чтобы узнать, сколько денег было у девочки до покупки, нужно к 4 руб. прибавить 5 руб.). В процессе обучения приходится относить такие задачи к различным видам, знакомя детей сначала с задачами первого вида, как более легкими, а затем — значительно позже — с задачами второго вида, как более трудными (задачи первого вида принято называть задачами, выраженными в прямой форме, задачи второго вида — задачами, выраженными в косвенной форме).

Учитывая трудности, какие представляет для учащихся правильный выбор действий при решении различных видов простых задач, авторы пособий по методике арифметики пытаются установить основные виды этих задач. Различные авторы, однако, по-разному определяют количество таких задач. Так, в то время как одни авторы (как, например, Арженsиков) различают всего 11 основных видов простых задач, другие, как Л. Н. Скаткин, различают свыше 20 видов этих задач[1].

На каждое из 4 действий существует много вариаций простых задач. Это весьма наглядно показал проф. И. В. Арнольд, который в качестве примера приводит 20 различных простых задач на вычитание, решаемых действием 3 — 1 — 2[2].

Нет, однако, основания для выделения каждой вариации простых задач в особый вид, так как очевидно, что в самостоятельный вид следует выделять лишь такие задачи, которые *существенно* отличаются от других задач на данное действие, задачи, в которых выбор действия представляет для детей специфические трудности.

Это положение явно нарушается некоторыми авторами. Так, в классификации Л. Н. Скаткина выделены в особые виды задачи, в которых требуется узнать: а) на сколько одно число *больше* другого и б) на сколько одно число *меньше* другого. Между тем различия между этими задачами не столь значи-

---

[1] Л. Н. Скаткин, Виды простых арифметических задач,— «Начальная школа», № 2, 1949.

[2] И. В. Арнольд, Принципы отбора и составления арифметических задач,— «Известия Академии педагогических наук», № 6, 1946.

тельны, чтобы в процессе обучения требовалось рассматривать каждый из этих видов в отдельности.

В некоторых классификациях, в частности в классификации Арженикова, отсутствуют такие вариации простых задач, которые в силу их специфических особенностей должны быть выделены в особые виды. Так, нельзя считать оправданным отсутствие в названной классификации задач на нахождение слагаемого по данной сумме двух чисел и одному из них — задач, в которых выбор действия представляет особые трудности для учащихся.

В этом отношении мы *полностью* разделяем точку зрения Н. С. Поповой, которая в статье «К вопросу о видах простых арифметических задач»[1] пишет: «...При группировке простых задач в начальной школе следует руководствоваться в первую очередь методическими соображениями и классифицировать эти задачи в зависимости от тех *приемов рассуждений*, которые подводят ребенка к выбору действия».

Рассмотрим основные виды задач на каждое из 4 арифметических действий.

Задачи на сложение

I. Задачи, в которых требуется найти число, равное данным числам, вместе взятым, например:

В пионерском отряде было 30 человек. Накануне 1 Мая в отряд приняли 10 пионеров. Сколько пионеров стало в отряде?

II. Задачи, в которых требуется увеличить данное число на несколько единиц, например:

В одном отряде 30 пионеров, а в другом на 10 пионеров больше. Сколько пионеров в другом отряде?

III. Задачи, в которых требуется по данному вычитаемому и остатку найти уменьшаемое, например:

Девочка прочитала 30 страниц книги. После этого ей осталось прочитать еще 10 страниц. Сколько страниц было в книге?

Задачи на вычитание

IV. Задачи, в которых требуется найти остаток, например:

Пионеры взялись сделать 30 игрушек для детского сада. Они уже сделали 20 игрушек. Сколько игрушек им осталось еще сделать?

V. Задачи, в которых по сумме двух слагаемых и одному из них требуется найти другое слагаемое, например:

В детском саду 15 мячей — белых и черных. Белых мячей 12. Сколько черных мячей в саду?

VI. Задачи, в которых по данному уменьшаемому и остатку требуется найти вычитаемое, например:

Мальчик читает книжку в 40 страниц. Ему осталось прочитать 10 страниц. Сколько страниц книжки он уже прочитал?

---

[1] Журнал «Начальная школа», № 5, 1949.

VII. Задачи, в которых требуется уменьшить данное число на несколько единиц, например:

В одном саду 50 детей, а в другом на 10 детей меньше. Сколько детей в другом саду?

VIII. Задачи, в которых требуется узнать, на сколько одно число больше или меньше другого (так называемое разностное сравнение чисел), например:

Завод должен был выпустить за день 45 машин, а выпустил 50. На сколько больше машин завод выпустил в этот день?

Задачи на умножение

IX. Задачи, в которых требуется повторить данное число слагаемым несколько раз, например:

В деревне 3 улицы. Пионеры посадили на каждой улице по 30 деревьев. Сколько всего деревьев посадили они?

X. Задачи, в которых требуется увеличить данное число в несколько раз, например:

На одной улице посадили 30 деревьев, а на другой в 3 раза больше. Сколько деревьев посадили на другой улице?

Задачи на деление

XI. Задачи, в которых требуется разложить данное число на несколько равных частей, например:

На уроке физкультуры 40 учеников были построены в 4 одинаковых ряда. Сколько учеников было в каждом ряду?

XII. Задачи, в которых требуется найти часть данного числа, например:

В сельской школе 160 учащихся, из них четвертая часть отличники. Сколько отличников в школе?

XIII. Задачи, в которых требуется уменьшить данное число в несколько раз, например:

В саду посадили 60 кустов черной смородины, а красной — в 3 раза меньше. Сколько кустов красной смородины посадили в саду?

XIV. Задачи, в которых требуется узнать, сколько раз данное число содержится в другом, например:

40 яблонь посадили в несколько рядов, по 8 яблонь в каждом ряду. Сколько вышло рядов?

XV. Задачи, в которых требуется узнать, во сколько раз одно число больше или меньше другого (так называемое кратное сравнение чисел), например:

Весною в саду посадили 25 деревьев, а осенью — 75. Во сколько раз больше деревьев посадили осенью, чем весною?

Каждый из указанных выше видов простых задач имеет свои разновидности.

Возьмем для примера задачи:

«Из корзины взяли 5 раз по 2 яблока. Сколько всего яблок взяли из корзины?»

«Девочка купила 5 яблок по 2 руб. Сколько денег истратила она на покупку?»

«В мастерской сшили 5 детских рубашек. На каждую рубашку пошло 2 *м* материи. Сколько метров материи пошло на все рубашки?»

Все эти задачи решаются одинаково. Но в первой задаче выбор действия как бы подсказывается ее условием (из корзины взяли 5 раз по 2 яблока, поэтому нужно по 2 яблока взять 5 раз). Во второй же и в третьей задачах необходимость применения умножения не вытекает с такой очевидностью из их условий, от чего правильный выбор действия в этих задачах дается детям труднее, чем в первой (мы имеем в виду учащихся I класса, где решаются подобные задачи).

Указанное различие в трудности этих задач все же недостаточно для того, чтобы отнести их к различным видам. Однако при введении IX вида задач, к которым они относятся, следует соблюдать строгую последовательность в переходе от легких к трудным задачам. Подобная последовательность должна соблюдаться при рассмотрении и других видов простых задач, при этом более трудные вариации отдельных видов задач должны предлагаться детям лишь тогда, когда их развитие позволяет это делать.

Особого внимания заслуживают в этом отношении задачи на увеличение и уменьшение данных чисел, выраженные в косвенной форме.

Возьмем задачи:

№ 1. В 1947 году завод выпустил 350 паровозов, а в 1948 году — на 75 паровозов больше. Сколько паровозов выпустил завод в 1948 году?

№ 2. В 1947 году завод выпустил 350 паровозов. В 1947 году завод выпустил на 75 паровозов меньше, чем в 1948 году. Сколько паровозов завод выпустил в 1948 году?

Обе задачи решаются одинаково. Но вторая задача, в которой разностное отношение дано в косвенной форме, явно труднее первой, так как для правильного выбора действия во второй задаче требуются сравнительно сложные для детей рассуждения: в 1947 году выпущено на 75 паровозов *меньше*, чем в 1948 году; стало быть в 1948 году выпущено на 75 паровозов *больше*, чем в 1947 году.

Задачи на увеличение и уменьшение данных чисел, выраженные в косвенной форме, должны рассматриваться особо. Нечего говорить о том, что такие задачи должны вводиться значительно позже, чем соответствующие задачи, выраженные в прямой форме.

Анализируя перечисленные выше основные виды простых задач, легко видеть, что задачи V вида (задачи на нахождение одного из слагаемых по сумме и другому слагаемому) обратны задачам I вида (задачам на нахождение суммы). Точно так же задачи VIII вида (задачи на разностное сравнение чисел) являются обратными по отношению к задачам II и VII видов (задачам на увеличение и уменьшение данных чисел на несколько единиц). Задачи XV вида обратны задачам X и XIII видов. Это следует иметь в виду с тем, чтобы после раздельного рассмотрения названных видов задач сопоставлять прямые и соответствующие обратные задачи в целях уточнения понятий детей о способе решения задач каждого вида.

Говоря о разновидностях простых задач, следует особо остановиться на так называемых *цепочках простых задач*. Последние представляют собой задачи в одно действие, связанные между собой единством содержания и числовых данных. Приведем образцы таких задач.

«В бочке было 15 ведер воды. В нее налили еще 3 ведра. Сколько ведер воды стало в бочке?»

«В бочке было 18 ведер воды. Для поливки цветов из бочки взяли 7 ведер воды. Сколько ведер воды осталось в бочке?»

«В бочке осталось 11 ведер воды. В бочку налили еще 9 ведер. Сколько ведер воды стало в бочке?»

Вторая задача предлагается после решения первой в качестве ее продолжения. Точно так же третья задача, являющаяся продолжением второй, предлагается после решения предыдущей. Подобные задачи, являющиеся переходом от простых к сложным, полезны для подготовки учащихся к решению составных задач.

Составные задачи. Составные задачи представляют собой различные комбинации простых.

Возьмем для примера задачу:

«В саду посадили 28 яблонь, груш — на 15 штук меньше, чем яблонь, а вишен — в 3 раза больше, чем груш. Сколько всего деревьев посадили в саду?»

Первая простая задача, которую мы выделяем из составной, относится к VII виду, вторая — к X виду, третья — к I виду; изобразим это сочетание простых задач условно так: VII — X — I.

Возьмем другую задачу:

«В колхозе засеяли рожью два участка земли. Площадь первого участка составляла 135 *га*, а второго — 156 *га*. С первого участка собрали в среднем по 16 *ц* с 1 *га*, со второго — по 20 *ц*. На сколько центнеров ржи собрали со второго участка больше, чем с первого?»

Сочетание простых задач, на какие разбивается эта задача, можно условно обозначить так: IX — IX — VIII.

Мы видим, таким образом, что в основе составных задач лежат упомянутые выше 15 видов простых задач. Отсюда —

огромное значение последних. По словам автора книги «Методика и дидактика арифметики» Ф. В. Геде, указанные виды простых задач «составляют фундамент решения арифметических задач точно так же, как таблицы сложения и умножения однозначных чисел составляют фундамент арифметических вычислений» [1].

Так как количество возможных комбинаций из 15 элементов (даже если ограничиться соединением их только по 2—6 элементов) исключительно велико, то из различных сочетаний простых можно составить огромное число составных задач. Отсюда встает чрезвычайной сложности вопрос о классификации составных задач.

В статье, помещенной в августовском номере журнала «Педагогический сборник» за 1902 г., Ф. Агапьев предлагал классифицировать составные задачи, исходя из комбинаций арифметических действий, с помощью которых они решаются. Однако при этой системе только задач в 2 действия получается 16 различных видов (сложение — сложение, сложение — вычитание, сложение — умножение, сложение — деление и др.), а задач в 3 действия — 145 видов, и это при условии, когда мы, игнорируя рассмотренные выше виды простых задач, будем рассматривать простые задачи на каждое из 4 действий, как нечто единое.

Если же сюда добавить задачи в 4, 5 и более действий, то количество различных видов будет исключительно велико, если учесть число возможных соединений из 15 элементов. Недаром сам автор этой классификации вынужден признать, что рекомендуемый им способ систематизации арифметических задач не может быть распространен дальше, применительно к задачам в 4, 5 и т. д. действий, так как «получилась бы весьма сложная и даже невыполнимая система комбинаций элементов задачи» [2].

Классификацию Агапьева в том виде, в каком она предложена им, приходится поэтому отвергнуть.

В методической литературе делались попытки классификации задач, исходя из их структуры или методов решения. Мы имеем здесь в виду классификации а) Конашевича и б) Александрова. Предложенные этими авторами системы классификации задач превосходят систему Агапьева. Однако и они не могут быть признаны удовлетворительными.

В своей классификации Конашевич [3] исходит из тех данных, по которым приходится отыскивать неизвестные. Руководствуясь

---

[1] Ф. Геде, Методика и дидактика арифметики. СПб, 1899, стр. 117.

[2] Ф. Агапьев, О классификации арифметических задач по типам,— «Педагогический сборник», 1902, август.

[3] Е. Конашевич, Опыт систематизации арифметических задач. М., 1885; О методах решения арифметических задач,— «Педагогический сборник», 1886, май.

этим принципом, автор сводит составные задачи к следующим шести группам или отделам:

I отдел. Задачи, в которых дается сумма искомых чисел и их частное;

II отдел — даются разность и частное;

III отдел — даются сумма и разность;

IV отдел — даются сумма и произведение;

V отдел — даются разность и произведение;

VI отдел — даются произведение и частное.

Поскольку задачи последних трех отделов не могут быть решены арифметическим способом, автор относит к арифметическим лишь задачи первых трех отделов. Но в таком виде данная классификация охватывает небольшое количество задач, вследствие чего практическая ценность ее незначительна.

Классификация, предложенная Александровым, охватывает 12 методов решения арифметических задач. Назовем наиболее употребительные из них: 1) метод приведения к единице, 2) метод обратного приведения к единице, 3) метод отношений, 4) метод остатков, 5) методы исключения неизвестного (с помощью сложения, вычитания, подстановки, уравнивания данных), 6) метод пропорционального деления, 7) метод подобия, 8) метод излишка и недостатка сравнительно с средним требуемым [1].

Данная классификация охватывает значительное количество задач и потому она, несомненно, лучше предыдущей. Однако и она не свободна от серьезных недочетов. Основной порок ее заключается в нечетком отграничении одного метода от другого. Так, способ приведения к единице применим при решении не только указанного выше I типа, но и многих других типов (например, задач на пропорциональное деление, частично при решении задач на исключение неизвестного и др.).

Ценность классификации Александрова снижается также тем, что она не дает оснований для расположения задач по степени их трудности. Так, метод пропорционального деления следует в перечне Александрова за методом остатков и методами исключения неизвестного, тогда как первый метод значительно легче последних.

Некоторые авторы в основу своих классификационных систем кладут различные принципы: содержание задач, способ решения и др. Приведем для примера классификацию задач, предложенную Д. Н. Вороновым [2].

Назовем основные типы задач по этой классификации:

1. Разностные отношения между числами (всего 10 видов задач).

---

[1] И. Александров, Методы решения арифметических задач. М., 1908.

[2] Д. Н. Воронов, Опыт систематизации типовых арифметических задач. М., 1939.

2. Кратные отношения между числами (всего 11 видов).
3. Нахождение нескольких частей от числа и целого числа по нескольким частям его.
4. Совместная работа.
5. Среднеарифметическое. Задачи на смешение.
6. Тройное правило.
7. Задачи на пропорциональное деление.
8. Задачи алгебраического типа.
9. Задачи на вычисление времени.
10. Задачи, служащие для развития пространственных представлений.

Как видно из приведенного перечня, в основе его лежат различные принципы. Так, задачи, отмеченные № 4, выделены в особый тип, исходя из их содержания; задачи № 3, 6, 7 и некоторые другие — выделены в особые типы по способу решения; задачи № 1 и 2 — по характеру данных и искомых и т. д. Различие принципов, положенных в основу данной классификации, делает ее научно несостоятельной. Недаром одни и те же задачи могут по этой классификации быть отнесены к различным типам. Возьмем для примера задачу:

«Колхоз отправил 32 мешка овощей: картофеля на 5 мешков больше, чем огурцов, а огурцов на 4 мешка больше, чем моркови; моркови же на 3 мешка меньше, чем свеклы. Сколько мешков каждого рода овощей он отправил?» [1]

Автор относит эту задачу к 1-му типу. Но ее можно с одинаковым правом отнести к 8-му типу, если принять во внимание то, что автор понимает под задачами алгебраического типа.

Ряд задач на нахождение чисел по их сумме и отношению, отнесенные автором ко 2-му типу, могут одновременно быть отнесены к 7 и 8-му типам.

Серьезным недостатком рассматриваемой классификации является также то, что она не дает критерия для подбора задач в процессе обучения. Даже при беглом обзоре приведенного выше перечня ясно, что типы расположены в нем без всякой последовательности. Для этого достаточно хотя бы сравнить приведенную выше задачу, отнесенную автором к типу I, с задачами типов 6 или 7, которые значительно легче первой.

Рассмотренные выше классификации не только не вскрывают последовательности, в какой должны располагаться задачи в процессе обучения, но и не выявляют связей, существующих между различными типами задач, не показывают процесса развития отдельных типов от менее сложных к более сложным формам.

---

[1] Д. Н. Воронов, Опыт систематизации типовых арифметических задач. М., 1939, стр. 23.

Как указывалось выше, существует огромное множество различных видов составных задач. Каким из них следует отдавать предпочтение в курсе арифметики?

Известно, какое большое значение имеет в математике учение о функциях. Развитие функционального мышления является одной из основных целей преподавания математики, в том числе арифметики.

«Преподавание математики, — говорит В. Беллюстин, — должно всегда иметь перед собою цель — ясно выработать понятие о функции. Нельзя ждать того момента, когда в системе математических знаний будет введен в первый раз термин «функция». Не слово в данном случае имеет значение, но понятие. Понятие же следует образовывать постепенно, по мере того как каждая из отраслей математического знания дает к тому удобный материал»[1].

Возможность более раннего введения в курс школьной математики понятия о функциональной зависимости особенно актуальна в условиях нашей школы, имея в виду стоящие перед нею широкие цели умственного развития детей, на чем мы подробно останавливались в главе I.

В арифметике наибольшие возможности для развития понятия о функции дают задачи с пропорциональными величинами. Эти задачи и должны преобладать в процессе обучения, тем более, что в жизненной практике подобные задачи встречаются довольно часто.

Это не значит, что другие задачи должны быть исключены из курса арифметики. Помимо задач с пропорциональными величинами, в жизни приходится решать много других задач. Учитывая роль школы в деле подготовки детей к практической деятельности, следует в школьном курсе арифметики уделять большое внимание разнообразным задачам, находящим применение в жизни. Но задачи с пропорциональными величинами, ввиду их развивающего значения и широкого практического применения, должны преобладать в задачниках и в школьной практике. Ими и следует ограничиться при систематизации составных задач, тем более, что эти задачи, как показывает школьный опыт, больше всего затрудняют учащихся, вследствие чего возникает необходимость в расположении их в определенной методической последовательности.

Трудность составной задачи зависит от многих причин: ее структуры, количества и последовательности действий, которыми она решается, ее вещественного содержания и т. п. При класси-
6 фикации составных задач нельзя поэтому ограничиться одной

---

[1] Журнал «Педагогический вестник» Московского учебного округа, № 5—6, 1912

какой-либо особенностью их, а необходимо учитывать различные факторы, влияющие на трудность задач. Решающее значение среди этих факторов, однако, имеет структура задач[1], которая определяет способ решения, ход рассуждений и т. д. Представляется поэтому целесообразным классифицировать задачи, исходя из их структуры и связанного с нею метода решения, с тем, однако, чтобы внутри каждой структурной группы (типа) сперва рассматривались задачи, содержание которых близко учащимся, а затем переходить к задачам с менее знакомым для них содержанием.

Возьмем для примера задачи:

№ 1. На 54 руб. куплены чашки и блюдца, тех и других поровну. Чашка стоила 5 руб., а блюдце — 4 руб. Сколько чашек и блюдец в отдельности куплено?

№ 2. Из 54 *м* материи сшиты платья и сарафаны, тех и других поровну. На каждое платье пошло 5 *м*, на каждый сарафан — 4 *м*. Сколько платьев и сарафанов в отдельности сшито?

№ 3. Два трактора, работая одновременно, вспахали 54 *га* земли. Первый трактор пахал в день по 5 *га* земли, второй — по 4 *га*. Во сколько дней была вспахана вся земля?

№ 4. В чан, вместимостью в 54 ведра, проведены 2 трубы. Через одну трубу вливается в минуту 5 ведер, через другую — 4 ведра. Во сколько минут обе трубы, работая одновременно, наполнят чан?

№ 5. Две артели рабочих одновременно начали строить шоссейную дорогу длиною в 54 *км*. Одна артель прокладывала в неделю 5 *км* дороги, а другая — 4 *км*. Во сколько недель обе артели закончат постройку дороги?

В задаче № 1 можно цену чашки и блюдца (5 руб. и 4 руб.) рассматривать как множимые, стоимость всей покупки (54 руб.) — как сумму произведений, а искомое количество купленных чашек и блюдец — как множитель. Подобным образом в задачах № 2—5 можно числа 5 и 4 рассматривать как множимые, число 54 — как сумму произведений, а искомое число — как множитель.

Все эти задачи имеют, таким образом, единую структуру (во всех ищется общий множитель по данным множимым и сумме произведений).

По существующим классификациям, задачи № 1—5 относятся к различным типам: № 1—2 относятся к задачам на про-

---

[1] Под структурой задачи здесь, как и в других местах настоящей рукописи, понимается определенное сочетание данных и искомых, которые, как компоненты арифметических действий, находятся между собой в известной математической зависимости.

порциональное деление, № 3—5 — к задачам на совместную работу (по классификации некоторых авторов — к типу «Совместная работа» относятся лишь задачи № 3 и 5, задачу же № 4 они относят к типу «бассейны»). Между тем правильнее было бы рассматривать все эти задачи как разновидности одного типа задач, располагая их внутри этого типа в определенной методической последовательности в зависимости от их трудности.

На общность способа решения задач, подобных задачам № 1—5, в свое время указывали многие методисты (Аржеников, Житков, Павлов). Житков так же, как и Павлов, объединял такие задачи под общим названием: «Задачи на содействие». Разделяя мнение названных методистов об отнесении таких задач к одному типу, мы считаем, однако, что характерным для них является не «содействие», так как если еще можно говорить о содействии в применении к задачам № 3—5, то к задачам № 1—2 этот термин совершенно неприменим. По нашему мнению, как это видно из сказанного выше, общим, типичным для задач № 1—5, является не содействие, а то, что во всех этих задачах даются множимые и сумма произведений, и ищется общий неизвестный множитель, короче говоря, общим для них является математическая структура.

Основные виды задач с пропорциональными величинами. По своей структуре задачи с пропорциональными величинами разбиваются на а) простое тройное правило и б) пропорциональное деление. В свою очередь последние задачи разбиваются на случаи деления а) по сумме и отношению и б) по разности и отношению[1]. Этим, однако, разнообразие видов задач с пропорциональными величинами не исчерпывается. Анализ задач, встречающихся в существующих сборниках, показывает, что по своей структуре и способам решения задачи на тройное правило, как и на каждый из двух случаев пропорционального деления, в свою очередь, разбиваются на три вида. В результате получаются три группы задач с пропорциональными величинами (см. табл. 1).

---

[1] Мы пользуемся терминологией К. П. Арженикова, так как считаем, что предложенное им название задач данного типа несравненно более точно характеризует их, чем то название («Нахождение неизвестного по разности двух величин»), которое предлагается некоторыми современными авторами.

Название «Нахождение неизвестного по разности двух величин» неточно потому, что разность двух величин, положим, количества товара и его стоимости, очевидно, не может быть ни дана, ни определена.

Все же учитывая, что название задач данного типа «Нахождение неизвестного по разности двух величин» широко распространено, мы в дальнейшем будем пользоваться последним названием.

По аналогичным соображениям, мы будем в дальнейшем «Задачи на пропорциональное деление по сумме и отношению» называть задачами на пропорциональное деление.

ТАБЛИЦА 1

Основные виды задач с пропорциональными величинами[1]

1-я группа

(Задачи, решаемые прямым приведением к единице)

Название вида задач	Структура задач (какие компоненты действий даны)	Образцы задач
Простое тройное правило (I вид)	Множители и одно из произведений	№ 6. За 10 *м* ткани уплачено 120 руб. Сколько стоят 6 *м* такой ткани? № 7. Всадник проехал 120 *км* в 10 часов. Сколько километров проедет он при той же скорости в 6 часов?
Пропорциональное деление (I вид)	Множители и сумма произведений	№ 8. Куплено 2 куска ткани одного сорта—в 6 *м* и в 4 *м*, всего на 120 руб. Сколько рублей стоил каждый кусок ткани? № 9. Всадник ехал 6 часов до остановки и 4 часа после остановки. Всего он проехал 120 *км*. Сколько километров проехал он отдельно до и после остановки, если он все время ехал с одинаковой скоростью?
Нахождение неизвестного по разности двух величин (I вид)	Множители и разность произведений	№ 10. Куплено 2 куска ткани одного сорта в 14 *м* и 4 *м*. За первый кусок уплачено на 120 руб. больше, чем за второй. Сколько рублей стоил каждый кусок ткани? № 11. Всадник был в пути один раз 14 часов, а другой раз—4 часа. В первый раз он проехал на 120 *км* больше, чем во второй. Сколько километров он проезжал каждый раз, если он все время ехал с одинаковой скоростью?

2-я группа

(Задачи, решаемые обратным приведением к единице)

Название вида задач	Структура задач (какие компоненты действий даны)	Образцы задач
Простое тройное правило (II вид)	Произведения и один из множителей	№ 12. За 10 *м* ткани одного сорта уплачено 120 руб. Сколько метров такой ткани можно купить на 72 рубля? № 13. Всадник проехал 120 *км* в 10 часов. Во сколько часов он при той же скорости проедет 72 *км*?

[1] Имеются в виду прямопропорциональные величины.

Название вида задач	Структура задач (какие компоненты действий даны)	Образцы задач
Пропорциональное деление (II вид)	Произведения и сумма множителей	№ 14. Куплено 2 куска ткани одного сорта, всего 10 *м*. Первый кусок стоил 72 руб., второй—48 руб. Сколько метров ткани было в каждом куске? № 15. В течение дня всадник ехал всего 10 часов. До остановки он проехал 72 *км*, а после остановки—48 *км*. Сколько часов он ехал отдельно до и после остановки, если он все время ехал с одинаковой скоростью?
Нахождение неизвестного по разности двух величин (II вид)	Произведения и разность множителей	№ 16. Куплено 2 куска ткани одного сорта. Первый кусок стоил 168 руб., второй—48 руб. В первом куске было на 10 *м* больше, чем во втором. Сколько метров ткани было в каждом куске? № 17. В первый раз всадник проехал 168 *км*, а во второй раз—48 *км*. В первый раз он ехал на 10 часов больше, чем во второй. Сколько часов всадник был в пути каждый раз, если он все время ехал с одинаковой скоростью?

3-я группа задач
(Задачи, решаемые способом отношений)

Название вида задач	Структура задач (какие компоненты действий даны)	Образцы задач
Простое тройное правило (III вид)	Множимые и одно из произведений	№ 18. Для детского дома куплено ситца и полотна. На каждые 6 *м* ситца приходилось 4 *м* полотна. Сколько куплено полотна, если ситца куплено 72 *м*? № 19. Два пешехода двигались одновременно. В то время как первый пешеход проходил 6 *км*, второй проходил 4 *км*. Сколько километров прошел второй пешеход, если первый прошел 72 *км*?

Название вида задач	Структура задач (какие компоненты действий даны)	Образцы задач
Пропорциональное деление (III вид)	Множимые и сумма произведений	№ 20. Для детского дома куплено ситца и полотна, всего 120 *м*. На каждые 6 *м* ситца приходилось 4 *м* полотна. Сколько метров ситца и полотна в отдельности куплено? № 21. Два землекопа начали одновременно рыть канаву длиною в 120 *м*. В то время как первый землекоп делал 6 *м* канавы, второй делал 4 *м*. Сколько метров канавы вырыл каждый землекоп? № 22. Две артели рабочих одновременно начали укладывать железнодорожный путь длиною в 54 *км*. В то время как первая артель укладывала 6 *км* пути, вторая укладывала 4 *км*. Сколько километров пути уложила каждая артель?
Нахождение неизвестного по разности двух величин (III вид)	Множимые и разность произведений	№ 23. Для детского дома куплено ситца и полотна, ситца на 120 *м* больше, чем полотна. На каждые 14 *м* ситца приходилось 4 *м* полотна. Сколько метров ситца и полотна в отдельности куплено? № 24. Две артели землекопов взялись одновременно рыть канаву. В то время как первая артель выкапывала 14 *м* канавы, вторая вырывала 4 *м*. Сколько метров канавы вырыла каждая артель, если первая вырыла на 120 *м* больше второй? № 25. Велосипедист и пешеход двигались одновременно. В то время как велосипедист проезжал 14 *км*, пешеход успевал пройти 4 *км*. Сколько километров прошли велосипедист и пешеход в отдельности, если первый прошел на 120 *км* больше второго?

В образцах задач, приведенных в таблице 1, выступают преимущественно такие величины, как цена — количество — стоимость и скорость — время — путь. Но очевидно, что задачи каждого вида могут быть составлены и с другими величинами.

В VI классе, после изучения действий с дробными числами и пропорциональности величин, можно различные виды задач на простое тройное правило решать одним способом (приведением к единице или посредством пропорций). Одним способом можно тогда решать и задачи на пропорциональное деление. В начальной же школе приходится при решении этих задач применять различные способы. Приведенная в таблице 1 первая группа задач с пропорциональными величинами решается прямым приведением к единице, вторая группа задач — обратным приведением к единице и третья группа — способом отношений.

В первой группе задач сперва отыскивается общее неизвестное *множимое* (*цена* 1 *м ткани или скорость*), *а затем уже* искомые произведения (стоимость отдельных кусков купленной ткани или пройденный путь), при этом в первых двух задачах этой группы можно сразу найти неизвестное множимое, в следующих двух задачах приходится предварительно найти сумму множителей, а в последних двух задачах — их разность.

В задачах второй группы сперва отыскивается общее неизвестное *множимое* (*цена* 1 *м ткани или скорость*), *а затем* искомые множители (длина отдельных кусков ткани или время движения). В первых двух задачах этой группы неизвестное множимое отыскивается сразу, в следующих двух задачах нужно предварительно найти сумму произведений, а в последних двух задачах — их разность.

В задачах третьей группы сперва отыскивается общий неизвестный *множитель, а затем искомые произведения, при этом* в первых двух задачах этой группы можно сразу найти неизвестный множитель, в следующих трех задачах нужно предварительно найти сумму множимых, а в последних трех задачах — их разность.

Формулировка задач третьей группы нередко упрощается. Так, задача № 22 этой группы часто формулируется так:

№ 26. Две артели рабочих одновременно начали укладывать железнодорожный путь длиною в 54 *км*. Первая артель укладывала в неделю 6 *км* пути, а вторая — 4 *км*. Сколько километров пути уложила каждая артель?

Благодаря упрощению формулировки задачи, при решении ее не *приходится пользоваться способом отношений в той форме*, в какой он применяется при решении задачи № 22. Все же при решении задачи № 26 применяются рассуждения, близкие к тем, которые находят место при решении задачи № 22, так как, выполнив в задаче № 26 второе действие (120 *км* : 10 *км*), мы делаем заключение, что каждая артель работала столько недель, сколько раз 10 *км* содержится в 120 *км*.

Как видно из таблицы 1, задачи на простое тройное правило, так же как задачи на пропорциональное деление и задачи на нахождение неизвестного по разности двух величин, бывают трех видов, которые различаются между собой своей структурой и способом решения. В дальнейшем изложении мы будем относить к первому виду задач на простое тройное правило, на пропорциональное деление и на нахождение неизвестного по разности двух величин — соответствующие задачи первой группы, ко второму виду задач на простое тройное правило, на пропорциональное деление и на нахождение неизвестного по разности двух величин — соответствующие задачи второй группы и к третьему виду — соответствующие задачи третьей группы таблицы 1.

В основу нашей классификации положена структура задач, определяющая ход рассуждения и способ их решения. Но, как уже отмечалось, мы ни в какой мере не игнорируем содержания задач, которое является одним из немаловажных факторов, влияющих на их трудность.

Здесь уместно остановиться на задачах на движение. Очевидно, что любой вид простых и составных задач может, наряду с другим содержанием, иметь своей тематикой движение. В самом деле. Обратимся к приведенным выше образцам трех видов простых задач на сложение (см. стр. 7). Составим подобные задачи на движение:

№ 27. Пешеход прошел в первый час 5 *км*, а во второй час — 3 *км*. Сколько километров пешеход прошел за 2 часа?

№ 28. Всадник проехал в первый час 5 *км*, а во второй час — на 3 *км* больше. Сколько километров проехал всадник во второй час?

№ 29. Пешеход прошел 5 *км*. После этого ему осталось еще пройти 3 *км*. Сколько всего километров нужно было пройти пешеходу?

А теперь составим задачи на движение, подобные простым задачам на вычитание, приведенным на страницах 7—8.

№ 30. Колхознику нужно было пройти 10 *км*. Он уже прошел 4 *км*. Сколько километров ему осталось еще пройти?

№ 31. В 2 часа лодка прошла 10 *км*. В первый час она прошла 4 *км*. Сколько километров она прошла во второй час?

№ 32. Пешеходу нужно было пройти 10 *км*. Когда он прошел несколько километров, ему осталось еще пройти 4 *км*. Сколько километров он прошел?

№ 33. Всадник проехал в первый час 10 *км*, а во второй — на 4 *км* меньше. Сколько километров всадник проехал во второй час? И т. д.

Легко видеть, что и на другие виды простых задач могут быть составлены задачи на движение. Такие задачи можно составить и на любой вид составных задач, что видно из образцов задач на движение, приведенных выше, в таблице 1.

Из сказанного видно, сколь разнообразной может быть структура задач на движение. Говорить о задачах на движение как едином типе поэтому не представляется возможным.

Задачи на движение имеют большое значение для развития пространственных представлений учащихся. Этим задачам следует уделять много места в школьном курсе арифметики. Но различные вариации этих задач должны, как правило, включаться в соответствующие виды простых и составных задач. Исключение должно быть сделано лишь в отношении задач на движение, примыкающих к последним двум видам задач, рассмотренным в таблице 1 (к третьему виду задач на пропорциональное деление и к третьему виду задач на нахождение неизвестного по разности двух величин).

Анализ задач на движение, фигурирующих в таблице 1, показывает, что, в то время как огромное большинство этих задач не представляет особых трудностей по сравнению с задачами соответствующего вида с другими величинами, — задачи на движение, примыкающие к последним двум видам задач, приведенным в этой таблице, по своей трудности столь существенно разнятся от родственных им задач с другим содержанием, что возникает необходимость в выделении этих задач на движение в особые типы. Следует помнить, что в этих задачах идет речь о направленных отрезках, что по сравнению с аналогичными задачами, но с другими величинами, вносит много качественно нового в сами задачи и в ход рассуждений при их решении. В дальнейшем изложении мы поэтому будем особо рассматривать эти типы задач на движение, при этом задачи на движение, примыкающие по своей структуре к III виду задач на пропорциональное деление, мы будем *условно* именовать задачами *на встречное движение*, а задачи, примыкающие к III виду задач на нахождение неизвестного по разности двух величин, — задачами *на движение в одном направлении.*

Выделяя названные задачи на движение, ввиду их специфических особенностей и трудностей, которые они представляют для учащихся, в особые типы, не следует их изолировать от родственных им задач с другим содержанием. Наоборот, в ряде случаев полезно рассмотрению данного типа задач на движение предпослать, в качестве подготовительной, родственную задачу с другим содержанием. Так, задаче на встречное движение: «Из двух сел, расстояние между которыми 54 *км*, вышли одновременно навстречу друг другу 2 пешехода. Первый пешеход проходил в час 5 *км*, а второй — 4 *км*. Сколько часов шел каждый пешеход до встречи?» полезно предпослать задачу: «Из 54 *м* ткани сшили платья и сарафаны, тех и других поровну.

На каждое платье пошло 5 *м* ткани, на каждый сарафан — 4 *м*. Сколько платьев и сарафанов в отдельности сшили?»

При решении последней задачи можно, начертив отрезок прямой, разделенный на 54 равных части («метра»), каждый раз отделять («отрезать») от одного конца отрезка 5 «метров» на платье, а от другого конца — 4 «метра» на сарафан до тех пор, пока не будет «израсходована» вся «ткань» (вместо отрезка прямой можно взять разделенную на 54 равных части полоску бумаги или картона и каждый раз отрезать от нее по 5 «метров» с одного конца и по 4 «метра» с другого конца).

При том объяснении подготовительной задачи, которое приведено выше, она в определенной мере приобретает характер задачи на встречное движение. При решении подготовительной задачи детям нетрудно представить себе, что каждый раз, после того как отрезается ткань на платье и на сарафан, длина куска ткани уменьшается, пока ничего не остается от него. В задаче же на встречное движение учащимся трудно отграничить в своем воображении путь, пройденный пешеходами, от пути, который им остается пройти; трудно представить себе, что постепенно уменьшается расстояние между ними и что при встрече оно равно нулю. Подготовительные задачи, подобно приведенной выше, облегчают детям понимание задач на встречное движение.

Объяснение выделенных нами в особые типы задач на встречное движение и на движение в одном направлении требует применения особых методических приемов, о чем будет подробно речь во 2-й части настоящей рукописи. Но и при решении других задач на движение, которые не выделяются в особые типы, следует учитывать специфическую особенность входящих в их состав величин, широко применяя графические изображения при их решении с тем, чтобы облегчить детям осознание способа их решения.

Усложнение основных видов задач с пропорциональными величинами. Мы рассмотрели основные виды задач с пропорциональными величинами. Нельзя, однако, ограничиться только этими видами. Чтобы решение задач способствовало развитию мышления учащихся, необходимо, по возможности, варьировать условия задач каждого вида, так как в противном случае учащиеся будут решать задачи по готовым шаблонам.

Здесь уместно привести вывод, к которому приходит Н. А. Менчинская в своей статье «О психологии решения арифметических задач». Ссылаясь на данные своего исследования, Н. А. Менчинская указывает: «... Все эти факты говорят о том, какую огромную роль должно играть варьирование условий задач для выработки глубоких обобщений, отражающих существенные стороны той или иной задачи. Решение однородных по структуре и форме задач, как правило, приводит к односторонним обобщениям, к выработке косных стереотипных шаблонов решения. Варьирование материала является одним из основных средств воспитания гибкого математического мышления»[1].

С этой точки зрения подбор задач в некоторых сборниках следует признать нерациональным. Так, задачи на встречное движение во многих задачниках встречаются в одной стандартной форме:

№ 34. Из двух мест, расстояние между которыми ... *км*, вышли одновременно навстречу друг другу 2 поезда (автомобиля, пешехода и т. д.). Первый проходил в час ... *км*, а второй ... *км*. Через сколько часов они встретятся? или какое расстояние каждый из них пройдет до встречи?

Многократно встречая подобные задачи в одной неизменной форме, учащиеся начинают решать их по шаблону.

Между тем возможно широкое варьирование их условий. Приведем образцы таких задач:

№ 35. Через сколько времени могут встретиться два пловца, плывущие навстречу друг другу, если расстояние между ними равно 900 *м* и если первый проплывает в минуту 60 *м*, а второй — 30 *м*?

№ 36. Между двумя пристанями 120 *км*. Два парохода одновременно вышли из этих пристаней навстречу друг другу. Первый пароход делал в час 22 *км*, а второй — 18 *км*. На сколько километров первый пароход пройдет до встречи больше, чем второй?

№ 37. Из двух городов, расстояние между которыми 320 *км*, вышли одновременно навстречу друг другу два автомобиля. Первый проходил в час 43 *км*, а второй — на 6 *км* меньше. Через сколько часов они встретятся?

№ 38. Из двух сел, расстояние между которыми 36 *км*, вышли одновременно навстречу друг другу 2 пешехода. Первый пешеход проходил 8 *км* в 2 часа, а второй — 15 *км* в 3 часа. Через сколько часов пешеходы встретятся?

№ 39. Два автомобиля вышли одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 240 *км*. Первый автомобиль может пройти все расстояние между этими городами в 6 часов, а второй — в 12 часов. Через сколько часов автомобили встретятся?

№ 40. Две лодки вышли одновременно навстречу друг другу из двух пристаней, расстояние между которыми 40 *км*. Первая лодка проходила в час 8 *км*, а вторая — 10 *км*. Через сколько часов между лодками будет оставаться расстояние в 4 *км*?

Задача № 35 по существу ничем не отличается от задачи № 34, но благодаря необычной форме изложения условия, начи-

---

[1] Журнал «Советская педагогика», № 1, 1940.

нающегося с главного вопроса, учащимся труднее узнать в ней задачу данного вида. Остальные из приведенных выше задач отличаются от задачи № 34 более существенно. В задаче № 37 скорость одного из движущихся тел дана не в готовом виде, как обычно, а должна быть предварительно найдена. В задачах № 38 и 39 должна быть предварительно найдена скорость движущихся навстречу тел. В задаче № 40 должна быть предварительно найдена сумма пройденных обоими телами расстояний.

Очевидно, что при подобном варьировании условий данного типа задач, которое, кстати сказать, далеко не исчерпано приведенными выше образцами, решение этих задач может принести гораздо больше пользы умственному развитию детей, по сравнению с тем случаем, когда ограничиваются решением задач данного вида в одной неизменной форме.

Сказанное выше применимо к задачам любого вида, в первую очередь к рассмотренным выше видам задач с пропорциональными величинами. После рассмотрения каждого из основных видов этих задач полезно решать усложненные задачи данного вида.

Усложнения, вносимые в задачи, бывают двух родов. Одни усложнения незначительно меняют структуру задач, другие — вносят в нее существенные изменения, влекущие за собой значительное изменение способа их решения. Рассмотрим главнейшие разновидности усложненных задач с пропорциональными величинами, имея в виду преимущественно усложнения второго рода.

Первый вид задач на простое тройное правило, а также первый вид задач на пропорциональное деление и на нахождение неизвестного по разности двух величин часто усложняются введением в условия задач одной или нескольких новых величин.

Возьмем задачи:

№ 41. 5 землекопов вырыли канаву длиною в 280 *м*. Какой длины канаву выроют 7 землекопов при той же производительности труда?

№ 42. 2 артели землекопов вырыли вместе канаву длиною в 420 *м*. В первой артели было 4 человека, а во второй — 3. Сколько метров канавы вырыла каждая артель, если все землекопы работали с одинаковой производительностью?

№ 43. Две артели землекопов взялись вырыть канаву. В первой артели было 9 человек, а во второй — 4. Сколько метров канавы вырыла каждая артель, если первая артель вырыла на 140 *м* больше второй и если все землекопы работали с одинаковой производительностью?

Введем в условия этих задач новую величину (скажем, количество рабочих дней). Получим следующие задачи:

№ 44. 5 землекопов в 4 дня вырыли канаву длиною в 280 *м*. Какой длины канаву выроют 7 землекопов в 3 дня при той же производительности труда? (Получается задача на сложное тройное правило).

№ 45. 2 артели землекопов вырыли вместе канаву длиною в 420 *м*. Первая артель в 9 человек работала 2 дня. Вторая артель в 4 человека работала 3 дня. Сколько метров канавы вырыла каждая артель, если все землекопы работали с одинаковой производительностью?

№ 46. 2 артели землекопов взялись вырыть канаву. Первая артель в 9 человек работала 2 дня. Вторая артель в 4 человека работала 3 дня. Сколько метров канавы вырыла каждая артель, если первая артель вырыла на 84 *м* больше второй и если все землекопы работали с одинаковой производительностью?

В задачах, подобных задаче № 45, иногда требуется определить среднюю выработку одного землекопа. Тогда получаются задачи на вычисление среднеарифметического (на смешение 1-го рода), например:

№ 47. 2 артели землекопов вырыли вместе канаву длиною в 420 *м*. Первая артель в 9 человек работала 2 дня. Вторая артель в 4 человека работала 3 дня. Вычислить среднюю дневную выработку одного землекопа?

Иногда в подобных задачах сумма произведения не дается в готовом виде, а должна быть предварительно найдена, например:

№ 48. 2 артели землекопов вырыли вместе канаву. Первая артель в 9 человек работала 2 дня. Вторая артель в 4 человека работала 3 дня. Вычислить среднюю дневную выработку одного землекопа, если каждый землекоп первой артели рыл по 16 *м*, а каждый землекоп второй артели — по 11 *м* канавы в день?

Задача № 48 требует для своего решения 7 действий. Обычно приводимые в задачниках задачи на вычисление среднеарифметического менее сложны, например:

№ 49. Две артели землекопов: в 9 человек и в 4 человека, вырыли вместе канаву. Каждый землекоп первой артели рыл в день по 16 *м*, а каждый землекоп второй артели — по 11 *м* в день. Вычислить среднюю дневную выработку одного землекопа.

№ 50. На колхозной ферме 20 коров дали в год по 2 520 *л* молока и 16 коров — по 2 880 *л*. Вычислить средний годовой удой коровы.

Первый вид задач на пропорциональное деление и на нахождение неизвестного по разности двух величин иногда усложняется тем, что вместо конкретных единиц (скажем рабочих дней, метров и т. п.) в них приходится иметь дело с условными единицами (частями).

Возьмем задачи:

№ 51. Самолет пролетел в 2 дня 1 280 *км*. Сколько километров пролетел он в каждый день, если он летел с одинаковой скоростью — первый день 3 часа, а второй день 1 час?

№ 52. Самолет пролетел в 2 дня 1 280 *км*. Сколько километров пролетел он в каждый день, если в первый день он пролетел втрое больше расстояние, чем во второй?

№ 53. Самолет летел с одинаковой скоростью: один день 3 часа и другой день 1 час. Сколько километров пролетел он в каждый день, если в первый день он пролетел на 640 *км* больше, чем во второй?

№ 54. Самолет пролетел в один день втрое большее расстояние, чем во второй. Сколько километров пролетел он в каждый день, если в первый день он пролетел на 640 *км* больше, чем во второй?

Легко видеть, что задача № 52 по существу решается так же, как задача № 51, а задача № 54 — как задача № 53. Но в то время как в задачах № 51 и 53 путь делится пропорционально количеству летных часов, в задачах № 52 и 54 приходится *делить путь пропорционально условным единицам* (частям).

Первый вид задач на пропорциональное деление иногда усложняется тем, что в них вводится еще одно неизвестное. Усложним таким образом задачу № 8 (стр. 17). Получим задачи:

№ 55. Куплено 6 *м* бумазеи и 4 *м* полотна за 144 руб. Метр бумазеи на 4 руб. дороже метра полотна. Сколько стоят метр бумазеи и полотна в отдельности?

№ 56. Куплено 6 *м* фланели и 4 *м* полотна за 336 руб. Метр фланели в 4 раза дороже метра полотна. Сколько стоят метр фланели и полотна в отдельности?

Арифметический способ решения задач № 55—56, в условия которых введено дополнительное неизвестное, сводится к исключению последнего способом замены. В задаче № 55 мы, заменяя 6 *м* бумазеи таким же количеством полотна, получаем, что в этом случае пришлось бы за всю покупку (за 6 *м* полотна и 4 *м* полотна) уплатить 120 руб. ($144 - 4 \times 6$), после чего эта задача сводится к задаче № 8. В задаче № 56 мы, пользуясь тем же способом замены, узнаем, сколько метров полотна можно купить вместо 6 *м* бумазеи; получаем 24 *м*, после чего эта задача в основном решается так же, как задача № 8.

Первый вид задач на нахождение неизвестного по разности двух величин иногда усложняется тем, что разность произведений дается не в готовом виде, а должна быть предварительно найдена. Возьмем задачи:

№ 57. Хозяйка купила 6 тарелок. Если бы она купила 10 таких тарелок, то ей пришлось бы уплатить на 40 руб. больше. Сколько рублей стоила одна тарелка?

№ 58. Хозяйка рассчитала, что если она купит 6 тарелок, то у нее останется 200 руб., а если она купит 10 таких тарелок, то у нее останется 160 руб. Сколько рублей стоила одна тарелка?

№ 59. Покупатель рассчитал, что если он купит 6 тарелок, то у него останется 25 руб., а для того, чтобы купить 10 таких тарелок, ему нехватит 15 руб. Сколько рублей стоила одна тарелка?

В задаче № 57 известно, на сколько 10 тарелок стоят больше, чем 6 тарелок. В задачах же № 58 и 59 это нужно предварительно найти (в задаче № 58 для этого приходится от 200 руб. отнять 160 руб., а в задаче № 59 приходится к 25 руб. прибавить 15 руб.), после чего эти задачи сводятся к задаче № 57.

По классификации А. Александрова [1], задачи № 58—59 относятся к задачам, решаемым «методом остатков». Как мы видели, эти задачи являются усложнением первого вида задач на нахождение неизвестного по разности двух величин и легко сводятся к последним. Для выделения этих задач в особый тип нет серьезных оснований.

Первый вид задач на нахождение неизвестного по разности двух величин иногда усложняется не только тем, что разность произведений не дается в готовом виде, но и тем, что в их условия вводится новая величина (второе неизвестное). При решении таких задач одно неизвестное исключается посредством вычитания. Отсюда и название этих задач — «Задачи, решаемые способом исключения неизвестного».

Возьмем задачи:

№ 60. Один покупатель купил 4 *м* ситца, а другой купил 7 *м* такого же ситца и уплатил на 36 руб. больше первого. Сколько стоил метр ситца?

№ 61. Один покупатель купил 4 *м* ситца и 5 *м* полотна, другой по тем же ценам купил 7 *м* ситца и 5 *м* полотна и уплатил на 36 руб. больше первого. Сколько стоил метр ситца?

---

[1] См. выше, стр. 12.

№ 62. За 4 *м* ситца и 5 *м* полотна уплатили 138 руб., а за 7 *м* ситца и 5 *м* полотна по тем же ценам уплатили 174 руб. Сколько стоили метр ситца и метр полотна в отдельности?

Как видно, в задачи № 61—62 введена еще одна величина (количество полотна). Кроме того, в задаче № 62 разность произведений не дана в готовом виде.

В задачах, подобных задаче № 62, исключение одной из данных величин легко достижимо, благодаря тому, что количество метров полотна, купленных каждый раз, одинаково. Если бы это количество было различным, пришлось бы предварительно прибегнуть к уравниванию данных, например:

№ 63. За 4 *м* ситца и 5 *м* полотна уплатили 138 руб., а за 7 *м* ситца и 10 *м* полотна по тем же ценам уплатили 264 руб. Сколько стоил метр ситца и метр полотна в отдельности?

Для того чтобы сделать одинаковым количество метров полотна в обеих покупках, мы увеличиваем вдвое первую покупку.

Мы рассмотрели усложненные разновидности первого вида задач на простое тройное правило, на пропорциональное деление и на нахождение неизвестного по разности двух величин. Как мы видели, этих разновидностей относительно много. Что касается усложнений второго вида задач названных типов, то они весьма редко встречаются в существующих задачниках. Это объясняется не тем, что задачи этого вида невозможно усложнить, а тем, что при усложнении они становятся чересчур трудными для решения арифметическим способом. Мы поэтому опустим эти виды и перейдем к рассмотрению усложнений третьей группы задач с пропорциональными величинами.

Третий вид задач на пропорциональное деление иногда усложняется тем, что в них вводится еще одно неизвестное. Возьмем задачи:

№ 64. На 69 руб. куплены кружева двух сортов. Метр кружев первого сорта стоил 5 руб., а метр второго сорта — 4 руб. Сколько метров кружев каждого сорта куплено, если первого сорта было на 3 *м* больше, чем второго?

№ 65. Два трактора вспахали 69 *га* земли. Первый трактор пахал по 5 *га* земли в день, а второй — по 4 *га*. Сколько дней работал каждый трактор, если первый работал на 3 дня больше второго?

№ 66. В чан, вместимостью в 69 ведер, проведены 2 трубы. Через первую трубу вливается в минуту 5 ведер, через другую — 4 ведра. Для наполнения пустого чана сперва открыли первую трубу, а спустя 3 минуты открыли и вторую трубу. Сколько времени работала каждая труба до наполнения чана?

№ 67. Две артели рабочих начали укладывать железнодорожный путь длиною в 54 *км*. Одна артель укладывала в день 5 *км* пути, а вторая — 4 *км*. Сколько дней работала каждая артель, если первая приступила к работе на 3 дня раньше второй?

В задачах № 64—67 в отличие от задач № 1—5 речь идет не об одном общем множителе, а о двух различных искомых множителях (различном количестве метров кружев каждого сорта, различном количестве рабочего времени каждого трактора, каждой трубы, каждой артели).

При решении задачи № 64 мы, вычислив стоимость 3 *м* кружев первого сорта, вычитаем полученные 15 руб. из 69 руб., чтобы узнать, сколько стоила бы вся покупка, если бы кружев первого сорта было куплено столько же, сколько второго, после чего задача № 64 сводится к задаче № 1.

Подобным образом задача № 65 сводится к задаче № 3, задача № 66 — к задаче № 4 и задача № 67 — к задаче № 5.

Третий вид задач на нахождение неизвестного по разности двух величин иногда усложняется тем, что разность произведений дается не в готовом виде, а должна быть предварительно найдена.

Возьмем задачи:

№ 68. Куплено одинаковое количество метров полотна и сатина. Метр полотна стоил 12 руб., а метр сатина 18 руб. Сколько метров материи каждого сорта куплено, если за сатин уплачено на 24 руб. больше, чем за полотно?

№ 69. Покупатель рассчитал, что если он купит несколько метров полотна по 12 руб., то у него останется 17 руб., а для того, чтобы купить столько же метров сатина по 18 руб., ему нехватит 7 руб. Сколько метров ткани каждого рода покупатель хотел купить?

В задаче № 68 разность произведений дана в готовом виде, в задаче же № 69 ее нужно предварительно найти, для чего мы к 17 руб. прибавляем 7 руб.

Выше, при рассмотрении различных видов задач с пропорциональными величинами, мы не касались задач с обратно пропорциональными величинами. Последние задачи трудны для учащихся начальной школы. Полностью игнорировать такие задачи, однако, не следует, так как в этом случае у детей сложилось бы одностороннее представление о зависимости между величинами. Чтобы этого избежать, полезно в IV классе решать задачи на простое тройное правило с обратно пропорциональными величинами, сопоставляя эти задачи с задачами на простое тройное правило с прямо пропорциональными величинами.

Задачи на пропорциональное деление полезно также сопоставлять с задачами на нахождение чисел по сумме и разности, с тем, чтобы в результате сравнения дети лучше осмыслили *структуру задач на пропорциональное деление*.

Возьмем задачи:

№ 70. В совхозе под овес и ячмень отвели 1 560 *га* земли. Сколько гектаров земли отвели под овес и ячмень в отдельности, если под овес отвели в 4 раза больше земли, чем под ячмень?

№ 71. В совхозе под овес и ячмень отвели 1 560 *га* земли. Сколько гектаров земли отвели под овес и ячмень в отдельности, *если под овес отвели на 4 га больше*, чем под ячмень?

Первая задача — на пропорциональное деление (нахождение чисел по сумме и отношению), вторая — на непропорциональное деление (нахождение чисел по сумме и разности). Легко видеть, что решение задач на деление по сумме и разности может помочь *учащимся лучше осмыслить особенности задач на пропорциональное деление*. Поэтому, наряду с различными вариациями задач на пропорциональное деление, полезно решать задачи на *деление в разностном отношении (на нахождение чисел по сумме и разности)*.

Задачи на нахождение чисел по сумме и разности можно вообще рассматривать, *как усложненные дополнительными условиями* задачи на нахождение чисел по сумме и отношению.

Возьмем задачи:

№ 72. В совхозе засеяли 2 800 *га* земли пшеницей, рожью и овсом. Пшеницей засеяли в 3 раза больше земли, чем овсом, а рожью столько, сколько пшеницей. *Сколько гектаров пшеницы*, ржи и овса в отдельности засеяли?

№ 73. В совхозе засеяли 2 890 *га* земли пшеницей, рожью и овсом. Пшеницей засеяли в 3 раза больше земли, чем овсом, а рожью на 90 *га* больше, чем пшеницей. Сколько гектаров пшеницы, ржи и овса в отдельности засеяли?

Задача № 73 по сравнению с задачей № 72 усложнена дополнительным условием. При решении задачи № 73 достаточно *от 2 890 га отнять 90 га, чтобы эта задача была сведена к задаче* № 72.

Сравнивая *основные* виды задач с пропорциональными величинами, *легко видеть, что вторая группа их (второй вид задач* на тройное правило, на пропорциональное деление и на нахождение неизвестного по разности двух величин) труднее соответствующих задач первой группы (первого вида упомянутых задач), а третья группа их, в свою очередь, труднее соответствующих задач второй группы.

С другой стороны, каждый вид задач на пропорциональное деление труднее соответствующего вида задач на простое тройное правило, а каждый вид задач на нахождение неизвестного по разности двух величин, в свою очередь, труднее соответствующего вида задач на пропорциональное деление.

Отсюда следует, что основные виды задач с пропорциональными величинами должны в процессе обучения располагаться примерно так, как они расположены в приведенной выше таблице 1.

Что касается задач на нахождение чисел по сумме и разности, то, поскольку мы видим их значение в лучшем осмыслении детьми задач на нахождение чисел по сумме и отношению, то они должны следовать за последними задачами. Это диктуется и большей трудностью задач на нахождение чисел по сумме и разности, в частности трудностью формулировки первого вопроса плана.

Переходим к выводам.

Отсутствие методически-выдержанной системы классификации задач, являющееся результатом слабой разработки данного вопроса в литературе, является одной из причин низкой эффективности работы школы по обучению решению задач. При обилии типов, часто выделяемых по мало существенным признакам, при расположении их без должной методической последовательности учащимся нелегко усвоить способы их решения. Предлагаемая нами классификация кладет в основу деления задач их структуру, которая в свою очередь определяет способ их решения и ход рассуждения. Благодаря такому принципу деления, типы задач в данной классификации, существенно различаясь между собой, четко отграничены один от другого.

Охватывая множество вариаций задач, эта классификация показывает, что все они сводятся к сравнительно небольшому кругу основных видов, которые усложняются путем внесения в них тех или иных изменений.

Существенной особенностью данной системы является также то, что она вскрывает методическую последовательность, в какой следует располагать задачи в процессе обучения, постепенно переходя от менее сложных к более сложным задачам.

Кроме того, при такой системе подбора учащиеся могут легко заметить сходство между различными по своему содержанию, но близкими по своей структуре задачами, что весьма полезно для их математического развития. «Математика..., — говорит В. Латышев, — дает такой общий прием решения вопросов, который одинаково применим к вопросам всякого рода, ко всем отраслям знаний... Арифметика, несмотря на небольшой ее объем и ограниченность ее средств для решения вопросов, все-таки должна носить в учебном курсе тот же характер, как и вся математика... И только при такой широкой постановке предмета может он оказать все то влияние на развитие учащихся, к какому способен»[1].

[1] В. Латышев, Руководство к преподаванию арифметики. М., 1897, стр. 97.

Это в значительной мере достигается при данной системе подбора задач. Уменье подмечать общее в явлениях, внешне не похожих друг на друга, — весьма ценное качество, находящее применение в любой отрасли человеческого знания. Важно поэтому, чтобы и в области решения задач учащиеся умели устанавливать сходство между задачами, внешне различными, но однородными по своей структуре и способам решения.

Отдельные типы задач выступают в нашей классификации не изолированно один от другого, а в тесной связи друг с другом, в развитии. Такое расположение задач в процессе обучения весьма ценно для развития мышления учащихся в соответствии с целями нашей школы, о чем сравнительно подробно говорилось в первой главе. Оно также облегчает детям осознание способа решения рассматриваемых типов задач. Опыт показывает, что решение первой группы задач с пропорциональными величинами в той последовательности, в какой они расположены в таблице 1, дается детям значительно легче по сравнению с тем случаем, когда эти задачи вводятся, как это нередко наблюдается в школьной практике, без связи друг с другом. То же относится ко второй и к третьей группе задач таблицы 1.

Отмеченные особенности данной классификации могут существенно способствовать повышению эффективности обучения.

Расположение задач в процессе обучения. До начала XX века различные виды задач располагались в задачниках в смешанном порядке. Но затем стали появляться сборники (Борисова и Сатарова, Терешкевича и др.), в которых задачи были расположены по типам. Какая из этих двух систем расположения задач (в сборниках и, как следствие, в школьной практике) является более целесообразной?

Наблюдения, а также экспериментальные исследования[1] показывают, что расположение задач однородными группами (по типам) толкает учащихся на путь механического решения их по готовому шаблону. Расположение задач в смешанном порядке создает серьезные затруднения для многих учащихся, в первую очередь для слабо подготовленных, так как, не осмыслив должным образом способ решения одного вида задач, они переходят к решению задачи другого вида, затем третьего, четвертого и т. д.

Наиболее целесообразной нам представляется *комбинированная* система расположения задач. Сущность ее заключается в том, что при *первичном* ознакомлении учащихся с новым типом подбираются однородные задачи, решаемые подряд, с тем чтобы учащиеся могли уяснить зависимость между величинами, понять способ решения. Затем для решения берутся задачи, расположенные в смешанном порядке и представляющие собой

---

[1] Мы имеем, в частности, в виду упомянутое выше исследование Н. А. Менчинской.

различные вариации и сочетания встречавшихся ранее видов. При введении нового вида снова решаются однородные задачи, за которыми опять следуют смешанные, и т. д. Так, в I классе при ознакомлении учащихся с первым видом задач на сложение решается целый ряд задач этого вида. При ознакомлении их вслед за этим с задачами на вычитание, в которых требуется найти остаток, решаются однородные задачи этого вида. Затем решаются смешанные простые задачи изученных двух видов и, наконец, задачи в 2 действия, представляющие собой различные сочетания рассмотренных двух видов простых задач. Так постепенно учащиеся знакомятся со все новыми видами простых, а затем составных задач, упражняясь после ознакомления с каждым новым видом в решении смешанных задач, охватывающих все ранее рассмотренные виды.

Особо следует остановиться на расположении в процессе обучения рассмотренных выше задач с пропорциональными величинами. Как уже указывалось выше, следует основные виды этих задач располагать в процессе обучения примерно так, как они расположены в таблице 1. В III классе решаются первые две группы этих задач, задачи на встречное движение и задачи на нахождение двух чисел по сумме и разности.

В IV классе повторяются типы задач, указанные для III класса, решаются более сложные задачи этих типов и вновь вводятся задачи, решаемые способом отношений и способом исключения неизвестного, задачи на движение в одном направлении, задачи на сложное тройное правило и задачи на вычисление среднеарифметического. Рассмотрению каждого вида усложненных задач должно быть предпослано повторение соответствующего основного вида, постепенно переходя от основной задачи к усложненной.

Что касается I и II классов, то решаемые здесь задачи должны составлять элементы задач, решаемых в старших классах. Главное внимание в I и II классах должно уделяться основным видам простых задач и составным задачам в 2—3 действия, представляющим собой различные сочетания простых задач (в I классе решаются более легкие виды простых задач и задачи в 2 действия, во II классе — остальные виды простых задач и составные задачи в 2—3 действия).

Наряду с этим полезно во II классе решать легкие виды задач на простое тройное правило (на прямое и обратное приведение к единице), а также уделять некоторое внимание задачам, содержащим элементы типовых задач, решаемых в старших классах, с тем, чтобы исподволь подготовить детей к их решению. Так, для подготовки учащихся к задачам на сложное тройное правило полезно во II и III классах решать примерно такие задачи:

№ 74. 3 столяра изготовили за 8 дней 72 табуретки. Сколько табуреток может изготовить 1 столяр за 1 день при той же производительности труда?

№ 75. Для 5 овец на 4 дня требуется 60 *кг* сена. Сколько килограммов сена требуется для 1 овцы на 1 день?

№ 76. Столяр делает за день 3 табуретки. Сколько табуреток сделают 5 столяров за 3 дня при той же производительности труда?

№ 77. Овце дают в день 3 *кг* сена. Сколько килограммов сена требуется для 8 овец на 5 дней?

Легко видеть, что решение подобных задач может способствовать подготовке учащихся к решению задач на сложное тройное правило в IV классе, например:

№ 78. 3 столяра изготовили 72 табуретки за 8 дней. Сколько табуреток могут изготовить 5 столяров за 3 дня при той же производительности труда?

№ 79. Для 5 овец на 4 дня требуется 60 *кг* сена. Сколько килограммов сена потребуется для 8 овец на 5 дней?

Подобным образом следует в младших классах подготовлять учащихся к некоторым другим видам задач, решаемых в старших классах. Подготовительные задачи, содержащие элементы того или иного типа задач, полезно решать и непосредственно перед введением данного типа.

Подготовка учащихся к типам задач, решаемых в III и IV классах, должна осуществляться не только через посредство тех задач, о которых шла речь выше, но и путем предварительного решения соответствующих *прямых* задач, которые легче *обратных* и могут поэтому помочь детям лучше понять последние.

Возьмем задачи:

№ 80. Куплено 2 куска ткани одного сорта в 6 *м* и 4 *м*, по 60 руб. за метр. Сколько всего денег уплатили?

№ 81. На 600 руб. куплено 2 куска ткани одного сорта в 6 *м* и 4 *м*. Сколько рублей стоил каждый кусок ткани?

Задача № 80 является прямой по отношению к задаче № 81 (задаче первого вида на пропорциональное деление). Решению первого вида задач на пропорциональное деление полезно поэтому предпослать задачи, подобные задаче № 80; при этом из двух возможных способов решения этой задачи следует отдать предпочтение более краткому способу, который, как легко видеть, лучше подготовляет учащихся к решению соответствующего вида задач на пропорциональное деление.

Решению первого вида задач на нахождение неизвестного по разности двух величин полезно предпослать следующие прямые задачи, которые, как и задачу № 80, полезно, по указанным выше соображениям, решать более кратким способом:

№ 82. Один покупатель купил 5 стульев по 30 руб., а другой — 8 стульев по той же цене. На сколько первый покупатель уплатил больше денег, чем второй?

№ 83. Летчик был в полете один день 7 часов, а другой — 9 часов. На сколько километров он пролетел в первый день меньше, чем во второй, если он летел все время со скоростью 300 *км* в час?

Подготовительные прямые задачи должны предшествовать рассмотрению и других видов задач, решаемых в старших классах начальной школы; при этом, так как приведенные выше прямые задачи требуют для своего решения 3—4 действий, то они могут быть введены лишь в III классе.

Как указывалось выше, при подборе задач следует, помимо структуры, учитывать ряд других факторов, от которых зависит трудность задач. Прежде всего следует принимать во внимание *содержание* задач, стремясь к тому, чтобы оно было возможно более тесно связано с жизнью. Соблюдение этого требования способствует не только связи преподавания арифметики с жизнью, но и умственному развитию учащихся. «Если мы желаем, чтобы учащиеся получили, благодаря изучению математики, возможно более широкое умственное развитие, — справедливо указывает К. Лебединцев, — то мы должны упражнять их математическое мышление на таком материале, который имел бы прямую связь с областью других наук и с явлениями жизни в самом обширном смысле этого слова» [1].

Это требование особенно актуально для нашей школы, которая придает исключительно большое значение связи обучения с жизнью, связи теории с практикой.

Содержание арифметических задач может быть придумано или взято непосредственно из окружающей жизни. Но и в первом случае содержание задач должно быть возможно более тесно связано с жизнью. В частности, числовые данные этих задач должны отражать количественные отношения реальной жизни, так как нарушения в данной области делают задачи нереальными, оторванными от действительности.

В период работы нашей школы по комплексно-проектной системе делались попытки брать содержание всех задач непосредственно из окружающей жизни в соответствии с рассматриваемыми комплексами или проектами. Как известно, это привело не только к нарушению системы в преподавании арифметики, но и к выпадению из школьного преподавания многих, весьма

[1] К. Лебединцев, Метод обучения арифметике в старой и новой школе. М., 1914, стр. 13.

ценных для умственного развития детей видов задач, которые «не укладывались» в комплексные темы.

При систематическом обучении решению задач, которое введено в нашей школе после исторических постановлений ЦК ВКП(б) о школе, нельзя обойтись без задач с придуманным содержанием. Но эти задачи, как указывалось, должны быть, по возможности, тесно связаны с жизнью. Нельзя, однако, ограничиться такими задачами. Учитывая значение задач, содержание которых берется непосредственно из окружающей жизни, для коммунистического воспитания детей, для расширения их кругозора, для их подготовки к практической деятельности, следует в процессе преподавания арифметики уделять большое внимание такого рода задачам.

К сожалению, в существующих сборниках количество задач, содержание которых взято непосредственно из окружающей жизни, незначительно. Этот пробел должен быть восполнен в школьной практике за счет задач, составляемых учителями. Это тем более необходимо, что в задачниках отсутствуют задачи, отражающие местную жизнь. Кроме того, во многих задачах, помещенных в печатных сборниках, часто содержатся устаревшие данные. Следует помнить, что даже самый лучший задачник не может угнаться за нашей жизнью, которая неизменно движется вперед, ежедневно принося все новые и новые данные об успехах нашего социалистического строительства, о достижениях советских людей в различных областях науки и труда. Эти данные, как это имеет место в практике некоторых учителей[1], должны быть использованы в качестве материала для задач, при этом, наряду с данными, так сказать, общереспубликанского масштаба, следует широко использовать числовые данные, отражающие жизнь данной области, района, ближайшего колхоза, совхоза и т. д. Нечего говорить о том, что в подобных задачах должна найти отражение жизнь школы.

Приведем примерное содержание задач из реальной жизни.

Определение количества учащихся, присутствовавших в школе в различные дни недели (по данному общему числу учеников и количеству отсутствовавших).

Определение стоимости предполагаемой покупки (покупки тетрадей или учебников, покупки билетов в кино или театр и др.).

---

[1] В. Васильева, Как я научила свой класс решать и составлять задачи, — журнал «Культфронт Урала», № 6, 1935, Свердловск, и сборник «Опыт работы по арифметике». Учпедгиз, М., 1937. М. Н. Говорова, Как я обучаю решать задачи во II классе,— Методический бюллетень МООНО, 1939, № 6. Л. М. Фридман, Использование материалов пятилетнего плана восстановления и развития народного хозяйства СССР на уроках математики в школе. Красноярск, 1948.

Определение расходов на экскурсию в музей и др.

Определение количества учебных дней в данный месяц или четверть (по общему количеству дней или количеству дней отдыха).

Определение количества пионеров в школе.

Вычисление стоимости подписки на газеты и журналы для школьной библиотеки или избы-читальни.

Определение количества солнечных и пасмурных дней, а также количества дней с осадками в данный период времени (месяц или время года).

Вычисление долготы дня и ночи (по данным о восходе и заходе солнца в данной местности).

Определение количества семян, какое требуется колхозу к весеннему севу.

Определение количества топлива, которое требуется школе на год.

Вычисление суммы денег, которая требуется на оборудование школы, на ремонт школьного здания, на разведение сада на пришкольном участке и др.

Определение количества семян, которое требуется для школьного огорода.

Вычисление роста лесонасаждений в данном районе или области.

Определение количества кормов, которое требуется заготовить колхозу на год.

Вычисление количества удобрений, которое требуется для школьного сада или огорода.

Вычисление среднего урожая зерновых культур или овощей в колхозе. Сравнение этого урожая с рекордным урожаем, полученным отдельными бригадами или звеньями.

Сравнение среднего урожая зерновых культур или овощей за ряд лет.

Вычисление среднего годового удоя коровы на молочной ферме колхоза. Сравнение среднего удоя с рекордными удоями, полученными от отдельных коров, с средними удоями за ряд лет.

Вычисление роста промышленности, сельского хозяйства и культурных учреждений в данном районе, области, СССР.

Числовые данные для составления задач можно также брать из *смежных дисциплин (естествознания, географии, истории)*.

При подборе указанных выше задач необходимо учитывать их доступность для учащихся данного класса. Следует также исходить из вычислительных навыков детей с тем, чтобы при решении выдвинутых вопросов не встречались действия, не знакомые учащимся, чтобы решение задач не приводило к нарушению в системе преподавания.

Решение задач, содержание которых взято из окружающей жизни или из смежных дисциплин, часто проводится так, что учащиеся не замечают их отличия от задач с вымышленным содержанием.

Между тем решение жизненных задач должно проводиться так, чтобы оно помогало учащимся лучше понять отдельные стороны нашей жизни, углубляло их знания в области других дисциплин, способствовало их коммунистическому воспитанию.

В значительной мере это относится и к задачам с придуманным содержанием. Решение этих задач должно содействовать формированию у детей правильных понятий, уточнению их представлений, углублению их знаний, должно способствовать их воспитанию в коммунистическом духе.

Особо следует остановиться на *задачах с геометрическим содержанием*. Развитие пространственных представлений имеет *большое значение как для общего умственного развития детей*, так и для их подготовки к практической деятельности.

Горячий сторонник введения задач с геометрическим содержанием в школьный курс арифметики В. Беллюстин писал: «Геометрия нагляднее арифметики, число отвлеченнее протяжения; следовательно, геометрический материал более соответствует природе учащихся детей, и действие его в образовательном отношении нисколько не меньше, если не больше, действия арифметического материала» [1].

Развитие пространственных представлений учащихся особенно актуально в наше время, когда в связи с развитием техники графическая грамотность становится одним из важных элементов общего образования. Между тем задачи с геометрическим содержанием занимают небольшое место в школьной практике, где такие задачи решаются лишь в IV классе.

Подобную практику следует признать неправильной. Необходимо, чтобы задачи, преследующие цели развития пространственных представлений детей, вводились, начиная с I класса. Необходимо, далее, чтобы, наряду с решением задач с придуманным содержанием, учащиеся решали практические задачи, *связанные с измерением площади и объема* (*площади земельных участков, объема овощехранилища и др.*).

Здесь уместно указать, что задачи, имеющие своей целью развитие пространственных представлений детей, занимают в наших задачниках значительно больше места, чем в дореволюционных. Все же место, отводимое таким задачам в наших задачниках, следует признать недостаточным.

При подборе задач следует учитывать не только их содержание, но и то, какие *величины* входят в их состав, так как трудность задач в значительной мере зависит от степени понимания зависимости между данными и искомыми величинами. Чтобы помочь детям осмыслить зависимость между наиболее часто

---

[1] В. Беллюстин, Математика в начальной школе,— «Педагогический вестник», № 1, 1911.

встречающимися в задачах величинами, полезно, особенно на первых шагах обучения, решать подряд по нескольку задач с одними и теми же величинами,— например: несколько задач, в которых идет речь о цене, количестве и стоимости товаров, несколько задач, в которых говорится о расходе материала на один предмет, количестве изготовленных предметов и общем расходе материала, несколько задач, в которых выступают величины: скорость, время, путь и т. д.

Характер величин, выступающих в условиях задач, должен приниматься в расчет при решении не только простых, но и составных задач. При рассмотрении нового типа задач следует начинать с задач со знакомыми детям величинами, переходя затем к решению задач с менее знакомыми величинами и заключая эту *работу решением задач с отвлеченными числами*. Так, при рассмотрении задач на нахождение двух чисел по сумме и разности целесообразно сперва решить задачи, в которых выступают хорошо знакомые детям величины, затем менее знакомые, в заключение же можно рассмотреть задачи с отвлеченными числами, например:

Сумма двух чисел равна 150. Одно из них на 30 больше другого. Найти эти числа.

Сумма двух чисел равна 250, а разность их 40. Найти эти числа.

Лишь при подобном варьировании содержания задач можно рассчитывать на выработку у учащихся общего представления о структуре и способе решения задач каждого типа.

При рассмотрении каждого вида задач следует особое внимание уделять задачам, в которых выступают величины: скорость, время, путь, иначе говоря, задачам на движение, на чем мы подробно останавливались выше.

Трудность составной задачи в определенной мере зависит от *порядка расположения числовых данных*, иначе говоря, от порядка изложения условий. По этому признаку некоторые авторы разбивают составные задачи на *приведенные* и *неприведенные*. Вот определение, даваемое Шохор-Троцким этим видам задач: «*Сложные чисто арифметические задачи*, в которых условия изложены в том порядке, который наиболее отвечает порядку требуемых действий, условимся называть *приведенными* к ряду простых задач, а задачи с условиями, этому порядку не отвечающими — *неприведенными*» [1].

Возьмем для примера следующие две задачи:

«Одна школа купила несколько парт на 2 080 руб. по 65 руб. каждая. Другая школа купила на 13 парт больше первой,

[1] С. И. Шохор-Троцкий, Методика арифметики, ч. I, М., 1900, стр. 40.

а третья — в 3 раза меньше второй. Сколько парт купила третья школа?»

«Одна школа истратила на покупку парт 2 080 руб. Другая купила на 13 парт больше первой, а третья в 3 раза меньше второй. Сколько парт купила третья школа, если парта стоила 65 руб.?»

В первой задаче условия изложены в том порядке, в каком *они должны быть использованы при ее решении. Во второй задаче* условия не расположены в таком порядке. Первую задачу можно поэтому считать приведенной, вторую — неприведенной.

Деление задач на приведенные и неприведенные следует считать сугубо условным, так как в отдельных случаях нелегко провести грань между ними. Несмотря на это, такое деление задач может быть с пользой применено в школьной практике. При подборе задач следует начинать с приведенных, как более легких, а затем переходить к более трудным, неприведенным.

В I и II классах в ряде случаев полезно после решения приведенной задачи решить с детьми аналогичную неприведенную задачу, например:

Весною в саду посадили 5 рядов смородины по 10 кустов в каждом ряду, а осенью 30 кустов. Сколько всего кустов смородины посадили? (Приведенная задача.)

Весною в саду посадили 40 кустов малины, а осенью 6 рядов по 10 кустов в каждом ряду. Сколько всего кустов малины посадили в саду? (Неприведенная задача.)

Некоторых учащихся затрудняет *выбор действий при решении простых задач, выделяемых из составной. При подборе* составной задачи следует учитывать, умеют ли учащиеся решать простые задачи, входящие в ее состав. В случае надобности следует давать им соответствующие подготовительные упражнения.

Возьмем для примера задачу:

«Жители одного села при царской власти получали всего 5 газет. Теперь они получают 20 московских газет и 140 местных. Во сколько раз больше газет получают они теперь, чем получали при царской власти?»

В случае, если можно ожидать затруднений со стороны учащихся в выборе последнего действия, следует до решения этой задачи дать учащимся несколько подготовительных упражнений, например: Во сколько раз 120 больше 6? Во сколько раз 130 больше 2? и т. п.

Возьмем для примера еще одну задачу:

Если бы в совхозе собрали в среднем по 15 *ц пшеницы с* 1 *га*, план был бы недовыполнен на 1 280 *ц*. В действительности собрали по 18 *ц* с гектара и перевыполнили план на 460 *ц*. *Сколько пшеницы следовало собрать по плану?*

В этой задаче можно ожидать затруднений у учащихся при выборе действия для решения вопроса: «На сколько центнеров пшеницы собрали в действительности больше, чем предполагали?» До решения указанной составной задачи полезно предложить учащимся примерно такую задачу.

На 1 сентября план хлебосдачи в колхозе был недовыполнен на 200 *ц*, к концу сентября план был перевыполнен на 150 *ц*. Сколько центнеров хлеба колхоз сдал в сентябре?

В составной задаче с многозначными числами учащихся часто затрудняют не отдельные входящие в нее простые задачи, а задача в целом. Чтобы облегчить учащимся решение такой задачи, полезно предпослать ей одну или несколько подобных *задач с небольшими числами*.

Возьмем для примера задачу:

«По плану завод должен был выпустить 3 600 плугов в 25 дней. Благодаря ударной работе, завод выпускал в день на 36 плугов больше, чем было намечено по плану. На сколько дней раньше срока завод выполнил план?»

Учитывая трудность этой задачи, полезно предпослать ей примерно такую задачу:

«Мебельная мастерская должна была изготовить 120 столов в 6 дней. В действительности мастерская изготовляла в день на 10 столов больше, чем было намечено по плану. На сколько дней раньше срока мастерская изготовила все столы?»

Здесь уместно отметить положительную роль *устных* задач в старших классах. Устная задача, числовые данные которой обычно невелики, часто понятнее детям по сравнению с соответствующей письменной задачей с многозначными или дробными числами. Это подтверждается школьными наблюдениями, а также данными экспериментальных исследований, показавших, что в задачах с большими числами учащиеся допускают значительно больше ошибок в *выборе действий* по сравнению с аналогичными задачами с небольшими числами.

Устная задача легче письменной не только потому, что детям доступнее ее содержание, но и потому, что при письменном решении задачи ученику приходится затрачивать сравнительно много умственной энергии на производство вычислений, вследствие чего он иногда недостаточно вникает в способ ее решения. Другое дело — устная задача, в которой вычисления обычно несложны, так что ученик может целиком отдаться осмысливанию хода ее решения.

Опыт показывает, что с помощью устных задач, чередуемых с письменными, учитель часто добивается продвижения своих учеников гораздо быстрее, чем с помощью одних письменных. При письменном решении задач слабо подготовленные ученики часто испытывают чересчур большие затруднения, вследствие чего они иногда теряют интерес к работе. Устное решение задач, которое дается им значительно легче, содействует повышению их интереса, так как благодаря им они приобретают ряд навыков и умений, которые они затем переносят на письменное решение задач.

В ряде случаев при письменном решении задачи полезно предложить детям мысленно заменить многозначные числа одно-двузначными и подумать, как бы они стали решать данную задачу с небольшими числами. Опыт показывает, что подобная, даже только мысленная замена многозначных чисел небольшими может облегчить детям понимание способа решения затруднившей их задачи.

Для некоторых учащихся серьезной помехой при решении задач являются *трудные вычисления*. Такие вычисления требуют от них большего напряжения и тем отвлекают их внимание от содержания задачи. Необходимо поэтому подбирать числовые данные так, чтобы вычисления были вполне посильны для учащихся. В отдельных случаях полезно до решения задачи упражнять учащихся в производстве вычислений, аналогичных тем, какие встретятся в задаче, иногда же полезно упражнять их в выполнении тех самых вычислений, которые потребуются при решении намеченной задачи.

Вообще же следует избегать трудных вычислений в составных задачах. Как правило, чем труднее задача, тем легче должны быть вычисления, которые требуются при ее решении.

Особого внимания заслуживает вопрос, каким задачам — легким или трудным — следует отдавать предпочтение в курсе арифметики. По этому вопросу в методической литературе существуют различные точки зрения: одни авторы считают, что нужно максимально облегчать задачи по арифметике; другие считают, что следует решать преимущественно трудные задачи, так как только такие задачи развивают мышление учащихся. Наиболее правильный ответ на данный вопрос, нам представляется, дает В. Латышев. В своем «Руководстве к преподаванию арифметики» Латышев говорит: «Если задачи будут всегда доступны ученикам, то последние могут выучиться решать задачи, но не выучатся сосредоточивать свои силы в случае надобности»[1]. И в другом месте: «...Постоянная доступность задач не только не дает возможности детям выучиться сосредоточивать свои силы, но даже может способствовать развитию в них пренебре-

[1] В. Латышев, Руководство к преподаванию арифметики. М., 1897, стр. 99.

жительного отношения к делу, из-за предположения, что все для них доступно, ...а через это — дать пищу их самомнению. При всяком же затруднении такие ученики теряются совершенно, не умеют приняться за дело, сразу теряют всякую веру в свои силы, отказываются даже от попытки решить задачу или утверждают, что ее совсем решить нельзя, и не хотят над ней думать. Отчего? Им неприятен переход от постоянного как бы торжествующего положения к сознанию своего бессилия, и они стараются приписать причину своей неудачи задаче, а не самим себе... Но если б, — говорит Латышев, — постоянно предлагались трудные задачи и ученики безуспешно или с очень малым успехом пытались решить их, то безуспешность работы тяжело ложится на учащихся, даже может подавить в них всякую энергию» [1].

Точку зрения В. Латышева на легкие и трудные задачи разделяют многие русские методисты.

Благотворное влияние трудных задач отмечал и Л. Н. Толстой. «Первая самодеятельность детей,— читаем мы в его «Арифметике», — возбуждается только тогда, когда задана им задача более или менее замысловатая» [2].

Иностранные авторы, в особенности в США, чрезмерно облегчают арифметические задачи в сборниках даже для старших классов.

Подобная практика неприемлема для нашей школы, которая видит в трудных задачах, правильно чередуемых с легкими и подбираемых в соответствии с умственным развитием детей, средство развития их мышления, средство воспитания в них усидчивости, настойчивости, воспитания их воли.

Отмечая развивающее значение трудных задач, мы разделяем в этом вопросе точку зрения Ф. И. Егорова, который указывал: «Не следует... задаваться мыслью, что чем труднее задача, тем производительнее ее решение для детей. Производительны для детей только те задачи, в решении которых они сами могут принять *деятельное участие*, и где это участие не ограничивается одними вычислениями, но *распространяется и на исследование зависимости между величинами, входящими в задачу, и на установление приема решения»* [3].

Чтобы сделать трудные задачи доступными для учащихся, Егоров, в частности, рекомендует предпосылать им вспомогательные задачи, о которых шла у нас речь выше. «На своем месте поставленная, даже и трудная задача, если она хорошо подготовлена вспомогательными задачами, — говорит Егоров, — дается детям сравнительно легко и представляет благодарную

[1] В. Латышев, Руководство к преподаванию арифметики. М., 1897, стр. 99.

[2] Л. Н. Толстой, Арифметика. М., 1913, стр. 6.

[3] Ф. Егоров, Методика арифметики. М., 1917, стр. 90.

производительную работу»[1]. С этим положением можно вполне согласиться.

Авторы некоторых дореволюционных русских задачников вводили трудные задачи уже с первых шагов школьного обучения. Так, в задачнике Евтушевского, в разделе «Задачи на действия в пределе 10» встречаются задачи до 6 действий, в том числе задачи на нахождение чисел по сумме и отношению, по разности и отношению, по сумме и разности.

В наших современных задачниках, как известно, трудные задачи вводятся значительно позже. Эту тенденцию следует признать правильной, в особенности, если принять во внимание более низкий возраст обучаемых в нашей начальной школе. Трудные задачи должны занимать видное место в курсе начальной арифметики, но вводиться они должны тогда, когда это позволяет умственное развитие детей.

Глава III

УСВОЕНИЕ УСЛОВИЯ ЗАДАЧИ

Одним из важных факторов успешного обучения детей решению задач является сознательное усвоение ими условий.

Чтение, запись и повторение условия. В повседневной практике приходится наблюдать, как многие учащиеся слабо понимают текст условия из-за плохого чтения его.

Процесс чтения условия задачи существенно отличается от чтения рассказов. Особые трудности представляет для ученика чередование в условии словесного текста с числами. Последние, как показывает опыт, читаются совсем иначе, чем слова. Объясняется это, главным образом, тем, что каждое число представляет собой особую комбинацию знаков — цифр, в то время как в словах знаки-буквы встречаются в определенных комбинациях. Вследствие этого учащийся при чтении чисел делает больше фиксаций глаз, а также больше регрессий (возвращений к просмотренному тексту), фиксации глаз здесь более длительны, чем при чтении слова. При встрече числа в условии задачи учащийся вынужден замедлить темп своего чтения.

Из сказанного видно, что чтение условия требует особых навыков от учащихся. Нельзя поэтому полагаться на общие навыки чтения, которые приобретаются детьми на уроках русского языка, а необходимо обучать их чтению текста задач, добиваясь, чтобы они прочитывали условие не меньше двух раз, с тем чтобы при первом чтении они старались понять общий смысл условия, а при вторичном чтении они вникали в числовые данные.

---

[1] Ф. Егоров, Методика арифметики, М., 1917, стр. 134

Заслуживает внимания вопрос, кто должен читать условие — учитель или ученик.

Наблюдения, а также исследования, которые проводились в данной области, показали, что учащиеся лучше справляются с задачами, читаемыми учителем, чем с аналогичными задачами, условия которых они читают сами.

Следует ли из этого, что учитель должен всегда сам читать условие? Разумеется, нет. Конечной нашей целью является развитие у учащихся уменья самостоятельно, без посторонней помощи, решать задачи. Было бы поэтому вредно, если бы во всех случаях учитель сам читал условие. Вместо этого необходимо, начиная с I класса, приучать детей к чтению задач по задачнику.

Переходим к рассмотрению вопросов, связанных с *записью* условия.

Условие задачи может записываться *текстуально* (записывается полностью весь текст) или *кратко* (записываются только числовые данные задачи, иногда вместе с ее главным вопросом).

Текстуальная запись условия может применяться лишь в старших классах начальной школы и то изредка, так как она отнимает много времени, особенно у учащихся, медленно пишущих, вследствие чего уроки арифметики превращаются в уроки письма.

Другое дело — краткая запись. Выделение из текста условий числовых данных и их запись делает более ясным для учеников, что дано в задаче и что ищется. Такая запись помогает им лучше понять зависимость между величинами, о которых идет речь в условии задачи. Краткая запись условия должна поэтому практиковаться возможно чаще.

Краткая запись условия может проводиться по-разному. Возьмем для примера задачу:

«3 пионерских отряда собрали для колхозных полей 700 *кг* удобрений. Первый отряд собрал 130 *кг*, второй отряд в 2 раза больше, чем первый. Сколько килограммов удобрений собрал третий отряд?»

Выписывая числовые данные из этого условия, можно расположить их в строчку, например:

3 отряда 700 *кг*; I — 130 *кг*, II — в 2 раза больше. III — ?

Можно расположить эти данные по-иному, схематически, примерно, так:

$$\text{3 отряда 700 } \textit{кг} \begin{cases} \text{I — 130 } \textit{кг} \\ \text{II — в 2 раза больше} \\ \text{III — ?} \end{cases}$$

Легко видеть, что вторая форма записи делает условие более доходчивым для учащихся, облегчает им понимание зависимости между ее величинами. Целесообразно поэтому сравнительно часто применять схематическую запись условия, особенно при решении более трудных задач. Необходимо, чтобы учащиеся прибегали к этой форме записи числовых данных при самостоятельном решении задач как в классе, так и дома.

Следует ли, однако, всегда прибегать к схематической записи числовых данных задачи? Разумеется, нет, так как злоупотребление этой формой может привести к тому, что ученики не будут справляться с задачей при иной форме записи, в особенности же без записи условия. Наряду с применением схематической записи, следует практиковать строчную форму записи условия.

Особо следует остановиться на вопросе о записи условия при устном решении задач.

Считая излишней запись условий устных задач с немногими числовыми данными, легкими для запоминания, мы решительно высказываемся против применения чисто устной формы сообщения условия тогда, когда в нем выступает несколько чисел. В последнем случае ученики ставятся в неблагоприятные условия, так как им приходится удерживать в памяти содержание задачи, ее числовые данные, план решения, промежуточные результаты и т. д. Обычно с этого рода требованиями справляются лишь немногие ученики. Следует поэтому сравнительно часто практиковать запись условия устных задач с тем, чтобы, освободившись от необходимости удерживать в памяти числовые данные, ученики могли целиком отдаться осмысливанию способа их решения.

В современных задачниках встречаются задачи, числовые данные которых расположены в таблицах, например:

Какой ветер	Скорость движения в секунду
Слабый ветер (шевелит листья)	5 *м*
Сильный ветер (колеблет больш ие ветви) . . .	13 *м*
Шторм (срывает железные листы крыш) . . .	24 *м*
Ураган (разрушает дома)	35 *м*

Какова скорость движения в минуту слабого ветра? сильного ветра? шторма? урагана?

Учитывая, что табличная форма записи числовых данных широко применяется в жизни, следует и в школьной практике уделять ей определенное место.

Переходим к вопросу о п о в т о р е н и и условий.

В школьной практике при пересказе задачи обычно воспроизводят ее активно немногие учащиеся. Большая же часть детей воспринимает условие пассивно, на слух. В результате некоторые учащиеся не усваивают условия. При индивидуальном обследовании учащихся мы часто предлагали им задачи, которые не-

Заслуживает внимания вопрос, кто должен читать условие — учитель или ученик.

Наблюдения, а также исследования, которые проводились в данной области, показали, что учащиеся лучше справляются с задачами, читаемыми учителем, чем с аналогичными задачами, условия которых они читают сами.

Следует ли из этого, что учитель должен всегда сам читать условие? Разумеется, нет. Конечной нашей целью является развитие у учащихся уменья самостоятельно, без посторонней помощи, решать задачи. Было бы поэтому вредно, если бы во всех случаях учитель сам читал условие. Вместо этого необходимо, начиная с I класса, приучать детей к чтению задач по задачнику.

Переходим к рассмотрению вопросов, связанных с *записью* условия.

Условие задачи может записываться *текстуально* (записывается полностью весь текст) или *кратко* (записываются только числовые данные задачи, иногда вместе с ее главным вопросом).

Текстуальная запись условия может применяться лишь в старших классах начальной школы и то изредка, так как она отнимает много времени, особенно у учащихся, медленно пишущих, вследствие чего уроки арифметики превращаются в уроки письма.

Другое дело — краткая запись. Выделение из текста условий числовых данных и их запись делает более ясным для учеников, что дано в задаче и что ищется. Такая запись помогает им лучше понять зависимость между величинами, о которых идет речь в условии задачи. Краткая запись условия должна поэтому практиковаться возможно чаще.

Краткая запись условия может проводиться по-разному. Возьмем для примера задачу:

«3 пионерских отряда собрали для колхозных полей 700 *кг* удобрений. Первый отряд собрал 130 *кг*, второй отряд в 2 раза больше, чем первый. Сколько килограммов удобрений собрал третий отряд?»

Выписывая числовые данные из этого условия, можно расположить их в строчку, например:

3 отряда 700 *кг*; I — 130 *кг*, II — в 2 раза больше. III — ?

Можно расположить эти данные по-иному, схематически, примерно, так:

$$\text{3 отряда 700 } \textit{кг} \begin{cases} \text{I — 130 } \textit{кг} \\ \text{II — в 2 раза больше} \\ \text{III — ?} \end{cases}$$

Легко видеть, что вторая форма записи делает условие более доходчивым для учащихся, облегчает им понимание зависимости между ее величинами. Целесообразно поэтому сравнительно часто применять схематическую запись условия, особенно при решении более трудных задач. Необходимо, чтобы учащиеся прибегали к этой форме записи числовых данных при самостоятельном решении задач как в классе, так и дома.

Следует ли, однако, всегда прибегать к схематической записи числовых данных задачи? Разумеется, нет, так как злоупотребление этой формой может привести к тому, что ученики не будут справляться с задачей при иной форме записи, в особенности же без записи условия. Наряду с применением схематической записи, следует практиковать строчную форму записи условия.

Особо следует остановиться на вопросе о записи условия при устном решении задач.

Считая излишней запись условий устных задач с немногими числовыми данными, легкими для запоминания, мы решительно высказываемся против применения чисто устной формы сообщения условия тогда, когда в нем выступает несколько чисел. В последнем случае ученики ставятся в неблагоприятные условия, так как им приходится удерживать в памяти содержание задачи, ее числовые данные, план решения, промежуточные результаты и т. д. Обычно с этого рода требованиями справляются лишь немногие ученики. Следует поэтому сравнительно часто практиковать запись условия устных задач с тем, чтобы, освободившись от необходимости удерживать в памяти числовые данные, ученики могли целиком отдаться осмысливанию способа их решения.

В современных задачниках встречаются задачи, числовые данные которых расположены в таблицах, например:

Какой ветер	Скорость движения в секунду
Слабый ветер (шевелит листья)	5 *м*
Сильный ветер (колеблет большие ветви) . . .	13 *м*
Шторм (срывает железные листы крыш) . . .	24 *м*
Ураган (разрушает дома)	35 *м*

Какова скорость движения в минуту слабого ветра? сильного ветра? шторма? урагана?

Учитывая, что табличная форма записи числовых данных широко применяется в жизни, следует и в школьной практике уделять ей определенное место.

Переходим к вопросу о п о в т о р е н и и условий.

В школьной практике при пересказе задачи обычно воспроизводят ее активно немногие учащиеся. Большая же часть детей воспринимает условие пассивно, на слух. В результате некоторые учащиеся не усваивают условия. При индивидуальном обследовании учащихся мы часто предлагали им задачи, которые незадолго до этого (за день или два) решались в классе. Ученик должен был прочитать задачу и пересказать ее, при этом до пересказа у него спрашивали, может ли он повторить условие. И вот многие из тех учащихся, которые давали утвердительный ответ на последний вопрос, не сумели повторить условие.

Здесь сказывалось существенное различие между узнаванием и воспроизведением. Прочитав знакомое условие, ученик узнавал его и был уверен, что он может его повторить. При воспроизведении же оказывалось, что он его не знает.

Наиболее часто учащиеся затруднялись при пересказе середины и конца условия, в особенности же при пересказе главного вопроса. Иногда ученику требовалось прочитать условие решенной ранее задачи несколько раз, пока он оказывался в состоянии пересказать его. Между тем в ряде случаев достаточно было добиться хорошего пересказа условия, чтобы получить правильное решение задачи от ученика, который до этого не сумел решить ее.

Чтобы активизировать работу учащихся в процессе повторения задачи, следует рекомендовать им повторять условие прослушанной ими задачи сперва тихо про себя и лишь после этого приступать к пересказу вслух. Таким образом, все учащиеся, а не только те, кого учитель вызывает для устного пересказа, будут повторять условие.

В случае, когда дети сами читают условие, необходимо им рекомендовать прочитывать задачу не менее двух раз, затем закрыть задачник и повторить условие тихо про себя. При этом надо указывать детям, что числовые данные можно не запоминать, главное понять и усвоить содержание задачи. Следует предупреждать детей, что от них будет требоваться пересказ условия без книжки («Вы должны будете повторить задачу, не заглядывая в задачник»). По нашим наблюдениям, такие предупреждения заставляют учащихся внимательно читать условие и пересказывать его про себя, чтобы быть готовым к пересказу вслух.

Здесь уместно указать, что, как показали экспериментальные исследования, при чтении текста с необходимостью запомнить его чтец гораздо яснее представляет себе содержание читаемого. Вот что пишет по этому поводу проф. А. А. Смирнов: «Под влиянием мнемонической направленности наглядные представления возникают чаще, чем в отсутствие ее. Далее, при чтении в условиях мнемонической направленности образы чаще иллюстрируют само содержание текста, а не являются побочными, случайно связанными с тем, что говорится в тексте» [1].

Большое значение для лучшего усвоения текста имеет пересказ его. «Пересказывая своими словами, — пишет в той же

---

[1] А. А. Смирнов, Процессы мышления при запоминании. Известия Академии педагогических наук, № 1, 1945.

статье проф. Смирнов, — мы приспособляем воспринятое к самим себе, «ко всей системе нашей психической жизни», к нашему «образу мыслей». Мы действительно осваиваем текст».

Нередко учащиеся приступают к решению заданной им задачи, не прочитав условия до конца, что является причиной многих ошибочных решений. Внимательное чтение и пересказ условия детьми может способствовать заметному повышению правильности решений.

Следует рекомендовать детям, чтобы и при выполнении домашних заданий по арифметике они прочитывали условие заданной задачи не менее двух раз, повторяли его, не заглядывая в задачник, и лишь после правильного пересказа условия приступали к решению задачи.

Указанное требование не имеет ничего общего с требованием, которое в школьной практике иногда предъявляется учащимся, и состоит в том, что дети должны заучивать наизусть условие задаваемой задачи и знать его на память при проверке домашних заданий на следующий день.

Повторение условия про себя непосредственно перед решением задачи полезно, так как это способствует лучшему усвоению и пониманию детьми ее содержания. Заучивание же условия задачи наизусть не имеет никакого смысла и зря обременяет память учащихся. Здесь уместно отметить, что, как показывают наблюдения, некоторые учащиеся непосредственно перед решением задачи слабо вникают в ее условие, что выражается в том, что они нередко приступают к решению задач, не прочитав всего условия, а лишь часть его. После же решения задачи они принимаются за заучивание условия наизусть. Бессмысленность такой зубрежки совершенно очевидна.

Особо следует остановиться на вопросе о том, как следует проводить повторение условия вслух.

Независимо от того, читает ли условие учитель или сами учащиеся, нужно проверить, усвоили ли они условие (исключение должно допускаться лишь при вполне самостоятельном решении задач). В этих целях учитель может предложить вызываемым ученикам связно повторить условие, либо ответить на отдельные частные вопросы, касающиеся содержания условия (повторение по вопросам учителя).

В школьной практике иногда наблюдается, что при решении любой задачи, независимо от ее трудности, учитель требует от учащихся как связного изложения условия, так и повторения его по вопросам. Подобную практику следует признать нецелесообразной. Когда решается новая, трудная для учащихся задача, необходимость повторения условия и целиком и по вопросам вполне оправдана. Когда же решается сравнительно нетрудная задача, можно ограничиться тем, чтобы 1—2 ученика связно повторили условие, после чего можно переходить к ее решению.

Связное изложение условия помогает лучшему его усвоению, лучшему пониманию зависимости между данными и искомыми. Этой форме изложения условия полезно поэтому отдавать предпочтение перед повопросным повторением.

При повторении задачи следует уделять особое внимание главному вопросу. «Известно, — пишет Н. А. Менчинская, — что с вопроса начинается любой мыслительный процесс. Осознание вопроса при решении арифметической задачи является основным условием ее успешного решения»[1].

Учитывая значение главного вопроса задачи, следует добиваться, чтобы учащиеся хорошо усваивали его, чтобы они не теряли его из виду в процессе решения задачи.

Пересказ условия имеет весьма важное значение для его усвоения. Наблюдения, однако, показывают, что пересказ задачи, даже вполне правильный, не может считаться достаточно надежным показателем сознательного усвоения ее.

Нередко при решении задачи обнаруживается, что ученик, правильно пересказавший условие, не представляет себе того, о чем рассказывается в задаче.

Очевидно, что при формальном усвоении словесного текста задачи ученик не всегда может правильно понять зависимость между величинами, о которых идет в ней речь и, как следствие, не может правильно решить задачу. В процессе усвоения условия следует поэтому обращать внимание на то, чтобы дети ясно представляли себе содержание задачи, чтобы они как бы видели в своем воображении то, о чем рассказывается в ней.

Д. Мартынов в своем пособии «Методика арифметики для начальной школы» говорит по этому поводу: «Содержание задачи можно считать *усвоенным лишь* тогда, когда ученик достигнет до наглядного, как бы картинного представления между данными в задаче числами... Направить воображение ученика в эту именно сторону — дело учителя»[2].

На значение отчетливого представления содержания задач указывает и проф. И. В. Арнольд, который пишет. «Затруднения в использовании данных арифметических задач в большинстве случаев зависят от недостаточно отчетливого представления учащимися данных количественных взаимоотношений»[3].

Для того чтобы добиться ясного представления учениками содержания задач и взаимоотношений между ее данными, в нашем опыте был использован целый ряд дидактических приемов, которые применялись тогда, когда учитель находил словес-

---

[1] Н. А. Менчинская, Очерки психологии обучения арифметике. М., 1947, стр. 57.

[2] Д. Мартынов, Методика арифметики для начальной школы. М., 1874, стр. 96

[3] И. В. Арнольд, О задачах по арифметике,— журнал «Математика в школе», № 2, 1946.

ное повторение условия недостаточным для того, чтобы дети ясно представляли себе содержание задачи.

Понимание слов, входящих в состав условия. Прежде всего учащиеся должны понимать значение всех слов, входящих в состав условия. Текст многих задач, помещенных в наших сборниках, содержит слова, недостаточно знакомые детям (а иногда и вовсе незнакомые им). Это затрудняет учащимся понимание смысла условия и, как следствие, понимание способа решения задачи.

Внимание учителя должны здесь привлекать не только особо трудные слова, с которыми дети редко встречаются, но и более часто употребительные, которые, может быть, уже не раз встречались им, но о которых, как показывает целый ряд проведенных в этой области исследований, они нередко имеют неясные, а то и неверные представления.

Приведем для примера данные нашего исследования по этому вопросу[1]. Чтобы изучить доступность для учащихся III и IV классов словаря задачников по арифметике, мы выделили из каждого сборника по 30 наиболее трудных слов.

Вот образцы слов, выделенных из задачника для III класса: барка, бетон, домна, ссыпной пункт, кокс и др.

А вот образцы слов, выделеных из задачника для IV класса: баржа, зубчатое колесо, зяблевая вспашка, зольное удобрение, мюльная машина, шлюз и др.

Перечисленные слова были предложены соответственно учащимся третьих и четвертых классов, при этом им было дано задание рядом с каждым словом писать, как они его понимают.

Всего было опрошено 309 учащихся третьих классов и 438 учащихся четвертых классов.

Полученные листки с ответами учащихся были обработаны так: по каждому слову был подсчитан процент полностью правильных, частично правильных, неправильных и отсутствующих ответов. Результаты обработки детских ответов показали, что многие из перечисленных выше слов мало им знакомы.

Приведем образцы детских ответов (правильных и неправильных) по отдельным словам.

Зяблевая вспашка. «Вспашка, которую пашут под осень». «Это кто-нибудь вспашет и ее замораживает». «Вспашка, у которой пахарь зябнет». «Зяблевая вспашка — это плохая работа». «Зяблевая вспашка называется вспашка бугристая, как будто озябший человек. Когда человек зябнет, то у него тело покрывается маленькими бугорками». «Это когда пашут и зябнут». «Зяблевая вспашка — это пашут зябликом». «Это он (видимо, зяблик. — *Г. П.*) своим носом роет землю».

---

[1] Более подробно результаты этого исследования изложены нами в статье «Изучение доступности словаря учебника»,— журнал «Народный учитель», № 1, 1935.

Чайная плантация. «Поле, на котором возделывают чайные кусты». «Это большое поле, на котором растет чай». «Это есть такая местность, где погружают чай». «Где прохожие пьют чай». «Посуда, из которой пьют чай». «Чайная плантация — небольшая лавочка». «Все чай пьют, все вместе». «Делают чайную посуду».

Как видно из приведенных образцов, некоторые учащиеся имеют превратные представления о словах, встречающихся в условиях задачи.

Оказывает ли наличие таких слов в условии влияние на правильность решения задачи? Чтобы проверить это, мы составили две пары задач, при этом задачи каждой пары были однородны по своей структуре, но различались между собой своим словарем: первая задача каждой пары содержала трудные слова, вторая задача была свободна от таких слов.

Вот первая пара задач:

«В районе 43 500 *га* посевной площади; $^1/_5$ часть ее — под яровыми. Средний урожай ярового поля 1 700 *кг* с гектара. При переходе к зяблевой вспашке урожай яровых хлебов повысился на 170 *кг* с гектара. Сколько яровых хлебов собирает район при зяблевой вспашке?»

В совхозе 23 400 *га* земли. $^1/_3$ ее засеяно пшеницей. Средний урожай пшеницы был 1 600 *кг* с гектара. На следующий год под пшеницу заняли столько же земли, как и раньше, но хорошо удобрили землю навозом, и урожай пшеницы повысился на 390 *кг* с гектара. Сколько пшеницы собрал совхоз с удобренной земли?»

А вот вторая пара задач:

«Два пассажирских поезда стоят один за другим. В одном — паровоз с тендером и 40 вагонов, в другом — паровоз с тендером и 45 вагонов. Длина вагона — 7 *м*, а паровоза с тендером — 23 *м*. Какой длины путь занимают оба поезда?»

«Два пассажирских поезда стоят один за другим. В одном — паровоз и 60 вагонов. В другом — паровоз и 76 вагонов. Длина вагона — 9 *м*, длина паровоза — 25 *м*. Какой длины путь занимают оба поезда?»

Опытная работа была проведена в трех четвертых классах. В каждом из этих классов сперва давались для самостоятельного решения две задачи в одной формулировке (вторая задача первой пары и первая задача второй пары), затем, ровно через шестидневку, в тот же час дня — две аналогичных задачи в другой формулировке (первая задача первой пары и вторая задача второй пары).

Вот данные о качестве решения задач каждой пары.

Какая задача	Сколько учащихся дали	
	правильное решение	неправильное решение
Первая пара		
а) Первая задача	42	69
б) Вторая задача	55	56
Вторая пара		
а) Первая задача	70	31[1]
б) Вторая задача	79	29

Мы видим, таким образом, что наличие малопонятных слов в условии задачи оказывает отрицательное влияние на правильность ее решения со стороны ряда учащихся. Интересно, однако, отметить следующее: некоторые учащиеся из числа тех, которые обнаружили непонимание слов, входивших в состав контрольных задач, тем не менее правильно решили их. Так, правильно решили задачу первой пары учащиеся, которые про зяблевую вспашку писали: «Это когда пашут и зябнут», «Это он своим носом роет землю» и др. Это значительно снижает ценность их работы, ибо образовательное значение решения данной задачи может в полной мере сказаться тогда, когда учащиеся правильно представляют себе, что́ такое посевная площадь, яровое поле, зяблевая вспашка. Лишь в этом случае они будут сознательно решать задачу и, кроме того, через посредство ее решения уточнят свои знания о выгоде зяблевой вспашки, о которой идет речь в условии.

Значит ли это, что сборники задач должны быть совершенно разгружены от трудных слов? Нет, ибо это могло бы привести к отрыву содержания задач от производственной и культурно-политической жизни взрослых. Тем самым решение задач потеряло бы в значительной мере свое воспитательно-образовательное значение.

Речь должна итти не об огульной разгрузке задачников от трудных слов, а лишь об исключении из них мало употребительных слов, имеющих узко ограниченное применение в жизненной практике, при этом новые для учащихся слова должны вводиться в меру, с учетом уровня развития учащихся каждого класса. Нечего говорить о том, что значение каждого из таких слов должно подробно разъясняться учащимся.

П о н и м а н и е ж и з н е н н о г о с м ы с л а з а д а ч и. Дело, однако, не только в том, чтобы учащиеся понимали значение

[1] По второй паре задач мы получили меньше детских работ, чем по первой паре, ввиду того, что отдельные учащиеся не успели решить их.

слов, из которых состоит текст задачи. Для того чтобы сознательно усвоить условие, нужно иметь ясное представление о той жизненной среде (обстановке), из которой взята задача, главное нужно понимать ее жизненный смысл, понимать, кому и когда приходится в жизни решать такие задачи. Без этого трудно понять зависимость между величинами, о которых идет речь в условии, и, как следствие, трудно правильно выбрать нужные действия.

Прежде всего, следует при выборе тематики задач соблюдать общедидактический принцип от близкого к далекому, беря вначале задачи из близкого окружения детей и лишь постепенно переходя к менее знакомым для них областям жизни.

В целях лучшего понимания учащимися условия, в целях активизации их отношения к решаемой задаче возможен еще целый ряд приемов.

а) Вместо сжатой формулировки условия учитель излагает его более полно так, чтобы детям легче было представить себе жизненную обстановку, из которой взята задача, чтобы задача стала более понятной для них.

Приведем пример из школьной практики. Во II классе решали задачу:

«Чтобы оклеить комнату, достаточно иметь 6 кусков обоев по 14 *м* в каждом куске. Сколько кусков обоев пойдет на эту комнату, если в каждом куске будет 12 *м*?»

При коллективном разборе задачи многие учащиеся обнаружили непонимание способа ее решения, непонимание зависимости между ее величинами. Последнее, как это нетрудно было заметить, проистекало от непонимания ими жизненного смысла задачи.

Учитель предложил тогда ученикам условие задачи в новой редакции так:

«Нужно оклеить комнату. Мастер велел купить 6 кусков обоев по 14 *м* в каждом. В магазине же оказались куски обоев длиною по 12 *м* каждый. Хозяйке нужно сосчитать, сколько таких кусков ей нужно купить?»

«Пусть каждый из вас представит себе, что он пошел покупать обои для этой комнаты. Как бы вы стали решать задачу?»

И вот многие из тех учеников, которые до этого не знали, как решать задачу, стали более уверенно рассказывать ее план и решение. Это явилось результатом того, что, благодаря новой формулировке условия, учащиеся получили более ясное представление о жизненной обстановке, из которой взята задача, они поняли, зачем нужно было ее решать (зачем нужно было узнавать количество кусков обоев по 12 *м*).

Определенную роль сыграло здесь и то, что учащиеся были призваны поставить себя на место действующего лица условия — покупателя обоев, что сделало более активным их отношение к решаемой задаче.

Приведем еще один пример. В IV классе решали задачу:

«Для осушения болота нужно вырыть канаву длиной в 1 080 *м*. Один землекоп может вырыть эту канаву в 40 дней, другой — в 60 дней. Во сколько дней они выроют канаву, работая вместе?»

В беседе с детьми было прежде всего выяснено, для чего нужно было рыть канаву. Далее содержание задачи было разъяснено детям примерно так:

«Для осушения болота нужно было вырыть канаву длиной в 1 080 *м*. Первый землекоп, которому предложили эту работу, готов был взяться за нее, но сказал, что он может вырыть канаву в 40 дней. Это был слишком длинный срок. Тогда обратились к другому землекопу. Но тот сказал, что он может вырыть канаву только в 60 дней. Этот срок был еще длиннее. Чтобы канава была вырыта скорее, наняли обоих землекопов. В задаче спрашивается, во сколько дней оба землекопа выроют канаву, работая вместе».

Доведение до сознания учащихся жизненного смысла задачи помогло им лучше понять способ ее решения.

При более полном изложении условия следует дополнять его лишь такими деталями, которые необходимы для лучшего понимания данных количественных отношений, так как излишние подробности могут отвлечь внимание детей от основной фабулы задачи и тем затруднить им понимание зависимости между величинами.

Здесь уместно привести образцы задач из сборника Звягинцева и Бернашевского, в котором большинство задач изложено в форме рассказов[1]:

«Костя помогает дедушке Савелию собирать в саду опавшие яблоки. Сегодня он собрал 22 спелых яблока и 13 зеленых. Сколько всего яблок собрал он?»

«Учительница рассказала ребятам, что ей пришлось однажды видеть в зверинце двух черепах: одну большую морскую, весом 480 фунтов, а другую обыкновенную, ручную, весом 30 фунтов. Во сколько раз речная черепаха легче морской?»

---

[1] Е. Звягинцев и А. Бернашевский, Живой счет в городской школе. М., 1913.

В первой задаче, может быть, излишне указывать, как звали дедушку. Можно было также несколько короче изложить условие второй задачи. Но в целом введенные в эти задачи детали, не загромождая их основной фабулы, помогают детям легче представить себе содержание задачи, делают задачи более доходчивыми.

В то же время в этом сборнике имеется много задач, условия которых чрезмерно загромождены излишними деталями.

Приведем образцы таких задач:

«В жаркой стране, Африке, есть воробьи, которые целой стаей устраивают гнездышки рядышком и выводят над ними общую крышу. Облюбовали эти воробьи большое высокое дерево и устроили на нем под одной крышей 76 гнезд. Потом прилетела к ним другая стайка, увеличила крышу и пристроила еще 21 гнездо. Сколько всего гнезд было под крышей?»

«Вывели воробьи птенцов и разлетелись. А когда настало время опять выводить птенцов, прилетели к тому же дереву сперва 38 пар воробьев, потом — на 17 пар больше. Но поселились воробьи не в старых гнездах, а свили и подвесили к ним новые гнездышки, особое для каждой пары. Крыша же под гнездами осталась прежняя. Сколько новых гнезд устроили воробьи?»

Излишнее многословие, особенно во второй из этих задач, может затруднить детям решение, так как из-за обилия деталей они могут не понять даных количественных отношений.

К задачнику Звягинцева и Бернашевского, по характеру изложения задач, близко примыкает сборник Горбуновой-Посадовой и Цунзер [1]. Приведем образцы задач из этого сборника:

«Боря поехал погостить к тете в деревню. Весело было Боре у тети. Не заметил он, как пролетело время. А пробыл Боря в деревне неделю и 3 дня. Сколько всего дней гостил Боря у тети?»

«Ушла лиса в лес за кормом. В норе осталось пять лисят. Вылезли лисята из норы, стали играть в мягкой зеленой траве. А охотник давно караулил это место. Грянули выстрелы, с визгом бросились звери в нору. Двое убитых осталось на месте. Сколько детенышей найдет лисица, когда вернется домой?»

В отличие от второй из приведенных задач, в которой обилие деталей затемняет количественные отношения, первая задача изложена так, что детали помогают детям понять смысл задачи, делают ее привлекательной для них.

---

[1] Е. Горбунова-Посадова и И. Цунзер, Живые числа, живые мысли, руки за работой. М., 1923.

Оживлению задач может способствовать введение в их условия прямой речи. Приведем образцы таких задач.

«Швее дали 15 *м* полотна и сказали: Из 3 *м* сошьете наволочки, а из остального полотна — 6 одинаковых простынь. Сколько метров полотна пошло на каждую простыню?»

«Мать выкопала в парнике 100 штук капустной рассады и говорит сыну: — На 4 маленьких грядках посадим по 10 штук, а остальные на большой грядке. — Сколько штук рассады мать хотела посадить на большой грядке?»

«Надя рассказала своей подруге: — У меня было 70 *см* материи. Из 30 *см* я сшила своей кукле одеяльце, а из остальной материи — 2 одинаковых платьица. — Сколько материи пошло на каждое платьице?»

Более полное изложение условий уместно, главным образом, в младших классах, особенно в первом, где умелое введение деталей в условие может способствовать усилению интереса детей к задаче, активизации их внимания [1].

б) *Для того чтобы учащиеся поняли, кому и при каких обстоятельствах приходится решать задачи, подобные данной,* учитель после повторения условия проводит с детьми соответствующую беседу. Приведем пример из школьной практики.

В IV классе решали задачу:

«В одном колхозе с участка в 150 *га* собрали 5 100 *ц* пшеницы, а в другом колхозе с участка в 30 *га* собрали 1 080 *ц* пшеницы. В каком колхозе урожай с гектара был больше и на сколько больше?»

После повторения детьми условия учитель провел с ними беседу о том, кому из взрослых приходится решать такие задачи.

Последовали ответы: «Агрономам, председателям колхозов».

Далее в беседе было выяснено, что колхозы, должно быть, соревновались между собой, и агроному или председателям колхозов нужно было узнать, в каком колхозе урожай с 1 *га* больше и на сколько больше.

Благодаря проведенной беседе, учащиеся уяснили себе жизненный смысл задачи и, как следствие, поняли зависимость между ее величинами, что явно обнаружилось при последующем разборе ее. Нечего говорить о значении подобных бесед для практической подготовки учащихся.

При решении в III классе задачи:

«Один каменщик укладывает 6 200 кирпичей в 5 дней, а дру-

[1] Н. В. Архангельская, Воспитание прилежания у детей-семилеток,— «Начальная школа», № 9, 1947.

гой — 7 350 кирпичей в 6 дней. Сколько кирпичей могут уложить оба каменщика в 25 дней?»
перед детьми был поставлен вопрос, кому из взрослых приходится решать такие задачи. Учащиеся ответили: инженерам, десятникам. После этого был поставлен вопрос, зачем инженеру или десятнику могло понадобиться вычислить, сколько кирпичей уложат оба каменщика в 25 дней. В беседе было выяснено, что каменщики, должно быть, были вновь приняты на работу, что каждого из них поставили на несколько дней на пробную кладку, чтобы выяснить, сколько кирпичей он может в среднем уложить в день. Затем их, может быть, поставили вместе работать и нужно было сосчитать, сколько кирпичей они вместе уложат в месяц (в 25 рабочих дней).

в) В целях лучшего понимания детьми задачи, в целях усвоения ими ее жизненного смысла иногда целесообразно проводить живое иллюстрирование условия, изображение его в лицах.

При решении в I классе задачи:

«2 мальчика пошли вместе удить рыбу и договорились делить пойманную рыбу поровну. Один мальчик поймал 7 рыб, а другой 9. Сколько рыб досталось каждому мальчику?»

учитель после прочтения условия провел с учениками I класса следующую беседу:

— Кто из вас когда-нибудь удил рыбу? (Много мальчиков подняли руки.) Вот как много ребят удили рыбу! Двое из тех, кто удил рыбу, пойдут к доске. Вот вы двое станьте у доски лицом к классу. Вы как бы будете теми мальчиками, о которых рассказывается в нашей задаче. Скажите, куда вы вместе пошли?

— *Мы пошли на реку удить рыбу.*

— Сколько рыб ты поймал?

— Я поймал 7 рыб.

— А сколько рыб ты поймал?

— Я поймал 9 рыб.

— Как вы поделили между собою пойманную рыбу?

— Мы поделили ее поровну.

— Что спрашивается в задаче?

— Сколько рыб получил каждый из нас.

В некоторых случаях полезно, чтобы учащиеся, которые представляют действующих лиц задачи, изображали то, что последние делали. Приведем пример из нашей практики. Учащимся I класса была предложена задача:

«На вокзал надо отправить 20 ящиков. Грузовик отвез 5 раз по 3 ящика. Сколько ящиков осталось еще отправить?»

После того как условие было прочитано и записано учителем на доске, в беседе с детьми было выяснено, что́ могло быть в этих ящиках и для чего их нужно было отправить на вокзал, Затем были вызваны 2 учащихся, которые представляли грузчиков. Эти учащиеся в движениях изображали, как грузчики клали один раз 3 ящика, затем второй раз 3 ящика. После этого детям были заданы вопросы, сколько всего раз по 3 ящика грузили на грузовик и что спрашивается в задаче.

При решении задачи, в которой шла речь о девочке, собиравшей грибы, вызванная ученица, держа в руках данную ей учительницей корзиночку, изображала в движениях то, о чем рассказывалось в задаче. Этот прием, как показывает опыт, активизирует внимание детей, помогает им более ясно представить себе содержание задачи[1].

Живое иллюстрирование условий применимо не только в первом, но иногда и в последующих классах. Приведем несколько примеров из нашей практики.

В III классе в начале учебного года решали задачу:

«2 маляра вместе получили за свою работу 360 руб. Один из них работал 5 дней, а другой 4 дня. Сколько рублей должен получить каждый маляр?»

При разборе задачи обнаружилось, что некоторые учащиеся не понимают способа ее решения. Это нашло выражение в том, что учащиеся предлагали неверный выбор действий для решения задачи (делить 360 на 5; 360 на 4 и т. п.). Тогда учитель в беседе с детьми выяснил, что маляры работали вместе, положим, вместе красили парты в школе. Один работал 5 дней, а другой — 4 дня. По окончании работы им выдали на двоих 360 руб., которые они должны были поделить между собой по количеству рабочих дней каждого. После этого учитель сказал учащимся:

— *Чтобы вам понятнее была задача, я вызову к доске двух* учеников. Они как бы будут теми малярами, о которых рассказывается в задаче.

Вызванным ученикам были затем предложены следующие вопросы, на которые они отвечали:

— Сколько денег вы получили вместе за свою работу?

— Сколько дней ты работал?

— Сколько дней ты работал?

— Что вам нужно сосчитать?

Инсценирование условия оказалось в данном случае весьма эффективным: учащиеся, которые до этого давали неверные ответы, стали правильно решать задачу.

При решении в III классе задачи:

---

[1] См. В. Г. Винник, Применение инсценировок при решении задач в I классе, — сборник «Как научить детей решать задачи». Воронеж, 1937. О. Данилова, Наглядность в преподавании арифметики,— «В помощь учителю», № 5, Л., 1941.

«Три охотника сообща купили 35 *кг* дроби. Первый охотник дал на эту покупку 216 руб., второй — 162 руб., а третий — 252 руб. Сколько килограммов дроби должен получить каждый охотник?»

в беседе было выяснено, что охотники, чтобы не ехать всем в город, могли послать туда одного человека, чтобы он закупил для них дроби. Охотникам нужно было затем разделить между собой доставленную дробь по количеству денег, которые каждый из них дал на эту покупку. Затем задача была инсценирована так же, как предыдущие.

Приведенные выше приемы помогают учащимся яснее представить себе жизненное содержание задачи, обстоятельства, при которых приходится решать подобные вопросы в реальной жизни. Они содействуют активизации отношения учащихся к решению задач, как бы ставя их в положение действующих лиц, о которых рассказывается в задаче. Эти приемы облегчают детям понимание задач, способствуют связи арифметики с жизнью, содействуют практической подготовке учащихся.

Само собой разумеется, эти приемы уместны лишь тогда, когда учащиеся без этого не понимают содержания задачи, ее жизненного смысла.

П р и м е н е н и е н а г л я д н о с т и. Лучшему усвоению условия задачи и, как следствие, лучшему пониманию способа ее решения может способствовать применение наглядности. Здесь может быть использована как реальная наглядность, так и условная. Особенно уместно применение наглядности в младших классах. Применение наглядных пособий уместно при объяснении новых видов простых и составных задач и вообще во всех тех случаях, когда без этого учащимся трудно понять ход решения задачи. Наглядные пособия должны подбираться с таким расчетом, чтобы они не освобождали учащихся от мыслительной работы, а лишь облегчали им процесс этой работы.

В качестве наглядных пособий при решении задач применим разного рода счетный материал, а также рисунки и чертежи.

Рисунки для иллюстрирования задач должны содержать возможно меньше деталей с тем, чтобы не отвлекать внимания учащихся от математической стороны их.

Применению наглядности при решении задач способствуют рисунки и чертежи, помещаемые в задачниках. Эти иллюстрации в определенной мере отражают школьную практику и, помимо своего прямого использования, служат стимулом для применения учителем наглядности при решении других задач.

До начала XX века наши сборники арифметических задач, как правило, не содержали никаких иллюстраций. Лишь в первом десятилетии текущего века задачники стали илюстрироваться. Многие рисунки в первых иллюстрированных задачниках были не совсем удачны. Постепенно подбор рисунков в задачниках стал улучшаться.

В современных задачниках встречаются следующие виды иллюстраций к задачам.

а) *Рисунки для составления задач* (рис. 1, 1а, 1б).

Рис. 1.

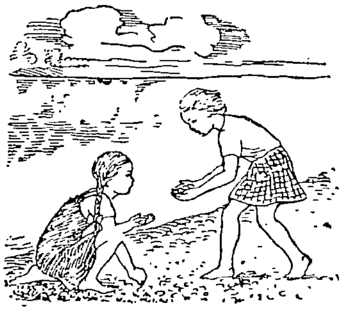

Рис. 1а.

б) *Рисунки, иллюстрирующие отдельные слова задачи* (рис. 2 и 3).

«В пионерском отряде 3 звена. Из них 2 звена сделали по 6 скворечников, а третье звено — 5. Сколько всего скворечников сделали пионеры?» (рис. 2).

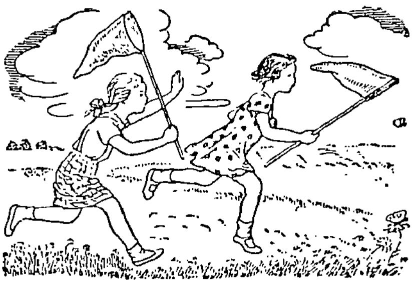

Рис. 1б.

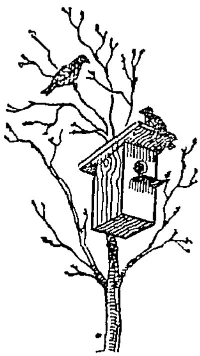

Рис. 2.

«Дирижабль вылетел из Москвы в Тбилиси, расстояние между которыми 3 025 *км*, и летел со скоростью 115 *км* в час. На каком расстоянии от Тбилиси дирижабль был спустя 18 часов?» (рис. 3).

в) *Рисунки, которые иллюстрируют фабулу задачи, но не выясняют количественных взаимоотношений между ее данными* (см. рис. 4—5 и текст относящихся к ним задач).

«У Лены было 5 *м* ленты. На украшение портрета она взяла 2 *м*. Потом она купила 4 *м* ленты. Сколько метров ленты стало у Лены?» (рис. 4 и 4а).

Рис. 3.

Рис. 4.

Рис. 4а.

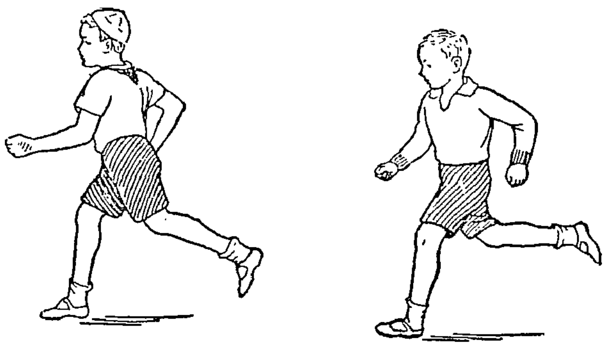

Рис. 5.

«Два мальчика одновременно побежали вперегонку с одного места. Один из них пробегал в 1 сек. 3 *м*, другой — 4 *м*. На сколько метров второй мальчик обогнал первого за 2 сек.?» (рис. 5).

г) *Рисунки и чертежи, иллюстрирующие количественные взаимоотношения между данными величинами.*

«В ларек привезли 4 ящика конфет: в трех ящиках было по 20 *кг*, а в четвертом — 30 *кг*. Сколько всего килограммов конфет привезли в ларек?» (рис. 6).

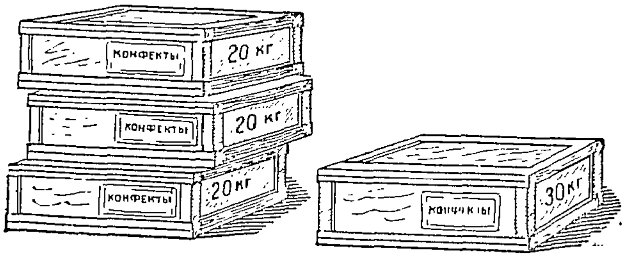

Рис. 6.

Рис. 7.

«Сколько нужно уплатить за мяч и куклу? за барабан и лошадку? за мяч, грузовик и барабан?»

«Мальчику купили барабан и грузовик и дали в уплату 10 руб. Сколько нужно получить сдачи?»

«Сколько сдачи нужно получить с 20 руб., если купить куклу и мяч?» (рис. 7).

«Длина аллеи 100 *м*. Два мальчика пошли навстречу друг другу с двух концов аллеи. Первый мальчик до встречи прошел 60 *м*. Сколько метров прошел второй мальчик до встречи?» (рис. 8).

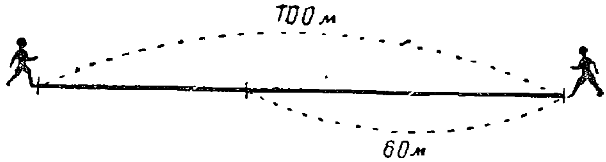

Рис. 8.

«Из двух городов вышли навстречу друг другу два автомобиля. Первый автомобиль до встречи шел 5 часов со скоростью 45 *км* в час, а второй — 4 часа со скоростью 56 *км* в час. Как велико расстояние между этими городами?» (рис. 9).

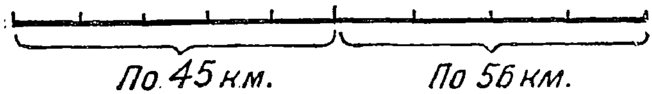

Рис. 9.

«За каждые 4 куска мыла платили 6 руб. Для детского сада купили 16 кусков такого мыла. Сколько за него заплатили?» (рис. 10).

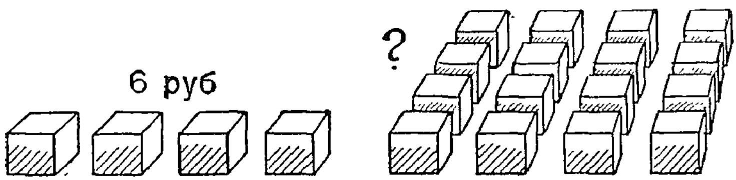

Рис. 10.

Среди последней группы иллюстраций следует особо выделить *планы*, ввиду их широкого практического применения и их

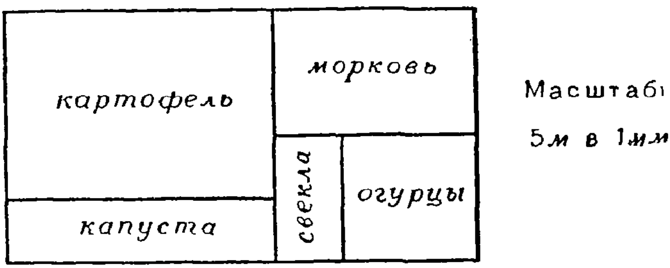

Рис. 11.

ценности для практической подготовки учащихся. Приведем образцы таких иллюстраций.

«По плану огорода вычислить длину, ширину и площадь земли, занятой под каждую из 5 огородных культур» (рис. 11).

«Участок земли прямоугольной формы засеяли рожью, овсом и ячменем. По размерам, указанным на чертеже, вычислить площадь земли, засеянной каждой из этих культур» (рис. 12).

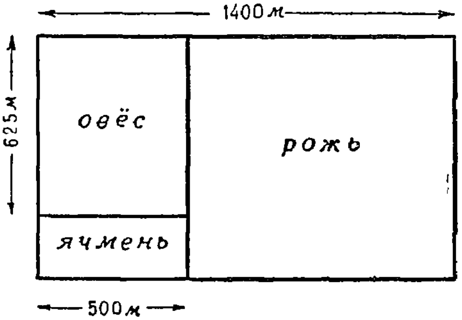

Рис. 12.

Рис. 13.

«По плану участка вычислить, во сколько дней можно его вспахать тремя тракторами, если пахать трактором по 9 *га* в день?» (рис. 13).

Для практической подготовки учащихся в определенной мере ценным является также применение *диаграмм*. Последние сравнительно широко используются в реальной жизни — в печати, на предприятиях, в музеях. Поэтому уменье разбираться в диаграммах, уменье делать по ним расчеты является жизненно необходимым навыком, который должен даваться в школе. Приведем образцы диаграмм, встречаемых в современных задачниках.

«На диаграмме показано, сколько тракторов было в одном районе в годы 1933—1937. Вычислить, на сколько в 1937 г. было больше тракторов, чем в 1933 г.? больше, чем в 1934 г.? чем в 1935 г.? чем в 1936 г.?

Что еще можно узнать по этой диаграмме?» (рис. 14).

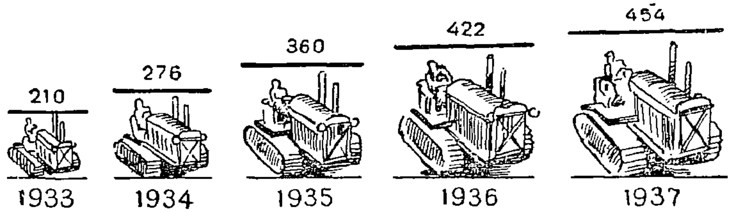

Рис. 14.

«До Великой Октябрьской социалистической революции церквам, монастырям и духовенству принадлежало очень много земли (см. диаграмму).

Сколько крестьянских семей могли бы кормиться хлебом с этой земли, если считать по 5 *га* земли на семью?» (рис. 15).

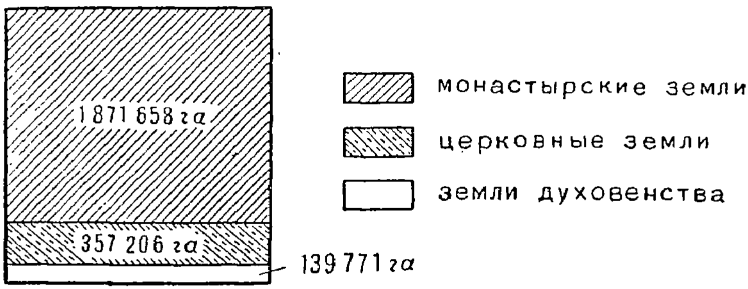

Рис. 15.

Говоря о применении рисунков, чертежей, планов и диаграмм при решении задач, следует особо подчеркнуть значение их для практической подготовки учащихся. Известно, какое широкое применение имеет в жизненной практике графика. Необходимо поэтому, чтобы в процессе учебной работы школа постепенно приучала детей пользоваться ею.

Здесь уместно указать, что при частом применении наглядности во время классных занятий учащиеся, как показывает опыт, начинают прибегать к ней и при самостоятельном решении задач.

Приведем пример из школьной практики.

Учащимся III класса была задана на дом задача:

«Расстояние между двумя городами 3 760 *км*. Четвертую часть всего пути пассажир проехал поездом, делая по 47 *км* в час, а остальное расстояние пролетел на самолете, делая по 235 *км* в час. Сколько всего часов пассажир был в пути?»

Ученица, вызванная для объяснения задачи, начала свой ответ со следующего:

— Прежде чем решать задачу, я сделала в тетради такой чертеж (рис. 16).

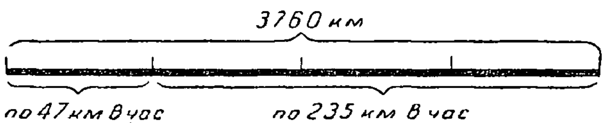

Рис. 16.

Четвертый вопрос: Сколько килограммов горючего получила вторая бригада?

На 1 трактор приходилось 104 *кг* горючего, а во второй бригаде было 4 трактора. Вторая бригада должна была поэтому получить 4 раза по 104 *кг*. Чтобы узнать, сколько килограммов горючего получила вторая бригада, нужно 104 *кг* умножить на 4. Получится 416 *кг*. Итак, вторая бригада получила 416 *кг* горючего.

Подробное объяснение решения, образец которого приведен выше, применимо не всегда. В ряде случаев (при недостатке времени, при решении легких задач и др.) можно ограничиться более кратким объяснением решения, в частности постановкой вопросов и выполнением действий, без объяснения мотивов выбора последних. Но дети должны быть приучены к подробному объяснению, как к основной форме объяснения решения.

Объяснение значения результата каждого действия имеет существенное значение для сознательного выполнения решения. Выполняя вычисления, ученик отвлекается от условия задачи. Необходимо поэтому, чтобы после выполнения каждого действия он объяснял, что означает полученный результат, так как этим устанавливается связь с условием, прерванная во время выполнения действия. Следует помнить, что после каждого действия соответственно изменяются условия составной задачи. Чтобы ясно представить себе новые условия, которые складываются после выполнения действия, необходимо объяснение полученного результата.

Приведенная форма объяснения задачи, в виду ее сложности, не может, очевидно, быть сразу введена. На первых шагах обучения решению задач приходится мириться с тем, что ученик сперва выполняет действие и лишь после этого объясняет его. Подобные отступления вызываются тем, что на первых порах учащимся трудно начинать объяснение решения с постановки вопроса плана. Для многих из них легче сперва выполнить действие и лишь после этого объяснить его.

Однако в случае таких отступлений объяснение должно затем быть повторено в надлежащем порядке, при этом учителю следует возможно чаще подчеркивать преимущество такого объяснения.

На первых шагах обучения ученик объясняет решение задачи по вопросам учителя. В дальнейшем вводится *связное* объяснение задачи, при котором от вызванного ученика требуется самостоятельное объяснение решения задачи, без вспомогательных вопросов учителя.

Чтобы сделать такого рода объяснение посильным для учащихся, учитель, после того как объяснение задачи проведено в вопросно-ответной форме, иногда сам связно объясняет задачу, выставляя свое объяснение, как образец, которому должны следовать учащиеся. Учитель тут же проверяет, кто из учащихся может повторить данное им объяснение. Еще чаще в качестве образца, которому следует подражать, учитель выставляет связное объяснение задачи со стороны тех учащихся, которые хорошо справляются с такого рода объяснением. В целях поощрения ответы таких учащихся оцениваются выше аналогичных ответов, данных не в связной форме.

Особое внимание следует уделить привитию детям навыков объяснять решение задачи в процессе самостоятельной работы (при самостоятельном решении задач в классе или дома). Нередко приходится убеждаться в том, что даже те учащиеся, которые умеют хорошо объяснять задачи, при самостоятельной работе над ними не сопровождают свое решение никакими объяснениями, результатом чего иногда является неверное решение задачи такими учениками, от которых нельзя было этого ожидать.

При задавании задач на дом или для самостоятельного решения в классе учитель должен рекомендовать учащимся, чтобы они объясняли себе решение задачи так же, как они это делают в классе, у доски: сперва поставить вопрос, затем объяснить, как это можно узнать, выполнить действие и, наконец, объяснить, что узнали (что получилось).

Когда задача предлагается для самостоятельного решения в классе, учителю следует предупреждать детей, чтó он будет проверять, объясняют ли они себе решение или решают задачу без объяснений. Эту проверку учитель проводит, подходя к отдельным учащимся и тихо спрашивая у них объяснения того или иного действия. Чтобы охватить при этом возможно больше учащихся, учитель может требовать от опрашиваемого ученика частичного объяснения одного какого-либо действия, например, формулировки вопроса или объяснения значения полученного результата.

Очевидно, что такая проверка не дает возможности полностью выявить, объясняют ли себе учащиеся решение задачи при самостоятельной работе и как они это делают. Все же такая проверка себя оправдывает. Получив указание о необходимости объяснять решение задачи и предупрежденные о том, что это будет проверяться, учащиеся стараются выполнить требование учителя, чтобы быть готовыми к ответу на его вопросы.

Запись решения. При обучении записи решения задачи следует добиваться, чтобы учащиеся писали разборчиво цифры, располагали вычисления в определенном порядке, так как нередко ошибки в решении задачи проистекают от неразборчивого письма цифр, от беспорядочного расположения действий.

Здесь уместно коснуться вопроса о черновиках. Записи в черновиках обычно выполняются детьми небрежно, неразборчиво, что влечет за собой ошибки в вычислениях, а главное, приучает их к неряшливости. Как правило, учащиеся начальной школы не должны пользоваться черновиками на уроках арифметики. Исключение из этого правила может допускаться лишь в III и IV классах при выполнении преимущественно контрольных работ или письменных экзаменационных работ, но в этих случаях листки для черновиков выдаются учителем, который при этом предупреждает детей, что по окончанию работы они должны сдать эти листки вместе с чистовыми тетрадями для проверки. При таком предупреждении учащиеся, естественно, стараются вести записи в черновых листках более аккуратно.

В методической литературе в течение длительного периода времени дебатировался вопрос о том, нужно ли при решении задач ставить наименования у данных и результатов действий. А. Гольденберг считал, что наименование надо ставить лишь у результатов действий. У данных же чисел наименования не следует ставить, так как, «решая какую бы то ни было числовую задачу, в которой говорится о конкретных предметах, — указывал он, — мы производим вычисления не над этими предметами, а над числом их» [1].

Егоров находил, что не следует ставить наименований ни у данных чисел, ни у результатов действия, а достаточно включить наименование в вопрос плана.

Шохор-Троцкий и Житков предлагали ставить наименования у данных и результатов действий.

Мы не разделяем точки зрения Егорова, так как считаем, что одного включения наименования в вопрос плана, в особенности, когда вопрос не записывается, недостаточно, чтобы ученик ясно понимал значение чисел, над которыми он выполняет действие, значение полученного результата. Что же касается предложения Гольденберга, то мы считаем его неприемлемым, так как равенства, в которых данные числа — отвлеченные, в то время как результат — именованное число, нам представляется математически неверными. В самом деле, как может $18 + 17$ равняться 35 рублям. Верно, что при решении задачи действия выполняются не над конкретными предметами, а над числом их. Но выполняя действие над числами, мы для лучшего понимания его смысла ставим наименования у данных и результата. От этого равенство не нарушится. Между тем постановка наименований, требуя от учащихся частого обращения к тексту задачи, способствует лучшему усвоению его и, как следствие, более сознательному выполнению решения. Поэтому мы, так же как и большинство советских методистов, высказываемся за запись наименований у компонентов действия при решении задач.

При сложении и вычитании наименования ставятся у данных чисел и результата действий, при умножении — у множимого и

[1] А. Гольденберг, Методика арифметики. СПб., 1892, стр. 102.

произведения, при делении на части — у делимого и частного, при делении по содержанию — у делимого и делителя. В последнем случае у частного, которое является отвлеченным числом, показывающим, сколько раз делитель содержится в делимом, наименование не ставится, но рядом пишется такое же число с соответствующим наименованием, либо наименование заключается в скобки.

Приведем образец записи решения задачи:

«Поезд прошел 120 *км* со скоростью 40 *км* в час. Сколько часов шел поезд?»

Решение

120 *км* : 40 *км* = 3; 3 часа

или

120 *км* : 40 *км* = 3 (часа).

Последняя форма записи широко распространена в нашей школе. Учитывая это обстоятельство, мы будем в дальнейшем применять ее при решении задач на деление по содержанию. Нам представляется, однако, более рациональной первая форма записи, так как она более отчетливо, чем вторая, показывает, что в частном получилось отвлеченное число.

Некоторые учителя практикуют следующую форму записи решения задач на деление по содержанию. Приведем в качестве образца запись решения приведенной выше задачи:

120 *км* : 40 *км* = 3, следовательно, 3 часа.

Эта запись еще в бо́льшей мере, чем первая, содействует осмысливанию результата действия. Но она чересчур сложна, особенно для младших классов.

При решении задачи можно требовать от учащихся записи только действий или вопросов и действий.

Запись вопросов обеспечивает более сознательное решение задачи по сравнению с записью одних действий, так как в последнем случае многие дети могут выполнять действия неосознанно, не отдавая себе отчета в том, для чего они их выполняют. Кроме того, запись вопросов плана способствует развитию логического мышления детей. Поэтому там, где это позволяет уровень навыков учащихся в письме, следует практиковать решение задач с записью вопросов.

В школьной практике запись вопросов иногда вводится слишком поздно (в середине, а то и в конце 3-го года обучения) и практикуется сравнительно редко. Подобную практику следует признать неправильной. Опыт передовых учителей[1] показывает, что чем раньше вводится запись вопросов и чем чаще она при-

[1] А. И. Сергеев, Решение задач в IV классе,— «В помощь учителю», № 2, Л., 1936.

меняется, тем лучше дети научаются решать задачи. Частично запись вопросов плана следует практиковать во II классе, во втором полугодии, в основном же решение задач с записью вопросов должно применяться, начиная с III класса. В III—IV классах так должно записываться большинство задач, решаемых в классе (не менее половины их), и, как правило, все задачи, решаемые учащимися в порядке выполнения домашних заданий.

В I классе и в первую половину года во II классе учащиеся при решении задач записывают в своих тетрадях только действия. Такая запись затрудняет процесс обучения решению задач в младших классах, так как учащиеся этих классов вынуждены воспринимать важнейший элемент объяснения — вопросы плана — исключительно на слух, вместо того чтобы воспринимать их также зрительно и моторно, как это имеет место при записи вопросов. В этом отношении учащиеся I класса поставлены в худшее положение по сравнению с учащимися старших классов начальной школы, где сравнительно широко практикуется запись вопросов плана, что, как указывалось выше, способствует лучшему пониманию решения. К сожалению, в I классе и в первом полугодии во II классе не представляется возможным требовать от детей подобной записи. Однако по мере того, как учащиеся I класса овладевают навыком чтения, в частности навыком чтения рукописного текста, учитель может иногда записывать вопросы плана на доске с тем, чтобы учащиеся могли воспринимать их не только на слух, но и зрительно. По нашим наблюдениям, даже такая запись, которая предназначается только для чтения, а не для воспроизведения, заметно облегчает детям понимание решения. Кроме того, она исподволь подготовляет детей к предстоящей записи плана в тетрадях.

Заметим, что во всех случаях, когда учитель I класса записывает на доске вопросы плана, следует предупреждать учащихся, что эту запись не нужно переносить в тетради, что им надо записывать в тетрадях только действия.

При записи вопросов в школьной практике иногда допускается сокращение слов, делающее записи маловразумительными, например: «Ск. руб. упл. за куп. сук?» вместо «Сколько рублей уплатили за купленное сукно?» Подобные сокращения недопустимы, так как они приучают детей к небрежным записям, а главное, затрудняют сознательное решение задач. Нечего говорить о том, что при записи, как и при устной постановке, вопросы плана должны излагаться с предельной точностью и ясностью. Следует помнить, что, чем точнее излагаются вопросы плана, тем лучше учащиеся осмысливают решение. Кроме того, точная формулировка вопросов способствует развитию мышления и речи учащихся.

Особо следует остановиться на порядке записи действий с многозначными числами.

Когда при решении задачи приходится производить вычисления с многозначными числами, целесообразно записывать каждое действие сначала в строчку, а затем, если трудно выполнить его устно, записывать его «столбиком» и решать письменно. Запись в строчку целесообразна тем, что она стимулирует учащегося к производству вычислений в уме, тогда как при записи «столбиком» ученик часто пользуется письменными приемами при производстве даже самых легких вычислений.

При решении задач с записью плана можно записывать действие вслед за соответствующим вопросом. Можно сперва записывать весь план, а лишь затем все действия.

Возьмем задачу:

«Бригада комбайнеров получила задание убрать восемью комбайнами 1 680 *га* яровых хлебов за 10 дней. Работая по-стахановски, бригада убирала в среднем по 35 *га* каждым комбайном в день. На сколько дней раньше срока бригада закончила уборку?»

Первая форма записи плана и решения этой задачи

План и решение задачи

1) Сколько гектаров яровых хлебов бригада убирала восемью комбайнами в 1 день?

$$35\ га \times 8 = 280\ га$$

2) Во сколько дней бригада закончила уборку хлебов?

$$1\,680\ га : 280\ га = 6\ (дней).$$

3) На сколько дней раньше срока бригада закончила уборку?

$$10\ дней - 6\ дней = 4\ дня.$$

Ответ: на 4 дня.

Вторая форма записи плана и решения задачи

План задачи

1) Сколько гектаров яровых хлебов бригада убирала восемью комбайнами в 1 день?
2) Во сколько дней бригада закончила уборку хлебов?
3) На сколько дней раньше срока бригада закончила уборку?

Решение задачи

1) $35\ га \times 8 = 280\ га.$

2) $1\,680\ га : 280\ га = 6$ (дней).

3) 10 дней $-$ 6 дней $= 4$ дня.

Чередование вопросов плана с действиями легче для учащихся, чем предварительное составление всего плана задачи.

Зато последнее способствует лучшему осмысливанию решения, так как эта форма записи стимулирует детей к анализу задачи, к предварительному продумыванию ими способа ее решения. Первая из рассмотренных выше форм записи применима преимущественно во II и III классах, а вторая — в IV классе. Однако и в IV классе при решении более трудных задач полезно чередовать вопросы плана с выполнением соответствующих действий.

Иногда, при недостатке времени, может оказаться полезным на уроке записывать только действия, ограничиваясь устной постановкой вопросов, а на дом предложить детям записать вопросы плана.

Некоторые учителя практикуют запись ответа не только на главный вопрос, но и на остальные вопросы плана. Ответы на эти вопросы обычно помещаются вслед за каждым вопросом после выполнения действия, например (берем план приведенной выше задачи):

1) Сколько гектаров яровых хлебов бригада убирала восемью комбайнами в 1 день? (280 *га*)

$$35 \text{ га} \times 8 = 280 \text{ га}.$$

а) Во сколько дней бригада закончила уборку хлебов? (в 6 дней).

$$1\,680 \text{ га} : 280 \text{ га} = 6 \text{ (дней)}.$$

3) На сколько дней раньше срока бригада закончила уборку? (на 4 дня.)

$$10 \text{ дней} - 6 \text{ дней} = 4 \text{ дня}.$$

Ответ: на 4 дня.

Для осмысленного решения составной задачи ученик должен ясно понимать значение не только тех чисел, которые даны в условии, но и тех, которые получаются в процессе решения. Под этим углом зрения запись ответа на каждый вопрос (рядом с последним) нам представляется очень полезной, так как она стимулирует ученика к продумыванию значения результата каждого действия, выполняемого им.

В школьной практике иногда вместо вопросительной применяется повествовательная форма плана, при этом в одних случаях план предшествует действию, а в других — следует за ним.

Возьмем задачу:

«Костюм, ботинки и галоши стоят вместе 340 руб. Костюм и ботинки стоят 320 руб., ботинки и галоши — 100 руб. Сколько стоят отдельно костюм, ботинки и галоши?»

Вот как иногда записывается решение этой задачи:

1) Галоши стоят: 340 руб. — 320 руб. = 20 руб.
2) Костюм стоит: 340 руб. — 100 руб = 240 руб.
3) Ботинки стоят: 320 руб. — 240 руб. = 80 руб.

Или:

1) 340 руб. — 320 руб. = 20 руб. (стоят галоши).
2) 340 руб. — 100 руб. = 240 руб. (стоит костюм).
3) 320 руб. — 240 руб. = 80 руб. (стоят ботинки).

Повествовательная форма плана полезна для подготовки к алгебре, где при решении задач путем составления уравнений обычно применяются подобные записи. Исходя из этого, следует применять их и при решении арифметических задач. Опыт показывает, что первая из приведенных выше повествовательных форм плана труднее вопросительной, а вторая легче нее. Вторую форму повествовательного плана можно ввести во II классе еще до введения вопросительной формы. Первая же форма повествовательного плана применима в IV классе и то лишь при решении более легких задач, после того как дети освоятся с вопросительной формой плана.

Особо следует остановиться на вопросе о письменном объяснении решения задачи.

Письменное объяснение арифметических задач, в виду его сложности, применимо главным образом в V и VI классах. Но подготовку к нему следует вести, *начиная с IV класса, вводя* здесь более подробное изложение вопросов, так, чтобы вопрос включал числовые данные, необходимые для его решения, например:

1) Сколько гектаров яровых хлебов бригада убирала восемью комбайнами в 1 день, если каждый комбайн в день убирал 35 *га*?

2) Во сколько дней бригада закончила уборку хлебов, если ей нужно было убрать 1 680 *га*, а в день она убирала по 280 *га*?

3) На сколько дней раньше срока бригада закончила уборку, если по плану она должна была убрать весь хлеб в 10 дней, а убрала его в 6 дней?

Упражнение учащихся в подобной записи плана способствует подготовке их к письменному объяснению задач, при котором после записи каждого вопроса дается соответствующее объяснение в письменной форме, например:

1) Сколько гектаров яровых хлебов бригада убирала восемью комбайнами в 1 день?

Каждый комбайн убирал в день 35 *га*, а всего было 8 комбайнов. Чтобы узнать, сколько гектаров хлеба бригада убирала всеми комбайнами в 1 день, нужно 35 *га* умножить на 8:

$$35\ га \times 8 = 280\ га.$$

2) Во сколько дней бригада закончила уборку хлебов?

Бригаде нужно было убрать всего 1 680 *га*, а в день она убирала по 280 *га*. Чтобы узнать, во сколько дней она закончила уборку хлебов, нужно 1 680 *га* разделить по 280 *га*:

$$1\,680\ га : 280\ га = 6\ \text{(дней)}.$$

3) На сколько дней раньше срока бригада закончила уборку?

Бригада должна была убрать весь хлеб в 10 дней, а убрала его в 6 дней. Чтобы узнать, на сколько дней раньше срока бригада закончила уборку, нужно от 10 дней отнять 6 дней:

10 дней — 6 дней = 4 дня.

Из приведенного образца письменного объяснения задачи видно, что оно слишком сложно для учащихся IV класса. Письменное объяснение задач может найти в этом классе применение лишь при относительно высоком уровне развития учащихся. Как правило же, в IV классе достаточно ограничиться подробным изложением вопросов плана, но и эту форму записи следует применять при решении лишь некоторых задач, так как применение такой записи при решении всех задач потребовало бы слишком много времени.

Запись решения задач формулой. В IV классе, наряду с приведенными выше формами записи, полезно решение некоторых задач записывать формулой. Так, решение приведенной выше задачи можно записать формулой так:

$$10 - 1\,680 : (35 \times 8).$$

Запись решения числовой формулой помогает учащимся лучше осознать соотношение между данными числами и искомым, последовательность действий в задаче. Кроме того, такая запись помогает им осмыслить решение примеров, в особенности составных, ведя их к пониманию того, что составной пример, так же как и простой, может явиться результатом решения задачи.

Запись решения формулой должна вначале применяться к решенным задачам (после обычной записи решения задачи проводится запись этого решения формулой). Лишь после овладения учащимися этим навыком, следует учить их сразу записывать решение задачи формулой, без предварительного выполнения действий, с помощью которых она решается.

Упражнения в записи решения задач формулой очень полезны, так как они подготовляют учащихся к алгебре. Но «составление формул,— как справедливо указывает А. И. Гольденберг, — крайне затрудняет детей, требуя от них большого умственного развития и полного владения математическим знакоположением в области основных арифметических действий» [1].

В самом деле. Возьмем задачу:

«Из Донбасса в Москву нужно было отправить 1 530 *т* антрацита. В первый день отправили $^2/_5$ всего антрацита, во второй

[1] А. Гольденберг, Беседы по счислению. М.—П., 1923, стр. 50.

день $^5/_6$ остатка, а в третий день остальной антрацит. Сколько тонн антрацита отправили в третий день?»

При обычной записи решение этой задачи обычно легко дается учащимся IV класса. Между тем запись ее решения числовой формулой может серьезно затруднить учащихся, даже хорошо успевающих. Для этого достаточно рассмотреть формулы решения:

$$(1\,530 - 1\,530 : 5 \times 2) - (1\,530 - 1\,530 : 5 \times 2) : 6 \times 5,$$

или

$$1\,530 - [1\,530 : 5 \times 2 + (1\,530 - 1\,530 : 5 \times 2) : 6 \times 5].$$

Легко видеть, что даже при более кратком способе решения запись его числовой формулой слишком сложна, чтобы с нею могли справиться учащиеся IV класса.

Некоторые учителя вводят запись решения задач числовой формулой в младших классах (во II, а иногда даже в I). Эту практику следует признать неправильной. Помимо того, что запись решения числовой формулой требует знания порядка действий, она может в младших классах тормозить обучение детей вычленению простых задач из составной. Когда при решении составной задачи каждое действие записывается отдельно, вычленение из нее простых задач осмысливается детьми гораздо лучше, чем при записи формулой. Последняя форма записи применима лишь в IV классе, и то при решении относительно небольшой части задач, в тех случаях, когда эта запись посильна для детей.

Запись формулой не может быть применена в тех случаях, когда она требует применения квадратных и фигурных скобок, поскольку последние не входят в курс начальной арифметики. Применение ее неуместно также в тех случаях, когда задача требует для своего решения сравнительно большого количества действий. Далее, эту форму записи не следует применять при решении таких задач, которые дают в ответе 2 или более чисел, ибо в этом случае при решении одной задачи требуется составление 2 и более формул, что представляет серьезное затруднение для учащихся начальной школы. К таким задачам относится, например, приведенная выше задача о распределении горючего между 2 тракторными бригадами, решение которой требует составления 2 формул, а именно:

а) $936 : (4 + 5) \times 4,$

б) $936 : (4 + 5) \times 5.$

Учащимся начальной школы при подобной записи решения трудно понять, почему во второй формуле повторяются действия из первой формулы. При решении таких задач в IV классе запись его формулой поэтому нецелесообразна.

Зато безусловно полезно записывать формулой решение задач на простое и сложное тройное правило и некоторых разновидностей задач на пропорциональное деление. Запись формулой здесь уместна после того, как дети усвоили способ решения задач данного типа и когда такая запись может способствовать закреплению навыков учащихся. Так, после решения ряда задач III вида на пропорциональное деление или задач на встречное движение полезно предложить детям записать их решение формулой.

Приведем образцы задач и формулы их решения:

«Для столовой куплено одинаковое количество глубоких и мелких тарелок за 600 руб. Глубокая тарелка стоила 15 руб., а мелкая — 9 руб. Сколько тех и других тарелок в отдельности куплено?»

$$600 : (15 + 9).$$

«Два землекопа вместе вырыли 264 *м* канавы. Первый землекоп вырывал в день 17 *м* канавы, а второй — 16 *м*. Сколько дней работал каждый землекоп?»

$$264 : (17 + 16).$$

«Два поезда вышли одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 522 *км*. Первый поезд проходил в час 45 *км*, а второй — 42 *км*. Через сколько часов поезда встретятся?»

$$522 : (45 + 42).$$

Наряду с упражнениями в записи формулой решения данных задач полезны упражнения в составлении детьми задач к данной формуле, например: составить задачу, которая решалась бы так:

$$360 : (25 + 15).$$

Чтобы запись решения задач формулой лучше подготовляла учащихся к алгебре, полезно в ряде случаев рекомендовать им не выполнять действий в составляемых формулах. Это уместно, главным образом, при повторном рассмотрении ранее решенных задач.

Известно, что учащиеся, привыкшие при изучении арифметики к выполнению каждого обозначенного действия, при переходе к алгебре с трудом осмысливают формулы, в которых действия лишь обозначаются, но где часто не ищется числовое значение результата действий. Для подготовки учащихся к алгебре поэтому полезно при решении арифметических задач иногда упражнять учащихся в обозначении действий, не выполняя их.

Элементы счетоводных записей. В жизненной практике при производстве различного рода расчетов требуется уменье не только правильно выполнять их, но и записывать надлежащим образом в соответствующих счетоводных формах. Следует поэтому в школе обучать такого рода записям.

Приведем выдержку из записи урока в IV классе, на котором учащиеся знакомились с ведением приходо-расходной записи.

Учитель.— Слушайте внимательно.

Отец сказал сыну: я не знаю, на что ты тратишь деньги, которые я даю тебе. Давай условимся: я буду давать тебе деньги, но ты должен аккуратно записывать, сколько денег ты получил, когда и на что ты их тратил. К концу месяца будешь мне показывать свои записи, сколько у тебя осталось денег.

Сын согласился. Это было 1 ноября. В этот день отец дал сыну 8 руб. Как мальчику это записать? Кто желает пойти к доске (поднимается несколько рук). Иди, Миша, к доске.

(Ученик выходит к доске и пишет на ней: 8 руб.).

— 2 ноября мальчик пошел в кино и истратил 2 руб. 50 коп. Как это записать?

(Ученик пишет на доске: 2 руб. 50 коп.)

— 3 ноября мальчик купил тетрадей на 60 коп. Как это записать?

(Ученик пишет на доске: 60 коп.)

— Как вы думаете, дети, хороша запись Миши или нет? Разберется потом отец в этой записи?

— Нет.

— Почему?

— Миша не пишет, когда мальчик израсходовал деньги.

— Надо писать, на что он тратил. Он записал 2 руб. 50 коп., а может он истратил это на хлеб.

— Не видно, получил он 8 руб. или истратил.

В результате беседы учащиеся поняли, что лучше всего записывать отдельно приход и расход, что нужно записывать, когда были получены или израсходованы деньги, от кого получены или на что израсходованы.

В результате на доске были начерчены 2 табличных сетки — одна для прихода, другая для расхода:

Приход

Месяц и число	От кого получено	Руб.	Коп.

Расход

Месяц и число	На что израсходовано	Руб.	Коп.

Закрепление и усовершенствование знаний и навыков детей в решении задач имеет особо важное значение в условиях нашей школы.

Недаром этот вопрос нашел относительно широкое освещение в нашей методической литературе[1].

Как мы пытались показать в первой главе, наша школа придает важное значение, по возможности, всестороннему рассмотрению задач каждого типа, выяснению связей и отношений между различными типами, рассмотрению форм развития каждого типа задач. Это может быть достигнуто лишь при правильно поставленном повторении.

Понятия, которые даются учащимся в процессе обучения, обычно формируются не сразу и не остаются неизменными, а развиваются, становясь с течением времени более точными и полными. Большую роль в развитии понятий играет повторение.

В процессе повторения ученик, многократно возвращаясь к различным вариациям каждого типа задач, глубже осознает данные числовые взаимоотношения, зависимость между данными и искомыми величинами, лучше осмысливает способ решения задач, связь их с другими задачами и т. д.

Некоторые учителя полагают, что дидактические положения, касающиеся повторения пройденного, не распространяются на решение задач. Эта точка зрения глубоко ошибочна. Как в любой другой области школьной работы, повторение в области решения задачи может сыграть большую роль в деле закрепления и развития навыков учащихся, в деле повышения их успеваемости. Все дело лишь в правильной постановке повторения с учетом специфических особенностей данной области школьной работы.

Прежде всего следует добиваться, чтобы учащиеся четко осмысливали решенную задачу, ясно понимали, почему она так решается. Нельзя, однако, ограничиться только этим. Повторение в данной области, как в любой другой области школьной работы, должно вестись так, чтобы оно содействовало *усовершенствованию* знаний и навыков учащихся.

Рассмотрим основные виды работы по закреплению и развитию навыков детей в области решения задач.

---

[1] Н. Н. Никитин, Решение арифметических задач в начальной школе. М., 1939. А. С. Соловьев, О развитии математического мышления учащихся,— «Начальная школа», № 1, 1941. Г. Б. Поляк, Работа над задачей после ее решения,— «Начальная школа», № 2—3, 1943. А. С. Пчелко, Методика преподавания арифметики в начальной школе. М., 1945, стр. 101—106. Н. А. Менчинская, Очерки психологии обучения арифметике. М., 1947, стр. 77—89. Ф. Н. Гоноболин, Об одном приеме обучения,— «Начальная школа», № 1, 1948. З. С. Самодурова, Объяснение и проверка задачи после решения,— «Начальная школа», № 3, 1948 (статья «Проблема обучения детей решению задач»).

Повторение плана и решения задачи. Как бы хорошо ни была разобрана задача в процессе ее решения, она может остаться недостаточно хорошо понятой отдельными учениками.

При первичном решении задачи некоторые учащиеся слабо вникают в ее смысл, потому что им приходится затрачивать сравнительно много умственной энергии на производство вычислений. Занятые вычислительной техникой, они недостаточно вдумываются в зависимость между величинами, о которых идет речь в условии задачи, недостаточно хорошо осознают способ ее решения. Целесообразно поэтому, чтобы после записи плана и действий они повторно разобрали ее, так как, покончив с вычислениями, они в состоянии целиком отдаться осмысливанию способа ее решения.

Повторный разбор может быть полным или частичным: первый уместен в отношении более трудных задач, второй — в отношении менее трудных.

Полный повторный разбор задачи может вестись в форме синтетического или аналитического разбора. В первом случае учащиеся повторяют по порядку все вопросы плана, указывая после каждого вопроса то действие, с помощью которого он решался, объясняя, почему было применено данное действие. Во втором случае учащиеся, отправляясь от главного вопроса, объясняют, почему нельзя было сразу решить этот вопрос, какие данные нужны для его решения, как были найдены эти данные. Так как аналитический разбор ценнее синтетического, то при повторении задач следует возможно чаще применять анализ.

Частое применение аналитического разбора оправдано здесь тем, что речь идет о решенных задачах. Поэтому учитель вправе предъявлять детям повышенные требования. Для таких требований здесь имеется достаточно оснований, так как, поскольку задачи решались ранее, анализ в большинстве случаев будет посилен для учащихся.

Частичное повторение может заключаться в повторении плана задачи (только плана), либо в объяснении, что означает каждый из полученных результатов: что означает полученный результат первого действия, второго и т. д. Частичное повторение можно иногда проводить еще более кратко, ограничиваясь повторением некоторых вопросов плана или объяснением некоторых из полученных результатов.

Для того чтобы повторение плана и решения задачи давало возможно больший эффект, полезно проводить его при закрытых тетрадях учащихся. К этому приему следует прибегать в особенности тогда, когда задача решалась с записью плана (вопросов). Если проводить повторение такой задачи при открытых тетрадях, учащиеся могут механически читать вопросы по своим записям. Другое дело, когда они должны формулировать вопросы или объяснять значение результатов действий при закрытых тетрадях. В этом случае они вынуждены снова продумать весь ход решения задачи. По этим соображениям, при повторении задачи целесообразно иметь на классной доске лишь запись решения задачи (действий), но ни в коем случае не плана (вопросов). Последние, если они были записаны на доске, должны быть предварительно — до повторения — стерты.

Иногда же представляется целесообразным стереть с доски также запись действий, оставив лишь запись условия. В этих случаях при объяснении решения дети при небольших числовых данных выполняют действия устно, при многозначных же числах лишь указывают действия, не выполняя их. Такие ответы требуют от детей большего напряжения, зато они полезнее.

Повторение задачи чаще всего проводится в форме коллективного опроса всего класса. Иногда же оно может проводиться в форме индивидуального ответа одного учащегося. В первом случае в повторении задачи принимают участие несколько учащихся, во втором случае повторение всей задачи проводится одним учеником. Второй прием в меньшей мере, чем первый, возбуждает активность учащихся, зато класс слышит в связной форме объяснение всей задачи, тогда как при первом приеме повторение задачи расчленяется на мелкие части, отчего некоторые учащиеся могут не уловить хода решения всей задачи. Повторение всей задачи одним учащимся полезно практиковать и потому, что оно приучает учеников к связному ответу, к связному объяснению задачи.

В отдельных случаях, когда задача в несколько действий, повторение ее может проводиться не одним, а двумя или тремя учащимися так, чтобы каждый ученик объяснил определенную часть задачи. Само собой разумеется, что и остальные ученики должны в определенной мере привлекаться к объяснению повторяемой задачи.

Повторение задачи полезно проводить непосредственно после того, как она была решена, иногда же и спустя некоторое время после этого. По окончании темы или раздела курса целесообразно проверить, как учащиеся справляются с решенными за истекший период более трудными задачами.

В школьной практике нередко учащиеся не справляются с ранее решенной задачей. Работа, проделанная в свое время учителем по разбору и объяснению задачи, оказывается, таким образом, проведенной впустую. Для того чтобы учащиеся не теряли навыков и умений, полученных ими при решении задач, следует, наряду с решением новых задач, повторять ранее решенные.

Повторение плана и решения задачи непосредственно после того, как задача решена, а также повторное решение задач в дальнейшем, целесообразно проводить под знаком проверки знаний детей с оценкой их ответов примерно так, как это делается при проверке знаний учащихся по любому предмету. Перед началом повторения учителю следует объяснить детям смысл данной работы, положим: «Проверим, умеете ли вы решать задачу, которую мы решали сегодня (или задачи, которые мы решали в последнее время)».

Повторное решение задач следует проводить так, чтобы оно отнимало возможно меньше времени. Поскольку задачи решаются повторно, можно в большинстве случаев ограничиваться лишь устным разбором и объяснением, не делая при этом никаких записей. Что касается решения, то при небольших числовых данных учащиеся выполняют его устно. Если же данные числа многозначные, дети при объяснении решения вместо чисел указывают, над значениями каких величин надо выполнять то или иное действие.

Возьмем для примера задачу:

«Три куска материи одного сорта стоят 750 руб. Первый кусок вместе со вторым стоят 486 руб., второй вместе с третьим стоят 522 руб. Сколько метров в каждом куске, если один метр материи стоит 6 руб?»

При повторении этой задачи дети объясняют план и решение так:

Первый вопрос: Сколько рублей стоил первый кусок материи? Для этого нужно от стоимости всех трех кусков отнять стоимость второго и третьего куска.

Второй вопрос: Сколько рублей стоил второй кусок материи? Для этого нужно от стоимости первого и второго куска отнять стоимость первого куска и т. д.

Подобное объяснение решения полезно для развития отвлеченного мышления детей; оно способствует подготовке учащихся к алгебре. Такое объяснение иногда уместно и при первичном решении задачи в тех случаях, когда оно посильно для детей; тем более оно применимо при повторении задач.

Устный разбор и объяснение применимы тогда, когда дети обнаруживают понимание хода решения задачи, когда они сравнительно легко воспроизводят ее план и решение. В противном случае может потребоваться вторичное письменное решение ее. Запись должна при этом быть возможно более краткой (запись только решения, а если это посильно для учащихся, то запись формулой).

Для того чтобы при повторном решении задачи учащиеся не могли пользоваться своими прежними записями, целесообразно брать для повторения задачи, решенные в тетрадях, которых нет на руках у учащихся.

При повторном письменном решении задачи иногда полезно заменить в условии одно или несколько числовых данных с тем, чтобы повторное решение не явилось простым воспроизведением прежнего решения. Так, при повторении задачи «На трудодень в колхозе приходится 7 *кг* зерном и 9 руб. деньгами.

Колхозник получил 625 *кг* зерна и 850 руб. деньгами. Сколько килограммов зерна и сколько денег остается ему еще получить, если его семья выработала за год 475 трудодней» достаточно заменить в условии число 475 любым другим числом трудодней, чтобы потребовались действия, отличные от тех, которые выполнялись при первичном решении этой задачи.

Здесь уместно указать, что в одном из дореволюционных задачников[1] в условиях многих задач каждое из данных давалось в виде двух чисел, основного и дополнительного (последнее в скобках) для того, чтобы любую задачу можно было дважды решать, каждый раз с другими числовыми данными.

Приведем образцы задач из этого сборника:

«В стаде 56 (319) коров, 48 (136) лошадей, 98 (417) овец, 96 (256) баранов и 13 (106) свиней. Сколько всего голов скота в стаде?»

«На 1-й полке 18 (537) книг, на 2-й втрое более, чем на 1-й, на 3-й втрое более, чем на 2-й и на 4-й втрое более, чем на 3-й. Сколько книг на всех четырех полках вместе?»

Подобное приведение двойных числовых данных в условии каждой задачи нам представляется нецелесообразным, так как вряд ли есть необходимость в двукратном решении каждой задачи. Кроме того, при двойных числовых данных ученик может допустить ошибки из-за смешения основных данных с дополнительными. Но замена некоторых из числовых данных задачи как эпизодический прием может в ряде случаев быть полезной для закрепления навыков учащихся в решении данного вида задач.

Повторное решение задач может проводиться, так сказать, экспромтом: не предупредив накануне учащихся, учитель на уроке указывает им номер задачи, намеченной для повторения, и тут же, после чтения условия требует от них объяснения плана и решения. Однако иногда можно заранее предупредить учащихся о предстоящей работе, указав им номера задач, какие будут повторяться в классе. В последнем случае не следует ограничиваться одной или двумя задачами, а можно указывать большее число их с тем, чтобы учащиеся повторили дома целый ряд задач из числа ранее решенных.

Р е ш е н и е з а д а ч и н е с к о л ь к и м и с п о с о б а м и. Углубленному усвоению структуры задачи, углубленному пониманию зависимости между ее данными и искомыми содействует решение ее несколькими способами. Поэтому в тех случаях, когда это возможно, следует применить различные способы ее решения. Решение задачи несколькими способами применимо тогда, когда учащиеся хорошо усвоили первый способ, с помощью которого она решалась.

[1] Д. Г и к а, Задачи для начального обучения арифметике. М., 1885.

Для того чтобы учащиеся получили ясное представление о различных способах решения данной задачи, иногда целесообразно записать их на классной доске.

Приведем пример из школьной практики. В IV классе решали задачу:

«Для лыжной станции закупили лыжи: в одном магазине на 650 руб., в другом по той же цене на 884 руб.; при этом во втором магазине купили на 9 пар больше, чем в первом. Сколько пар лыж купили в обоих магазинах?»

Сначала задача была решена следующим способом:

1) 884 руб. — 650 руб. = 234 руб.
2) 234 руб. : 9 = 26 руб.
3) 650 руб. + 884 руб. = 1 534 руб.
4) 1 534 руб. : 26 руб. = 59 (пар).

Затем отдельные учащиеся предложили другой способ:

1) 884 руб. — 650 руб. = 234 руб.
2) 234 руб. : 9 = 26 руб.
3) 650 руб. : 26 руб. = 25 (пар)
4) 884 руб. : 26 руб. = 34 (пары)
5) 25 пар + 34 пары = 59 пар

После этого учащимся было указано, что эту задачу можно решать еще двумя способами, и предложено было найти эти способы. После некоторой паузы учащиеся предложили третий способ:

1) 884 руб. — 650 руб. = 234 руб.
2) 234 руб. : 9 = 26 руб.
3) 650 руб. : 26 руб. = 25 (пар)
4) 25 пар + 9 пар = 34 пары
5) 25 пар + 34 пары =59 пар

Наконец, учащиеся предложили четвертый способ:

1) 884 руб. — 650 руб. = 234 руб.
2) 234 руб. : 9 = 26 руб.
3) 884 руб. : 26 руб. = 34 (пары)
4) 34 пары — 9 пар = 25 пар
5) 34 пары + 25 пар = 59 пар

Нетрудно видеть, как много дало учащимся решение этой задачи несколькими способами. Недаром эта работа так глубоко заинтересовала их.

При решении задач несколькими способами иногда получается одинаковое количество действий, иногда же количество действий при каждом способе бывает различным. Приведем соответствующие образцы задач:

«В книге 125 страниц, на каждой странице 36 строк, в строке 40 букв. Сколько букв в книге?»

«Для детского дома в первый раз купили сукна на 810 руб. по 45 руб. за метр. Во второй раз по той же цене купили сукна на 540 руб. Сколько всего метров сукна купили?»

Первая задача при различных способах решается 2 действиями. Вторая задача может решаться 2 или 3 действиями.

Чаще всего разница в количестве действий, которыми решается задача при нескольких способах, бывает невелика, не превышая 1 действия. В отдельных случаях, однако, эта разница может быть более значительной. Возьмем задачу.

«В магазин привезли 2 куска сукна одного сорта, всего на 2 700 руб. В первом куске было 38 *м*, во втором на 16 *м* меньше. На сколько второй кусок стоил меньше первого?»

Эту задачу можно решать 4 и 6 действиями. Таким образом, разница между обоими способами здесь в 2 действия.

При решении задачи несколькими способами следует каждый раз выяснять, какой из них является наилучшим, при этом следует, как правило, отдавать предпочтение тому из них, который требует для своего решения меньшего количества действий или более легких действий.

Решение задач несколькими способами и выбор лучшего из них полезно не только для развития мышления детей, но и для их практической подготовки, так как это прививает им навык из различных возможных способов решения того или иного вопроса выбирать лучший, наиболее экономный.

К сожалению, в школьной практике иногда не уделяется должное внимание решению задач несколькими способами. Подобная практика должна быть решительно осуждена.

Проверка правильности решения задачи. Более углубленному осознанию задачи, лучшему пониманию зависимости между ее данными и искомыми может способствовать проверка правильности решения. Главное же достоинство проверки заключается в развитии критического мышления учащихся, в развитии в них уменья анализировать свою работу. Приведем пример из школьной практики. Учащимся III класса была предложена для самостоятельного решения задача:

«В 2 книжных шкафах 250 книг, в одном шкафу на 30 книг больше, чем во втором. Сколько книг в каждом шкафу?»

Так как у учащихся получились различные ответы, была проведена проверка этих ответов.

Вот выдержка из записи урока.

— Дети, у некоторых из вас в ответе получилось 180 и 150 книг. Правилен ли этот ответ?

— Нет, неправилен.

— Почему неправилен?

— Потому что всего было 250 книг. Если же сложить 180 и 150 книг, то получится 330.

— У некоторых из вас получилось в ответе 120 и 130 книг. Правилен ли этот ответ?

— Правилен.

— А почему ты думаешь, что этот ответ правилен?

— Потому что 120 и 130 книг вместе составляют 250 книг.

— А кто думает, что этот ответ неправилен?

— Ответ неправильный, так как 130 больше 120 на 10, а в задаче сказано, что в одном шкафу на 30 книг больше, чем в другом. (После этого перешли к проверке правильности ответа 140 и 110.)

Как видно из приведенной записи, проверка решения задачи учит детей критически относиться к полученным ответам, учит их анализировать решение задачи.

Проверке может быть подвергнуто решение каждой задачи. Проверка правильности решения некоторых задач, однако, слишком сложна, требуя выполнения ряда действий. Проверку поэтому целесообразно применять при решении задач, где она сравнительно легко осуществима. К числу таких задач следует отнести: задачи на нахождение чисел по сумме и разности; задачи на пропорциональное деление; задачи, решаемые способом исключения одного из неизвестных, и некоторые другие.

Проверка правильности решения задач должна быть возможно более полной. На это приходится обращать внимание, так как в школьной практике иногда ограничиваются сверкой ответа с отдельными, но не со всеми условиями задачи. Так, при проверке задач на нахождение двух или нескольких чисел по их сумме и разности иногда ограничиваются сложением найденных чисел, между тем, для полной проверки необходимо определять и их разность.

Проверить правильность решения задачи можно иногда путем нахождения приближенного ответа. Последнее может предшествовать письменному решению задачи. Возьмем для примера задачу:

«В книге 180 страниц, на каждой странице 35 строк, в строке 36 букв. Сколько страниц будет в этой книге, если печатать на каждой странице по 40 строк, а в каждой строке по 45 букв?»

На основе анализа числовых данных задачи легко установить, что в ответе должно получиться меньше 180 страниц. Если в ответе получится большее число, решение, очевидно, неверно.

Проверка правильности решения задач применима преимущественно в III и IV классах, так как учащиеся младших классов могут отнести к основному решению действия, выполняемые для проверки задачи. Таким образом, проверка может здесь мешать пониманию способа решения.

Решение подобных задач. Уточнению знаний учащихся о способе решения задач каждого вида может способствовать устное и письменное решение подобных задач.

При подборе задач, подобных решенным, следует видоизменять и постепенно усложнять их с тем, чтобы решение подобных задач вело не к механическому закреплению приобретенных навыков, а к их развитию и усовершенствованию.

Прежде всего не следует решать подряд слишком много однородных задач. Даже при первичном ознакомлении детей с новым типом следует подряд решать небольшое количество однородных задач, достаточное для того, чтобы дети могли осознать новый способ или прием. Нечего говорить о нежелательности решения подряд большого количества подобных задач при закреплении того или иного типа.

Далее, как только дети осмыслили способ решения нового типа задач, следует постепенно видоизменять и усложнять задачи, начиная с небольших изменений (порядка расположения числовых данных, изменения содержания задач) и переходя к более существенным изменениям (изменению главного вопроса, введению дополнительных данных и др.). Так, после осознания детьми способа решения первого вида задач на простое тройное правило можно в дальнейшем предлагать им примерно такие задачи:

«Пароход прошел 150 *км* в 5 часов. Какое расстояние пройдет он в 7 часов при той же скорости?»

«Сколько ведер воды насос выкачает в 15 минут, если он выкачивает 960 ведер в 6 минут?»

«За 4 *м* полотна уплатили 48 руб. Сколько нужно уплатить за 3 *м* шелка, метр которого стоит в 5 раз дороже метра полотна?»

«На одной телеге доставили 10 ящиков гвоздей, а на другой 8 таких же ящиков гвоздей. Сколько груза доставили на обеих телегах, если на первой телеге доставлено 300 *кг* груза?»

Как видно, вторая задача отличается от первой лишь своим содержанием и порядком расположения числовых данных, третья задача усложнена дополнительными условиями, в четвертой изменены главный вопрос и порядок расположения числовых данных.

При таком подборе задач одного типа отпадает возможность решения их по готовому шаблону, так как каждая следующая задача требует от детей несколько иных рассуждений, чем предыдущая.

Здесь уместен также следующий прием, использованный в нашем опыте. После решения задачи учитель предлагает учащимся найти в задачнике среди ранее решенных задач такие, которые решаются так же, как только что рассмотренная задача. Такие упражнения признаются ценными даже теми методистами, которые выступают против группировки задач по типам. «Если бесполезно или даже вредно заставлять учащихся тратить дорогое время на решение задач, уже распределенных на готовые типы, — говорит Ф. Эрн, — то, с другой стороны, думается мне, весьма полезно самим учащимся распределять решаемые ими задачи на типы, что заставляет учащихся проделать ту умственную работу, которая называется процессом обобщения»[1].

Задачи с недостающими и излишними данными. Осознанию структуры рассмотренных видов задач, зависимости между входящими в их состав величинами могут способствовать задачи с недостающими и излишними данными.

Начнем с задач с *недостающими* данными. Частично этот вопрос был освещен в главе IV, где простые задачи с недостающими данными или вопросами рекомендовались в качестве упражнений, способствующих подготовке детей к аналитико-синтетическому разбору задач. Подобные неполные задачи уместны не только для подготовки детей к анализу и синтезу, но и для закрепления навыков детей в решении различного вида задач.

После решения ряда задач данного вида полезно выяснить, при каких условиях возможно решение рассмотренных задач, при каких условиях оно невозможно, либо становится неопределенным. Так, при повторении задач на движение в одном направлении полезно выяснить, что решение таких задач возможно лишь в том случае, когда тело (поезд, пароход и т. п.), идущее сзади, движется быстрее тела (поезда, парохода и т. п.), идущего впереди. В противном случае первое не может догнать второе.

При повторении задач на нахождение 2 чисел по сумме и разности полезно выяснить, что, если известна только сумма искомых чисел, задача становится неопределенной и допускает множество решений. Определенными такие задачи бывают только тогда, когда известна сумма искомых чисел и их разность.

При повторении иногда полезно предложить детям задачу данного вида с недостающими данными. Приведем пример из нашего опыта. При повторении I вида задач на пропорциональное деление детям была предложена задача:

«2 детских дома купили вместе материи на 2 000 руб. по 10 руб. за метр и разделили ее по количеству детей, которое было в каждом детском доме. Сколько метров материи получил каждый детский дом?»

[1] Ф. Эрн, Спорные вопросы методики арифметики.— Математический вестник, № 4, М., 1916.

Учащиеся быстро сообразили, что задача «неполная», что ее можно будет решить только тогда, когда будет известно, сколько детей было в каждом детском доме. Эти данные были затем включены в условие, после чего учащимся было предложено самостоятельно решить эту задачу. Благодаря тому что в задаче не сразу были даны все числа, необходимые для ее решения, учащиеся лучше осознали ее структуру, элементы, входящие в ее состав.

Приведем еще один пример из практики. Учащимся IV класса была предложена задача.

«В колхозе 1 620 *га* пахотной земли. $^3/_9$ этой площади решено засеять пшеницей, $^2/_9$ — овсом. Сколько семян каждого рода нужно заготовить колхозу?»

Учащиеся принялись решать задачу, предложив узнать, какую площадь земли решили засеять пшеницей и какую площадь — овсом. Но затем дети сообразили, что в задаче отсутствуют данные, без наличия которых ее нельзя решить (неизвестно, сколько семян пшеницы и сколько семян овса требуется на 1 *га*). После соответствующей беседы о том, сколько семян каждого рода требуется для засева 1 *га*, в условие были вставлены нужные числа, после чего класс приступил к решению задачи.

Приведем образцы задач с недостающими данными, использованными в нашем опыте в IV классе:

«Для пошивки пальто купили 3 *м* сукна по 120 руб. за метр и 5 *м* подкладки. Сколько денег уплатили за всю покупку?»

«На пасеке было 6 ульев. Каждый улей дал в среднем по 25 *кг* меда. Половину собранного меда продали. Сколько денег выручили за проданный мед?»

«Колхозник проехал поездом 240 *км* и прошел пешком 20 *км*. На отдых он употребил 2 часа. Сколько всего часов был он в пути?»

«В колхозе было 34 лошади, а коров в 3 раза больше. На сколько дней хватит колхозу 2 244 *ц* сена?»

Из приведенных образцов видно, что задачи с недостающими данными — если принять во внимание, что они решались в IV классе — выбирались нетрудные. Это объясняется тем, что такие задачи несравненно труднее обычных задач.

По тем же соображениям в нашем опыте задачи с недостающими данными, как правило, решались коллективно, так что выяснение недостающих данных и их подбор выполнялись общими усилиями учащихся класса под руководством учителя. Лишь изредка такие задачи предлагались детям для самостоятельного решения.

Приведем образец одной из таких задач:

«Для детского дома купили один кусок полотна за 600 руб. и другой кусок такого же полотна за 720 руб. Из всей материи сшили рубашки. Сколько рубашек сшили?»

Учащиеся должны были дополнить условие и решить задачу.

Приведем несколько дополненных детьми условий этой задачи:

«Для детского дома купили один кусок полотна за 600 руб. и другой кусок такого же полотна за 720 руб. Из всего полотна сшили рубашки. Сколько рубашек сшили, если полотно на одну рубашку стоило 30 руб.?»

«Для детского дома купили один кусок полотна за 600 руб. и другой кусок такого же полотна за 720 руб. Из всего полотна сшили рубашки. Сколько рубашек сшили, если 1 *м* полотна стоил 12 руб., а на 1 рубашку идет 2 *м* полотна?»

«Для детского дома купили один кусок полотна за 600 руб. и другой кусок такого же полотна за 720 руб. Во втором куске было на 10 *м* полотна больше, чем в первом. Из всего полотна сшили рубашки. Сколько рубашек сшили, если на 1 рубашку пошло 2 *м*?»

Учащиеся проявляли большой интерес к задачам с недостающими данными (к «неполным задачам»).

Наряду с задачами, в которых недоставало некоторых данных, иногда детям предлагался только вопрос, к которому они должны подобрать необходимые данные, например:

«Составить задачу, в которой требовалось бы узнать, сколько всего трудодней выработала семья колхозника за год».

«Составить задачу, в которой требовалось бы узнать, на сколько колхоз собрал зерна больше, чем было намечено по плану».

Легко видеть, насколько упражнения в подборе некоторых или всех данных задачи ценны для развития мышления детей, для глубокого осмышления ими структуры рассматриваемых задач и способа их решения.

Однако ценность таких задач состоит не только в этом. В жизненной практике часто приходится решать задачи, в которых дан лишь вопрос без нужных чисел, либо даны не все нужные числа. Пусть заведующему молочной фермой дано задание подсчитать, сколько кормов нужно заготовить на зиму. Здесь дан лишь вопрос. Данные же, необходимые для его решения, не указаны. Их нужно самим подобрать: данные о количестве голов скота различного рода (молодняка, крупного рогатого скота и т. п.), величину дневного рациона, количество дней, на какое нужно заготовить корм.

Решение задач, в которых дается лишь вопрос и требуется подобрать числовые данные, широко применяется в реальной жизни. Следует поэтому и в школе упражнять учащихся в решении таких задач.

Весьма полезными при повторении являются задачи с *недостающими вопросами*. Речь идет здесь не о простых задачах, как в главе IV (см. стр. 79), а о составных, при повторении которых иногда полезно предлагать их детям без главного вопроса, с тем, чтобы они сами придумали его.

Как правило, к одним и тем же числовым данным можно подобрать различные вопросы.

Возьмем задачу:

«2 парохода вышли одновременно навстречу друг другу из 2 пристаней, расстояние между которыми 300 *км*. Первый пароход делал в час 30 *км*, второй — 20 *км*. Что можно узнать по этим данным?»

Легко видеть, что здесь могут быть поставлены различные вопросы, например: через сколько часов пароходы встретятся? Какое расстояние первый пароход прошел до встречи? Какое расстояние прошел второй пароход до встречи? На сколько километров первый пароход прошел до встречи больше второго? Какое расстояние осталось каждому пароходу идти после встречи? и др.

Из нескольких вопросов, выдвигаемых детьми, учитель выбирает один и предлагает им решить задачу с данным вопросом. Иногда полезно выяснить, сколькими действиями решается задача при различных главных вопросах.

Упражнения в подборе вопросов к тексту условия ценны для лучшего осмысления детьми задач, для лучшего понимания ими данных числовых взаимоотношений, для развития их математического мышления.

Эти упражнения имеют важное значение и для подготовки учащихся к жизненной практике. В реальной жизни часто приходится решать задачи, в которых даны нужные числа, но не поставлены вопросы, какие нужно решать.

Возьмем для примера данные о количестве начальных, семилетних и средних школ в нашей стране в различные годы [1].

Какие школы	Количество школ в			
	1914/15 г.	1928/29 г.	1932/33 г.	1938/39 г.
Начальные школы	101 917	114 401	136 209	121 733
Семилетние школы	1 654	7 086	26 752	36 261
Средние школы	1 953	1 857	1 261	12 469

[1] См. «Культурное строительство в СССР». Статистический сборник. Госполитиздат, 1940.

Подобного рода данные обычно приводятся без вопросов. Последние ставит перед собою уже сам читатель в процессе разбора данных чисел.

Правильная постановка вопросов к числовым данным — дело нелегкое для учащихся начальной школы. Необходимо поэтому, чтобы в круг школьной работы по решению задач были включены *упражнения по подбору вопросов к числовым данным*.

При решении вопросов по числовым данным таблиц, подобных приведенной выше, приходится иметь дело с данными, часть которых являются *излишними*. В самом деле. При решении вопроса, на сколько в 1938/39 г. было больше начальных школ, чем в 1914/15 г., следует из 12 данных, содержащихся в таблице, взять только 2 числа (121 733 и 101 917).

Следует указать, что в реальной жизни нередко приходится из сравнительно большого числа данных выделять часть их, необходимых для ответа на вопрос, подлежащий решению в данный момент. Необходимо поэтому и в школе практиковать решение задач с *излишними данными*. Приведем образцы таких задач:

«В колхозе нужно засеять 360 *га* пшеницей и 195 *га* ячменем. На 1 *га* высевают 115 *кг* пшеницы, а ячменя 108 *кг*. Сколько семян пшеницы нужно заготовить колхозу?»

«В магазине было 184 *м* сукна по 75 руб. за метр. $^{5}/_{8}$ всего сукна продали. Сколько сукна осталось?»

При разборе каждой из этих задач следует исключить из условия излишние данные и затем уже приступить к ее решению.

Чем ценно решение таких задач?

Во-первых, они полезны для практической подготовки учащихся, ибо в жизненной практике, как мы видели, часто приходится иметь дело с задачами с излишними данными. Далее, эти задачи, как и задачи с недостающими данными, полезны для развития критического мышления учащихся.

Обычно школа упражняет учащихся в решении задач исключительно с необходимыми данными. Такие задачи должны, несомненно, преобладать в школьной практике. Однако, наряду с ними, следует иногда давать учащимся задачи с недостающими и излишними данными, так как при их решении от учеников требуется гораздо больше мыслительной работы, чем при решении задач со всеми необходимыми данными.

Следует, однако, указать, что задачи с недостающими и излишними данными, так же как и задачи с недостающим вопросом, могут даваться лишь в том случае, когда учащиеся умеют решать соответствующие задачи с полным условием.

Сравнение близких по своей структуре задач. Для углубления знаний учащихся полезно сравнение *близких по своей структуре задач после рассмотрения каждого* из сравниваемых видов в отдельности. Так, после рассмотрения во II классе задач: а) на разностное и, затем, б) на кратное сравнение, полезно сравнить их, подбирая для этого задачи с общим содержанием и общими числовыми данными; например:

«На одной полке 40 книг, а на другой — 8 книг. На сколько на первой полке больше книг, чем на второй? Во сколько раз на первой полке больше книг, чем на второй?»

Подобным образом полезно сравнение задач на случаи увеличения и уменьшения на несколько единиц, на случаи увеличения и уменьшения в несколько раз, на случаи увеличения (или уменьшения) на несколько единиц и в несколько раз.

В I *классе полезно сравнивать близкие по своему содержанию* задачи в 1 и в 2 действия, например:

«У брата 7 переводных картинок, а у сестры на 2 картинки больше. Сколько переводных картинок у сестры?»

«У брата 6 марок, а у сестры на 2 марки больше. Сколько марок у брата и сестры вместе?»

Учащиеся I класса слабо различают особенности таких задач, нередко решая простые задачи двумя действиями, а составные — одним действием. Параллельное решение нескольких пар таких задач, где *одна задача каждой пары решается одним* действием, а другая, близкая ей по содержанию, решается двумя действиями (или наоборот), может помочь учащимся осознать особенности этих 2 видов задач.

В старших классах полезно сравнивать между собою задачи на простое тройное правило, решаемые приведением к единице и способом отношений, задачи на пропорциональное деление и задачи на нахождение неизвестного по разности двух величин, задачи на деление в разностном и кратном отношении и т. д.

Приведем образцы упомянутых типов задач, которые полезно брать для сравнения:

«Пароход прошел за 3 часа 75 *км*. Сколько километров он пройдет при такой скорости за 10 часов?»

«Пароход прошел за 3 часа 80 *км*. Сколько километров он пройдет при такой скорости за 12 часов?»

«Куплено 2 отреза одинаковой ткани в 5 *м* и в 3 *м*. За оба отреза уплачено 640 руб. Сколько рублей стоил каждый отрез в отдельности?»

«Куплено 2 отреза одинаковой ткани в 5 *м* и в 3 *м*. За первый отрез уплачено на 640 руб. больше, чем за второй. Сколько рублей стоил каждый отрез в отдельности?»

«В 2 школах 1 500 учащихся. В первой школе на 4 учащихся больше, чем во второй. Сколько учащихся в каждой школе?»

«В 2 школах 1 500 учащихся. В первой школе учащихся в 4 раза больше, чем во второй. Сколько учащихся в каждой школе?»

«Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из 2 сел, расстояние между которыми 16 *км*. Первый пешеход делал в час 5 *км*, а второй — 3 *км*. Через сколько часов пешеходы встретятся?»

«Два пешехода вышли одновременно и в одном направлении из 2 сел, расстояние между которыми 16 *км*. Первый пешеход делал в час 5 *км*, а второй — 3 *км*. Через сколько часов первый пешеход догонит второго?»

Сравнение упомянутых выше видов задач должно проводиться так, чтобы учащиеся возможно четче осознали особенности способа решения сравниваемых между собою видов, ясно понимали, почему каждая задача решается так, а не иначе.

Составление задач учащимися. Одной из весьма эффективных форм развития навыков учащихся в интересующей нас области является упражнение их в составлении задач.

Составление учащимися задач повышает интерес детей к арифметике, содействует их подготовке к жизни, где приходится не только решать задачи, но и составлять их.

Составление детьми задач способствует развитию их творческой активности и инициативы — весьма ценных качеств, которые советская школа призвана воспитывать в наших детях. Недаром Н. К. Крупская придавала столь большое значение этому виду занятий в процессе преподавания математики [1].

Из различных видов упражнений в составлении задач весьма полезным является придумывание детьми задач, подобных данной. Задачи, подобные данной, могут быть составлены так, чтобы при сохранении содержания (тематики) исходной задачи изменялись ее числовые данные. Иногда можно сохранить числовые данные, но изменить содержание задачи. Можно, наконец, изменить как содержание, так и числовые данные исходной задачи.

Приведем соответствующие примеры:

Исходная задача. «Чтобы прокормить 8 лошадей в течение 3 дней, потребовалось 192 *кг* сена. Сколько сена потребуется для прокормления 24 лошадей в течение 15 дней?»

Составленная учащимися подобная задача: «Чтобы прокормить 6 лошадей в течение 5 дней, потребовалось 300 *кг* сена. Сколько сена потребуется для прокормления 20 лошадей в течение 12 дней?»

---

[1] Н. К. Крупская, Избранные педагогические сочинения, издание АПН. М., 1948, стр. 175.

Исходная задача. «Для детского санатория в первый раз куплено 14 *кг* винограда, а во второй раз 19 *кг* по той же цене. Во второй раз за виноград уплачено на 87 руб. 50 коп. больше, чем в первый раз. Сколько денег заплатили за весь виноград?»

Составленные учащимися подобные задачи: «Для детского дома в первый раз купили 14 *м* ткани, во второй раз 19 *м* такой же ткани. Во второй раз уплатили на 87 руб. 50 коп. больше, чем в первый раз. Сколько заплатили за всю ткань?»

В совхозе засеяли овсом 2 участка земли; один в 14 *га*, второй в 19 *га*. При одинаковом урожае со второго участка собрали на 87 *ц* 50 *кг* овса больше, чем с первого. Сколько овса собрали с обоих участков?

Исходная задача. «20 *м* ситца стоят 160 руб. Метр полотна в 2 раза дороже метра ситца. Сколько стоят 8 *м* полотна?»

Составленная учащимися подобная задача. «Для школы купили 12 столов за 1 020 руб. Шкаф в 3 раза дороже стола. Сколько стоят 5 шкафов?»

Как видно, в первом случае учащиеся составили подобную задачу с другими числовыми данными, но с тем же содержанием, во втором случае — задачи с теми же числовыми данными, но с другим содержанием, и в третьем случае — задачу с другим содержанием и другими числовыми данными.

Первый вид упражнений, как показывает опыт, легче второго, а второй легче третьего. Это следует иметь в виду при подборе упражнений в составлении подобных задач.

Составление подобных задач с многозначными числами обычно затрудняет учащихся. Чтобы избежать этого, следует советовать им составлять подобные задачи с небольшими числовыми данными.

Рассмотренные выше виды упражнений в составлении подобных задач содействуют выработке у учащихся обобщенного представления о способе решения задач, внешне непохожих друг на друга. В этом — большая ценность этих упражнений. Помимо того, что они способствуют продвижению учащихся в решении задач, они имеют большое воспитательное значение. Эта работа учит детей замечать общее в явлениях, внешне отличных друг от друга. Воспитание таких качеств в наших детях следует признать очень ценным.

При составлении подобных задач можно опасаться, как бы учащиеся не копировали механически тех задач, которые указываются им в качестве образцов. Чтобы избежать этого, следует указывать детям, чтобы в составляемых ими подобных задачах наименования у данных чисел были, по возможности, иными, чем в исходной задаче.

В III классе решали задачу:

«Куплено 2 куска ткани одного сорта. В первом куске было 23 *м*, а во втором — 25 *м*. Второй кусок стоил на 120 руб. больше, чем первый. Сколько рублей стоил каждый кусок ткани в отдельности?»

После решения задачи учащимся было предложено придумать подобные задачи с другими наименованиями у данных чисел. Дети сравнительно легко справились с этим заданием, составив подобные задачи про покупку продуктов, стульев, про заработок двух рабочих за различное количество рабочих дней, про путь, пройденный поездом в различное время.

Во II классе после решения задачи: «3 карандаша стоят 36 коп. Сколько нужно уплатить за 5 таких карандашей?» детям было предложено составить подобные (похожие) задачи. Сначала они стали составлять задачи тоже про покупки (про покупку игрушек, посуды и т. п.), но затем, поощряемые к этому учителем, стали придумывать задачи с более разнообразным содержанием (про вес ящиков с яблоками, про расход материи на платья и др.). А один ученик придумал такую задачу: «3 самолета могут перевезти 36 пассажиров. Сколько пассажиров могут перевезти 5 таких самолетов?» Легко видеть, что этот ученик получил ясное понятие о данном типе задач, если он осознал, что задачи про покупку карандашей и про перевозку пассажиров относятся к одному типу.

Чтобы выяснить эффективность упражнения детей в составлении задач, подобных данным, мы поставили следующий опыт. В двух четвертых классах 70-й московской школы, в которых до этого составление детьми задач мало практиковалось, в течение 6 недель систематически проводилось упражнение детей в составлении подобных задач. Эта работа проводилась в процессе решения задач на уроках. Для этого были также использованы домашние задания: задавая задачи на дом, учитель раза 3 в неделю предлагал детям придумывать к одной из заданных задач подобную. Для выяснения навыков детей в составлении задач, подобных данной, до начала опытной работы (19 января) в названных классах была проведена контрольная работа, которая включала следующие два варианта задач.

Задача № 1

«Для детского дома купили 15 матрацев и несколько кроватей, всего на 2 838 руб. Матрац стоил 66 руб., а 3 кровати стоили столько, сколько 7 матрацев. Сколько кроватей куплено?»

Задача № 2

«В магазин доставлено 14 мешков перловой крупы и несколько мешков манной крупы, всего 2 504 *кг*. Мешок перловой крупы весил 76 *кг*, а мешок манной крупы на 4 *кг* больше. Сколько мешков манной крупы доставили в магазин?»

Каждый ученик должен был решить письменно одну из этих задач (требовалась запись одних действий), а затем придумать задачи, похожие на ту, которую он решал. Свое задание учитель формулировал так (приводим выдержку из соответствующей инструкции):

«Ученики, которые сидят на парте справа, будут решать задачу № 1, а те, которые сидят на парте слева, будут решать задачу № 2. Нужно списать полностью условие и записать решение без вопросов. Затем каждый из вас будет придумывать задачи, похожие на ту, которую он решал. Нужно придумать одну задачу и полностью записать условие, потом придумать вторую задачу, полностью записать условие и т. д. Чем больше задач придумает каждый из вас, тем лучше. Придумываемые задачи решать не нужно. Для придумываемых задач берите небольшие числа.

Нужно стараться, чтобы в каждой новой задаче наименования у чисел были другие, чем в предыдущей задаче».

По окончании опытной работы (6 марта) была проведена вторая контрольная работа, которая включала задачи, похожие на те, которые входили в состав первой контрольной, а именно:

Задача № 1

«Для школы куплено 17 столов и несколько шкафов, всего на 2 716 руб. Стол стоил 56 руб., а 4 шкафа стоили столько, сколько 9 столов. Сколько шкафов куплено?»

Задача № 2

«На грузовик погрузили 48 ящиков печенья и несколько ящиков конфет, всего 2 760 *кг*. Ящик печенья весил 41 *кг*, а ящик конфет на 3 *кг* больше. Сколько ящиков конфет погрузили на грузовик?»

К этим задачам, как и во время первой контрольной работы, дети должны были придумывать подобные (вторая работа проводилась так же, как первая).

Результаты обеих контрольных работ учащихся приведены в нижеследующих таблицах.

Из таблицы 2 видно, что во второй раз учащиеся составили на 46 задач (на 36%) больше, чем в первый раз. Но дело не столько в увеличении количества составленных задач, сколько в улучшении их качества: в увеличении количества правильно составленных задач и в расширении их тематики, что видно из таблиц 3 и 4.

Таблица 2

Данные о количестве составленных детьми подобных задач

Дата проведения контрольных работ	Номер класса	Количество учащихся	Количество составленных детьми задач
19/I	4 Б	34*	74
19/I	4 Г	31*	53
Всего		65	127
6/III	4 Б	34	86
6/III	4 Г	31	87
Всего		65	173

Таблица 3

Данные о правильности составленных детьми подобных задач

Дата проведения контрольных работ	Номер класса	Общее количество составленных детьми задач	Из них составлены		
			правильно	частично правильно	неправильно
19/I	4 Б	74	40	17	17
19/I	4 Г	53	40	7	6
Всего		127	80	24	23
6/III	4 Б	86	70	10	6
6/III	4 Г	87	66	13	8
Всего		173	136	23	14

* Контрольные работы выполняло бо́льшее число учащихся. Но для анализа были взяты работы лишь тех детей, которые выполняли и первую и вторую контрольные работы.

В то время как в первой контрольной работе учащиеся дали 80 правильно составленных задач из 127 (63%), они во второй работе дали 136 правильно составленных задач (79%). Особенно показательны данные о неправильно составленных задачах, которых до начала опытной работы было 23 (18%), а по окончании опытной работы всего 14 (8,1%).

Таблица 4

Данные об основных величинах, фигурирующих в правильно составленных детьми задачах

Дата проведения контрольных работ	Исходная задача	Общее количество правильно составленных задач	Количество правильно составленных задач, в которых основными величинами являются:							
			вес	стоимость	расход материала	расход кормов	урожай	удой	расстояние	разн.
19/I	В магазин доставлено	33	12	19	2	—	—	—	—	—
6/III	На грузовик погружено	64	16	35	9	—	1	-	2	1
19/I	Для детского дома	47	2	44	1	—	—	—	—	—
6/III	Для школы . .	72	8	52	6	1		1	2	2

Как видно из таблицы 4, 6 марта в связи с решением задачи «На грузовик погружено...» учащиеся составили значительно более разнообразные по тематике задачи, чем 19 января, в связи с решением аналогичной задачи «В магазин доставлено...». То же можно сказать о задачах, составленных детьми в связи с решением задач «Для школы...» и «Для детского дома...»

Сами задачи стали более содержательными, а главное — более правдоподобными. Приведем для примера образцы задач из тех, которые были составлены детьми 19 января:

«В магазин доставили велосипеды — 16 мужских и несколько дамских. 1 мужской велосипед стоит 18 руб., а 1 дамский велосипед на 6 руб. больше. Сколько доставили дамских велосипедов?»

«На кухню доставили 10 мешков картофеля и несколько мешков капусты, всего 3 000 *кг*. Мешок картофеля весил 300 *кг*, а мешок капусты на 100 *кг* больше. Сколько мешков капусты доставили на кухню?»

Эти задачи по своей структуре подобны исходной задаче «В магазин доставлено...», а потому они включены нами в число правильно составленных. Но числовые данные в этих задачах неправдоподобны. Таких задач много среди тех, которые составлены детьми 19 января. В этом отношении задачи, составленные детьми 6 марта, значительно лучше. Приведем образцы этих задач:

«В магазин привезли 15 мешков картофеля и несколько мешков свеклы. Один мешок картофеля весит 40 *кг*, а 8 мешков свеклы весят столько, сколько 10 мешков картофеля. Сколько было мешков свеклы?»

«На пошивку 20 костюмов и нескольких пальто пошло 250 *м* сукна. На 1 костюм идет 3 *м* 50 *см*, а на 10 пальто пошло столько, сколько на 6 костюмов. Сколько пальто сшили?»

«В магазин доставили 5 кусков сукна и несколько кусков полотна, всего 1 000 *м*. В 1 куске сукна было 40 *м*, а в 5 кусках полотна было столько, сколько в 3 кусках сукна. Сколько кусков полотна доставили в магазин?»

Числовые данные этих задач тоже не вполне правдоподобны. Все же они не идут ни в какое сравнение с числовыми данными в приведенных выше задачах, составленных детьми 19 января.

Составление детьми подобных задач, как показал наш опыт, ускоряет процесс формирования у детей обобщенного представления о рассматриваемом виде задач, помогает им глубже осознать структуру задач, лучше понять зависимость между входящими в них величинами.

Дети проявляли большой интерес к составлению задач, высоко оценили их пользу для себя.

Отношение учащихся к данному занятию было выявлено наблюдением, а также письменным опросом детей, как им понравилось составление похожих задач. Приведем несколько детских ответов на эти вопросы.

«Составлять похожие задачи — очень интересно, и мне это нравится. Во-первых, ты придумываешь и решаешь такие задачи, которые тебе нравятся. Во-вторых, учишься лучше считать и подбирать нужные числа. Когда составляешь похожую, то лучше усваиваешь тот тип, на который задана задача. Эта работа мне очень нравится».

«Мне очень нравится составлять задачи, потому что очень интересно. Когда я составляю задачу, то у меня в голове как-будто что-нибудь прибавилось. Когда нам учительница не задает придумывать задачу, то я все равно придумываю сама».

Многие дети пишут, что благодаря составлению похожих задач, они научились лучше решать задачи. Приведем несколько выдержек из детских высказываний.

«...Я раньше плохо решала задачи. Когда я начала составлять задачи, я стала лучше решать их...»

«...Я решала плохо задачи и я заметила, что хоть на капельку я стала решать лучше...»

Некоторые высказывания детей свидетельствуют о том, что составление задач способствуют связи арифметики с жизнью. Вот эти ответы.

«Я люблю придумывать похожие задачи. Мне это занятие нравится потому, что я могу придумать задачу такую, какая мне нравится, и про то, что мне нравится. Я стараюсь числа брать из жизни и придумывать правдивые и хорошие задачи».

«Похожие задачи составлять я очень люблю. Я очень люблю придумывать жизненные задачи. Все брать из жизни настоящего времени...»

«Похожие задачи составлять мне очень нравится потому, что я научилась хорошо решать те типы задач, на которые мы составляли похожие. Когда я составляю похожую задачу, то невольно думаю о своей Родине, как работают люди нашей страны, какая производительность у них, как упражняются спортом наши спортсмены, как быстро покрывают пути наши самолеты, автомобили и поезда. Я придумываю про что я хочу, про что мне нравится».

Из приведенных высказываний детей видно, как много пользы принесли детям упражнения в составлении задач, с каким интересом они относились к этому занятию.

Помимо составления задач, подобных данной, полезны следующие формы упражнений в составлении задач, которые находят применение в школьной практике [1]:

а) Составление задач с определенным количеством действий, например: придумать задачу в 1, 2, 3 действия и т. д.

б) Составление задач на определенные действия, например: придумать задачу на сложение, на вычитание и т. д.; придумать задачу, которая решалась бы сложением и вычитанием, умножением и вычитанием, и т. д.

в) Составление задач на определенные случаи того или иного действия, например: придумать задачу, в которой нужно число увеличить (уменьшить) на несколько единиц или в несколько раз, в которой нужно найти часть числа, и т. п.

г) Придумывание задач к данным числовым формулам.

---

[1] Т. В. Архипова, Ученики в моем классе любят решать задачи и хорошо их решают. Центральная педлаборатория НКП РСФСР, 1936. В. Васильева, Как я научила свой класс решать и составлять задачи. Сборник. Опыт работы по арифметике. М., 1937. Макарова, Самодеятельность учащихся при решении и составлении задач. Новосибирск, Обл. ИУУ. А. Соловьев, О составлении задач учащимися,— «Начальная школа», № 7, 1937. А. Андриевская, Придумывание задач детьми. Сборник «Из опыта работы железнодорожных школ. М., 1940. Н. С. Федорова, Как я обучаю детей I и II класса решать задачи. Труды первой научно-педагогической конференции учителей г. Ленинграда. Л., 1940. А. С. Соловьев, Составление задач учащимися в начальной школе. Сборник «Решение задач по арифметике в начальной школе». Издание АПН, 1949.

Образцы заданий:

Составить задачу, в которой нужно от 15 отнять 6, в которой нужно 348×5, в которой нужно $2\,760 : 4$ и т. п.

Составить задачу, которая решалась бы так:

1) $18 \times 4 = 72$,
2) $90 - 72 = 18$,

или

1) $40 \times 5 = 200$,
2) $36 \times 3 = 108$,
3) $200 + 108 = 308$ и т. п.

Составить задачу, которая решалась бы так:
$(680 - 520) : 5$ или: $48 \cdot 7 + 60 \cdot 8$.

В приведенных здесь образцах числа даются без наименований. В отдельных случаях можно давать числа с наименованиями, например:

Составить задачу, в которой нужно 348 *км* $\times$ 5, или составить задачу, которая решалась бы так:

1) 18 руб. $\times$ 4 = 72 руб.,
2) 100 руб. — 72 руб. = 28 руб.

д) Составление задач по данным величинам, например:

Составить задачу, в которой даны стоимость и количество купленного товара, а требуется определить его цену.

е) Составление задач, обратных данной. Так, после решения задачи: «Поезд прошел 360 *км* в 8 часов. С какой скоростью шел поезд?» можно предложить учащимся, пользуясь полученным ответом и одним из данных чисел этой задачи, составить задачу, в которой требовалось бы узнать, сколько часов поезд был в пути.

ж) Продолжение начатой учителем задачи.

з) Составление задач на определенную тему, например: придумать задачи про грибы, про самолеты и т. п.

и) Свободное составление задач, когда учащимся предоставляется право придумывать задачи, какие они хотят.

Правильно составить задачу того или иного вида учащиеся могут только тогда, когда они хорошо поняли и усвоили способ решения соответствующих задач. Составление задач должно поэтому следовать за решением готовых задач соответствующей трудности. Так, задания по составлению задач в 2 действия могут предлагаться учащимся I класса лишь после того, как они научатся решать подобные готовые задачи. Составление задач на нахождение чисел по их сумме и разности может проводиться учащимися III класса только после усвоения способа их решения и т. д. Придумывание учащимися задач должно, таким образом, вестись в единой системе с решением готовых задач.

В задачах, составляемых учащимися, иногда выступают не вполне реальные данные. Иногда неправдоподобно само содержание задач. Подобные факты не должны быть терпимы. Следует добиваться, чтобы учащиеся составляли задачи с реальным содержанием и реальными данными. В этих целях следует исправлять каждый недочет, допускаемый ими в этом отношении.

Составляемые задачи должны, как правило, сопровождаться их решением, ибо лишь при этом условии данная работа будет способствовать развитию навыков и умений учащихся.

Помимо *полного* составления условий задач, следует практиковать привлечение детей к частичному составлению условия: придумыванию недостающего вопроса или отдельных недостающих данных. Выше мы подробно останавливались на этих приемах. Здесь мы намерены остановиться лишь на привлечении детей к подбору числовых данных условий.

В тех случаях, когда в условии задачи, намеченной для решения, выступают числовые данные, знакомые детям по их жизненному опыту, можно иногда не давать этих чисел в готовом виде, предлагая учащимся, чтобы они сами назвали их.

Пусть в намеченной для решения задаче идет речь о покупке канцелярских принадлежностей, стоимость которых требуется определить. В этом случае учитель вместо того, чтобы дать в условии данные о цене купленных предметов в готовом виде, может у учащихся спросить, какова, по их сведениям, цена соответствующих предметов, включая затем названные ими числа в условие задачи. Подобным образом можно обращаться к опыту детей при решении задач, в которых идет речь о цене различных товаров, о количестве материи, какое требуется на костюм, пальто, платье, передник, простыню, наволочку и т. п., о нормах оплаты разного рода почтовых отправлений (открытых и закрытых писем, телеграмм, денежных переводов и др.), о скорости движения различных тел (пешехода, лошади, автомобиля, поезда, парохода, самолета и т. п.), грузоподъемности различных видов транспорта, о кормовых нормах для лошади, коровы, овцы и т. п., о среднем удое молока, получаемого от коровы, о среднем урожае с 1 *га* зерновых культур и овощей, среднем весе мешка ржи, овса, картофеля и т. д., количестве семян зерновых культур или овощей, которое требуется на обсеменение 1 *га*, и др.

Само собой разумеется, что апеллировать к детскому опыту можно лишь тогда, когда у учителя имеются основания полагать, что детям известны соответствующие показатели.

Составление задач может проводиться так, чтобы от учащихся требовалось а) устное изложение условия и б) письменная фиксация его. Устное составление задач применимо во всех классах, письменное лишь в старших классах, где уровень грамотности учащихся позволяет предъявлять к ним подобные требования. Составление задач с письменной фиксацией условий может, таким образом, практиковаться в более ограниченных размерах по сравнению с устным изложением содержания задач. Последнее должно преобладать в школьной практике и потому, что, поскольку оно проводится на уроке, учитель может легко устранить недочеты в тексте составляемых учащимися задач.

Все же составление задач с записью условий должно занимать определенное место в школьной практике. В опыте некоторых учителей учащиеся старших классов (III—IV) имеют специальные тетради, в которые они заносят текст составляемых ими задач и их решение. Эта работа обычно вызывает у детей большой интерес.

Многие учителя упражняют своих учеников в решении лишь готовых задач. Между тем только тогда дети могут получить достаточно отчетливое понятие о данном виде задач, когда они сами составляют подобные задачи. За решением готовых задач должно, таким образом, следовать составление учащимися задач, что, как показывает опыт, способствует повышению интереса детей к занятиям по арифметике и, как следствие, повышению их успеваемости в данной области.

Для того чтобы изучить, какие задачи учащиеся лучше решают — составленные ими самими или даваемые им в готовом виде, — мы поставили следующий опыт.

На нескольких уроках, минут по 20 на каждом, учащиеся IV класса занимались составлением задач. Согласно заданию учителя, учащиеся должны были записывать полностью условие каждой составленной задачи и под ним ее решение. Тетради, в которых учащиеся выполняли эту работу, были у них отобраны. Из каждой тетради, из числа верно решенных задач были выбраны 2 наиболее трудных. Эти задачи были написаны на отдельных листках и были, спустя две недели, заданы учащимся для самостоятельного решения в классе, при этом каждому ученику давались 2 составленные им же задачи. Таким образом, каждый ученик должен был снова решать задачи, составленные и верно решенные им за 2 недели до этого. Все дело было лишь в том, что на этот раз задачи уже не составлялись учениками до решения, а давались им в готовом виде. (Для того чтобы учащиеся не узнали своих задач, в текст условий были внесены небольшие малосущественные изменения.)

Результаты показали, что при решении данных задач как готовых учащиеся дали 24,2% ошибочных решений (10,6% в ходе решения и 13,6% в вычислениях), тогда как, решая эти задачи непосредственно после того, как они их составили, дети не допустили ни одного ошибочного решения [1]. Это легко объяс-

[1] Это не нужно понимать так, что учащиеся правильно решили *все* составленные ими задачи, но, как указывалось выше, для данного исследования были выбраны только верно решенные ими задачи.

нить тем, что, составляя задачу, учащийся лучше представляет себе ее содержание, глубже вникает в ее смысл по сравнению с тем случаем, когда она дается ему в готовом виде.

Мы пытались выше показать различные формы участия детей в составлении задач. Как мы видели, в этой области возможна в достаточной мере разнообразная творческая работа учащихся.

Опыт показывает, что эта работа значительно повышает интерес школьников к занятиям арифметикой, будит их любознательность, содействует развитию их мышления, сообразительности.

Упражнение учащихся в составлении задач должно, однако, играть подчиненную роль по отношению к решению готовых задач, что́ должно являться основной формой работы по арифметике. Но и в качестве дополнения к готовым задачам составление учащимися задач может принести немало пользы.

Изменение условий задачи. Весьма ценной формой работы над решенной задачей является изменение ее условий, так как, решая новые задачи, образованные из данной, учащиеся глубже усваивают зависимость между ее величинами, уясняют способ решения целого ряда задач, примыкающих к исходной, но в то же время отличающихся от нее.

Новые задачи могут быть образованы путем:

1) новой формулировки основного вопроса,

2) введения дополнительных данных или исключения некоторых данных,

3) составления задач, обратных данным.

Приведем образцы соответствующих изменений условий задач.

В IV классе при повторном рассмотрении задачи «Для осушения болота нужно вырыть канаву длиной в 1 080 *м*. Один землекоп может вырыть эту канаву в 40 дней, другой — в 60 дней. Во сколько дней они выроют канаву, работая вместе?» детям было разъяснено, что, так как они уже решали эту задачу с главным вопросом, который напечатан в задачнике, они сейчас, при повторении будут решать ее с другим главным вопросом. Учащимся было предложено сказать, какой другой вопрос можно поставить в этой задаче. Дети выдвинули 3 вопроса: сколько метров канавы могут вырыть оба землекопа в день; на сколько метров канавы первый землекоп может вырыть больше второго в день; сколько всего метров канавы вырыл каждый землекоп. Учитель выбрал последний вопрос, записал его на доске и предложил детям решить задачу с этим главным вопросом.

В III классе учащимся была предложена задача:

«Для школы купили 5 столов по 50 руб. и 10 парт по 68 руб. Сколько всего денег уплатили?»

После решения этой задачи условие ее было усложнено так: «Для школы купили 7 столов по 50 руб., а парт в 2 раза больше, чем столов. Парта на 18 руб. дороже стола. Сколько всего денег уплатили?»

Учащимся IV класса была предложена следующая задача: «Для школы купили 25 парт по 80 руб. и 6 столов по 45 руб. Сколько всего денег уплатили?» Решение этой задачи учащиеся должны были записать с помощью формулы.

Условие задачи было при этом записано так:

$$\left.\begin{array}{l}25 \text{ парт по } 80 \text{ руб.}\\ 6 \text{ столов по } 45 \text{ руб.}\end{array}\right\} \text{всего уплатили } \boxed{x} \text{ рублей}$$ [1]

После решения задачи карточка с x была перемещена так, что она закрыла число 25. На месте же, где прежде был x, был написан ответ первой задачи. Получилось следующее новое условие:

$$\left.\begin{array}{l}\boxed{x} \text{ парт по } 80 \text{ руб.}\\ 6 \text{ столов по } 45 \text{ руб.}\end{array}\right\} \text{Всего уплатили } 2\,270 \text{ руб.}$$

Решение этой задачи также было записано формулой, после чего условие было снова изменено путем перемещения карточки с x. Получилась следующая задача:

$$\left.\begin{array}{l}25 \text{ парт по } 80 \text{ руб.}\\ 6 \text{ столов по } \boxed{x} \text{ руб.}\end{array}\right\} \text{Всего уплатили } 2\,270 \text{ руб.}$$

Решение этой задачи, как и предыдущих, было записано с помощью формулы.

В результате проведенной работы учащиеся лучше поняли зависимость между величинами, входящими в состав данной задачи.

Как видно из приведенных образцов, в первом случае исходная задача была усложнена путем изменения главного вопроса, во втором случае — путем введения дополнительных данных, в третьем случае — путем образования задач, обратных данной.

Помимо указанных вариаций, иногда можно, оставив без изменения основной текст условия, изменить одно из числовых данных для того, чтобы выяснить, как это изменение отразится на ответе задачи.

Приведем пример из нашего опыта. В IV классе решали задачу:

---

[1] $\boxed{x}$ был написан на прикрепленной к доске карточке.

«За 175 трудодней колхозник получил 1 400 *кг* зерна. Сколько килограммов зерна причитается получить за 200 трудодней в том же колхозе?»

После решения задачи учитель, оставив первую часть условия без изменения, сформулировал главный вопрос так:

«Сколько килограммов зерна причитается получить за 400 трудодней в том же колхозе?»,

а затем:

«Сколько килограммов зерна причитается получить за 600 трудодней в том же колхозе?»

Решение новых задач помогло учащимся понять зависимость между количеством трудодней и количеством зерна, выдаваемого за них (во сколько раз больше трудодней, во столько раз больше зерна следует получить).

Подобным образом в задаче, в которой идет речь о времени движения тела и о пути, пройденном им, можно путем соответствующего изменения числовых данных подвести учащихся к пониманию того, что с увеличением времени движения тела во столько же раз увеличивается пройденный им путь и, наоборот, что с уменьшением времени движения во столько же раз уменьшается пройденный путь.

В приведенных выше задачах идет речь о прямопропорциональных величинах. В случае, когда в задаче выступают обратнопропорциональные величины, можно путем изменения числовых данных подвести учащихся к пониманию обратной зависимости, существующей между этими величинами. Возьмем для примера задачу:

«Для 80 коров заготовили сена на 120 дней. На сколько дней хватит этого сена для 160 коров? для 320 коров? для 40 коров?»

Решение этой задачи с различными числовыми данными подводит детей к пониманию того, что во сколько раз увеличивается число коров, во столько раз уменьшается время, на какое может хватить заготовленного запаса сена.

Учитывая огромное развивающее значение идеи функциональной зависимости, следует возможно чаще практиковать изменение числовых данных там, где это изменение может содействовать лучшему пониманию детьми зависимости между величинами, входящими в состав задачи.

Наряду с изменением условий, можно иногда изменять р е ш е н и е задачи, предлагая ученикам составить задачу, которая соответствовала бы новому решению.

Приведем пример из школьной практики. В IV классе решали задачу:

«Для оборудования школы приобрели 112 столов и стульев, столов в 6 раз меньше, чем стульев. Стул стоит 22 руб., стол на 23 руб. дороже. Сколько всего рублей уплатили за столы и стулья?»

После решения задачи, которое выполнялось на классной доске, учитель стер следующие действия:

$$22 \text{ руб.} + 23 \text{ руб.} = 45 \text{ руб.}$$

$$45 \text{ руб.} \times 16 = 720 \text{ руб.}$$

$$2\,156 \text{ руб.} + 720 \text{ руб.} = 2\,876 \text{ руб.},$$

предложив учащимся составить задачу, которая решалась бы посредством действий, оставшихся записанными на доске.

После заслушания соответствующих задач, составленных учащимися, учитель восстановил на доске первые 2 из стертых действий. Что же касается последнего, то он заменил в нем сложение вычитанием (вместо 2 156 руб. + 720 руб. = 2 876 руб. он написал: 2 156 руб. — 720 руб. = 1 436 руб.) и предложил ученикам составить задачу к новому решению («А какая задача решалась бы так?»).

Решая ряд однородных задач (готовых или составленных ими самими), дети могут воспринять способ их решения как нечто неизменное, как трафарет, которым можно пользоваться при решении задач данного вида. Чтобы этого избежать, полезно вслед за решением готовых задач и упражнением детей в составлении подобных предлагать им различные вариации усложненных задач данного типа.

Изменение условий задачи содействует лучшему усвоению учащимися способа ее решения. Дети начинают понимать, что условие задачи не есть нечто неизменное, что с изменением одного из элементов условия изменяется способ решения задачи. Благодаря этому, варьирование условий способствует развитию математического мышления учащихся, содействует их продвижению в этой области.

Мы рассмотрели упражнения, направленные на закрепление и развитие навыков учащихся в решении задач. Мы видели, как много пользы могут принести детям такие упражнения. Необходимо поэтому, чтобы за обычными ступенями работы над задачей (работа над условием, разбор и выполнение решения) следовали в определенной системе, если не все, то, по крайней мере, некоторые из указанных выше ступеней дополнительной работы над задачей, а именно:

1) повторение плана и решения, дополняемое иногда проверкой правильности решения, а также рассмотрением различных способов решения;
2) решение подобных готовых задач;
3) сравнение близких по своей структуре задач;
4) составление учащимися задач;
5) решение усложненных задач данного вида.

При первичном рассмотрении нового вида задач на эти ступени может потребоваться 2—3 урока. При повторении же многие из этих ступеней дополнительной работы над данным видом задач могут нередко быть проведены в один урок.

После решения каждой задачи полезно, как минимум, проводить повторение плана решения задачи и составление детьми подобных задач, что, как показывает опыт, существенно повышает эффективность обучения решению задач.

Важнейшим принципом советской дидактики является сознательность обучения. Это относится ко всем разделам школьной работы, в том числе к решению задач. Обучая детей решению задач, следует добиваться, чтобы они ясно понимали задачи и способ их решения. Достижение этого — дело нелегкое. «Понять что-либо, — говорит проф. А. А. Смирнов, — это значит вскрыть сущность предметов, явлений, событий, которые служат объектом понимания. А это требует осознания связей и взаимоотношений, в каких находится то, что должно быть понято, с другими предметами, явлениями, событиями реального мира. Мы должны вскрыть все многообразие этих связей и отношений, выявить, чтó именно из них является наиболее важным, существенным, закономерным, характеризующим самую суть того, что понимается нами»[1].

К начальной школе эти требования, очевидно, применимы не в полной мере, а лишь в той степени, в какой это позволяют умственные силы детей. Но если применить их к арифметическим задачам даже с указанными оговорками, то станет ясно, что обычных ступеней работы над задачами (усвоение условия, разбор и выполнение решения) явно недостаточно для того, чтобы дети основательно осознали их.

Как мы пытались показать, это может быть достигнуто лишь тогда, когда обычные ступени работы над задачами дополняются правильно поставленной системой закрепления и развития навыков учащихся, которая, помимо непосредственного повторения, имеет своей целью а) выяснение *связей* и *отношений,* существующих как между элементами одной задачи, так и между различными задачами и б) рассмотрением различных вариаций каждого типа задач, *развития* его от менее сложной к более сложным формам.

Как бы ни были элементарны знания, которые дает начальная школа, они не могут находиться в противоречии с подлинной наукой. Это обязывает учителя начальной школы вести свое преподавание так, чтобы предметы и явления изучались детьми не изолированно и независимо друг от друга, а, по возможности (учитывая возрастные особенности учащихся), во взаимной связи и обусловленности, в развитии. Учитель должен иметь

---

[1] А. А. Смирнов, Процессы мышления при запоминании. «Известия АПН РСФСР», № 1, М., 1945, стр. 14.

это в виду в процессе всей своей учебной работы, в том числе в процессе обучения решению задач.

В этом плане могут с успехом быть использованы указанные выше приемы закрепления и развития навыков решения задач.

Эти приемы особенно полезны для слабо успевающих учащихся, которые лишь при правильно проводимом повторении пройденного могут успешно продвигаться в учебе и, в частности, в решении задач.

Глава VIII

ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ НЕУСПЕВАЕМОСТИ И ВОСПОЛНЕНИЕ ПРОБЕЛОВ В ЗНАНИЯХ УЧАЩИХСЯ

В советской школе, которая является подлинной школой всеобщего обучения, необходимо добиваться, чтобы *все* учащиеся успевали в учебных занятиях. Это требование диктуется подлинно демократическим, народным характером советской школы, принципом социалистического гуманизма, лежащим в основе советской педагогики.

Методика каждого учебного предмета должна учитывать эту особенность советской школы с тем, чтобы система расположения учебного материала, организация и методика преподавания способствовали достижению всеобщей успеваемости учащихся.

Это относится к любой методике, в том числе и к методике решения задач.

Решающее значение для достижения успеваемости всех учащихся имеет *предупреждение неуспеваемости*. Под этим углом зрения в настоящей работе освещены все вопросы методики решения задач. Для каждого этапа работы над задачей предусмотрены такие приемы, которые могли бы обеспечить сознательное решение задач всеми учениками.

Этой цели служит приведенная во второй главе система расположения задач, предусматривающая постепенное введение новых видов, постепенный переход от более легких к более трудным задачам. Достижению этой цели способствуют приведенные в соответствующих главах приемы работы над условием (приемы чтения, повторения и записи условия), постепенное введение элементов анализа при разборе задач, постепенное нарастание самостоятельности детей в решении задач, рекомендуемые в главе VII приемы повторения ранее решенных задач и др.

Здесь мы хотели бы особо подчеркнуть важность правильного подбора задач для предупреждения неуспеваемости.

При подборе задач учитель должен руководствоваться интересами всего класса, а не только слабо подготовленных. Иначе задачи в виду своей чрезмерной легкости могут оказаться мало полезными и неинтересными для большинства детей. Но подбирая задачи в соответствии с подготовкой большинства учащихся, учитель не должен упускать из виду слабо подготовленных, в интересах которых необходимо правильно чередовать легкие и трудные задачи, предпосылать трудным задачам подготовительные легкие задачи, переходить к новому виду задач лишь после осознания учащимися ранее рассмотренных видов, проводить систематическое повторение ранее решенных задач, постепенно в строгой методической последовательности усложнять отдельные виды задач и др. Следует помнить, что слабо подготовленный ученик может хорошо осмыслить решаемые в классе задачи лишь тогда, когда они посильны для него.

Здесь уместно указать, что в интересах слабо подготовленных учащихся представляется иногда целесообразным повторно решать в классе задачи из задачника не только данного, но даже предшествующего учебного года. Это уместно, главным образом, в начале учебного года, в тех случаях, когда обнаруживается отставание многих детей в решении задач и когда задачи из сборника для данного класса оказываются слишком трудными для многих из них.

Задачи из сборника предшествующего класса чаще всего представляется целесообразным предлагать детям для самостоятельного решения, кто сколько успеет решить.

Как показывает опыт, решение задач из сборника предшествующего класса вызывает интерес не только у слабо подготовленных учащихся; хорошо подготовленным интересно проверить себя, как они умеют решать задачи, которые они решали в прошлом учебном году. Эта работа оказывается полезной для всех учащихся, так как в начале учебного года даже лучшие ученики нуждаются в повторении задач предшествующего класса, чтобы более успешно справляться с задачами из нового сборника.

Подчеркивая значение правильного подбора задач для предупреждения неуспеваемости, мы считаем необходимым указать, что не только подбор задач, но и вся система обучения решению их должна быть такой, чтобы способствовать достижению всеобщей успеваемости.

Чтобы рекомендуемые в предыдущих главах приемы достигли в полной мере своей цели, необходимо в процессе их применения правильно руководить работой различных по своей подготовке групп учащихся, уделяя при этом особое внимание слабо подготовленным. Последнее должно проводиться умело, так как неправильно проводимая на уроке работа с отстающими может отбить интерес к занятиям у остальных учащихся.

В процессе работы над условием задачи, при ее разборе, в процессе объяснения и записи решения, при повторении пройденного следует, по возможности, втягивать в общеклассную работу всех учащихся, адресуя более трудные вопросы лучше подготовленным учащимся, а более легкие — слабо подготовленным. К последним следует обращаться с вопросами чаще, чем к другим ученикам, но вопросы, адресуемые слабо подготовленному ученику, должны быть выбраны в соответствии с его силами и возможностями, при этом его ответ должен требовать относительно немного времени, так как слишком длительный ответ слабого ученика может отрицательно влиять на работоспособность класса в целом.

Чтобы создавать на уроке благоприятные условия для работы отстающих учащихся, следует не только правильно подбирать вопросы для них в соответствии с их возможностями, но и внимательно относиться к их ответам, ободряя их, поощряя их иногда пусть даже небольшие успехи, стараясь вселить в них уверенность в свои силы.

Особенно много внимания следует уделять отстающим ученикам во время самостоятельной работы класса над задачами. Здесь следует внимательно следить за тем, как эти ученики справляются с заданной задачей, оказывая им своевременную помощь, но так, чтобы она не освобождала их от необходимости думать над задачей. Помощь детям можно, само собою разумеется, оказывать лишь тогда, когда самостоятельное решение задач проводится в учебных, а не в контрольных целях.

Втягивая в активную работу над задачей различные по своим знаниям группы детей, учитель должен добиваться, чтобы на каждом этапе работы над задачей, будь то работа над условием, разбор задачи и т. д. — даже наиболее слабо подготовленные дети, хотя бы в основном, поняли то, что обсуждается в классе.

Большую роль в деле предупреждения неуспеваемости может сыграть правильно поставленная работа над ошибками учащихся. Учитель должен добиваться, чтобы каждая ошибка, допущенная учеником — будь то в устном ответе или в письменной работе — была им осознана и исправлена так, чтобы в дальнейшем подобные ошибки не повторялись. Учитель должен брать на заметку ошибки и пробелы, обнаруженные в знаниях учащихся, проверяя время от времени, преодолели ли они эти ошибки, восполнили ли они свои пробелы. Так, если при устном опросе или в письменной работе ученик обнаружил неумение решать задачи того или иного типа, следует прежде всего принять меры, чтобы он понял, как решаются такие задачи, а в дальнейшем проверять, в какой мере восполнен обнаруженный пробел.

Учитель должен при этом иметь в поле своего зрения всех учеников, а не только слабо успевающих с тем, чтобы отставание любого ученика, пусть даже хорошо успевающего, было вовремя выявлено и преодолено.

В своей практике некоторые учителя, уделяя отстающим ученикам мало внимания на уроках, переносят центр тяжести своей работы с ними на дополнительные занятия после уроков. Такая практика не может быть признана правильной, так как очевидно, что в течение небольшого отрезка времени, которое отводится на дополнительные занятия, ученик, который к этому времени обычно уже утомлен, не может усвоить того, что изучалось в течение нескольких часов на уроках.

Дополнительные занятия могут принести пользу ученику только тогда, когда во время этих занятий закрепляется то, что он в основном понял на уроке, но недостаточно хорошо усвоил. Дополнительные занятия необходимы и в тех случаях, когда ученик пропустил занятия по болезни или по какой-либо другой причине и нуждается в помощи учителя, чтобы наверстать пропущенное.

На дополнительных занятиях учитель должен прежде всего выяснить, в чем именно отстает данный ученик, так как лишь при правильно поставленном «диагнозе болезни» можно правильно выбрать средства для ее «лечения».

Что касается последних, то в ряде случаев их трудно заранее предвидеть, так как пробелы в знаниях и навыках отдельных учеников могут быть весьма специфичными. Некоторые же «средства лечения», направленные против часто встречающихся пробелов, могут быть заранее заготовлены учителем. Так, предвидя слабые навыки отдельных учащихся в решении задач того или иного типа, учитель может заготовить надлежащим образом подобранные группы задач каждого типа, которые предлагаются отдельным ученикам в зависимости от их отставания. В школьной практике некоторые учителя заносят каждую из таких групп задач на отдельную карточку.

Приведем образец карточки с задачами для ученика II класса, слабо справляющегося с увеличением данного числа на несколько единиц и в несколько раз.

Задача № 1. Взять в левую руку 5 спичек, а в правую руку на 2 спички больше.

Задача № 2. Взять в левую руку 5 спичек, а в правую руку в 2 раза больше спичек.

Задача № 3. Брат нашел 6 белых грибов, а сестра в 3 раза больше. Сколько белых грибов нашла сестра?

Задача № 4. Один ученик прочитал за месяц 4 книги, а другой на 3 книги больше. Сколько книг прочитал другой ученик?

Задача № 5. В детском саду 3 белых мяча, красных мячей на 4 больше, чем белых, а черных мячей в 2 раза больше, чем красных. Сколько черных мячей в детском саду?

А вот образец карточки с задачами для ученика III или IV класса, слабо справляющегося с задачами на встречное движение.

Задача № 1. Две артели рабочих одновременно взялись уложить железнодорожный путь длиной в 90 *км*. Одна артель укладывала в месяц 18 *км*, а вторая — 12 *км* пути. Во сколько месяцев обе артели, работая вместе, уложили весь путь?

Задача № 2. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из двух сел, расстояние между которыми 27 *км*. Первый пешеход проходил в час 5 *км*, а второй — 4 *км*. Через сколько часов пешеходы встретятся?

Задача № 3. Из двух городов, расстояние между которыми 320 *км*, одновременно вышли навстречу друг другу 2 автомобиля. Первый автомобиль проходил в час 45 *км*, а второй — 35 *км*. Сколько километров прошел каждый автомобиль до встречи?

Задача № 4. Из Москвы и Ленинграда, расстояние между которыми 650 *км*, вышли одновременно друг другу навстречу 2 легковых машины. Первая машина проходила в час 70 *км*, а вторая — 60 *км*. На каком расстоянии от Москвы машины встретятся?

Нетрудно видеть, что наличие у учителя таких заранее заготовленных карточек может облегчить его работу с отстающими.

Но чтобы указанная выше работа была эффективна, она должна быть правильно организована. В нашем опыте (в IV классе) для работы со слабо успевающими учениками были заготовлены 30 карточек, каждая из которых предназначалась для восполнения определенного пробела в знаниях детей (см. приложение № 2).

Учитель имел справочную таблицу («ключ»), в которой против номера каждой карточки было указано название вида задач, помещенных на этой карточке.

Приведем образец этой таблицы.

Таблица 5

Виды задач, помещенных на каждой карточке

№№ карточек	Виды задач
1	Увеличение и уменьшение данных чисел. Разностное и кратное сравнение.
2	Первый вид задач на простое тройное правило (задачи, решаемые прямым приведением к единице).
3	Первый вид задач на пропорциональное деление.
4	Задачи на нахождение чисел по сумме и отношению, решаемые способом частей.
5	Первый вид задач на нахождение неизвестного по разности двух величин.
6	Второй вид задач на простое тройное правило (задачи, решаемые обратным приведением к единице).
7	Второй вид задач на пропорциональное деление.
8	Второй вид задач на нахождение неизвестного по разности двух величин.
9	Третий вид задач на простое тройное правило (задачи, решаемые способом отношений).

№№ карточек	Виды задач
10	Третий вид задач на пропорциональное деление.
11	Задачи на встречное движение
12	Третий вид задач на нахождение неизвестного по разности двух величин.
13	Задачи на движение в одном направлении.
14	Нахождение двух чисел по сумме и разности.
15	Задачи на нахождение трех чисел по сумме и отношению, решаемые способом частей.
16	Нахождение трех чисел по сумме и разности.
17	Задачи, решаемые способом исключения неизвестного.
18	Задачи на сложное тройное правило.
19	Задачи на вычисление средне-арифметического.
20	Задачи на вычисление площадей.
21	Задачи на вычисление объема.
22	Задачи на нахождение части числа и числа по данной его части.
23—30	Смешанные задачи.

Обнаружив слабые навыки ученика в решении задач того или иного типа, учитель по справочной таблице устанавливал, какой номер карточки включает соответствующие задачи, и давал учащемуся эту карточку.

Каждая карточка, за исключением последних восьми, включала задачи одного типа. Однако задачи для каждой карточки подбирались так, чтобы каждая следующая задача чем-нибудь отличалась от предыдущей, что делало невозможным решение задач по шаблону. В задачах, помещенных на карточках, давались небольшие числовые данные с тем, чтобы письменное решение задач не отнимало много времени. Кроме того, это делало задачи более доступными для детей.

Ученик, получивший ту или иную карточку, по указанию учителя решал помещенные на ней задачи в школе (во время дополнительных занятий) или дома. В первом случае ученик сдавал выполненную им работу немедленно после ее окончания. Во втором случае он сдавал ее в один из ближайших дней в указанный учителем срок (обычно после уроков). Карточки с задачами давались не только слабо успевающим, но и посредственно, а иногда и хорошо успевающим, если обнаруживались пробелы в их умении решать те или иные задачи.

При решении задач по карточкам учащиеся в зависимости от указаний учителя записывали вопросы и действия или только действия. Обычно 1—2 задачи данной карточки дети решали с записью вопросов и действий, остальные — с записью одних действий.

При проверке заданной работы учитель обычно требовал от ученика объяснения решения не всех заданных задач, а только некоторых, чаще всего одной-двух. При объяснении указанной задачи ученику не позволялось пользоваться записями в своей тетради, что давало учителю возможность лучше выяснить качество выполнения заданной работы.

В особом учетном листе учитель отмечал, к какому сроку ученик должен решить данные ему задачи. Выполнение работы отмечалось условным знаком («галочкой»).

Образец учетного листа

Фамилия ученика	Номера карточек											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		30
Александров						17/I V	25/I V			20/I V		

Учащиеся проявляли большой интерес к решению задач по карточкам. Они охотно брали задачи у учителя и сдавали выполненную работу в срок. Об интересе детей к решению задач по карточкам можно судить по тому, что не только слабо успевающие учащиеся, но и многие из тех, у которых не было никаких пробелов в решении задач, нередко обращались к учителю с просьбой дать им карточки для тренировки в решении задач.

Как показал наш опыт, наличие у учителя заранее заготовленных карточек, подобранных в определенной системе, правильно поставленный учет занятий детей по этим карточкам, существенно облегчили его работу со слабо успевающими учениками, повысили эффективность этой работы.

Глава IX

ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

Оживлению занятий по арифметике, возбуждению интереса учащихся, усовершенствованию их навыков и умений может служить решение задач-смекалок, представляющих собою замысловатые задачи, выраженные в занимательной форме.

Задачи-смекалки уместно решать при повторении пройденного, после того как учащиеся четко осознают способ решения соответствующих видов задач. Так, после того как учащиеся I класса научаются хорошо решать задачи на сложение и вычитание в пределе 10, можно при повторении этих действий предложить им следующую задачу-смекалку:

«Четыре комнаты было в избе.
Из одной комнаты сделали две.
Сколько комнат стало в избе?»

При повторении умножения и деления во II классе можно предложить учащимся задачи:

«Два ученика прошли от дома до школы 100 *м*. Сколько метров прошел каждый из них?»

«Сколько пальцев на двух руках? На десяти руках?»

При повторении умножения многозначных чисел в III или IV классах уместно решение следующих занимательных задач:

«Один человек выдумал игру в шашки, сделал хорошие шашки и шашечницу и подарил царю. Царю полюбилась игра, и он спросил, чем его наградить. Человек сказал: «На одну клетку вели положить 1 зернышко пшеницы, а на другую 2, а на третью 4, а на четвертую вдвое, и опять вдвое, и так все клетки уложить пшеницей, и мне отдать ту пшеницу».

Царь посмеялся, что человек так мало просит, а как стали считать, так у царя пшеницы недостало.

Клеток в шашечнице 8 с одной стороны и 8 — с другой; 8 рядов по 8 = 64». (Из арифметики Л. Н. Толстого).

Шли семь старцев.
У каждого старца по семи костылей.
На каждом костыле по семи сучков.
На каждом сучке по семи кошелей.
В каждом кошеле по семи пирогов.
А в каждом пироге по семи воробьев.
Сколько всего воробьев?

(Старинная русская задача).

Решение занимательных задач особенно уместно при повторении отдельных типов задач в III и IV классах. Приведем образцы таких задач.

Ласточка и поезда

Расстояние между двумя городами 320 *км*. Из этих двух городов одновременно выходят навстречу друг другу два поезда. Один идет со скоростью 45 *км*, другой — 35 *км* в час. Вместе с первым поездом вылетает ласточка со скоростью 50 *км* в час и летит навстречу второму поезду. Встретив второй поезд, ласточка поворачивает обратно и летит навстречу первому поезду. Встретив этот поезд, ласточка летит обратно навстречу второму поезду и т. д. Какое расстояние пролетит ласточка, пока поезда встретятся?

Собака и кролик

Собака гонится за кроликом, который находится в 150 *м* от нее. Собака делает прыжок в 3 *м* каждый раз, когда кролик прыгает на 1 *м*. Сколько прыжков должна сделать собака, чтобы догнать кролика?

Фазаны и кролики

(Старинная китайская задача)

В клетке находится неизвестное число фазанов и кроликов. Известно только, что вся клетка содержит 35 голов и 94 ноги. Сколько было фазанов и сколько кроликов?

Стая гусей

Летела стая гусей, а навстречу им один гусь кричит: «Здравствуйте, сто гусей!».

В ответ ему говорит передний гусь: «Нет, нас не сто гусей. Вот если б нас было еще столько, да еще половина, да еще четверть нашей стаи, да еще ты, гусь, с нами, тогда было бы сто гусей, а теперь сколько нас, смекай сам».

Решение задач-смекалок на уроках арифметики полезно тем, что оно оживляет преподавание, развивает мышление учащихся, удовлетворяет запросы тех из них, которые проявляют повышенный интерес к арифметике. Нечего говорить о полезности решения таких задач в кружках любителей арифметики»[1].

---

[1] Образцы занимательных задач см. в следующих сборниках: Е. Игнатьев, В царстве смекалки, т. I. М., 1923; А. Лямин, Математические досуги. М., 1915; Я. Перельман, Занимательная арифметика. М., 1934; Г. Поляк, Занимательные задачи. М., 1948 В. А. Игнатьев, Внеклассная работа по арифметике в начальной школе. М., 1949.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

В первой части настоящей книги были рассмотрены вопросы общей методики решения задач.

Во второй части мы намерены рассмотреть вопросы частной методики, понимая под этим методику решения отдельных видов задач, простых и составных.

Глава X

ПРОСТЫЕ ЗАДАЧИ

Решение простых задач имеет большое образовательное и практическое значение: оно способствует лучшему пониманию смысла арифметических действий, закреплению вычислительных навыков учащихся, содействует их подготовке к жизни, где решение таких задач находит частое применение. Значение простых задач в школьном курсе арифметики заключается, кроме того, в подготовке учащихся к решению составных задач, в которые простые задачи входят как элементы. Важно поэтому, чтобы учащиеся хорошо осмыслили различные виды простых задач, умели их хорошо решать.

Для достижения этой цели необходимы: строгая последовательность в подборе простых задач, четкое объяснение каждого нового вида их, широкое использование наглядности в процессе объяснения, сопоставление близких по формулировке задач, систематическая работа над закреплением навыков детей, регулярная проверка их знаний, упорная работа над восполнением пробелов, выявляемых в знаниях учащихся.

Особо важное значение имеет действенное восприятие детьми новых видов задач так, чтобы при решении первых задач нового вида учащиеся практически выполняли соответствующие действия (прибавляли, отнимали и т. п.), чтобы действие было на самом деле действием.

Следует помнить, что без уменья решать простые задачи невозможно успешное обучение решению составных задач. Простым задачам следует поэтому уделять исключительно большое внимание, всемерно улучшая качество обучения решению этих задач.

Этот вопрос должен стоять в центре внимания учителей I и II классов, которые должны добиваться, чтобы к концу второго года обучения учащиеся умели безошибочно решать основные виды простых задач. Работа в этом направлении должна продолжаться и в последующих классах, где знания детей в данной области должны получить усовершенствование и развитие.

В дальнейшем изложении мы намерены подробно остановиться на вопросах методики обучения решению отдельных видов простых задач.

Задачи на сложение и вычитание. Более легкие виды простых задач на сложение и вычитание вводятся при изучении первого десятка, более трудные — при изучении второго десятка и первой сотни.

Задачи на сложение, в которых требуется найти число, равное двум данным числам вместе взятым, вводятся с первых уроков арифметики в I классе. Вначале эти задачи решаются без записи, так как учащиеся еще не имеют понятия о сложении, а потому невозможно выяснять, как (каким действием) решена задача. Лишь после того как учащиеся получают понятие о сложении и записи этого действия, при решении этих задач выясняется действие, с помощью которого найден ответ, и решение записывается; при этом учащиеся сперва записывают его с помощью готовых разрезных цифр, а позже переходят к рукописной записи.

В качестве первой задачи, решение которой записывается, может быть взята следующая:

«К 3 карандашам прибавить 1 карандаш. Сколько всего получится карандашей?»

Поскольку дети уже знакомы с записью сложения, им нетрудно понять запись решения этой задачи:

$$3 + 1 = 4,$$

в особенности, если иллюстрировать задачу карандашами.

Хотя в приведенной записи отсутствуют наименования[1], все же она читается так: «К 3 карандашам прибавить 1 карандаш, получится 4 карандаша». Чтобы учащиеся лучше усвоили смысл записи, она прочитывается несколько раз: хором, всем классом, и отдельными учениками, по вызову учителя.

Как видно, первая задача сформулирована так, что в ней прямо указывается требуемое для ее решения действие. После этого можно взять аналогичную задачу, в которой требуемое действие выступает уже менее явственно, например:

«У девочки было 5 карандашей. Она купила еще 1 карандаш. Сколько всего карандашей стало у девочки?»

Благодаря близости содержания этой задачи с содержанием предыдущей, учащимся нетрудно понять запись решения новой

[1] По понятным причинам, наименования у компонентов действий в это время не ставятся. Запись наименований вводится значительно позже, после того, как дети научатся писать все буквы.

задачи, в особенности, если и вторую задачу иллюстрировать карандашами.

Вслед за задачей про карандаши могут быть взяты задачи про покупку тетрадей, перьев, картинок и т. п.

Благодаря тому, что эти задачи по своему содержанию близко примыкают к первым двум, детям нетрудно понять, как записывается их решение.

Последующие задачи данного вида имеют уже более разнообразное содержание, но все они, по мере возможности, берутся из близкого детям окружения.

Некоторые задачи полезно не только иллюстрировать с помощью наглядных пособий, но и инсценировать, например, если в задаче идет речь о девочке, которая собирала камешки у реки, можно вызвать к доске ученицу, которая должна, по возможности, изобразить то, о чем рассказывается в задаче (ходить с корзиночкой, класть в нее камешки и т. д.). Иногда все это может изобразить сама учительница.

Столь широкое применение наглядности уместно лишь при решении первых задач данного вида. В дальнейшем такие задачи иллюстрируются лишь в тех случаях, когда учащиеся обнаруживают непонимание способа их решения.

Вслед за рассмотренным видом задач на сложение вводятся задачи на вычитание, в которых требуется найти остаток.

Сначала берется задача, в которой прямо указано действие, требуемое для ее решения:

«от 3 кружков отнять 1 кружок. Сколько кружков останется?»

После письменного решения ее можно рассмотреть задачу:

«У девочки было 2 мяча. Один мяч она подарила подруге. Сколько мячей осталось у девочки?»

За этой задачей следуют близкие по своему содержанию задачи про книги, игрушки, краски, а затем задачи с более разнообразным содержанием.

Первые задачи на вычитание иллюстрируются реальными предметами или дидактическим счетным материалом. В дальнейшем наглядность применяется в тех случаях, когда решение задачи затрудняет учащихся.

При рассмотрении задач на вычитание (как и задач на сложение) сперва применяется полная наглядность, затем частичная, после чего переходят к решению задач без применения наглядных пособий.

Чтобы сделать более понятным различие между полной и частичной наглядностью, возьмем задачу:

«Мальчик собрал под одной яблоней 4 яблока, а под другой — 3. Сколько всего яблок собрал мальчик?»

Эту задачу можно иллюстрировать по-разному:

1. Учитель показывает 4 кружка, затем еще 3 кружка, давая детям возможность видеть, сколько яблок мальчик собрал под каждой яблоней и сколько он их собрал всего.

2. Взяв 4 кружка и показав их учащимся, учитель кладет их в коробочку или корзиночку. Затем он показывает детям 3 кружка и кладет их туда же, предлагая им сосчитать в уме, сколько всего яблок собрано.

3. Учитель показывает лишь 4 кружка, иллюстрируя ими 4 яблока, собранные мальчиком под первой яблоней. Что же касается 3 яблок, собранных под второй яблоней, то о них учитель лишь рассказывает детям, но не показывает их.

Как видно из приведенного примера, в первом случае иллюстрировались и слагаемые и сумма, во втором случае только слагаемые, в третьем случае только одно из слагаемых. В первом случае была применена полная наглядность, во втором и третьем случаях — частичная наглядность.

В случае применения полной наглядности учащиеся могут находить результат действия путем простого сосчитывания демонстрируемых счетных предметов. Не то наблюдается при применении частичной наглядности, где для нахождения результата действия учащиеся вынуждены в определенной мере считать в уме. Полную наглядность при решении задач на сложение и вычитание следует поэтому применять в ограниченной мере. В гораздо большей степени должна здесь применяться частичная наглядность, в особенности при решении задач на вычитание, например, если нужно при решении задачи от 6 грибов отнять 2 гриба, учащимся показываются 6 грибов (или кружков), но сейчас же после показа кладут их в корзиночку или в коробочку. Из последней затем вынимают 2 гриба и предлагают детям сосчитать, сколько грибов осталось.

После того, как указанные выше задачи на сложение и вычитание рассмотрены в отдельности, следует приступить к решению задач на эти действия в смешанном порядке.

Чтобы учащиеся лучше осознали, какие задачи решаются сложением и какие вычитанием, им вначале предлагаются рядом две задачи с близким содержанием, а иногда и с одинаковыми числовыми данными, одна из которых решается сложением, а другая вычитанием, или наоборот, например:

«У Вани было 3 тетради. Он купил еще одну. Сколько тетрадей стало у Вани?»

«У Володи было 3 пера. Одно перо он дал товарищу. Сколько перьев осталось у Володи?»

Или:

«На заборе сидели 5 ласточек. Одна из них улетела. Сколько ласточек осталось на заборе?»

«На крыше сидело 5 голубей. К ним прилетело еще 2 голубя. Сколько голубей стало на крыше?»

Благодаря общности содержания задач, которая иногда дополняется и общностью числовых данных, учащимся легче осмыслить различие между задачами на сложение и вычитание.

На первых порах учащимся предлагаются задачи, которые учитель составляет сам или которые он берет из задачника. Затем дети начинают привлекаться к *составлению задач*.

Задачи сначала решаются *коллективно*, всем классом, под руководством учителя, который, пользуясь методом беседы, с помощью соответствующих вопросов приводит учащихся к правильному решению. Последнее записывается на доске, при этом в случае, когда от учащихся требуется запись решения, им дается возможность пользоваться записью, сделанной на доске.

Вслед за коллективным решением рассмотренных видов задач вводится индивидуальное решение их, сначала полусамостоятельное, затем самостоятельное.

Запись действий при полусамостоятельном и самостоятельном решении дети вначале осуществляют с помощью разрезных цифр. Лишь после нескольких таких упражнений вводится запись с помощью рукописных цифр в тетрадях.

Самостоятельная запись решения с помощью разрезных цифр как упражнение, подготовляющее детей к самостоятельной записи в тетрадях, следует широко применять при решении не только рассмотренных выше задач, но и других видов задач в I классе, во всех тех случаях, когда у учителя нет уверенности в том, что дети справятся с самостоятельной записью решения данного вида задач в тетрадях.

Чтобы подготовить учащихся к решению составных задач, целесообразно сравнительно рано ввести, так называемые, *цепочки простых задач,* например:

«Девочка сорвала с одной грядки 3 огурца, а с другой — 5. Сколько всего огурцов сорвала она?»

«...Девочка съела 2 огурца. Сколько огурцов осталось?»

Мы подробно остановились на методике решения первых двух видов простых задач. Примерно так же ведется обучение решению других видов простых задач. При рассмотрении каждого из них тщательно выясняется смысл задач и действие, требуемое для их решения, при этом сначала применяется полная, а затем частичная наглядность. После этого переходят к решению задач без помощи наглядных пособий. Новый вид задач сначала рассматривается изолированно от других, затем он сопоставляется с близкими видами из числа ранее рассмотренных. На первых порах учащимся предлагаются готовые задачи, в дальнейшем они привлекаются к составлению задач. Задачи каждого вида вначале решаются коллективно, потом полусамостоятельно и, наконец, самостоятельно. Вслед за решением отдельных простых задач вводится решение цепочек таких задач.

На остальных видах простых задач мы остановимся более кратко.

Начнем с задач на *увеличение и уменьшение данных чисел на несколько единиц.*

К решению задач на увеличение и уменьшение данных чисел на несколько единиц следует подготовлять учащихся уже при изучении действий в пределах 10, обращая их внимание на то, что при прибавлении к данному числу одной или нескольких единиц оно становится больше, при вычитании из данного числа одной или нескольких единиц оно становится меньше. Так, при решении задачи: «У Коли было 5 руб. Мать дала ему еще 3 руб. Сколько денег стало у Коли?» уместно поставить вопрос: «Когда мать дала Коле еще 3 руб., у него стало больше или меньше денег?»

Полезны также упражнения: «Назвать несколько чисел больше 5. Назвать несколько чисел меньше 5».

Подготовке учащихся к решению задач на случаи увеличения и уменьшения данных чисел на несколько единиц в определенной мере также служат задачи, в которых фигурируют слова «столько же», так как без четкого понимания смысла этого оборота речи учащимся трудно понять смысл увеличения и уменьшения на несколько единиц.

Приведем образцы таких задач:

«Коле дали 3 тетради и Васе столько же. Сколько тетрадей дали Васе?»

(Вызвав к доске Колю и Васю, учитель дает первому 3 тетради так, чтобы все учащиеся видели, сколько тетрадей ему дали, а Васе он дает тетради завернутыми в бумагу).

«Галя нашла у реки 5 белых камешков и столько же красных. Сколько всего камешков нашла Галя?»

«Костя вырезал 4 лошадки из белой бумаги и столько же лошадок из серой бумаги. Сколько всего лошадок вырезал он?»

Выяснение смысла задач на случай увеличения на несколько единиц может быть проведено так:

Учащимся предлагается упражнение:

Отложить на одной проволоке классных счетов 4 шарика, а на другой столько же.

А затем:

Отложить на одной проволоке 5 шариков, а на другой столько же и еще 2.

При этом выясняется, что на второй проволоке получилось на 2 шарика больше, чем на первой.

Подобным образом предлагается положить на одной полочке 4 кубика, а на другой столько же и еще 3; дать одному ученику 3 карандаша, а другому столько же и еще 2, при этом каждый раз, как и в предыдущем случае, выясняется, на сколько единиц второе число больше первого.

После таких подготовительных упражнений предлагается задача:

«Отложить на одной проволоке классных счетов 6 шариков, а на другой на 2 шарика больше. Сколько шариков нужно положить на вторую проволоку?»

При решении этой задачи выясняется, что на вторую проволоку нужно положить столько же шариков, сколько на первую, и еще 2.

Подобным образом смысл увеличения на несколько единиц выясняется при решении задач:

Дать одному ученику 3 тетради, а другому на 2 больше.

Нарисовать на одной строке 5 кружков, а на другой на 3 больше и т. д.

Мише дали 4 карандаша, а Володе на 3 карандаша больше. Сколько карандашей дали Володе? (Как и в описанном выше случае, учитель вызывает Мишу и Володю к доске и даст Мише 4 карандаша так, чтобы ученикам было видно, сколько ему дали карандашей, Володе же карандаши даются завернутыми в бумагу.)

После таких упражнений можно перейти к решению задач по задачнику. Но и тут следует уделять достаточно внимания выяснению смысла увеличения на несколько единиц, при этом если словесное объяснение оказывается недостаточным, необходимо применять наглядность. Так, при решении задачи: «С одного куста сняли 6 помидоров, а с другого — на 3 помидора больше. Сколько помидоров сняли с другого куста?» учитель может нарисовать на доске 6 кружков для обозначения 6 помидоров, которые сняли с первого куста, и предложить вызванному ученику нарисовать под первым рисунком столько кружков (помидоров), сколько сняли со второго куста.

Вначале решаются задачи, в которых фигурирует термин «больше», затем переходят к решению задач, в которых увеличение на несколько единиц выражается терминами «дороже, длиннее, выше, глубже, шире» и т. п.

Уменьшение на несколько единиц выясняется, примерно, так же, как и увеличение на несколько единиц.

Учащимся предлагается отложить на верхней проволоке 6 шариков и столько же на нижней. Затем предлагается снять с нижней проволоки 2 шарика. Выясняется, что вначале на верхней и нижней проволоке было поровну шариков, а затем на нижней проволоке стало на 2 шарика меньше.

После нескольких подобных упражнений дается задание отложить на одной проволоке 7 шариков, а на другой на 1 шарик меньше. При выполнении этого упражнения выясняется, что на второй проволоке следует отложить столько шариков, сколько на первой, а затем отнять один.

После решения нескольких задач с помощью наглядного счетного материала переходят к решению их без помощи наглядных пособий. Сначала решаются задачи, в которых фигурирует термин «меньше», затем вводятся термины: «дешевле, короче, ниже» и т. п.

Задачи на увеличение и уменьшение на несколько единиц сперва рассматриваются каждый в отдельности, а затем сопоставляются, например:

«На одной полке 12 книг, а на другой на 4 книги больше. Сколько книг на другой полке?»

«На одной полке 12 книг, а на другой на 4 книги меньше. Сколько книг на другой полке?»

Задачи на вычитание, в которых по сумме двух слагаемых и одному из них требуется найти другое слагаемое, серьезно затрудняют учащихся I класса, которые нередко решают их сложением, вместо вычитания. Так, задачу «Для украшения класса к празднику дети сделали 14 флажков в 2 дня. В первый день они сделали 6 флажков. Сколько флажков они сделали во второй день?» многие учащиеся при правильном устном ответе письменно решают так:

$$6 + 8 = 14.$$

Чтобы облегчить детям выбор действия, условия первых задач данного вида полезно излагать так, чтобы неизвестное слагаемое отыскивалось как остаток, например:

«Для украшения класса к празднику дети сделали 14 флажков в 2 дня. В первый день они сделали 6 флажков, а *остальные* во второй день. Сколько флажков они сделали во второй день?»

«Две девочки сделали к празднику 12 красных звездочек. Одна девочка сделала 5 звездочек, а другая девочка *остальные*. Сколько звездочек сделала другая девочка?»

По характеру изложения условий эти задачи приближаются к задачам, в которых требуется найти остаток. Решение этих задач поэтому сравнительно легко дается учащимся и является хорошей подготовкой к решению задач данного вида, изложенных более сжато, например:

«Две девочки сделали к празднику 12 красных звездочек. Одна девочка сделала 5 звездочек. Сколько звездочек сделала другая девочка?»

Лучшему пониманию данного вида задач содействует наглядность, преимущественно частичная, например, читая первую часть *условия последней задачи*, учитель показывает детям коробочку, в которой лежит 12 звездочек. Читая затем вторую часть условия, он вынимает из коробочки 5 звездочек и показывает их учащимся, после чего предлагает им узнать, сколько звездочек сделала другая девочка, или сколько звездочек осталось в коробочке.

Некоторую помощь при решении этого вида задач может оказать запись числовых данных условия. Так, если кто-либо из учащихся решает последнюю задачу сложением, учитель, ссылаясь на запись условия на доске, может указать, что в условии нет числа 7. Опыт показывает, что этого иногда достаточно, чтобы ученик осознал и исправил свою ошибку.

Серьезные затруднения для учащихся представляет выбор действия при решении задач на сложение, в которых *по данному вычитаемому и остатку требуется найти уменьшаемое.* Так, задачу «Мальчик купил книгу за 5 руб. После этого у него осталось 2 руб. Сколько рублей было у мальчика до покупки?» многие учащиеся I класса решают вычитанием вместо сложения.

Чтобы избежать подобных ошибок, следует при разборе этой задачи выяснить, что до покупки у мальчика были и те 5 руб., которые он уплатил за книгу, и те 2 руб., которые у него остались. Поэтому, чтобы узнать, сколько денег было у него до покупки, нужно к 5 руб. прибавить 2 руб. Эту задачу иногда полезно инсценировать: к доске вызывается ученик, изображающий мальчика, о котором рассказывается в задаче. Этому ученику дают 5 руб. и 2 руб.

Иногда при решении подобных задач уместно применить рисунок. Так, при решении задачи «Хозяйка купила несколько яблок. За завтраком съели 4 яблока. После этого осталось 6 яблок. Сколько яблок купила хозяйка?» можно предложить детям нарисовать яблоки, которые купила хозяйка.

Задачи, в которых по данному вычитаемому и остатку требуется найти уменьшаемое, можно в слабо подготовленных классах ввести лишь в пределе 100. Здесь уместно сослаться на В. Житкова, который указывал на целесообразность более позднего введения таких задач, когда «данные в задачах числа не так малы, чтобы ученик мог легко подобрать искомое число, а потому скорее сознает необходимость того действия, которое в этом случае должно быть произведено». С этими положениями можно вполне согласиться.

Переходим к задачам *на разностное сравнение*. Согласно действующей программе, задачи на разностное сравнение вводятся во II классе. Однако уже в I классе полезно давать детям соответствующие упражнения, которые исподволь подготовляли бы их к решению задач на разностное сравнение. Так, при изучении нумерации в пределе 10, 20 или 100 можно предлагать учащимся устные вопросы:

Что больше 8 или 6? 15 или 12? 29 или 31? и т. д.

На сколько 6 больше 5? на сколько 10 больше 9? на сколько 15 больше 14? и т. д.

Рассмотрение задач на разностное сравнение полезно начать со сравнения числа кубиков в двух поставленных рядом столбиках, со сравнения длины двух палочек, двух полосок бумаги или картона, двух бечевок и т. п. При этих заданиях, имеющих своей целью выяснение смысла разностного сравнения, можно вначале не сообщать данных о величине сравниваемых предметов. Искомую разность учащиеся также не выражают числом, а лишь показывают (показывают, на сколько один из сравниваемых предметов больше другого). При последующих заданиях уже требуется находить разность путем вычислений.

Приведем выдержку из описания урока, на котором решались задачи на разностное сравнение.

Вызывая 2 учеников к доске, учитель говорит: «Смотрите, я даю Коле 7 карандашей, а Мише 12 карандашей. Нужно узнать, на сколько больше карандашей получил Миша?»

Беседа далее ведется так:

— Возьмем у Коли обратно все 7 карандашей и у Миши возьмем тоже 7 карандашей. Сколько карандашей осталось у Коли?

— Ничего, ни одного.

— Сколько карандашей осталось у Миши?

— У Миши осталось 5 карандашей.

— Почему у Миши осталось 5 карандашей?

— У него было больше карандашей.

— На сколько больше карандашей было у Миши?

— На 5.

— А как мы это узнали?

— Отняли 7 карандашей.

— От какого числа отняли 7 карандашей.

— От 12.

— Скажите теперь полным ответом, как мы узнали, на сколько больше карандашей было у Миши.

— От 12 карандашей отнять 7 карандашей. Получается 5 карандашей [1].

---

[1] А. Соловьев, О задачах по арифметике во II классе,— Педагогический журнал, № 9, 1936, Сталинград.

Вначале решаются задачи, в которых требуется узнать, на сколько одно число *больше* или *меньше* другого, а затем переходят к решению задач, в которых спрашивается, на сколько один товар *дороже* другого, на сколько один предмет *длиннее* (шире, выше) другого и т. д.

Задачи на умножение и деление. Более легкие виды простых задач на умножение и деление вводятся при изучении второго десятка, более трудные — при изучении первой сотни.

В пределе 20 вводятся задачи, в которых требуется данное число повторить слагаемым несколько раз (общий случай умножения), и задачи на случай деления на равные части. В пределе 100 вводятся задачи на деление по содержанию, на увеличение и уменьшение в несколько раз, на нахождение части числа и на кратное сравнение чисел.

Смысл умножения усваивается многими детьми с трудом. Уже в дошкольном возрасте, на основе повседневных наблюдений и опыта, у детей развиваются понятия «прибавить, отнять, делить». Этого нельзя сказать о понятии «повторение группами», для развития которого слишком мало стимулов в детском опыте. Правильный выбор действия в задачах на умножение дается детям с трудом еще потому, что в большинстве этих задач в условии чаще всего сначала дается множитель, а затем множимое, например: «Куплено 5 яблок по 2 руб. Сколько всего денег уплатили?» Это обязывает учителя с особой тщательностью вести обучение решению задач на умножение.

В качестве первых задач на *умножение* следует брать такие, в которых выбор действия как бы подсказывается текстом условия, например:

«Из бочки взяли 4 раза по 2 ведра воды. Сколько всего ведер воды взяли?»

«Из корзины взяли 3 раза по 2 яблока. Сколько всего яблок взяли?»

Из текста этих задач легко вывести, что для решения первой задачи нужно по 2 ведра взять 4 раза, а для решения второй нужно по 2 яблока взять 3 раза. Правильный выбор действия при решении таких задач особенно облегчается, когда они инсценируются, например, когда дети, по предложению учителя, мимически изображают, как они якобы берут из бочки 4 раза по 2 ведра воды или как они берут из корзины 3 раза по 2 яблока.

Гораздо труднее детям понять выбор действия при решении таких задач на умножение, как:

«Чашка стоит 5 руб. Сколько нужно уплатить за 4 такие чашки?»

«Сшили 5 простынь. На каждую простыню пошло 3 *м* полотна. Сколько метров полотна пошло на все простыни?»

Чтобы сделать понятным выбор действия в таких задачах, решение их выполняется сначала сложением, а затем умножением, например:

$$5\ \text{руб.} + 5\ \text{руб.} + 5\ \text{руб.} + 5\ \text{руб.} = 20\ \text{руб.}$$

$$5\ \text{руб.} \times 4 = 20\ \text{руб.}$$

$$3\ \textit{м} + 3\ \textit{м} + 3\ \textit{м} + 3\ \textit{м} + 3\ \textit{м} = 15\ \textit{м}$$

$$3\ \textit{м} \times 5 = 15\ \textit{м}.$$

Подобная двойная запись, само собой разумеется, применяется лишь вначале. В дальнейшем решение таких задач выполняется одним умножением, за исключением случаев, когда учащихся затрудняет выбор действия и когда вследствие этого приходится записывать решение сначала сложением.

Чтобы учащиеся лучше осмыслили выбор действия при решении задач на умножение, полезно иногда решать подряд несколько задач с примерно одинаковым содержанием, например: несколько задач, в которых требуется определить стоимость покупки, затем несколько задач, в которых нужно узнать расход материала на изготовленные предметы, и т. д.

Из двух видов задач на *деление* — деления на части и деления по содержанию — первый, несомненно, легче второго. В I классе поэтому достаточно ограничиться изучением деления на части, вводя деление по содержанию лишь во II классе. В этом отношении мы вполне разделяем точку зрения Н. Извольского: «Следует вовсе удалить... задачи на деление по содержанию из первого года обучения. Их явится возможность ввести в курс лишь тогда, когда будет пройдено деление на равные части в пределе первой сотни. Лишь после этого можно будет приступить к задачам на деление — сравнение»[1]. В другом месте Извольский указывает, что «потребность деления на равные части возникает постоянно в практической жизни, между тем как вопрос о кратном сравнении двух однородных объектов может возникнуть только на сравнительно высоком уровне развития человека»[2].

На бóльшую трудность задач на деление по содержанию по сравнению с делением на части указывает и А. С. Пчелко. «Деление на равные части, — говорит А. С. Пчелко, — знакомо ребенку из его дошкольного опыта; деление по содержанию

---

[1] Н. Извольский, К методике одного случая деления,— «Математический вестник», № 3, 1914.

[2] Н. Извольский, Методика деления, «Педагогический вестник Московского учебного округа», № 7—8, 1912.

ребенку незнакомо»[1]. И далее: «Сама запись деления на равные части проста и понятна ребенку; запись деления по содержанию сложна и трудна для детей»[2].

Первые задачи на случай *деления на равные части*, как и первые задачи на умножение, следует подобрать так, чтобы выбор действия легко вытекал из текста условия, например:

«Мама купила 6 пряников и *разделила* их поровну между 2 девочками. Сколько пряников получила каждая девочка?»

«Отец *разделил* 12 красок между 2 мальчиками поровну. Сколько красок получил каждый мальчик?»

Лучшему осмысливанию деления на части может способствовать действенная наглядность (деление данного количества предметов поровну между несколькими детьми, раскладывание предметов поровну в несколько коробочек и т. п.). Кроме того, здесь, как и в случае умножения, иногда уместно решать подряд группы задач с примерно одинаковым содержанием, например: группу задач, в которых требуется узнать цену одного из нескольких купленных предметов, затем группу задач, в которых нужно узнать, сколько материала пошло на один из нескольких изготовленных предметов, и т. д.

После того как отдельно рассмотрены задачи на умножение и задачи на деление, полезно, как и при решении задач на сложение и вычитание, сопоставить их для того, чтобы дети научились четко различать эти 2 вида задач.

Для этого подряд решаются группы задач с одними величинами, например: несколько задач, в которых идет речь о цене, количестве, стоимости; затем несколько задач, в которых говорится о дневной (или часовой) выработке, количестве рабочих дней (или часов) и общей выработке; потом группа задач, в которых идет речь о расходе материала на один предмет, количестве изготовленных предметов и общем расходе материала и т. д. Каждая из указанных групп включает вперемежку задачи на умножение и задачи на деление.

Приведем для примера задачи на названные выше группы величин:

«Яблоко стоит 2 руб. Мальчик купил 4 таких яблока. Сколько денег он должен уплатить?»

«Девочка купила 3 *м* ленты за 6 руб. Сколько стоит метр ленты?»

«Сколько нужно уплатить за 5 груш по 2 руб?»

---

[1] А. С. Пчелко, Методика преподавания арифметики в начальной школе. М., 1945, стр. 183.

[2] Там же, стр. 184.

«Швея сшила 10 наволочек в 2 дня, каждый день поровну. Сколько наволочек она сшила в 1 день?»

«Столяр делает в день 4 табуретки. Сколько табуреток он может изготовить в 3 дня?»

«В 5 дней сшили 10 рубашек, каждый день поровну. Сколько рубашек сшили в 1 день?»

После достаточных упражнений в решении готовых задач учащиеся привлекаются к *составлению задач* на умножение и деление. Поскольку составление задач на эти действия значительно труднее, чем на сложение и вычитание, детям следует часто указывать не только действие и числа, но и тематику задач, которые нужно составить, например: составить задачу про покупку книг так, чтобы нужно было 3 руб. $\times$ 5, составить задачу про пошивку платьев, в которой нужно было бы 12 *м* : 3 и т. п. Полезно также упражнять учащихся в составлении задач, подобных решенной («похожих на решенную задачу»).

Рассмотрение случая *деления по содержанию* полезно начать с решения практических задач, например: путем наложения узнать, сколько раз меньшая палочка (или полоска бумаги) уложится в большей; узнать, сколько раз в данной коробке содержится по 2 карандаша, сколько раз в коробке содержится по 5 перьев; разделить 12 карандашей (палочек) между несколькими учениками так, чтобы каждому досталось по 2 карандаша и т. д. Вначале такие задачи решаются практически, без записи и даже без выяснения действия, с помощью которого они решаются. После решения ряда подобных практических задач, имеющего своей целью довести до сознания детей смысл деления по содержанию, переходят к обычному решению их, при котором выясняют, каким действием решена задача, и вводится запись решения (аналогичным путем вводятся задачи на кратное сравнение чисел).

Приведем выдержку из описания урока, на котором детям объяснялось решение задач на деление по содержанию[1]:

«12 тетрадей нужно было раздать нескольким ученикам, по 3 тетради каждому. Требовалось узнать, скольким ученикам розданы тетради.

Из 12 тетрадей были даны 3 тетради одному ученику, затем другому, третьему и, наконец, четвертому. После этого была проведена следующая беседа:

Вопрос. Сколько раз мы брали из 12 тетрадей по 3 тетради?

Ответ. 4 раза.

Вопрос. Сколько учеников получили по 3 тетради?

Ответ. Тетради получили 4 ученика.

---

[1] Е. Адрианова, О некоторых недочетах в приемах обучения арифметике,— «Начальная школа», № 4—5, 1946.

Это объяснение помогло детям лучше понять смысл записи решения задачи:

12 т. : 3 т. = 4 (ученика).

Эту запись, благодаря проведенному объяснению, дети поняли так: 3 тетради содержатся в 12 тетрадях 4 раза. Поэтому тетради получили 4 ученика».

После усвоения учениками деления по содержанию проводится сравнение этого вида задач с задачами на случай деления на равные части, для чего полезно решать рядом задачи с примерно одинаковым содержанием, одна из которых охватывает случай деления на равные части, а другая — случай деления по содержанию, или наоборот, например:

«18 листов бумаги разделили между 3 учениками поровну. Сколько листов бумаги получил каждый ученик?»

«18 тетрадей роздали нескольким ученикам, каждому по 3 тетради. Скольким ученикам роздали тетради?»

Чтобы учащиеся лучше поняли различие между двумя случаями деления, полезно инсценировать эти задачи, изображая в лицах то, что рассказывается в них.

Рассмотрение задач на *увеличение в несколько раз* полезно начать с практических упражнений, например: взять в левую руку 2 палочки, а в правую в 3 раза больше, при этом следует добиваться, чтобы, реально выполняя задание, учащиеся поняли, что в правую руку нужно взять 3 раза по столько палочек, сколько в левой. Лишь после целого ряда подобных практических упражнений, когда дети усваивают смысл нового вида задач, переходят к решению задач из сборника (аналогичным образом вводятся задачи на уменьшение в несколько раз).

Для подготовки учащихся к решению задач на нахождение части числа на наглядных пособиях выясняется, как получается половина, четвертая, восьмая часть единицы, например круга, прямоугольника. При нахождении части нескольких единиц следует также применять наглядность. Так, при решении задачи «У мальчика было 6 яблок. Половину своих яблок он дал товарищу. Сколько яблок мальчик дал товарищу?» можно, иллюстрируя яблоки кружками, найти половину 6 кружков путем деления их на 2 равные части.

З а к р е п л е н и е н а в ы к о в р е ш е н и я п р о с т ы х з а д а ч. Для успешного обучения решению простых задач важное значение имеет правильно поставленная система закрепления навыков учащихся. Эта работа должна вестись систематически, на протяжении всех лет обучения в начальной школе.

Для усвоения учащимися случаев применения арифметических действий могут наряду с задачами быть использованы примеры, в которых от учащихся требуется не только выполнение действия, но и предварительный выбор его.

Возьмем пример: на сколько 35 больше 18? В этом примере не указано действие, которое следует выполнить над данными числами. Таким образом, здесь, в отличие от решения примера 35 — 18, от учащихся требуется выбрать действие и затем выполнить его. Благодаря этому решение таких примеров может способствовать усвоению основных случаев применения арифметических действий.

Приведем образцы примеров, в которых требуется выбор действия.

Образцы примеров на сложение

Какое число больше 20 на 15?
40 увеличить на 6.
От какого числа нужно отнять 8, чтобы осталось 12?

Образцы примеров на вычитание

Какое число меньше 60 на 6?
40 уменьшить на 5.
На сколько 25 больше 18?
На сколько 75 меньше 80?
Сколько нужно прибавить к 14, чтобы получить 20?
Сколько нужно отнять от 80, чтобы осталось 60?

Образцы примеров на умножение

Какое число больше 15 в 4 раза?
18 увеличить в 3 раза.
Какое число нужно разделить на 5, чтобы получить 8?
В каком числе 6 содержится 4 раза?

Образцы примеров на деление

Сколько раз 8 содержится в 40?
Какое число меньше 30 в 5 раз?
Уменьшить 35 в 7 раз.
Во сколько раз 42 больше 6?
Во сколько раз 9 меньше 36?
Чему равна четвертая часть от 48?
Чему равна треть числа 45?
Во сколько раз нужно уменьшить 60, чтобы получить 12?
24 больше какого числа в 3 раза?

Упражнения, образцы которых приведены выше, требуют от учащихся не только выполнения действия, но и выбора его. Эти упражнения приносят, таким образом, двоякую пользу. Очевидно, однако, что они труднее обычных примеров, где от учащихся требуется лишь выполнение указанного действия. Поэтому упражнения в выборе действия должны следовать за решением обычных примеров.

Как правило, при введении нового случая какого-нибудь действия следует вначале предлагать учащимся примеры, в которых прямо указано требуемое действие. По мере усвоения детьми изучаемого действия полезно, наряду с такими примерами, практиковать упражнения в выборе действия. Так при изучении во II классе внетабличного умножения в пределе 100 вначале решаются обычные примеры, затем вводятся упражнения, требующие выбора действия, например:

Какое число больше 12 в 3 раза? Какое число больше 16 в 2 раза? 14 увеличить в 5 раз. 18 увеличить в 4 раза и т. д.

При изучении в III классе деления многозначного числа на однозначное целесообразно после решения ряда обычных примеров предложить учащимся такие примеры, как:

Сколько раз 4 содержится в числе 3 768? 15 360 уменьшить в 8 раз. Во сколько раз 13 680 больше 6? Найти пятую часть от 7 045 и т. п.

Иногда полезно после решения примера выяснить, умеют ли учащиеся применять данное действие при решении задач. Так, после решения примера 7 532 : 4 можно предложить детям составить задачи, в которых требовалось бы 7 532 разделить на 4; при этом следует добиваться, чтобы в составленных детьми задачах были, по возможности, охвачены различные виды простых задач на деление.

Проверить, умеют ли учащиеся применять данное действие при решении задач, можно и так: после решения примера 7 532 : 4 учитель предлагает учащимся один или несколько из следующих вопросов: чему равна четвертая часть от 7 532? какое число меньше 7 532 в 4 раза? сколько раз 4 содержится в числе 7 532? во сколько раз 7 532 больше 4? 7 532 уменьшить в 4 раза и т. п. Заметим, что в классах, где подобная проверка уменья применять арифметические действия не практикуется, учащиеся обычно становятся втупик, когда им предлагают такие вопросы. Так нередко, когда мы в ряде классов после решения примера на деление, скажем, примера 3 760 : 4, предлагали вопрос: чему равна четвертая часть от 3 760, учащиеся не могли ответить на него. Подобный разрыв между вычислительными упражнениями и их применением недопустим. При решении примеров следует возможно чаще упражнять учащихся в применении выполненных действий к решению задач, предлагая им задания, подобные приведенным выше.

Этой цели может также служить сравнение чисел, над которыми производилось действие, с результатом последнего. Так, после решения примера 3 760 : 4 иногда полезно выяснить, что, разделив 3 760 на 4, мы узнали о данных числах следующее: а) если 3 760 разделить на 4 равные части, то на каждую часть придется 940 единиц; б) 4 содержится в 3 760 — 940 раз; в) если 3 760 уменьшить в 4 раза, то получится 940; г) 3 760 больше 4 в 940 раз; д) четвертая часть от 3 760 равна 940 и т. п.

Наряду с упражнениями в применении действий в связи с решением примеров, учащихся III и IV классов начальной школы полезно упражнять в выборе действий по данным величинам, в частности по таким величинам, как путь и время, путь и скорость и т. д.

Приведем образцы таких упражнений:

«Каким действием решаются задачи, в которых даны цена купленного товара и его количество, а требуется узнать его стоимость?»

«Каким действием решаются задачи, в которых даны путь, пройденный поездом, и его скорость [1], а требуется узнать время его движения?»

«Как узнать скорость движения поезда, если известны пройденный им путь и время движения?»

В случае, если ученик затрудняется дать ответ на подобные вопросы, полезно предложить ему составить соответствующую задачу и после ее решения ответить на поставленный вопрос.

Указанные выше упражнения имеют своею целью закрепление знаний учащихся в области решения простых задач.

Недостаточно, однако, ограничиться разъяснением отдельных видов простых задач и упражнением в их решении. Чтобы учащиеся отчетливо знали, какие виды простых задач решаются каждым из 4 арифметических действий, полезно после ознакомления их с основными видами этих задач привести в систему и обобщить их знания в этой области. Эту работу уместно проводить в начале третьего года обучения, после того, как в результате многочисленных упражнений в решении простых задач учащиеся усвоят основные виды этих задач.

Результаты контрольных работ и многочисленные наблюдения показывают, что даже учащиеся старших классов начальной школы сравнительно часто допускают неверный выбор действий при решении некоторых видов простых задач, решая, например, задачи на разностное сравнение делением вместо вычитания, задачи на кратное сравнение вычитанием вместо деления и т. д.

Указанный пробел в знаниях учащихся в значительной мере является следствием того, что многие учителя ограничиваются упражнением детей в решении отдельных видов простых задач, ничего не предпринимая для обобщения их знаний в данной области. Сами же учащиеся, очевидно, не могут привести эти знания в систему.

[1] Предварительно следует дать детям понятие о скорости движения.

Для систематизации знаний детей о применении арифметических действий при решении задач следует выделять специальные уроки.

Приведем выдержку из записи урока, на котором проводилась систематизация знаний учащихся III класса о случаях применения деления:

«Учитель. — В первом и втором классах мы с вами решали много различных задач на деление. Сегодня повторим эти задачи. Итак, тема нашего сегодняшнего урока «Задачи на деление» (учитель записывает тему урока на доске). Запишите на одной строке сегодняшнее число, а на другой строке напишите: «Задачи на деление».

Слушайте внимательно задачу. «18 карандашей нужно разделить между 3 учениками поровну. Сколько карандашей получит каждый ученик?» (Учитель кратко записывает условие задачи на доске. Затем в беседе с детьми выясняется, как ее решать, и решение записывается на доске.)

— В этой задаче мы 18 карандашей делили на 3 равные части. Это — деление на равные части. Запишите это (под ранее записанной темой урока «Задачи на деление» учитель пишет: «1. Деление на равные части», а учащиеся делают такую же запись в тетрадях).

— Кто из вас может придумать задачу, в которой нужно данное число разделить на несколько равных частей? (Заслушивается несколько задач, составленных детьми.)

— Слушайте теперь другую задачу: 18 карандашей нужно разделить между несколькими учениками так, чтобы каждый ученик получил по 3 карандаша. Сколько учеников получат карандаши?

Задача решается так же, как предыдущая.

— В этой задаче мы 18 карандашей делили между несколькими учениками, *по* 3 карандаша каждому. Это деление по содержанию. Запишем это (учитель пишет на доске: «2. Деление по содержанию»). Запишите последнюю строку в своей тетради (учащиеся записывают).

— Кто из вас может придумать задачу на деление по содержанию? (заслушивается несколько задач, составленных детьми)».

Подобным образом на этом уроке были рассмотрены задачи на случай уменьшения в несколько раз, на нахождение части числа и на кратное сравнение[1]. Каждый раз учитель предлагал учащимся соответствующую готовую задачу, тщательно выясняя способ ее решения. Затем учитель на доске, а за ним уча-

[1] При повторении последнего вида задач учащимся было разъяснено, что «крат» — старинное слово и означает «раз». Название «кратное сравнение» эти задачи получили потому, что в них проводится сравнение двух чисел, во сколько раз одно число больше или меньше другого.

щиеся в тетрадях записывали название данного вида задач, после чего учащиеся упражнялись в составлении таких задач.

В результате проделанной работы на доске и в тетрадях получился следующий перечень различных видов задач на деление:

1. Деление на равные части.
2. Деление по содержанию.
3. Уменьшение в несколько раз.
4. Нахождение части числа.
5. Кратное сравнение (во сколько раз одно число больше или меньше другого).

Как и можно было ожидать, недостаточно было одного урока, чтобы учащиеся усвоили основные виды задач на деление. Однако после повторения этого материала на последующих уроках большинство учащихся неплохо усвоили его, о чем свидетельствовали задачи, которые они стали безошибочно составлять на различные случаи деления.

Чтобы еще более прочно закрепить эти сведения в сознании учащихся, в дальнейшем при решении составных задач сравнительно часто выяснялось, какой случай деления находил применение при решении того или иного вопроса плана.

Подобным образом была проведена систематизация знаний учащихся о случаях применения каждого из остальных арифметических действий.

На описанную выше работу, имеющую своей целью привести в систему знания учащихся об основных видах простых задач на каждое из 4 арифметических действий, требуется несколько уроков. Потраченное время, однако, полностью окупается, так как в результате этой работы значительно повышается процент правильно выбранных действий при решении составных задач.

Глава XI

СОСТАВНЫЕ ЗАДАЧИ

Как указывалось выше (см. главу II), существует огромное количество разновидностей составных задач. В настоящей главе мы намерены ограничиться рассмотрением задач преимущественно с пропорциональными величинами и задач на нахождение чисел по сумме и разности.

Это не значит, что другие разновидности составных задач не должны решаться в начальной школе. Но задачи с пропорциональными величинами, как и задачи на нахождение чисел по сумме и разности, имеют свои специфические особенности, требующие от учителя специальных методических приемов при их рассмотрении.

Первый вид задач на простое тройное правило
(задачи, решаемые прямым приведением к единице)

Задачи на простое тройное правило, решаемые прямым приведением к единице, включают 2 вида простых задач, рассматриваемых в I классе. Более легкие задачи данного типа могут поэтому быть введены в I классе или в начале учебного года во II классе после того, как дети научатся решать соответствующие виды простых задач.

Чтобы облегчить детям анализ задач на простое тройное правило, полезно первым задачам этого вида предпослать подготовительные простые задачи. Так, составной задаче «5 перьев стоят 20 коп. Сколько стоят 3 таких пера?» полезно предпослать простую задачу: «Книга стоит 4 руб. Сколько стоят 3 таких книги?»

Приступая после решения простой задачи к составной, учитель в беседе с учащимися выясняет, почему в первой задаче можно было сразу узнать, сколько стоят 3 книги, а во второй задаче нельзя сразу узнать, сколько стоят 3 пера. («Потому что в первой задаче известно, сколько стоит 1 книга, а во второй задаче неизвестно, сколько стоит 1 перо».) Такая беседа поможет ученикам понять, что во второй задаче нужно сначала узнать, сколько стоит 1 перо, и что лишь после этого можно будет узнать, сколько стоят 3 пера.

Чтобы еще более отчетливо выступали особенности простой и составной задачи, можно иллюстрировать их условия рисунками (рис. 19 и 20).

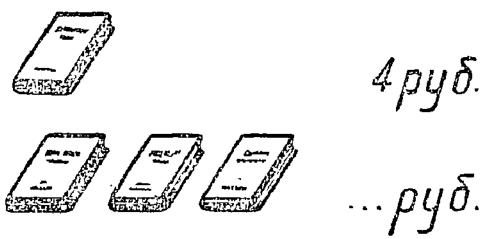

Рис. 19.

В дальнейшем можно перейти к решению составных задач без подготовительных простых, при этом полезно задачи располагать однородными группами: после решения нескольких задач с величинами «цена, количество, стоимость» (см. приведенные

Задачи на простое тройное правило полезно разбирать аналитически, выясняя, почему нельзя сразу узнать то, что спрашивается в задаче. Полезно также сравнительно часто применять наглядность.

Задачи на простое тройное правило, решаемые прямым приведением к единице, постепенно усложняются так, чтобы для их решения требовалось больше 2 действий, например:

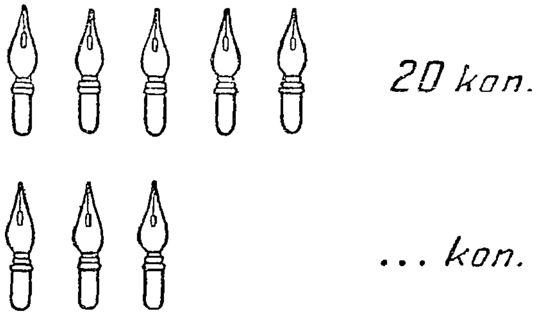

Рис. 20.

«2 *кг* ягод стоят 12 руб. Хозяйка купила 3 *кг* ягод и дала в уплату 20 руб. Сколько рублей она получила сдачи?»

«За 3 *м* ткани уплатили 24 руб. Потом купили еще 2 *м* такой ткани. Сколько всего израсходовали денег?»

В ряде случаев после решения задачи на простое тройное правило в 2 действия полезно усложнить ее условие так, чтобы для ее решения требовались дополнительные действия. Так, после решения задачи «Самолет пролетел в 3 часа 765 *км*. Какое расстояние пролетит он в 8 часов, если будет лететь с той же скоростью?» можно изменить ее условие так:

«В один день самолет был в полете 3 часа и покрыл расстояние в 825 *км*. В следующий день он летел с той же скоростью 8 часов. Сколько километров самолет пролетел в оба дня?»

Первый вид задач на пропорциональное деление

Первый вид задач на пропорциональное деление как бы является усложнением соответствующего вида задач на простое тройное правило. Вследствие этого решение задач на тройное правило способствует подготовке учащихся к задачам на пропорциональное деление.

Первый вид задач на пропорциональное деление вводится в III классе. Однако облегченные задачи данного вида полезно решать уже в I и II классах: в I классе — задачи в 2 действия, а во II классе — задачи в 2 и 3 действия.

Приведем образцы таких задач для I класса:

«Хозяйка сначала купила 2 тарелки, а потом еще 3 таких тарелки. За все тарелки она уплатила 20 руб. Сколько стоила одна тарелка?»

«Девочка купила 2 куска одинаковой ленты. В одном куске было 3 *м*, а в другом — 4 *м*. Оба куска стоили вместе 14 руб. Сколько стоил метр ленты?»

А вот образцы задач для II класса:

«Мальчик купил сначала 3 тетради, а потом еще 2 таких тетради. За все тетради мальчик уплатил 75 коп. Сколько копеек стоила одна тетрадь? Или сколько копеек стоили 3 тетради?»

«Портниха сшила сначала 5 платьев, а потом еще 4 таких платья. На все платья она израсходовала 27 *м* ткани. Сколько метров ткани пошло на одно платье? Или сколько метров ткани пошло на 4 платья?»

«С одного участка сняли 6 мешков картофеля, а с другого 4 мешка одинакового веса. Весь картофель весил 480 *кг*. Сколько килограммов весил один мешок картофеля? Или сколько килограммов картофеля сняли с первого участка?»

Решение таких задач может существенно способствовать подготовке учащихся к решению задач на пропорциональное деление.

При введении первого вида задач на пропорциональное деление полезно условия первых задач иллюстрировать рисунками или инсценировать.

Возьмем для примера задачу:

«Два мальчика вместе купили коробку цветных карандашей за 20 руб. Одному мальчику досталось 4 карандаша, а другому — 6. Сколько рублей должен уплатить каждый мальчик?»

При решении этой задачи полезно вызвать двух учеников и, дав им коробку с 10 цветными карандашами, предложить разделить их между собой так, как это сделали мальчики, о которых рассказывается в задаче. В беседе затем выясняется, как сосчитать, сколько денег каждый мальчик должен внести за полученные карандаши.

При решении задачи «2 хозяйки вместе купили корзину яблок за 150 руб. Одной хозяйке досталось 10 *кг*, другой 15 *кг* яблок. Сколько рублей должна уплатить каждая хозяйка?» можно вызвать двух учащихся, чтобы они изображали хозяек, о которых идет речь в задаче. Путем опроса «хозяек» выясняется, за сколько рублей они купили корзину яблок, сколько килограммов яблок досталось каждой из них, что нужно сосчитать.

При решении задачи «С одного участка сняли 6 мешков картофеля, а с другого — 4 мешка, а всего 480 *кг*. Все мешки с картофелем были одинакового веса. Сколько килограммов картофеля сняли с каждого участка?» можно условие оформить графически (рис. 21).

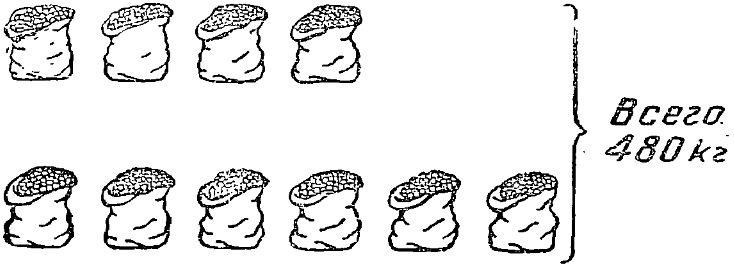

Рис. 21.

Задачу «Пароход шел 3 часа до остановки и 5 часов после остановки. Всего он прошел 240 *км*. Какое расстояние пароход прошел до и после остановки в отдельности, если он шел все время с одинаковой скоростью?» можно иллюстрировать так, как это показано на рисунке 22.

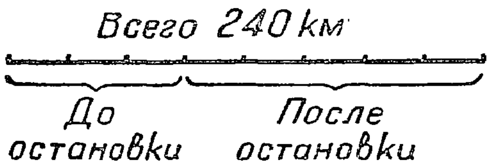

Рис. 22.

В процессе решения задачи чертеж используется для выяснения каждого действия (действий 3 час. + 5 час. = 8 час.; 240 *км* : 8 = 30 *км* и т. д.), при этом чертеж дополняется нанесением на него некоторых из полученных результатов действий. Так, после нахождения скорости парохода полученное число (30 *км*) обозначается на чертеже над каждым отрезком, изображающим путь, пройденный пароходом в час. Это поможет детям лучше понять последующие действия (30 *км* $\times$ 3 и 30 *км* $\times$ 5). (Подобным образом используется рисунок к приведенной выше задаче про уборку картофеля.)

При рассмотрении задач на пропорциональное деление полезно разъяснить детям, что в жизни часто приходится решать такие задачи, например: рабочим одной бригады приходится распределять между собою полученную зарплату по количеству рабочего времени или количеству работы, выполненной каждым рабочим; жильцам одной квартиры приходится распределять плату за электросвет по количеству лампочек и т. п. Полезно также обратиться к опыту детей, чтобы выяснить, не приходилось ли им самим или их родным решать подобные задачи.

Возьмем 2 задачи:

«Две школы получили вместе 2 000 тетрадей. В первой школе было 160 учащихся, во второй — 240. Сколько тетрадей должна получить каждая школа?»

«Две школы получили вместе 2 000 тетрадей и разделили их между собою по количеству учащихся. В первой школе было 160 учащихся, во второй — 240. Сколько тетрадей должна получить каждая школа?»

Как видно, в первой из данных задач не указано, что тетради были разделены между школами по количеству учащихся. Вторая задача содержит такое указание. Благодаря этому, вторая задача в большей мере, чем первая, подготовляет детей к усвоению в дальнейшем понятия о пропорциональном делении.

При решении данного вида задач на пропорциональное деление полезно применять аналитико-синтетический разбор. Так, при разборе приведенных выше задач про распределение тетрадей между школами следует сначала выяснить, можно ли сразу узнать, сколько тетрадей должна получить каждая школа (нет, потому что мы не знаем, сколько тетрадей приходилось на одного учащегося), можно ли сразу узнать, сколько тетрадей приходилось на одного учащегося (нет, потому что мы не знаем, сколько учащихся было в обеих школах). После этого переходят к составлению плана решения (чтó нужно сначала узнать, чтó потом и т. д.).

При решении рассматриваемого типа задач некоторые учащиеся обнаруживают непонимание смысла главного вопроса. Это выражается в том, что после нахождения искомых чисел они иногда продолжают решение задачи, ища ответа на главный вопрос, как он сформулирован в условии. Так, при решении приведенной выше задачи про 2 хозяек некоторые учащиеся, узнав, сколько рублей уплатила первая хозяйка и сколько уплатила вторая, считают решение задачи незаконченным и пытаются еще узнать, «сколько рублей должна уплатить *каждая* хозяйка?». Зная по опыту, что последний вопрос плана решения совпадает с главным вопросом задачи, эти учащиеся, не понимая, что, узнав, сколько рублей уплатила *первая* хозяйка и сколько *вторая,* они тем самым узнали, сколько рублей внесла *каждая* хозяйка, — используют главный вопрос задачи в качестве последнего вопроса плана.

Чтобы избежать таких ошибок, следует при работе над условием тщательно выяснять, сколько чисел должно получиться в ответе, на какие два вопроса разбивается главный вопрос.

После того как способ решения данного вида задач осознан учащимися, следует постепенно усложнять эти задачи, вводя в их условия вначале небольшие изменения, а затем — в IV классе — более существенные.

Усложнение первого вида задач на пропорциональное деление может, помимо увеличения количества искомых чисел, сводиться:

а) к изменению главного вопроса,

б) к такого рода изменению условия, чтобы множители или сумма произведений не были даны в готовом виде.

Возьмем задачи:

«Два землекопа получили за рытье канавы 200 руб. Первый землекоп вырыл 22 *м* канавы, а второй — 18 *м*. На сколько рублей первый землекоп должен получить больше второго?»

«Два землекопа получили за рытье канавы 200 руб. Один землекоп вырыл 22 *м* канавы, а другой — на 4 *м* меньше. Сколько денег должен получить каждый землекоп?»

«Два землекопа получили 500 руб. за рытье канавы. $^3/_5$ этих денег они уплатили за питание, а остальные деньги разделили между собою по количеству метров канавы, вырытых каждым из них. Сколько рублей получил каждый землекоп, если первый вырыл 22 *м*, а второй 18 *м*?

В первой из этих задач вместо обычного вопроса «Сколько рублей получил каждый землекоп?» поставлен вопрос «На сколько рублей первый землекоп должен получить больше второго?». В следующей задаче второй множитель (количество метров канавы, вырытых вторым землекопом) не дан в готовом виде, вследствие чего требуется дополнительное действие для его нахождения (22 *м* — 4 *м* = 18 *м*). В третьей задаче для нахождения «скрытой» суммы произведения требуется 3 дополнительных действия, а именно:

1) 500 руб. : 5 = 100 руб.
2) 100 руб. × 3 = 300 руб.
3) 500 руб. — 300 руб. = 200 руб.

Более легкие задачи данного типа решаются в III классе, более трудные — в IV классе. Здесь, в частности, уместно решать задачи, в которых требуется деление пропорционально не одному, а двум рядам чисел, например:

«2 землекопа вместе вырыли канаву длиною в 166 *м*. Первый землекоп работал 6 дней по 8 часов, а второй — 5 дней по

7 часов. Сколько метров канавы вырыл каждый землекоп, если они работали с одинаковой производительностью?»

Первый вид задач на пропорциональное деление находит широкое применение в жизни. Необходимо поэтому уделить достаточно внимания решению этих задач, при этом следует добиваться, чтобы учащиеся умели не только решать готовые задачи, но и составлять такие задачи, например:

«Составить задачу, в которой требовалось бы распределить плату за электрический свет по количеству лампочек между двумя жильцами одной квартиры».

«Составить задачу, в которой требовалось бы разделить букварн между двумя школами по количеству первых классов».

Составление и решение подобных задач поможет учащимся понять, пусть в весьма элементарной форме, сущность пропорционального деления. Речь идет, разумеется, не об усвоении терминологии, явно непосильной для учащихся начальной школы, а о получении ими первоначального понятия о пропорциональном делении.

Задачи на нахождение чисел по сумме и отношению, решаемые способом частей

Существенные изменения в способ решения первого вида задач на пропорциональное деление вносит деление пропорционально условным единицам (частям).

Возьмем задачи:

«Летчик пролетел с одинаковой скоростью 2 700 *км* в 2 дня. В первый день он был в полете 6 час, а во второй день — 3 часа. Сколько километров летчик пролетел в каждый из этих 2 дней, если он все время летел с одинаковой скоростью?»

«Летчик пролетел 2 700 *км* в 2 дня. В первый день он пролетел в 2 раза большее расстояние, чем во второй. Сколько километров летчик пролетел в каждый из этих 2 дней?»

В то время как в первой задаче путь, покрытый самолетом в 2 дня, делится пропорционально количеству летных часов, во второй задаче этот путь приходится *делить пропорционально* условным единицам (частям).

Деление пропорционально частям обычно затрудняет учащихся. Чтобы облегчить им понимание способа решения таких задач, полезно решать с ними подготовительные прямые задачи, например:

«Две хозяйки вместе купили мешок яблок и разделили его между собой так, что первой досталась 1 часть, а второй — 3 таких части. Сколько килограммов яблок получила вторая хозяйка, если первая получила 15 *кг*?»

«Для приготовления бетона берут 1 часть цемента, 2 части песку и 4 части щебня. Сколько песку и сколько щебня употребили на приготовление бетона, если цемента взяли 60 *кг*?»

Решение таких задач может существенно облегчить детям решение соответствующих задач на пропорциональное деление.

В задачах на деление пропорционально частям многих учащихся затрудняет определение количества частей, которое приходится на каждое из искомых чисел. Им неясно самое понятие о части. Для преодоления этих затруднений полезно первые задачи данного вида формулировать так, чтобы в них было указано количество частей, приходящихся на искомые числа, например:

«Два мальчика собрали в лесу 60 орехов и разделили их между собою так, что одному досталась 1 часть орехов, а другому — 2 таких части. Сколько орехов досталось каждому мальчику?»

«Две девочки нашли в лесу 36 белых грибов и разделили их между собой так, что одной досталась 1 часть грибов, а другой — 3 таких части. Сколько грибов досталось каждой девочке?»

Благодаря тому, что в этих задачах указано количество частей, которое приходится на искомые числа, решение их не представляет особых затруднений. Приведем образец решения первой из этих задач:

1) На сколько равных частей мальчики разделили собранные орехи?

$$1 \text{ часть} + 2 \text{ части} = 3 \text{ части}.$$

2) Сколько орехов досталось первому мальчику?

$$60 \text{ орехов} : 3 = 20 \text{ орехов}.$$

3) Сколько орехов досталось второму мальчику?

$$20 \text{ орехов} \times 2 = 40 \text{ орехов}.$$

При решении этой задачи, как и следующей за нею, выясняется, во сколько раз одно из искомых чисел больше другого; во сколько раз второй мальчик получил больше орехов, чем первый; во сколько раз вторая девочка получила больше грибов, чем первая. Подобные вопросы полезны для подготовки учащихся к решению задач данного вида, в которых отношение между искомыми числами выражено отвлеченным числом, например:

«Две девочки набрали у реки 48 цветных камешков и разделили их между собой так, что одной досталось в 2 раза больше камешков, чем другой. Сколько камешков досталось каждой девочке?»

«900 тетрадей нужно разделить между двумя школами так, чтобы одной досталось в 4 раза больше тетрадей, чем другой. Сколько тетрадей должна получить каждая школа?»

После решения приведенных выше подготовительных задач учащимся нетрудно будет при решении последних задач определить, сколько частей приходится на каждое из искомых чисел.

При введении задач на деление пропорционально частям полезны практические упражнения, например:

«Разделить 12 карандашей между Колей и Ваней так, чтобы Коле досталось в 2 раза больше карандашей, чем Ване. Сколько карандашей получит каждый?»

«20 тетрадей нужно разделить между Игорем и Володей так, чтобы Володя получил в 3 раза больше тетрадей, чем Игорь. Сколько тетрадей получит каждый?»

При выполнении этих упражнений следует четко выяснить, на сколько равных частей нужно делить данные предметы, например: при распределении карандашей следует выяснить, что Ване нужно дать 1 часть, а Коле 2 таких части. Итак, карандаши нужно делить на 3 равные части.

При решении задачи «Грузовик прошел в 2 дня 1 000 *км*. Во второй день он прошел в 4 раза больше, чем в первый. Сколько километров прошел он в каждый из этих двух дней?» можно применить графическую иллюстрацию (рис. 23).

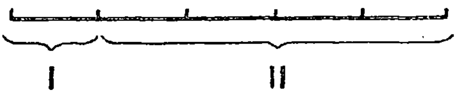

Рис. 23.

Чертеж поможет детям понять, почему нужно к 1 части прибавить 4 таких части, почему нужно 1 000 *км* делить на 5 и т. д.

При решении данного вида задач может также оказаться полезным деление на части отрезков прямой линии, тесемок, полосок бумаги и т. п. Так, можно предложить детям разделить (разрезать) полоску бумаги или картона на 2 куска так, чтобы один кусок был в 3 раза длиннее другого.

Приведем выдержку из записи урока в IV классе:

«Учитель. — У рабочего были медные пластинки вот какого размера (учитель показывает полоски бумаги). Измерь, Коля, длину пластинки.

— 19 *см* 2 *мм*.

— Итак, у рабочего были медные пластинки, каждая длиною в 19 *см* 2 *мм*. Ему нужно каждую пластинку разрезать на 2 таких куска, чтобы один из них был в 3 раза длиннее другого. Какой длины получится каждый кусок? Кто может повторить задачу? (учащиеся повторяют).

— Вместо медных пластинок я раздам вам полоски бумаги, каждому по одной полоске (дежурные раздают полоски). Вам нужно будет делить каждую полоску на 2 куска так, чтобы один кусок был в 3 раза длиннее другого. Как выполнить это задание? На сколько равных частей нужно делить каждую полоску?

— Нужно полоску делить на 4 равные части.

— Объясни, почему ты так думаешь?

— Потому что должно получиться 2 куска. Второй кусок будет составлять 1 часть, а первый — 3 таких части, а всего 4 части.

— А как делить полоску на 4 равные части?

— Нужно согнуть ее вдвое, затем еще вдвое, и получатся 4 равные части.

— Делите каждый свою полоску на 4 равные части. В том месте, где нужно будет разрезать полоску, вы хорошенько расправьте ее и оторвите (учащиеся выполняют задание).

— Покажите меньший кусок (учащиеся показывают).

— Хорошо. Теперь покажите больший кусок (учащиеся показывают).

— Во сколько раз один кусок длиннее другого?

— Один кусок в 3 раза длиннее другого.

— Как узнать, какой длины меньший кусок.

— Нужно 19 *см* 2 *мм* разделить на 4.

— А как узнать длину большего куска?

— Длину меньшего куска нужно умножить на 3.

— Теперь достаньте тетради. Запишите сегодняшнее число, а затем напишите: задача № 1. Нужно будет наклеить на страницу тетради оба куска, на какие каждый из вас разделил свою полоску, сначала приклейте меньший кусок, затем пропустите одну клетку вниз и приклейте больший кусок (учащиеся выполняют задание). Под полосками запишем решение задачи. Что мы сначала узнавали?

— На сколько равных частей нужно разделить пластинку. Для этого нужно к 1 части прибавить 3 части, получилось 4 части».

Так объясняются и остальные действия, после чего учащиеся записывают их в своих тетрадях. Затем полоски измеряются детьми для проверки правильности решения.

После решения задачи была подобным образом решена более сложная задача данного вида: «У рабочего были медные пластинки. Длина каждой пластинки (дети измерили ее) 22 *см* 4 *мм*. Рабочему нужно каждую пластинку разрезать на 3 куска так, чтобы первый кусок был в 2 раза длиннее третьего, а второй в 5 раз длиннее третьего. Какой длины получится каждый кусок?» Как и при решении первой задачи, учащимся были розданы бумажные полоски, которые они делили на 3 куска соответственно данным условиям, затем вклеили полученные куски в свои тетради и под ними записали решение задачи.

Пониманию способа решения задач на деление пропорционально частям может способствовать применение диаграмм, которое особенно уместно, когда количество искомых чисел больше двух и когда вследствие этого учащимся трудно определить количество частей, приходящееся на каждое из искомых чисел.

Приведем пример из школьной практики. В IV классе решали задачу:

«Совхоз засеял 852 *га* овощей: свеклы в 2 раза больше, чем моркови, а огурцов в 6 раз больше, чем свеклы. Сколько гектаров каждых овощей в отдельности засеял совхоз?»

Учащимся трудно было установить, какое количество частей приходится на каждый род овощей. Эти затруднения отпали, когда соотношение между количеством различных овощей было изображено в виде диаграммы (рис. 24).

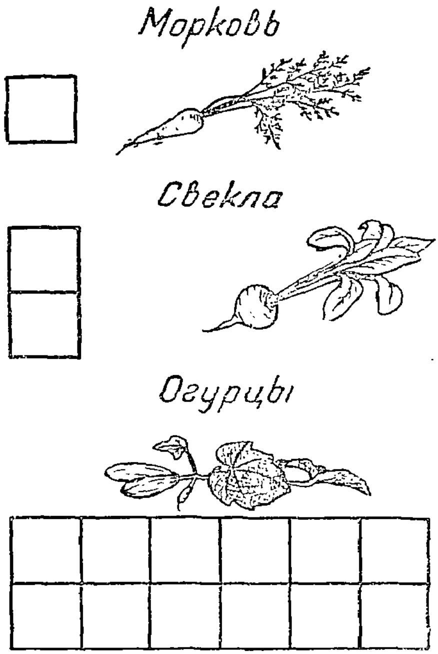

Рис. 24.

При решении подобных задач следует рекомендовать детям сначала установить, какое из искомых чисел наименьшее, это число принять равным одной части, а затем определить, скольким частям равны остальные искомые числа.

В задачах, решаемых способом частей, в школьной практике при нахождении суммы частей обычно вопрос формулируют так: «Сколько всего частей?» Такая формулировка этого вопроса не может быть признана в достаточной мере удовлетворительной. Формулировка данного вопроса получается более точной тогда, когда в нем указывается, какое из искомых чисел принимается за 1 часть, например (берем последнюю задачу): скольким частям равна вся засеянная площадь, если принять за 1 часть площадь, засеянную морковью?

Задачи данного типа, в которых требуется нахождение двух чисел, решаются в III классе, более трудные — в IV классе.

В IV классе полезно также решать задачи данного типа, выраженные в общей форме, например:

«Сумма двух чисел 120. Одно из них больше другого в 4 раза. Найти эти числа».

«Сумма двух чисел 80, а их частное 3. Найти эти числа».

Первый вид задач на нахождение неизвестного по разности двух величин

Подготовке учащихся к решению первого вида задач на нахождение неизвестного по разности двух величин может способствовать решение облегченных задач данного вида, которые могут вводиться начиная со II класса. Приведем образец такой задачи:

«Один мальчик купил 4 тетради, а другой — 7 таких тетрадей. Второй мальчик уплатил на 60 коп. больше первого. Сколько копеек стоит тетрадь?»

Первый вид задач на нахождение неизвестного по разности двух величин как бы является усложнением соответствующего вида задач на простое тройное правило и на пропорциональное деление. Задачам на нахождение неизвестного по разности двух величин должны поэтому предшествовать соответствующие задачи на простое тройное правило и на пропорциональное деление. Так, задаче:

№ 1. «Куплено 2 куска одинаковой ткани в 8 *м* и в 5 *м*. За первый кусок уплачено на 120 руб. больше, чем за второй. Сколько рублей стоит каждый кусок ткани?»

полезно предпослать задачи:

№ 2. «13 *м* ткани стоят 520 руб. Сколько нужно уплатить за 5 *м* такой ткани? за 8 *м*?»

№ 3. «Куплено 2 куска одинаковой ткани в 8 *м* и в 5 *м* за 520 руб. Сколько рублей стоил каждый кусок ткани?»

Нетрудно видеть, что предварительное решение последних двух задач может облегчить усвоение способа решения первой задачи. Кроме того, сравнение третьей задачи с первой поможет детям более сознательно решать первую задачу.

При введении первого вида задач на нахождение неизвестного по разности двух величин полезно первые задачи инсценировать или иллюстрировать их условия рисунками. Так, при решении задачи:

«Один ученик купил 2 тетради, а другой — 5 таких же тетрадей. Второй ученик уплатил на 60 коп. больше первого. Сколько денег израсходовал каждый мальчик?»

можно вызвать к доске 2 детей и, дав им указанное количество тетрадей, инсценировать то, о чем рассказывается в задаче. При разборе задачи выясняется, что если бы второй ученик также купил 2 тетради, он уплатил бы столько же, сколько первый, но второй ученик купил еще 3 тетради, а потому он должен был доплатить 60 коп. Итак, 3 тетради стоят 60 коп. Теперь нетрудно узнать, сколько стоит 1 тетрадь, а, узнав это, легко узнать, сколько денег израсходовал каждый мальчик.

При решении задачи:

«Столовая получила в первый день 5 бидонов молока, а во второй день — 3 таких же бидона. В первый день столовая получила на 70 *л* молока больше, чем во второй. Сколько литров молока столовая получила в каждый из этих 2 дней?»

условие можно иллюстрировать (рис. 25).

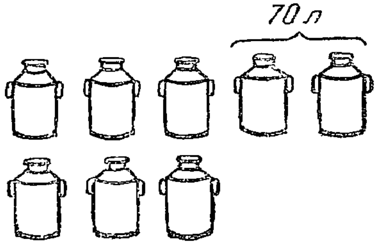

Рис. 25.

При разборе этой задачи выясняется, что во второй день столовая получила больше молока, чем в первый день, на 70 *л* или на 2 бидона. Из этого следует, что два бидона вмещают 70 *л*. Число «70 *л*» надписывается над нарисованными 2 бидонами, на какие столовая получила в первый день больше, чем во второй. Дальше узнаем, сколько литров молока было в одном бидоне, а затем, сколько литров молока столовая получила в каждый день.

Задачу «В первый день летчик был в полете 4 часа, а во второй день 6 часов и летел все время с одинаковой скоростью. Во второй день летчик пролетел на 500 *км* больше, чем в первый. Какое расстояние пролетел он в каждый из этих двух дней?» можно иллюстрировать графически (см. рис. 26).

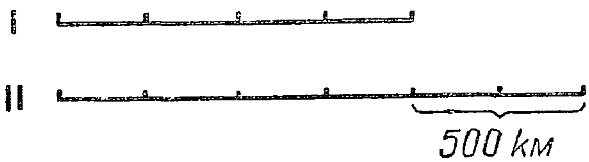

Рис. 26.

Нечего распространяться о том, что применение подобных иллюстраций содействует лучшему осознанию детьми способа решения задач данного типа.

В рассматриваемых задачах первый вопрос плана может быть сформулирован двояко. Возьмем предпоследнюю задачу. При ее решении первый вопрос плана может быть изложен так:

1) На сколько бидонов молока столовая получила в первый день больше, чем во второй?

Или:

1) Во скольких бидонах было 70 *л* молока?

Вторая формулировка помогает детям в постановке следующего вопроса плана («Сколько литров молока было в одном бидоне?»). При решении данного вида задач полезно, чтобы устно учащиеся двояко формулировали первый вопрос плана, а в тетрадях записывали одну из приведенных выше формулировок.

После усвоения детьми способа решения рассматриваемого вида задач полезно их постепенно усложнять, вводя в них вначале небольшие изменения, а затем — в IV классе — более существенные.

В III классе усложнение данного вида задач может состоять в увеличении количества искомых чисел либо в изменении главного вопроса задачи, например:

«Автомашина была в пути 3 дня. В первый день она была в движении 10 часов, во второй день — 12 часов и в третий день — 7 часов. В первый день машина прошла на 120 *км* больше, чем в третий. Сколько километров машина прошла в каждый день, если она все время двигалась с одинаковой скоростью?»

«Пароход был в движении один день — 18 часов и другой день — 20 часов. Во второй день пароход прошел на 48 *км* больше, чем в первый. Сколько километров пароход прошел в оба дня, если он шел все время с одинаковой скоростью?»

В IV классе усложнение данного вида задач может состоять в изменении условия так, чтобы разность произведений не была дана в готовом виде. Возьмем задачи:

«Один мальчик купил 5 перьев, а другой — 9. Сколько копеек стоило перо, если второй мальчик уплатил на 20 коп. больше первого?»

«Мальчик рассчитал, что если он купит 5 перьев, то у него останется 8 коп., а если купить 9 перьев, то ему нехватит 12 коп. Сколько копеек стоило перо?»

Как видно, в первой задаче прямо указано, на сколько *9 перьев стоят больше, чем 5 перьев*. Во второй же задаче приходится это узнавать путем сложения 8 коп. и 12 коп. Этим способ решения второй задачи отличается от первой. В остальном способ решения этих задач полностью совпадает.

Рассмотрим еще одну задачу.

«В литейном цехе рассчитали, что если из имеющегося чугуна отлить 75 котлов, то останется 300 *кг* чугуна, а если отлить 67 таких же котлов, то останется 748 *кг*. Сколько килограммов чугуна было в цехе?»

В этой задаче не дано в готовом виде, на сколько 75 котлов тяжелее 67 котлов. Эту задачу приходится решать так:

1. На сколько 75 котлов тяжелее 67 котлов?

$$748\ кг - 300\ кг = 448\ кг.$$

2. Сколько котлов весили 448 *кг*?

$$75\ котлов - 67\ котлов = 8\ котлов.$$

3. Сколько килограммов весил каждый котел?

$$448\ кг : 8 = 56\ кг.$$

4. Сколько килограммов весили 75 котлов?

$$56\ кг \times 75 = 4\,200\ кг.$$

5. Сколько килограммов чугуна было в цехе?

$$4\,200\ кг + 300\ кг = 4\,500\ кг.$$

Задачи на нахождение чисел по разности и отношению, решаемые способом частей

Первый вид задач на нахождение неизвестного по разности двух величин, так же как и задачи соответствующего вида на пропорциональное деление, могут иногда быть усложнены так, чтобы при их решении требовалось деление пропорционально условным единицам — частям. Эти задачи серьезно затрудняют многих учащихся. Чтобы облегчить детям понимание этих задач, полезно при их введении применять те методические приемы, какие были указаны выше при рассмотрении аналогичных задач на нахождение чисел по сумме и отношению. Полезно также сравнивать эти виды задач между собой, подбирая для этого задачи с близким содержанием, например:

«Два мальчика купили вместе 24 марки и разделили их между собою так, что одному досталась 1 часть марок, а другому 3 таких части. Сколько марок досталось каждому мальчику?»

«Две девочки купили вместе несколько перьев и разделили их *между собой так, что одной досталась 1 часть перьев*, а другой 3 таких части. Сколько перьев досталось каждой девочке, если вторая получила на 24 пера больше, чем первая?»

В беседе с детьми выясняется, почему в первой задаче нужно к 3 частям прибавить 1 часть, а во второй задаче от 3 частей отнять 1 часть, далее, почему в первой задаче нужно 24 делить на 4, а во второй задаче нужно 24 делить на 2.

Подобным образом проводится сравнение нескольких пар задач указанных видов, например:

«За 2 года завод выпустил 300 паровозов; во второй год в 4 раза больше, чем в первый. Сколько паровозов завод выпустил в первый год и сколько во второй год?»

«Во второй день фабрика выпустила в 4 раза больше кусков полотна, чем в первый день. Сколько кусков полотна фабрика выпустила в каждый из этих 2 дней, если во второй день выпущено на 300 кусков больше, чем в первый?»

Второй вид задач на простое тройное правило

(задачи, решаемые обратным приведением к единице)

Данный тип задач включает 2 случая деления (деление на части и деление по содержанию). Более легкие задачи этого типа могут поэтому быть введены во II классе после того, как дети научатся хорошо решать задачи на указанные случаи деления.

Второму виду задач на простое тройное правило, как и первому, полезно предпосылать подготовительные простые задачи, решая рядом простую задачу и соответствующую составную, например:

«Мяч стоит 8 руб. Сколько таких мячей можно купить на 24 руб.?»

«За 5 лопат заплатили 15 руб. Сколько таких лопат можно купить на 24 руб.?»

При разборе второй задачи перед детьми ставится вопрос, почему в первой задаче можно сразу узнать то, о чем спрашивается в задаче, а во второй задаче сразу нельзя это узнать. После этого выясняется, чтó нужно сначала узнавать во второй задаче, и т. д.

Второго вида задачи на простое тройное правило, как и первого, полезно располагать небольшими однородными, по входящим в них величинам, группами, например:

«За 4 конверта заплатили 20 коп. Сколько таких конвертов можно купить на 35 коп.?»

«За 3 *кг* крупы заплатили 12 руб. Сколько килограммов такой крупы можно купить на 28 руб.?»

«На 4 ящика пошло 8 *м* досок. Сколько таких ящиков можно сделать из 14 *м* досок?»

«На 3 халата пошло 9 *м* материи. Сколько халатов можно сшить из 15 *м* такой материи?»

При решении некоторых задач данного типа полезно применить графические иллюстрации. Так, последнюю задачу можно графически иллюстрировать так, как это показано на рисунке 27.

В процессе решения этой задачи, при выполнении первого действия, первый из двух отрезков делится на 3 равные части, полученная часть (3 *м*) откладывается затем на втором отрезке, чтобы узнать, сколько раз она уложится на нем (сколько раз 3 *м* содержится в 15 *м*).

По мере усвоения учениками способа решения данного вида задач следует их постепенно усложнять так, чтобы для их решения требовалось больше двух действий. Решение усложненных задач данного вида уместно не ранее третьего года обучения.

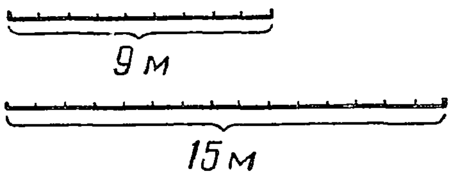

Рис. 27.

Приведем образцы таких задач:

«Хозяйка купила 3 *м* ткани за 60 руб. Сколько метров такой ткани она может купить на остальные свои деньги, если до покупки у нее было 100 руб.»

«Пароход прошел 160 *км* в 8 часов, после чего ему еще осталось пройти 100 *км*. Во сколько времени пароход пройдет весь путь, если будет все время итти с одинаковой скоростью?»

«У швейной артели было 5 кусков сукна по 42 *м* в каждом. Из 96 *м* этого сукна сшили 32 одинаковых костюма. Сколько таких костюмов выйдет из остального сукна?»

Второй вид задач на пропорциональное деление

Второй вид задач на пропорциональное деление как бы является усложнением второго вида задач на простое тройное правило. Поэтому решение последних задач, которое вводится начиная со II класса, является подготовительной ступенью к решению данного вида задач на пропорциональное деление.

Подготовке учащихся к решению этих задач может также способствовать предварительное — начиная со II класса — решение облегченных задач данного типа в 2—3 действия, например:

«Две девочки вместе купили кусок ленты в 10 *м*. Одна девочка дала за эту покупку 8 руб., а другая — 12 руб. Сколько стоил метр ленты?»

«В течение 2 дней велосипедист был в движении 7 часов и ехал с одинаковой скоростью. В первый день он проехал 56 *км*, а во второй день — 42 *км*. Сколько километров велосипедист проезжал в час?»

При введении второго вида задач на пропорциональное деление полезно первые задачи иллюстрировать реальными предметами, рисунками или инсценировать.

Приведем выдержку из записи урока, на котором проводилось объяснение данного вида задач:

«*Учитель*.— Слушайте внимательно задачу.

«Два мальчика вместе купили 10 художественных открыток. Один мальчик дал на эту покупку 14 руб., а другой — 6 руб. Сколько открыток должен получить каждый мальчик?»

После выяснения смысла слов «художественные открытки», что сопровождалось показом таких открыток, учащиеся. по заданию учителя, повторили условие.

В последовавшей беседе учитель разъяснил детям, что открытки, должно быть, продавались только десятками, что мальчики купили вскладчину десяток открыток и должны были разделить их между собою «по деньгам».

Затем учитель сказал: — Дети, чтобы вам понятнее была задача, я вызову к доске 2 мальчиков. Они как бы будут теми покупателями, о которых рассказывается в задаче.

Этим мальчикам была дана пачка в 10 художественных открыток и затем им были предложены вопросы:

— Что вы вместе купили?
— Сколько рублей ты дал на эту покупку?
— А сколько рублей ты дал на эту покупку?
— Что вам нужно сосчитать?»

При решении некоторых задач данного типа может оказаться полезным применение графических иллюстраций. Так, задачу «Пешеход прошел до остановки 8 *км*, а после остановки 12 *км* и шел все время с одинаковой скоростью. Всего он был в движении 5 часов. Сколько часов пешеход был в движении до и после остановки в отдельности?» можно графически иллюстрировать так, как показано на рисунке 28.

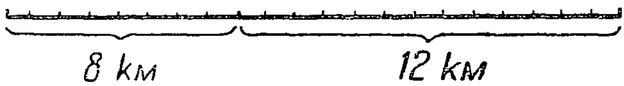

Рис. 28.

В процессе решения задачи после нахождения длины всего пути, пройденного пешеходом, отрезок прямой делится на 5 равных частей. Затем определяется, сколько раз полученные 4 *км* содержатся в 8 *км* и в 12 *км*.

После усвоения учащимися способа решения второго вида задач на пропорциональное деление эти задачи постепенно усложняются. Последнее достигается преимущественно а) путем увеличения количества чисел, пропорционально которым приходится делить данное число, б) путем изменения главного вопроса задачи и в) путем «скрытия» некоторых данных задачи.

Приведем образцы усложненных задач данного вида:

«На постройку дома доставлено 3 ящика гвоздей одного сорта, всего 90 *кг*. Первый ящик стоил 280 руб., второй — 300 рублей и третий — 320 руб. Сколько килограммов гвоздей было в каждом ящике?»

«В ларьке за два дня продано 120 кусков мыла одного сорта. В первый день от продажи мыла выручили 280 руб., во второй день — 200 руб. На сколько кусков мыла продано в первый день больше, чем во второй?»

«Две швейных артели получили вместе заказ на пошивку 300 одинаковых пальто. Первая артель получила для этого 480 *м* сукна, вторая на 60 *м* меньше. Сколько пальто сшила каждая артель?»

Как видно, первая задача усложнена тем, что в ней ищутся 3 числа, во второй задаче изменен главный вопрос, в третьей задаче «скрыто» одно из произведений.

Второй вид задач на нахождение неизвестного по разности двух величин

Подготовке детей к данному виду задач могут способствовать облегченные задачи в 2 действия. Приведем образец такой задачи:

«Один покупатель купил помидоров на 45 руб., другой купил таких же помидоров на 30 руб. Сколько рублей стоил килограмм помидоров, если первый купил на 3 *кг* больше, чем второй?»

Подобные задачи, решаемые во II и III классах, могут служить хорошей подготовкой к решению рассматриваемого вида задач на нахождение неизвестного по разности двух величин.

Этой цели может также способствовать решение второго вида задач на простое тройное правило и на пропорциональное деление, например:

«2 рыболовных крючка стоят 10 коп. Сколько таких крючков можно купить на 35 коп?»

«Один мальчик купил 12 рыболовных крючков для себя и для своего товарища. За свои крючки мальчик заплатил 35 коп., а за крючки, купленные для товарища,— 25 коп. Сколько крючков мальчик купил для себя и для товарища в отдельности?»

Решение таких задач может помочь детям лучше понять способ решения задач на нахождение неизвестного по разности двух величин, например:

«Мальчик купил рыболовных крючков для себя на 35 коп., а для товарища на 25 коп. Для себя он купил на 2 крючка больше, чем для товарища. Сколько крючков мальчик купил для себя и для товарища в отдельности?»

При разборе последней задачи выясняется, что если б мальчик купил для себя столько же крючков, как и для товарища, он уплатил бы за свои крючки столько же, сколько за крючки, которые он купил для товарища. Но мальчик купил для себя на 2 крючка больше, а потому он должен был доплатить 10 коп. (35 коп. — 25 коп. = 10 коп.).

Из этого следует, что 2 крючка стоят 10 коп., а 1 крючок 5 коп. Теперь нетрудно решить главный вопрос задачи.

При объяснении последней задачи также полезно, сравнивая ее с предыдущей, поставить перед детьми вопрос, почему при решении последней задачи мы в первом действии из 35 коп. вычитаем 25 коп., тогда как при решении предшествующей задачи мы в первом действии к 35 коп. прибавляем 25 коп.

Последнюю задачу, кроме того, полезно иллюстрировать реальными предметами или рисунками для того, чтобы учащиеся ясно представили себе ее содержание.

При решении задачи «Пешеход прошел в первый день 12 *км*, а во второй день 20 *км* и шел все время с одинаковой скоростью. Во второй день он шел на 2 часа больше, чем в первый. Сколько часов пешеход шел каждый день?» можно применить графическую иллюстрацию (рис. 29).

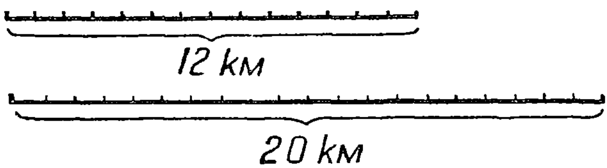

Рис. 29.

В процессе решения задачи после выполнения первого действия на втором отрезке прямой отделяется часть, равная разности обоих отрезков. Эта разность (8 *км*) делится на 2 равные части. Получается 4 *км*. Затем первый отрезок разбивается на части по 4 *км*, чтобы узнать, сколько раз 4 *км* содержится в 12 *км* (или сколько часов пешеход шел в первый день). Время движения пешехода во второй день определяется путем деления 20 *км* по 4 *км* или путем прибавления 2 часов к 3 часам, что можно особенно наглядно показать на чертеже.

По мере усвоения учащимися способа решения второго вида задач на нахождение неизвестного по разности двух величин следует их постепенно усложнять путем увеличения количества искомых чисел, изменения главного вопроса задачи или «скрытия» некоторых данных, например:

«В три детских дома доставлены одинаковые кровати: в один дом на 1 200 руб., в другой — на 960 руб. и в третий — на 560 руб. Во второй детский дом доставлено на 5 кроватей больше, чем в третий. Сколько кроватей доставлено в каждый детский дом?»

«Моторная лодка, двигаясь с одинаковой скоростью, прошла в первый день 450 *км*, а во второй день — 360 *км*. В первый день она была в движении на 3 часа больше, чем во второй. *Сколько всего часов лодка была в движении в течение этих 2 дней?*»

«Поезд, двигаясь с одинаковой скоростью, прошел в первый день 640 *км*, а во второй день на 160 *км* меньше. В первый день поезд был в движении на 2 часа больше, чем во второй. Сколько часов поезд был в движении в каждый из этих 2 дней?»

Как видно, первая задача усложнена путем увеличения количества искомых чисел, вторая — путем изменения главного вопроса, а третья — путем «скрытия» одного из произведений.

Третий вид задач на простое тройное правило (задачи, решаемые способом отношений)

Способ отношений приходится применять при решении таких задач на простое тройное правило, которые в пределе целых чисел не могут быть решены приведением к единице потому, что при их решении деление не может быть выполнено нацело, например:

«Грузовик прошел в 3 часа 130 *км*. Сколько километров он пройдет при такой скорости в 12 часов?»

Задачи на простое тройное правило, решаемые способом отношений, нелегко даются учащимся, вследствие чего требуется тщательная подготовка детей к решению этих задач, четкое объяснение способа их решения.

Так как при решении данного вида задач приходится узнавать, сколько раз одно число содержится в другом или во сколько раз одно число больше другого, то для подготовки учащихся полезны примерно такие подготовительные упражнения:

«Сколько раз 3 *кг* содержатся в 12 *кг*? Сколько раз 4 *м* содержатся в 40 *м*?»

«Во сколько раз 45 больше 15? Во сколько раз 60 *кг* больше 12 *кг*? Во сколько раз 56 *м* больше 4 *м*? и т. д.

Полезны также подготовительные задачи, например:

«Мальчик купил 10 яблок. Сколько раз по 2 яблока он купил?»

«Хозяйка купила 12 *м* ткани. Сколько раз по 3 *м* ткани она купила?» И т. д.

Чтобы дети лучше поняли способ решения рассматриваемого вида задач, полезно первой задаче данного вида предпослать близкую по содержанию задачу, решаемую приведением к единице, например:

«2 пера стоят 10 коп. Сколько нужно уплатить за 9 таких перьев?» (Задача решается приведением к единице.)

«2 пера стоят 7 коп. Сколько нужно уплатить за 10 таких перьев?» (Задача решается способом отношений.)

При разборе второй задачи выясняется, что ее нельзя решить способом приведения к единице, так как 7 коп. не делятся на 2 нацело, после чего переходят к выяснению нового способа решения таких задач.

Первые задачи на простое тройное правило, решаемые способом отношений, полезно иллюстрировать реальными предметами, а затем рисунками, лишь постепенно переходя к решению данного вида задач без применения наглядности, при этом следует вначале брать задачи с более знакомыми детям величинами, а затем — с менее знакомыми.

В нашем опыте в этом плане вначале (на первом уроке) решались задачи про куплю-продажу, а затем (на втором уроке) задачи с другими, менее знакомыми детям величинами (скорость — время — путь, расход муки — количество выпеченного хлеба и др.).

На первом уроке при решении задачи «2 пера стоят 7 коп. Сколько нужно уплатить за 10 таких перьев?» вызванный ученик, изображавший покупателя перьев, разложил данные ему 10 перьев парами, по 2. Затем в беседе было выяснено, что так как мальчик купил 5 раз по 2 пера, он должен был уплатить 5 раз по 7 коп., или 35 коп.

Рис. 30.

При разборе следующей задачи «Хозяйка купила на рынке 27 яблок. Каждые 3 яблока она покупала по 5 руб. Сколько денег она уплатила за купленные яблоки?» детям было предложено представить себе, как яблоки были разложены на рынке для продажи. Вызванный ученик кружками изобразил на доске разложенные колхозницей яблоки (рис. 30). (Сначала были изображены лишь 2 тройки, а затем, после выполнения первого действия, были подобным образом изображены все 9 троек и под каждой тройкой яблок написано «5 руб.».)

Благодаря примененной наглядности, детям нетрудно было понять, что сначала нужно узнать, сколько раз по 3 яблока купила хозяйка, а затем, сколько денег она уплатила за купленные яблоки.

Следующую задачу «Колхозник привез на рынок 240 *кг* картофеля. Каждые 3 *кг* картофеля он продавал по 4 руб. Сколько денег выручил колхозник за весь картофель?» дети решали уже без применения наглядных пособий.

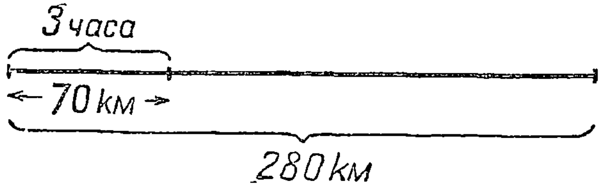

Рис. 31.

На следующем уроке при решении первой задачи данного типа на движение «Пароход прошел 70 *км* в 3 часа. Во сколько часов он может при такой скорости пройти 280 *км*?» вновь была применена наглядность (рис. 31). В процессе разбора задачи после выяснения первого вопроса чертеж был дополнен (рис. 32).

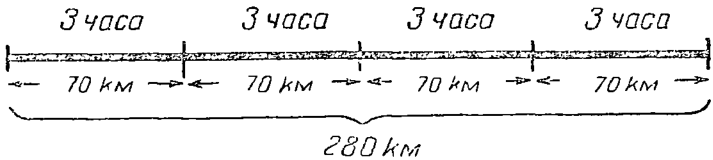

Рис. 32.

При решении следующей задачи на движение «Грузовик прошел 130 *км* в 3 часа. Во сколько часов он может при такой скорости пройти 650 *км*?» наглядность уже не применялась.

При разборе задачи про выпечку хлеба «Из 3 *кг* муки получается 4 *кг* хлеба. Сколько хлеба получится из 75 *кг* муки?» была применена подробная запись числовых данных условия:

3 *кг* муки — 4 *кг* хлеба
3 *кг* муки — 4 *кг* хлеба
3 *кг* муки — 4 *кг* хлеба
. . . .
. . . .

75 *кг* муки — X *кг* хлеба

Эта запись помогла детям понять, что сколько раз было по 3 *кг* муки, столько раз получится по 4 *кг* хлеба.

Для четкого понимания детьми особенностей рассматриваемого вида задач полезно сравнительно часто сопоставлять задачи, решаемые способом отношений, с близкими по содержанию задачами, решаемыми приведением к единице. Так, при рассмотрении приведенной выше задачи на движение парохода полезно в беседе с детьми выяснить, что при других числовых данных (например, если бы пароход проходил в 3 часа не 70 *км*, а 60 *км*) можно было бы решать эту задачу приведением к единице.

В этих целях также полезно упражнять учащихся в составлении задач, которые можно было бы и которые нельзя было бы решать приведением к единице.

Ввиду трудности третьего вида задач на простое тройное правило они вводятся в IV классе, при этом усложнение их допустимо в весьма ограниченных размерах.

Приведем образцы усложненных задач данного вида:

«Колхозник получил по трудодням 128 *кг* проса. Четвертую часть всего проса он оставил на корм курам, а из остального проса сделал пшено. Сколько пшена получилось, если из 4 *кг* проса выходит 3 *кг* пшена?»

«Из имевшегося запаса железа артель изготовила 180 ведер и 40 корыт. На 18 ведер идет столько же железа, сколько на 5 корыт. Сколько корыт могла бы артель изготовить из всего железа?»

Нечего говорить о том, что решение усложненных задач данного вида допустимо лишь после того, как учащиеся четко осознали способ решения основных задач этого вида.

Третий вид задач на пропорциональное деление

Подготовке учащихся к решению третьего вида задач на пропорциональное деление может способствовать решение соответствующих прямых задач, например:

«Чашка стоит 10 руб., а блюдце — 6 руб. Сколько денег нужно заплатить за 5 чашек и столько же блюдец?»

«Мешок картофеля весит 50 *кг*, а мешок ржи — 80 *кг*. На телегу погрузили 4 мешка картофеля и столько же мешков ржи. Сколько всего килограммов груза погрузили на телегу?»

«Лошади выдают в день 8 *кг* сена, а корове — 12 *кг*. Сколько килограммов сена требуется выдать на день для 10 лошадей и стольких же коров?»

Такие задачи, в особенности при решении их кратким способом (двумя действиями), могут существенно способствовать подготовке учащихся к решению рассматриваемого вида задач на пропорциональное деление.

Объяснение третьего вида задач на пропорциональное деление может в полной мере быть эффективным лишь при применении наглядности.

Возьмем задачу:

«Куплено одинаковое количество чашек и блюдец за 64 руб. Чашка стоит 10 руб., а блюдце — 6 руб. Сколько чашек и блюдец в отдельности куплено?»

Чтобы учащимся легче было понять способ решения этой задачи, полезно условие ее оформить графически примерно так, как указано на рисунке 33. Эту задачу полезно, кроме того, инсценировать так, чтобы кто-либо из учащихся изображал покупателя посуды.

Рис. 33.

В задачах, подобных последней, говорится о покупке одинакового количества двух товаров. Для первых задач этого рода лучше всего подобрать такие товары, которые часто покупаются в одинаковом количестве и которые можно спаривать, например: чашки и блюдца, ложки и вилки, глубокие и мелкие тарелки, лампы и абажуры, кровати и матрацы, ботинки и галоши и т. п. Решение таких задач понятнее детям, чем решение задач данного вида, в которых идет речь, скажем, о покупке двух сортов ткани, двух сортов крупы или двух сортов масла, при решении которых учащимся труднее понять, для чего нужно складывать цены товара каждого сорта.

Первые задачи данного вида иногда полезно иллюстрировать реальными предметами. Так, при решении задачи «Две девочки разделили между собою 20 карандашей так, что одной досталось столько раз по 3 карандаша, сколько другой по 2 карандаша. Сколько карандашей получила каждая девочка?» можно вызвать двух учениц, дать им 20 карандашей и предложить им разделить их между собой так, как указано в условии.

Задачи на встречное движение

Задачи на встречное движение затрудняют многих учеников. К решению этих задач требуется тщательная подготовка детей.

Для того чтобы учащиеся получили ясное представление о встречном движении, полезно, начиная с I класса, решать задачи, в которых требуется узнать путь, пройденный двумя телами, движущимися навстречу друг другу, или одним из этих тел, например:

«Два мальчика побежали навстречу друг другу. Один мальчик до встречи пробежал 60 *м*, а другой — 40 *м*. Какое расстояние было между мальчиками до бега?»

«Расстояние между 2 девочками 90 *м*. Они пошли навстречу друг другу. Первая девочка до встречи прошла 40 *м*. Сколько метров прошла до встречи вторая девочка?»

В дальнейшем, во II, а особенно в III классе, задачи этого рода усложняются так, чтобы для их решения требовалось 2—3 действия, например:

«Два мальчика побежали навстречу друг другу. Один мальчик пробежал до встречи 60 *м*, а другой на 20 *м* меньше. Какое расстояние было между мальчиками до бега?»

«Две команды лыжников вышли навстречу друг другу из двух городов. Первая команда шла до встречи 3 часа по 12 *км* в час, вторая команда до встречи шла 2 часа по 15 *км* в час. Найти расстояние между этими городами».

«Две автомашины вышли навстречу друг другу из 2 городов и встретились через 4 часа. Первая машина проходила в час по 40 *км*, а вторая — по 30 *км*. Найти расстояние между этими городами».

Подготовке учащихся к рассматриваемому виду задач на движение может также способствовать решение следующих задач:

«Двое едут друг другу навстречу. Один проезжает в час 12 *км*, а другой — 9 *км*. На сколько километров они приближаются друг другу в час?»

«Две лодки вышли одновременно навстречу друг другу из двух пристаней и встретились через 5 часов. Одна лодка проходила в час 14 *км*, другая — 10 *км*. Сколько километров каждая лодка прошла до встречи?»

Чтобы задачи на встречное движение были хорошо поняты детьми, полезно при их решении применить наглядность, инсценируя в классе встречное движение детей, изображая путь, о котором рассказывается в решаемых задачах, с помощью отрезка прямой линии на доске и т. п.

Пусть требуется решить задачу:

«Два колхозника вышли одновременно навстречу друг другу из 2 сел, расстояние между которыми 27 *км*. Один колхозник проходил в час 5 *км*, а другой 4 *км*. Через сколько часов они встретятся?»

При объяснении этой задачи можно применить чертеж (рис. 34). Еще лучше взять полоски бумаги с соответствующим количеством делений («километров»): одну с 27 делениями,

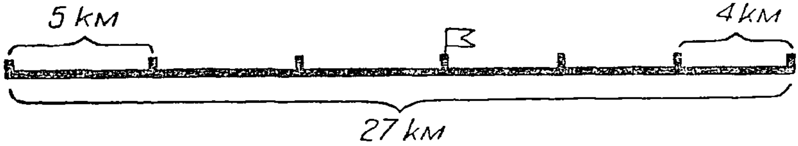

Рис. 34.

3 полоски с 5 делениями каждая и 3 полоски с 4 делениями каждая. Прикрепив длинную полоску к доске и соответствующим образом накладывая на нее меньшие полоски, можно сделать наглядным для учащихся встречное движение колхозников и тем облегчить детям решение задачи.

Возьмем задачу:

«Две артели рабочих взялись проложить железнодорожную ветку длиной в 27 *км*. Они начали работу с противоположных концов, продвигаясь навстречу друг другу. Одна артель прокладывала в неделю 5 *км* пути, другая — 4 *км*. Через сколько недель они закончат работу и встретятся друг с другом?»

Эта задача решается так же, как предыдущая, но детям легче представить себе встречное движение рабочих, чем движение пешеходов. Такие задачи поэтому целесообразно использовать при введении данного вида задач.

По аналогичным соображениям, которые подробно изложены во II главе, целесообразно также использовать в качестве подготовительной задачу, аналогичную задаче, приведенной выше, на страницах 22—23, например:

«Из 27 *м* материи сшили платья и сарафаны, тех и других поровну. На каждое платье пошло 5 *м* ткани, на каждый сарафан — 4 *м*. Сколько платьев и сарафанов в отдельности сшили?»

При решении рассматриваемого вида задач в школьной практике иногда первый вопрос плана формулируют так:

Сколько километров проходили оба пешехода (поезда, автомобиля, парохода и т. д.) в час?

Эту формулировку нельзя признать в достаточной мере удовлетворительной, так как если 2 тела движутся одновременно, каждое, положим, со скоростью 10 *км* в час, то обычно говорят, что они прошли за час 10 *км*, а не 20 *км*.

Вместо приведенной выше формулировки, лучше первый вопрос излагать так:

На сколько километров пешеходы (поезда, автомобили, пароходы и т. п.) приближаются друг к другу в час?

Чтобы детям хорошо понять смысл этого вопроса, полезно выяснить, какое расстояние было между движущимися навстречу телами через час после начала движения, через 2 часа и т. д. до встречи.

Так, при решении задачи «Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из двух мест, расстояние между которыми 50 *км*. Первый пешеход проходил в час 6 *км*, а второй — 4 *км*. Через сколько часов пешеходы встретятся?» полезно выяснить, что через час после начала движения, после того как пешеходы приблизились друг к другу на 10 *км*, между ними оставалось 40 *км*, через 2 часа после начала движения между ними оставалось 30 *км*, через 3 часа между ними оставалось 20 *км* и т. д.

Усложнение третьего вида задач на пропорциональное деление и задач на встречное движение

Усложнение названных видов задач, вводимое в IV классе, может достигаться: а) путем увеличения количества искомых чисел, б) путем изменения главного вопроса, в) путем «скрытия» некоторых данных.

Приведем образцы таких задач:

№ 1. В парке посадили одинаковое количество берез, лип и тополей, всего 180 деревьев. На каждые 5 берез приходилось 3 липы и 2 тополя. Сколько берез, лип и тополей в отдельности посадили?

№ 2. Для детского дома куплено одинаковое количество диванов и шкафов, всего на 1 500 руб. Диван стоил 260 руб., а шкаф 240 руб. На сколько за диваны уплачено больше, чем за шкафы?

№ 3. Колхоз отправил на ссыпной пункт одинаковое количество мешков пшеницы и овса, всего 700 *ц*. Мешок пшеницы весил 80 *кг*, а мешок овса на 20 *кг* меньше. Сколько мешков пшеницы и овса в отдельности отправил колхоз?

№ 4. Бассейн вмещает 600 ведер воды. В него проведены 2 трубы. Первая труба может одна наполнить бассейн в 15 минут, а вторая — в 10 минут. Во сколько минут обе трубы, действуя вместе, могут наполнить бассейн?

№ 5. В бассейн проведены 2 трубы. Через первую трубу вливается в минуту 30 ведер, через вторую — 45 ведер. Во сколько минут обе трубы, действуя вместе, могут наполнить бассейн, если первая труба может одна наполнить его в 1 час?

Задача № 1 отличается от предшествующих задач данного типа тем, что в ней ищутся 3 числа. В задаче № 2 изменена формулировка главного вопроса, в задаче № 3 «скрыто» одно из множимых, в задаче № 4, «скрыты» оба множимых, в задаче № 5 «скрыта» сумма произведений.

В приведенных выше задачах данного типа неизвестен общий множитель (общее количество товара каждого сорта, общее количество мешков пшеницы и овса, общее время работы каждой трубы). Иногда эти задачи усложняются тем, что в них ищется не общий, а 2 различных множителя, например:

№ 6. На 54 руб. куплено одинаковое количество ложек и вилок. Ложка стоит 5 руб., а вилка — 4 руб. Сколько ложек и вилок в отдельности куплено?

№ 7. На 69 руб. куплены ложки и вилки. Ложка стоит 5 руб., а вилка — 4 руб. Сколько ложек и вилок в отдельности куплено, если ложек куплено на 3 штуки больше, чем вилок?

№ 8. Два трактора вспахали 69 *га* земли. Первый трактор пахал в день по 5 *га*, второй — по 4 *га*. Сколько дней работал каждый трактор, если первый работал на 3 дня больше второго?

№ 9. 2 пешехода вышли навстречу друг другу из 2 городов, расстояние между которыми 69 *км*. Первый пешеход вышел на 3 часа раньше второго. Первый проходил в час 5 *км*, второй — 4 *км*. Через сколько часов после выхода первого пешехода они встретятся?

Как видно, в задачах № 7—9, в отличие от предшествующей задачи № 6, речь идет не об общем, а о 2 различных искомых множителях (различном количестве ложек и вилок, различном количестве рабочего времени каждого трактора, различном количестве времени движения каждого пешехода). В задачах № 7—9, таким образом, выступают два неизвестных вместо одного неизвестного в задаче № 6.

При решении задачи № 7 мы, вычислив, сколько стоят 3 ложки, вычитаем затем полученные 15 руб. из 69 руб., чтобы узнать, сколько денег стоила бы вся покупка, если бы ложек было куплено столько, сколько вилок, после чего задача № 7 сводится к задаче № 6.

Аналогично решаются задачи № 8—9.

Приведем образец решения этих задач.

Задача № 8

1) Сколько гектаров земли вспахал первый трактор в 3 дня?

$$5\ \textit{га} \times 3 = 15\ \textit{га}.$$

2) Сколько гектаров земли вспахали бы оба трактора, если бы первый работал столько же дней, сколько второй?

$$69\ \textit{га} - 15\ \textit{га} = 54\ \textit{га}.$$

3) Сколько гектаров земли вспахали оба трактора в день?

$$5\ \textit{га} + 4\ \textit{га} = 9\ \textit{га}.$$

4) Сколько дней работал второй трактор?

$$54\ \textit{га} : 9\ \textit{га} = 6\ \text{(дней)}.$$

5) Сколько дней работал первый трактор?

$$6\ \text{дней} + 3\ \text{дня} = 9\ \text{дней}.$$

Задача № 9

1) Какое расстояние прошел первый пешеход до выхода второго?

$$5\ \textit{км} \times 3 = 15\ \textit{км}.$$

2) Какое расстояние было между пешеходами в то время, когда вышел второй пешеход?

$$69\ \textit{км} - 15\ \textit{км} = 54\ \textit{км}.$$

3) На сколько километров оба пешехода приближались друг к другу в час?

$$5\ \textit{км} + 4\ \textit{км} = 9\ \textit{км}.$$

4) Сколько часов шел второй пешеход до встречи?

$$54\ \textit{км} : 9\ \textit{км} = 6\ \text{(часов)}.$$

5) Сколько часов шел первый пешеход до встречи?

$$6\ \text{часов} + 3\ \text{часа} = 9\ \text{часов}.$$

Учитывая трудность задач № 7—9, полезно их иллюстрировать. Приведем образец иллюстрации к задаче № 9 (рис. 35). Заметим, что запись «54 *км*» делается на чертеже

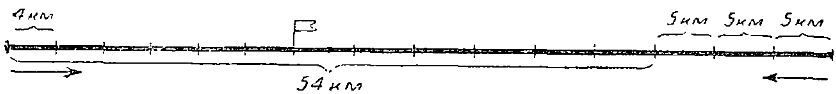

Рис. 35.

после выполнения первых 2 действий, когда становится известным, какое расстояние было между пешеходами при выходе второго пешехода.

При решении задач на встречное движение иногда полезно выяснить взаимное положение движущихся тел *после* встречи. Так, после решения задачи № 9 полезно выяснить, что после встречи пешеходы стали удаляться друг от друга, что через час после встречи между ними было расстояние в 9 *км*, а через 2 часа — 18 *км* и т. д. Нечего говорить о полезности определения расстояния, которое осталось каждому пешеходу итти после встречи, до места назначения.

Третий вид задач на нахождение неизвестного по разности двух величин

Подготовка учащихся к данному типу задач осуществляется примерно так же, как и подготовка к другим видам задач на нахождение неизвестного по разности двух величин.

Приведем образцы задач, решение которых должно предшествовать введению рассматриваемого типа задач.

«Ручка дороже карандаша на 15 коп. На сколько 5 ручек стоят больше, чем 5 карандашей?»

«Хозяйка купила 5 ложек и столько же вилок. Ложка стоит 6 руб., а вилка — 4 руб. На сколько рублей хозяйка израсходовала на ложки больше, чем на вилки?»

«Куплено одинаковое количество глубоких и мелких тарелок. За глубокие тарелки уплачено на 30 руб. больше, чем за мелкие. Сколько тех и других тарелок куплено, если глубокая тарелка дороже мелкой на 5 рублей?»

Приведенные образцы подготовительных задач могут облегчить детям решение следующих задач данного типа, например:

«Хозяйка купила несколько ложек и столько же вилок. Ложка стоит 6 руб., а вилка — 4 руб. За ложки хозяйка уплатила на 10 руб. больше, чем за вилки. Сколько ложек и вилок в отдельности купила хозяйка?»

«Куплено одинаковое количество глубоких и мелких тарелок. За глубокие тарелки уплачено на 30 руб. больше, чем за мелкие. Сколько тех и других тарелок куплено, если глубокая тарелка стоила 15 руб., а мелкая 10 руб?»

При решении первых задач данного вида могут быть применены примерно те же формы наглядности, какие были указаны выше, при рассмотрении третьего вида задач на пропорциональное деление.

Задачи на движение в одном направлении

Задачи на движение в одном направлении затрудняют многих учащихся IV класса. Чтобы облегчить детям решение таких задач, полезно во II, III и IV классах решать соответствующие подготовительные задачи, например:

«Два мальчика бежали вперегонки. Один мальчик пробежал 90 *м*, а другой 75 *м*. На сколько метров первый мальчик пробежал больше, чем второй?»

«Расстояние между двумя легковыми машинами 60 *км*. Через сколько часов задняя машина догонит переднюю, если задняя проходит в час на 15 *км* больше передней?»

Целям подготовки детей к решению данного вида задач на движение могут также служить такие задачи:

«Два землекопа рыли вместе канаву. Один землекоп вырывал в день 40 *м* канавы, а другой — 50 *м*. Второй землекоп вырыл всего на 60 *м* больше первого. Сколько дней работал каждый землекоп?»

Такие задачи могут облегчить детям решение аналогичных задач на движение, например:

«2 поезда, двигаясь одновременно, прошли — первый на 60 *км* больше второго. Первый поезд проходил в час 50 *км*, а второй — 40 *км*. Сколько часов шел каждый поезд?»

«2 поезда вышли одновременно и в одном направлении из двух городов, расстояние между которыми 60 *км*. Первый поезд проходил в час 50 *км*, а второй — 40 *км*. Через сколько часов первый поезд догонит второй?»

Для того чтобы дети сознательно решали задачи рассматриваемого типа, они должны прежде всего иметь ясное представление о движении в одном направлении. Для этого полезно соответствующим образом инсценировать движение детей в классе, сравнивая движение в одном направлении со встречным движением. Следует также довести до сознания детей, что когда 2 тела (2 человека, 2 поезда и т. д.) движутся в одном направлении, то тело, которое движется сзади, может догнать переднее тело только тогда, когда первое движется быстрее второго.

При введении в IV классе задач на движение в одном направлении следует начать с задач в 1 действие. Например:

«Расстояние между двумя пешеходами 8 *км*. Через сколько часов пешеход, который идет сзади, догонит переднего, если первый проходит в час на 2 *км* больше второго?»

«Расстояние между двумя деревнями 8 *км*. Из этих деревень вышли одновременно и в одном направлении 2 пешехода. Пешеход, идущий сзади, проходит в час на 2 *км* больше второго. Через сколько часов первый пешеход догонит второго?»

При разборе этих задач выяснится, что с каждым часом расстояние между двумя пешеходами уменьшалось на 2 *км*. Это изображается графически на чертеже (рис. 36).

Разбор задачи, дополняемый чертежом, помогает детям понять, что первый пешеход догонит второго через столько часов, сколько раз по 2 *км* содержится в 8 *км*.

От задач в 1 действие постепенно совершается переход к более сложным задачам, например:

«Из деревни выехала подвода, которая проезжала в час по 7 *км*. Когда она отъехала 20 *км*, за нею вдогонку был послан верховой, который проезжал по 12 *км* в час. Через сколько часов верховой догонит подводу?»

Рис. 36.

«Из двух сел, расстояние между которыми 24 *км*, отправились одновременно и в одном направлении верховой и пешеход. Верховой проезжал в 1 час 12 *км*, а пешеход проходил 4 *км*. Через сколько часов и на каком расстоянии от своего села верховой догонит пешехода?»

«От пристани отошел грузовой пароход и шел со скоростью 18 *км* в час. Через 4 часа за ним была послана моторная лодка, которая проходила по 30 *км* в час. Через сколько часов моторная лодка догонит пароход?»

«Из Москвы вышел в Севастополь поезд, который шел со скоростью 42 *км* в час. Через 2 часа после отправления этого поезда из Москвы в том же направлении вышел второй поезд, который шел со скоростью 54 *км* в час. На каком расстоянии от Москвы второй поезд догонит первый?»

Само собой разумеется, что к каждой более сложной разновидности задач данного типа можно переходить лишь тогда, когда дети хорошо осмыслили способ решения ранее рассмотренных разновидностей.

Усложнение третьего вида задач на нахождение неизвестного по разности двух величин и задач на движение в одном направлении

Указанные виды задач иногда усложняются тем, что разность произведений дается не в готовом виде, а должна быть предварительно найдена, при этом нахождение этой разности в одних случаях легко достижимо, а в других это представляет серьезные затруднения для учащихся.

Рассмотрим задачи:

«Пароход вышел в 10 час. утра и шел со скоростью 16 *км* в час. Через 2 часа вслед за ним вышел другой пароход, который проходил 24 *км* в час. В котором часу второй пароход догонит первый?»

При решении этой задачи мы, умножив 16 *км* на 2, узнаем, сколько километров прошел первый пароход до выхода второго или на сколько километров второй пароход должен был пройти больше первого, чтобы догнать его, после чего эта задача в основном решается так, как предшествующие. Как видно, разность произведений здесь легко было найти.

Гораздо труднее нахождение этой разности в следующей задаче:

«Если бы в совхозе собрали в среднем по 15 *ц* пшеницы с 1 *га*, план был бы недовыполнен на 1 280 *ц*. В действительности собрали по 18 *ц* с гектара и перевыполнили план на 460 *ц*. Сколько пшеницы следовало собрать по плану?»

В этой задаче разность произведений (разница между предполагаемым урожаем и тем, который собрали в действительности) отыскивается путем сложения 1 280 *ц* с 460 *ц*, после чего задача решается так:

1) $18\ ц - 15\ ц = 3\ ц$. 2) $1\,740\ ц : 3\ ц = 580$ (*га*).

3) $15\ ц \times 580 = 8\,700\ ц$. 4) $8\,700\ ц + 1\,280\ ц = 9\,980\ ц$.

Рассмотрим задачу, в которой разность произведений выступает в еще более скрытом виде.

«Два аэроплана вылетели в одно и то же время и пролетели одинаковое расстояние — один со скоростью 245 *км* в час, другой — 175 *км* в час. Второй аэроплан прилетел в назначенное место на 4 часа позднее первого. Сколько часов летел каждый аэроплан?»

В тот момент, когда первый аэроплан прилетел в назначенное место, второму оставалось еще пролететь до этого места 175 *км* $\times$ 4 = 700 *км*. После этого действия получается следующая задача: «2 аэроплана, двигаясь одновременно, летели — один со скоростью 245 *км* в час, другой со скоростью 175 *км* в час. Первый аэроплан пролетел на 700 *км* больше второго. Сколько часов летел каждый аэроплан?»

Последние задачи слишком трудны для учащихся начальной школы. Но такие задачи могут быть использованы в кружках любителей арифметики. Поэтому мы сочли необходимым остановиться на них.

Задачи на нахождение чисел по сумме и разности

Задачи на нахождение чисел по сумме и разности вводятся в III классе. Для подготовки учащихся полезно во II классе решать облегченные задачи данного типа в 2 действия, например:

«В 2 коробках было 48 перьев. Когда из одной коробки взяли 2 пера, в обеих коробках перьев стало поровну. Сколько перьев стало в каждой коробке?»

Введение задач на нахождение двух чисел по сумме и разности полезно начать с практических упражнений в делении данных учителем предметов между двумя учениками сначала поровну, а затем так, чтобы один ученик получил на несколько предметов больше, чем другой, например: сначала дать задание разделить 12 карандашей между 2 учениками поровну, а затем разделить между ними 15 карандашей так, чтобы один получил на 3 карандаша больше, чем второй. Благодаря подготовительному упражнению, учащимся легче будет понять, что при неравном делении нужно отложить в сторону 3 карандаша, остальные карандаши разделить поровну и затем дать первому ученику отложенные 3 карандаша.

При решении задач на деление в разностном отношении необходимо, *наряду с реальным счетным материалом* (карандашами, палочками, кубиками и т. п.), применять рисунки и чертежи.

Возьмем задачу:

«На двух полках стояло 18 книг; на первой полке на 2 книги больше, чем на второй. Сколько книг на каждой полке?»

В случае, если решение этой задачи затрудняет учащихся, можно использовать рисунок 37. Учащимся наглядно видно, что достаточно с первой полки снять 2 книги, чтобы на ней осталось столько, сколько на второй.

При решении задач на деление в разностном отношении можно так же применять деление линий, например: «Отрезок прямой линии длиной в 11 *см* разделить на 2 части так, чтобы одна была на 3 *см* длиннее другой». При решении этой задачи учащиеся чертят отрезок прямой в 11 *см*, затем откладывают с одного конца 3 *см* и делят остаток пополам.

Вместо деления линий можно практиковать деление полосок бумаги, например: «Полоску длиной в 18 *см* разделить на 2 части так, чтобы одна была на 4 *см* длиннее другой». В этом случае учащиеся отгибают 4 *см*, и затем делят полученный остаток пополам.

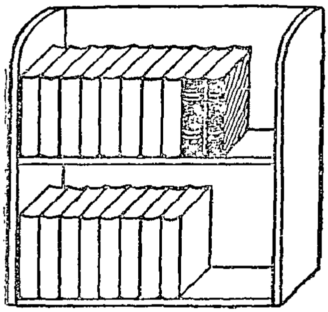

Рис. 37.

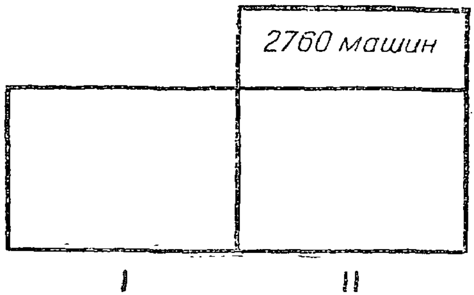

Рис. 38.

При решении некоторых задач условие может быть иллюстрировано с помощью диаграммы.

Возьмем задачу:

«За 2 года завод выпустил 15 320 машин; во второй год на 2 760 машин больше, чем в первый. Сколько машин завод выпустил в каждый год?»

Условие этой задачи может быть предложено в виде диаграммы (см. рис. 38).

Применение наглядности особенно уместно при нахождении по данной сумме и разности трех чисел. Пусть требуется решить задачу:

«В колхозе засеяли 3 200 *га* земли рожью, пшеницей и овсом. Под рожь заняли на 325 *га* меньше, чем под овес, а под пшеницу на 480 *га* больше, чем под овес. Сколько гектаров земли заняли под каждую из этих культур?»

Без применения графики учащимся не легко разобраться в соотношении площадей, занятых отдельными культурами. Другое дело, если это соотношение изобразить на рисунке (см. рис. 39).

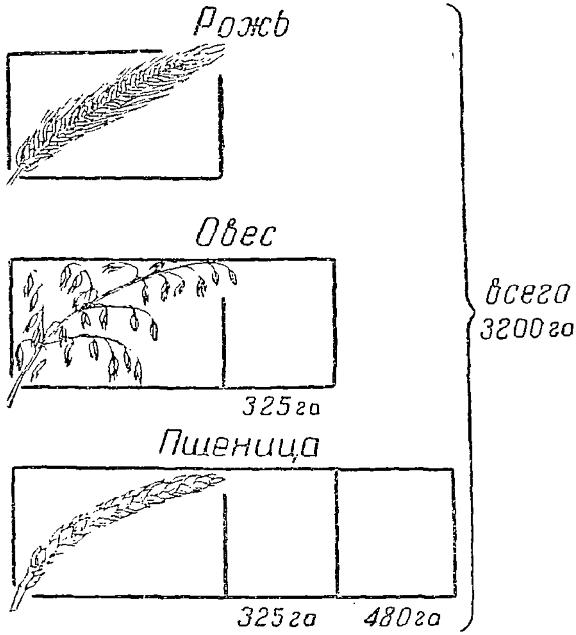

Рис. 39.

Возможны 2 основных способа решения задач на нахождение чисел по сумме и разности, в зависимости от того, принимаем ли мы искомые числа равными меньшему или большему из них. В первом случае из суммы искомых чисел вычитают их разность, во втором случае к сумме прибавляют разность.

Опыт показывает, что первый способ легче второго. Его и следует применять при введении данного типа задач. Второй способ можно применять при повторении этих задач.

При решении задач на нахождение чисел по сумме и разности многих учащихся затрудняет формулировка первого вопроса плана. Возьмем приведенную выше задачу про 2 полки с книгами. В школьной практике первый вопрос плана нередко здесь формулируют так:

Сколько книг было бы на обеих полках поровну?

Эта формулировка не может быть признана вполне удовлетворительной, так как для того, чтобы на каждой полке стало поровну книг, можно: а) с первой полки снять 2 книги, б) на вторую полку положить еще 2 книги, в) с первой полки переложить на вторую 1 книгу и др. Таким образом, при данной формулировке вопрос плана не определяет выбора действия. Первый вопрос плана поэтому лучше здесь формулировать так:

1) Сколько книг было бы на обеих полках, если бы на первой было столько книг, сколько на второй?

Такая формулировка плана вполне точно определяет выбор действия, а именно:

18 книг — 2 книги = 16 книг.

Эта формулировка точнее, хотя она труднее для учащихся.

Еще больше затруднений дети встречают при формулировке первых вопросов плана в задачах на нахождение трех чисел по их сумме и разности.

Возьмем задачу:

«За альбом, краски и линейку заплатили 12 руб. Альбом на 5 руб. 50 коп. дороже красок, а краски на 1 руб. дороже линейки. Сколько стоят альбом, краски и линейка в отдельности?»

Приведем образец плана и решения этой задачи.

1) На сколько альбом дороже линейки?

5 руб. 50 коп. + 1 руб. = 6 руб. 50 коп.

2) На сколько меньше стоила бы вся покупка, если бы купили 3 линейки? [1]

6 руб. 50 коп. + 1 руб. = 7 руб. 50 коп.

3) Сколько денег уплатили бы за всю покупку, если бы купили 3 линейки?

12 руб. — 7 руб. 50 коп. = 4 руб. 50 коп.

4) Сколько денег стоила линейка?

4 руб. 50 коп. : 3 = 1 руб. 50 коп.

5) Сколько денег стоили краски?

1 руб. 50 коп. + 1 руб. = 2 руб. 50 коп.

6) Сколько денег стоил альбом?

2 руб. 50 коп. + 5 руб. 50 коп. = 8 руб.

Задачи на нахождение 2 чисел по сумме и разности решаются в III классе, задачи на нахождение 3 чисел — в

---

[1] В школьной практике при решении данной задачи второй вопрос плана иногда формулируется так:

«На сколько альбом и краски стоили дороже линейки?»

Эта формулировка неверна, в чем можно убедиться, если после решения задачи из стоимости альбома и красок вычесть стоимость линейки.

IV классе. В последнем классе полезно также решать задачи данного типа, выраженные в общей форме, например:

«Сумма двух чисел 50. Одно из них больше другого на 6. Найти эти числа».

«Сумма двух чисел 90, а разность их 20. Найти эти числа».

Здесь также полезно упражнять учащихся в составлении задач, в которых были бы известны сумма двух чисел и на сколько одно из них больше другого, а требовалось бы найти эти числа.

Задачи на простое тройное правило с обратно-пропорциональными величинами

Задачи с обратно-пропорциональными величинами полезны для подготовки учащихся к усвоению понятия о пропорциональности величин. Но эти задачи значительно труднее задач с прямо-пропорциональными величинами. В начальной школе следует поэтому решать задачи преимущественно с прямо-пропорциональными величинами. Что касается обратно-пропорциональных величин, то здесь следует ограничиться задачами лишь на простое тройное правило.

Для подготовки учащихся к задачам на простое тройное правило с обратно-пропорциональными величинами полезно решать подготовительные задачи в 1 действие, например:

«Для 4 лошадей заготовили овса на 8 дней. На сколько дней хватит этого запаса овса для 1 лошади?»

«Для 3 овец заготовили сена на 2 месяца. На сколько месяцев хватит этого сена для 1 овцы?»

«Для 1 человека сделан запас продовольствия на 12 дней. На сколько дней хватит этого запаса для 2 человек?»

«1 землекоп может вырыть канаву в 8 дней. Во сколько дней могут вырыть эту канаву 4 землекопа при той же производительности труда?»

Первые задачи на простое тройное правило с обратно-пропорциональными величинами полезно излагать так, чтобы их условия содержали оба вопроса, из которых складывается план решения, например:

«6 землекопов могут вырыть канаву в 20 дней. Во сколько дней может вырыть эту канаву 1 землекоп? Во сколько дней могут вырыть ее 8 землекопов при той же производительности труда?»

«На пароходе сделан запас продовольствия для 20 человек на 15 дней. На сколько дней хватит этого запаса для 1 человека? На сколько дней хватит этого запаса для 30 человек?»

Благодаря этим задачам, в которых по существу указан план их решения, учащимся легче затем справиться с аналогичными задачами, в которых план решения не указан, например:

«12 плотников могут построить дом в 30 дней. Во сколько дней могут построить такой дом 18 плотников при той же производительности труда?»

Учитывая, что задачи на простое тройное правило с обратно-пропорциональными величинами затрудняют многих учащихся, не следует их усложнять дополнительными условиями.

Задачи на сложное тройное правило

Задачи на сложное тройное правило вводятся в IV классе. Для подготовки учащихся к решению этих задач полезно во II и III классах решать задачи, в которых требуется последовательное умножение или последовательное деление (последовательное приведение к единице), например:

«Овце выдают 3 *кг* сена в день. Сколько сена требуется для 6 овец на 5 дней?»

«Для 9 лошадей на 2 дня заготовлено 72 *кг* овса. Сколько килограммов овса приходилось в день на каждую лошадь?»

Приведенные задачи как бы являются элементами задач на сложное тройное правило, а потому они могут существенно содействовать подготовке учащихся к решению рассматриваемого типа задач. Нечего говорить о полезности в этих целях решения задач на простое тройное правило.

В нашем опыте при введении задач на сложное тройное правило детям была сперва предложена подготовительная задача на простое тройное правило, а именно:

«3 плотника заработали вместе 480 руб. Сколько рублей заработают 5 плотников при той же заработной плате?»

После решения этой задачи в ее условие были введены дополнительные данные. Получилась задача на сложное тройное правило, а именно:

«3 плотника в 4 дня заработали 480 руб. Сколько заработают 5 плотников в 6 дней при той же заработной плате?»

Постепенный переход от задачи на простое тройное правило к задаче на сложное тройное правило существенно облегчил детям осознание способа решения последней задачи.

Задачи на сложное тройное правило можно решать различными способами. Возьмем задачу:

«8 землекопов могут в 5 дней вырыть канаву длиной в 800 *м*. Какой длины канаву могут вырыть 6 землекопов в 4 дня, если будут работать с той же производительностью?»

Эту задачу можно решать несколькими способами, из которых мы рассмотрим здесь два основных.

Первый способ.

1) Сколько метров канавы может вырыть 1 землекоп в 5 дней?

800 *м* : 8 = 100 *м*.

2) Сколько метров канавы может вырыть 1 землекоп в 1 день?

100 *м* : 5 = 20 *м*.

3) Сколько метров канавы могут вырыть 6 землекопов в 1 день?

20 *м* × 6 = 120 *м*.

4) Сколько метров канавы могут вырыть 6 землекопов в 4 дня?

120 *м* × 4 = 480 *м*.

Второй способ.

1) Сколько метров канавы может вырыть 1 землекоп в 5 дней?

800 *м* : 8 = 100 *м*.

2) Сколько метров канавы могут вырыть 6 землекопов в 5 дней?

100 *м* × 6 = 600 *м*.

3) Сколько метров канавы могут вырыть 6 землекопов в 1 день?

600 *м* : 5 = 120 *м*.

4) Сколько метров канавы могут вырыть 6 землекопов в 4 дня?

120 *м* × 4 = 480 *м*.

Первый способ значительно легче второго. Им и следует преимущественно пользоваться. Однако после сознательного и прочного усвоения первого способа можно при повторении допустить применение второго способа, который содействует подготовке учащихся к решению задач данного типа в связи с изучением пропорциональности величин в VI классе, где этот способ находит широкое применение.

В школьной практике при решении задач на сложное тройное правило иногда вместо вопросительной, применяется повествовательная форма записи плана [1], например (берем приведенную выше задачу про землекопов):

[1] А. С. Сущева, Решение типовых задач. Сборник «В помощь учителю начальной школы», Иваново, 1940.

8 землекопов	в 5 дней	800 $м$	
1 землекоп	в 5 дней	800 $м : 8 = 100$ $м$	
1 »	в 1 день	100 $м : 5 = 20$ $м$	
6 землекопов	в 1 день	20 $м \times 6 = 120$ $м$	
6 »	в 4 дня	120 $м \times 4 = 480$ $м$	

Такая запись, безусловно, полезна.

При повторении решения задач на сложное тройное правило уместно записывать их решение формулой, например:

$$800 : 8 : 5 \times 6 \times 4 = 480\ (м)$$

Задачи, решаемые способом исключения неизвестного

Задачи, решаемые способом исключения неизвестного, как бы являются усложнением первого вида задач на нахождение неизвестного по разности двух величин. Для этого достаточно сравнить задачи:

«Один мальчик купил 3 тетради. Другой купил 5 таких тетрадей и уплатил на 36 коп. больше первого. Сколько копеек стоила тетрадь?» (Задача на нахождение неизвестного по разности двух величин.)

«Один мальчик купил 2 пера и 3 тетради за 82 коп. Другой мальчик купил по тем же ценам 2 пера и 5 тетрадей за 98 коп. Сколько копеек стоили тетрадь и перо в отдельности?» (Задача на исключение неизвестного.)

В последней задаче (как и в других задачах данного типа) выступают два неизвестных, одно из которых исключается посредством вычитания. Отсюда и название данного типа задач. Так, в последней задаче мы, сравнивая покупки обоих мальчиков, посредством вычитания узнаем, на сколько второй мальчик купил больше тетрадей и на сколько больше денег он уплатил за свою покупку. Получаем, что второй мальчик купил на 2 тетради больше и уплатил на 36 коп. больше второго. Отсюда заключаем, что 2 тетради стоят 36 коп. Так, посредством вычитания мы исключили одно неизвестное и получили задачу с одним неизвестным (задачу «2 тетради стоят 36 коп.»), в которой неизвестна только цена тетради, тогда как первоначально в задаче были неизвестны и цена тетради и цена пера.

Рассмотренная задача, таким образом, как бы распадается на 2 задачи, в одной из которых мы отыскиваем одно неизвестное (цену тетради), а в другой — другое неизвестное (цену пера). Первое неизвестное отыскивается путем разностного сравнения покупок двух мальчиков, а второе неизвестное — путем анализа данных, относящихся к покупке одного из мальчиков (аналогичным путем решаются и другие задачи данного типа).

Для подготовки детей к решению 1-й части данной задачи полезно предпослать ей близкие по содержанию задачи на нахождение неизвестного по разности двух величин. Для подготовки их к решению 2-й части задачи полезно предварительное решение соответствующих задач, например:

«2 чашки и 3 блюдца стоят вместе 54 руб. Чашка стоит 15 руб. Сколько стоит блюдце?»

Чтобы сделать доступным для детей решение задач способом исключения неизвестного, полезно сперва формулировать главный вопрос так, чтобы требовалось найти одно неизвестное и лишь после его нахождения дополнить главный вопрос задачи так, чтобы требовалось найти еще одно неизвестное.

Решение первых задач данного типа следует иллюстрировать реальными предметами или рисунками.

В нашем опыте при введении данного типа детям была сперва предложена задача на нахождение неизвестного по разности двух величин, а именно:

«Один мальчик купил 3 пера. Другой купил 5 таких перьев и уплатил на 8 коп. больше первого. Сколько копеек стоило перо?»

Условие этой задачи было графически оформлено так, как показано на рисунке 40.

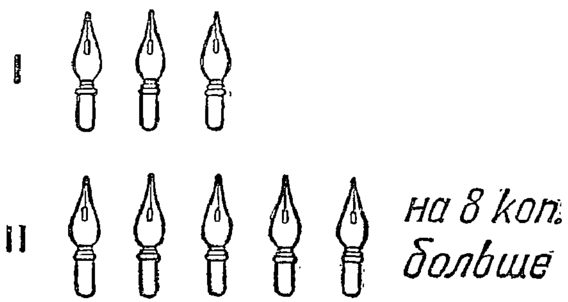

Рис. 40.

После решения задачи она была усложнена. Получилась задача:

«Один мальчик купил 2 ручки и 3 пера за 82 коп. Другой мальчик купил по тем же ценам 2 ручки и 5 перьев за 90 коп. Сколько копеек стоило перо?» [Соответствующим образом было дополнено графическое оформление приведенной выше задачи (рис. 41).]

При разборе этой задачи, как и предыдущей, было выяснено, почему второй мальчик уплатил за свою покупку больше первого.

После нахождения цены 1 пера в условие задачи был введен второй главный вопрос: сколько стоила 1 ручка?

Чтобы отчетливее выступали действия, выполненные при решении каждого из 2 главных вопросов, решение задачи было записано в две колонки так:

1) 90 коп. — 82 коп. = 8 коп.	4) 4 коп. $\times$ 3 = 12 коп.
2) 5 п. — 3 п. = 2 п.	5) 82 коп. — 12 коп. = 70 коп.
3) 8 коп. : 2 = 4 коп.	6) 70 коп. : 2 = 35 коп.

Большое внимание было уделено разбору задачи. При решении первой части задачи было выяснено, что если бы второй мальчик купил также, как первый, 2 ручки и 3 пера, он уплатил бы за свою покупку 82 коп. Но он купил еще 2 пера, а потому он уплатил еще 8 коп., откуда следует, что 2 пера стоят 8 коп.

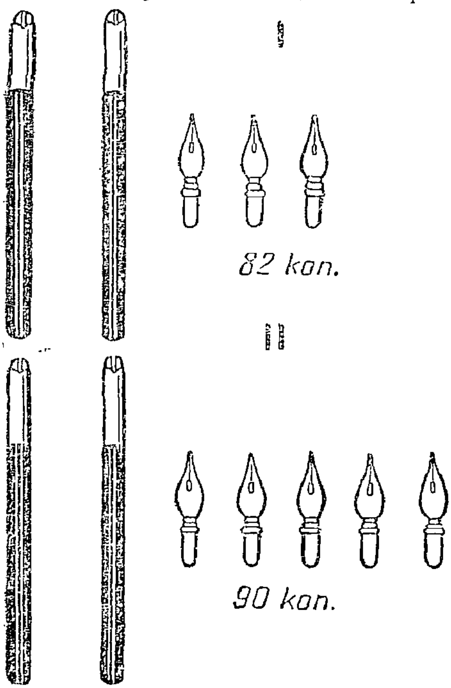

Рис. 41.

После нахождения цены пера это число было присоединено к данным, относящимся к покупке первого мальчика. Получилась задача:

«Один мальчик купил 2 ручки и 3 пера за 82 коп. Перо стоит 4 коп. Сколько стоит ручка?»

При разборе этой задачи был сперва проведен ее анализ, а затем составлен план решения.

Предварительная подготовка детей, постепенное усложнение задачи, применение наглядности, тщательный разбор задачи, легкость вычислений, рациональное расположение действий помогли детям понять способ ее решения.

Вначале решались задачи, в которых требовалось узнать цены купленных предметов, затем более трудные задачи, в которых требовалось узнать вес предметов, расход материала на изготовленные предметы и т. д.

Задачи на исключение неизвестного чаще всего решаются шестью действиями. Многократно упражняясь в решении таких задач, некоторые учащиеся запоминают способ их решения и начинают механически применять его, вне зависимости от особенностей условия. Чтобы этого избежать, полезно варьировать условия задач так, чтобы для их решения не всегда требовалось 6 действий, например:

«Для дома отдыха в первый раз купили 12 столов и 45 стульев и уплатили 2 460 руб. Во второй раз по тем же ценам купили 12 столов и 58 стульев и уплатили на 312 руб. больше, чем в первый раз. Сколько стоили стол и стул в отдельности?»

«26 мешков картофеля и 17 мешков муки весят 2 764 *кг*, а таких же 35 мешков картофеля и 17 мешков муки весят 3 250 *кг*. На сколько мешок муки тяжелее мешка картофеля?»

Как указывалось во второй главе, задачи, решаемые способом исключения неизвестного, могут быть усложнены так, чтобы для их решения требовалось уравнивание данных. Возьмем задачу:

«5 *м* ситца и 8 *м* полотна стоят 170 руб., а за 7 *м* ситца и 8 *м* полотна по тем же ценам стоят 190 руб. Сколько стоят метр ситца и метр полотна в отдельности?»

В этой задаче исключение одной из величин легко достижимо, благодаря тому что количество метров полотна, купленных каждым покупателем, одинаково. Если бы это количество было различным, пришлось бы предварительно прибегнуть к уравниванию данных, например:

«5 *м* ситца и 4 *м* полотна стоят 110 руб., а 7 *м* ситца и 8 *м* полотна по тем же ценам стоят 190 руб. Сколько стоят метр ситца и метр полотна в отдельности?» [1].

Для того чтобы сделать количество метров полотна в обеих покупках одинаковым, мы увеличиваем вдвое покупку первого покупателя. Получаем задачу:

«10 *м* ситца и 8 *м* полотна стоят 220 руб., а 7 *м* ситца и 8 *м* полотна по тем же ценам стоят 190 руб. Сколько стоят метр ситца и метр полотна в отдельности?»

В данном случае для уравнивания значений исключаемой величины достаточно было изменить данные только первой по-

---

[1] Эта задача, как и ряд других рассматриваемых ниже задач, слишком трудны для учащихся начальной школы. Мы все же останавливаемся на этих задачах, так как они могут быть использованы, как занимательные задачи, частично на уроках, главным образом в кружках занимательной арифметики.

купки. Иногда для этого приходится изменять данные обеих покупок, например:

«5 *м* ситца и 6 *м* полотна стоят 140 руб., а 7 *м* ситца и 8 *м* полотна по тем же ценам стоят 190 руб. Сколько стоят метр ситца и метр полотна в отдельности?»

При решении этой задачи для уравнивания количества метров полотна приходится первую покупку увеличить в 4 раза, а вторую в 3 раза. Получается задача:

«20 *м* ситца и 24 *м* полотна стоят 560 руб., а 21 *м* ситца и 24 *м* полотна по тем же ценам стоят 570 руб. Сколько стоят метр ситца и метр полотна в отдельности?»

Возьмем теперь задачу:

«На швейной фабрике сшили 26 пальто и 45 костюмов. На все эти пальто и костюмы пошло 209 *м* сукна, а на 1 пальто и на 1 костюм вместе 5 *м* 70 *см*. Сколько сукна пошло на все пальто и сколько на все костюмы?»

При решении этой задачи мы узнаем, сколько сукна пошло бы на 26 пальто и на 26 костюмов, для чего мы 5 *м* 70 *см* $\times$ $\times$ 26 = 148 *м* 20 *см*. Получаем, таким образом, задачу:

«На 26 пальто и 45 костюмов пошло 209 *м* сукна, а на 26 пальто и 26 костюмов пошло 148 *м* 20 *см*. Сколько сукна пошло на все пальто и сколько на все костюмы?»

Как видно, и при решении последней задачи применен способ уравнивания данных.

В целом последняя задача решается так:

1) Сколько сукна израсходовали бы, если сшили 26 пальто и 26 костюмов?

$$5 \text{ м } 70 \text{ см} \times 26 = 148 \text{ м } 20 \text{ см}.$$

2) На сколько в действительности израсходовали больше сукна?

$$209 \text{ м} - 148 \text{ м } 20 \text{ см} = 60 \text{ м } 80 \text{ см}.$$

3) Сколько костюмов можно сшить из 60 *м* 80 *см* сукна?

$$45 \text{ кост.} - 26 \text{ кост.} = 19 \text{ кост.}$$

4) Сколько сукна пошло на один костюм?

$$60 \text{ м } 80 \text{ см} : 19 = 3 \text{ м } 20 \text{ см}.$$

5) Сколько сукна пошло на все костюмы?

$$3\ м\ 20\ см \times 45 = 144\ м.$$

6) Сколько сукна пошло на все пальто?

$$209\ м - 144\ м = 65\ м.$$

Задачи на вычисление среднеарифметического (задачи на смешение 1-го рода)

Задачи на вычисление среднеарифметического находят широкое применение в жизни. Поэтому и в школе следует уделять этим задачам должное внимание.

Содержание задач на вычисление среднеарифметического должно быть, по возможности, близко детям (задачи на вычисление средней зарплаты, среднего урожая, среднего удоя, средней скорости движения и т. п.), при этом задачи с новым содержанием вводятся постепенно.

При решении задачи на вычисление среднеарифметического следует возможно чаще выяснять, когда приходится в жизни решать те или иные задачи: средняя месячная зарплата вычисляется, например, при назначении пенсии трудящимся, средний урожай зерна, овощей или фруктов приходится вычислять, когда требуется знать, какой колхоз, бригада или звено работали лучше, средняя скорость движения поездов вычисляется, когда сравнивается работа машинистов и т. д.

При введении задач на вычисление среднеарифметического следует начинать с задач, решаемых двумя действиями, при этом первые задачи полезно иллюстрировать.

В нашем опыте при решении первой задачи данного типа «Плотник заработал в один день 26 руб. и в другой день 30 руб. Сколько рублей он зарабатывал в среднем в день?» вызванному ученику, изображавшему плотника, было дано 26 руб. и 30 руб. В процессе решения задачи эти деньги были сложены и полученная сумма была затем разделена на 2 равные части.

Следующая задача на вычисление средней зарплаты «Рабочий заработал в июле 800 руб., в августе 821 руб. и в сентябре 850 руб. Сколько рублей он зарабатывал в среднем в месяц?» решалась уже без применения наглядности.

Но в дальнейшем при решении первой задачи на вычисление средней скорости движения «Пешеход прошел в первый час 6 *км*, во второй час 6 *км*, в третий час 4 *км* и в четвертый час 4 *км*. Сколько километров проходил он в среднем в час?» вновь была применена наглядность: на отрезке прямой было условно обозначено расстояние, пройденное пешеходом в каждый час (рис. 42).

В процессе решения задачи, при определении расстояния, пройденного пешеходом в 4 часа, записи под отрезком прямой были стерты, получился отрезок в 20 условных единиц (20 *км*). Этот отрезок был затем разделен на 4 равные части.

От задач в 2 действия следует постепенно переходить к более сложным задачам, например:

«Велосипедист проехал расстояние между двумя селами в 4 часа: в первый час он проехал 16 *км*, в остальные 3 часа он проезжал по 12 *км* в час. По скольку километров он проезжал в среднем в час?»

«Лыжники прошли расстояние между двумя городами в 8 дней. Первые 3 дня они проходили по 40 *км*, остальные 5 дней по 56 *км* в день. По скольку километров они проходили в среднем в день?»

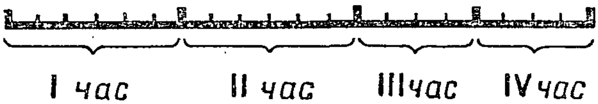

Рис. 42

«На овцеводческой ферме получили с 35 овец по 6 *кг* шерсти и с 70 овец по 3 *кг* шерсти с каждой. Сколько шерсти получили в среднем с одной овцы?»

«В колхозе 420 овец. Со 140 овец получили по 6 *кг* шерсти, а с остальных по 3 *кг* шерсти с каждой. Сколько шерсти получили в среднем с одной овцы?»

При подобном постепенном переходе от менее сложных к более сложным задачам данного типа решение последних, как показывает опыт, не представляет особых затруднений для учащихся.

Задачи на смешение 2-го рода[1]

Задачи на смешение 2-го рода (так называемые, задачи на предположение) бывают различной степени трудности. Возьмем 2 задачи:

«Совхоз отправил 72 *т* зерна на 20 грузовиках. На одних машинах было по 3 *т* зерна, на других — по 5 *т*. Сколько было тех и других машин?»

«Из 75 *м* ткани сшито 20 платьев и халатов. На каждое платье пошло 3 *м* ткани, на каждый халат — 5 *м*. Сколько платьев и халатов в отдельности сшито?»

Обе задачи решаются одинаково. Но предположение, допускаемое при решении первой задачи, правдоподобно: в действи-

[1] См. сноску на стр. 207.

тельности могло случится так, что на все грузовики сперва погрузили по 3 *т* зерна, а затем из оставшихся непогруженными 12 *т* догружали на каждую пятитонку по 2 *т* зерна. Предположение же, допускаемое при решении второй задачи, неправдоподобно. Вследствие этого учащимся труднее понять способ ее решения.

При введении задач на смешение 2-го рода полезно, как это иногда наблюдается в школьной практике[1], начинать с задач, подобных первой, беря в качестве вводной задачу с небольшими числами и применяя наглядность при ее объяснении. Приведем образец такой задачи:

«29 карандашей нужно распределить между 7 учениками так, чтобы одни получили по 3 карандаша, а другие — по 5 карандашей. Сколько учеников получат по 3 карандаша и сколько по 5 карандашей?»

При объяснении этой задачи можно вызвать 7 учеников, сперва дать каждому по 3 карандаша, затем из оставшихся 8 карандашей давать нескольким ученикам еще по 2 карандаша. Их хватит на 4 учеников. Таким образом, 4 ученика получат по 5 карандашей, остальные по 3 карандаша.

Письменно эта задача решается так:

1) Сколько карандашей получили бы 7 учеников, если каждому давать по 3 штуки?

$$3 \text{ кар.} \times 7 = 21 \text{ кар.}$$

2) Сколько карандашей осталось бы после раздачи всем ученикам по 3 штуки?

$$29 \text{ кар.} - 21 \text{ кар.} = 8 \text{ кар.}$$

3) На сколько карандашей одни ученики получали больше других?

$$5 \text{ кар.} - 3 \text{ кар.} = 2 \text{ кар.}$$

4) Сколько учеников получат по 5 карандашей?

$$8 \text{ кар.} : 2 \text{ кар.} = 4 \text{ (ученика).}$$

5) Сколько учеников получат по 3 карандаша?

$$7 \text{ уч.} - 4 \text{ уч.} = 3 \text{ уч.}$$

[1] К. А. Рупасов, О решении задач на предположение,— «Начальная школа», № 11—12, 1939.

Задачи, решаемые способом замены[1]

Первый вид задач на пропорциональное деление может быть усложнен введением в их условия новой неизвестной величины.

Возьмем задачи:

«Куплено 2 куска сатина одного сорта в 8 *м* и в 12 *м*, всего на 300 руб. Сколько рублей стоит метр сатина?»

«Для детского дома куплен кусок сатина в 8 *м* и кусок фланели в 12 *м*, всего на 360 руб. Сколько рублей стоил метр сатина и фланели в отдельности, если метр фланели на 5 руб. дороже метра сатина?»

«Покупатель купил кусок сатина в 8 *м* и отрез сукна в 2 *м*, всего на 300 руб. Сколько рублей стоил метр сатина и сукна в отдельности, если метр сукна в 6 раз дороже метра сатина?»

Оба куска ткани, о которых идет речь в первой задаче, куплены по одной и той же цене, которую требуется определить. Это, *таким образом, задача с одним неизвестным*.

Во второй и третьей задачах цена первого куска ткани не совпадает с ценой второго куска. Эти задачи можно поэтому рассматривать как *задачи с двумя неизвестными. При их решении* приходится исключать одно из неизвестных, что достигается способом замены.

При решении второй задачи мы, заменяя фланель сатином, узнаем, что если бы вместо 12 *м* фланели купили 12 *м* сатина, то за оба куска ткани пришлось бы заплатить на 60 руб. меньше прежнего (5 руб. $\times$ 12), а именно, 360 руб. — 60 руб. = = 300 руб. После выполнения этих действий эта задача сводится к первой.

При решении третьей задачи мы, заменяя сукно сатином, узнаем, что вместо 2 *м* сукна можно купить 12 *м* сатина (2 *м* $\times$ 6), после чего задача сводится к первой.

В целом вторая задача решается так:

1) На сколько меньше денег израсходовал бы детский дом на покупку ткани, если б он вместо 12 *м* фланели купил 12 *м* сатина?

$$5 \text{ руб.} \times 12 = 60 \text{ руб.}$$

2) Сколько рублей израсходовал бы детский дом на покупку ткани, если б он купил 8 *м* сатина и 12 *м* сатина?

$$360 \text{ руб.} - 60 \text{ руб.} = 300 \text{ руб.}$$

---

[1] В задачах данного типа также применяется способ исключения одного неизвестного, но, в отличие от задач, где неизвестное исключается посредством вычитания, здесь исключение неизвестного достигается посредством замены (подстановки). Правильнее было бы поэтому данный тип назвать: «Задачи, решаемые способом исключения одного неизвестного посредством замены». Мы сочли, однако, целесообразным пользоваться общепринятой терминологией.

3) Сколько метров сатина можно купить на 300 руб?

$$8\ м + 12\ м = 20\ м.$$

4) Сколько рублей стоил метр сатина?

$$300\ руб. : 20 = 15\ руб.$$

5) Сколько рублей стоил метр фланели?

$$15\ руб. + 5\ руб. = 20\ руб.$$

Третья задача решается так:

1) Сколько метров сатина можно купить вместо 2 *м* сукна?

$$6\ м \times 2 = 12\ м.$$

2) Сколько метров сатина можно купить на 300 руб.?

$$8\ м + 12\ м = 20\ м.$$

3) Сколько рублей стоил метр сатина?

$$300\ руб. : 20 = 15\ руб.$$

4) Сколько рублей стоил метр сукна?

$$15\ руб. \times 6 = 90\ руб.$$

Чтобы облегчить первые задачи, решаемые способом замены, полезно предпосылать им соответствующие задачи на пропорциональное деление примерно так, как это сделано в начале настоящего параграфа. Полезно также условия первых задач, решаемых способом замены, излагать так, чтобы в них говорилось об имевшей место замене и прямо указывалось, что́ и чем заменяли. Так, чтобы сделать более доступной для детей третью из приведенных выше задач, можно условие ее изложить так:

«Покупатель купил в магазине кусок сатина в 8 *м* и отрез сукна в 2 *м*, всего на 300 руб. Но затем он попросил вместо купленного сукна дать ему сатина на ту сумму, сколько стоило сукно. Сколько рублей стоил метр сатина и сукна в отдельности если метр сукна в 6 раз дороже метра сатина?»

Условие последней задачи изложено слишком длинно, зато детям понятнее будет способ ее решения, поскольку замена, к которой приходится прибегнуть при решении задачи, является не предполагаемой, а как бы реально имевшей место.

Вообще же задачи, решаемые способом замены, ввиду их трудности, должны предлагаться детям преимущественно как занимательные задачи-смекалки.

При рассмотрении отдельных видов простых и составных задач мы останавливались на специфических особенностях обучения каждому из них. Успешное обучение рассмотренным видам задач однако возможно лишь при правильной постановке всего процесса обучения решению задач, о чем подробно шла речь в первой части настоящей книги.

Глава XXII

ПОВТОРЕНИЕ ОСНОВНЫХ ТИПОВ ЗАДАЧ В IV КЛАССЕ

Выше, в главе VII, были подробно рассмотрены приемы повторения в области решения задач. Особое значение этот вопрос *имеет для IV класса, где, наряду с повторением отдельных* типов задач, которое должно проводиться на протяжении всего учебного года, полезно — в целях систематизации и усовершенствования знаний детей — проводить в конце года повторение типов задач, указанных в программе начальной школы.

Учитывая, что последний вопрос слабо освещен в методической литературе, мы намерены здесь подробно описать опыт нашей работы по повторению в IV классе основных типов задач, которые решаются в начальной школе.

Так как таких типов относительно много, то мы старались объединять их в родственные по способу решения и ходу рассуждения группы. В один урок обычно повторялась группа родственных типов задач (2—3 типа). *Лишь в отдельных случаях* урок посвящался повторению одного типа задач. Такой порядок повторения имел своей целью помочь детям лучше понять связь между родственными типами задач, общность в способе их решения. Преследовалась также цель компактно повторить все типы, употребив на это немного уроков.

Уроки повторения строились так, чтобы повторяемые типы задач могли, по возможности, глубже быть осмыслены детьми. Так как на каждый из уроков повторения приходилось много учебного материала, то выбирались такие приемы и формы работы, которые делали возможным проработку этого материала. В частности, по этим соображениям на уроках повторения широко практиковалось устное решение задач, которое, как известно, отнимает значительно меньше времени, чем письменное, благодаря чему можно в данный отрезок учебного времени успеть устно решить значительно больше задач, чем письменно.

Но устное решение обычно оставляет более слабый след в сознании детей, чем письменное, вследствие чего устно решаемые задачи нередко хуже запоминаются, а иногда и хуже осмысливаются детьми. Чтобы повысить эффективность устного решения задач, в нашем опыте учитель при решении таких задач записывал на доске числовые данные условия, а в процессе опроса учащихся записывал с их слов ее решение на доске. Запись условия и решения на доске в определенной мере приближала устное решение к письменному (получалось как бы полуписьменное решение) и тем повышала эффективность этих занятий.

Обычно урок повторения — после сообщения учителем темы или цели урока — начинался с устного решения повторяемых типов задач, по одной задаче на каждый тип. После решения этих задач проводилось сравнение (сопоставление) их в целях выяснения сходства и различия в способе их решения. Чтобы дети лучше осознали структуру повторяемых задач, им затем предлагалось составить подобные задачи на каждый из рассматриваемых типов. Заслушиваемые задачи, условия которых учитель, кстати сказать, также кратко записывал на доске, подвергались обсуждению с точки зрения того, правдоподобны ли их содержание и числовые данные, а главное, похожи ли они на решенные устные задачи, к которым дети должны были придумать подобные.

Иногда вместо составления детьми подобных задач или в дополнение к этому виду занятий им предлагалось найти в сборнике задачи, похожие на тот или иной из повторяемых типов задач. Составление подобных задач или нахождение таких задач в сборнике способствовало лучшему осмыслению детьми структуры повторяемых типов задач, а главное, обобщению понятия о каждом типе, поскольку задачи каждого типа составлялись или подбирались с самым разнообразным содержанием. Эти занятия давали учителю возможность выявить, в какой мере учащиеся ясно представляют себе особенности повторяемых типов задач.

Недостаточно, однако, чтобы дети умели решать один определенный вариант каждого типа задач. При повторении каждого типа необходимо — после осознания детьми его структуры и способа решения — рассмотреть различные варианты задач данного типа.

В нашем опыте в этом плане после устного решения задач и составления детьми подобных им задавались усложненные дополнительными условиями задачи данного типа из сборника. Чаще же всего учитель сам усложнял некоторые из задач, составленных детьми, и задавал детям усложненную задачу для письменного решения. Проверка письменной работы проводилась в классе (если хватало времени) либо она проверялась учителем после уроков по записям в ученических тетрадях.

При недостатке времени детям иногда предлагалось продумать в уме, как решается заданная задача, объяснить себе план решения, но не записывать самих действий, а лишь указывать в тетради, какими действиями она решается, например:

Задача № . . . .

1) $+$ 2) $-$ и т. д.

Эту форму записи представлялось возможным применять здесь потому, что задачи ранее решались детьми и сейчас лишь повторялись. Учитель при этом предупреждал детей, что он будет проверять, ставят ли они в уме вопросы, объясняют ли они себе решение задачи. Действительно, во время самостоятельной работы детей учитель подходил к отдельным ученикам и тихо спрашивал у них, что́ они узнают тем или иным действием, которое указано в их тетрадях. Кроме того, по окончании самостоятельной работы проводилась коллективная проверка, во время которой от учащихся требовалось объяснение плана и решения задачи.

Для закрепления и развития навыков решения повторенных типов задач были использованы и домашние задания. В конце урока повторения учитель задавал детям на дом задачи из сборника, при этом чаще всего от них требовалась обычная запись решения (запись вопросов и действий или только действий).

При задавании некоторых задач (задач на движение, на сложное тройное правило) детям предлагалось записывать формулу решения. Эту форму записи представлялось возможным применять здесь потому, что задачи ранее решались детьми и сейчас лишь повторялись. Краткая форма записи позволяла учителю увеличивать количество задаваемых на дом задач.

Иногда практиковалась и такая форма заданий: учитель задавал детям повторить несколько задач, при этом им предлагалось внимательно продумать каждую задачу, как следует ее решать, и если ученику встретятся задачи, которых он не сможет решить, то он должен записать на листке бумаги номера этих задач и на следующий день сдать учителю этот листок.

Получив от детей листки с номерами трудных для них задач и проанализировав их, учитель на одном из ближайших уроков разбирал с детьми задачи, которые оказались слишком трудными для многих из них, а на дополнительных занятиях в индивидуальном порядке разъяснял отдельным ученикам те или иные задачи, фигурировавшие в их листках как непосильные для них.

Следует помнить, что детям здесь задавались задачи, которые были ими ранее решены. Поэтому не было надобности в том, чтобы дети еще раз решали их письменно. Достаточно было, чтобы они устно продумывали, как их нужно решать. Это позволяло детям при малой затрате времени повторить относительно большое число задач из сборника.

Можно опасаться, что некоторые дети, чтобы скрыть от учителя свое незнание, не будут указывать номеров задач, которых они не умеют решать. Чтобы это не случилось, необходимо разъяснить детям, что требуемые сведения необходимы для того, чтобы учитель знал, в чем следует помочь каждому из них.

Здесь может также оказаться полезной проверка правильности даваемых детьми сведений, сводящаяся к проверке их умений решать задачи, которые не указаны в их листках и которые они, таким образом, считают легкими для себя.

В нашем опыте после такой проверки, выявившей неправильность данных некоторыми детьми сведений о непосильных задачах, им был разъяснен вред, который они приносят себе этим, скрывая от учителя свое незнание и не получая вследствие этого необходимой помощи. В результате проверки и указанных разъяснений подобные факты в дальнейшем почти не наблюдались.

Уроки повторения, как это легко видеть из сказанного выше, были насыщены материалом. Поэтому на этих уроках никакие побочные занятия (проверка домашних заданий, устный счет и т. п.) обычно не имели места, и весь урок посвящался повторению.

Уроки повторения обычно проводились в те дни, когда по расписанию бывало 2 урока арифметики. Один из этих уроков и посвящался повторению задач. Таких уроков на повторение всех типов задач потребовалось 9. Учитывая относительно большое количество типов задач в курсе III и IV классов, принимая во внимание большой объем работы, которая проводилась при повторении каждого типа, указанное количество уроков повторения следует признать небольшим (часть этих уроков стенографировалась — см. приложения).

Несмотря на то, что на упомянутых уроках проводилось повторение типов задач, с которыми дети ранее встречались, все же в ряде случаев (при повторении задач на нахождение чисел по сумме и разности, при повторении задач, решаемых способом исключения неизвестного, при повторении задач на движение) применялась наглядность с тем, чтобы конкретизировать и уточнить знания детей в отношении этих типов задач.

Приведем конспективную запись первого из данной серии уроков.

Тема урока

Повторение первого вида задач на простое тройное правило, на пропорциональное деление и на нахождение неизвестного по разности двух величин.

План урока

1. Устное решение задач.

№ 1. Один землекоп получил за 6 рабочих дней 150 руб. Сколько рублей должен получить второй землекоп за 8 рабочих дней при той же дневной оплате?

№ 2. Два плотника получили вместе за работу 360 руб. Первый плотник работал 7 дней, а второй — 5 дней. Сколько рублей должен получить каждый плотник, если они получали одинаковую дневную оплату?

№ 3. Один каменщик работал 7 дней, другой работал 5 дней. При одинаковой дневной оплате первый каменщик получил на 60 руб. больше второго. Сколько рублей получил каждый каменщик?

2. Сопоставление решенных задач.

Каков главный вопрос первой задачи? второй? третьей?

Почему мы не могли сразу решить эти задачи?

Которым по счету действием мы нашли дневную оплату рабочего в первой задаче? во второй задаче? в третьей?

Почему мы не могли сразу найти дневную оплату рабочего во второй задаче? в третьей задаче?

3. Составление детьми подобных задач.

По заданию учителя дети составляют задачи, похожие на вторую, а затем на третью.

4. Усложнение одной из составленных детьми задач. Самостоятельное решение этой задачи.

5. Задание на дом.

Решить задачи № 236 и 248. В тетрадях записать только действия, но устно подробно объяснять план и решение каждой задачи.

Как видно, на этом уроке были повторены 3 вида задач: первый вид задач на простое тройное правило (задачи, решаемые прямым приведением к единице), первый вид задач на пропорциональное деление и первый вид задач на нахождение неизвестного по разности двух величин.

Объединение этих трех видов задач в одну группу для повторения объясняется родством структуры и способа решения этих задач. Как это частично выяснялось на самом уроке, эти типы задач решаются приведением к единице, но в то время как при решении первого вида задач можно сразу применить приведение к единице, при решении второго вида задач нужно предварительно найти сумму рабочих дней, а при решении третьего вида задач нужно предварительно найти разность рабочих дней.

Благодаря родству этих задач, удалось, несмотря на относительно большой объем материала (3 типа задач), успеть его основательно проработать: был проведен тщательный аналитико-синтетический разбор устных задач, в разборе и объяснении решаемых задач приняли активное участие многие дети, в особенности, слабо успевающие. Учащиеся упражнялись в составлении задач (заслушаны были, правда, немногие из составленных задач). Наконец, задачи были усложнены, и дети письменно решили одну из усложненных задач.

Легко видеть, что при раздельном повторении каждого из упомянутых выше типов задач на это ушло бы значительно больше времени. Главное же то, что при параллельном рассмотрении их дети лучше поняли связь между этими задачами, способ их решения и др.

На службу цели урока было поставлено и домашнее задание, в которое было включено повторение детьми задач из сборника.

Примерно так строились и остальные уроки повторения.

Второй из упомянутых выше 9 уроков был посвящен повторению двух видов задач, решаемых способом частей: а) путем суммирования частей и б) путем нахождения их разности.

Приведем образцы устных задач, решенных в начале данного урока.

№ 4. Два грузчика получили за совместную работу деньги и разделили их между собой так: первый получил в 4 раза больше денег, чем второй. Оба грузчика вместе получили 600 руб. Сколько денег получил каждый грузчик?

№ 5. Два маляра получили за совместную работу деньги и разделили их между собою так, что первый получил в 4 раза больше денег, чем второй. Первый маляр получил на 600 руб. больше второго. Сколько денег получил каждый маляр?

Выбор этих видов задач для данного урока объясняется их родством с задачами, повторенными на описанном выше первом уроке. Легко видеть, что задача № 4 по способу своего решения имеет много общего с первым видом задачи на пропорциональное деление, а задача № 5 по способу решения примыкает к первому виду задач на нахождение неизвестного по разности двух величин. На родство задач № 4 и № 2, а также задач № 5 и № 3 было обращено внимание детей на втором уроке (задача № 4 сопоставлялась с задачей № 2, а задача № 5 с задачей № 3). Это было сделано для того, чтобы детям легче было осмыслить способ решения видов задач, которые повторялись на этом уроке.

На третьем уроке (см. стенограмму в приложении) были повторены три вида задач: второй вид задач на простое тройное правило (задач, решаемых обратным приведением к единице), второй вид задач на пропорциональное деление и второй вид задач на нахождение неизвестного по разности двух величин.

Приведем образцы задач, которые решались (устно) в начале этого урока:

№ 6. 3 *м* материи стоят 180 руб. Сколько метров такой материи можно купить на 300 руб.?

№ 7. Покупатель купил 2 куска материи одного сорта. Первый кусок стоил 280 руб., а второй — 120 руб. В обоих кусках было 10 *м*. Сколько метров материи было в каждом куске?

№ 8. Хозяйка купила 2 куска материи одного сорта. Первый кусок стоил 280 руб., а второй — 120 руб. В первом куске было на 4 *м* больше, чем во втором. Сколько метров материи было в каждом куске?

Эти виды задач были объединены для повторения ввиду родства в их структуре и способе решения. Будем в задачах № 6—8 рассматривать цену материи как множимое, количество метров как множитель и стоимость материи как произведение. Все 3 вида задач решаются обратным приведением к единице, но в то время, как в первой задаче можно сразу применить приведение к единице, во второй задаче приходится предварительно найти сумму произведений, а в третьей — их разность. Отмеченная особенность данных задач была в доступной детям форме выяснена на уроке, что помогло им лучше понять особенности каждого типа задач и способ их решения.

Четвертый урок (см. стенограмму в приложении) был посвящен повторению третьего вида задач на простое тройное правило (задач, решаемых способом отношений), третьего вида задач на пропорциональное деление и третьего вида задач на нахождение неизвестного по разности двух величин.

Приведем образцы этих задач, которые решались (устно) на этом уроке.

№ 9. Для детского дома купили тетрадей в клетку и в линейку. На каждые 30 тетрадей в клетку приходилось 20 тетрадей в линейку. Сколько куплено тетрадей в линейку, если тетрадей в клетку было 300 штук?

№ 10. Сельская школа получила 300 тетрадей в клетку и в линейку. На каждые 30 тетрадей в клетку приходилось 20 тетрадей в линейку. Сколько тех и других тетрадей в отдельности получила школа?

№ 11. Городская школа получила тетради в клетку и в линейку. Тетрадей в клетку школа получила на 300 штук больше, чем в линейку. На каждые 30 тетрадей в клетку приходилось 20 тетрадей в линейку. Сколько тех и других тетрадей в отдельности получила городская школа?

Последние 2 вида задач имеют много разновидностей. Некоторые из них были рассмотрены на данном уроке, в частности были рассмотрены следующие варианты задач № 10—11.

№ 12. Сельская школа получила 300 тетрадей в клетку и в линейку и раздала их учащимся. Каждому классу школа выдавала по 30 тетрадей в клетку и по 20 тетрадей в линейку. Сколько тех и других тетрадей в отдельности получила школа?

№ 13. Городская школа получила тетради в клетку и в линейку и раздала их учащимся. Тетрадей в клетку было на 300 больше, чем в линейку. Каждому классу школа выдавала по 30 тетрадей в клетку и по 20 тетрадей в линейку. Сколько тех и других тетрадей в отдельности получила школа?

Пятый урок был посвящен повторению задач на встречное движение и на движение в одном направлении, при этом здесь, как и в других случаях, брались задачи с общими числовыми данными, чтобы удобнее было сравнивать задачи. Вот устные задачи, которые решались в начале этого урока.

№ 14. Из двух городов, расстояние между которыми 182 *км*, вышли одновременно навстречу друг другу 2 поезда. Первый поезд проходил в час 52 *км*, а второй — 39 *км*. Через сколько часов поезда встретятся?

№ 2. Из двух городов, расстояние между которыми 182 *км*, вышли одновременно и в одном направлении 2 грузовика. Первый грузовик проходил в час 52 *км*, а второй — 39 *км*. Через сколько часов первый грузовик догонит второй?

На шестом уроке проводилось повторение задач на нахождение чисел по сумме и разности, при этом данный вид задач был сопоставлен с задачами на нахождение чисел по сумме и отношению.

При повторении названных задач была сделана попытка довести до сознания учащихся, по каким данным приходится в них находить искомые числа (в одних задачах по сумме и разности, в других — по сумме и частному).

Темой седьмого урока явилось повторение задач на сложное тройное правило, которые были образованы из задач на простое тройное правило и сопоставлены с ними.

Восьмой урок (см. стенограмму в приложении) был посвящен повторению задач, решаемых способом исключения неизвестного. При повторении, как и при введении, эти задачи были образованы из первого вида задач на нахождение неизвестного по разности двух величин, с которыми (задачами) они имеют некоторое родство.

На девятом, последнем из этой серии уроков, были повторены задачи на вычисление среднеарифметического.

При письменном решении задач на уроках повторения учащимся, как правило, предлагалось записывать в тетрадях только действия. Это вызывалось ограниченностью времени, а также тем, что задачи повторяются, поэтому можно было их решать без записи вопросов.

При повторении некоторых типов задач учащиеся записывали решение задач формулой. Это практиковалось в тех случаях, когда запись решения формулой не слишком сложна: при повторении задач на простое и сложное тройное правило, при повторении задач на движение. При повторении задач на сложное тройное правило была также применена та краткая повествовательная форма записи плана, которая была приведена выше (см. стр. 204).

Иногда при недостатке времени применялись те краткие формы записи (запись знаков действий), которые были указаны выше (см. стр. 217).

Описанные выше уроки повторения способствовали не только закреплению, но и усовершенствованию знаний и навыков детей. Этому способствовали система расположения задач, которые объединялись в родственные группы и рассматривались в развитии от менее сложных к более сложным формам, сравнение различных типов задач между собой. Эффективности повторения способствовало также правильное чередование устного и письменного решения задач, упражнение детей в составлении задач, рациональная форма домашних заданий.

Проведенная работа содействовала заметному повышению успеваемости детей, в особенности слабоуспевающих.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

СТЕНОГРАММЫ

уроков арифметики в IV классе [1]

Урок № 3

Тема урока. Повторение второго вида задач на простое тройное правило, на пропорциональное деление и на нахождение неизвестного по разности двух величин.

Учитель. — Приближаются экзамены. Вам нужно повторить все типы задач, которые вы решали в III и IV классах. Мы уже повторили с вами несколько типов задач. Сегодня повторим еще несколько типов.

Слушайте внимательно задачу:

«3 *м* материи стоят 180 рублей. Сколько метров такой материи можно купить на 300 руб?»

(Учитель повторяет условие и записывает его на доске.) Задача легкая, поэтому мы ее повторять не будем. Решите задачу и скажите мне ответ.

Какой ответ получился у тебя?

Ученик.— Я еще не решил.

Учитель.— Нужно думать, задача легкая. Коля, какой ответ получился у тебя.

Ученик. — 5 метров материи.

— У кого другой ответ? (Обращается к ученику, который первоначально не решил задачи.) Какой теперь ответ у тебя?

— 5 метров.

— Ты сам решил?

— Сам.

— Кто может объяснить решение задачи, начиная с главного вопроса?

— Главный вопрос этой задачи, сколько метров материи можно купить на 300 рублей. Этого мы сразу узнать не можем, потому что мы не знаем, сколько стоит один метр материи. Чтобы узнать, сколько стоит один метр материи, надо 180 руб. разделить на 3, получится 60 рублей (учитель записывает решение на доске). 60 рублей стоит один метр материи. Дальше нужно узнать, сколько метров материи можно купить на 300 рублей; для этого нужно 300 рублей разделить по 60 рублей, получится 5 раз, или 5 *м* (учитель записывает решение на доске). 5 метров материи можно купить на 300 рублей.

— Такие задачи вы решали в III классе. Это легкие задачи. Слушайте теперь другую задачу.

«Покупатель купил 2 куска материи одного сорта. Первый кусок стоил 280 рублей, второй — 120 рублей. В обоих кусках было 10 *м*. Сколько метров материи было в каждом куске?»

[1] Стенограммы печатаются в сокращенном виде.

(Учитель повторяет условие и записывает его на доске.)

— Кто может повторить условие? (Ученик повторяет.)

Решите задачу и скажите мне ответ. Сколько у тебя получилось?

— Я не решил.

— У тебя?

— В одном куске 7 *м*, в другом 10 *м*.

— У тебя какой ответ?

— 7 *м* в первом куске и 3 *м* во втором куске.

— У кого другой ответ? (других ответов не было.) Кто может объяснить задачу, начиная с главного вопроса?

— Главный вопрос задачи — сколько метров материи было в каждом из двух кусков? Этого мы сразу не можем узнать, так как мы не знаем, сколько рублей стоит один метр материи. Этого мы тоже не можем сразу узнать, так как не знаем, сколько стоят вместе оба куска. Поэтому мы сначала будем узнавать, сколько рублей было в обоих кусках вместе.

— Ты оговорился. Повтори вопрос.

— Сколько рублей стоили оба куска вместе. Для этого мы к 280 рублям прибавим 120 рублей, получится 400 рублей. Это стоят оба куска вместе (учитель записывает решение на доске).

Учитель (обращаясь к ученику, который первоначально дал неверный ответ). — Что мы будем дальше узнавать?

Ученик. — Дальше можно узнать, сколько стоил 1 *м* материи. Для этого надо 400 рублей разделить на 10, получится 40 руб. 40 рублей стоит 1 *м* материи (учитель записывает решение на доске).

Учитель (обращаясь к ученику, который первоначально не решил задачи). — Что нужно узнать третьим действием?

Ученик. — Третьим действием нужно узнать, сколько метров материи было в первом куске. 280 рублей разделить по 40 рублей. Получится 7 раз, или 7 *м*. 7 *м* материи было в первом куске (учитель записывает решение на доске).

— Что нужно дальше узнать?

— Последним действием надо узнать, сколько метров материи было во втором куске. Для этого надо 120 рублей разделить по 40 рублей, получится 3 раза, или 3 *м* материи. 3 *м* материи было во втором куске (учитель записывает решение на доске).

— Что ты хочешь сказать?

— Можно было по-другому решить последний вопрос. Если в первом куске было 7 *м*, а в обоих кусках было 10 *м*, то можно от 10 *м* отнять 7 *м*, получится 3 *м*.

— Правильно. Что ты хочешь сказать?

— Можно было иначе поставить первый вопрос: Сколько рублей стоят 10 *м* материи?

— Хорошо. Теперь всем ясно? Такие задачи вы решали в III классе. Слушайте третью задачу.

«Хозяйка купила 2 куска материи одного сорта. Первый кусок стоил 280 рублей, второй стоил 120 рублей. В первом куске было на 4 *м* больше, чем во втором. Сколько метров материи было в каждом куске?

(Учитель повторяет условие и записывает его на доске).

— Кто может повторить условие задачи? (Ученик повторяет.) Решите задачу и скажите мне ответ. Ты на этот раз решил задачу? Хорошо. А ты?

— Я не решил.

— Нужно думать. У тебя какой ответ?

— 7 *м* и 3 *м*.

— Почему же ты не поднимаешь руку, если решил? У кого другой ответ? (других ответов не было). Кто может хорошо объяснить задачу?

— Сначала узнаем, сколько рублей стоили 4 *м*. Для этого надо от 280 рублей отнять 120 рублей. Получится 160 рублей. 160 рублей стоили 4 *м* материи. Вторым действием...

— Это скажут другие. Скажи, Ваня.

— Второй вопрос — сколько стоит 1 *м* материи. Для этого нужно 160 рублей разделить на 4, получится 40 рублей. 40 рублей стоит 1 *м* материи.

— Дальше скажи, Володя.

— Третьим действием нужно узнать, сколько метров материи купили на 280 рублей.

— Или как сказать по-другому?

— Или по-другому — сколько метров материи было в первом куске. Надо 280 рублей разделить по 40 рублей, получится 7 раз, или 7 *м*. 7 *м* материи было в первом куске. Дальше нужно узнать, сколько метров материи было во втором куске. Для этого нужно 120 рублей разделить по 40 рублей, получится 3 раза или 3 *м*. 3 *м* материи было во втором куске.

— Что ты хочешь сказать?

Ученик. — Первый вопрос можно так поставить: на сколько рублей первый кусок стоил больше второго?

Ученик. — Третий вопрос можно поставить так: сколько метров можно купить на 280 рублей?

Учитель. — Так примерно и говорили. Еще что?

Ученик. — Можно последнее действие сделать не так. Можно от 7 *м* отнять 4 *м*.

— Правильно. Мальчики, внимание! Почему мы во всех трех задачах не могли сразу узнать то, что спрашивалось в задаче?

— Потому что мы не знали, сколько рублей стоит 1 *м*.

— Которым по счету действием мы в первой задаче узнали, сколько стоит 1 *м* материи?

— Первым действием.

— А во второй задаче которым по счету действием мы это узнали?

— Вторым действием.

— А в третьей задаче?

— Тоже вторым действием.

— Теперь обратите внимание на следующее. Почему во второй задаче мы к 280 рублям прибавляли 120 рублей, а в третьей задаче мы от 280 рублей отнимали 120 рублей?

— Потому что во второй задаче известно, что всего было куплено 10 *м*, а в третьей задаче сказано, что в одном куске было на 4 *м* больше, чем в другом.

— Как ты объяснишь это?

— Во второй задаче сказано, что в первом и втором кусках вместе было 10 *м*. Чтобы узнать, сколько стоят 10 *м*, нужно узнать, сколько стоят оба куска. А в третьей задаче сказано, что в первом куске на 4 *м* больше, а потому, чтобы узнать, сколько стоят 4 *м* материи, нужно от 280 рублей отнять 120 рублей.

— Правильно. Теперь, дети, попробуйте придумать задачу, похожую на вторую задачу... Расскажи свою задачу.

— На 2 грузовика погрузили мешки с картофелем. На первый грузовик погрузили 280 *кг* картофеля, а на второй — 120 *кг* картофеля. На оба грузовика погрузили всего 10 мешков картофеля. В задаче спрашивается, сколько мешков картофеля погрузили на каждый грузовик в отдельности? (Учитель записывает условие на доске.)

— Похожа эта задача на вторую задачу?

— Похожа.

— Какие числа получатся у нас в ответе, когда мы решим эту задачу?

— На первом грузовике 7 мешков, на втором — 3 мешка.

— Задача правильно придумана. Но может нас эта задача полностью удовлетворить или нет? Что вы скажете?

— Одинаковые числа с той задачей. Тот же ответ.
— Что ты хочешь сказать?
— Можно было все везти на одном грузовике.
— Конечно. Нужно было взять бо́льшие числа. Грузовики бывают пятитонки, трехтонки, полуторатонки. Можно было на одном грузовике везти 2 800 *кг*, а на другом 1 200 *кг*, а всего 100 мешков. Тогда было бы так, как бывает в жизни. (Учитель записывает числовые данные на доске.) Мальчики, если бы у нас были такие данные, то какой ответ получился бы?

— Было бы 70 мешков и 30 мешков.
— Кто придумал другую задачу, похожую на вторую?
— Два каменщика выложили вместе за 5 часов первый 140 кирпичей, а второй 60 кирпичей. В задаче спрашивается, сколько часов работал каждый из них?

— Эта задача не совсем хорошо придумана, потому что непонятно, работал ли каждый каменщик 5 часов, или если сложить время работы каждого, то получится 5 часов. Скажи, Миша, свою задачу.

— Самолет пролетел в первый день 1 500 *км*, а во второй день 1 200 *км*, а всего он летел 9 часов. Сколько часов летел самолет в первый день и во второй день в отдельности?

— Что он должен был еще сказать?
— Что самолет летел с одинаковой скоростью.
— Правильно. Похожа его задача на нашу вторую задачу или нет?
— Похожа.
— Теперь я попрошу вас переделать эту задачу так, чтобы она была похожа на третью.

— Самолет пролетел в первый день 1 500 *км*, а во второй день 1 200 *км*, летел он с одинаковой скоростью. В первый день он летел на 5 часов больше, чем во второй.

— Лучше на 2 часа больше.
— Сколько часов летел самолет каждый день? (Учитель записывает числовые данные условия на доске.)

— Дети, похожа эта задача на нашу третью задачу?
— Похожа.
— Сколькими действиями мы решали вторую задачу?
— Четырьмя действиями.
— Сколькими действиями мы решали третью задачу?
— Тоже четырьмя действиями.

— Задачи, похожие на вторую, не всегда решаются четырьмя действиями. Такие задачи могут решаться и бо́льшим и меньшим количеством действий. Если бы, например, во второй задаче спрашивалось, сколько метров было в первом куске, то сколькими действиями она решалась бы?

— Тогда задача решалась бы тремя действиями.
— Правильно. А если бы в этой задаче спрашивалось, сколько метров было во втором куске, сколькими действиями решалась бы задача?

— Тремя действиями.
— А при каком главном вопросе эта задача решалась бы двумя действиями?

— Если бы в задаче спрашивалось, сколько стоит 1 *м* материи, она решалась бы двумя действиями.
— Как видите, второй тип задач не всегда решается так, как мы решали вторую задачу. Третий тип задач тоже не всегда решается так, как мы решали третью задачу.

Я немного изменю задачу про самолет. Слушайте внимательно условие.

«Самолет в первый день пролетел 1800 *км*, а во второй день — 1 200 *км*. В первый день самолет летел на 2 часа больше, чем во второй день. В задаче спрашивается, сколько всего часов летел самолет?»

Достаньте тетради, спишите условие задачи, как оно записано на доске, и напишите решение задачи без вопросов (учащиеся решают задачу в тетрадях).

После того как большинство учащихся закончило работу, учитель вызывает ученика к доске для записи решения.

Затем учитель проводит беседу с детьми:

Учитель. — Что вы сначала узнавали в этой задаче?

Ученик.— Сначала мы узнавали, сколько километров самолет пролетел за 2 часа. Нужно от 1 800 *км* отнять 1 200 *км*, получится 600 *км*. 600 *км* самолет пролетел за 2 часа.

— Второй вопрос?

— Вторым действием надо узнать, сколько километров самолет пролетел в час? Для этого надо 600 *км* разделить на 2, получится 300 *км*. Третьим действием надо узнать, сколько всего километров пролетел самолет. Для этого нужно к 1 800 *км* прибавить 1 200 *км*, получится 3 000 *км*. Четвертым действием надо узнать, сколько всего часов летел самолет. Для этого надо 3 000 *км* разделить по 300 *км*, получится 10 раз, или 10 часов. Самолет летел всего 10 часов.

— Некоторые из вас решали задачу другим способом, пятью действиями. Но этот способ (указывает на доску) лучше, потому что здесь меньшее количество действий. Сколько типов задач мы повторили на уроке?

— 3 типа.

— Сколько всего типов задач мы уже повторили с вами?

— 8 типов.

— Дома повторите задачи № 363, 265 и 266. Прочитаете задачу, подумаете, как ее решать, запишете номер задачи и напишете, какими действиями она решается, например:

1) + 2) : и т. д.

При записи знака каждого действия вы должны подробно объяснять, что вы узнаете этим действием.

Приводим текст задач, упоминаемых в записи этого урока.

№ 263. Два ящика конфет одного сорта весят вместе 105 *кг*. Первый ящик стоит 1 062 руб., второй на 234 руб. меньше. Сколько весит каждый ящик?

№ 265. В магазине продали чайников в первый день на 6 656 руб., во второй — на 7 644 руб. В первый день продали на 19 чайников меньше, чем во второй. Сколько чайников продали в каждый из этих двух дней?

№ 266. Товарный поезд прошел в первый день 900 *км*, а во второй день с той же скоростью — 765 *км*. В первый день поезд был в движении на 3 часа больше, чем во второй. Сколько часов поезд был в движении в каждый из этих двух дней?

Урок № 4

Тема урока. Повторение третьего вида задач на простое тройное правило, на пропорциональное деление и на нахождение неизвестного по разности двух величин.

Учитель. — Мы уже повторили с вами 8 типов задач. Сегодня повторим еще несколько типов. Слушайте внимательно задачу.

«Для детского дома купили тетрадей в клетку и в линейку. На каждые 30 тетрадей в клетку приходилось 20 тетрадей в линейку. Сколько тетрадей в линейку купили, если тетрадей в клетку было 300 штук?»

(Учитель повторяет и записывает условие на доске.)

— Кто может повторить задачу? (Ученик повторяет условие.) Решите задачу и скажите мне ответ.

— Ты не решил задачи? И ты не решил? Плохо, мальчики, такие задачи вы решали в IV классе. Какой у тебя ответ?

Ученик. — 450 тетрадей.

— У кого другой ответ?

— 200 тетрадей.

— Поднимите руки, у кого получилось 450 тетрадей (один ученик поднимает руку), у кого получилось 200 тетрадей (поднимается много рук). Кто может хорошо объяснить, как нужно решать задачу?

— Мы знаем, что на каждые 30 тетрадей в клетку приходилось 20 тетрадей в линейку, а всего тетрадей в клетку было 300. Первым действием я узнаю, сколько раз в 300 тетрадях содержится по 30 тетрадей. Для этого нужно 300 тетрадей разделить по 30 тетрадей, получится 10 раз. (Учитель записывает решение на доске.) Детский дом купил 10 раз по 30 тетрадей в клетку.

— Дальше что мы будем узнавать?

— Сколько тетрадей в линейку получил детский дом? Надо 20 тетрадей помножить на 10. (Учитель записывает решение на доске.)

— Объясни, почему нужно умножать 20 тетрадей на 10?

— Этим мы узнаем, сколько всего было тетрадей в линейку.

— Почему нужно *умножать*?

— Потому что детский дом получил 10 раз по 30 тетрадей в клетку. Значит он также получил 10 раз по 20 тетрадей в линейку. Получится 200 тетрадей. Столько тетрадей в линейку купил детский дом.

— Поднимите руку, кто вначале не решил задачи? Вы теперь поняли? Ты понял?

Ученик.— Понял.

— Какой будет первый вопрос?

— Сколько раз содержится в 300 тетрадях по 30 тетрадей?

— Или по-другому как можно поставить вопрос?

— Сколько раз детский дом получил по 30 тетрадей в клетку?

— Второй вопрос, какой у нас был, скажи, Вася.

— Сколько тетрадей в линейку купил детский дом?

— Слушайте теперь другую задачу.

«Сельская школа получила 300 тетрадей в клетку и в линейку. На каждые 30 тетрадей в клетку приходилось 20 тетрадей в линейку. Сколько тех и других тетрадей в отдельности получила школа?»

(Учитель повторяет и записывает условие на доске.)

— Кто может повторить условие? (Ученик повторяет.)

— Решите задачу и скажите мне ответ. Какой у тебя ответ?

— 200 и 100.

— У кого другой ответ? Другого ответа нет. Объясни, как ты решил задачу. Какой первый вопрос?

— Сколько тетрадей в клетку и в линейку брали каждый раз?

— Скажи, Коля.

— Сколько составляет вместе 30 тетрадей в клетку и 20 тетрадей в линейку?

— Можно и так сказать. Хорошо. Как мы это узнаем?

— К 30 тетрадям прибавить 20 тетрадей, получится 50 тетрадей. 50 тетрадей брали каждый раз (учитель записывает решение на доске).

— Что нужно теперь узнать?

— Сколько раз 50 содержится в 300?

— Скажи, Ваня.

— Сколько раз по 50 тетрадей получила сельская школа?

— Что для этого нужно сделать?

— 300 тетрадей разделить по 50 тетрадей, получится 6 раз (учитель записывает решение на доске). 6 раз по 50 тетрадей получила сельская школа.

— Что нужно дальше узнать?

— Сколько тетрадей было в клетку? Для этого нужно 30 тетрадей умножить на 6, получится 180 тетрадей. Столько было тетрадей в клетку (учитель записывает решение на доске). Четвертым действием нужно узнать, сколько тетрадей в линейку получила сельская школа? Для этого нужно

20 тетрадей умножить на 6, получится 120 тетрадей (учитель записывает решение на доске).

— Что ты хочешь сказать?

— Сколько тетрадей было в линейку, можно узнать по-другому: можно от 300 тетрадей отнять 180 тетрадей, получится 120 тетрадей. 120 тетрадей было в линейку.

— Правильно. Слушайте теперь третью задачу.

«Городская школа получила тетради в клетку и в линейку. Тетрадей в клетку она получила на 300 больше, чем в линейку. На каждые 30 тетрадей в клетку приходилось 20 тетрадей в линейку. Сколько тетрадей в клетку и в линейку в отдельности получила городская школа?»

(Учитель повторяет и записывает условие задачи на доске.)

— Кто может повторить условие? (Ученик повторяет.) Решите задачу и скажите мне ответ.

— 600 тетрадей и 900 тетрадей.

— У кого другой ответ? (Нет.) Как мы будем решать эту задачу.

— Сначала нужно узнать, на сколько больше приходилось каждый раз тетрадей в клетку, чем в линейку? Для этого нужно от 30 тетрадей отнять 20 тетрадей, получится 10 тетрадей. Каждый раз брали на 10 тетрадей в клетку больше, чем в линейку (учитель записывает решение на доске).

— Дальше что нужно узнать?

— Сколько раз содержится в 300 тетрадях по 10 тетрадей? Для этого нужно 300 тетрадей разделить по 10 тетрадей, получится 30 раз (учитель записывает решение на доске). Теперь надо узнать, сколько тетрадей было в клетку? Для этого нужно 30 тетрадей помножить на 30, получится 900 тетрадей. 900 тетрадей было в клетку (учитель записывает решение на доске).

— Что нужно дальше узнать?

— Сколько тетрадей в линейку получила городская школа? Для этого нужно 20 тетрадей помножить на 30, получится 600 тетрадей (учитель записывает решение на доске).

— Что ты хочешь сказать?

— Четвертое действие можно было сделать по-другому: от 900 тетрадей отнять 300 тетрадей, получится 600 тетрадей.

— Правильно. Вторую задачу я изложу теперь по-другому.

«Сельская школа получила 300 тетрадей в клетку и в линейку и раздала их учащимся. Каждому классу школа выдавала 30 тетрадей в клетку и 20 тетрадей в линейку. Сколько тех и других тетрадей в отдельности получила школа?»

(Учитель записывает условие на доске.)

— Повторите условие. (Ученик повторяет.) Какой ответ получился у вас?

— 120 и 180 тетрадей.

— Какой будет первый вопрос?

— Сколько тетрадей получал один класс?

— Какой будет второй вопрос?

— Сколько всего классов было в школе?

— Что надо дальше узнать?

— Сколько тетрадей было в клетку, потом, сколько тетрадей было в линейку?

— Третью задачу я тоже изложу по-другому:

«Городская школа получила тетради в клетку и в линейку и раздала их учащимся. Тетрадей в клетку было на 300 больше, чем в линейку. Каждому классу школа выдавала 30 тетрадей в клетку и 20 тетрадей в линейку. Сколько тех и других тетрадей в отдельности получила школа?»

(Учитель повторяет и записывает условие.)

— Какие мы будем ставить вопросы в этой задаче?

— Первым действием надо узнать, на сколько каждый класс получал тетрадей в клетку больше, чем в линейку? Второй вопрос — сколько классов было в школе?

— Верно. Продолжай, Ваня, вопросы плана.

— Третий вопрос: сколько тетрадей в клетку получила городская школа? Четвертый вопрос: сколько тетрадей в линейку получила городская школа?

— Теперь я попрошу достать задачники, открыть их на 41 странице и найти на этой странице задачи, похожие на те задачи, которые мы сегодня решали.

— Задача № 280.

— Прочитайте эту задачу. Похожа ли она на наши задачи?

— Похожа.

— На какую из наших задач похожа эта задача?

— Она похожа на вторую задачу.

— Кто думает по-другому? (Таких нет.) Правильно. Найдите на 41 странице еще задачи, похожие на те, которые мы решали сегодня.

— Задача № 279.

— Прочитайте эту задачу и скажите, на какую из наших задач она похожа?

— На вторую.

— Кто думает по-другому?

— На первую.

— Кто думает, что она похожа на вторую? Большинство. Правильно. Объясните, как решать эту задачу?

— Первый вопрос: сколько орехов получали мальчики за один раз? Второй вопрос: сколько раз по 5 орехов было? Третий вопрос: сколько орехов получил первый мальчик? Четвертый вопрос: сколько орехов получил второй мальчик?

— Итак, на какую же из наших задач похожа задача № 279?

— На вторую.

— Прочитайте задачу № 274. На какую из наших задач она похожа?

— На первую задачу.

— Прочитайте задачу № 273. На какую из наших задач она похожа?

— На первую задачу.

— Прочитайте задачу № 288. На какую из наших задач она похожа?

— На третью.

— Кто думает по-другому? (Таких учеников не оказалось.) Теперь откройте задачник и решите задачу № 339. Так как времени у нас мало, вы будете записывать только знаки действий, например: 1) + 2) × и т. д., смотря по тому, каким действием решается данный вопрос. Но при записи знака каждого действия вы должны объяснять себе, что вы узнаете этим действием.

Учитель (после окончания работы детьми). — Что вы сначала узнавали в этой задаче?

— Сколько весили вместе мешок отрубей и мешок муки? Для этого нужно к 80 *кг* прибавить 34 *кг*, получится 114 *кг*.

— Что вы затем узнавали?

— Сколько раз по 114 *кг* содержится в 14 364 *кг*?

— А как можно сказать по-другому?

— Сколько было мешков муки и отрубей в отдельности? Надо 14 364 *кг* разделить по 114 *кг*.

— Что мы будем дальше узнавать?

— Сколько весила вся мука? Для этого нужно 80 *кг* умножить на число мешков.

— Что нужно дальше узнать?

— Сколько весили отруби? Для этого нужно 34 *кг* умножить на число мешков.

— Пятый вопрос какой?

— На сколько больше было килограммов муки?

— Каким действием решается этот вопрос?
— Вычитанием.
— На какую из наших задач похожа эта задача?
— На вторую.
— Как ты, Володя, решал задачу?
— Я решал задачу четырьмя действиями.
— Твой способ лучше. ... — Сколько типов задач мы повторили сегодня?
— 3 типа.

— Дома повторите задачи № 274, 278, 280, 288 и 290. Прочитаете задачу и подумаете, как ее решать. На листке бумаги напишете, какие из этих задач вы не можете решить. Завтра сдадите мне эти листки, чтобы я знал, в чем нужно помочь каждому из вас.

Приводим текст задач, упоминаемых в записи этого урока.

№ 274. В саду посадили 105 вишневых и несколько грушевых деревьев. На каждые 7 вишневых деревьев приходилось 3 грушевых дерева. Сколько грушевых деревьев посадили?

№ 278. В меховом магазине было поровну лисьих, заячьих и беличьих шкурок. Каждая лисья шкурка стоила 240 руб., заячья — 50 руб., беличья — 36 руб., а все шкурки стоили вместе 24 450 руб. Сколько стоили лисьи, заячьи и беличьи шкурки в отдельности?

№ 279. Два мальчика разделили между собой 120 орехов так, что один из них получил столько раз по 2 ореха, сколько раз другой по 3. Сколько орехов досталось каждому мальчику?

№ 280. Совхоз отправил в город вишню и клубнику, всего 1 020 *кг*. На каждые 7 *кг* вишни приходилось 5 *кг* клубники. Сколько вишни и сколько клубники отправил совхоз?

№ 288. Купили поровну почтовых открыток по 25 коп. и марок по 40 коп. За марки уплатили на 1 руб. 20 коп. больше, чем за открытки. а) Сколько открыток и сколько марок куплено? б) Сколько денег уплатили за открытки и сколько за марки?

№ 290. Чтобы выкачать воду из бассейна, поставили одновременно два насоса. Первый насос выкачивал в минуту 136 ведер, второй — 108 ведер. а) Сколько времени работали насосы, если первый выкачал на 2 910 ведер больше второго? б) Сколько ведер воды выкачал каждый насос?

№ 330. В вагон погрузили одинаковое количество мешков муки и отрубей, всего 14 364 *кг*. Каждый мешок муки весил 80 *кг*, а мешок отрубей 34 *кг*. На сколько муки погружено больше, чем отрубей?

Урок № 8

Тема урока. Повторение задач, решаемых способом исключения неизвестного.

Учитель. — Дети, мы уже повторили с вами много типов задач. Сегодня повторим еще один тип. Слушайте внимательно задачу.

«В первый раз купили 4 чашки, во второй раз купили 6 таких чашек и заплатили на 15 рублей больше, чем в первый раз. Сколько рублей стоит чашка?»

(Учитель записывает условие на доске.)

— Задача легкая, все же я нарисую чашки на доске, чтобы вы могли лучше понять задачу (учитель рисует чашки на доске и записывает главный вопрос задачи). Повтори условие (ученик повторяет).

Учитель. — Задача легкая и я не сомневаюсь, что все ее решат. Скажи ответ.

Ученик. — 7 руб. 50 коп.

— Объясни решение задачи.

— Первый вопрос: сколько чашек можно купить на 15 руб.? Для того чтобы это узнать, надо от 6 чашек отнять 4 чашки, получится 2 чашки. 2 чашки стоили 15 руб. (учитель записывает решение на доске). Второй вопрос: сколько стоит 1 чашка? Для этого надо 15 рублей разделить на 2, получится 7 руб. 50 коп.; 7 руб. 50 коп. стоит одна чашка (учитель записывает решение на доске).

— Слушайте вторую задачу.

«В первый раз купили 3 стакана и 4 чашки и заплатили 36 рублей. Во второй раз по тем же ценам купили 3 стакана и 6 чашек и заплатили 51 рубль. Сколько стоила одна чашка?»

(Учитель рисует стаканы и чашки и записывает главный вопрос задачи.)

— Кто может повторить условие? Повтори (ученик повторяет). Хорошо. Решите задачу и скажите мне ответ.

— 7 руб. 50 коп.

— У кого другой ответ? (Других ответов не было.) Прежде чем вы будете объяснять решение задачи, я хочу вам задать пару вопросов. Если бы во второй раз так же, как в первый, купили 3 стакана и 4 чашки, то сколько денег пришлось бы уплатить за эту покупку?

— 36 рублей.

— А почему во второй раз уплатили больше денег, чем в первый раз?

— Потому что во второй раз купили чашек больше, чем в первый раз.

— Что нужно сначала узнать при решении этой задачи?

— На сколько больше чашек купили во второй раз. От 6 чашек надо отнять 4 чашки. Получится 2 чашки. Во второй раз купили на 2 чашки больше (учитель записывает решение на доске).

— Что надо теперь узнать?

— Сколько стоят две чашки. От 51 рубля отнять 36 рублей, получится 15 рублей. 15 руб. стоят 2 чашки (учитель записывает решение на доске).

— Дальше что мы узнаем?

— Сколько стоит одна чашка. Для этого надо 15 рублей разделить на 2, получится 7 руб. 50 коп. (учитель записывает решение на доске).

— Сколькими действиями мы решали первую задачу?

— Двумя действиями.

— А эту?

— Эту тремя действиями.

— А почему здесь понадобилось еще одно действие?

— Потому что во второй задаче неизвестно, на сколько больше заплатили во второй раз, чем в первый раз.

— Мы узнали, сколько стоила одна чашка. Теперь будем узнавать, сколько стоит 1 стакан (учитель записывает вопрос на доске, дополняя запись условия). Кто решил задачу?

— Я не решил.

— Какой ответ получился у тебя?

— 2 рубля.

— У кого другой ответ?

— 3 рубля.

— Эту часть задачи мы будем решать, начиная с главного вопроса. Объясни, как ты решал эту часть задачи?

— Нужно узнать, сколько стоил один стакан? Сразу мы не можем этого узнать, потому что мы не знаем, сколько стоили 3 стакана.

— А это мы можем сразу узнать?

— Нет, мы не можем, потому что не знаем, сколько стоили 4 чашки. Сначала нужно узнать, сколько стоили 4 чашки? Умножаем 7 руб. 50 коп. на 4, получится 30 рублей. 30 рублей стоили 4 чашки (учитель записывает решение на доске).

— Дальше скажи, Петя.

— Нужно узнать, сколько стоили 3 стакана? Для этого нужно от 36 руб. отнять 30 руб., получится 6 руб. (учитель записывает решение на доске).

— Почему ты от 36 руб. отнимал 30 руб.?

— Потому что 3 стакана и 4 чашки стоили 36 рублей, а 4 чашки стоили 30 рублей. Поэтому, чтобы узнать, сколько стоили 3 стакана, нужно от 36 руб. отнять 30 руб., получится 6 руб.

— Что нужно теперь узнать?

— Сколько стоил 1 стакан? Нужно 6 руб. разделить на 3, получится 2 руб. 2 рубля стоил 1 стакан (учитель записывает решение на доске).

В целом решение задачи записано на доске так:

1) 6 ч. — 4 ч. = 2 ч.
2) 51 руб. — 36 руб. = 15 руб.
3) 15 руб. : 2 руб. = 7 руб. 50 коп.
4) 7 руб. 50 коп. $\times$ 4 = 30 руб.
5) 36 руб. — 30 руб. = 6 руб.
6) 6 руб. : 3 = 2 руб.

— Поднимите руку, у кого первоначально получился другой ответ и кто не решил этой задачи вначале. Теперь вам понятно? Скажи, что мы тут узнавали?

— Сколько стоили 4 чашки.

— А тут?

— Сколько стоили 3 стакана.

— 6-й вопрос?

— Сколько стоил 1 стакан.

— Теперь запишем формулу решения. Сколько формул у нас должно быть?

— Две.

— Почему?

— Потому что в задаче два вопроса. Одну формулу запишем, чтобы узнать, сколько стоила 1 чашка, а вторую, чтобы узнать, сколько стоил 1 стакан.

— Запиши первую формулу.

Ученик записывает формулу:

$$51 - 36 : (6-4).$$

— Правильно ли он написал формулу?

— Неправильно.

— Иди, исправь.

Ученик. — Записывает:

$$(51-36) : (6-4).$$

Учитель. — Теперь правильно. Что мы узнаем, когда мы от 51 руб. отнимаем 36 руб.?

— На сколько больше денег заплатили во второй раз, чем в первый?

— Что мы узнаем, когда мы от 6 чашек отнимаем 4 чашки?

— На сколько больше чашек купили во второй раз, чем в первый.

— Что мы узнаем, когда делим 15 руб. на 2?

— Мы узнаем, сколько стоила одна чашка.

— Кто может записать вторую формулу?

Ученик. — Пишет:

36 руб. — 7 р. 50 к. $\times$ 4 : 3.

— Посмотрите, в каком порядке нужно произвести действия, придерживаясь этой записи.

— Нужно 7 руб. 50 коп. помножить на 4, полученное число разделить на 3, а потом от 36 отнять частное.

— А так ли мы делали? Исправь формулу.

Ученик ставит скобки. Получается запись:

(36 руб. — 7 р. 50 к. $\times$ 4) : 3.

Учитель. — В каком порядке нужно выполнять действия в этой формуле?

— Умножить 7 руб. 50 коп. на 4. Потом от 36 руб. отнять 30 руб. и остаток разделить на 3.

— Кто из вас придумает задачу, похожую на ту, которую мы решали?

— 3 ящика конфет и 5 ящиков печенья стоят 1 350 руб., а 3 ящика конфет и 8 ящиков печенья стоят 1 800 руб. Сколько стоит 1 ящик печенья и 1 ящик конфет? (Учитель записывает условие на доске).

— Правильно. Такие задачи легко придумывать. Я хочу обратить ваше внимание на следующее: сколькими действиями мы решали задачу про чашки и стаканы?

— Шестью действиями.

— А сколькими действиями решается задача про конфеты и печенье?

— Тоже шестью действиями.

— Правильно. Но не всегда так бывает. Такие задачи иногда решаются меньшим количеством действий, а иногда бо́льшим количеством действий. Если бы в нашей задаче было сказано так:

«В первый раз купили 3 стакана и 4 чашки и заплатили 36 рублей, а во второй раз по тем же ценам купили 3 стакана и 6 чашек и заплатили на 15 рублей больше. Сколько стоила чашка и сколько стакан?», то сколькими действиями нужно было бы решать эту задачу?

— Пятью действиями.

— Правильно.

А если бы в задаче, которую мы решали с вами, спрашивалось, на сколько чашка дороже стакана, то сколькими действиями она решалась бы?

— Семью действиями.

— А если бы спрашивалось, сколько стоили вместе чашка и стакан, то сколькими действиями решалась бы задача?

— Семью действиями.

— Я несколько изменю задачу про конфеты и печенье. Слушайте внимательно условие.

«В первый раз купили 3 ящика конфет и 5 ящиков печенья и заплатили 1 350 руб. Во второй раз по тем же ценам купили 3 ящика конфет и 8 ящиков печенья. Во второй раз заплатили за покупку на 450 руб. больше, чем в первый раз. На сколько ящик конфет дороже ящика печенья?»

(Учитель записывает условие на доске.)

— Спишите условие и запишите решение задачи в тетрадях. Записывайте только решение, без вопросов.

После того как большинство учащихся закончило работу, учитель вызывает ученика к доске для записи решения. Затем учитель проводит беседу с детьми.

Учитель. — Какой первый вопрос?

Ученик. — На сколько ящиков печенья купили во второй раз больше, чем в первый?

— Следующие вопросы?

Ученик. — Сколько стоит 1 ящик печенья?

Ученик. — Сколько стоят 5 ящиков печенья?

Ученик. — Сколько стоят 3 ящика конфет?

Ученик. — Сколько стоит 1 ящик конфет?

Ученик. — На сколько ящик конфет дороже ящика печенья?

Учитель. — Слушайте задание на дом. Дома повторите задачи № 327, 328 и 330. Прочитаете каждую задачу, запишете в тетради номер задачи и рядом напишете, сколькими действиями она решается. Например: задача № 315 решается двумя действиями.

Приводим текст задач, упоминаемых в записи этого урока.

№ 327. Патефон с 6 пластинками стоит 1 310 руб. Такой же патефон с 10 пластинками стоит 1 350 руб. Сколько стоит патефон и сколько пластинка?

№ 328. Для дома отдыха в первый раз купили 12 столов и 45 стульев и уплатили 2 460 руб. Во второй раз по тем же ценам купили 12 столов и 58 стульев и уплатили на 312 руб. больше, чем в первый раз. Сколько стоили стол и стул в отдельности?

№ 330 На одной ферме на прокормление 125 коров и 78 лошадей выдавали 2 592 *кг* сена в день. На другой ферме на прокормление 109 коров и 78 лошадей выдавали по тем же нормам 2 400 *кг* сена в день. По сколько килограммов сена выдали в день корове и по сколько лошади?

ПРИЛОЖЕНИЕ II

КАРТОЧКИ С ЗАДАЧАМИ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Карточка № 1

№ 1. В фабричном поселке 3 школы. В первой школе учатся 150 детей, во второй на 3 больше, чем в первой, а в третьей в 3 раза больше, чем во второй. Сколько всего учащихся в школах поселка?

№ 2. С одного участка сняли 120 *кг* овощей, со второго участка на 2 *кг* меньше, чем с первого, а с третьего в 2 раза меньше, чем со второго. Сколько всего килограммов овощей сняли с трех участков?

№ 3. В прошлом году в детском саду было 28 мальчиков, а девочек на 7 больше. В этом году 36 мальчиков и 45 девочек. На сколько детей в этом году больше, чем в прошлом?

№ 4. При царской власти в одном городе было 15 школ. При советской власти число школ в этом городе увеличилось в 8 раз. На сколько больше школ стало в этом городе?

Карточка № 2

№ 5. Пароход прошел 150 *км* в 5 часов. Какое расстояние пройдет он в 7 часов при той же скорости?

№ 6. Сколько ведер воды насос выкачает в 15 минут, если он выкачивает 960 ведер в 6 минут?

№ 7. За 10 дней апреля завод выпустил 400 машин. Сколько машин завод выпустит в остальные 16 рабочих дней этого месяца, если он будет выпускать в день на 10 машин больше прежнего?

№ 8. На одной телеге доставили 10 ящиков гвоздей, а на другой 8 таких же ящиков гвоздей. Сколько груза доставили на обеих телегах, если на первой телеге доставлено 300 *кг* груза?

Карточка № 3

№ 9. Два землекопа получили за рытье канавы 250 руб. Один землекоп вырыл 20 *м* канавы, а другой — 30 *м*. Сколько денег должен получить каждый землекоп?

№ 10. На 2 телеги погрузили 900 *кг* картофеля. На первую телегу погрузили 10 мешков, а на вторую — 8 мешков. Сколько килограммов картофеля погрузили на вторую телегу, если все мешки с картофелем были одинакового веса?

№ 11. Две машинистки заработали вместе 600 руб. Одна работала 5 дней, а другая 7 дней. На сколько рублей вторая машинистка должна получить больше, чем первая?

№ 12. Два плотника получили вместе за работу 260 руб. Один работал 3 дня по 8 часов, а другой 4 дня по 7 часов в день. Сколько денег должен получить каждый плотник?

Карточка № 4

№ 13. Два мальчика собрали в лесу 45 орехов и разделили их между собою так, что первому досталась одна часть орехов, а второму 2 таких части. Сколько орехов получил каждый мальчик?

№ 14. Два плотника получили за работу 600 руб. и разделили их между собою так, что первому досталось в 3 раза больше, чем второму. Сколько денег получил каждый плотник?

№ 15. За два года завод выпустил 300 паровозов; в первый год в 4 раза меньше, чем во второй. Сколько паровозов завод выпустил во второй год?

№ 16. С трех яблонь сняли 95 *кг* яблок: с первой яблони сняли 35 *кг*, а со второй в 2 раза больше, чем с третьей. Сколько килограммов яблок сняли с третьей яблони?

Карточка № 5

№ 17. Два землекопа рыли канаву. Один вырыл 20 *м*, а другой — 30 *м*. Первый землекоп получил за свою работу на 50 руб. больше второго. Сколько денег получил каждый землекоп?

№ 18. Лётчик летел с одинаковой скоростью в один день 6 часов, а в другой день 4 часа. В первый день он пролетел на 600 *км* больше, чем во второй. Сколько километров пролетал он в каждый день?

№ 19. На постройку дома в первый раз доставили 5 ящиков гвоздей, а во второй раз 2 таких же ящика. Во второй раз доставлено на 90 *кг* гвоздей меньше, чем в первый. Сколько всего килограммов гвоздей доставлено?

№ 20. Один покупатель купил 3 *м* ткани, а другой 7 *м* такой же ткани. Сколько денег уплатил первый покупатель, если второй уплатил на 84 руб. больше первого?

Карточка № 6

№ 21. На 15 платьев пошло 45 *м*. Сколько таких платьев выйдет из 75 *м* ткани?

№ 22. Сколько стульев можно купить на 360 руб., если 6 таких стульев стоят 240 руб.?

№ 23. Пароходу нужно было пройти 210 *км*. До остановки он прошел 120 *км* в 4 часа. Сколько часов ему осталось идти после остановки, если он шел все время с одинаковой скоростью?

№ 24. В первый раз куплено 5 *м* материи за 120 руб. Во второй раз куплено такой же материи на 72 руб. На сколько метров материи куплено во второй раз меньше, чем в первый?

Карточка № 7

№ 25. Два ящика конфет одного сорта весят вместе 60 *кг*. Первый ящик стоит 360 руб., а второй 240 руб. Сколько килограммов конфет было в каждом ящике?

№ 26. С двух участков сняли 8 мешков картофеля одинакового веса, с первого участка сняли 150 *кг* картофеля, а со второго 250 *кг*. Сколько мешков картофеля сняли с каждого участка?

№ 27. Для детского дома куплено 2 куска одинаковой ткани, всего 10 *м*. Первый кусок стоил 120 руб., а второй 180 руб. Сколько метров ткани было в первом куске?

№ 28. В двух ящиках было 30 *кг* печенья одного сорта. Первый ящик стоит 160 руб., а второй на 20 руб. меньше. Сколько килограммов печенья было в каждом ящике?

Карточка № 8

№ 29. Один детский дом купил коньков на 420 руб., а другой купил таких же коньков на 300 руб. Первый детский дом купил на 4 пары коньков больше, чем второй. Сколько пар коньков купил каждый детский дом?

№ 30. Пароход прошел в первый день 600 *км*, а во второй день 540 *км*. Во второй день пароход был в плавании на 2 часа меньше, чем в первый. Сколько часов пароход был в плавании каждый день, если он шел все время с одинаковой скоростью?

№ 31. В магазине в первый день продали чайников на 800 руб., а во второй на 560 руб. Во второй день продали на 6 чайников меньше, чем в первый. Сколько чайников продал магазин во второй день?

№ 32. В колхозе засеяли овсом 2 участка земли. При одинаковом урожае с первого участка собрали 400 *ц*, а со второго — 460 *ц*. Чему равна площадь обоих участков, если первый участок меньше второго на 3 *га*?

Карточка № 9

№ 33. 3 груши стоят 5 руб. Сколько нужно уплатить за 15 таких груш?

№ 34. 3 яблока стоят 4 руб. Сколько нужно уплатить за 18 таких яблок?

№ 35. 6 кирпичей весят 20 *кг*. Сколько килограммов весят 60 кирпичей?

№ 36. Пароход прошел за 3 часа 80 *км*. Сколько километров он пройдет за 12 часов при той же скорости?

№ 37. Из 3 *кг* муки выходят 4 *кг* печеного хлеба. Сколько нужно взять муки, чтобы получить 100 *кг* хлеба?

Карточка № 10

№ 38. Хозяйка купила одинаковое количество чашек и блюдец за 60 руб. Чашка стоила 9 руб., а блюдце 6 руб. Сколько чашек и блюдец в отдельности купила хозяйка?

№ 39. Для детского сада куплены красные и синие мячи, тех и других поровну, всего на 96 руб. Красный мяч стоил 7 руб., а синий — 5 руб. Сколько денег уплачено за красные и синие мячи в отдельности?

№ 40. На грузовик погрузили одинаковое количество мешков сахара и крупы, всего 1 500 *кг*. Мешок сахара весил 80 *кг*, а мешок крупы 70 *кг*. Сколько килограммов сахара погрузили на грузовик?

№ 41. В магазин доставили одинаковое количество кусков ситца и полотна. В куске ситца было 40 *м*, а в куске полотна 30 *м*. Сколько метров ситца и полотна в отдельности доставили в магазин, если всего доставлено 350 *м* материи?

Карточка № 11

№ 42. Две артели рабочих одновременно взялись уложить железнодорожный путь длиною в 90 *км*. Одна артель укладывала в месяц 18 *км*, а вторая 12 *км* пути. Во сколько месяцев обе артели, работая вместе, уложили весь путь?

№ 43. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из двух сел, расстояние между которыми 27 *км*. Первый пешеход проходил в час 5 *км*, а второй 4 *км*. Через сколько часов пешеходы встретятся?

№ 44. Из двух городов, расстояние между которыми 320 *км*, одновременно вышли навстречу друг другу 2 автомобиля. Первый автомобиль проходил в час 45 *км*, а второй 35 *км*. Сколько километров прошел каждый автомобиль до встречи?

№ 45. Из Москвы и Ленинграда, расстояние между которыми 650 *км*, вышли друг другу навстречу 2 легковые машины. Первая машина проходила в час 70 *км*, а вторая 60 *км*. На каком расстоянии от Москвы машины встретятся?

Карточка № 12

№ 46. Колхозница купила одинаковое количество глубоких и мелких тарелок. Глубокая тарелка стоила 15 руб., а мелкая 10 руб. За глубокие тарелки колхозница уплатила на 30 руб. больше, чем за мелкие. Сколько тех и других тарелок в отдельности купила она?

№ 47. Для детского дома куплены кровати и матрацы, тех и других поровну. Кровать стоила 100 руб., а матрац 80 руб. Сколько кроватей и сколько матрацев куплено, если за кровати уплочено на 200 руб. больше, чем за матрацы?

№ 48 В магазин доставлено одинаковое количество ящиков конфет и печенья. Ящик *конфет весит* 30 *кг*, а ящик печенья 20 *кг*. Всего конфет доставлено на 60 *кг* больше, чем печенья. Сколько ящиков конфет и печенья в отдельности доставлено в магазин?

№ 49. На складе было одинаковое количество мешков манной и гречневой крупы. Мешок манной крупы весил 80 *кг*, а мешок гречневой крупы 60 *кг*. Всего манной крупы на складе было на 100 *кг* больше, чем гречневой. Сколько килограммов манной и гречневой крупы в отдельности было на складе?

Карточка № 13

№ 50. Две артели рабочих одновременно взялись уложить железнодорожную ветку. Первая артель укладывала в месяц 20 *км*, а вторая 16 *км*. Всего первая артель уложила на 12 *км* больше второй. Сколько месяцев работала каждая артель?

№ 51. Из двух городов, расстояние между которыми 30 *км*, вышли одновременно в одном направлении 2 поезда. Первый поезд делал в час 50 *км*, а второй 40 *км*. Через сколько часов первый поезд догонит второй?

№ 52. Через сколько минут один пловец догонит другого, если расстояние между ними 150 *м* и если первый плывет со скоростью 75 *м*, а второй со скоростью 60 *м* в минуту?

№ 53. Из двух городов, расстояние между которыми 60 *км*, в 10 часов утра вышли в одном направлении 2 грузовика. Первый грузовик проходил в час 50 *км*, а второй 35 *км*. В котором часу первый грузовик догонит второй?

Карточка № 14

№ 54. В двух корзинах было 85 яблок. Когда из первой корзины взяли 3 яблока, в обеих корзинах яблок стало поровну. Сколько яблок было в каждой корзине первоначально?

№ 55. На двух полках 76 книг. На верхней полке на 6 книг больше, чем на нижней. Сколько книг на каждой полке?

№ 56. За два месяца завод выпустил 300 машин; во второй месяц на 20 машин больше, чем в первый. Сколько машин завод выпустил во второй месяц?

№ 57. Велосипедист проехал 39 *км* за 3 часа. В первый час он проехал 14 *км*, а во второй час на 1 *км* больше, чем в третий. Сколько километров велосипедист проехал в третий час?

Карточка № 15

№ 58. Три мальчика разделили между собой 80 орехов так, что первому досталась одна часть, второму — три таких части, а третьему в два раза больше, чем второму. Сколько орехов получил каждый мальчик?

№ 59. Между тремя детскими домами разделили 280 *м* материи так, что второму досталось в 2 раза больше, чем первому, а третьему в 4 раза больше, чем первому. Сколько метров материи получил каждый детский дом? (Сделать чертеж.)

№ 60. За 3 дня летчик пролетел 2 400 *км*. В первый день он пролетел в два раза меньшее расстояние, чем во второй, а в третий день в 3 раза большее расстояние, чем во второй. Сколько километров летчик пролетел во второй день (Сделать чертеж.)

№ 61. За 3 года завод выпустил 18 000 вагонов. В первый год завод выпустил вагонов в 3 раза меньше, чем во второй, и в 5 раз меньше, чем в третий. Сколько вагонов завод выпустил в третий год?

Карточка № 16

№ 62. В трех кусках 90 *м* материи. Во втором куске на 1 *м* больше, чем в первом, а в третьем на 2 *м* больше, чем в первом. Сколько метров материи в каждом куске? (Сделать чертеж.)

№ 63. В три дня пароход прошел 1 500 *км*. Во второй день он прошел на 40 *км* меньше, чем в первый, а в третий день на 20 *км* больше, чем во второй. Сколько километров прошел пароход в каждый из этих трех дней? (Сделать чертеж.)

№ 64. В трех ящиках 68 *кг* конфет; во втором ящике на 3 *кг* больше, чем в первом, а в третьем на 5 *кг* больше, чем в первом. Сколько килограммов конфет в каждом ящике?

№ 65. За 3 года после окончания войны в одном городе построено 690 домов. Во второй год построено на 30 домов больше, чем в первый и на 60 домов меньше, чем в третий год. Сколько домов построено в третий год?

Карточка № 17

№ 66. Рабочий заработал в январе 830 руб., в феврале 900 руб., в марте 940 руб. Каков его средний месячный заработок за это время?

№ 67. Завод выпустил в первый день недели 100 машин, во второй день — 110 машин, в третий день — 130, в четвертый день — 150, в пятый день — 160 и в шестой день — 190. По сколько машин он выпускал в среднем в день?

№ 68. В течение недели корова давала 4 дня по 14 *л* молока в день и 3 дня по 21 *л*. Сколько литров молока корова давала в среднем в день?

№ 69. В течение первых четырех месяцев года завод выпускал по 250 вагонов в месяц, в течение остальных 8 месяцев по 400 вагонов. По сколько вагонов завод выпускал в среднем в месяц?

Карточка № 18

№ 70. Ручка и перо стоят 50 коп. Ручка и 3 пера по тем же ценам стоят 60 коп. Сколько стоят ручка и перо в отдельности?

№ 71. 6 ложек и 4 вилки стоят 42 руб., а 9 ложек и 4 вилки по тем же ценам стоят 57 руб. Сколько стоит ложка и вилка в отдельности?

№ 72. На 5 платьев и 3 рубашки пошло 26 *м* ткани, а на такие же 5 платьев и 7 рубашек пошло 34 *м* ткани. Сколько метров ткани пошло на платье и рубашку в отдельности?

№ 73. Для пионерского лагеря в первый раз купили 8 *кг* яблок и 3 *кг* груш за 116 руб. Во второй раз по тем же ценам купили 8 *кг* яблок и 5 *кг* груш и уплатили на 24 руб. больше, чем в первый раз. Сколько рублей стоят килограмм яблок и килограмм груш в отдельности?

Карточка № 19

№ 74. 3 лошадям на 1 день выдают 12 *кг* овса. Сколько килограммов овса требуется для 5 лошадей на 10 дней?

№ 75. На 6 овец расходуют 36 *кг* сена в 2 дня. Сколько сена потребуется для 8 овец на 5 дней?

№ 76. 3 землекопа могут вырыть в 2 дня канаву длиною в 120 *м*. Какой длины канаву могут вырыть 5 землекопов в 3 дня при той же производительности труда?

№ 77. Бригада грузчиков в 6 человек выгрузила 60 *т* зерна в 5 часов. Сколько тонн зерна могут выгрузить 9 грузчиков в 8 часов при той же производительности труда?

Карточка № 20

№ 78. Длина комнаты 6 *м*, ширина 4 *м*. В комнате живут двое. Сколько квадратных метров жилой площади приходится на одного человека?

№ 79. Длина огорода прямоугольной формы 80 *м*, ширина вдвое меньше длины. Вычислить площадь огорода.

№ 80. Пол длиной в 5 *м* 2 *дм* и шириной в 4 *м* выложили квадратными плитками. Сколько использовано плиток, если сторона каждой плитки равна 2 *дм*?

№ 81. Прямоугольное поле длиною в 300 *м* и шириною в 200 *м* засеяли овсом. На 1 *га* высевали по 120 *кг* зерна. Сколько зерна высеяли на это поле?

№ 82. Вычислить площадь настоящей карточки.

Карточка № 21

№ 83. Длина комнаты 8 *м*, ширина ее 6 *м*, высота 3 *м*. Вычислить объем этой комнаты.

№ 84. Ребро металлического куба равно 5 *см*. Сколько весит этот куб, если 1 *куб. см* его весит 6 *г*?

№ 85. На грузовике привезли 50 досок длиной каждая в 6 *м*, шириной в 2 *дм* и толщиной в 1 *дм*. Сколько весят все эти доски, если 1 *куб. м* дерева весил 800 *кг*?

№ 86. Длина железной плиты 1 *м*, ширина ее 60 *см*, толщина 2 *см*. Сколько весила плита, если 1 *куб. см* плиты весил 8 *г*?

Карточка № 22

№ 87. Колхоз должен был сдать государству 1 500 *ц* зерна. В первую неделю колхоз сдал $\frac{2}{5}$ этого количества зерна, во вторую неделю на 100 *ц* больше, чем в первую. Сколько центнеров зерна колхозу осталось еще сдать?

№ 88. Завод должен был отправить 900 сеялок. В первый день завод отправил $\frac{1}{3}$ всех сеялок, а во второй день $\frac{3}{4}$ остатка. Сколько сеялок заводу осталось еще отправить?

№ 89. За $\frac{1}{4}$ *кг* конфет уплатили 6 руб. Сколько нужно уплатить за 3 *кг* таких конфет?

№ 90. Колхоз засеял $\frac{7}{8}$ своей посевной площади. После этого ему осталось еще засеять 500 *га*. Как велика посевная площадь колхоза?

Карточка № 23

№ 90а. Два землекопа получили за работу 500 руб. Две пятых этих денег они уплатили за питание, а остальные деньги разделили между собой по количеству рабочих дней. Первый землекоп работал 4 дня, а второй на 2 дня больше первого. Сколько денег получил каждый землекоп после уплаты за питание?

№ 91. В двух ящиках было 27 *кг* печенья одного сорта; в первом ящике на 3 *кг* больше, чем во втором. Сколько рублей стоил каждый ящик конфет, если первый стоил больше второго на 60 руб.?

№ 92. По плану завод должен был выпустить 600 машин в 20 дней. Работая по-стахановски, коллектив завода выпускал в день на 10 машин больше, чем было намечено по плану. На сколько дней раньше срока завод выполнил план?

№ 93. Завод должен был выпустить 750 вагонов в месяц. Завод выпускал в среднем по 30 вагонов в день. На сколько завод перевыполнил месячный план, если в этом месяце было 27 рабочих дней?

Карточка № 24

№ 94. За два куска одинаковой материи уплатили 300 руб. В обоих кусках было 15 *м*, во втором куске на 1 *м* больше, чем в первом. Сколько рублей стоил каждый кусок материи?

№ 95. Один грузовик прошел 80 *км*, другой 30 *км*. Первый грузовик расходовал 450 *г* бензина на 4 *км* пути, второй 400 *г* бензина на 3 *км* пути. На сколько первый грузовик израсходовал больше бензина, чем второй?

№ 96. На корм двум коровам и 6 лошадям выдали в 3 дня 270 *кг* сена. Сколько килограммов сена выдавали лошади в день, если корове выдавали в день 15 *кг*?

№ 97. Завод должен был выпустить 10 000 машин в 5 лет. Завод выполнил пятилетний план в 4 года. На сколько машин в среднем завод выпускал в год больше, чем было намечено по плану?

Карточка № 25

№ 98. На грузовик погрузили одинаковое количество мешков сахару и крупы, всего 1 500 *кг*. Мешок сахару весил 80 *кг*, а мешок крупы 70 *кг*. На сколько килограммов сахару погрузили больше, чем крупы?

№ 99. В первый день пароход прошел 540 *км*, а во второй день на 120 *км* больше. Сколько часов пароход был в движении в каждый из этих двух дней, если в оба дня он был в движении всего 40 часов и шел все время с одинаковой скоростью?

№ 100. Самолету нужно было пролететь 2 700 *км*. В первые 2 летных часа самолет пролетел 700 *км*, а затем он ускорил движение на 50 *км* в час. Во сколько часов самолет пролетел все расстояние?

№ 101. Колхоз обязался сдать государству 940 *ц* хлеба в 14 дней. В течение 5 дней колхоз сдавал по 80 *ц* в день, а затем он стал сдавать по 90 *ц* в день. На сколько дней раньше срока колхоз выполнил план хлебосдачи?

Карточка № 26

№ 102. С 3 овец получили по 4 *кг* шерсти и с 6 овец по 7 *кг*. Сколько шерсти получили в среднем с одной овцы?

№ 103. На платья и рубашки пошло 78 *м* материи. На каждое платье пошло 3 *м*, на каждую рубашку 2 *м*. Сколько платьев и рубашек в отдельности сшили, если на все платья пошло на 6 *м* больше, чем на все рубашки?

№ 104. На сколько дней хватит 600 *кг* сена для 4 коров и 9 лошадей, если корове выдавать в день 15 *кг*, а лошади на 5 *кг* меньше?

№ 105. Завод должен был выпустить 2 400 радиоприемников в год. Завод выполнил годовой план в 10 месяцев. На сколько радиоприемников завод в среднем выпускал в месяц больше, чем было намечено по плану?

Карточка № 27

№ 106. На мельнице смололи 1 500 *кг* ржи, причем из каждых 5 *кг* ржи выходило 4 *кг* муки. Смолотую муку насыпали в мешки, в каждый поровну, и погрузили на 2 подводы: на одну подводу 7 мешков, а на другую 8 мешков. Сколько килограммов муки погрузили на каждую подводу?

№ 107. Два грузовика вышли одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 450 *км*. Один грузовик может пройти все расстояние между этими городами в 10 часов, а другой в 15 часов. Через сколько часов грузовики встретятся?

№ 108. Завод должен был выпустить 1 300 машин в месяц. Вступив в социалистическое соревнование, работники завода выпускали в первые 10 дней по 50 машин в день, а затем они увеличили выпуск на 10 машин в день. На сколько завод перевыполнил месячный план, если в этом месяце было 26 рабочих дней?

№ 109. Колхоз должен был засеять 720 *га* земли в 8 дней. По сколько гектаров должен колхоз засевать в день, чтобы выполнить план сева на 2 дня раньше срока?

Карточка № 28

№ 110. Из пристани вышел в 8 часов утра грузовой пароход. В 10 часов утра того же дня вышел вдогонку за ним пассажирский пароход. Через сколько часов пассажирский пароход догонит товарный, если пассажирский пароход проходил в час 30 *км*, а товарный 20 *км*?

№ 111. В трех ящиках было 360 апельсинов: в первом в 2 раза больше, чем во втором, а в третьем в 3 раза больше, чем во втором? Апельсины из первого ящика проданы по 3 руб за штуку. Сколько выручено денег?

№ 112. В колхозе выдавали на трудодень в прошлом году 3 *кг* зерна, а в этом году 8 *кг*. Семья колхозника выработала в прошлом году 300 трудодней, а в этом году на 100 трудодней больше. На сколько зерна получила она в этом году больше, чем в прошлом?

№ 113. 3 пионерских отряда посадили вместе 500 деревьев. Второй отряд посадил на 30 деревьев больше, а третий отряд на 20 деревьев больше, чем первый. Сколько деревьев посадил каждый отряд?

Карточка № 29

№ 114. Длина класса 7 *м* 5 *дм*, ширина 6 *м*. В нем имеется 3 окна. Высота каждого окна 2 *м* 5 *дм*, ширина 1 *м*. Во сколько раз площадь пола этого класса больше площади всех окон?

№ 115. Колхозник отправился из деревни в город. Половину всего пути он проехал по железной дороге, $\frac{3}{8}$ — на пароходе, а остальные 30 *км* прошел пешком. Сколько километров от деревни до города?

№ 116. Для детского сада в первый раз купили 20 *м* полотна за 240 руб. Во второй раз купили 30 *м* такого же полотна и 10 *м* сатина за 510 руб. Сколько стоил метр сатина?

№ 117. Колхоз предполагал сдавать государству по 24 *т* хлеба в день и выполнить план хлебосдачи в 10 дней. В действительности колхоз выполнил план хлебосдачи в 8 дней. На сколько тонн хлеба колхоз сдавал в день больше, чем предполагал?

Карточка № 30

№ 118. На 12 пальто и столько же пиджаков нужно 60 *м* сукна, а на 12 пальто и 20 пиджаков нужно 76 *м* сукна. Сколько сукна нужно на пальто и сколько на пиджак?

№ 119. На 5 грузовиках за 3 дня перевезли 90 *т* груза. Сколько тонн груза можно перевезти на 4 таких грузовиках за 2 дня?

№ 120. Длина кирпичной стены 10 *м*, ширина 5 *дм*, высота 4 *м*. Сколько кирпича пошло на эту стену, если в кубический метр укладывается 600 кирпичей?

№ 121. В 1948 году и в 1949 году колхоз собрал всего 96 *ц* меда. В 1949 году колхоз собрал на 12 *ц* больше, чем в 1948 году. Сколько центнеров меда колхоз собрал в 1948 и в 1949 году в отдельности?

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Руководства по методике арифметики

Гурьев П. С., Руководство к преподаванию арифметики малолетним детям. СПб., 1839.

Семашко Ю., Уроки практической арифметики. СПб., 1852.

Гурьев П. С., Практическая арифметика. СПб., 1864.

Евтушевский В. А., Методика арифметики. СПб., 1872.

Латышев В. А., Руководство к преподаванию арифметики. М., 1881.

Гольденберг А. И., Методика начальной арифметики. СПб., 1885.

Шохор-Троцкий С. И., Методика арифметики. СПб., 1886.

Лубенец Т., Методика арифметики СПб., 1891.

Мартынов Д., Учебник методики арифметики. СПб., 1897.

Геде О. В., Методика и дидактика арифметики. СПб., 1899.

Вишневский Г. М., Записки по методике элементарной арифметики. М. 1892.

Житков С. В., Методика арифметики. СПб., 1894.

Егоров Ф. И., Методика арифметики. М., 1893.

Беллюстин В. К., Методика арифметики в 4 частях. М., 1899.

Арженников К. П., Уроки начальной арифметики. Методическое руководство для учителя. М., 1896.

Арженников К. П., Методика начальной арифметики. М., 1898.

Павлов Н., Методика начальной арифметики. Казань, 1902.

Гольденберг А. И., Беседы по счислению. Саратов, 1906.

Сахаров А. В., Арифметика. Опыт методического изложения предмета. СПб., 1908.

Галанин Д. Д., Методика арифметики. Первый год обучения. М., 1910.

Галанин Д. Д., Методика арифметики. Второй год обучения. М., 1911.

Мукалов К., Записки по методике арифметики. Киев, 1910.

Эрн Ф. А., Очерки по методике арифметики. Рига., 1912.

Лексин Н., Методика начальной арифметики в духе воспитывающего обучения. Казань, 1914.

Фридман В. Г., Учебник методики арифметики. М., 1922.

Ланков А. Математика в трудовой школе. Очерки по методике математики. М., 1923.

Воронец А. М., Очерки по методике математики в школах первой ступени. М., 1926.

Кавун И. Н. и Попова Н. С., Методика преподавания арифметики в начальной школе. М.-Л., 1934.

Волковский Д. Л., Методика арифметики в начальной школе. М., 1934.

Снигирев В. Т. и Чекмарев Я. Ф., Методика арифметики. М., 1938.

Знаменский М. А., Карасев П. А., Стальков Г. А., Эменов В. Л., Методика арифметики. М., 1937.

Пчелко А. С., Методика преподавания арифметики в начальной школе. М., 1945.

II. Книги и брошюры по методике решения задач

Анализ и решение арифметических задач для учащих и учащихся в низших и средних школах. Одесса, 1880.

Никульцев П., Образцы решения арифметических задач. М., 1881.

Конашевич Е. Д., Опыт систематизации арифметических задач. М., 1885.

Александров И. И., Методы решения арифметических задач. Киев, 1886.

Адамантов Д., Систематический курс арифметики, приспособленный к наглядному преподаванию, с задачами, взятыми из вопросов научных и учительского опыта, расположенными постепенно от легкого к трудному. Казань, 1887.

Комаров А. Ф., Методическое решение типических и методических задач в начальных училищах. Воронеж, 1889.

Анастасиев А., Особенности обучения в начальных школах и примерные уроки. СПб., 1892.

Сенигов Н., Образцы объяснительного решения задач в практическом курсе арифметики. М., 1893.

Агапов Д. П., Подробное решение и объяснение типических задач по арифметике. Оренбург, 1898.

Плетнев И., Как научиться решать задачи. СПб., 1899.

Цветков П., Методические заметки о решении арифметических задач и новая систематизация их. СПб., 1904.

Шпитальский Е., Образовательное значение арифметических задач в связи с аналитическим приемом и графическим способом их решения. М., 1904.

Бондарев С., Как строятся и решаются задачи. М., 1911.

Зенченко С. В. и Эменов В. Л., Методическое руководство к арифметическим задачникам «Жизнь и знание в числах». М., 1923.

Новоселовы Ф. и П., Задачи жизни. М., 1925.

Эменов В. Л., Как составлять и решать задачи в школе первой ступени. М., 1926.

Глаголева Л. В., Как научить детей школы I ступени понимать, решать и составлять задачи. М., 1930.

Денисов Л. А., Затруднения детей в решении задач и методы работы. Свердловск, 1933.

Как научить детей решать задачи. Воронеж, 1937.

Как решать задачи в начальной школе. Фрунзе, 1937.

Астряб О. М., Методичні вказівки до наочних таблиць арифметичних задач. Київ, 1937.

Решение задач в начальной школе. Ростов-на-Дону, 1937.

Из опыта работы по арифметике лучших учителей Свердловской области. Свердловск, 1938.

Зуев А. Д., Картограмма «Как решать задачи в начальной школе». Фрунзе, 1938.

Георгиев Л., В помощь учителю. Методические указания к решению арифметических задач в начальной школе. Л., 1938.

Астряб О. М., Принципи систематизації арифметичних задач. Київ, 1939.

Никитин Н. Н., Решение арифметических задач в начальной школе. М., 1939.

Воронов Д. Н., Опыт систематизации типовых арифметических задач. М., 1939.

Сагалович Г., Типовые задачи в курсе арифметики. Минск, 1939.

Сумбаев В., Решение типовых задач в IV классе. Ростов на-Дону, 1940.

Поляк Г. Б. и Эменов В. Л., Об улучшении преподавания арифметики в начальной школе. М., 1940.

Из опыта преподавания математики в начальной и средней школе. Воронеж, 1941.

Арифметична задача. Методичний посібник, під редакцією проф. О. М. Астряба. Київ, 1941.

Менчинская Н. А., Очерки психологии обучения арифметике. М.—Л., 1947.

Поляк Г. Б., Счет и решение задач в первом классе. М., 1948.

Типовые арифметические задачи и приемы их решения. Сыктывкар, 1948.

Бочковская О. Т., Бронникова А. Д. и др., Решение арифметических задач в начальной школе. Под редакцией А. С. Пчелко М., 1949.

Решение задач по арифметике в начальной школе. Сборник под редакцией А. С. Пчелко. М., 1949.

Игнатьев В. А., Внеклассная работа по арифметике в начальной школе. М. 1949.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

Глава I

Глава II

Глава III

Глава IV

Глава V

Глава VI

Глава VII

Глава VIII

Глава IX

Стр.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

Глава X

Глава XI

Глава XII