ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ШКОЛ
НАРКОМПРОСА РСФСР

П. ДОРФ

УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

МОСКВА

Ответственный редактор **И. В. Гофлин.**
Авт. 13,5 лист. Печ. $9^{1}/_{8}$ лист. Печ зн. в листе 60 тыс.
Л147246. Подписано к печати 20/IX 1941 г. Зак. 2497. Тир. 3000

Типография Полиграфинститута, Москва, ул. Кирова, 21

П Р Е Д И С Л О В И Е

Настоящая работа предназначена для учителя. В ней дан относительно полный перечень пособий по математике для средней школы с краткими описаниями их конструкций и методическими указаниями их использования.

Пользуясь данными предлагаемого руководства, учитель сможет планомерно развернуть пополнение своей школы пособиями, закупая и изготовляя их силами школы и учеников.

При составлении настоящей книги были использованы:

1) коллекции Государственного научно-исследовательского института школ НКПроса, собранные кабинетом математики и Отделом наглядных пособий института;

2) коллекции Ленинградского института усовершенствования учителей;

3) коллекции Украинского научно-исследовательского института педагогики (УНДИП — Киев);

4) модели различных авторов.

Автор приносит глубокую благодарность проф. М. А. Знаменскому за предоставление в распоряжение автора материалов по разделу землемерных приборов.

Большую признательность выражает автор старшему преподавателю кафедры методики математики М.Г.У. А. И. Фетисову, ассистенту кафедры математики Академии связи Н. И. Буторину и коллективам кабинета математики и Отдела наглядных пособий Института школ за их многочисленные и ценные указания.

П. Дорф.

УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

«Наглядность» — чрезвычайно популярный термин в педагогике. Между тем на указанное понятие нет до сих пор строго установленных взглядов. В преподавании математики в средней школе еще очень сильны тенденции сохранить «чистую» науку, за которой, обычно, скрывается превалирование формализма, оторванность теории от практики.

Не лучше обстоит дело в других случаях, когда учитель непрерывно обращается к вещам и картинам, отодвигая на задний план развитие мышления и логическое обобщение.

Выработке правильного подхода к изучению наглядных пособий и методике использования их поможет небольшой обзор истории введения наглядных пособий, который дается с целью лучшего уяснения настоящего.

Истоки проблемы наглядности следует искать у Коменского (XVII в.). «Не слова нужны — нужны дела (вещи)» учит Коменский.

В XVII веке Дж. Локк выдвигает принцип наглядности как основу всего обучения, связывая его с великими мыслями гуманизма, с радостью познания внешнего мира. Однако, мир Локка — мир созданный, нарисованный; это собрание гравюр, изображающих предметы окружающей действительности. Такая наглядность значительно отличается от наглядного обучения, но она все же являлась шагом вперед, ибо вела к наблюдению.

Песталоцци (XVIII—XIX в.) обобщил ряд работ своих предшественников, призывавших к обучению на базе активности ученика.

Наглядность была центральным местом системы Песталоцци; он требовал внимательного созерцания предмета и воспитания «на основе природы», отражая этим взгляды своей эпохи: в чувственном восприятии должно искать основу всего знания.

Крайнего выражения эти идеи достигли в суждениях Руссо. «Каждое познание, а также геометрические положения возникают из восприятия внешних объектов».

В том же направлении развивались суждения Канта, Спенсера, Гербарта, а также русских педагогов: Ушинского, Толстого и др.

Отметим, что одним из следствий указанного движения были призывы вроде тех, что мы находим у Harnisch'a. Главной целью обучения должно быть привитие полезных знаний и умений, т. е. как раз то, что мы сейчас в известной степени называем связью обучения с практической деятельностью человека.

Анализ возникновения идей наглядности и проникновения их в педагогику требует уточнения, поскольку вопрос коснется средней школы, ибо все развитие взглядов прошлого базировалось преимущественно на наблюдениях начальной школы.

В среднюю школу ученик приходит с большим запасом представлений, фактов; и задачей школы является дальнейшее изучение математики, углубление знаний и обоснование суждений. Поэтому естественно, что наглядно иллюстрировать здесь придется только новое, трудное, сложное. Все то, в геометрии, например, что связывается в сознании ученика многими ассоциациями, изучается отвлеченно и оформляется лишь эскизом или чертежом; напротив, новое понятие, например, об угле прямой с плоскостью, трудный вопрос об угле между скрещивающимися прямыми и сложное построение общего перпендикуляра между этими прямыми нуждаются в иллюстрациях пособиями.

Эти краткие исторические справки убеждают нас в том, что требования наглядности, конкретности, связи с действительностью в преподавании оправданы в современной методике математики не только существом вопросов, но и длительной проверкой в педагогической практике.

Методика использования пособий нуждается в тщательной разработке: одни пособия демонстрируются с целью поставить вопрос, разрешением которого занят класс; другие—показывают динамику процесса, непрерывность изменения, многообразие форм, которые трудно себе представить без модели или показать только чертежом. Некоторые модели подтверждают результаты, полученные аналитическим или логическим путем [«модель $(а+в)^2$», «модель теоремы о двух перпендикулярах»]; другие модели предваряют рассуждение («модель наклонных с проекциями в пространстве»); отдельные группы фигур строятся на глазах учащихся (проведение плоскости, перпендикулярной к прямой в заданной точке на ней), иные образцы, наоборот, показываются в собранном, готовом виде. Среди пособий также должны существовать наборы деталей, полуфабрикатов для конструирования моделей самими учащимися и учителем.

Так как перед школой, в качестве конечной цели, стоит задача развить у учащихся: 1) абстрактные представления и понятия, 2) умения отвлеченно мыслить; 3) математическую культуру (навыки обобщений, преобразований, техники вычислений, оформлений); 4) умение применять полученные знания на практике, то на этом пути — модель, картина, таблица — необходимые звенья методики обучения.

Вывод этот основан на том, что психические силы ученика растут с возрастом, что у него увеличивается запас знаний, наблюдений из опыта и из предшествующего обучения, а со всем этим растет и крепнет способность отвлеченного мышления.

В отношении пособий не может быть единого методического режима; прием должен выбираться в зависимости от индивидуальных особенностей класса, ученика и учителя. В иной группе учеников элемент конкретизации следует усилить, в другой — достаточно ограничиться одним чертежом. В классе также следует разрешить отдельным учащимся не пользоваться пособиями, наоборот другим надо предоставить возможность самостоятельно разобрать конструкцию задачи на модели.

Математическая модель (например, отображающая геометрический образ), должна быть сделана точно и изящно, ибо в этом ее природная сущность. В таком виде модель не будет противоречить представлениям ученика о математических образах и, наоборот, будет укреплять в нем правильные понятия о точности.

Существо термина «демонстрация» пособия предусматривает условия, при которых у учащихся должно получиться наиболее яркое и сильное зрительное впечатление. В этих целях демонстрируемая модель располагается на возвышении (стойка, подставка на столе и т. п.). Соответственно должны быть учтены: размеры пособия (например, всякий линейный отрезок взят не менее 15 см); окраска его (ярко желтый цвет, белый, черный; отсутствие раздражающего глаз и отвлекающего внимание чередования цветов); освещение, которое иногда приходится усиливать электролампой, помещенной в небольшой параболический рефлектор; фон, на котором демонстрируется модель (белая, желтая на фоне классной доски, темная на белом фоне и т. д.). К сожалению, в педагогической среде нет должного внимания к перечисленным «мелочам», отсутствие учета которых иногда сводит к нулю эффективность воздействия пособия.

Остается указать, что пользование пособиями по математике предусматривает предварительную подготовку учителя к урокам и приобретение им навыков в свободном обращении с оборудованием. Общеизвестен факт, что неудавшаяся демонстрация отрицательно влияет на дисциплину класса, на отношение учеников к содержанию вопроса. Уместно, например, вспомнить, что величайший физик XIX столетия Фарадей перед своими лекциями сам детально проверял демонстрационные установки.

Математические пособия в школе собираются постепенно, а потому нетрудно их хранить в строгом порядке. Все пособия должны быть занесены в инвентарь педагогом, отвечающим за них. Новые пособия рассматриваются на методических совещаниях школы, районных конференциях. В испорченные пособия немедленно вносятся исправления, для чего привлекаются ученики-любители, так называемые «лаборанты».

Всякого рода суждения, документы о пособиях собираются, систематизируются, благодаря чему имеется полная возможность использовать каждое пособие с наилучшими результатами.

РАЗДЕЛ I.

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

Изучение приведенных ниже приборов знакомит учащихся с приемами измерения, с системами единиц (размерностью), а также со способами разметки инструментов. Эти вопросы опираются на ряд математических принципов, мимо которых не должны пройти учащиеся средней школы.

Кроме того использование измерительных приборов позволяет включить в практику преподавания некоторые работы расчетного характера (определение веса тела и др.), а навыки в обращении с измерителями послужат исходным моментом при количественном анализе жизненных фактов.

В предлагаемом описании читатель найдет краткие указания к общепринятым инструментам и более полные данные об относительно сложных и точных приборах.

1. Метр демонстрационный

Цветная разметка сантиметров и дециметров делает прибор видимым с любого места класса. На таком метре, укрепленном на доске, удобно вести наблюдения за взаимоотношениями единиц, нанесенных на шкале. Ошибки при измерении достигают 3 мм, что дает точность в 0,3% (3 : 1000). Это позволяет, в свое время, поставить перед учащимися вопрос о точности и установить необходимость при измерении ряда предметов обратиться к более совершенным инструментам.

Принципы сантиметровой разметки и своеобразное обозначение ее на шкале землемерной р е й к и целесообразно изучить тотчас после знакомства с метром и его частями. (Фиг. 44). Приемы использования рейки анализируются вместе с другими землемерными инструментами, в этом месте курса внимание сосредоточивается лишь на системах единиц и способах их обозначения.

Демонстрационный метр может послужить пособием при изучении десятичных дробей и процентов. Десятые, сотые части целого наглядно представлены дециметром, сантиметром в связи с метром; или сантиметром, миллиметром — в связи с дециметром.

2. Метр торговый.

Метр торговый представляет собою деревянную (дубовую) линейку с медными наконечниками, снабженными клеймом Госметра. Вдоль одного из ребер намечены штрихи через каждые полсантиметра. Целые сантиметры и числа сантиметров, кратные 5, даны более длинными штрихами, а десятки сантиметров показаны новым удлинением штрихов и цифровой надписью. Этот прибор подведет учащихся от школьной модели к государственному эталону и научит их анализировать разметку инструмента, т. е. определять цену делений и способ штриховых и цифровых обозначений. Попутно под углом зрения точности инструмента выясняется: причина использования твердых пород дерева для таких эталонов, смысл металлического оформления концов его, необходимость сохранять метр в сухом месте, запрещение употреблять его в качестве чертежной линейки и для других посторонних целей.

Учащиеся самостоятельно определят относительную точность инструмента.

3 и 4. Метры складные (деревянный и металлический)

Деревянный складной метр состоит из шести равных (металлический из десяти) звеньев. Отдельные звенья соединены шарнирами, благодаря чему инструмент складывается и становится портативным. Точность таких метров, благодаря подвижным сочленениям, ниже цельного метра и достигает лишь 0,2—0,3%.

Знакомство и некоторый навык в пользовании указанными приборами для учащихся обязательны, ибо иначе рождается та беспомощность в практической деятельности, которую иногда проявляют школьники. Особенно ценным в школе оказывается металлический складной метр, ибо каждое звено его равно д е с я т о й части метра. Практики — учителя иногда употребляют его для конструирования фигур в планиметрии.

5. Метровая лента («Сантиметр»).

Лента из материи или клеенки размечена на сантиметры, половины сантиметров, а на первом десятке и миллиметры (в общежитии такую ленту принято называть «сантиметром»). Точность такого прибора невысока, но он портативен, доступен, часто применяется в быту, удобен для измерений длины кривых линий — и потому должен найти применение в школьных измерениях.

Целесообразно использовать такую ленту в практических работах класса, для чего необходимо каждому учащемуся иметь на руках этот дешевый прибор.

6 и 7. Рулетки в 1 м и в 2 м

В металлической оправе (круглая коробочка с диаметром 42 мм) свернута стальная лента в 1 м, на которой намечены деления с точностью 1 мм. Такой измерительный прибор обладает всеми достоинствами предыдущей ленты, но во многом превосходит ее по точности.

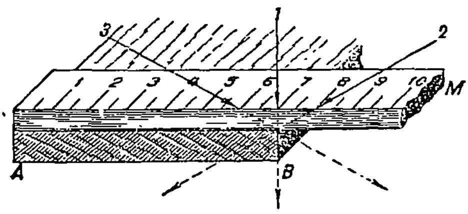
Большим удобством прибора является то обстоятельство, что лента свертывается автоматически, с помощью пружины.

Вторая рулетка имеет длину в 2 м; упругость ее стальной ленты, благодаря цилиндрической поверхности, настолько значительна, что по освобождении ленты из футляра, она принимает строго прямолинейное направление, благодаря чему повышается точность измерения и появляется возможность определить вертикальные размеры высоких предметов.

8 и 9. Масштабные линейки (деревянная, металлическая)

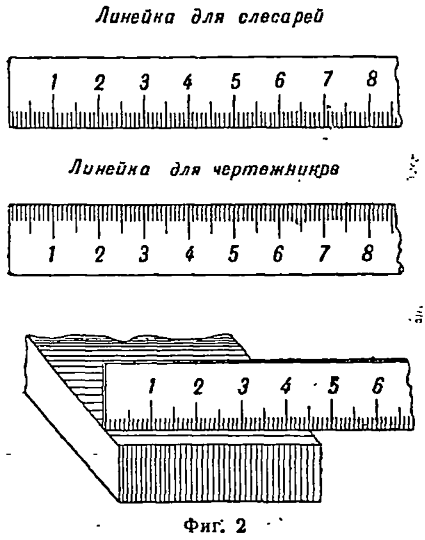
Наиболее распространенными являются линейки от 20 см до 50 см.

Деревянная масштабная линейка имеет треугольное поперечное сечение; на ребрах линейки нанесены деления: на одной стороне сантиметры и миллиметры, а на другой — дюймы и доли дюйма до 1/16. Форма линейки вызвана стремлением приблизить штрих деления к плоскости измерения; этим мы избегаем явления параллакса, которое может значительно повлиять на результат отсчета *).



Фиг. 1

Металлическая масштабная линейка (или «масштаб») изготовляется обычно двух размеров: в 20 см и в 50 см; она отличается точностью разметки, которая на некоторых образцах доходит до 0,5 мм. На фиг. 2 — показаны различия в направлении разметок шкал чертежной линейки и масштаба, которые вызываются специфичностью работ этими инструментами. Так, при чертежных работах важно иметь размеченным верхнее ребро линейки; при слесарных и конструкторских — наоборот, необходимо пользоваться нижним ребром, которое на масштабах и размечается.



Фиг. 2

Металлические масштабные линейки обладают значительной прочностью, длительным сроком амортизации при условии сохранения их в сухом месте и смазки их вазелином, тавотом и т. п.

Методическая ценность инструмента заключается в применении учениками достаточно точного производственного прибора и в анализе разметки его шкалы.

---

*) Явление параллакса станет очевидным из анализа чертежа (фиг. 1).

АВ — измеряемый объект; М — масштабная линейка, имеющая толщину 5—8 мм.

Если глаз поместить в положение 1, то луч зрения пройдет перпендикулярно к ребру масштаба, через точку В и укажет правильный размер АВ.

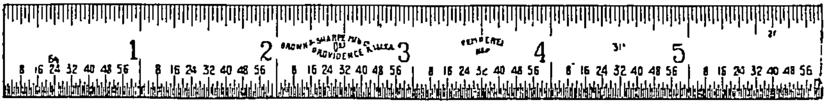
В положении глаза 3 мы прочтем уменьшенный размер, а в положении 2 — увеличенный.

Причиной обоих последних случаев будет то обстоятельство, что конец предмета В будет проектироваться в различные точки шкалы и давать различные отсчеты.

Отсюда естественно требование помещать глаз на перпендикуляре к АВ в точке В и пользоваться масштабами с наклонной гранью.

10. Масштабная линейка, металлическая, дюймовая (фиг. 3).

Названный прибор отличается от предыдущего лишь системой единиц. Последние указания в предыдущем описании являются основанием включения в список оборудования дюймовой линейки. Действительно, анализ шкалы с тридцать вторыми и шестьдесят четвертыми долями полезное упражнение в чтении шкал и в пользовании обыкновенными дробями. Последнее обстоятельство отвечает запросам практики преподавания: обращаться почаще к дробям в целях повторения их; особенно ценно это повторение по какому-нибудь практическому поводу.

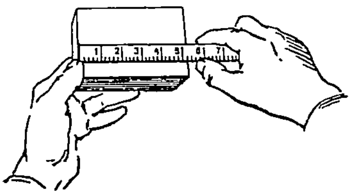


Фиг. 3

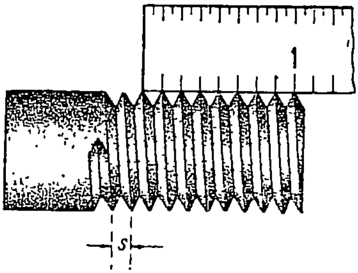
Не лишне будет указать, что некоторая аппаратура, детали машин и самые станки, полученные из Англии и Америки, а также описания их в журналах и книгах чаще всего рассчитаны в дюймах, поэтому, оперируя в СССР в основном размерами в миллиметрах, полезно все же иногда иметь дело и с дюймовой системой (вело-покрышки, дюймовая резьба, керосиновые лампы и т. п.).

11, 12 и 13. Переносные измерительные инструменты. Кронциркуль. Нутромер. Измерительный циркуль

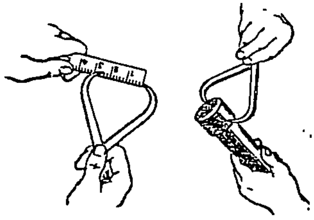
Измерения масштабными линейками производятся либо непосредственно (фиг. 4), либо с помощью переносных инструментов: кронциркуля (фиг. 5), нутромера (фиг. 6), измерительного циркуля (фиг. 7).



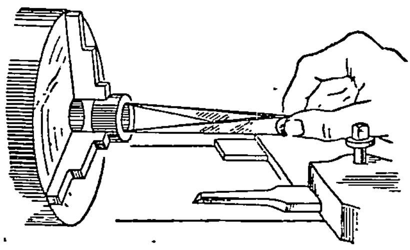
Фиг. 4



Фиг. 4

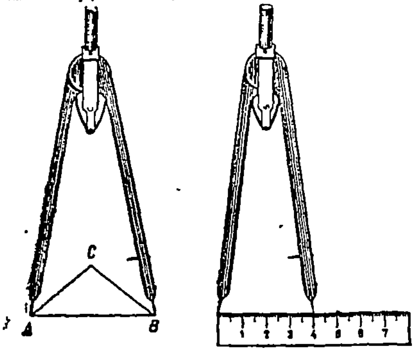


Фиг. 5



Фиг. 6

Если непосредственное измерение масштабной линейкой дает точность до 1 мм, то с помощью переносных инструментов точность измерения достигает 0,5 мм; измерительным же циркулем можно получить точность до 0,2 мм.



Фиг. 7

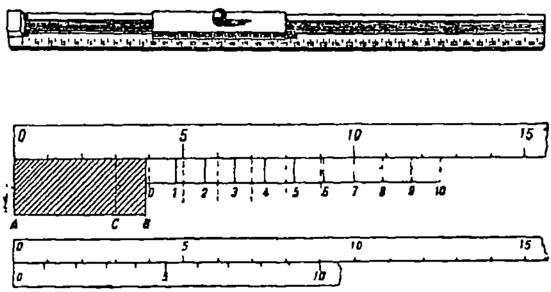
Ознакомление с точностью измерения переносных инструментов — в высокой степени полезный фактор в современных условиях борьбы за приближение теории к практике.

Перечисленные три прибора являются не школьными моделями, а производственными инструментами. Применение их общеизвестно и очевидно из прилагаемых чертежей.

14. Линейка с нониусом. Штанген-циркуль с точностью до 0,1 мм

Наиболее точные показания дают раздвижные измерительные инструменты, так называемые, штанген-циркули (штангели).

Основным принципом конструкции прибора является идея нониуса (добавочной линейки, названной по имени изобретателя), показанного на модели (фиг. 8).



Фиг. 8

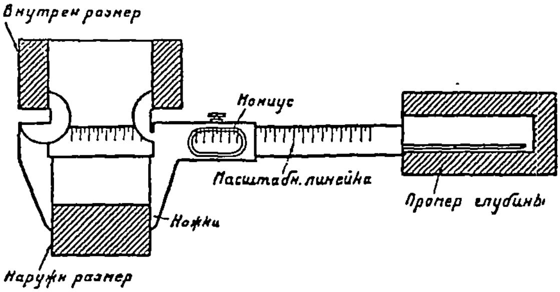
С масштабной линейкой соединена добавочная линейка (нониус). На нониус перенесен отрезок, равный 9 делениям масштабной линейки, и этот отрезок разделен на 10 равных частей. Одно деление нониуса получено делением 9 единиц на 10 частей, вследствие чего оно равно 0,9 единицы масштаба и короче на 0,1 единицы.

Основными частями штангенциркуля также являются масштабная линейка, добавочная подвижная шкала (нониус) и ножки. (Фиг. 9).

Применение принципа нониуса к разметке миллиметрового штангеля дает: 1 деление масштабной линейки — 1 мм, 9 делений масштабной линейки, перенесенные на нониус — 9 мм, 1 деление нониуса — 0,9 мм.

Точность инструмента, равная разности делений обоих шкал $= 1 - 0,9 = 0,1$ мм.

На фиг. 9 показан способ применения штанген-циркуля, схема измерения которым та же, что и на фиг. 8. Пусть измеряемая деталь АВ имеет размер 3,7 мм. Целое число миллиметров прочитывается на масштабной линейке, десятые доли определяются тем штрихом нониуса, который совпадает с делением масштаба.



Фиг. 9

Основное методическое значение указанной работы состоит в том, чтобы провести точное измерение, а также проделать анализ распространенного измерительного инструмента на базе наблюдений над дробями.

Действительно, отрезок из 7 делений нониуса + X делений в отрезке СВ равен 7 делениям масштабной линейки. Отсюда искомый отрезок СВ равен разности 7 делений масштаба и 7 делений нониуса, т. е. 0,7 мм.

Если цену деления масштаба обозначить М, а нониуса N, то получится:

$$x + 7N = 7M; \quad x = 7(M - N)$$

Так как по условию $M - N = 0{,}1$ мм, то $X = 0{,}7$ мм.

Упражнение в чтении шкал полезно вести не только на отсчетах показаний штангенциркуля, но и схем, показанных на фигуре 10.

В свое время, при изучении алгебры, следует работу над этим прибором завершить выводом формулы расчета точности всякого штанген-циркуля.

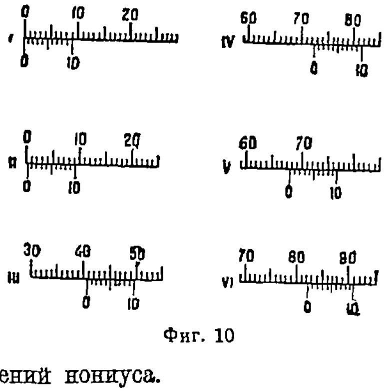
Этот вывод послужит ценной иллюстрацией принципа тождественных преобразований в применении к производственному вопросу.

Пусть цена одного деления масштабной линейки — М, цена одного деления нониуса — N; точность прибора $T = M - N$. Тогда,

$$M(n-1) = N \cdot n$$

(по условию разметки),

где n число делений нониуса.



Фиг. 10

Отсюда:

$$Mn - M = Nn \text{ или } Mn - Nn = M$$

Отсюда получится: $n(M - N) = M$ или $nT = M$

$$\text{Откуда } T = \frac{M}{n}$$

Итак, определив деление масштаба и число делений на нониусе, простым делением можно установить искомую точность показаний инструмента.

Самый практикум такого рода измерений целесообразно вести по схемам: *)

№ детали	Название детали	Размер „на глаз" $в$	Размер по масшт. линейки a	Отклонение $\alpha = a - в$

Среднее отклонение $\alpha_{ср.}$

№ детали	Название детали	Размер по масшт. лин. $в$	Размер по штанг.-цирк. a	Отклонение $\alpha = a - в$

$\alpha_{среднее} =$

Значительное количество примеров на анализ нониусов можно найти в геодезических инструментах, в ртутном барометре и др.

15. Штанген-циркуль с точностью до 0,02 мм.

После анализа десятичного штанген-циркуля нетрудно разобраться в разметке и в приемах измерения штанген-циркулем большей точности, например 0,02 мм.

M (цена деления основной линейки) — 0,5 мм.
N (число делений нониуса) — 25.

Таким образом $T = M - N = \frac{0{,}5}{25} = 0{,}02$ мм

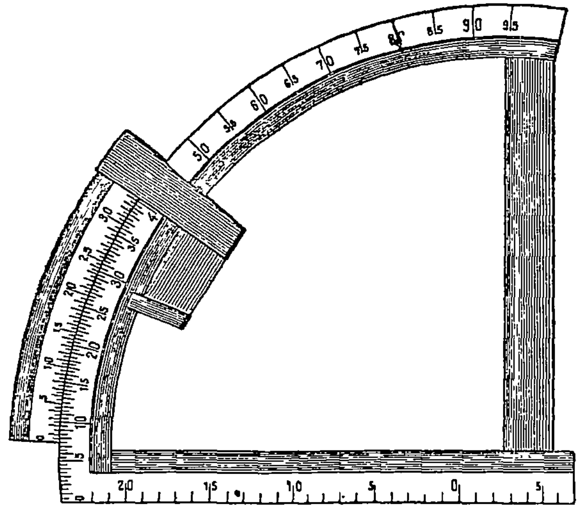
5—10 измерений познакомят учащегося с этим интересным и точным инструментом. Такого знакомства вполне достаточно для ученика общеобразовательной школы, для которого центр тяжести — в установлении принципов разметки шкал и анализе их.

16. Лимб с верниером (фиг. 11)

Деревянная модель лимба содержит дугу окружности в 90°, сверх лимба двигается верниер (дополнительная линейка) с тридцатью равными делениями. Точность показаний такого прибора составит одну минуту, ибо цена деления лимба 0,5°. Таким образом,

$$T = M - N = \frac{м}{п} = \frac{0{,}5^\circ}{30} = \frac{30'}{30} = 1'$$

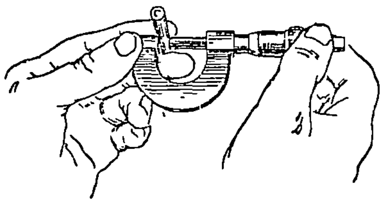
*) Над одной деталью сделать 3—5 наблюдений.



Фиг. 11

В методическом отношении анализ описанного прибора ценен, как дальнейшее развитие знакомства с приложениями дробей, а также как подготовка для работы с геодезическими приборами (теодолитом и др.).

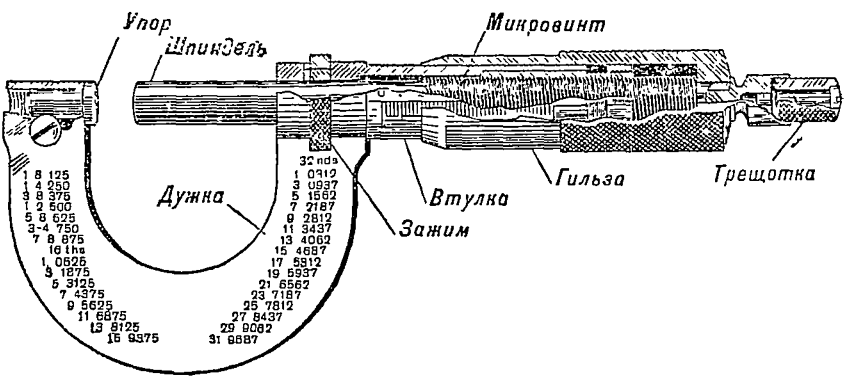
17. Микрометр с точностью до 0,01 мм (фиг. 12)



Фиг. 12

Микрометр один из несложных по конструкции и совершенных по точности измерения приборов. Разметка этого употребительного инструмента основана на принципе деления окружности на части.

Основными деталями прибора являются: скоба (дужка) (фиг. 13); на одном конце ее помещен упор, на другом, во втулке ходит цилиндри-



Фиг. 13

ческий стержень (шпиндель). Поступательное движение шпинделя вызывается действием микрометрического винта, подача которого производится вращением либо непосредственно гильзы, либо «трещотки».

Измеряемый предмет помещается между упором и концом шпинделя.

При помощи вращения гильзы (или трещотки) подвижной упор (шпиндель) придет в соприкосновение с измеряемым предметом.

Один полный оборот гильзы даст прямолинейное смещение шпинделя на 1/2 мм (так подобран в приборе шаг винта).

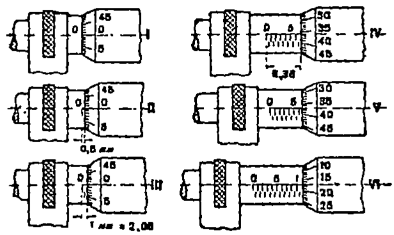
Число целых миллиметров и половин их показывают верхняя и нижняя шкалы на втулке (фиг. 14). На самой гильзе по окружности намечена своя особая шкала. Вся окружность кромки гильзы разделена на 50 частей. Таким образом одно деление этой шкалы равно 1/50 окружности. Когда гильза повернется на одно такое деление, она совершит 1/50 часть полного оборота. Установим теперь следующее: вращение гильзы на один полный оборот вызывает прямолинейное движение шпинделя на 1/2 мм; тогда поворот гильзы на 1 деление своей окружности даст шпинделю движение в 1/50 часть от этих $^1/_2$ мм, т. е.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{50} = \frac{1}{100} = 0{,}01 \text{ мм}$$

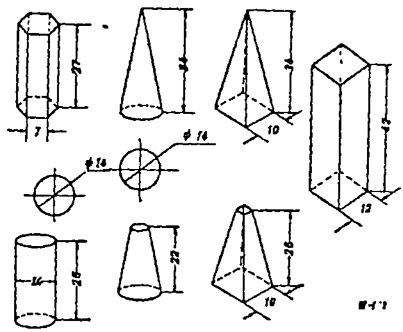
Это число 0,01 мм и является точностью показаний микрометра.

Методически возможно будет рациональнее $^1/_2$ мм представить как 0,50 мм. Тогда 1/50 часть этого будет 0,01 мм.

Для усвоения системы разметки шкал на микрометре полезно разобрать схемы, вроде следующих (фиг. 14).



Фиг. 14



Фиг. 15

Схема 1. «0» (нуль) гильзы совпадает с началом счета на втулке. Стержень шпинделя и упор микрометра приведены в соприкосновение.

Схема 2. «0» (нуль) гильзы совпадает с штрихом 0,5 мм на втулке. Шпиндель отошел на 0,5 мм.

Схема 3. Указатель гильзы (начальный штрих) показывает 1,0 мм.

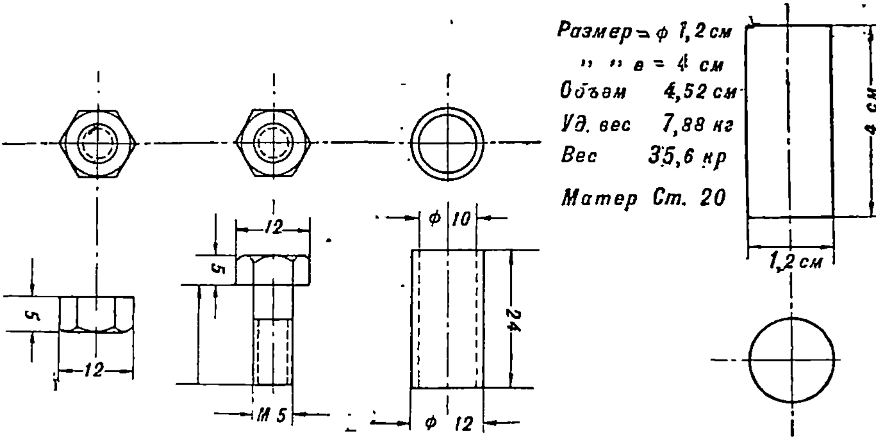
Схема 4. Нуль гильзы прошел штрих 6 мм, но не дошел 6,5 мм. Круговая шкала подошла к прямолинейному масштабу втулки 36-ым делением, а это значит, что сверх 6 мм имеется 0,36 мм. Общее показание выразится размером 6,36 мм.

Схемы 5 и 6 — дают содержание для самостоятельного чтения.

18. Набор деталей для измерений

Предлагаемый набор следует рассматривать, как примерный: его всегда можно заменить комплектом других подходящих деталей.

Для рационального использования комплекта, предметы его следует распределить в порядке сложности измерений, занумеровать и расположить на подставке так, как это, примерно, показано на фиг. 15. Такое хранение позволяет легко находить (выбирать) нужную деталь, а также следить за целостью всего комплекта. На каждую деталь за ее номером необходимо заготовить небольшую карточку с эскизом детали и проставить на ней искомые размеры (фиг. 16).



Фиг. 16

Такой, своего рода, паспорт детали нужен учителю при подборе материала к уроку, а также при проверке результатов измерений, полученных учениками.

На карточке следует поместить примерное название детали.

19. Палетка

Палетка — это прозрачная пластинка, (целлулоид, калька, восковка), на которой нанесена миллиметровая сетка. Такая сетка накладывается на измеряемую площадь, которая, в силу неправильной формы ее, не определяется вычислением по формулам планиметрии. Затем остается сосчитать число клеток, занятых искомой площадью. Палетки бывают различных размеров, но обычно не превосходят листа писчей бумаги. Применение указанного прибора имеет определенную методическую ценность. Учащиеся проявляют большую беспомощность при практических подсчетах. В работе же с палеткой они знакомятся с методами вычисления площадей, ограниченных относительно сложным контуром. Такого рода задачи помогают учащимся осознать необходимость введения приближенных вычислений, определения степени точности и т. п. вопросов.

По палетке учащиеся сперва считают квадратные сантиметры, затем квадратные миллиметры, которые поместились внутри контура, наконец, считают все квадратные миллиметры, пересеченные контуром, полагая, что половина их принадлежит искомой площади. Последний момент и служит поводом к введению приближенных вычислений.

Вместо записей отдельных слагаемых искомой площади полезно откладывать их на счетах. В таком виде работа будет прототипом технического расчета.

20. Кубические меры

Кубический сантиметр.
Кубический дециметр.
Кубический метр.
Мерные кружки в 0,25 л; 0,5 л; 1 л.

Перечисленные измерительные приборы общеизвестны. Их необходимо иметь среди школьных пособий, чтобы время от времени восстанавливать зрительное впечатление от этих мер. Часто, при решении задач возникают трудности из-за отсутствия должных представлений о мерах и их взаимосвязях. В таких случаях простая демонстрация рациональнее объяснений и напоминаний. Все меры портативны (в частности складной каркасный метр), занимают немного места и удобны в пользовании.

21, 22. Весы и разновесы к ним

В практических работах по математике могут понадобиться: коромысловые весы, весы Беранже (чашечные) и разновесы к ним.

Первые весы употребляются для меньших грузов и для более точных взвешиваний; вторые — в остальных случаях.

Весы, как школьный прибор находят себе применение в различные моменты обучения математике. В младших классах на них знакомят с мерами веса, ставят задачи, проверяют их. Весами можно пользоваться на первых уроках алгебры для иллюстрации понятия о равенстве и его свойствах.

Наконец, с помощью весов полезно провести практическую работу в X классе, вроде следующей:

Учащийся с помощью штанген-циркуля определяет размер детали, по формулам и с помощью логарифмической линейки вычисляет объем и вес детали. Результат расчета учитель проверяет взвешиванием.

На этом мы заканчиваем перечень пособий по измерениям.

Основной общей идеей привлечения этих приборов в школьную практику является стремление выявить математическую сущность в системах единиц измерений и в способах разметок инструментов, с помощью которых производятся измерения.

Наличие довольно значительного комплекта пособий не предусматривает обязательной необходимости подробно останавливаться на всех приборах. Предполагается возможность известного выбора их в зависимости от степени развития учащихся, их подготовки в начальных классах школы.

Среди описанных пособий встречаются как учебные модели, так и производственные инструменты, являющиеся государственными эталонами. Последние относятся к определенному классу точности, имеют официальные пометки об этом. Это обстоятельство позволяет поставить перед учащимися вопросы о точности в связи с системой разметок приборов и в связи с допусками при изготовлении инструментов.

РАЗДЕЛ II.

ЧЕРТЕЖНЫЕ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

Набор классных чертежных принадлежностей, наиболее распространенный вид пособий в школах. Во втором разделе предлагаемого описания даются некоторые конструктивные и методические указания к правильному использованию чертежных принадлежностей.

Назовем следующие образцы приборов:

1. Линейка классная

Обычно классная линейка делается из твердых пород дерева размерами 1 м $\times$ 50 мм $\times$ 10 мм.

На скошенном крае линейки наносится сантиметровая шкала. В середине линейки прикреплена ручка (державка).

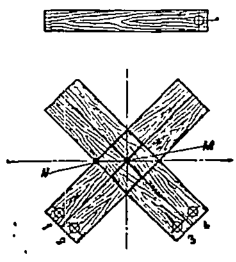
Линейка предназначена для проведения мелом на классной доске прямолинейных отрезков, поэтому наибольшие требования предъявляются к прямолинейности рабочего ребра линейки.

Следует выразить пожелание, чтобы линейка делалась двусторонняя, т. е. так, чтобы оба ребра ее одинаково точно могли служить для проведения прямых линий. На такой линейке не должно быть выступающих державок (ручек), ибо они мешают переворачивать линейку и после этого чертить по ней.

Приведем в качестве примера решение такой интересной задачи с помощью одной двусторонней линейки:

«Провести через заданную точку на данной прямой перпендикуляр к ней с помощью лишь двусторонней линейки» (фиг. 17).

Положение линейки (1) произвольно по направлению и удовлетворяет лишь одному условию — проходит через заданную точку M. Проводим две прямые по обоим ребрам линейки. Затем переводим линейку в положение (2) и проводим прямую по внешнему ребру. Следующим положением — будет положение (3); линейка должна пройти через две (!) точки M и N. По обеим сторонам проводятся прямые. Новый поворот линейки (положение 4) — новая прямая. Нетрудно заметить (и доказать), что полученная сетка составлена из ромбов, общая диагональ двух из них укажет искомый перпендикуляр.



Фиг. 17

Помимо математической ценности анализа подобных задач, у учащихся появляется, при таком подходе, сознательное отношение к прибору.

Для держания линейки при черчении полезно в ней сделать отверстия по ширине расставленных пальцев.

Линейку необходимо хранить в сухом месте, в шкафу, **положенной** на полку. Такой способ на долгое время сохранит прямолинейность прибора.

2. Циркуль классный

Две деревянные ножки циркуля соединены с помощью шарнира и закрепляются в том или ином положении стопорным винтом. На одной ножке укреплена металлическая игла, а на другой — патрон с разрезами для закрепления мела.

Циркуль предназначен для проведения дуг, окружностей, для снимания и перенесения отрезков.

Чтобы ножки циркуля не деформировались, его следует хранить в горизонтальном положении. Мел для циркуля затачивается в виде призматического (или цилиндрического) штифта; невыполнение последнего условия уменьшает точность чертежа и портит патрон.

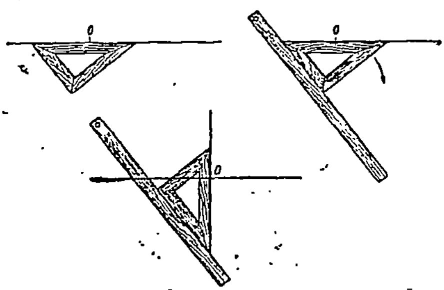
3. Циркуль измерительный

Если в обыкновенном классном циркуле обе ножки снабдить одинаковыми металлическими иглами, получится необходимый в практике преподавателя математики инструмент: классный измерительный циркуль. В случаях, когда приходится измерять отрезок с относительно значительной точностью (например, проверка пропорциональности отрезков), очень удобно снимать отрезок измерительным циркулем и переносить его на масштабную линейку.

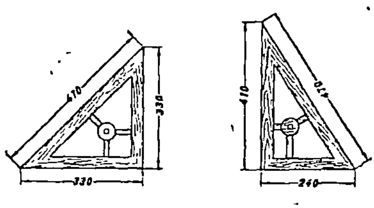
4 и 5. Угольники классные с углом в 30° и в 45°
(с разметкой на градусы)

Прямоугольный треугольник с углом в 30° образован деревянными пластинами.

Для держания прибора на нем укреплена выступающая ручка. С помощью такого треугольника (на практике его называют «угольник») удобно проводить прямолинейные отрезки, параллельные и перпендикулярные прямые.



Фиг. 18



Фиг. 19

Применение прибора в школьной практике, кроме значительных удобств, представляет и чисто математический интерес.

Пусть требуется к прямой в точке O провести перпендикулярную прямую (фиг. 18).

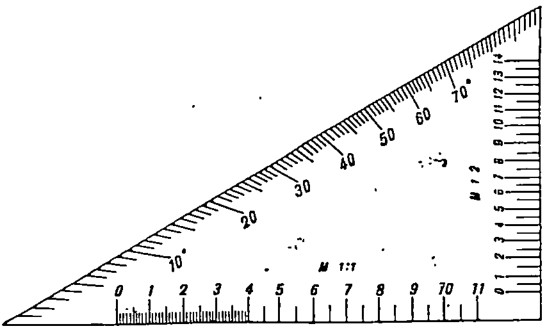
В положении (1) показан угольник, приложенный гипотенузой к заданной прямой; во втором положении к одному из катетов приложена линейка. Фиксируя линейку левой рукой, правой поворачивают угольник около вершины прямого угла так, что угольник расположится по линейке другим катетом. Угол поворота d, значит гипотенуза повернулась на прямой угол, ее направление перпендикулярно заданной прямой.

Круг этих динамических соображений в высокой степени полезное упражнение для развития геометрического мышления. Материал демонстрируется ученикам в начале изучения геометрии — (VI-й класс) и представляет для них особый интерес в силу применения этого способа в чертежной практике. Дело в том, что общепринятый способ — простое прикладывание угольника к линейке дает перпендикуляр по одну сторону от заданной прямой, и продолжение его по другую сторону связано с неточностью в месте стыка. Описанный выше прием поворота угольника свободен от этой неточности. Незнание подобных полезных для практики и содержательных в учебном отношении геометрических предложений служит часто основанием для констатирования отрыва школьных знаний от практической деятельности.

Кроме описанного угольника с углом в 30° необходимо для некоторых случаев пользоваться равнобедренным прямоугольным треугольником с углом в 45°.

Наличие выступающей державки лишает возможности пользоваться угольником при поворачивании его около какой-либо из сторон. Поэтому целесообразно державку сделать в виде, предлагаемом на фиг. 19, где она помещена в центре тяжести треугольника.

На ребрах катетов наносятся миллиметровые шкалы. Целесообразно было бы эти шкалы разнообразить: по одному катету дать обычную миллиметровую шкалу, по другому — ту же шкалу в масштабе 1 : 2 (фиг. 20), наконец, на гипотенузу следует вывести концы радиусов для



Фиг. 20

отметки градусов деления прямого угла. Последняя шкала позволит пользоваться угольником для измерения острых углов.

Вносимые предложения, помимо практического смысла, послужат поводом для математических размышлений.

Действительно, такие приборы нуждаются в проверке правильности ребер и точности прямых углов. Для этого по линейке проводится отрезок прямой по всей ее длине, например, AB, а затем, повернув линейку около короткой оси симметрии, повторно проводят прямую. Совпадение отрезков укажет на правильность ребра линейки. Обоснование этого способа проверки предлагается учащимся для самостоятельной работы.

Затем к линейке предъявляют требование двусторонности, т. е. условия равноправности обоих ребер при черчении по ним. Проводят два отрезка по обоим ребрам, поворачивают линейку около длинной оси симметрии и снова проводят две прямые; если они совпадают с прежними — линейка правильная.

Точность прямого угла в чертежном треугольнике проверяется также поворачиванием инструмента. Проводится отрезок прямой по линейке, затем к линейке прикладывается катетом испытуемый угольник, а по второму катету строится перпендикуляр. Поворачивают угольник на другую сторону его плоскости, оставляя на линейке тот же катет и через прежнюю точку проводят перпендикуляр по второму катету. Совпадение отрезков прямых укажет правильность инструмента, при несовпадении — ошибка выразится половиной угла отклонения. Перечисленные операции невозможно выполнить, когда инструменты имеют на себе выступающие державки.

6. Транспортир классный

Деревянное полукольцо соединено по диаметру планкой. На дуге насечены и прокрашены деления через каждый градус. Шкал таких помещено две: одна размечена с началом счета с правого конца диаметра, другая — с левого. Благодаря такой системе получается возможность удобно читать отсчеты углов справа — налево и наоборот. Обычный размер радиуса классного транспортира колеблется от 150 мм до 200 мм. В последнее время появились транспортиры, имеющие в качестве указателя отсчета металлический подвижной радиус, который прочно удерживается на поставленном делении благодаря наличию упругой пружинки. Это приспособление следует признать рациональным, ибо оно помогает начинающему изучать геометрию нагляднее представить себе процесс измерения угла. Кроме того указатель значительно повышает точность отсчета.

Новым усовершенствованием прибора следует считать нанесение по внутренней дуге транспортира шкалы радианной меры углов.

Наличие радианной шкалы ускорит привитие навыков в применении радианного измерения углов в старших классах школы.

Приведем пример.

Решаются тригонометрические уравнения. Требуется определить значение X в пределах одной окружности.

Решение ведется одновременно двумя учениками, причем одному из них поручается найти углы в градусной мере, другому — в радианной мере и обоим построить углы.

1. $\sin x = 0$; $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

X_1	0°	180°	360°
X_2	60°	120°	—

2. $\sin x = 0$; $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

X_1	0	π	2π
X_2	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	—
X_2	$\approx 1{,}05$	$\approx 2{,}09$	

Сопоставление результатов наглядно убеждает в равноправности радианной системы. Кроме того учащиеся лучше запомнят, что в тригонометрическом уравнении искомым является угол, а не значение функции (распространенная ошибка). Построение углов в радианной мере создает навык в представлении этих величин. Вообще обращение изредка к подобного рода практическим работам в классе с демонстрационными чертежными инструментами, а в домашней работе с индивидуальными, усилит навыки учеников, углубит их знания и сделает их более практичными.

7. Лекала классные

Под этим заголовком имеются в виду лекала для черчения некоторых кривых мелом на доске. Так, полезно иметь типы лекал парабол, соответствующие уравнениям:

$$y = x^2;\ y = 3x^2;\ y = \frac{x^2}{3},$$

а также лекало равносторонней гиперболы

$$y = \frac{k}{x} \qquad (k = 120).$$

Наконец, нужны лекала графиков функций:

$$y = a^x\ ;\ y = 2^x\ ;\ y = e^x\ ;\ y = 10^x\ ;\ y = \lg x$$

Лекала делаются из выдержанной фанеры, тщательно обрабатываются и полируются. Изготовляются лекала, обычно, следующим образом:

Кривая наносится по точкам на миллиметровой или чертежной бумаге и переводится на фанеру, ибо черчение на дереве не дает необходимой точности. Параболы можно строить приемами черчения, а не по точкам.

Графический способ в школе должен найти себе большее применение, чем это имеет место. Следует добиться, чтобы графики стали языком для выражения тех или иных зависимостей, а не иллюстрацией только к аналитическим выражениям, которые учащимися достаточно изучены.

Исходным приемом для построения графиков должно быть построение кривой по точкам («формула — таблица — график»). В тех случаях, когда к графику приходится обращаться многократно, для него рационально приготовить деревянную модель (лекало) и простым обводом контура получать необходимую кривую. Так обстоит дело, например, с параболой, которая имеет большое приложение при исследовании квадратного трехчлена.

Нужны также лекала гиперболы, синусоиды, тангенсоиды и логарифмики.

Изготовление лекал кривых — вроде кубической и полукубической парабол, эллипса и т. п., следует признать в средней школе излишним, ибо кривые этого рода встречаются лишь при ознакомлении с ними, для чего совершенно достаточно ограничиться построением графиков по точкам.

Применяя лекала, чертят взаимно-перпендикулярные оси координат и по отношению к ним располагают исследуемые кривые. Например, лекало параболы ($y = x^2$) позволяет построить кривые:

$$1)\ y = x^2;\quad 2)\ y = -x^2;\ 3)\ x = y^2;\ 4)\ x = -y^2.$$

Для этого необходимо в случаях (1, 2) направить ось симметрии кривой по оси ординат, один раз в положительном направлении, другой — в отрицательном.

В случаях (3, 4) ось параболы должна совпадать с осью X.

В общем случае квадратная функция $y = x^2 + bx + c$, например,

$y = x^2 - 5x + 6$ приводится к виду $y = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{1}{4}$,

откуда координаты $(\frac{5}{2}; -\frac{1}{4})$ укажут место вершины искомой параболы. Расположив теперь лекало параболы осью симметрии параллельно координатной оси y, мы получим возможность простой обводкой начертить кривую.

Такая простота и скорость черчения кривых позволят в то же учебное время разобрать большее количество примеров и тем самым приучить школьников к обращению с графиками.

8, 9, 10. Готовальня, чертежная доска, рейсшина

В школе необходимо иметь набор индивидуальных чертежных принадлежностей, которыми пользуются ученики на уроках черчения и в своих домашних работах. По поводу конструкции чертежных принадлежностей и способов применения их у учеников могут возникать чисто математические вопросы, освещать которые учителю необходимо, демонстрируя самые объекты. Примеры:

1) Устройство и назначение рейсшины. (Условия параллельности и перпендикулярности прямых).

2. Чертежная доска. (Проверка чертежных качеств доски, параллели и перпендикуляры на ней).

3) Ученическая готовальня. (Чертежные требования к циркулям, рейсфедеру и т. д.).

4) Лекало. (Виды кривых, сопряжение их и т. д.).

Многие детали чертежного дела должны получить отражение на уроках математики, которые от включения в них прикладных вопросов только выиграют. Действительно, как трудно разбирать с учащимися вопросы о точности вне реальных сюжетов; рядом с этим игла из готовальни прекрасный повод, чтобы осветить точность накола чертежа при копировке.

Так, не снижая задач обще-математического образования, с помощью наглядных пособий и технических инструментов можно оживить преподавание математики и приблизить его к практике.

РАЗДЕЛ III

АРИФМЕТИКА

Современная программа по математике переносит действия над целыми и дробными числами в начальную школу.

Поэтому в данной работе, имеющей целью систематику пособий для пятых — десятых классов, описываются лишь некоторые пособия по арифметике.

Включение последних вызвано не только стремлением к полноте описываемого комплекта необходимых школе пособий по математике, а также — запросами средней школы, которой приходится неоднократно прибегать к арифметическому материалу: при повторении (дроби, проценты); при обобщении (нумерация); при вопросах вычислительной практики (счеты); при занятиях с отстающими; в кружковой работе (исторический материал — абак; счетные приборы — счеты, палочки Непера и т. д.).

1. Арифметический ящик

Кубический ящик заполнен деревянными кубиками, брусками и пластинами.

Если в начальной школе арифметический ящик находит применение при изучении нумерации, группового счета и измерения объемов, то в V классе его деталями можно воспользоваться при иллюстрациях взаимоотношений дробей, при демонстрации примера процента (0,01), промилли (0,001) и при конструировании моделей параллелепипедов.

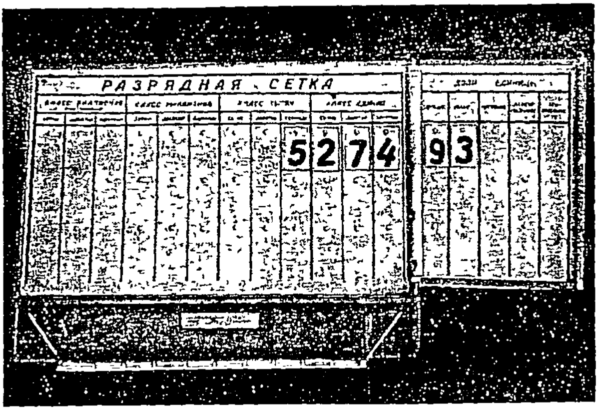
2. Разрядная сетка

(авторы: П. Дорф, В. Кардашов).

Овладение техникой записи десятичных дробей (V класс) во многом зависит от ясного представления строения десятичной системы счисления. Для установления принципов письменной нумерации естественно обратиться к разрядной сетке.

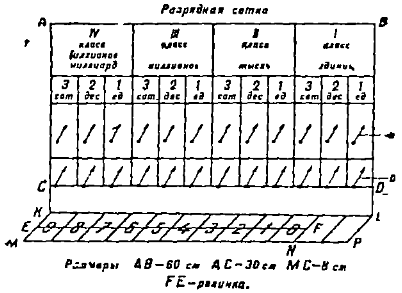
Чертить ее на доске — значит занять большое место нужной площади доски; на это черчение уходит много времени. Поэтому школе необходимо иметь готовую разрядную сетку.

Опыт показывает, что основным пороком этого вида пособий является их громоздкость. А так как обращаться к прибору приходится лишь эпизодически, на небольшой срок, то необходимо сделать его портативным, помещающимся в шкафу. Из этих соображений авторами была сконструирована складная разрядная сетка (фиг. 21).

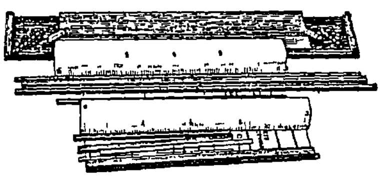


Фиг. 21

Цифра из кассы, помещенной внизу, вешается либо на крючок, либо (это лучше) задевается вырезанным язычком в петельку. Сама сетка размечена на плотной прокрашенной ткани, которая натягивается на сборную рамку АВСД (фиг. 22). К доске СД прикреплена петлями откидная касса для цифр MN. В точках С и Д имеются крючки для крепления рамки. Сетка вешается за ушки на стену, рядом с классной доской.



Фиг. 22



Фиг. 23

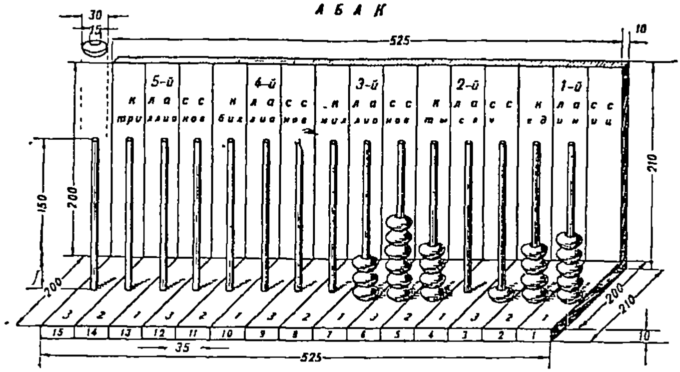
Три ряда петель позволяют собирать сразу три числа и тем выявить топографическое (поместное) значение цифр, а также роль нуля.

С помощью двух стальных скобок к разрядной сетке присоединяется сетка десятичных знаков (фиг. 21).

Первые примеры многозначных чисел или десятичных дробей полезно не просто писать на доске, а предварительно собирать на размеченной сетке. Колонки, надписи сетки расчленяют трудности в записи числа. Кроме того, после анализа первых образцов таких построений большую помощь при записи чисел оказывает учащимся само наличие висящей таблицы. Прежде чем написать число приходится раскласспфицировать его знаки, а это, на первых шагах, легче делать, глядя на сетку. Через 1—2 урока разрядная сетка свертывается и убирается в продолговатый ящик, удобный для хранения в шкафу (фиг. 23).

3. Абак

При изучении в курсе арифметики вопросов нумерации (устной и письменной), может быть использован прибор, называемый **абаком** (фиг. 24).



Фиг. 24

Две гладкие доски скреплены так, что образуется прямой двугранный угол. На них размечаются классы и разряды чисел. На горизонтальной доске укреплены металлические штифты, на которые надеваются шашки по числу единиц соответствующего разряда.

Чтобы прибор был демонстративным, надо придерживаться следующих размеров:
между штифтами — 10 см;
высота штифта — 25 см;
шашки крупные, типа шашек от счетов.

Иногда вертикальные штифты заменяются металлическими дугами, выходящими за вертикальную доску. При таком устройстве шашки не снимаются, а перекидываются за доску, где они не видны.

Абак не заменяет разрядной сетки, ибо на нем мы имеем модели единиц разрядов, которые необходимо считать. На сетке мы имеем построение числа, соответствующее записи его.

4. Счеты классные (вертикальные), индивидуальные (ученические)

Оба прибора общеизвестны, как со стороны конструктивной, так и методической.

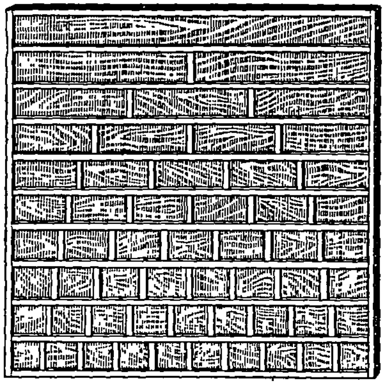
Индивидуальные счеты необходимо иметь из расчета на каждого ученика класса по прибору. Применять их следует при всякого рода заданиях со сложением и вычитанием десятичных дробей и смешанных чисел. Мыслится, что правильным методом вычислений будет двойной расчет. Например, 125,4 — (64,7 + 12,39 . 3).

Результат найден обычным письменным способом, а затем **проверен** на счетах. Таким приемом сознание учащихся приучится к тому, что вычисление «по ответу» — не жизненная форма расчетной техники;

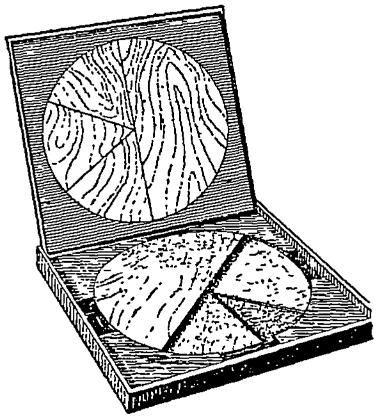
а, во-вторых, учащийся постепенно приучится к применению счетов, ибо на одном — двух уроках на тему «счеты» овладеть техникой применения прибора не удается.

5. Дробная полочка (фиг. 25).

Светлая доска прибора вешается с помощью ушков на стену. В ее десяти пазах вставлены черные пластины, изображающие целое и части его. Прибор особенно ценен при сопоставлении дробей, например,



Фиг. 25



Фиг. 26

третьих долей и девятых. Из доски вынимаются все полоски, кроме исследуемых, чтобы не отвлекать внимания учащихся. Три третьи доли и девять девятых размещаются в двух соседних пазах. Раздвинув слегка третьи доли пластины, легко заметить, что на каждую треть приходится три девятых. Такие иллюстрации необходимы в начальной школе, такие примеры иногда нужны ученикам V-го класса, ибо они за многочисленными мнемоническими приемами теряют из своего поля зрения реальные соотношения и делают на бумаге вычисления на подобие приведенного примера.

6. Круг долей (фиг. 26)

Те же цели, что и дробная полочка, преследует пособие, состоящее из целого круга, его половин, третей и т. д. Однако, эти пособия не заменяют друг друга. Понятие дроби требует многообразия представлений их величины в зависимости от величины целого, поэтому полезно будет учащемуся к числу 0,3 иметь иллюстрации 0,3 пластины из прибора «полочка», 0,3 круга и т. д. (Например, картонный прямоугольник, сгибающийся по горизонтальным и вертикальным складкам).

7. Процентный транспортир (фиг. 27)

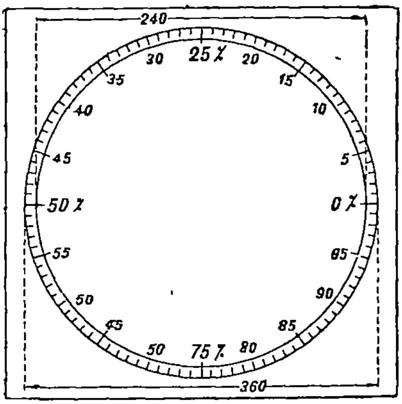
Прибор употребляется для построения круговых диаграмм, данные для которых выражены в процентах.

Из целлулоида (картона, дерева) делается круг. По окружности он делится на 100 частей, так что одно деление соответствует 1%. Центр круга указывается отверстием (в случаях применения картона или дерева в центральное отверстие вставляется втулочка или пистон).

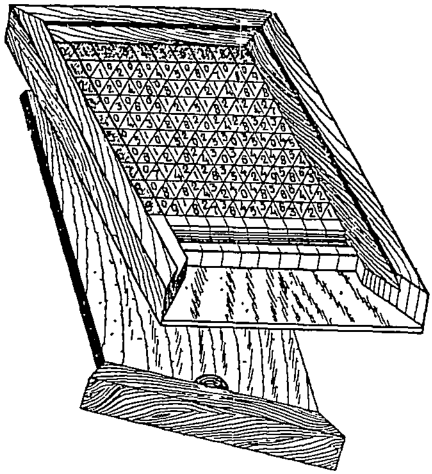
Размеры прибора: Д = 240 мм. Разметка: штрих 1% длиною 5 мм, штрих 5% длиною 7 мм и штрих 10% длиною 10 мм.

Пользование прибором складывается из следующих приемов. Начальный радиус совмещается с отрезком прямой, принятой на диаграмме за исходную. Указанное количество процентов отмечается по транспортиру точкой. К этой точке поворотом транспортира около центра подводится снова индекс «0» и по транспортиру откладывается следующее данное в процентах и т. д.

Затем транспортир снимается с чертежа, и проводятся радиусы в намеченные точки — секторная диаграмма размечена. Работа этим прибором практична и поучительна, ибо она, кроме процентов, ставит вопросы об определении точности, об объяснении приема поворота транспортира начальной точкой после каждого отсчета и т. д.



Фиг. 27



Фиг. 28

8. Палочки Непера

Прибор «Палочки Непера»—один из родоначальников механических приборов счета. Его принципиальная основа и практика вычисления интересный сюжет для доклада на широком собрании математического кружка (фиг. 28). Деревянный футляр размечен равномерно по левой стороне от 0 до 9 через каждую единицу. Внутрь вкладываются девять планочек («палочек»), имеющих заголовками тоже порядковый ряд цифр от 1 до 9 включительно.

Действие прибора вполне выяснится из рассмотрения примера.

Пусть требуется определить произведение 685 . 37.

Все палочки вынимаются из футляра и выкладываются по порядку на столе. Затем набираются палочки с заголовками «6», «8», «5» и вкладываются, в порядке строения числа, в футляр, вплотную к размеченной стенке ящичка.

Произведение 685 . 37 ищется так: 685 . 30 + 685 . 7. Множимое поставлено заголовками палочек сверху, а множитель на стенке футляра, слева, Произведение 685.30 может быть записано так:

$$\begin{array}{r} 685 \\ 30 \\ \hline 15 \\ 240 \\ 1800 \\ \hline 20550 \end{array}$$

В таком же виде оно получается в строке прибора за номером 3, только слагаемые 2 + 8, 1 + 4 и т. д., находятся на диагонали двух соседних «палочек». Действительно, видим:

2			
3	$^1/_8$	$^2/_4$	$^1/_5$
4			

что соответствует обычному

$$+\begin{array}{r} 1 \\ 84 \\ 215 \\ \hline 2055 \end{array}$$

В строке «7» получаем:

$$\begin{array}{r} 426 \\ 535 \\ \hline 4795 \end{array}$$

Искомое произведение определится суммой

$$\begin{array}{r} 20550 \\ 4795 \\ \hline 25345 \end{array}$$

Громоздкость в процессе выяснения не имеет места на практике.

Техника вычисления складывается из следующих моментов:

1. Набираются нужные «палочки» и вкладываются в футляр («6», «8», «5»).

2. Против знака множителя снимается произведение, складывая «в уме» суммы чисел по диагонали. На конце приписываются нули, смотря по значимости множителя: десятки, сотни и т. д. Это частное произведение откладывается на счетах (или, в крайнем случае, пишется на бумаге).

3. Также определяются последующие произведения.

4. Общая сумма частных произведений укажет результат умножения.

В заключение укажем, что учащиеся смогут сделать подобные «палочки» из картона, и что на каждую цифру надо иметь несколько «палочек» (напр., 3) для построения чисел с повторными знаками («688»).

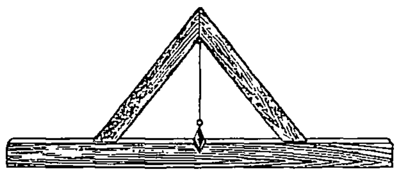
РАЗДЕЛ IV.

ПРИБОРЫ ДЛЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ РАБОТ НА МЕСТНОСТИ

Естественное стремление советской педагогики — связать учебный материал с фактами реальной действительности, получает наиболее благоприятное разрешение в измерительных работах на местности. Принципы построения инструментов и приемы пользования ими несложны и тесно связываются с теоретическими данными школьного курса. Кроме того, производство простейших измерительных работ и военно-топографических съемок дает массу практических навыков, которых так нехватает учащимся средних школ.

Организация школьных работ требует от учителя и руководства школой должного внимания: 1) однажды собранный первичный комплект приборов должен постепенно пополняться как покупными пособиями, так и самодельными; 2) уроки, посвященные измерениям, нуждаются в тщательной подготовке групповых (по 4—5 человек) занятий, для чего необходимо соответствующее количество комплектов недорогого оборудования. Система предварительной подготовки к работам, раздача ответственных поручений, консультация на самих работах и строгий прием результатов съемок дают значительный эффект.

Фиг. 29



Фиг. 30

1. Уровень (фиг. 29)

Уровень состоит из стеклянной цилиндрической трубки, продольный разрез которой имеет незначительную кривизну, направленную своей выпуклостью вверх. Трубка уровня наполнена спиртом или эфиром таким образом, что оставшееся небольшое пространство занято парами жидкости. При горизонтальном положении трубки уровня пары жидкости находятся в средней верхней части; пространство, ими занимаемое, называется пузырьком уровня. На верхней части трубки на стекле нанесены деления в правую и левую стороны от середины, на равных расстояниях. Стеклянная трубка уровня заключена в металлическую или деревянную оправу с прорезом, через который можно видеть положение пузырька.

Уровень служит для установки плоскости в горизонтальном положении. Так, например, при помощи уровня устанавливается горизонтально верхняя доска мензулы. (Фиг. 52). Так же при помощи уровня можно определить превышение одной точки над другой на поверхности земли. В ряде геодезических инструментов уровень является существенною составною частью инструмента. (Фиг. 46).

Уровень может быть использован при соответствующих работах как в начальных школах, так и в средних. Число приборов, необходимых для школы, определяется числом рабочих ячеек, на которые разбиваются учащиеся во время работы.

Уровень следует хранить в коробке и после всякой работы с ним на воздухе вытирать насухо.

Для пользования прибором его следует предварительно проверить. При чем самый процесс проверки — полезная учебная операция, из которой учащиеся глубже воспримут сущность конструкции прибора и приемов пользования им.

Проверка уровня заключается в том, что его кладут на плоскость, приведенную на глаз в горизонтальное положение и изменением положения плоскости приводят пузырек уровня к середине.

Проведя вдоль края оправы уровня линию, отмечают на линии положение пузырька. Затем поворачивают уровень на 180° и прикладывают его к той же линии. Если при этом пузырек будет опять занимать верхнее положение или будет отклоняться от него не больше чем на одно деление, уровнем можно пользоваться для работы. В противном случае уровень нуждается в исправлении.

Для установки какой-либо плоскости в горизонтальном положении при помощи уровня надо иметь в виду, что проверка должна делаться в двух приблизительно взаимно перпендикулярных направлениях.

Помимо применения уровня в геодезических и других инструментах, полезно показать уровень на какой-либо практической работе, например, при выравнивании спортивной площадки. На участок площади, выравненной на глаз, кладется доска. С помощью уровня можно установить необходимые мероприятия по снятию и подсыпке грунта в той или иной части площадки. По выравненной доске планируется и профиль площадки. Проделав подобную работу по двум трем направлениям, подравнивают всю площадку.

2. Ватерпас (Фиг. 30).

Ватерпас изготовляется в форме равнобедренного треугольника, в вершине которого подвешен отвес. Положение отвеса при горизонтальности нижней планки отмечается зарубкой или пометкой.

Ватерпас может заменить уровень при более грубых работах в начальной школе и в младших классах средней школы.

Ватерпас относится к той группе приборов, которые могут быть изготовлены самостоятельно в школе. Практическое использование его полезно показать учащимся на ближайшей стройке.

3. Вехи. (Фиг. 31).

Вехи делаются из дерева круглого сечения. Для работы на неособенно пересеченной местности достаточно иметь вехи высотою в 2 м.

Чтобы веха была видна на значительном расстоянии на светлом фоне неба и темном фоне земли, ее раскрашивают последовательно в белый и красный или в белый и черный цвета. Нижний конец вехи заострен и снабжен железным наконечником.

Пособие необходимо для провешивания линий на местности при ведении измерительных работ как в начальной, так и в средней школах.

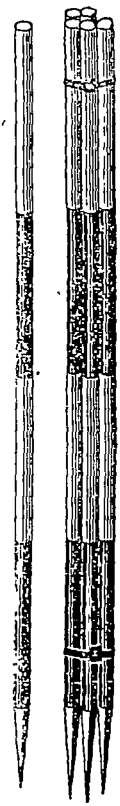
Для каждой группы учащихся в 6—8 человек, выполняющих какую-либо работу на местности, связанную с провешиванием линий, необходимо иметь 3—4 вехи. Вехи могут быть изготовлены учащимися по описанному образцу.

Самое вешение прямой линии наиболее простая и интересная в методическом отношении работа. Крайние две вехи определяют прямую. Старший по отряду ученик становится за крайней вехой на некотором расстоянии так, чтобы его глаз и обе вехи были на одной прямой. Остальные участники, имея каждый по вехе, вносят их, примерно, на равных расстояниях поочередно (начиная с дальней от наблюдателя). Наблюдатель подъемом руки (правой, левой) указывает, в какую сторону следует подвинуть веху, а угол подъема руки диктует, на много ли надо двигаться. Несколько взмахов обеих рук служат сигналом, что веха выставлена правильно и ее можно закрепить. Четкая техника вешения линий сделает интересным и воспитательным применение прибора.

4. Рулетка

Рулетка представляет собою тесьму с делениями на метры и сантиметры, заключенную в плоском цилиндрическом футляре. Вращением ручки на крышке футляра тесьма убирается внутрь. Длина тесьмы бывает в 5, 10 или 20 м.

Рулетка применяется для измерения длины. Особенно удобно производить промеры при помощи рулетки внутри помещений. Во время работы не следует натягивать рулетку очень сильно, так как иначе она может порваться.



Фиг. 31

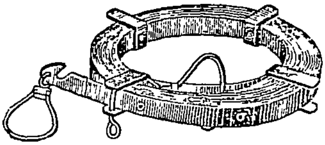
5. Мерная лента

Это — металлическая лента, обычно ее называют мерной лентой. Длина ленты 20 м. Длина каждого метра обозначена особыми бляшками с указанием расстояний на одной стороне ленты от ее конца и на другой от ее начала. Десятые доли метра отмечены пробитыми в ленте круглыми отверстиями. Для хранения и переноса лента скрепляется обоймой (фиг. 32).

Лента применяется для измерения провешенных на местности линий. Работа по измерению ведется вдвоем. Чтобы при измерении длинных линий не ошибиться в счете (сколько раз была отложена лента), к ленте прилагается два проволочных кольца с 10 шпильками. (Фиг. 33).

Передний мерщик забирает с собой кольцо со шпильками, оставляя другое кольцо заднему мерщику.

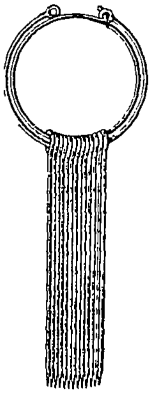
Передний мерщик вытягивает каждый раз ленту по направлению измеряемой линии, втыкает у конца ленты шпильку. Задний мерщик, дойдя до этого места, подбирает шпильку и берет ее на кольцо, отсчитывая тем самым одно измерение. В конце всего измерения данной линии число шпилек, оказавшихся у заднего мерщика, покажет сколько раз была отложена лента.



Фиг. 32

Во время работы необходимо наблюдать, чтобы лента не перекручивалась и была натянута.

Пособие применяется в средней школе.



Фиг. 33

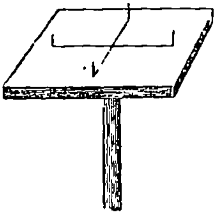
6. Эккер

Эккер является простейшим инструментом для съемки, при помощи которого на поверхности земли могут быть проведены линии под прямым углом.

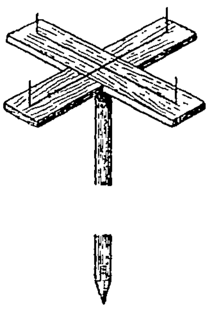
Обычно применяемый в школьной практике эккер состоит из квадратной доски, закрепленной в горизонтальном положении на штативе или кольшке. На доске (фиг. 34) имеется две взаимно перпендикулярные линии, на концах которых, на равных расстояниях от точки пересечения вбиты тонкие металлические штифтики.

Иногда эккер изготовляют в форме крестовины (фиг. 35).

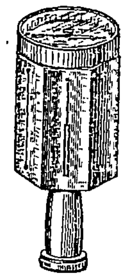
Прежде чем пользоваться эккером любой конструкции, необходимо его проверить, т. е. убедиться, действительно ли линии штифтов взаимно перпендикулярны. Для этого на ровной



Фиг. 34



Фиг. 35



Фиг. 36

открытой местности устанавливают эккер и по направлениям обеих пар штифтов на расстояниях в несколько десятков метров ставят по вехе. Если эккер сделан правильно, угол между направлениями на обе вехи будет прямой. Но тогда и смежный ему угол должен быть прямым. Поэтому, повернув эккер на прямой угол, совмещают направление одной пары штифтов с направлением на одну из вех. Если направление на другую веху совпадает со второй парой штифтов, эккер дает правильный результат. В противном случае положение штифтов должно быть исправлено и произведена новая проверка.

При помощи эккера на местности приходится решать две задачи:

1. Из данной точки, имеющейся на провешенной на местности линии, восставить к этой линии перпендикуляр.

2. Из данной точки, имеющейся вне провешенной на местности линии, опустить на эту линию перпендикуляр.

Для решения первой задачи эккер устанавливают в данной точке С и поворачивают его таким образом, чтобы направление одной пары штифтов эккера совпадало с направлением провешенной линии. Проверка правильности положения эккера на провешенной линии должна быть определена визированием с обоих концов одной пары штифтов. По направлению другой пары штифтов на нужном расстоянии ставится вторая веха Д. Направление на нее СД будет перпендикулярно проведенной линии АВ.

Для того, чтобы из данной точки Д вне провешенной линии АВ опустить на нее перпендикуляр, необходимо найти основание этого перпендикуляра. Для этого, идя по провешенной линии АВ, выбирают положение основания перпендикуляра сначала на-глаз. Установив в выбранной точке эккер, как в предыдущем случае, проверяют, действительно ли выбранная точка является основанием перпендикуляра и, если этого не имеется, передвигают положение эккера взад и вперед по провешенной линии до тех пор, пока направление СД перпендикулярной пары штифтов не совпадет с вехой Д, обозначающей точку, из которой надо было опустить перпендикуляр.

Если штифты эккера расположены на равном расстоянии от точки пересечения направлений обеих пар штифтов, то при таком положении можно строить углы в 45° и 135°.

На практике применяются восьмигранный и зеркальный эккеры.

7. Восьмигранный эккер

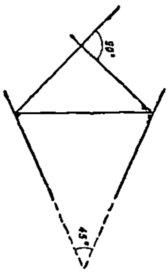
Такой эккер представляет собой металлическую восьмигранную призму с трубкой внизу, одевающейся на палку или штатив (фиг. 36). Посередине каждой грани призмы имеются вертикальные щели для визирования. Щели дают направления, находящиеся под углами 45°, 90° и 135°. Смотрят всегда через узкую щель, называемую глазным диоптром. С противоположной стороны имеется широкая щель с натянутым посередине вертикальным волоском. При визировании волосок должен покрывать середину вехи.

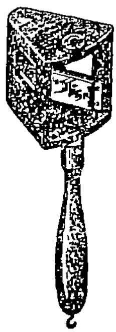
8. Зеркальный эккер

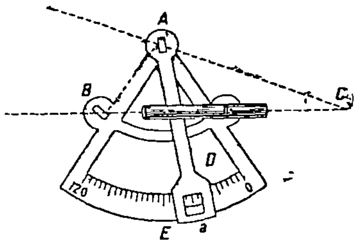
Прибор состоит из двух небольших зеркал, закрепленных в оправе под углом в 45°. При этом луч, падающий на плоскость одного зеркала и луч, отраженный от плоскости другого зеркала, как видно из фиг. 37, будут взаимно перпендикулярны.

Для того, чтобы при помощи зеркального эккера восстановить перпендикуляр из какой-либо точки линии, данной на местности, поступают следующим образом. Встав в этой точке с эккером, поворачивают его таким образом, чтобы изображение конечной вехи провешенной линии после отражения в ближнем к глазу наблюдателя зеркале было видно во втором зеркале. Помощник наблюдателя выставляет в этом направлении новую веху. Следует добиться, чтобы изображение вехи (фиг. 37), провешенной линии, наблюдаемое в зеркале, покрывало новую веху в руках у помощника. Последнюю наблюдатель будет видеть выше и ниже зеркала.

Зеркальный эккер должен быть проверен тем же способом, который выше указан для крестообразного эккера. Для исправления эккера, дающего неправильные результаты, нужно пользоваться винтами, имеющимися на оправе зеркального эккера. Эти винты позволяют в небольших пределах изменять углы между плоскостями зеркал (фиг. 38).


Фиг. 37


Фиг. 38



Фиг. 39

Эккер имеет разнообразное применение:

1) при определении расстояния до недоступной точки. Измеряется на ровном месте отрезок прямой — базис так, что из одного конца его намеченный предмет виден под прямым углом, а из другого под углом в 45°; тогда искомое расстояние равно измеренному базису.

2) При снятии плана участка в виде многоугольника, внутри участка провешивается основная линия — магистраль, тогда все вершины будут на перпендикулярах к ней. С помощью эккера устанавливаются направления в вершины, измеряются расстояния и наносятся в масштабе на план.

3) При разбивке строительных участков и пр.

Примечание. Прямой угол можно построить с помощью веревки, имеющей размеры $3 + 4 + 5$ единиц $= 12$ ед. Если теперь в точках на расстояниях 3, 4, 5 сделать метки (вплести указатели), то такой веревкой можно построить «египетский» треугольник с прямым углом в заданной точке.

9. Секстант

В морской практике часто пользуются для измерения углов прибором, который называется секстантом (фиг. 39).

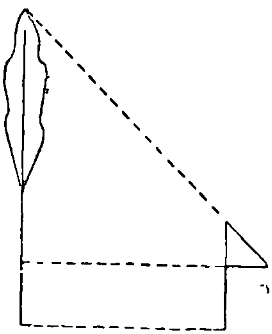
Возможность применения его для измерения углов в различных плоскостях (горизонтальной, вертикальной и др.), а также простота конструкции делают секстант ценным инструментом для изучения и применения в школе.

Дуга лимба (E) снабжена подвижной алидадой (a) с верниером. Наблюдение над предметом ведется через зрительную трубу. Секстант снабжен двумя зеркалами: подвижным A и неподвижным B предметов получается в трубе непосредственным наведением на него зеркала В, половина которого свободна от амальгамы. Другой предмет дает луч зрения на зеркало А, который вращением алидады приводится через зеркало В в совмещение с первым предметом. Нетрудно видеть, что угол между лучами зрения от предметов вдвое больше. чем угол между плоскостями зеркал, поэтому на лимбе написано число градусов 120 для дуги в 60° и т. д. Ссылка на секстант позволяет поставить в школе решение такой интересной и полезной задачи, как определения места точки, из которой три данных предмета видны под заданными углами.

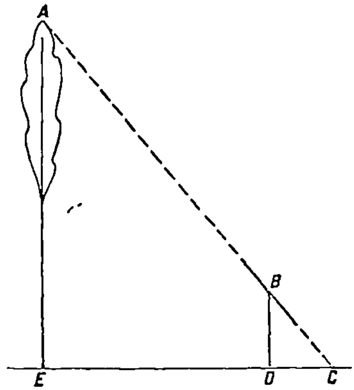
Секстант является развитием других угломерных инструментов (эклиметр, буссоль).

10. Высотомер

Простейшая конструкция высотомера представляет прямоугольный равнобедренный треугольник, закрепленный в палке или штативе (фиг. 40) таким образом, что один катет этого треугольника гори-



Фиг. 40



Фиг. 41

зонтален, а другой вертикален. Для определения при помощи этого прибора высоты какого-либо предмета, например, высоты дерева, оценивают эту высоту на-глаз и отходят от дерева на расстояние приблизительно равное оцененной высоте. Установив в этой точке высотомер и визируя по гипотенузе треугольника, смотрят, находится ли вершина дерева против визируемой линии или нет. Добившись совпадения визируемой линии с вершиной дерева, для чего передвигают положение высотомера, измеряют его расстояние от дерева. Искомая высота дерева равна расстоянию высотомера от дерева, сложенному с высотой инструмента.

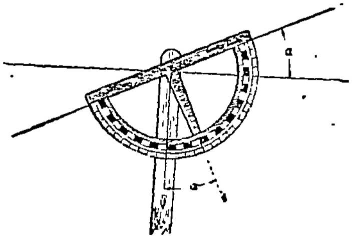
В качестве такого высотомера может быть использован эккер в форме квадратной доски с двумя гнездами: одно для установки в горизонтальной плоскости, другое — в вертикальной, если ее закрепить на подставке так, чтобы доска находилась в вертикальной плоскости.

Конструкции высотомеров основаны на подобии. Простейшим высотомером (фиг. 41) может быть колышек с закрепленной на винте подвижной линейкой, вращающейся около горизонтальной оси. Установив этот высотомер в некотором расстоянии от дерева, визируют по верхнему ребру линейки на вершину дерева А. Затем, не меняя положения линейки, заходят с другой стороны и замечают на поверхности земли точку С, лежащую на одной прямой с верхним ребром линейки. Измеряя расстояния ЕД от основания дерева до высотомера и ЕС до найденной точки С на поверхности земли и зная высоту колышка, на основании подобия треугольников, вычисляют высоту дерева.

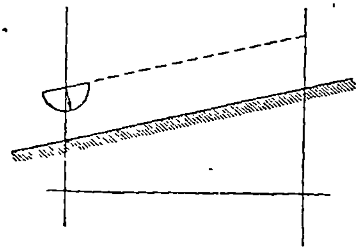
В качестве другого простого высотомера может быть использовано маленькое зеркало (см. экскурсионный ящик Рогуленко 19).

11. Эклиметр (фиг. 42)

Эклиметр представляет собою транспортир—полукруг, дуга которого разделена на градусы, причем нулевая точка находится на середине дуги и обозначения делений возрастают в обе стороны от нее к концам



Фиг. 42



Фиг. 43

дуги. На концах диаметра стоят деления 90°. (Если эклиметр сделан из обычного транспортира, то отсчет будет получаться несложным вычислением). Полукруг закреплен на вертикальной стойке и вращается около горизонтальной оси в центре полукруга. Ось, на которой транспортир вращается, имеет барашек, при помощи которого транспортир может быть закреплен в любом положении. В центре транспортира подвешен отвес *), направление его показывает число градусных делений транспортира, приходящихся против вертикальной линии. При горизонтальном положении верхней планки эклиметра нитка отвеса показывает нуль; при наклоне верхней планки нитка отвеса дает непосредственный отсчет угла наклонения.

При помощи эклиметра определяют: 1) длину линии в горизонтальном направлении, если она была измерена по наклону (фиг. 43); 2) высоту предмета (фиг. 43а).

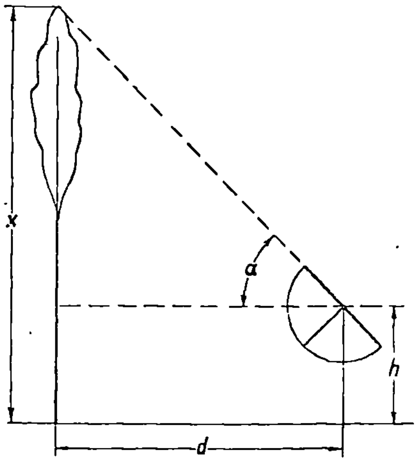
При измерении длины на поверхности земли необходимо иметь в виду, что план участка есть его горизонтальная проекция, и поэтому все измерения длины должны производиться по горизонтальному направлению.

Для этого при мелких неровностях почвы мерная лента или рулетка натягивается горизонтально. Если же имеется уклон местности на значительном расстоянии, можно производить измерение длины по поверхности земли и вычислить горизонтальную проекцию, определив угол наклона при помощи эклиметра.

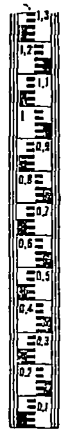
Для измерения угла наклона линии на местности эклиметр устанавливается в одном конце наклонной линии при вертикальном положении его стойки. На другом конце наклонной линии ставят веху

*) Вместо отвеса можно подвесить металлический указатель (стрелку), который, в силу тяжести, будет давать вертикальное направление.

и отмечают на ней точку на высоте, равной высоте эклиметра от поверхности земли до верхнего ребра транспортира. Смотря по верхнему ребру транспортира, визируют на метку вехи и, закрепив положение эклиметра, делают отсчет угла наклона против нитки отвеса. Горизонтальная проекция наклонной линии равна произведению длины линии, измеренной по наклону, на косинус угла наклона (фиг. 42).



Фиг. 43а



Фиг. 44

Для измерения высоты какого-либо предмета при помощи эклиметра последний устанавливается на некотором расстоянии от этого предмета таким образом, чтобы плоскость транспортира эклиметра совпадала с вершиной измеряемого предмета. Визируя по эклиметру точку измеряемого предмета, закрепляют прибор при помощи барашка и отсчитывают угол наклона.

Зная угол наклона и измерив расстояние от основания эклиметра до основания измеряемого предмета, искомую высоту вычисляют по формуле:

$$x = h + d \operatorname{tg}\alpha,$$

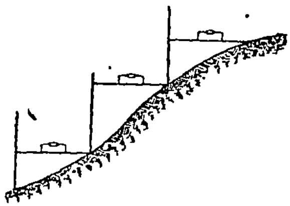
где h есть высота инструмента, а d расстояние от инструмента до измеряемого предмета и α угол наклона.

Результат можно получить графически, вычертив в масштабе прямоугольный треугольник по катету и прилежащему углу.

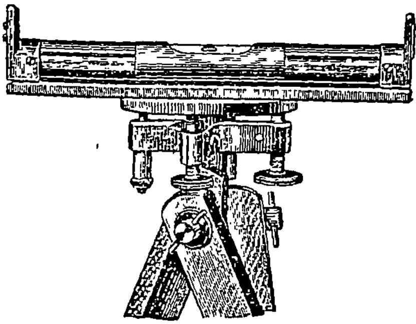
12. Рейка

Рейка — деревянная линейка обыкновенно длиною 2 м с делениями на десятые и сотые доли для определения, на сколько одна точка выше или ниже другой. Деления рейки раскрашиваются в шахматном порядке так, как это изображено на фиг. 44.

Для того, чтобы определить превышение одной точки на поверхности земли над другой при помощи рейки, поступают следующим образом. Несколькими вехами провешивается линия, для точек которой необходимо определить разности высот. В низшей точке этой линии ставится **вертикально** рейка с делениями. По выбранному направлению кладется горизонтально планка (также длиною 2 м) таким образом, что один конец ее лежит на поверхности земли, а другой приходится против рейки. Горизонтальность планки проверяется положенным на нее уровнем. Высота, на которую вторая точка выше первой, отсчитывается по делениям рейки и записывается. Таким же образом определяется превышение третьей точки над второй, четвертой над третьей и т. д. Алгебраическая сумма полученных отсчетов дает превышение последней точки над первой. (Фиг. 45).



Фиг. 45



Фиг. 46

Работа по определению, на сколько одна точка поверхности земли находится выше или ниже другой, называется нивелированием. Описанный способ нивелирования при помощи планки и рейки, представляет упрощенный прием нивелирования, пригодный в тех случаях, когда на небольшом протяжении в горизонтальном направлении имеются заметные уклоны, например, при нивелировании склонов оврагов, крутых берегов реки, холмов и т. д.

13. Модель нивелира

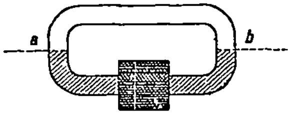
Нивелиром называется прибор, при помощи которого можно определить превышение одной точки на поверхности земли над другой. Прием упрощенного нивелирования указан выше при описании применения рейки. Нивелирование на значительных расстояниях при небольших уклонах требует специального прибора — нивелира (фиг. 46).

Основой всякого нивелира является приспособление для получения горизонтального луча зрения.

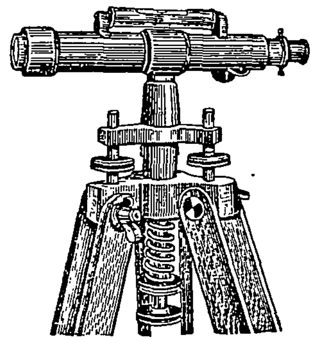
Наиболее простой тип нивелира представляет собой нивелир, основанный на принципе сообщающихся сосудов. В стеклянный сосуд, имеющий форму двух сообщающихся сосудов и укрепленный на штативе, налита подкрашенная вода. Уровень воды в обоих сосудах дает горизонтальную линию, визируя по которой, можно определить разность высот двух точек (Фиг. 47).

Самодельный нивелир для школьного употребления состоит из трубки, укрепленной на штативе (Фиг. 48). Иногда для удобства визирования через трубку, один из ее концов, обращенный к наблюдателю, заделывается картонным кружком с маленьким отверстием в центре (прокол булавкой), а другой конец остается открытым, и в нем натягиваются две нити, пересекающиеся в центре. Для того, чтобы труба и ее ось могли быть установлены горизонтально, к трубе прикрепляется уровень.

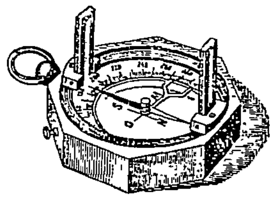
Схема работы с нивелиром заключается в следующем. Поместив нивелир или его модель между точками, разность высот которых надо определить, визируют на рейку, поставленную в низшей точке, и смотрят, против какого деления рейки приходится визирная линия нивелира. Затем, поворачивая нивелир на 180°, визируют на рейку, поставленную в высшей точке, и также замечают деление против визирной линии. Разность отсчетов реек при визировании вперед и обратно даст



Фиг. 47



Фиг. 48



Фиг. 49

превышение второй точки над первой. Так, пусть отсчет рейки при визировании обратно равен a и при визировании вперед равен $в$. Следовательно, вторая точка выше первой на величину $в-a$.

При нивелировании с школьными моделями нивелиров, можно определить разность высот двух точек, находящихся одна от другой на расстоянии нескольких десятков шагов.

14. Компас

Для ориентировки и приближенных определений углов направлений употребляется общеизвестный прибор — компас.

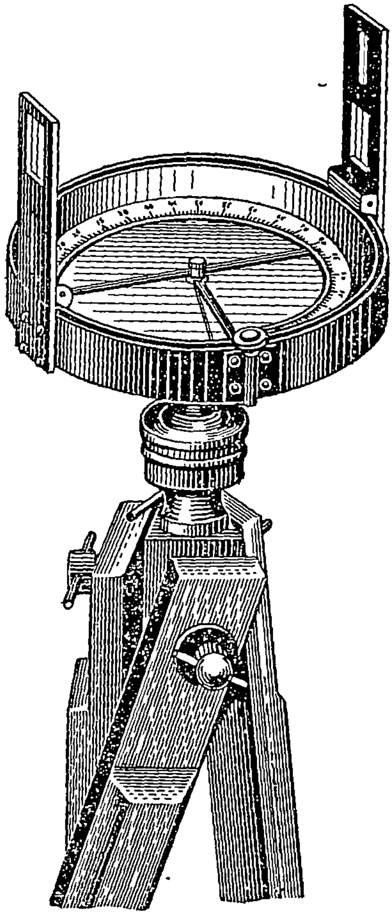
15. Буссоль

Компас обычного типа неудобен в том отношении, что он не имеет приспособлений для визирования. Поэтому отсчеты по нему будут всегда очень грубы.

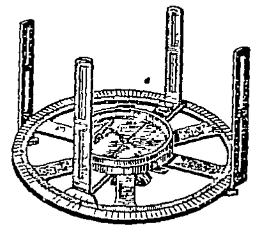
Усовершенствованные компасы с визирными приспособлениями называются **буссолями**. Буссоли бывают ручные и штативные. Первая отличается от компаса наличием визирного приспособления (фиг. 49) в виде двух вертикальных пластинок с прорезами. Пластинка с узким прорезом называется **глазным диоптром**. В пластинке с широким прорезом, называемым **предметным диоптром**, имеется вертикальная нить. Для визирования какого-либо направления смотрят в глазной диоптр и поворачивают буссоль таким образом, чтобы нить предметного диоптра покрыла предмет, направление на который визируется.

В другом типе часто встречающейся ручной буссоли—буссоли Шмалькальдера градусные деления нанесены на легком круге из картона или алюминия, прикрепленном к магнитной стрелке и свободно с ней вращающемся. К коробке буссоли прикреплены диоптры, причем глазной диоптр снабжен стеклянной призмой, позволяющей одновременно видеть волосок предметного диоптра, покрывающий самый предмет и деления на подвижном круге. Нулевое деление в этой конструкции буссоли поставлено у южного конца магнитной стрелки. Чтобы определить направление на какой-либо предмет, наблюдатель визирует на этот предмет через глазной диоптр и, дождавшись успокоения магнитной стрелки, через призму непосредственно прочитывает азимут.

Для получения более точных результатов пользуются штативными буссолями. Общий вид штативной буссоли приведен на фиг. 49а. Конструкции штативных буссолей бывают разнообразны и, прежде чем пользоваться какой-либо штативной буссолью, необходимо внимательно рассмотреть ее устройство.



Фиг. 49а



Фиг. 50

Точность определения углов при помощи буссолей не превышает $^1/_4$ градуса.

При помощи буссоли можно производить съемку следующим образом:

Круговое визирование

Встав с буссолью в какой-либо точке внутри участка, выбранного таким образом, чтобы из этой точки видны были все вершины, визируют направления на все вершины и записывают соответствующие азимуты. Кроме того измеряют расстояния от точки стояния до этих вершин. На основании полученных данных в масштабе вычерчивают план участка. Для этого, выбрав на листке бумаги точку стояния, прочерчивают направление севера и направление на все вершины по измеренным азимутам, строя соответствующие углы при помощи транспортира. Отложив на отмеченных направлениях измеренные расстояния до вершин участка в выбранном масштабе и соединив вершины линиями, получают план участка.

Способ засечек

Встав с буссолью в одной точке участка, визируют направления на все вершины, записывают соответствующие азимуты, но расстояния до вершин не измеряют. Затем выбирают вторую точку стояния, определяют азимут направления на нее и, переходя с буссолью в эту вторую точку, измеряют расстояние до нее от первой точки. Стоя во второй точке, определяют азимуты на все вершины. Вычерчивание ведут в том же порядке, в котором велась работа. Выбрав на плане положение первой точки стояния, прочерчивают направления на все вершины по измеренным азимутам. Одновременно по измеренному азимуту прочерчивают направление на вторую точку стояния и откладывают по этому направлению расстояние до второй точки, из второй точки также прочерчивают направления на все вершины по их азимутам. Точки пересечения соответствующих направлений определят положения вершин участка на плане.

Способ обхода по пограничным линиям

Участок обходят по пограничным линиям, останавливаясь в каждой вершине участка. При этом определяют азимут направления на следующую вершину участка и измеряют до нее расстояние. На основании полученных данных вычерчивают план так, как это было указано в предыдущих случаях.

16. Астролябия

Астролябия является угломерным инструментом, при помощи которого измеряется угол в горизонтальной плоскости между двумя направлениями на местности. Главная часть астролябии состоит из круга, разделенного на 360° и называемого л и м б о м (фиг. 50).

Лимб устанавливается на штативе. Для визирования направлений к лимбу прикреплены диоптры. Одна пара диоптров является неподвижными диоптрами. Другая пара подвижных диоптров прикреплена к линейке, вращающейся около вертикальной оси в центре лимба. Эта подвижная линейка называется алидадой. Края алидады, обращенные к градусным делениям лимба, скошены и на скошенном крае имеется метка в одной плоскости с щелями глазного и предметного диоптров. В центре же лимба на алидаде закреплен компас.

В школьных астролябиях лимб часто изготовляется из дерева, а градусные деления наносятся на бумаге, наклеенной на деревянный круг и покрытой белым лаком. При этом ограничиваются только одной парой подвижных диоптров, прикрепленных к алидаде.

Прежде чем пользоваться астролябией, ее надо проверить.

При проверке астролябии необходимо:

1. Убедиться в том, что лимб не покороблен и может быть закреплен на штативе в горизонтальном положении.

2. Проверить правильность делений лимба.

3. Проверить вертикальность плоскости щелей алидады. Для этого, укрепив лимб в горизонтальном положении, устанавливают в расстоянии нескольких десятков шагов от астролябии веху, проверив ее вертикальность при помощи отвеса. Затем визируют эту веху через диоптры алидады два раза поворачивая ее на 180°. Если в обоих случаях незаметно расхождения нити предметного диоптра с направлением вехи, диоптры установлены правильно.

4. Проверить правильность центрировки алидады. Установив алидаду в любом положении на лимбе, отсчитывают число градусов против меток на скошенных краях алидады. Разность между ними должна быть равна 180°. Если этого не будет, закрепление алидады имеет эксцентриситет, который надо иметь в виду во время работы.

Определение угла между двумя направлениями на местности при помощи астролябии производится следующим образом. В вершине измеряемого угла устанавливается астролябия. Точность установки в вершине определяется тем, что отвес, подвешенный под центром лимба совпадает с той меткой на земле, которая принимается за вершину. От этой метки измеряются длины сторон во время съемки и на нее визируют со следующих сторон участка.

Визируя через неподвижные диоптры направление одной стороны угла, наводят алидаду в направлении другой стороны. Отсчет против метки алидады на лимбе даст величину внутреннего угла. Пользуясь только подвижными диоптрами алидады, наводят ее в направлении одной стороны и записывают отсчет Повернув алидаду в направлении другой стороны, записывают второй отсчет. Разность отсчетов даст величину внутреннего угла. Если алидада имеет эксцентриситет, отсчеты делают одновременно и против предметного и против глазного диоптров. Разность отсчетов предметного диоптра будет в этом случае несколько отличаться от разности отсчетов глазного диоптра. За величину угла принимают полусумму углов, полученных в результате отсчетов по предметным и глазным диоптрам.

Определяя величину угла между двумя направлениями на местности, одновременно при помощи компаса астролябии определяют азимут одного из этих направлений.

Съемка плана участка при помощи астролябии может быть произведена так же, как съемка при помощи буссоли, тремя способами

Способ кругового визирования

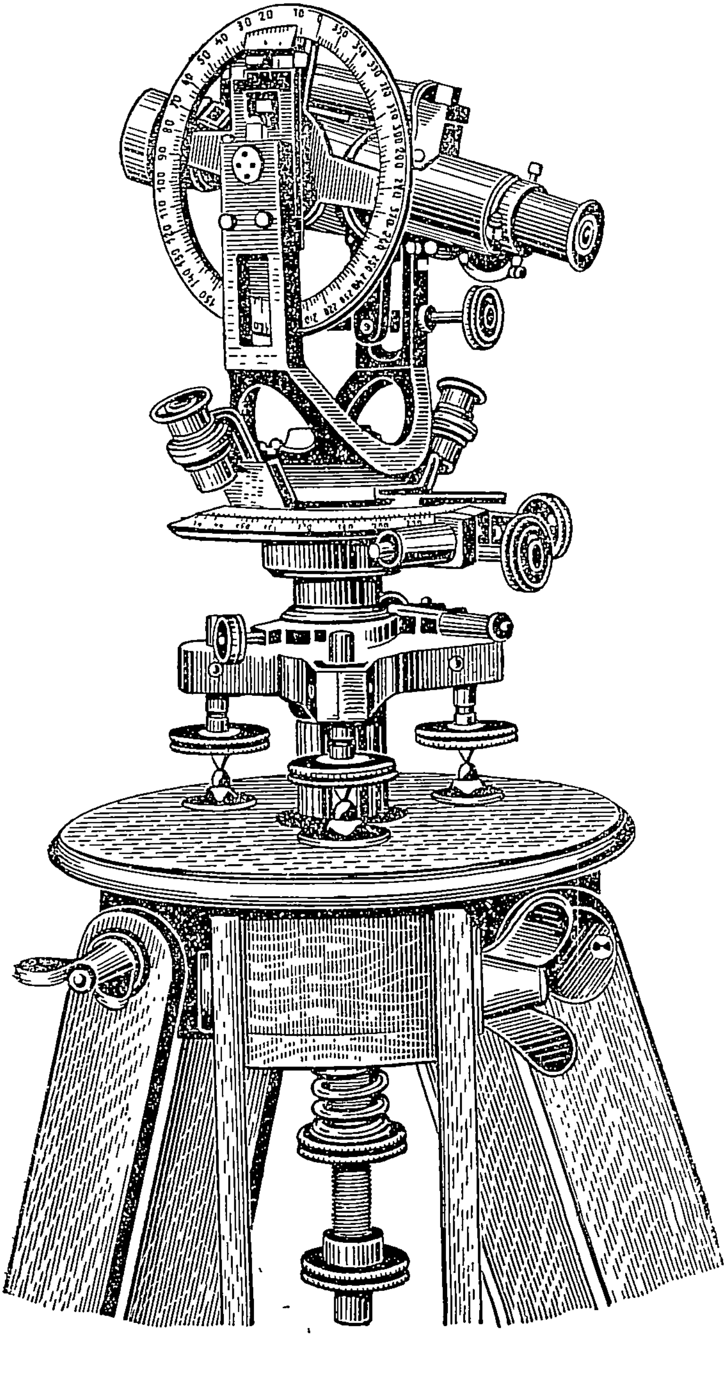
Астролябия устанавливается внутри участка и, визируя направления на все вершины, определяют углы между этими направлениями. Кроме того для первого направления определяют его азимут. Расстояние до всех вершин измеряется. Для построения плана на бумаге по азимуту направления на первую вершину прочерчивают это направление и строят направления на остальные вершины по измеренным углам.

Способ засечек с двух пунктов

Астролябия устанавливается в двух пунктах, с которых можно визировать направления на все вершины участка. Углы между этими направлениями измеряются. Кроме того определяется азимут направления на вторую точку стояния астролябии с первой точки, и расстояние между обеими точками измеряется. В полученных на плане точках стояния строят измеренные углы, пересечение сторон которых определяет положение всех вершин участка

Способ обхода по пограничным линиям

Астролябию устанавливают на первой вершине участка. Визируя направление на вторую и последнюю вершины, измеряют величину внутреннего угла в первой вершине участка. Кроме того измеряют ази-



мут направления с первой вершины на вторую. То же самое проделывают на всех вершинах участка, переходя с инструментом от вершины к вершине и измеряя расстояния между ними. Построение плана ведется в том же порядке. Направление с первой вершины на вторую строится по азимуту, направления на следующие вершины — по измеренным внутренним углам. Проверкой работы служит вычисление суммы внутренних углов, которая, как известно, должна равняться $2d(n-2)$, где n — число сторон участка.

В практике чаще всего употрбляется комбинированная съемка, когда основной контур участка определяется съемкой-обходом, а все подробности внутри участка — способом кругового визирования или засечками.

В производстве землеустроительных работ астролябия в настоящее время не применяется. Ее заменяют при более точных работах теодолитом.

17. Теодолит

Наиболее часто применяемым в практике угломерным инструментом является теодолит. Теодолит представляет универсальный геодезический инструмент, позволяющий измерять углы в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

В теодолите имеются два круга с делениями (фиг. 51) один—в горизонтальной плоскости для отсчета горизонтальных углов и другой — в вертикальной плоскости для отсчета углов наклона. Визирование производится не через диоптры, как это имеет место в астролябии, а через зрительную трубу с увеличением в несколько десятков раз. Зрительная труба вращается около вертикальной и горизонтальной осей. Теодолит закрепляется на прочном устойчивом штативе. Чаще всего встречаются конструкции теодолита, дающие точность до одной минуты угла. Для получения такой точности отсчет делается наблюдением в лупы, расположенные над лимбом. Точность отсчета до 1′ получается благодаря применению верниера, на котором 29 полуградусов разделены на 30 частей.

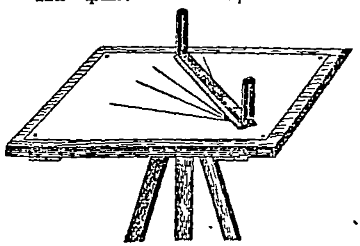
18. Мензула

Мензула относится к типу углоначертательных геодезических инструментов, т. е. таких, при помощи которых углы местности не измеряются в градусной мере, а наносятся графически.

Поэтому в результате работы с мензулой план местности получается непосредственно в поле и нуждается только в отделке.

Мензула представляет собой квадратную деревянную доску, закрепленную на штативе в горизонтальном положении.

На фиг. 52 изображен тип упрощенной мензулы для школьного употребления. Доска мензулы, называемая планшетом, делается из хорошего просушенного дерева. Чертеж плана местности во время работы с мензулой делается на листе чертежной бумаги, прикрепляемой к мензульной доске кнопками или клеем.



Фиг. 52

Для работы с мензулой нужны следующие принадлежности: уровень, алидада с диоптрами, компас.

Горизонтальность планшета мензулы проверяется уровнем, который для этой цели кладется горизонтально на планшет в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

Направление любой линии, провешенной на местности, прочерчивается на планшете мензулы при помощи алидады. Алидада (фиг. 52) представляет металлическую линейку с вертикальными пластинками на концах, снабженными узкою щелью с одной стороны и широкою щелью с волоском с другой. Указанные пластинки называются диоптрами. Диоптр с узкой щелью во время работы обращен к наблюдателю и называется глазным диоптром. Диоптр с волоском обращен к наблюдаемому на местности предмету и называется предметным диоптром. Алидада с диоптрами представляет визирное приспособление, так как наблюдатель во время работы наводит алидаду на какой-либо предмет, направление на который необходимо определить или, как говорят, визировать на этот предмет.

В школьной практике вместо алидады пользуются линейкой трехгранного сечения, визируя по ее верхнему острому углу, или обычной масштабной линейкой, вкалывая вместо диоптров в концах линейки булавки.

Для ориентировки мензулы по странам света пользуются компасом.

Необходимо заботиться, чтобы доска мензулы предохранялась от сырости и не коробилась. Для этого полезно иметь чехол, который мог бы прикрывать мензулу и выполненный на ней чертеж от дождя. В этот же чехол мензула может укладываться во время переноски инструмента.

Другой ответственной частью мензулы является алидада с диоптрами. Необходимо, чтобы линия визирования, даваемая узкой щелью глазного диоптра и волоском предметного диоптра алидады, была строго параллельна краю линейки В случае, если волосок порвется, его нужно заменить новым из конского волоса, закрепляя в щели имеющимся винтиком или приклеивая кончик синдетиконом

При работе с алидадой, которая дает возможность визировать в двух противоположных направлениях, параллельность направления визирования и края линейки проверяются тем, что, визируя какое-либо направление и прочертив соответственную линию по краю алидады, ее поворачивают на 180° и, прикладывая край к прочерченной линии, смотрят вновь через диоптры. Если в новом положении линия визирования совпадает с направлением на прежний предмет, алидада не нуждается в исправлении. В противном случае надо поправить положение волоска и снова проверить.

Во время работы с мензулой расстояния до визируемых точек измеряются мерной лентой не от центра инструмента, а от точки на поверхности земли, находящейся как раз под точкой плана.

Приемы съемки плана при помощи мензулы следующие: если участок открытый, и внутри его можно выбрать такую точку, с которой видны все вершины участка, применяют полярный способ съемки. Мензула устанавливается в выбранной точке внутри участка. На планшете мензулы выбирается точка стояния инструмента таким образом, чтобы весь участок умещался на данном листе бумаги.

Чтобы алидада во время визирования не сдвигалась, в выбранную на плане точку стояния вкалывается булавка. Прикладывая алидаду к булавке, визируют направление на каждую вершину участка, не меняя положения алидады, прочерчивают полученное направление и отмечают в масштабе длину измеренного до этой вершины расстояния. Соединив последовательно положение всех вершин участка прямыми, получают план участка.

Другой способ, называемый способом засечек, заключается в том, что мензула устанавливается внутри участка последовательно в двух пунктах, расстояние между которыми измеряется с возможно большей тщательностью В каждом из пунктов установки мензулы визируются и прочерчиваются направления на все вершины участка. Расстояния до этих вершин не измеряются, и их положение на плане определяется пересечением визированных направлений При установке мензулы во второй точке прикладывают алидаду к имеющемуся на плане направлению на первую точку и поворачивают мензульную доску таким образом, чтобы визирная линия алидады совпадала с направлением на первую точку на местности.

Третий способ работы с мензулой называется способом обхода участка по пограничной линии

В этом случае мензула последовательно устанавливается во всех вершинах участка. Установив инструмент в первой вершине, выбирают положение этой вершины на плане, визируют и прочерчивают направление на вторую вершину. Сняв мензулу с первой точки и заменив ее вехой, переходят во вторую вершину, измеряя по пути расстояние. Установив мензулу во второй вершине, ориентируют ее положение по имеющемуся уже на плане направлению на первую вершину Затем визируют и прочерчивают направление на третью вершину. Перенося мензулу в следующие вершины и откладывая в масштабе длину каждой из пограничных линий, получают план участка.

На практике часто применяется комбинированный способ съемки, когда контуры участка определяются съемкой-обходом, а все детали внутри участка наносятся непосредственным визированием, как это делается в полярном способе, или засечками с двух вершин.

Теодолит и мензула являются относительно сложными приборами, имеющими непосредственное приложение к производственной топографической практике, Применение их в школе следует отнести к курсам восьмого (мензула), девятого и десятого классов, где в разделе тригонометрии решаются прямоугольные и косоугольные треугольники.

После анализа этих вопросов и привития необходимых навыков в решении треугольников на отвлеченных примерах, полезно произвести небольшую учебную триангуляцию и мензульную съемку на ближайшем участке Наилучшим завершением подобной практики было-бы участие учеников во время летних каникул, в качестве практикантов, в каких-нибудь землемерных работах районного значения.

19. Экскурсионный ящик Рогуленко

Ящик содержит ряд простых приборов, которые могут быть использованы для измерительных работ на местности. Большинство приборов имеет оригинальное приспособление для визирования Как известно, визировать по ребру какой-либо планки или линейки неудобно В ящике Рогуленко визирование производится через длинную круглую щель, заключенную в толще линейки или доски.

Все приборы, помещенные в ящике, не имеют штативов и во время работы держатся в руке.

Ящик годен главным образом для средней школы Отдельные приборы могут быть использованы в начальной школе.

Набор состоит из следующих приборов:

Мерный шнур — длиною в 10 м.

Эккер — в виде квадратной дощечки с двумя взаимно-перпендикулярными щелями, просверленными внутри доски.

Высотомер в виде угольника

Две планки, скрепленные третьей под прямым углом, образуют прямоугольный равнобедренный треугольник. Вдоль одного из катетов, по его толщине имеется щель для визирования На противоположном конце планки со щелью на гвоздике закреплен отвес.

Если при визировании на вершину измеряемого предмета отвес занимает положение гипотенузы прямоугольного треугольника, то высота предмета равна расстоянию до него, сложенному с высотой инструмента.

Высотомер в виде Т-образной линейки

Две планки скреплены под прямым углом в виде буквы «т» таким образом, что в образовавшихся двух угольниках катеты имеют отношения 1 : 1 и 1 : 2 Вдоль одной из планок имеется широкая щель, в середине длины которой на штифте подвешена нить с отвесом

Визируя по гипотенузе образовавшихся треугольников, можно определить высоту предмета Если при этом использованы катеты с отношением 1 : 1 — высота равна расстоянию до предмета Если наблюдение велось при помощи катетов с отношением 1 : 2 — высота в два раза меньше расстояния.

Высотомер в виде зеркала

Небольшое зеркало в деревянной оправе. Кладя зеркало на землю в некотором расстоянии от предмета, высоту которого измеряют, отходят от зеркала таким образом, чтобы видеть в нем вершину измеряемого предмета. На основании подобия высота измеряемого предмета равна произведению отношения расстояний от зеркала до подножия предмета и до положения наблюдателя, на высоту наблюдателя — до уровня его глаз.

Высотомер — эклиметр

На небольшой дощечке прикреплен транспортир. Вдоль диаметра транспортира в толщине имеется щель для визирования. В центре транспортира закреплена нить отвеса. Визируя сквозь щель, по нити отвеса определяют угол наклона, измеряют расстояние до предмета и производят вычисления.

Высотомер в виде деревянного штангенциркуля

Прибор, употребляемый как штангенциркуль, служит для измерения диаметра деревьев.

Для определения высоты дерева ножки штангенциркуля раздвигают на величину, равную расстоянию от наблюдателя до дерева в определенном масштабе. Визируя через щель в толщине неподвижной ножки штангенциркуля на вершину дерева, смотрят число делений против нитки отвеса на подвижной ножке. Нитка отвеса прикреплена в противоположном конце неподвижной ножки Подвижная ножка имеет шкалу, одинаковую со шкалой штангенциркуля.

Число делений подвижной ножки, считая по направлению к штангенциркулю, дает высоту предмета в том же масштабе, в котором взято расстояние.

Высотомер — Тарентская доска

Вдоль одного края квадратной доски в толщине доски имеется щель для визирования. В противоположном конце визированной линии закреплена нить отвеса. На доске имеется сетка делений. Визируя по щели на вершину измеряемого предмета, находят пересечение нити отвеса с линией сетки, соответствующей расстоянию до измеряемого предмета в масштабе. Отыскивая число делений по линии сетки, соответствующей высоте, непосредственно без подсчета получают искомую высоту.

Высотомер по тени

На планке длиною в 20 см в одном ее конце укреплен стержень высотою 6 см. Устанавливая планку на горизонтальной плоскости, определяют величину тени.

Для определения высоты какого-либо предмета надо измерить длину тени, им отбрасываемую, и умножить эту величину на тот коэфициент, который показан против конца тени от стержня на планке и который представляет тангенс угла наклона.

Измеритель угла зрения

На одном конце планки имеется пластинка с маленьким отверстием для визирования, на другом конце той же планки ставится в паз рамочка с рядом вертикальных проволочек. Проволочки поставлены на таком расстоянии, что, наблюдая через визирное отверстие, расстояние между ними видно под углом в один градус. Таким образом, смотря на левый и правый край какого-либо предмета, можно определить угол зрения, под которым он виден. Зная же угол зрения и размеры предмета, можно рассчитать расстояние, на котором он находится.

Дальномер в виде т-образной линейки

Держа линейку на вытянутой руке на расстоянии 60 см, выдвигают щель настолько, чтобы в нее можно было видеть предмет, расстояние до которого определяют, и высота которого известна. На краях линейки даны шкалы, по которым эти расстояния могут быть получены непосредственно без вычисления. Имеется 4 шкалы: для стоячей фигуры человека (1,7 м), для всадника верхом на лошади (2,2 м) и две шкалы для аэропланов (размером 10 м и 15 м).

Прибор для измерения углов в горизонтальной плоскости

На доске с транспортиром закрепляется вращающаяся планка с визирным отверстием в толщине планки. Работа ведется так же, как с астролябией, с той разницей, что прибор не закреплен в штативе.

Прибор для определения углов в горизонтальной и вертикальной плоскости

В дополнение к части, аналогичной предыдущему номеру, имеется другая линейка, вращающаяся около горизонтальной оси и позволяющая отсчитать углы в вертикальной плоскости.

В виду отсутствия штативов набором пользоваться неудобно.

Модель солнечных часов

20. Набор Перельмана — «Математика на вольном воздухе»

Набор приспособлен для работы во время математических экскурсий и состоит из следующих приборов.

Мерный шнур с 10 бирками. Длина шнура 10 м. Целые метры отмечены привязанными бляшками.

Эккер

Конструкция эккера несколько отличается от обычной. На концах небольшой деревянной дощечки укреплены металлические пластинки. На одной пластинке имеется круглое отверстие с булавочную головку для визирования. На другой — отверстие в виде ружейной мушки, перевернутой вниз. Визирование производится через отверстие так же, как прицеливаются из винтовки. Снизу доски привинчивается металлическая гильза. При ее помощи прибор может быть закреплен на палке.

Буссоль

На линейке закреплен компас. На концах линейки поставлены перпендикулярно две пластинки. На одной имеется отверстие — на другой — мушка для визирования. Способ работы ясен из описания буссоли.

Дальномер

На одном конце раздвижной линейки длиною 60 см имеется пластинка с отверстиями для визирования обоими глазами, причем расстояние между отверстиями может быть изменяемо в соответствии с расстоянием между зрачками наблюдателя. На другом конце линейки имеется мушка. Если при наблюдении попеременно обоими глазами будет видно левый и правый край предмета, то расстояние до него в десять раз больше его размеров, если расстояние от визирного отверстия до мушки в десять раз больше расстояния между зрачками.

Измеритель угла зрения

Аналогичен прибору из экскурсионного ящика Рогуленко.

Высотомер

Прибор представляет четверть транспортира на маленькой дощечке. В центре транспортира подвешена стрелка, которая показывает отклонение при визировании на вершину измеряемого предмета.

По дуге транспортира вместо градусов даны коэфициенты, на которые надо умножить расстояние до измеряемого предмета, чтобы получить его высоту. К этому прибавляется высота прибора во время визирования.

Ватерпас

Дощечка в виде равнобедренного треугольника. В вершине закреплена свободно висящая стрелка При горизонтальном положении основания треугольника стрелка занимает среднее положение, отмеченное меткой. Прибор позволяет не только проверять горизонтальность какой-либо плоскости, но по имеющимся делениям определять угол наклона.

Таблицы значений тригонометрических функций. Таблицы логарифмов

Пособие очень удобно для работы во время экскурсий. (Исполнено на одном листе картона небольших размеров). Неудачна только конструкция дальномера

Набор в целом предназначен для средней школы. Эккеры и мерная веревка — для начальной школы.

РАЗДЕЛ V.

АЛГЕБРА

Содержание курса алгебры средней школы складывается из введения символики, ознакомления с аппаратом действий над числами и буквами, тождественных преобразований, решения уравнений и некоторых специальных вопросов как то: прогрессий, логарифмических вычислений, комбинаторики и др.

Само существо названных вопросов не вызывает большой надобности в моделировании, в ином оформлении, чем записи, зарисовки на доске, в тетрадях.

Исключением являются лишь некоторые положения, которые полезно наглядно проиллюстрировать, чтобы связать абстрактную алгебраическую запись с конкретными образами. Таковы иллюстрации к разделу положительных — отрицательных чисел, раскрытия формул сокращенного умножения, приближенных значений числа $\sqrt{2}$, к приемам составления перестановок и др.

Основными наглядными пособиями в курсе алгебры, разумеется, следует признать наборы таблиц, которые описаны в специальном разделе «Таблицы». Рассмотрим здесь небольшой комплект моделей к курсу алгебры.

1. «Термометр» для иллюстрации примеров положительных и отрицательных чисел

Методика введения нового понятия о положительных и отрицательных числах основана в общем на анализе многочисленных примеров с температурами ниже — выше нуля, производительностью труда, движением, денежными операциями, высотой места относительно уровня моря и т. п.

Практика преподавания указывает на эффективность метода показа примера, иллюстрации таких чисел на модели, после чего анализ примеров вообще и отображение их на числовой оси усваивается учащимися легко и твердо.

Наиболее простым пособием этого типа следует признать модели термометрической шкалы.

Опишем подобный «термометр». (Автор О. И. Буссель, учительница школы № 128 г. Москвы, конструкция Института Школ НКПроса). (Фиг. 53).

Прибор состоит из картонной термометрической шкалы; роль ртутного столбика играет подвижная лента, перемещающаяся в прорезах шкалы.

С помощью подвижного штифта («столбик ртути») учитель устанавливает «температуры» выше и ниже нуля (положительные, отрицательные), зачитывает их с учащимися и фиксирует в записях.

Конкретность и множественность положений в таком показе — поводы для использования пособия.

Демонстрация производится один раз, в короткий период времени с тем, однако, что затрудняющийся, отстающий, пропустивший ученик может самостоятельно ознакомиться с прибором во внеурочное время.

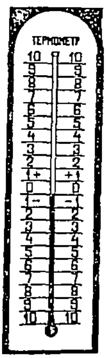
2. Прибор для иллюстрации действий сложения, вычитания положительных — отрицательных чисел

В методике преподавания действий с положительными и отрицательными числами встречаются описания особого прибора, «счетов», на которых с помощью шашек двух цветов условно изображаются суммы указанных чисел. (Например, прибор украинского педагога Ковтухова).

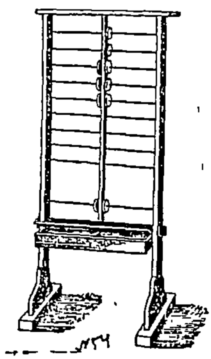
Попытка сделать самый вывод правил действий с отрицательными и положительными числами на таких счетах вызывает большие затруднения. Учащемуся VI класса представляется навязываемым, неоправданным условие, по которому одна черная шашка и одна светлая (т. е. 2 шашки!) следует считать нулем.

Единственно правильным следует признать введение правил действий с положительными — отрицательными числами обычными методами, на основании наблюдений, графических иллюстраций и т. п.

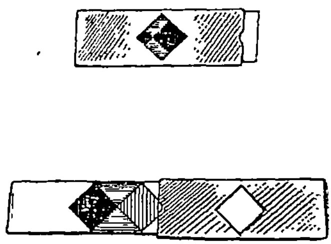
В заключение работы разумно, в целях создания известных зрительных отображений, показать названные выше «счеты». Такая иллюстрация рассеит некоторые недоумения учеников по поводу суммы, которая меньше слагаемых или разности, которая больше уменьшаемого.



Фиг. 53



Фиг. 54



Фиг. 55

Предлагаем не покупать для этой цели отдельного прибора, а использовать обычные вертикальные классные счеты («шведские»). Посредине счетов вставляется с помощью прорезов по числу проволок деревянная или картонная перегородка (фиг. 54) (в частности можно использовать чертежную линейку). На каждой из проволок остается по 2 шашки, разного цвета, например, правые светлые (положительные единицы) и левые черные (отрицательные единицы).

На верхней планке вкалываются знаки

(+) положительные } единицы.
(—) отрицательные }

Вводится основное условие: (+1) и (—1) дают вместе нуль, т. е. две шашки разного цвета около перегородки — символ нуля. Теперь, после некоторого знакомства с отрицательными числами эту условность учащиеся примут естественно. Позднее, при знакомстве с электрическими зарядами, эта нейтрализация положительной и отрицательной единицы покажется еще более оправданной.

Разберем решение двух примеров на «счетах».

1. (+3) + (—2). Кладем на «счеты» число (+3) и прибавляем (—2). Результат (+1) очевиден. Он подтверждает вывод его и по обычному правилу сложения положительных — отрицательных чисел.

2. (+3) — (—2). Это наиболее эффектный случай. Ставим на счетах уменьшаемое (+3); отнять (—2) нельзя: их нет. Пристраиваем к (+3) две пары шашек разного цвета, значение их — нуль, поэтому задание (+3) не нарушено. Отнимаем (—2), получаем (+5).

Такой показ убеждает учеников, что отнимание двух отрицательных единиц, например, освобождает, делает активными две положительные единицы, поэтому естественен и результат (+5).

Повторим, что демонстрация на таких «счетах» — лишь зрительное подтверждение фактов, установленных аналитически.

3. Модель для иллюстрации формулы $(а + в)^2$

Назначение названной модели, как и целой группы подобных, иллюстрировать геометрическими образами ряд тождественных алгебраических преобразований. В отношении многих из них достаточно ограничиться построением на доске (в тетрадях) чертежа, другие полезно оформить в виде модели.

Формулу $(а + в)^2$ принято демонстрировать в виде квадрата со стороной $(а + в)$. Модель делается из картона, иногда из дерева. Преимущество таких моделей перед чертежом незначительно: они просто быстрее конструируются. Значительным шагом вперед по пути усовершенствования указанной модели является предложение учителя средней школы г. Ростова тов. Жинкина.

В картонной двустенной полосе (вид кармана) ходит картонный движок. (Фиг. 55). Полоса — рамка имеет квадратный вырез, а на движке цветной бумагой даны два квадрата, равные по площади вырезу в раме, и два смыкающие квадраты треугольника. Такая конфигурация позволяет, двигая вставку, получить иллюстрацию $(а + в)^2$ для различных а и в; напр., 1) $а = 0$; 2) $а = в$; 3) $в = 0$; 4) $а \gtrless в$.

Принцип динамичности, внесенный в обычную статическую модель, значительно повысит развивающее значение модели. Учащиеся не только подстановкой числовых значений, но и наглядно, на модели убеждаются в тождественности равенства $(а + в)^2 = а^2 + в^2 + 2ав$.

Учащиеся лишний раз видят, что а и в принимают *положительные* значения и значение нуля; попутно ученики зрительно знакомятся с возможностью непрерывно переходить от одного значения к другому. Модель в такой конструкции демонстративна и поучительна.

В методиках алгебры, в учебниках и в практике преподавания часто встречаются геометрические иллюстрации к формулам

$$(а - в)^2,\ а^2 - в^2;\ (а - в)^2.(с - d);\ (а + в + с)^2. \text{ и др.}$$

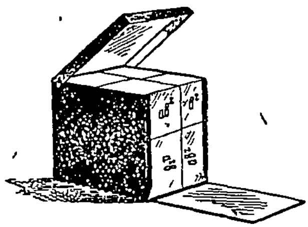
Но все они не имеют того значения, что имеет описанная модель. Действительно, у учащихся настолько четко укрепился в сознании смысл алгебраических выражений и тождественных связей между ними, что в дальнейшем можно ограничиться одними лишь аналитическими выводами, тем более, что сама геометрическая иллюстрация формул настолько конструктивно осложняется, что отвлекает от математического созерцания значительную долю внимания. Так выражение (—ав) приходится изображать площадями черного цвета, загибать их и т. п.

Вообще, если модель $(а + в)^2$ нужна в процессе изучения формулы, то другие могут представлять интерес, как приложение формулы в геометрии.

4. Модель для иллюстрации формулы $(а + в)^3$

Среди моделей основного комплекта пособий в средней школе следует назвать картонную модель, именуемую в практике «кубом суммы». Общеизвестна трудность, с которой запоминается многочлен разложения $(а + в)^3 = а^3 + 3а^2в + 3ав^2 + в^3$.

Учащиеся, несмотря на простоту аналитического вывода, несмотря на явно выраженную закономерность строения многочлена ($а^3$; $а^2$; $а^1$; $а^0$; $в^0$; $в^1$; $в^2$; $в^3$; коэфициенты 1; 3; 3; 1), формально и недоверчиво относятся к результату вывода. На этот случай демонстрация модели «куб суммы» значительно помогает делу (фиг. 56).



Фиг. 56

Картонная коробка — футляр олицетворяет собой $(а + в)^3$, для чего полезно наметить отрезками, параллельными ребрам, размеры а и в.

Рядом поставленное разборное содержание футляра подтверждает наличие всех слагаемых развернутой части формулы:

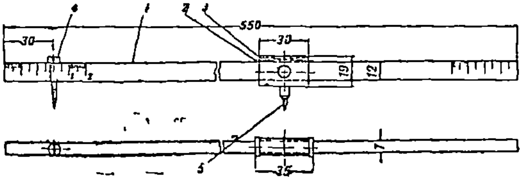
$$а^3;\quad 3\left|\begin{matrix} а^2в \\ а^2в \\ а^2в \end{matrix}\right.\quad 3\left|\begin{matrix} ав^2 \\ ав^2 \\ ав^2 \end{matrix}\right.;\quad в^3$$

Тов Косцов (средняя школа г. Великие Луки) предлагает наметить на картонных квадратах и параллелепипедах сетку делений с тем, чтобы можно было, при желании, внести элемент числовой проверки формулы, а также дать возможность использовать модели параллелепипедов в пропедевтическом курсе геометрии V класса или при иллюстрации в VI классе подобных и неподобных членов многочлена, например:

$$2а^2в \text{ и } а^2в$$
$$2а^2в \text{ и } ав^2$$
$$3ав^2 \text{ и } а^3 \text{ и т. п.}$$

5. Шкала для иллюстрации приближенных значений $\sqrt{2}$ (фиг. 57).

При иллюстрации приближенных значений $\sqrt{2}$ учитель встречается с затруднением показать постепенное сближение значений, взятых с недостатком и с избытком. Между тем медленное и аккуратное построение этих точек способствует внимательному рассмотрению существа процесса. Для целей точных построений, здесь предлагается шка-



Фиг. 57

ла, размеченная по принципу поперечного масштаба (три десятичных знака) и штанген-циркуля, с помощью которых наносятся нужные точки на числовой оси.

6. «Доска», разграфленная на квадратные клетки («Декартова сетка»)

В современной математике графики являются не только иллюстративным материалом, но и часто особым языком для выражения тех или иных предложений. К сожалению, в методике преподавания математики в средней школе графики встречаются обычно лишь в тех разделах курса, где об этом говорится в программе. Одной из причин такого неправильного положения является отсутствие графленой плоскости. График только тогда показателен, когда он сделан аккуратно, на размеченных осях, а в школе таких досок нет. В практике учителя находят некоторые способы выхода из затруднений. На обычной классной доске парафином (воском) чертится сетка; если после этого стирать записи сухой меловой тряпкой, то на восковых линиях задерживаются частицы мела и образуется белая сетка. Способ простой, но неудобный: линии стираются, оси приходится размечать всякий раз, и когда нужда в графике миновала, воск приходится удалять, ибо он мешает обычным записям.

Иногда в школах бывают поворачивающиеся доски, тогда полезно одну сторону доски разметить клеткой.

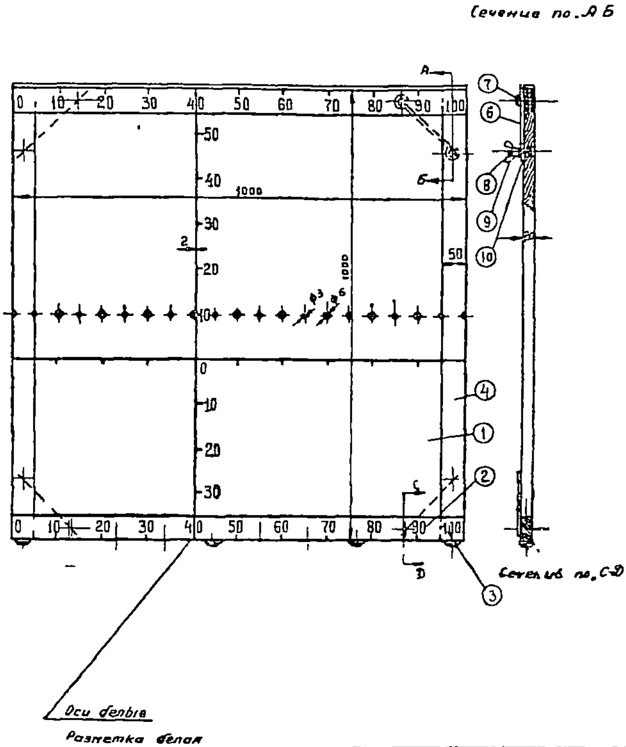
Наиболее рационально иметь в школе переносную складную сетку, растянутую в раме, которая вешается на стене (фиг. 58).

Оси очерчены сплошными линиями с разметкой через каждые 5 единиц, а вся остальная сетка изображается отдельными точками в вершинах квадратов. Такая система наглядно показывает разметку и в то же время не мешает картинности изображения самих кривых.

7. Демонстрационная логарифмическая линейка

Изучение логарифмической линейки и техника вычислений на ней является теперь обязательным программным вопросом курса средней школы. В то же время приобретение твердых навыков в пользовании инструментом возможно лишь при условии наличия у каждого учащегося индивидуальной линейки. Указанные предпосылки оправдывают безусловное требование иметь в школе демонстрационную линейку, ибо без нее затруднено одновременное обучение целого класса.

Такие приборы встречаются в продаже размерами в 2 м и в 1,5 м. Предпочесть следует полутораметровую линейку, ибо она достаточно демонстративна и не так громоздка.



Оси белые
Разметка белая
Точки светло желтые канареечные

№ №	Название детали	Колич	матер	разм.	прим.
10	шайба	8 •	ст 20	ф 43	ОСТ 1755
9	Барашек	4 •	" 20	м 4	ОСТ 2074
8	Винт	4 •	" 20	м 4 × 8	ОСТ 314
7	Шуруп	4 •	" 20	м 4 × 15	ОСТ 188
6	Крючок	4 •	" 20		
5	Шуруп	20 •	Ст 20	м 4 × 45	ОСТ-188
4	Планка	2 •	сосна		
3	Шайба	20 •			
2	Планка	2 •	сосна		
1	полотно черное	1 шт			

ГНИИШ Отдел Наглядных пособий

Чертил			доска с сеткой	н 1 4
Копир.				
Провер.			общий вид	

Фиг. 58

Разметка на ней соответствует общепринятым линейкам системы Ритца.

Большой интерес и пользу представляют работы по изготовлению самодельной демонстрационной линейки. Для этого достаточно с помощью столяра и учеников-любителей математики и ручного труда изготовить корпус и движок метровой линейки. Материалом послужит выдержанная сосновая доска. Особенное внимание должно быть уделено точности паза для движка. Последний должен иметь свободный ход при минимальном зазоре.

Затем производится разметка линейки, руководствуясь положениями:

1. Длина линейки L (например, 1 м); крайние значения функций

$f(x_1) = \lg 1$ (левый конец).

$f(x_2) = \lg 10$ (правый конец).

Откуда масштаб

$$M = \frac{L}{f(x_2) - f(x_1)}$$

или

$$M = \frac{1000\text{ мм}}{1-0} = 1000$$

Для шкалы квадратов

$$M = \frac{1000}{2-0} = 500 \quad (\lg 100 = 2).$$

Тогда изображение функции $y = \lg x$ примет вид $\bar{y} = M. \lg x$, где $\bar{y}$ — графическое значение y. Для частных случаев метровой линейки получится

$$\bar{y} = 1000 . \lg x \text{ или}$$

$$\bar{y}_2 = 1000 . \lg 2 = 1000 . 0{,}30 = 300 \text{ мм}$$

$$\bar{y}_3 = 1000 . \lg 3 = 1000 . 0{,}48 = 480 \text{ мм и т. д.}$$

Расчитав таким образом абсциссы точек $\lg 2$, $\lg 3$ . . $\lg 1{,}1$ откладываем их на шкалах.

При построении шкал можно также воспользоваться шаблоном функциональной шкалы (см. атлас номограмм под ред. Н. Глаголева).

8. Логарифмическая пинейка (индивидуальная)

Наиболее распространенной в практике вычислений и ценной в методическом отношении является линейка системы Ритца („System Rietz"). Хорошего качества эти линейки выпускались под названиями „Prometeûs" «Металлоцентр» и др.

Для школьного употребления следует остановиться на линейке в 25 см с четкой одноцветной разметкой шкал, с движком, свободно перемещающимся в пазах корпуса линейки, но не дающим большого зазора.

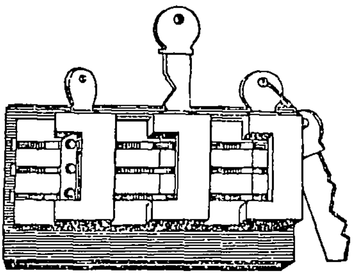
Корпус линейки должен быть прямым, без прогибов. Рамочка указателя должна легко передвигаться по ребрам линейки, удерживаясь хорошей пружинкой. Черты указателя («ризки») должны быть хорошо видимыми и строго перпендикулярными к направлению шкал (толстая линия указателя отрицательно скажется на точности отсчетов).

Знакомство и практику вычислений на линейке можно начинать в VII классе, предлагая ее лишь, как счетный прибор с неравномерной шкалой. Разбор и обоснование шкал следует отнести к IX классу, когда проходятся логарифмы, и когда особенно много случаев для вычислений предоставляют вопросы физики, химии и геометрии В некоторых случаях полезно ставить и выяснять вопрос о точности данных, результата и определять относительную ошибку вычислений с помощью линейки.

9. Модель для иллюстрации числа перестановок из трех элементов

Большинство упражнений в разделе алгебры — комбинаторики — являются искусственными, надуманными Необходимо разнообразить их примерами жизненного характера. С этой целью и предлагается модель сувальдного замка с тремя сувальдами.

Расчет числа перестановок из 3-х элементов подтверждается на модели (фиг. 59), представляющей разрез замка. К такому замку могут быть подобраны шесть различных ключей, в зависимости от расположения сувальд. Действительно, сувальды — пластины имеют вырезы Ключ должен содержать выступы и впадины в обратном порядке, чем это имеет место в сувальдах. Стоит в том же замке переставить порядок сувальд и прежний ключ будет не годен Известно стремление конструкторов построить такой замок, чтобы он отпирался только одним ключом, а это равносильно тому, что замков надо строить столько же, сколько делается ключей. Благодаря вставным пластинам — сувальдам получается возможность делать несколько замков одной конструкции, которые будут отпираться различными ключами. Количество их будет зависеть от числа возможных перестановок сувальд



Фиг. 59

РАЗДЕЛ VI

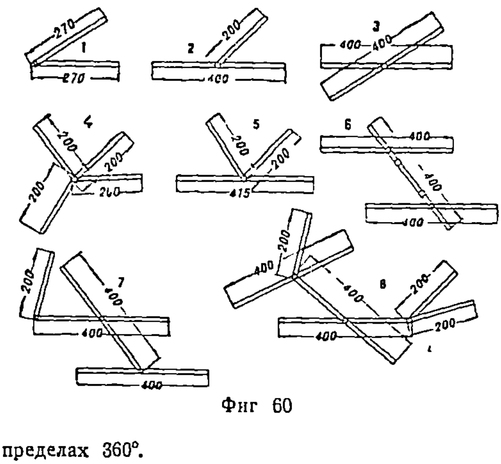
ПЛАНИМЕТРИЯ

В планиметрии изучаются формы, положения, свойства фигур, расположенных в плоскости, поэтому главным методом иллюстрации таких фигур будет изображение их в виде чертежа или эскиза. Обращение к модели при занятиях по планиметрии должно быть вызвано особыми педагогическими соображениями.

Существуют различные способы классификации пособий; мы остановились на обычной последовательности систематического курса геометрии В случае, когда модель может быть использована в различных отделах, а также в случае, когда модель является составной частью некоторого комплекта — мы относим ее к первому разделу, где встречается соответствующий вопрос геометрии. В конце описания будут приведены пособия типа «универсальных» наборов или просто больших наборов

1. Набор шарнирных моделей угла, треугольника, четырехугольника

При знакомстве с углом существенным является правильно представить себе, что эта фигура характеризует степень отклонения одного луча от другого В частности, такого отклонения может не быть вовсе, тогда лучи совпадают, тогда угол равен 0 *) Непрерывное изменение угла невозможно показать иначе, как на подвижной модели. Шарнирные подвижные модели углов встречаются либо набором в 8 моделей (фиг. 60) или в виде отдельных пособий На первой фигуре угол образован двумя деревянными планками, соединенными в вершине шарниром, благодаря которому можно изменять величину угла

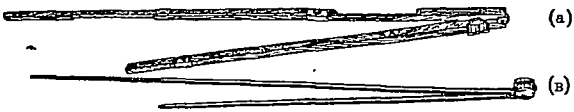


Фиг 60

Недостатком модели является отсутствие возможности удлинять и укорачивать стороны угла. Для этого к основ-

*) Угол рассматривается в пределах 360°.

ным лучам угла присоединяются дополнительные пластинки (фиг. 61). Модель угла, несмотря на значительное распространение не может быть рекомендована нами. Неудачный шарнир не позволяет образовывать ни малых углов, ни нулевого положения. Плохая конструкция муфты дает недопустимо грубое овеществление геометрического образа—прямой линии. Вообще, всякая модель не должна производить впечатления, которое противоречит геометрическому воображению. Это достигается аккуратным изготовлением конструктивно совершенной модели.

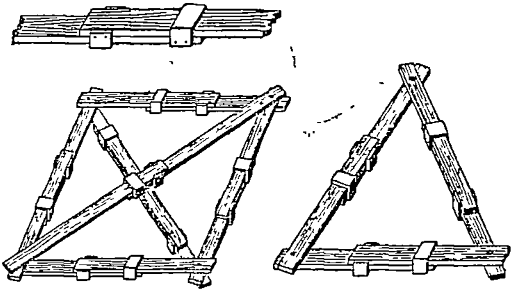


Фиг. 61

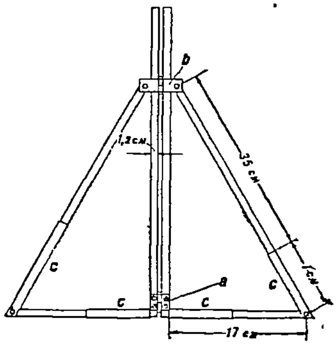
Модель (а) положительно решает вопрос о соединительных муфтах, но искажает понятие о вершине угла. Наилучшей следует признать модель (в), где планки заменены металлическими трубками, входящими одна в другую. Такая конструкция пособия разрешает обе методические задачи (образование угла, его элементы и изменение) в условиях, наиболее близких к нашим геометрическим представлениям.

Другие шарнирные модели из набора восьми моделей показывают смежные, вертикальные углы, углы при параллельных прямых и др. Эти модели также найдут себе применение для того, чтобы помочь учащимся выявить динамическую сущность вопросов.

На фиг. 62 показаны шарнирные модели треугольника и четыре-



Фиг. 62



Фиг. 63

угольника. Назначение пособий и методика применения сохраняются те же, что и при демонстрации угла: показать многообразие формы, изменение ее.

Чертежом на доске и в тетрадях фиксируются лишь характерные частные случаи, но ассоциироваться с ними будет множество фигур, показанных на модели. Помимо видов треугольников и их элементов (натянутые резинки в роли биссектрис, медиан), на модели можно проиллюстрировать ряд других фактов, например, зависимость стороны треугольника от величины противоположного угла. Полезно также показать, что при переходе от прямоугольнго треугольника к тупоугольному сторона растет, а к остроугольному — убывает. Этим подтверждается появление в формуле Пифагора ($c^2 = a^2 + в^2$) поправочного слагаемого ± 2 ав' (в' = проекция в на а). На такой модели можно показать также зависимость площади треугольника от основания и высоты, для чего в треугольнике изменяется высота при неизменном основании или основание при постоянной высоте. Тогда естественным покажется в формуле площади $S = \frac{ah}{2}$ зависимость ее от основания и высоты.

2. Набор шарнирных моделей Винеке

В некоторых коллекциях (например, Институт усовершенствования учителей в Ленинграде) можно встретить ценный набор шарнирных моделей Винеке.

Модель 1. (Фиг. 63)

Деревянная модель с латунными петлями (а), ползунком (в) и обоймами (с) образует треугольник с помощью штабиков. входящих в обоймы. На таком приборе можно продемонстрировать ряд положений:

1) свойство перпендикуляра, проведенного через средину отрезка;
2) свойства равнобедренного треугольника;
3) виды треугольников;
4) зависимость площади треугольника от основания и высоты;
5) симметрия относительно оси;
6) свойства наклонных и их проекций (на плоскости и в пространстве).

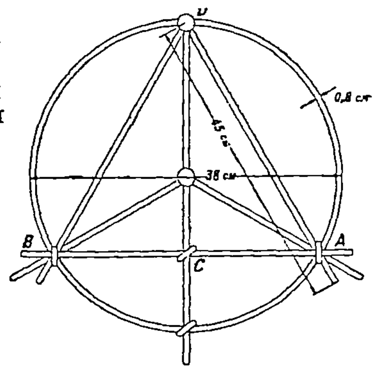
Модели 2, 3

С помощью шарниров соединены 4 деревянных планки в прямоугольник и в ромб.

Назначение моделей — показать образование различных фигур семейства параллелограммов. Изменение формы достигается благодаря устройству раздвижных диагоналей.

Модель 4. (Фиг. 64)

Последняя модель посвящена демонстрации углов в окружности. Проволочная окружность и деревянные штабики, изображающие диаметр и хорды, являются основными деталями конструкции. Концы хорд пропущены в петли (А), (В); хорда АВ и диаметр связаны муфтой (С); в точке Д шарнирное соединение *).



Фиг. 64

3. Модель для иллюстрации суммы углов треугольника

Теорема о сумме углов треугольника изучается в конце курса VI класса; учащиеся к этому времени настолько развиты, что могут при доказатель-

*) Более подробные методические указания даны при описании отдельного пособия об углах в окружности.

стве ограничиться только чертежом. После вывода, однако, целесообразно подтвердить справедливость свойства суммы углов в различного вида треугольниках. В практике популярна картонная складная модель треугольника, в которой вершины сгибаются к одной точке и исследуемые углы образуют развернутый угол.

К сожалению, специальный способ сложения углов (особое перегибание) отвлекает внимание учащихся от сути вопроса:

$$\angle A + \angle Б + \angle C = 2d$$

Действительно, перегибание по средней линии гарантирует перемещение третьей вершины на основание; кроме того перегибание двух других углов по перпендикулярам к основанию из средин боковых сторон дает необходимое совпадение трех углов. Таким образом, этот сложный процесс перегибания является привходящим обстоятельством в простом деле сложения углов.

Вызывает у учащихся недоумение и то обстоятельство, что после сложения углов исчезает заданная фигура — треугольник, а вместо него появляется прямоугольник. Факт этот для схем математических рассуждений необычен, ибо нарушается задание: «Дан треугольник».

Учитель математики С. А. Рыбников предложил такой способ освободиться в данной модели от вредного влияния деформации исследуемой фигуры: берутся два равных треугольника, накладываются один на другой, и затем перегибается только верхний; тогда сложенный прямоугольник образуется на фоне заданного треугольника.

Вместо этих моделей следует проводить более простой опыт.

В деревянных треугольниках различного типа имеются накладные углы, которые равны основным углам. Перенося их и складывая, получаем необходимую иллюстрацию подтверждения теоретического вывода на опыте. В этом примитиве процесса имеется какя-то естественность, а потому и рациональность применения пособия.

4. Образцы углов в 30°; 45°; 60°; 120°; 135°

У многих учащихся отсутствует правильное представление о размерах углов. Говоря об угле в 30°, чертится угол в 50° и т. п. Недостаток глазомера, отсутствие навыка в обращении с ходовыми углами значительно осложняют работу по решению задач, а также тормозят дальнейшую практическую деятельность учащихся.

Для развития у учащихся правильных навыков рекомендуется во время изучения углов, построения их, вывесить в классе на небольшой срок (неделю) образцы часто встречающихся в практике углов: 30°, 45°, 60°, 120°, 135°.

Модели могут быть двух типов: деревянные и картонные.

Ученик лишний раз взглянет на модели, сопоставит, обсудит с товарищами и тем самым у него составится определенное зрительное впечатление.

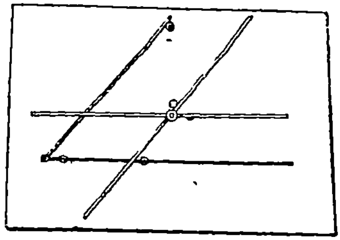
5. Модель параллельных прямых и секущей

Названная модель часто встречается на практике в качестве самодельного пособия. Потребность в ней вызывается довольно сложным динамическим процессом: поворотом одной половины чертежа около средней точки внутреннего отрезка секущей.

Совпадение равных углов при наложении значительно помогают ус-

6. Модель углов с параллельными и перпендикулярными сторонами (фиг 65)

На фанерном щите начерчен один луч угла; другой луч — металлический стержень, в вершине угла может принимать, с помощью шарнира, различные положения, образуя тем самым разные по величине углы. (Будем называть этот угол первым).



Фиг. 65

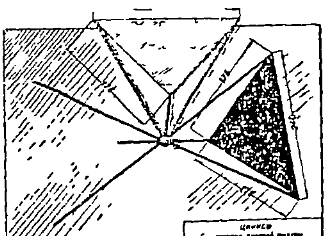
На щите заделаны шесть пистонов (отверстия в металлической оправе) так, что два из них расположены на параллели к начерченному лучу, два на перпендикуляре к нему и два на самом луче.

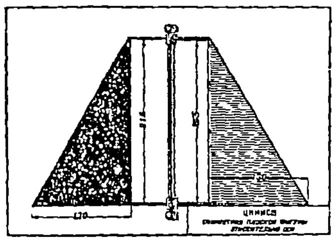
Кроме того, в приборе имеется шарнирный металлический угол (второй угол), на одном стержне которого припаяны два штифта. Эти штифты вставляются в пистоны и тем крепят сторону второго угла, в одном случае, параллельно стороне первого угла, в другом — перпендикулярно Параллельность (перпендикулярность) подвижной стороны второго угла устанавливается на глаз.

Доказательство теорем об углах с параллельными (перпендикулярными) сторонами имеет две трудности: конструктивную и трудность доказательства равенства углов с помощью аксиомы о третьей равной величине а = в, а = с, в = с. Для того что-бы помочь ученику яснее представить себе характер построения анализируемых углов, чрезвычайно полезно одновременно с построением фигур на доске монтировать их на приборе. Затем следует вести строгое логическое доказательство; самый же вывод: «одноименные углы... равны, а разноименные дают 2d» целесообразно подтвердить перенесением второго угла и наложением его на первый.

7. Модель симметрии треугольника относительно точки, относительно оси

Из области учения о симметрии в средней школе даются лишь отдельные положения. С целью достичь наибольшей четкости в этих представлениях полезно использовать наглядные пособия.





Фиг. 66

Обычно, учащиеся довольно легко усваивают построение симметричной точки проведением луча, соединяющего точку с центром симметрии и продолжением его на такое же расстояние. Труднее дается динамическое образование симметричной точки поворотом луча на угол 2d. То же можно сказать и относительно симметричного отрезка прямой.

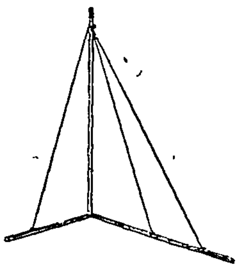
Чертежом при помощи мелков на доске (цветными карандашами в тетради) необходимо добиться исчерпывающей ясности в построении этих элементарных образов.

После этого образование симметричного треугольника следует продемонстрировать на модели и снова завершить работу построением их в тетрадях. (Фиг. 66).

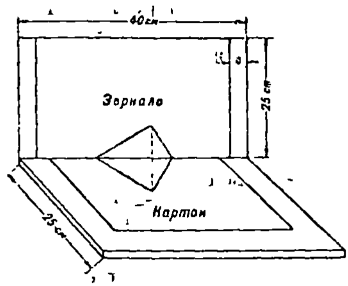
Металлический треугольник с помощью стержней подвижно соединен в одном случае с точкой (центром симметрии), в другом с прямой (осью). Непосредственным поворотом на 180° образуется симметричное положение фигуры, которое остается исследовать: точки, находившиеся правее других, расположены левее и т. д.

8. Модель осевой симметрии (Фиг. 67)

(Автор Р. Н. Богданов; конструкция Отдела наглядных пособий Ин-та школ НКП)



Фиг. 67



Фиг. 68

В конце металлического вертикального стержня, под прямым углом к нему присоединены два другие стержня так, что они могут вращаться. Между стержнями натянуты крученые тонкие цветные шнуры, которые изображают наклонные с равными и различными проекциями.

С помощью данного портативного прибора можно проиллюстрировать целый ряд положений из планиметрии и стереометрии:

1) Симметрия точки, прямой относительно оси.

2) Равные наклонные, проведенные из одной точки, имеют равные проекции; та наклонная больше, у которой проекция больше (на плоскости и в пространстве).

Теоремы эти доказывают логически (VI и IX классы) и на модели подтверждают, что совпадают элементы, относительно которых рассуждениями пришли к выводу, что они равны.

3. Свойства равнобедренного треугольника.

4. Перпендикулярность прямой к плоскости.

5. Свойства трехгранного угла.

9. Прибор по симметрии (авторы Сигов, Яковлев) (Фиг. 68).

Изображенный деревянный двугранный угол образует станок прибора. В вертикальной грани помещено плоское зеркало, а на горизонтальной кладется исследуемая картонная фигура: треугольник, разрезанные по осям симметрии квадрат (в двух видах), ромб (в двух видах), шестиугольник, круг.

Демонстрация перечисленных сюжетов подкрепит зрительными образами теоретический материал по вопросам симметрии, а также послужит стимулом для упражнений с зеркалом дома (симметрия руки и т. п.).

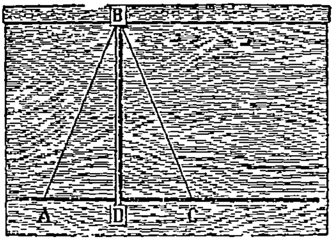
Прибор ценен не только своими иллюстративными качествами, но и возможностью сопоставления отвлеченного теоретического материала с законами отражения в плоском зеркале.

10. Модель равновеликих треугольников

(Автор Е. С. Березанская, конструкция Отдела наглядных пособий Ин-та школ НКП) (Фиг. 69).

На деревянном щите показан треугольник. Основание его начерчено тушью параллельно верхнему краю щита, по которому скользит ползун В. Боковые стороны треугольника сделаны из резинового шнура, а металлический стержень (ВД) изображает высоту треугольника.

Описанная конструкция модели позволяет построить бесчисленное множество равновеликих треугольников различного вида.



Фиг 69

В VI классе, на первых шагах знакомства с треугольником, чрезвычайно ценно связать представление о фигуре с тем богатством образов, которые он может принимать. Попутно модель иллюстрирует различные положения высоты, конкретизация которой для случаев прямоугольного и тупоугольного треугольников особенно нужна. Ни на каком чертеже нельзя показать непрерывного перехода высоты из одного положения в другое (высота внутри треугольника, высота — катет, высота вне треугольника), между тем как подобная демонстрация раз навсегда освободит учащихся от затруднений и от ошибок в этом вопросе.

Но этим не ограничивается назначение модели: на ней показывается равновеликость треугольников и геометрическое место точек — вершин равновеликих треугольников, имеющих общее основание.

Полезно также воспользоваться данным пособием в IX классе при изучении понятии о постоянных и переменных величинах. Периметр треугольника — переменная величина, площадь — постоянная; углы — переменны, сумма их постоянна.

В практике встречается другой вид этой модели, когда боковые стороны даны черными шнурами, натягиваемыми с помощью грузиков. Подобное устройство уступает ранее описанному, ибо шнуры часто заедают в отверстиях — втулочках, а вид грузиков, их движение отвлекают внимание учащихся. У резиновых шнуров есть свой недостаток — они вытягиваются и от времени теряют свойство упругости; но их легко подтянуть, или заменить новыми.

11. Модель различных видов треугольника и его элементов

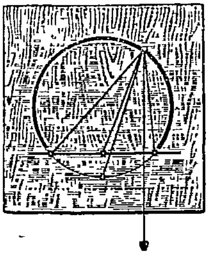
(Автор Лившиц, конструкция Отдела наглядных пособий института школ НКП). (Фиг. 70).

В основу конструкции прибора положены следующие положения:

1. При постоянном начерченном на деревянном круге основании боковые стороны треугольника показаны резиновыми шнурами. Вершина

треугольника, перемещаясь по дуге окружности, образует треугольники различных видов.

2. Высота треугольника дана в виде отвеса, который своим перпендикулярным к основанию направлением показывает высоту для всех случаев.



Фиг. 70

3. Резиновый отрезок, соединяющий вершину со срединой основания, покажет медиану треугольника для всех положений вершины.

4. Резиновый шнур, соединяющий вершину треугольника с срединой противоположной дуги, будет для всех случаев биссектрисой угла, ибо противолежащая ему сторона (основание) стягивает указанную дугу, как хорда.

Методическая ценность модели в возможности проследить взаимное расположение основных элементов треугольника (высота, медиана, биссектриса) в различных по форме треугольниках.

К модели полезно вернуться в VII классе, после изучения темы «Углы в окружности» и предложить обосновать конструктивные предпосылки анализируемого пособия. Такого рода упражнение можно рассматривать, как несложную задачу на доказательство по данным, полученным учащимися самостоятельно из рассмотрения прибора.

12. Модель треугольников с переменной высотой

(Автор К. А. Есаев).

На доске дан треугольник, вершина которого может перемещаться по вертикальной щели.

Основание его прочерчено, боковые стороны изображены резиновыми шнурами.

Назначение прибора — демонстрировать зависимость площади треугольника от высоты, а также показать примеры постоянных и переменных величин (углы — сумма углов; высота — основание, периметр, площадь).

«Замечательные» точки в треугольнике

(Автор П. Дорф; конструкция Отдела наглядных пособий Ин-та школ НКП).

Восстановленный в программе раздел «Четыре замечательные точки в треугольнике» в силу своего методического значения и роли в прикладных вопросах нуждается в пристальном изучении. В целях подтверждения учащимися, что пересечение в общей точке соответственных линий распространяется на все виды треугольников, полезно воспользоваться следующими моделями.

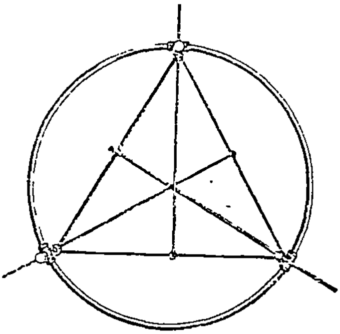
13. Модель пересечения перпендикуляров из середин сторон треугольника

Исследуемый треугольник образован резиновыми шнурами, закрепленными на металлическом круге в трех подвижных точках. Перпендикуляры даны стержнями, фиксированными в серединах отрезков резин. Все три перпендикуляра продеты в небольшое колечко. Благодаря однородности резинового шнура, он при растяжении и сокращении равномерно изменяет свою упругость, и середины сторон треугольника остаются серединами при всех видоизменениях фигур.

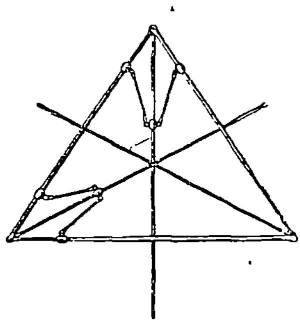
Наблюдение за процессом непрерывного изменения треугольников и сохранением общей точки пересечения перпендикуляров явится сильным подспорьем для твердого усвоения доказанного логически. Попутно следует указать, что конструктивный анализ демонстрируемой модели поручается самим учащимся (это повысит интерес и внимание).

14. Модель пересечения медиан в треугольнике

На фиг. 71 изображена модель треугольника с тремя медианами. Принципы конструкции прибора, методика его применения ясны из предыдущего описания. Дополнительно следует лишь указать, что модели медиан пропущены через вершины, и что точка пересечения их служит центром тяжести треугольника, тогда как в предыдущем случае речь шла о центре описанного круга.



Фиг. 71



Фиг. 72

15. Модель пересечения биссектрис в треугольнике

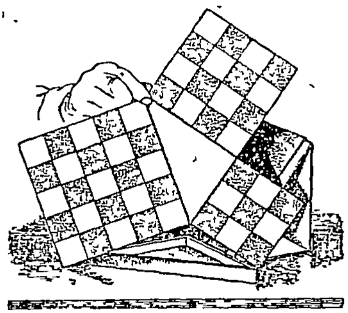
Наконец, на фиг. 72 показан центр вписанного в треугольник круга, как точка пересечения биссектрис внутренних углов треугольника. В данной модели особенно полезен самостоятельный анализ ее конструкции, при которой положение биссектрисы устанавливается одинаковыми расстояниями ее точек от сторон угла. Для этого — две тяги, жестко укрепленные на сторонах угла, перемещаются с помощью муфты по биссектрисе. Неизменная длина тяг гарантирует относительно точное положение биссектрис.

16. Модели для иллюстрации теоремы Пифагора

(Конструкция Отдела наглядных пособий Ин-та школ НКП).

Изучение теоремы Пифагора включено в программу по математике для VIII класса средней школы; однако и в более младших классах возникает необходимость ознакомить учащихся с этой теоремой. Практика преподавания иногда предлагает опытную проверку свойства прямоугольного треугольника в младших классах (V класс) при вычислении площадей.

В этих случаях рационально показать общепринятую картонную модель «египетского» треугольника ($a = 3$; $в = 4$; $c = 5$) с построенными квадратми на его сторонах (фиг. 73).

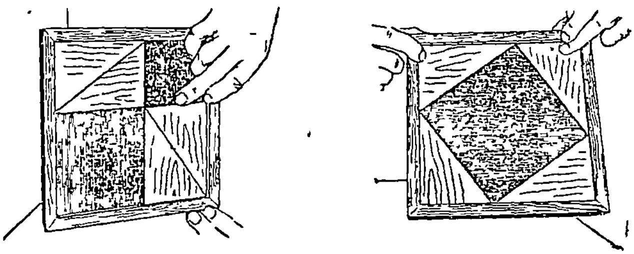


Фиг. 73

Приведем лишь небольшую деталь в порядке демонстрации этой модели.

Желательно показать модель не всю сразу, в развернутом виде, а постепенно, так, как производится построение: «Построим квадрат на стороне треугольника «а», и из-за треугольника, обращенного к учащимся, поворачивается квадрат с площадью, разграфленной на клетки. Так последовательно появляются все три квадрата. Загибание квадратов за плоскость треугольника требует широких швов присоединения квадратов, что снижает демонстративную ценность прибора. Поэтому целесообразно сохранять картонную модель теоремы Пифагора в более глубокой коробке с тем, что вынимание модели производится постепенно, отчего квадраты будут появляться из футляра последовательно: с площадью 3^2, 4^2; 5^2. Кроме описанной модели большую ценность представляет образец, повторяющий фигуру древних.

Квадратный футляр содержит 4 прямоугольных треугольника, которые на фиг. 74 сложены так, что свободными от них остаются два квадрата, построенных на катетах треугольников.



Фиг. 74

Другая конфигурация вкладышей — треугольников оставляет открытым площадь квадрата на гипотенузе.

Таким образом, модель наглядно демонстрирует, как из одной и той же площади квадрата — футляра два раза отнималась одинаковая площадь треугольников, вследствие чего оставались равные площади. А так как последение представлялись в одном случае в виде суммы площадей квадратов, построенных на катетах, а в другом — квадратом на гипотенузе, то и получалась модель для иллюстрации связи по теореме Пифагора.

Особенно удобно демонстрировать сразу два прибора с указанными построениями.

17. Модель превращения секущей в касательную (Фиг. 75)

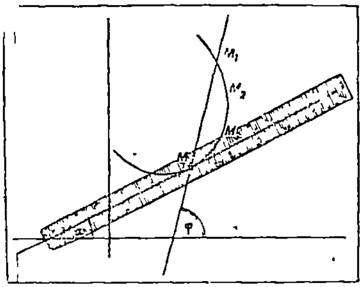
На картонном щите начерчена кривая, в одной из точек которой, с помощью пистона укреплена вращающаяся целулоидовая линейка.

На линейке показана цветной тушью прямая, играющая роль секущей (касательной).

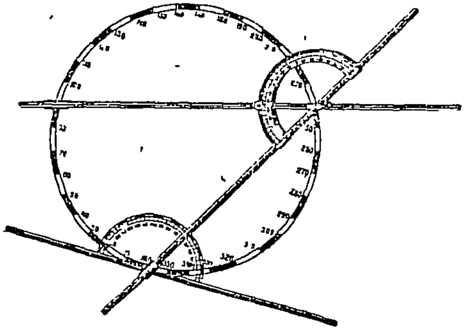
Несложная конструкция модели однако позволяет наглядно показать важный факт возможности непрерывного сближения точек пересечения прямой и кривой и в заключение — совпадение этих точек. Соответственно, секущая приобретает новое качество — становится касательной. Никаким объяснением учителя, никаким искусным чертежом не создать такого четкого представления процесса перехода секущей в касательную; зрительное же впечатление от описанной модели будет полезно при дальнейшем изучении математики, а именно: в учении о переменных величинах, о безгранично-убывающих величинах, о предельном переходе.

18. Модель углов в окружности (Фиг. 76)

(Автор Е. С. Березанская, конструкция Отдела наглядных пособий Ин-та школ НКП)



Фиг. 75



Фиг. 76

На деревянном щите начерчена окружность, по которой дан ряд отверстий. Кроме того, отверстия имеются в центре круга, внутри круга и вне его. Окружность размечена через каждые 10 градусов.

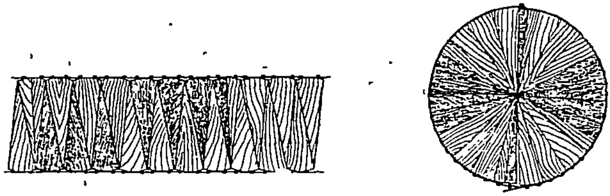
Два металлических стержня, шарнирно соединенные, образуют вертикальные углы. Стержни имеют 3 штифта, которые могут вставляться в отверстия круга: один штифт укреплен в месте соединения стержней, а два, в виде подвижных хомутиков, перемещаются по стержням. У вершины угла помещен транспортир, с помощью которого определяется величина анализируемого угла.

При изучении темы об углах в окружности полезно начать с классификации этих углов, в частности полезно сперва рассмотреть образование и:

1. Вершина в центре окружности — центральные углы.
2. Вершина на окружности — вписанные углы; если одна сторона угла остается хордой, а другая переходит в касательную, образуется угол, частный случай вписанного.
3. Вершина внутри круга, — угол образован двумя хордами.
4. Вершина вне круга, — угол образован двумя секущими, в частном случае двумя касательными.

Перемещение вершины угла на модели и демонстрация образования всех указанных углов укрепят представления учащихся в этом вопросе. После этого естественно перейти к зачерчиванию этих углов на доске (в тетрадях) и к выводу зависимости величины углов и дуг окружности, с которыми они связаны. Завершается работа **проверкой** выводов на модели, на которой углы измеряются транспортиром при вершине, а дуги градусной сеткой окружности. Таким образом, модель поможет обобщению вопросов, свяжет теоретические данные с некоторой конструкцией и позволит провести расчеты для отдельных углов.

19. Круг, разделенный на 22 сектора (Фиг. 77)



Фиг. 77

Модель состоит из деревянного круга, разрезанного на 22 сектора, которые с помощью металлической полосы соединены в две группы по 11 секторов. На одном конце полосы имеется штифтик, на другом прорез, с помощью которых указанные два звена секторов снова могут быть соединены и закреплены в виде круга.

Те же звенья секторов могут быть вставлены один в другой, отчего образуется фигура, приближенно принимаемая за параллелограмм. Подобная трансформация позволяет для вычисления площади круга применить уже известную учащимся формулу площади параллелограмма.

Модель предназначена для младших классов, где не имеет места вывод формулы.

20. Модель удвоения числа сторон вписанного шестиугольника

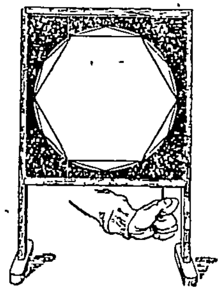
(Авторы: П. Дорф и В. Кардашов)

Вопрос о длине окружности изучается в IX классе и связан с рядом обобщений и определений. К этому времени развитие учащихся служит основанием к тому, чтобы вести все рассуждения, пользуясь лишь чертежом. Но есть одна вещь, которая нуждается в зрительной иллюстрации — это процесс удвоения числа сторон многоугольника. При выводе формулы длины окружности учащемуся необходимо свободно представлять себе, как, например, сорокавосьмиугольник переходит в девяностошестиугольник, как n-угольник преобразуется в 2n-угольник. Разумеется, никакая конкретизация тут невозможна по техническим соображениям, но она будет и ненужна, если у учащегося пред глазами будет хотя бы один пример удвоения числа сторон многоугольника. Обратимся к практике. Обычно учитель чертит окружность, в ней 2—3 звена ломаной и показывает на них процесс удвоения. Далеко не все учащиеся четко представят себе по такому чертежу существо дела. Многие готовы просто согласиться с учителем и затем повторять за ним не вполне осознанные суждения.

Опытные учителя иногда терпеливо чертят полностью шестиугольник и двенадцатиугольник, но медлительность такой работы тормозит течение урока, ослабляет внимание учащихся.

Нам представляется, что, сохраняя весь стиль логического построения вывода, полезно простой динамической моделью помочь учащимся в создании зрительного образа удвоения числа сторон. (Фиг. 78).

Модель состоит из фанерного щита на подставке. На щите начерчены круг, правильный шестиугольник, который показан резиновыми шнурами, продетыми сквозь петельки в вершинах многоугольника. К серединам резиновых хорд привязаны белые нити (на белом фоне круга), концы которых объединены в общую тягу под фанерным щитом и выведены в виде небольшой державки.



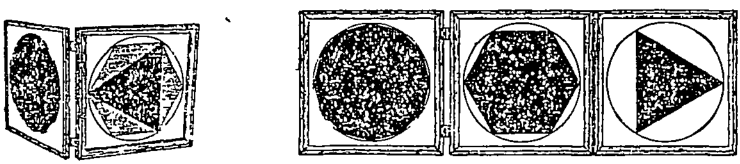
Фиг. 78

Медленным натяжением следует трансформировать шестиугольник в двенадцатиугольник. При отпускании державки, упругостью резины шестиугольник восстанавливается. Процесс раза два повторяется, и после этого можно быть уверенным, что зрительное впечатление от него поможет учащемуся иметь представление о любом удвоении сторон многоугольника. Модель больше не нужна, и все дальнейшие построения проводятся лишь чертежом.

Приходилось не раз слышать: «а нельзя ли пристроить вторую тягу и двенадцатиугольник обратить в двадцатичетырехугольник?» Нам думается, этого делать не следует, ибо это будет вредной попыткой овеществить процесс доказательства. Доказательство необходимо вести на уровне отвлеченных суждений, на которые способны учащиеся IX класса; назначение описываемой модели лишь углубить первые представления. В отдельных случаях окажутся учащиеся, которые не будут нуждаться по этому вопросу в помощи; для них показ модели послужит подтверждением, проверкой их представлений.

21. Модель для иллюстрации вывода формулы площади круга (Фиг. 79)

(Авторы: П. Дорф, В. Кардашов)



Фиг. 79

Модель состоит из деревянной ширмы в 3 звена. Рамки обтянуты калькой, на которой изображены круги с вписанными треугольником, шестиугольником, двенадцатиугольником. Фигуры многоугольников залиты тушью. Перекрывая последовательно рамку треугольника шестиугольником, а последнюю двенадцатиугольником наглядно демонстрируется уменьшение зазора между кругом и многоугольником. Модель следует располагать между источником света и зрителями: в светлый день источником может служить дневной свет, падающий из окна; в другом случае сзади модели помещается электрическая лампочка, лучше с картонным или жестяным рефлектором.

22. Набор картонных моделей к теоремам планиметрии

В практике преподавания встречаются картонные модели по планиметрии из целого набора их, куда входят:

1. Смежные углы.
2. Вертикальные углы.
3. Сумма внутренних углов треугольника.
4. Сумма острых углов прямоугольного треугольника.
5. Сумма внешних углов треугольника.
6. Углы, образованные при параллельных и секущей.
7. Перпендикуляр и наклонная.
8. Теорема Пифагора.
9. Площади фигур и др.

Набор имеет значение лишь в тех случаях, когда учащиеся несколько отстают в своем развитии, ибо большинство сюжетов могут быть достаточно убедительно показаны лишь чертежом, без модели. В комплекте пособий школы данный набор, однако, следует иметь; он поможет в занятиях с отстающими, в борьбе с неуспеваемостью. Отдельные модели (преобразование площадей, углы при параллельных и секущей) полезно демонстрировать всему классу в качестве подтверждения теоретических выводов.

23. Универсальный набор для конструирования моделей планиметрии

(Авторы: П. Карасев и К. Гамбургер)

В практике школьной работы, помимо указанного картонного набора пособий, встречаются и другие наборы.

Так, например, известен набор Сигова, Яковлева. Модели делались из папки, оклеенной цветной бумагой; из деревянных подвижных на шарнирах стержней (толщ. 8 × 4 мм), окрашенных в разные цвета; из железной проволоки, окрашенной эмалевой краской и стальной пружины. Названные модели достаточно наглядны, демонстративны (размеры их колеблются от 15 см до 30 см). Основной их недостаток заключается в стремлении дать весь курс геометрии на моделях, тогда как конкретизировать следует лишь то, что трудно представить чертежом на доске, например: кинематические моменты, многообразие формы и т. п. Кроме того, ошибочно стремление все окрашивать и притом в яркие цвета. Эти перебои цвета мешают сосредоточиться на существе математического вопроса *).

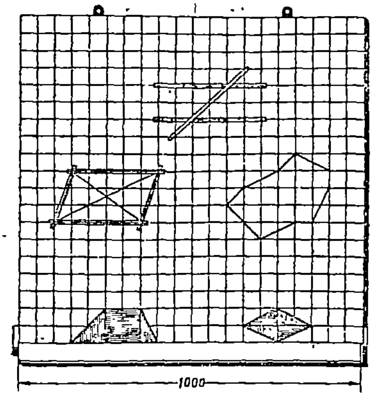
Опишем здесь кратко другой набор П. Карасева и К. Гамбургера (фиг. 80) **). Основной частью набора является демонстрационная доска (750 мм × 700 мм × 5 мм), которая размечена на квадраты (50 мм × 50 мм). В вершинах каждого квадрата просверлено отверстие, перпендикулярное к плоскости (∅ 2 мм). Доска вешается двумя пет-

*) И. Сигов, М. Яковлев преподаватели школ Русского технического общества в Петербурге.

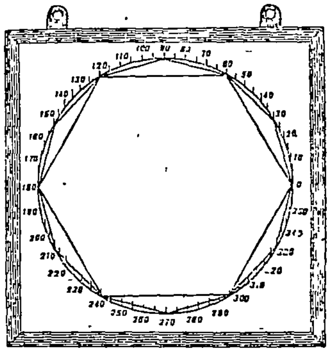
Набор описан ими в каталоге № 2, издание авторов. С.-Петербург. 1913 г.

**) Подробные данные можно найти в брошюре П. А. Карасева «Учебно-наглядные пособия по математике и методика работы с ними в средней школе». НКПрос РСФСР, Учпедгиз, 1933 г.

лями на стену, а снизу отводится от стены небольшими упорами (15 см). Последнее необходимо для предохранения моделей от падения, когда они располагаются на полочке, прикрепленной снизу доски.



Фиг. 80



Фиг. 81

Среди других деталей набора находим: резиновый шнур, штифты для втыкания в отверстия доски, модели плоских фигур (квадраты, треугольники, четыреугольники, углы и др.), деревянные штабики.

Конструкция доски позволяет собирать модели к геометрическим предложениям, которые следует иллюстрировать не только чертежом.

24. Универсальная модель круга *) (Фиг. 81)

Прибор состоит из доски, оклеенной миллиметровой бумагой. На лицевой стороне начерчена окружность с диаметром 600 мм с градусной разметкой. Через каждые 5° по окружности набиты гвоздики. К прибору прилагается набор цветных резиновых шнуров.

Основное назначение пособия — это иллюстрация углов и многоугольников в круге. На фиг. 81 показано, как натяжением резинок изображаются необходимые геометрические образы: углы, квадраты, восьмиугольник и др.

25. Приборы для иллюстрации приложения геометрии в практической деятельности

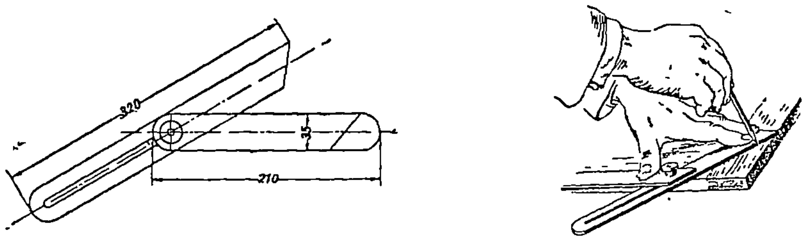
Прикладные вопросы неоднократно включались в программу средней школы, но всякий раз оказывалось, что содержание их отвлекало внимание учащихся от математической сущности. Кроме того, подлинно производственные, бытовые и т. п. сюжеты по своей форме, числовому и геометрическому содержанию не следуют системе математического курса школы, а потому все попытки переплетения теории с практикой приводили к плохим знаниям математики и неумению использовать эти знания.

Очевидно, для правильного решения проблемы необходимо сохранить строгую систему методики преподавания той или иной матема-

*) Описано в той-же брошюре П. А. Карасева.

тической темы, а прикладные вопросы отнести к завершению указанного изучения. Предлагаемый порядок дает возможность сперва сосредоточить внимание на математической сущности, развить навыки и приучить применять их к прикладным вопросам. Последний момент послужит также поводом к повторению и углублению знаний. В связи с поставленными целями естественно включить в набор пособий по математике ряд моделей и приборов, применяемых в производственной практике.

a) Малка (фиг. 82).



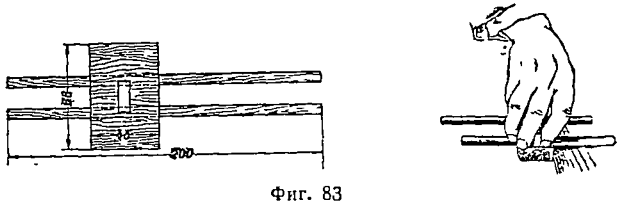
Фиг. 82

В работе столяра часто встречается необходимость соединить две деревянные детали под определенным углом. Для разметки соответствующих срезов употребляется так называемая «малка».

В середине деревянной планки шарнирно прикреплена другая планка; ребра обеих планок выверены и могут служить в качестве линеек для прочерчивания отрезков прямых. Действия с прибором складываются из следующих моментов: по транспортиру планки устанавливаются под требуемым углом; более длинная планка помещается по ребру обрабатываемого материала, по ней прочерчивается требуемое направление.

Иллюстративная методическая ценность малки при первом знакомстве с геометрией очевидна.

b) Рейсмус (чертилка) (фиг. 83).

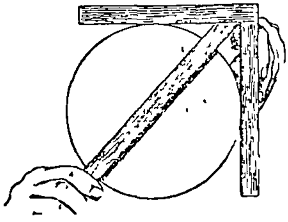


Фиг. 83

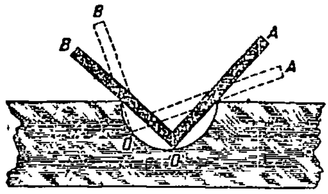
При различных обработках дерева приходится намечать параллельные прямые. Из фиг. 83 видно, как установленная на определенном расстоянии игла прочерчивает прямую, параллельную краю изделия.

c) Центроискатель

На фиг. 144 показано укрепление на токарном станке обрабатываемого изделия; между двумя остриями («центрами») зажимается обтачиваемая деталь так, чтобы вершины зажимов приходились как раз в центрах детали. При ином расположении вращающаяся деталь будет «бить» по резцу, т. е. неравномерно приближаться к нему и удаляться от него. Для наметки центра на торце детали употребляется весьма простое приспособление — центроискатель, модель которого изображена на фиг. 84.



Фиг. 84



Фиг. 85

Угол, образованный двумя планками, надевается на деталь так, что он становится описанным углом (составлен двумя касательными). В вершине его на месте биссектрисы жестко закреплена третья планка.

Прибор дважды прикладывается к детали и по биссектрисе проводятся отрезки прямых через предполагаемый центр. Работа с центроискателем — полезный пример на приложение ряда геометрических положений: свойство биссектрисы, точка пересечения биссектрис — общая точка двух геометрических мест, свойство описанного угла.

Для создания большей демонстративности (после выяснения основных принципов прибора), практика пользования центроискателем показывается на нескольких (трех) картонных кругах, либо на кругах, начерченных на доске (разного диаметра). В последнем случае, кроме обычного способа определения положения центра через две хорды и перпендикуляры в их серединах, показательно применение для этой цели чертежного треугольника. Достаточно прямой угол сделать вписанным и отметить точки пересечения катетов с окружностью — концы диаметров. Повторение этого построения для новой точки окружности укажет центр ее в месте пересечения диаметров.

Интересно также предложить учащимся самостоятельно найти центр начерченной окружности с помощью листа бумаги, каждый из углов которого может сыграть роль прямого угла.

d) Угольник для проверки сферической поверхности (фиг. 85)

Модель состоит из стеклянной полусферы (например, колпак от электро-плафона и металлического или деревянного угольника).

Если поверхность модели действительно представляет сферу, то во всякой точке ее контрольный угольник расположится так: вершина его будет на поверхности, а катеты пересекут границы полусферы — большую окружность.

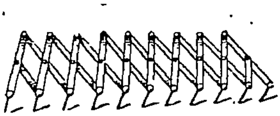
Процесс демонстрации складывается следующим образом. Указывается на модели, как можно простым перемещением вершины угольника по поверхности установить правильность сферической поверхности. Учащимся предлагается обосновать способ проверки.

e) Пропорциональный циркуль (делительный)

Конструкция циркуля, назначение его и методика использования общеизвестны. Необходимо лишь проследить, чтобы на ножке циркуля были намечены основные штрихи делений, например: 1 : 1; 1 : 2; 1 : 3; 2 : 3; 3 : 4. Стопорный винт, установленный на одно из заданных отношений, дает между остриями ножек циркуля отрезки в том же отношении. Попытки использовать пропорциональный циркуль без размеченных ножек и измерение отрезков их масштабной линейкой не имеет смысла, ибо тогда с помощью масштабной линейки следует измерять не отрезки на ножках циркуля, а самые отрезки.

Основная ценность прибора состоит в предложении учащимся задачи на применение подобия треугольников в некоторой конструкции.

f) Делитель отрезка на 10 равных частей (фиг. 86)
(Автор Лившиц. Конструкция Отдела наглядных пособий Института школ НКП)



Фиг. 86

Прибор состоит из десяти шарнирно-соединенных ромбов, в соответственных вершинах которых помещены иглы для наколки равных отрезков.

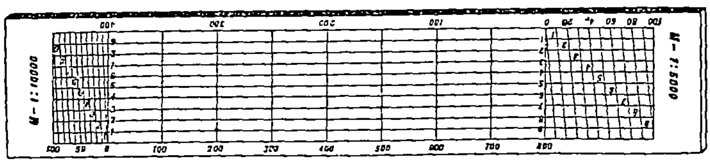
Раздвигая шарниры, мы получим между крайними точками заданный отрезок, а промежуточные иглы наметят искомые части отрезка.

Интересный и полезный прибор послужит учащимся поводом как для самостоятельного анализа принципов конструкции делителя, так и для обоснования правильности его действия.

По принципу описанного делителя можно построить прибор для деления отрезков на другое число частей.

g) Поперечный масштаб (фиг. 87).

При работе с мензулой и при других измерительных работах, а также при черчении употребляется так называемый поперечный масштаб. Как видно из фигуры 87, шкала такого масштаба позволяет отклады-



Фиг. 87

вать целые единицы, десятые доли их и сотые доли. Принцип разметки долей опирается, как известно, на подобие треугольников, полученных параллельными сечениями.

Практика использования поперечного масштаба такова:

Случай 1. Необходимо взять на циркуль размер 53,6 мм. Одна ножка циркуля ставится на «50», другая на третье деление левее нуля: 53 взято. Если теперь правую ножку перемещать по вертикали «50», а левую по наклонной «3» до шестой параллели, то легко заметить, что получится искомый размер: 53,6 мм, который и переносится в нужное место плана, чертежа.

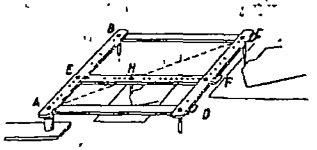
Случай 2. Снятое с плана расстояние надо измерить. Правая ножка циркуля снова перемещается по соответствующей вертикали 10, 20, 30, 40... левая же по наклонной, до совпадения раскрытия циркуля с соответствующим размером масштаба. Остается лишь прочесть подобранный размер.

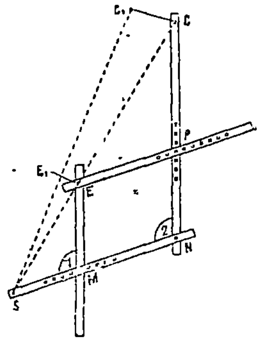
На тех же основаниях построена с другого конца поперечного масштаба дюймовая сетка.

Значение прибора — приложение подобия треугольников, пропорциональности в построении шкалы для более точных измерений.

h) Пантограф (школьный) (фиг. 88).

Пантограф — прибор для механического увеличения (или уменьшения) размеров некоторого чертежа (рисунка) в заданное число раз.





Фиг. 88

Прибор (школьный) состоит из 4 планок, на которых просверлено одинаковое число отверстий на равных расстояниях. Пластинки шарнирно соединены в точках M, N, E, P причем M и P можно перемещать и закреплять, пользуясь отверстиями на планках.

В конструкции пантографа положено, что

1) $\left.\begin{aligned} MN &= EP \\ ME &= NP \end{aligned}\right\}$ Фигура MNEP — подвижной параллелограмм.

2) $\dfrac{NS}{MS} = \dfrac{NC}{NP} = \dfrac{NC}{ME}$

Из этих данных следует, что точки S, E и C лежат на одной прямой.

Действительно, $\dfrac{SN}{SM} = \dfrac{NC}{NP}$ или $\dfrac{SN}{SM} = \dfrac{NC}{ME}$ $(NP = ME)$

$\angle 1 = \angle 2$, откуда

$\triangle SME \backsim \triangle SNC$, и следовательно, $\angle NSE = \angle NSC$

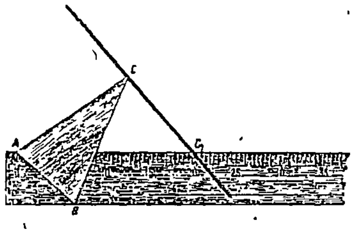
и точки S, E и C лежат на прямой.

С помощью острия точка S фиксируется в плоскости чертежа, в точке E помещается деревянный штифт, в C карандаш. В этих условиях получается увеличение контура; при уменьшении его карандаш вставляется в точку E, а штифт в C. Из рассмотрения двух положений пантографа SEC и SE_1C_1, видно, что преобразуемые отрезки E_1, и CC, находятся в отношении, установленном на планках прибора ($\triangle SEE_1 \backsim \triangle SCC_1$).

Работа с пантографом второго типа построена на тех же принципах, что и в случае первом. Криволинейные контуры учащиеся могут ставить в соответствие с ломаными линиями, как угодно близкими к кривым и имеющими одинаковое с ними направление. На отдельные звенья ломаной можно распространить свойства пропорциональности, вытекающие из показанных подобных треугольников.

Демонстрация прибора и применение его служит ценной практической работой на приложение свойств подобных треугольников. На уроке учитель произведет одну работу пантографом с чертежом на доске; во внеурочное время учащиеся, разбившись на группы по 4—5 человек, проведут с пантографом ряд трансформаций контуров фигур. Все обоснования устройства пантографа и принципов его применения учащиеся должны усвоить так же, как и теоремы.

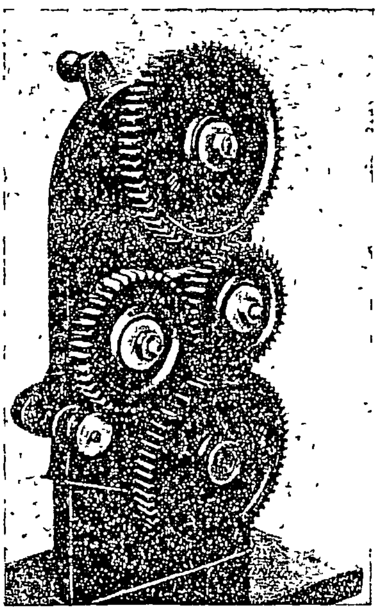
i) Прибор для определения площади треугольника (фиг. 89).



Фиг. 89

Прибор состоит из целлулоидовой линейки (в крайнем случае можно воспользоваться деревянной), на которой размечена миллиметровая шкала, и у которой по всей длине одинаковая ширина.

Линейка накладывается на измеряемый треугольник так, что одна вершина его приходится на нуле шкалы, а другая совпадает с одной из точек ребра линейки, противоположного шкале. Через третью вершину следует провести прямую, параллельную основанию треугольника, до пересечения со шкалой. Треугольник ABC равновелик $\triangle ABC_1$, у которого известно основание AC_1 (отметка шкалы) и высота (ширина линейки).



Фиг. 90

Характер прибора предусматривает индивидуальное лабораторное использование его, поэтому желательно иметь 3—5 таких линеек на класс. Учащиеся чертят произвольные треугольники в тетрадях и затем определяют их площади в описанном порядке. При наличии одной линейки работу придется провести в порядке внеурочного практикума. Самый анализ прибора учитель проводит по эскизу, сделанному им на доске.

Все вопросы геометрии, лежащие в основе прибора, учащиеся разбирают.

k) Системы жестких и мягких передач.

В курс планиметрии входит трудный вопрос об относительном положении окружностей. Если в заключение работы ввести рассмотрение конструкций жестких и мягких передач, то содержание темы будет усвоено с большим интересом и глубиной (Фиг. 90).

Модели зарисовываются в тетради и их действия описываются.

РАЗДЕЛ VII

СТЕРЕОМЕТРИЯ

Изучение стереометрии приходится на вторую половину IX и X классов. Несмотря на то, что это период наибольшего развития учащихся, применение пособий в стереометрии частое явление. Объясняется это сложностью вопросов пространственной геометрии и трудностями условного изображения трехмерных фигур на плоскости классной доски или листе тетради.

Рассматривание модели тела, конструкции фигуры, дает учащемуся четкое представление и позволяет делать зарисовки с натуры, т. е. развивает навыки в сопоставлении подлинной формы с условным изображением.

Наибольшую ценность имеют модели тел, элементов их (высота, диагональное сечение и т. п.) и аппараты, на которых можно собирать конструкции на глазах учащихся, а также модели динамического характера.

Как общее правило, необходимость обращения к модели уменьшается по мере развития у учащихся пространственных представлений. Сперва учащиеся действительно набрасывают эскизы с натуры, затем чертят, опираясь лишь на свое воображение. В дальнейшем лишь в сложных случаях встречается нужда снова обратиться к модели. Пользование пособиями требует от учителя индивидуального подхода к классу и ученику.

Предлагаемые пособия по стереометрии расположены по следующей схеме:

1. Наборы геометрических тел и установки для их построений.
2. Стереометрические ящики.
3. Наборы по геометрии.
4. Модели для иллюстрации отдельных теорем, фигур.
5. Сечения тел.
6. Модели, показывающие соединения фигур.
7. Приборы для иллюстрации к задачам.
8. Стереоскопы и анаглифы.
9. Модели по прикладным вопросам.

1. Наборы тел

а) Набор деревянных тел (демонстрационный).

Набор состоит из 13 тел: двух призм, трех параллелепипедов, куба, двух пирамид, цилиндра, конуса, усеченной пирамиды, усеченного конуса, шара.

Набор является ценным пособием: он демонстративен, дает необходимое представление о форме. Тела из набора могут служить объектами для измерения и определения поверхностей и объемов

В школе следует также иметь ряд брусков, спичечных коробок и т. п. предметов, чтобы приучить в объектах техники и быта видеть геометрические формы, ибо иначе известные неточности в обработке или непривычное расположение мешает ученикам узнавать тип тела

в) Набор деревянных тел (малый, лабораторный).

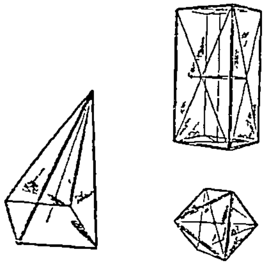
Набор состоит из 7 фигур: 2 параллелепипеда, куб, треугольная призма, цилиндр, конус, шар.

Употребляется для индивидуального пользования и всякого рода поделок: сечений и т. п.

Набор содержит все основные формы, необычайно доступен по цене (4 руб.), аккуратно отделан в натуральный цвет дерева

Если большой набор покупается лишь школой, имеющей значительные средства на учебное оборудование, то малый должна приобрести в нескольких экземплярах всякая начальная, неполная средняя и средняя школа.

с) Набор тел из стекла или целлулоида (полые) (фиг. 91)



Фиг. 91

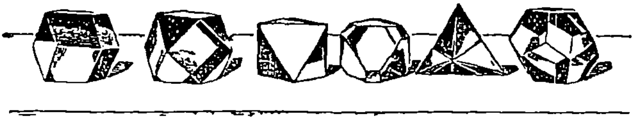
Наборы тел из стекла (целлулоида) следует признать лучшими моделями для иллюстрации формы Стекло дает наиболее точное представление о плоскости; оно прозрачно и позволяет видеть элементы фигур, плоскости сечений внутри тела. Последние показываются либо стеклянными вкладышами, либо с помощью натянутых нитей. Стеклянные плоскости скрепляются узкими полосками ткани (прочной бумагой и хорошим клеем), ибо широкие полосы искажают впечатление от фигуры. На фиг. 91 показан набор подобных моделей конструкции Института школ и даны образцы стеклянных моделей, склеенных особым клеем без всяких матерчатых полос (конструкции В. П. Кардашова).

Стеклянные пособия могут демонстрироваться целому классу, но по ним весьма полезно поработать и отдельному ученику, пропустившему урок, отстающему.

Обычно приводится единственный довод против описываемого набора: модели бьются. Это соображение служит призывом к бережному обращению с пособиями, а не отказу от них — пользуются же стеклом физики, химики, биологи; надо и математикам научиться обращаться со стеклом.

d) Набор тел из стекла (литые)

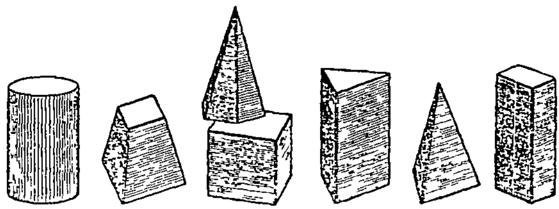
На фиг. 92 дана фотография с коллекции моделей многогранников, хранящейся в Ленинградском Институте усовершенствования учителей. Весь набор помещен в футляре на черном бархатном основании. Такое оформление — граненое стекло на черном фоне — производит неизгладимое впечатление. Вопрос классификации большого количества видов тел, благодаря описанной коллекции, запоминается в образах и усваивается в определениях на всю жизнь.



Фиг. 92

е) Набор тел из картона (Фиг. 93)

Показанный набор тел отвечает всем требованиям: он демонстративен, точен, изящен. Модели сделаны из бристольского картона; ребра



Фиг. 93

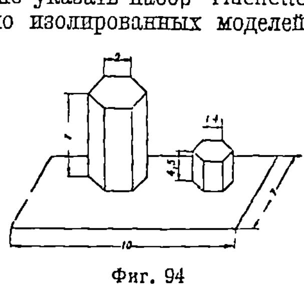
их показаны цветной тонкой линией. При бережном обращении модели достаточно долговечны; их недостатками являются лишь маркость и деформация при ударе.

f) Шарнирный параллелепипед—куб

Деревянная модель, благодаря шарнирам в вершинах, позволяет преобразовать прямой параллелепипед в куб. Демонстрация модели может иметь место при первом знакомстве с геометрическими фигурами в V классе. Для напоминания модель полезно показать в X классе при классификации призм.

g) Набор тел Hachette (Франция) (Фиг. 94)

Среди наборов геометрических тел полезно указать набор Hachette, который характерен тем, что в нем, помимо изолированных моделей, имеются комбинации фигур, например, подобные призмы. Действительно, подобные плоские фигуры весьма популярны, подобным же пространственным фигурам не уделяется должного внимания; поэтому ценно для углубления представлений о подобии тел показать их модели Кроме того, учащимся поручается проверить пропорциональные соотношения линейных размеров моделей, а также определить отношение объемов данных тел. Эта работа задержит внимание на подобных фигурах и даст повод к практическим вычислениям.

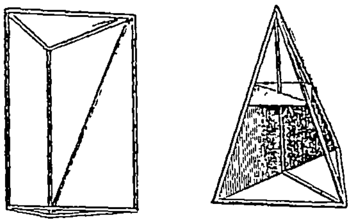


Фиг. 94

h) Набор каркасных тел

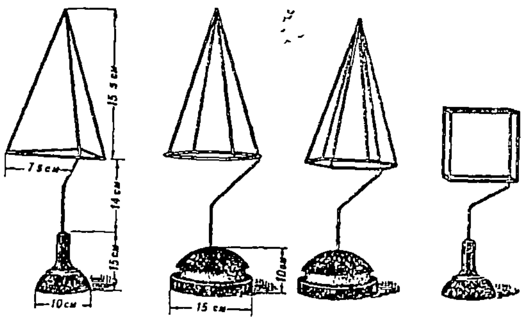
Среди наглядных пособий в школах (особенно дореволюционных) чаще всего встречались каркасные модели тел, т. е. проволочные «скелеты» фигур. Модели эти не имели большого значения в педагогическом деле, ибо по ним учащиеся с трудом составляли себе представление о форме тела: модели делались большого размера, и видны были, главным образом, отверстия между ребрами.

В советской школе была изменена методика использования этих каркасных моделей. Методист и учитель Р. Н. Богданов (г. Москва) предложил обращаться к указанным каркасам в момент изучения элементов в теле, сечений, и т. п. (фиг. 95). Для этой цели он разработал к моделям набор резиновых шнуров, плоскостей — вкладышей и с их помощью предложил иллюстрировать конструкции к чертежам некоторых теорем и задач. В этом предложении правильно учтен характер работы с пособиями; для первого знакомства с формой каркасные модели не пригодны, для анализа элементов и построений в пространственных фигурах они незаменимы.



Фиг. 95

В Германии проволочные модели тел разработаны Кеппом. (Фиг. 96). Он делал каркас небольшим, чтобы целая фигура была обозреваема одним взглядом; окрашивал проволоку в белый цвет и укреплял модель на хорошей подставке. В таком виде на фоне черной классной доски модели давали четкий образ фигуры.



Фиг. 96

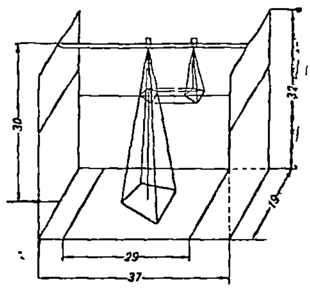
Институтом школ НКПроса был разработан более полный комплект таких каркасных моделей, в который вошли восемнадцать фигур, как прямых, правильных, так и наклонных.

В этом наборе, разумеется, также возможны все построения, которые были предложены Р. Н. Богдановым.

При изготовлении каркасных моделей необходимо следить, чтобы пайка проволоки производилась медью, а не оловом; иначе модели быстро приходят в негодность.

2. Станок Больдта (Фиг. 97)

В основу «станка» положен новый принцип образования модели фигур.



Фиг. 97

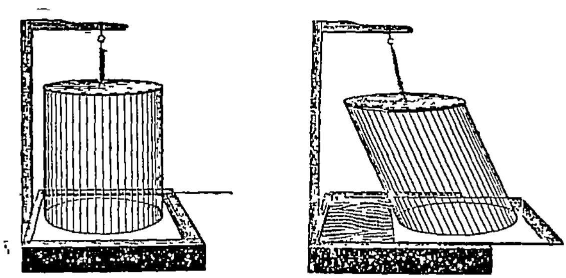
Как видно из чертежа станок состоит из деревянной рамы, картонных многоугольников, нитей, двух перекладин на различной высоте. Когда основания (картонные многоугольники) закрепляются особым рычагом, вершины нитяных фигур подтягиваются к перекладинам и тем образуют нитяную модель. Меняя основания (многоугольники), на станке Больдта можно собрать целый ряд нужных для курса стереометрии конструкций.

Вместо сменных фигур встречаются наборы с готовыми собранными моделями пересекающихся плоскостей и др.

Назовем среди них набор Ожаровского.

3. Модели нитяных поверхностей тел

(Автор проф. Кулишер; техническое оформление Отдела наглядных пособий Ин-та школ НКП) (Фиг. 98)



Фиг. 98

Прибор состоит из станка — ящика, в который убираются все детали. В крышке ящика, в двух пазах закрепляется картонное основание фигуры, вершина которой подтягивается с помощью пружинки к крючку кронштейна. Поверхность образуется натянутыми цветными нитями. Кронштейн вставляется в скобку, закрепленную сбоку ящика. В наборе имеются поверхности: 1) шестигранной призмы, 2) шестигранной пирамиды, 3) четырехгранной пирамиды, 4) цилиндра, 5) конуса.

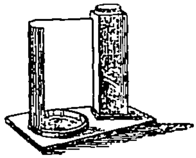
На моделях призмы и цилиндра небольшим выдвижением крышки можно показать образование наклонных фигур.

Описанные модели в виду их демонстративных достоинств и простоты сборки следует признать необходимыми в каждой средней школе. Показывать их можно при первом знакомстве с соответствующими геометрическими образами, при выяснении понятия о поверхности, как о геометрическом месте прямых и в ряде других случаев.

4. Модели образования поверхности движением прямой

(Авторы П. Дорф, В. Кардашов) (Фиг. 99)

Деревянный штабик АВ перемещается параллельно самому себе, увлекая за собой поверхность из плотной ткани.



Фиг. 99

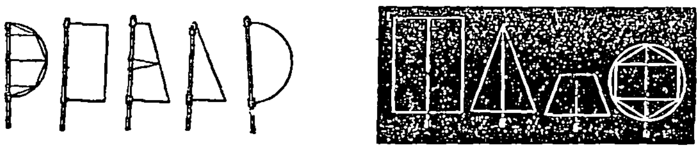
Вид поверхности будет зависеть от направляющей движения. На участке прямой направляющей образовывается плоскость, на окружности круглый цилиндр. Для большей наглядности на поверхности ткани наклеены штабики, параллельные первому (АВ), чтобы иллюстрировать различные положения его.

Вращением диска М поверхность убирается в футляр. Последний делается съемным, чтобы его можно было ставить на подставки с различными направляющими, например, в виде эллипса, в виде произвольной кривой.

Модель демонстрируется в момент рассказа об образовании поверхности движением прямой. Значение пособия в его динамичности и в разнообразии форм, которые трудно изобразить на доске. Определенная последовательность в демонстрации этих пособий поможет выделить значение элементов — образующей и направляющей. После анализа процесса образования поверхности учащиеся набрасывают с натуры небольшие эскизы.

Приходится пожалеть, что до сих пор конструктивные затруднения не позволили построить подобную модель для ломаной направляющей. Наличие указанной модели дало бы возможность обобщить такие тела, как цилиндр и призму, ибо они отличаются в своем образовании лишь характером направляющей.

5. Модели для образования поверхностей вращения (Фиг. 100)



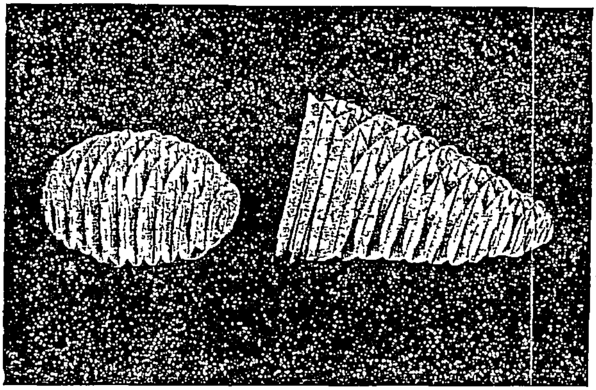
Фиг. 100

Показанные на рис. 100 металлические контуры закрепляются в центробежной машине и могут быть приведены в быстрое вращение. У зрителя должно получиться впечатление поверхности вращения. Описанная установка общеизвестна, но не имеет большого распространения в школах. Объясняется это тем, что при демонстрации не всегда получается должный эффект, и что модели из металла дороги, требуют относительно точной обработки. Если контур плохо центрирован, т. е. ось вращения не совпадает с осью симметрии, получается впечатление размытой поверхности, ибо сама ось дает коническую поверхность.

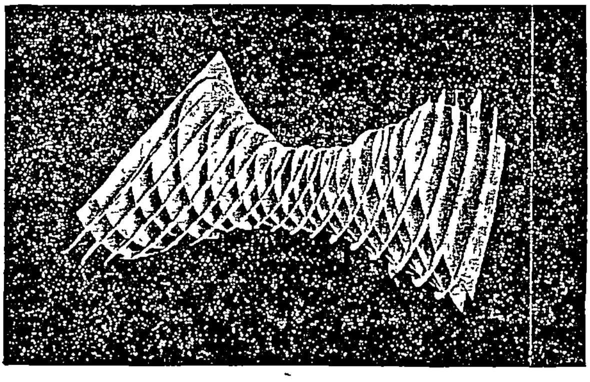
Для усовершенствования этой полезной модели целесообразно внести следующие изменения: 1) контуры делать деревянными; 2) штабикам придать особое сечение; 3) удвоить число образующих; 4) окрасить их в ярко желтый цвет; 5) осветить вращающиеся контуры электролампочкой, помещенной в картонный параболический рефлектор.

Центробежную машину обычно берут из кабинета физики. Для деревянных контуров можно приобрести (заказать) небольшую и легкую деревянную установку из двух шкивов.

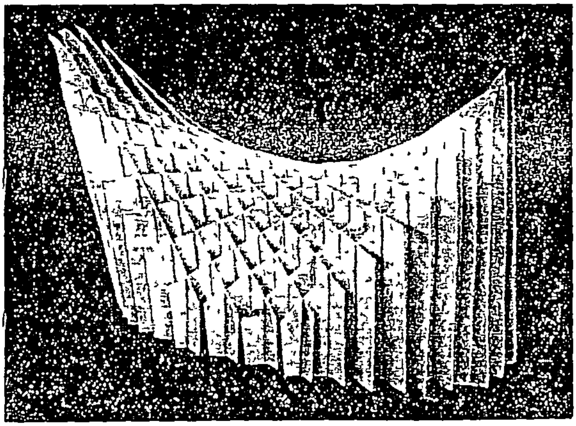
Большим недостатком школьного обучения является отсутствие у учащихся перспективы в вопросах, изучение которых выходит за рамки програмы. Так, например, в области пространственных фигур поверхность шара служит пределом горизонта учащихся. В связи с этим мы рекомендуем знакомить школьников (хотя бы только показывать и давать краткие объяснения) с поверхностями второго порядка. Для этого могут быть использованы нитяные поверхности или поверхности, образованные из картонных плоскостей. На них хорошо показать, как из кругов получаются модели эллипсоида, параболоида и гиперболоида, а из прямолинейных образующих — гиперболического параболоида. (Фиг. 100 а, в, с).



Фиг. 100а



Фиг. 100b



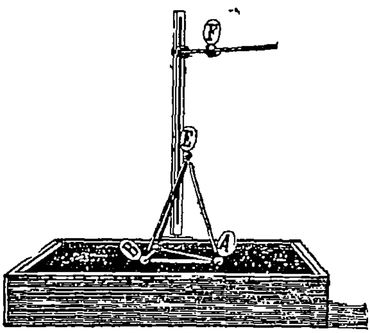
Фиг. 100с

6. Стереометрические ящики

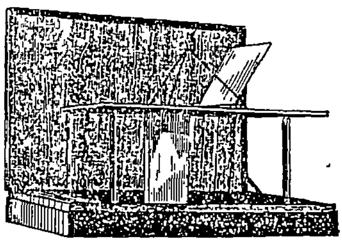
Высокая методическая ценность пособий типа стереометрических ящиков объясняется богатством иллюстраций, которые могут быть сконструированы на приборе. Большинство моделей к теоремам и задачам из раздела «взаимные положения прямых и плоскостей в пространстве» собираются на глазах учащихся. Характерной чертой стереометрического ящика является также большая возможность варьировать построения на нем в зависимости от сложности вопроса и степени развития учащихся.

Опишем несколько образцов стереометрических ящиков.

а) Стереометрический ящик Блюммеля. (Фиг. 101)



Фиг. 101



Фиг. 102

Основной частью прибора Блюммеля является пробковый мат *) для втыкания стальных стержней различной длины. Мат служит верхним основанием ящика, в котором хранятся остальные детали: металлическая стойка, поперечный стержень, спицы, модели точек, буквы, плоскости, шнуры и т. д. На снимке показано построение пирамиды. Ящик Блюммеля демонстративен по своим размерам, очень удобен благодаря пробковому основанию. Действительно, в пробку легко входят спицы, прочно держатся ее упругостью, и у учителя имеется полная возможность смонтировать произвольную фигуру по своему выбору, а не по замыслу авторов ящика, как это имеет место в приборах с заранее намеченными отверстиями, гнездами и т. п.

Наличие в школе стереометрического ящика позволяет привлечь учащихся к конструированию во время подготовки уроков, а также в кружковой работе. Среди мероприятий по борьбе с неуспеваемостью следует усиленно рекомендовать использование учебных пособий и среди них, в первую очередь, стереометрического ящика.

в) Стереометрический ящик Теннера (Ленинград)

Ящик Теннера отличается от предыдущего тем, что он имеет сетчатые плоскости, которые могут укрепляться над основанием. Стальные спицы заменены деревянными штабиками, на которые надеваются наконечники с иглами для втыкания в мат.

Недостаточно прочное крепление плоскостей и система надевания наконечников на штабики требует осторожного обращения с прибором

с) Стереометрический ящик Острейко.

Отличительным признаком пособия по стереометрии Острейко является его простота, доступность и в то же время разнообразие деталей. (Фиг. 102).

Основанием прибора служит деревянная рама с натянутой проволочной сеткой. В раму могут быть вставлены четыре деревянных стойки, на которых укрепляется вторая сетчатая плоскость. Кроме того, в ящике имеются наборы цветных деревянных штабиков, плоскостей, металлических наконечников для соединения штабиков (двойники, тройники). Наконечники сделаны из мягкого металла и могут быть сжаты усилием пальцев.

Сечение штабиков таково, что они входят в сетку с усилием и этим удерживаются в нужном положении. Таким образом, имея две параллельные плоскости, модели прямых и плоскостей, соединители к ним, на аппарате Острейко можно демонстрировать различные положения к теоремам и задачам темы «взаимные положения прямых и плоскостей в пространстве», а также темы «многогранники». Методика использования прибора та же, что и у других стереометрических ящиков: сборка конструкций в процессе изложения некоторых вопросов, демонстрация готовых моделей и собирание фигур самими учащимися с целью проверить и углубить представления, а также научить их конструировать

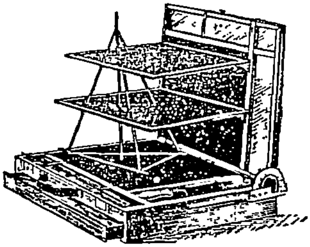
Значительное количество деталей требует аккуратной уборки их в картонный футляр, который прилагается при пособии Острейко *).

d) Геометрический ящик Ю. Гурвица.

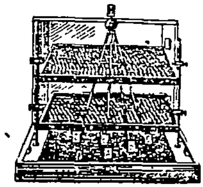
В практике школ встречается ящик Гурвица. Это двустворчатый ящик, из которого устанавливается двугранный угол по транспортирам, помещенным сбоку. (Фиг. 103).

*) Прибор Острейко может быть изготовлен силами школы Более подробные данные о нем можно найти в объяснительной записке к пособию С. П. Острейко, а также в методическом пособии «Геометрия» Гурвица, часть II, Стереометрия. Москва. Учпедгиз, 1935 г.

Мат прибора образован пластелиновой плоскостью, штабики деревянные, разноцветные. Запасной пластелин может быть использован для соединительных «точек». Две сетчатые плоскости закрепляются параллельно основанию.



Фиг. 103



Фиг. 104

Указанный «Геометрический ящик» требует хороших материалов для своего изготовления и тщательной обработки.

е) Стереометрический ящик Главучтехпрома.

Наиболее распространенным в данный момент стереометрическим ящиком является прибор, изготовляемый промышленностью.

Названный ящик сконструирован Главучтехпромом с учетом моделей Научного Исследовательского Института Педагогики (Украина, УНДИП) и Научно-исследовательского Института Школ НКПроса (Москва). В виду значительной методической ценности прибора, опишем несколько подробнее его конструкцию и приемы работы с ним

В прибор входят следующие детали:

1. Ящик.
2. Стержни (спицы).
3. Восковой мат.
4. Стойки для закрепления плоскостей.
5. Буквы.
6. Проволочные плоскости.
7. Стержни с винтами.
8. Плоскость (деревянная).
9. Плоскости сетчатые проволочные.
10. Лопаточка.
11. Стойки с отверстиями и стопорными винтами.

В собранном виде прибор представляет собою деревянный ящик, размерами 40 см $\times$ 30 см $\times$ 7,5 см. В нижней части его размещены: стержни (спицы), восковой мат для втыкания в него спиц, стойки для укрепления плоскостей, буквы для обозначения точек, набор плоскостей. В верхней крышке находятся две проволочные плоскости, натянутые на металлических рамках. Фиг. 104.

Основной составной частью прибора является деревянная рама, на дно которой положен слой вязкого вещества (в нашем приборе таковым является воск; им может быть пластелин).

Рамку следует поместить на какой-нибудь подставке (скамеечке), расположенной на учительском столе.

Особенно рационально иметь для этой цели специальную треножную стойку: ее легко поставить в классе так, чтобы смонтированная конструкция проектировалась на фоне классной доски. Если модель имеет темную окраску, ее полезно показать на фоне светлой стены.

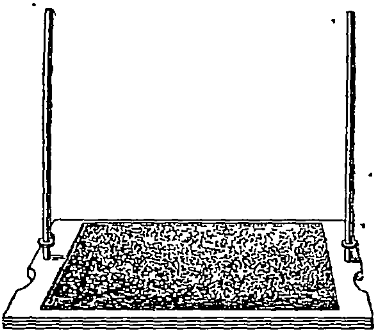
Таким образом, недорогое приспособление в виде стойки дает много удобств и позволяет демонстрировать пособие в условиях лучшей видимости. В частности, верхнюю доску стойки, подставки хорошо сделать поворачивающейся с тем, чтобы модели можно было показывать не только в горизонтальной плоскости.

Заостренные спицы прибора легко втыкаются в восковой мат и позволяют иллюстрировать ряд положений о прямых в пространстве.

В ящике прибора имеется комплект букв латинского алфавита, с помощью которых можно отметить те или иные точки.

После употребления в воске остаются отверстия, которые легко заравниваются приложенной деревянной лопаточкой.

В рамке мата имеются два отверстия, в которые укрепляются стойки. (Фиг. 105).

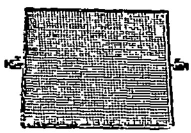


Фиг. 105

В комплекте деталей стереометрического ящика находятся также 4 муфты со стопорными винтами.

Из верхней крышки ящика достаются плоскости в виде сеток, натянутых на подрамники, на которых имеются по два штифта.

Штифты плоскостеп вставляются в меньшие отверстия муфт и закрепляются в них винтамп. (Фиг. 106).

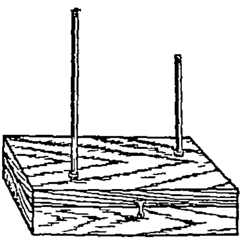


Фиг 106

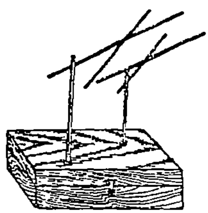
Затем плоскости с помощью муфт, надевающихся большими отверстиями на стойки, укрепляются на желаемых высоте и направлении.

Кроме того, в ящике имеются 2 металлические плоскости и 1 деревянная. С их помощью можно демонстрировать различные взаимоотношения плоскостей. Например: «Плоскости (P и Q), имеющие общую точку (S), имеют и общую прямую (SK)“ и др.

В верхней крышке ящика укрепляются с помощью шайб и гаек две другие стойки прибора, с отверстиями и стопорными винтами наверху. (Фиг. 107).



Фиг. 107



Фиг. 107а

В отверстия концов стоек вставляются два стержня (из четырех) с незаостренными концами и с отверстиями посредине. Эти стержни будут служить моделями двух скрещивающихся прямых.

Затем берется третий стержень, надевается на одну из скрещивающихся прямых и фиксируется с помощью небольшого винта и гайки в виде шарика, который служит моделью точки пересечения этих прямых. Последнюю прямую следует установить («на глаз») параллельно прямой другой стойки.

Также строится четвертая прямая, параллельно первой заданной прямой. (Фиг. 107а). Тогда в двух точках пространства имеются по две взаимно параллельных прямых, а такие пары прямых вполне определяют две плоскости, притом параллельные между собой. Действительно, две металлические пластины с отверстиями, надетые на шарики, укладываются на стержни и изображают параллельные плоскости.

В заключение описания укажем, что набор содержит минимум деталей. Инициатива педагога, ученика — пополнить его бумажными плоскостями, нитяными моделями прямых, пластелиновыми моделями точек и т. п.

Конструкция стереометрического ящика такова, что позволяет расширять его применение в самых разнообразных направлениях, диктуемых запросами учителя и его аудитории.

Ящик спроектирован как прибор демонстрационный, но его, разумеется, можно предложить для работы отдельным ученикам. Так, например, при самостоятельном решении задач в классе можно рекомендовать ученику, в случае затруднения, подойти к прибору и собрать необходимую конструкцию. Обычно учащиеся не доводят построения на приборе до конца, а, разобрав непонятное место, решают задачу, опираясь лишь на чертеж. Полезно предоставить стереометрический ящик отстающему ученику, ученику, пропустившему почему-либо урок и т. п.

Прибор следует сохранять в сухом месте, дабы избежать ржавчины на металлических деталях.

После употребления металлические части необходимо протереть сухой тряпкой. Воск (пластелин), образующий поверхность мата при порче может быть заменен. Для этого старая поверхность удаляется и наносится новая. Воск наносится в нагретом состоянии. Для разравнивания его имеется «лопаточка» *).

f) Индивидуальный стереометрический ящик

(Автор А. Стражевский. Москва. Техническое оформление Отдела наглядных пособий Института Школ НКПроса).

Стремление дать возможность каждому учащемуся обратиться к конструкции нашло интересное воплощение у преподавателя московской школы А. А. Стражевского. Он ставит перед каждым учеником (или один прибор на парту) небольшой ящичек с пластелиновым основанием и небольшим комплектом спиц.

В измененном виде (конструкция Отдела наглядных пособий Института Школ) прибор представлен на фиг. 108.

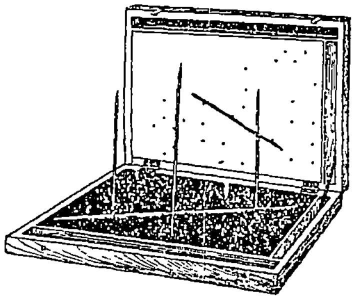
При работе крышка ящика закрепляется под острым, прямым или тупым углом с помощью крючка.

Основание ящичка — пробковый мат, который представляет собой пластину прессованной пробковой крошки, обшитой черной тканью. Вторая крышка фанерная, снабжена большим количеством отверстий (или тоже пробковая).

---

*) В журнале «Математика в школе» за 1940 год № 1 имеется статья П. Дорф, где дан подробный материал о методике применения описанного ящика.

В отделении ящичка находится комплект стальных заостренных спиц.



Фиг. 108

На таком приборчике учащийся монтирует необходимую модель, например, теоремы о прямой в плоскости, перпендикулярной к некоторой наклонной. Учитель ставит задачу. Учащиеся, решая ее, собирают модель. При этом разнообразие положений у товарищей, медленность процесса, задерживающая внимание, наглядность, — все это черты, воспитывающие пространственное воображение. В другом случае учитель наносит на доску с помощью цветных мелков эскиз к теореме. Учащиеся разбираются в построениях. Большинство ясно представляет себе вспомогательные треугольники прямо по чертежу. Некоторые учащиеся, однако, обращаются к прибору. На вопрос: «зачем они это делают?», ответы таковы: 1) яснее; 2) интересно. Значит, строить так же интересно, как и представлять, воображать. Важно только, чтобы все эти виды развития человека давались в нормальных, гармоничных дозах; тогда наш ученик будет силен и в области абстрактных представлений и в условиях реальной действительности. Описанное пособие доступно всякой школе. В крайнем случае деревянный ящичек заменяется картонной коробкой, специальные спицы — обыкновенными вязальными спицами.

7. Наборы по геометрии

Среди комплектов пособий встречаются наборы, включающие конструкции как по планиметрии, так и по стереометрии. В авторских объяснительных записках такие коллекции именуются «Универсальными». Мы опускаем этот эпитет, как тенденциозный, но считаем необходимым выделить такой вид пособий в особую группу.

Конструированием наборов по геометрии занимаются многие учителя, методисты, инженеры. Приходится поражаться разнообразию и находчивости авторов!

Пособия по геометрии чаще всего предлагаются из металлических конструкций, из картона или из стекла.

Среди пособий названного типа мы опишем три набора: а) «Универсальная портативная модель по геометрии», автор Е. Терсков (Москва)*.

Главное достоинство модели в том, что иллюстрации конструируются по мере доказательства теоремы или по мере решения задачи, а не преподносятся учащемуся в окончательном виде. Небольшие размеры прибора, однако достаточно крупные, чтобы он был отчетливо виден с задних парт класса, позволяют преподавателю иметь его всегда при себе, в портфеле. Несложность его изготовления дает возможность учащимся самостоятельно приготовить такой же прибор и для себя.

Опишем детали прибора:

1) Один кусок картона (целлулоида) большого размера с отверстиями двух размеров.

2) Два листа меньшего размера.

*) Описание составлено по материалам Е. Терского.

Все пластины необходимо выкрасить в черный цвет, что-бы на них можно было писать мелом и стирать нанесенный рисунок.

3) Модель плоского угла (светло-коричневого или белого цвета).

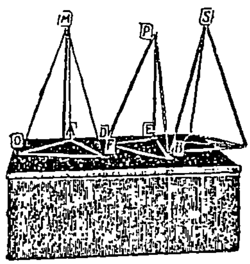
4) 6 палочек из упругого дерева.

5) Пластелин и мелкие детали (шнуры цветные, оканчивающиеся проволоками, латинский алфавит).

Пользование описанной моделью требует навыка в обращении с деталями ее и помощи «лаборантов», ибо собранные фигуры необходимо держать в руках. Эти условия создают известную связанность для учителя и неустойчивость самих построений. Набор Терского ценен портативностью, дешевизной, доступностью, простотой сборки, но его следует рассматривать, как подготовительный к более точным и совершенным конструкциям.

в) «Стереометрический» ящик — автор Бауер (Саратов). Ящик Бауера, хотя и называется стереометрическим, следует отнести к пособиям типа «наборы», ибо содержание его выходит за рамки одной стереометрии. В нем есть и модели по планиметрии и тригонометрический круг и т. д. Описываемый ящик играет двойную роль: с одной стороны он является местом хранения пособий, с другой, он служит станком для построения на нем фигур.

Приведем содержание пособия и изображения отдельных конструкций. (Фиг. 109).



Фиг. 109

Характерными особенностями набора являются довольно большое количество вопросов, иллюстрируемых им, и разборность отдельных громоздких моделей (например, каркасные тела). Такая конструкция позволяет складывать модели и убирать их в ящик.

Содержание ящика могло быть несколько уменьшено, за счет упрощения структуры пособий (например, каркасные модели сделать неразборными), а это освободило бы учителя от лишней работы по сборке, укладке и отысканию нужного пособия в ящике. Отличительной особенностью ящика является также наличие гнезд в крышке для укрепления металлических стержней. Эти отверстия дают определенную конфигурацию, согласованную с нынешним учебником и задачником. Однако, такая схема делает построение стабильным: если учителем при объяснении собрана фигура, то ученик при ответе смонтирует ее же, тогда как желательно варьирование одного и того же построения. Более ценными в педагогическом отношении являются конструкции оснований приборов в виде матов, в которые втыкаются заостренные стержни (Блюммель, Острейко, Теннер и др.). Это позволяет строить произвольные фигуры и разнообразить один и тот же сюжет.

с) Набор по геометрии
(Авторы П. Дорф, В. Кардашов)

В основе конструкции и содержания «Набора» лежит ряд принципиальных положений, изложенных во введении к книге. Целесообразно, однако, здесь привести некоторые дополнительные соображения:

1. В коллекцию набора следует включать детали, материалы, инструменты, с помощью которых учитель может собрать собственную модель, а не только предусмотренную конструкторами.

2. Показ моделей необходимо производить в условиях, дающих наибольшее зрительное воздействие на ученика. В этих целях ящик для хранения деталей набора полезно сконструировать так, чтобы крышка его служила демонстрационной площадкой.

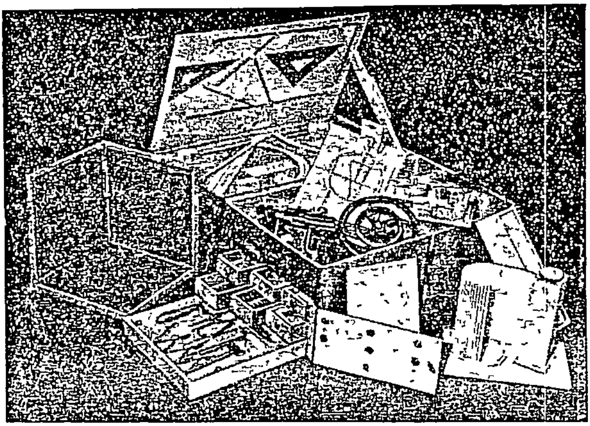
3. Многочисленность объектов набора и небольшие размеры ящика требуют строгой рационализации в размещении и хранении содержания набора. Для этого весь комплект рассортирован по особым отделениям, футлярам, гнездам.

4. Включение всех деталей и материалов в один ящик позволяет переносить набор из одного класса в другой.

5. Набор рассчитан для демонстрации некоторых образов планиметрии и взаимных положений точек, прямых и плоскостей, а также отдельных пространственных фигур.

Вся коллекция набора помещена в деревянный ящик (размером 70 × 40 × 30 см), который одновременно служит местом для хранения деталей и площадкой для монтирования моделей.

На снимке дан общий вид и содержание основного набора деталей ящика. (Фиг. 110).



Фиг. 110

Предлагаемый набор не ставит себе задачи дать тот или иной комплект пособий; его назначение — предоставить возможность педагогу или учащемуся сконструировать всякую нужную модель для иллюстрации геометрического образа. Из этих соображений в наборе имеется большое количество деталей, из которых можно монтировать пособия, постоянно варьируя комбинации и соотношения этих деталей.

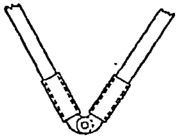
Опишем некоторые пособия.

1. Модели углов

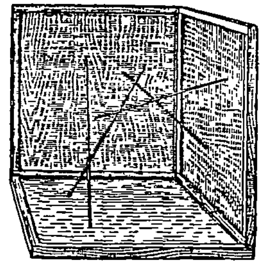
В крышке ящика размещены 6 образцов плоских углов. Это жесткие соединения двух деревянных штабиков. Внутри угла укреплен небольшой сектор, на котором выписан размер угла, а именно:
30°, 45°, 60°, 90°, 120°, 150°.

Штабики окрашены в канареечный цвет, а потому на фоне доски хорошо видны всей аудитории.

Углы, естественно, сперва демонстрируются на шарнирной модели, которая также может быть собрана из деталей набора. (Фиг. 111).



Фиг. 111



Фиг. 112

2. Чертежные классные инструменты

Обычные эскизы геометрических фигур на доске следует делать от руки, на-глаз. При относительно точных построениях принято пользоваться чертежными инструментами. Ходовые — классная линейка, треугольники, транспортир и др. обладают рядом недостатков. Все указания к конструкциям чертежных принадлежностей учтены в наборе данного пособия.

В наборе имеются размеченные с достаточной точностью образцы нониуса и верниера.

3. Шнуры для графиков

В наборе имеются в достаточном количестве разноцветные шнуры, резинки и небольшие гвоздики со шляпками.

Пусть, например, надо построить перед всем классом какой-либо график.

На доске чертится Декартова сетка (или берется доска, заранее размеченная). В нужных точках забиваются гвоздики и на них накидывается цветной шнур с оттягивающим грузом на конце. Из этих же шнуров может быть изготовлен отвес.

4. Шкалы

В процессе преподавания бывает полезно не только демонстрировать и анализировать готовые шкалы, но и производить самую разметку их.

Из этих соображений в коллекцию набора включены образцы шкал: с различным масштабом, логарифмические и др., а также и заготовки для шкал: круги, прямые бумажные линейки и пр.

5. Готовые модели

К набору приложены некоторые ценные модели, например: модель образования плоской и цилиндрической поверхности, поверхности вращения, которые было бы трудно строить из деталей.

Кроме того, собирание учителем модели, методический смысл которой в созерцании ее общего вида, — это лишняя работа.

Показ этих моделей рассчитан на условие темного фона, для его образования можно воспользоваться торфяными плоскостями набора или обыкновенной классной доской. Желательно модель осветить электролампой в параболическом рефлекторе.

6. Модели, собранные из деталей

Одной из основных деталей набора является складной трехгранный угол. Его плоскости образованы склеенными торфяными пластинами. Такая конструкция позволяет, с одной стороны, втыкать в эти плоскости спицы, а с другой, чертить на них мелом.

В собранном виде трехгранный угол показан на фиг. 112.

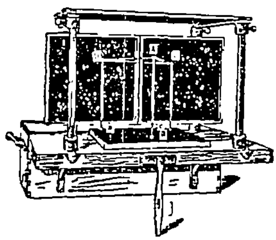
С помощью такого приспособления можно дать учащимся ряд полезных построений, которые затем будут ими зарисованы в тетрадях с натуры. Например: положение точки в пространстве.

На первых уроках учащиеся затрудняются в четком представлении положения точки в пространстве и в изображении ее на эскизе. Точка невольно сносится на вертикальную плоскость, тогда как по замыслу предполагается, что она впереди этой вертикальной плоскости. С целью сделать это представление наглядным перед учащимися устанавливается трехгранный угол и на его горизонтальной плоскости, перпендикулярно к ней, устанавливается металлический стержень. На верхнем конце его укрепляется шарик, который для большей видимости закрашивается в белый или канареечный цвет.

После такой демонстрации естественно зачертить положение точки.

На фиг. 113 собрана модель скрещивающихся прямых.

Два ярко окрашенных штабика имеют по концам особые петельки, в которые продеваются подвесы. Последние берутся разной длины, отчего штабики располагаются в различных плоскостях.



Фиг. 113

Большое значение имеет демонстрация ряда моделей, иллюстрирующих некоторую систему положений, например: определение положения плоскости в пространстве.

Известно, что 3 точки, не лежащие на одной прямой, определяют плоскость. Для иллюстрации этого берется стеклянная плоскость и подвешивается в 2 точках. Третья точка задается концом стержня, воткнутого в горизонтальную плоскость трехгранного угла. Перемещение плоскости вокруг оси, проходящей через первые 2 точки, до совмещения с третьей служит полезной и динамичной иллюстрацией определения положения плоскости. Попутно производится следующий эксперимент: берется шнур и закрепляется одним концом на гвозде, скажем, на рамке классной доски.

Если теперь другой конец шнура перемещать, например, по кромке стола (по прямой), то поверхность, образованная движением шнура, будет плоская. Таким образом, перед нами иллюстрация положений:

a) образование плоскости движением прямой,

b) прямая и точка вне ее определяют плоскость,

c) просто и наглядно монтируется в наборе теорема о 3-х перпендикулярах.

Длинный штабик изобразит наклонную, остальные элементы собираются либо из деревянных штабиков, из металлических стержней, либо из шнуров.

Проекции можно зачерчивать мелом на плоскости основания.

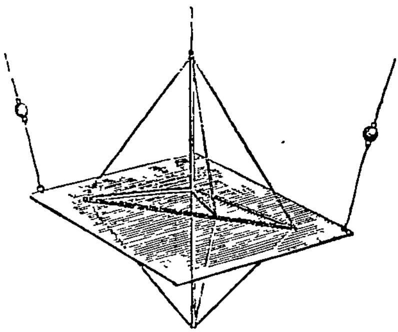
Собранная модель — снова объект для зарисовки эскиза с натуры, причем сборка модели происходит одновременно с выполнением чертежа на доске и в тетрадях.

d) В наборе имеются необходимые элементы для сборки моделей объемных фигур, например, прямоугольного параллелепипеда. Можно собрать рядом наклонную фигуру и показать в ней пересечение диагоналей и различные другие моменты, нуждающиеся в иллюстрации с помощью моделей. Заметим попутно, что все точки, требующие фиксации, отмечаются индексами в виде букв, алфавиты которых в достаточном количестве имеются в наборе.

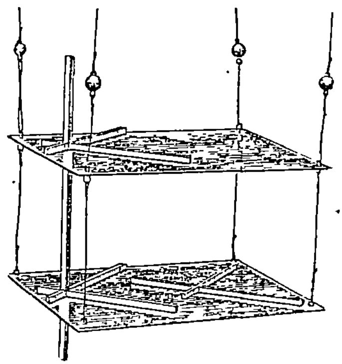
Теперь приведем несколько примеров моделей, собранных и подвешенных с помощью небольших деревянных блочков. Последние позволяют поднимать отдельные части модели или всю ее.

1) Модель теоремы о 2-х перпендикулярах (признак перпендикулярности прямой к плоскости).

В стеклянной плоскости просверливается 4 отверстия (сверло для стекол в наборе имеется). На стекло же, для большей видимости, наклеиваются желтые штабики на месте отрезков прямых. Шнурами показаны наклонные и перпендикуляры. Модель демонстрируется уже в собранном виде. Подвесные тяги позволяют расположить модель под некоторым углом к горизонту в положении, видимом всему классу. (Фиг. 114).



Фиг. 114



Фиг. 115

2) Признак параллельности плоскостей.

Все данные, необходимые для сборки и демонстрации модели, очевидны при рассмотрении фигуры 115.

3) Симметрия точки относительно плоскости.

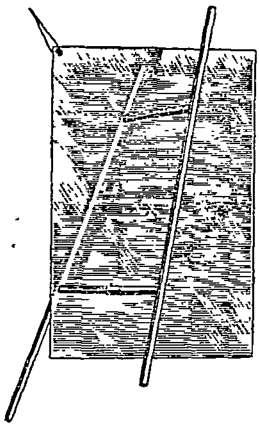
В стекле сверлятся 2 отверстия. Черный штабик имеет на концах 2 шарика, закрашенных в яркий светлый цвет. Штабик распиливается точно пополам. На одном конце делается отверстие, а на другом — металлический штифт. При соединении этих деталей сквозь стекло получаются 2 точки на равном расстоянии от плоскости, т. е. симметричные точки. (Фиг. 116).

7. Модели при решении задач

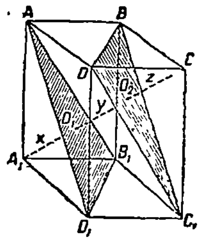
1. Задача № 306 из книги: «Задачник по геометрии» Б. Делоне и О. Житомирского.

«Построить прямую, проходящую через данную точку A пространства и пересекающую две данные прямые пространства».

Решение этой задачи опирается на общеизвестные учащимся положения:



Фиг. 116



Фиг. 117

Через точку и прямую можно провести только одну плоскость; две плоскости, имеющие общую точку, имеют и общую прямую; две прямые в плоскости либо пересекаются, либо параллельны.

И все же решение задачи вызывает большие затруднения в силу некоторой сложности конструкции. Обычно только отдельные учащиеся находят решение самостоятельно, большинство же пользуются объяснениями учителя, товарищей или решебника.

Мы утверждаем, что обращение к самостоятельному конструированию модели в этой задаче приведет многих учеников к правильному решению, к выполнению верного эскиза.

В процессе исследования решений задачи встанет вопрос о случае параллельности прямых.

Вариантом построения конструкции к задаче № 306 может быть взято построение на плоскостях трехгранного угла. Заданные прямые можно начертить мелом или прикрепить к плоскостям деревянные штабики, которые хорошо видимы при демонстрации.

Полезно поручить учащимся повторить решение этой задачи для нового расположения данных в пространстве, при чем в этом случае следует пользоваться уже только чертежом, без модели. Также хорошим закреплением разобранного материала могло бы быть самостоятельное решение задачи № 307 из той же книги.

№ 2. Решение задачи на доказательство из задачника Делоне и Житомирского № 326 (стр. 31).

«Показать, что две плоскости, проходящие через концы обоих ребер куба, сходящихся в концах диагонали куба, рассекают эту диагональ на три равные части».

Для разбора этой задачи полезно воспользоваться готовой каркасной моделью куба и в ней с помощью цветной резины изобразить нужные плоскости сечений, но расположить модель следует внутри трехгранного угла набора.

Модель получится примерно такая, как показано на фиг. 117.

Нетрудно подметить, что в тр-ке $AB_1Д_1$ точка O_1 — центр тр-ка.

Отсюда следует, что A_1O_1 — высота правильной пирамиды.

По тем же соображениям CO_2 перпендикулярна к плоскости $ВДС_1$.

Назовем части диагонали через X, У, Z.

Несложные вычисления показывают:

$$x+y+z=a\sqrt{3}$$
$$x=z=\frac{a\sqrt{3}}{3}$$
$$y=a\sqrt{3}-\frac{2}{3}a\sqrt{3}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$$

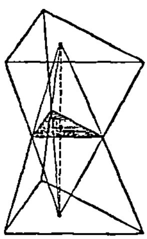
отсюда

$$x=y=z=\frac{1}{3}a\sqrt{3}.$$

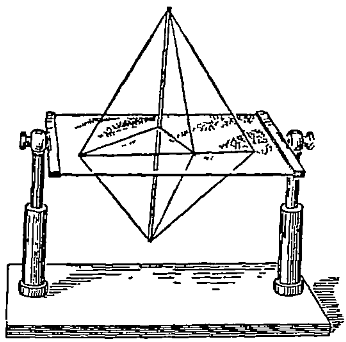
Задача допускает и другие чисто геометрические варианты решений. В случае, если в математическом кабинете нет готового каркасного куба, его нетрудно собрать из деревянных или металлических штабиков и кусочков пластелина для скрепления вершин.

3. Задача № 429 (стр. 40) на вычисление, из книги Делоне и Житомирского.

«Два одинаковых правильных тетраэдра с ребром А имеют общую высоту, но вершина одного лежит в центре основания другого, и наоборот. Стороны треугольников их оснований расположены попарно параллельно. Найти объем их общей части». Фиг. 118



Фиг. 118



Фиг. 119

Металлические стержни и картонные основания позволят собрать модель к даной задаче. С помощью же этой модели легче сделать эскиз и подметить:

а) сечение (авс) проходит через средину высоты, оно параллельно плоскостям оснований.

в) ребра малых тетраэдров $\frac{a}{2}$; высота $\frac{h}{2}$; площадь сечения

$$\frac{\left(\frac{a}{2}\right)^{2}\sqrt{3}}{4}$$

Откуда, общий объем

$$V=\frac{2\left(\frac{a}{2}\right)^{2}\sqrt{3}\cdot\frac{a}{2}\sqrt{2}}{4\cdot3\cdot\sqrt{3}}=\frac{a^{3}\sqrt{2}}{48}$$

8. Модель теоремы о перпендикулярности прямой к плоскости («Теорема о 2-х перпендикулярах»)

(Авторы П. Дорф, В. Кардашов).

Настоящая модель является наиболее популярной в практике преподавания стереометрии. Встречается она собранной на деревянном основании, на картоне; ее чаще всего можно найти среди самодельных моделей; все «универсальные» наборы и ящики иллюстрируют свое содержание возможностью конструировать именно эту модель. В одних случаях модель предлагается учащимся в готовом виде, в других — монтируется у них на глазах.

Мы считаем, что доказательство теоремы о перпендикулярности прямой к плоскости и построение чертежа должны вестись без всякой модели. Учащиеся владеют уже достаточным количеством представлений, чтобы суметь вообразить пространственную конструкцию фигуры к теореме по ее перспективному изображению, тем более, что чертеж делается с помощью цветных мелков, и анализ его является вполне посильным для учеников делом.

В заключение доказательства теоремы, с целью подтвердить, укрепить полученный образ фигуры полезно показать аудитории готовую, собранную модель. Лучше всего принести ее в класс и показать лишь в нужный момент урока.

Мы рекомендуем эту модель в следующем виде (Фиг. 119)

На стекле просверлены отверстия. В одно из них вставлен деревянный штабик (перпендикуляр), другие служат для цветных шнуров. Отрезки прямых на стекле, для большей видимости, даны наклеенными цветными штабиками.

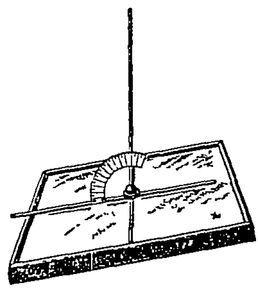
Конструкция на стекле с помощью зажимов (винтов), укреплена на стойках и на деревянной подставке. Подвижная связь модели со стойками позволяет поворачивать ее около горизонтальной оси, чем создается наилучшая видимость для каждой части класса.

9. Модель «Угол прямой с плоскостью»

(Автор Д. Маергойз, конструктор О. Василенко; Научно-исследовательский институт педагогики. Киев) (Фиг. 120)

На полированном планшете укреплен наклонный металлический никелированный стержень. Второй такой же стержень вращается в плоскости планшета.

Предлагаемая конструкция позволяет получить угол данной наклонной с любой прямой на плоскости.

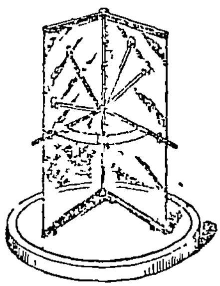


Фиг. 120

Демонстрация этой подвижной модели приводит к необходимости введения условия для понятия об угле прямой с плоскостью как об угле прямой с ее проекцией на плоскости. Двусторонний транспортир, прикрепленный к стержню на плоскости, наглядно показывает переменность угла наклонной с прямыми на плоскости и позволяет подметить, что угол наклонной с ее проекцией — будет наименьшим углом.

10. Модель двугранного угла и линейного угла в нем

(Автор Д. Маергойз, конструктор О. Василенко; Научно-исследовательский институт педагогики. Киев) (Фиг. 121)



Фиг. 121

Основная часть модели — двугранный угол, образованный стеклянными пластинами. Угол закреплен на подставке. В некоторой точке ребра шарнирно прикреплены два металлических никелированных стержня, которые составляют линейный угол. Стороны этого угла связаны раздвижным целлулоидовым транспортиром. Для фиксации стержней (перпендикулярно или наклонно к ребру двугранного угла) на стеклянных гранях имеются небольшие запонки (крючки).

Описанная конструкция позволяет наглядно выяснить и установить ряд основных положений, которые без модели затрудняют учащихся. Обычно учащиеся считают линейный угол, образованный перпендикулярами к ребру, наименьшим среди других углов между лучами, а также неосознанно принимают и заучивают определение линейного угла как угла между перпендикулярами к ребру. Для устранения указанных недоумений вырабатывается следующая методика демонстрации модели:

1. Строится линейный угол, наблюдателем производится отсчет и записывается на доске результат.

2. Сохраняя положение одного стержня, другой поднимается; при этом легко увидеть, что транспортир раздвигается, т. е. угол растет. Подтверждается это и записью отсчета.

3. Если теперь поднимать первый стержень, то угол уменьшаясь, может стать равным первоначальному.

4. Перемещая оба стержня, получаем уменьшение угла до 0°, когда стержни совпадают с ребром.

Такими передвижениями стержней демонстрируется переменность величины угла, образованного прямыми в гранях двугранного угла с вершиной на ребре его. Назначение линейного угла — служить мерой двугранного — обязывает выбрать за таковую постоянную величину, а именно: линейный угол в плоскости, перпендикулярной к ребру. Его величина и находится в взаимно однозначном соответствии с величиной двугранного угла.

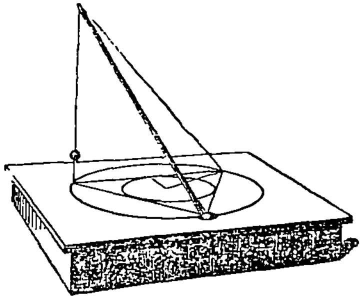
11. Набор моделей трехгранных углов

Представление о трехгранном угле вырабатывается у учащихся не сразу, и в неполном виде. Это чаще всего трехгранный угол, состоящий из плоских прямых углов. Конкретизация вопроса сводится обычно к показу трехгранного угла на потолке (на полу), вследствие чего учащиеся не узнают трехгранных углов общего вида, ибо они не похожи на показанные в классе. Предлагается при объяснении и зарисовках на доске (в тетрадях) иметь перед глазами трехгранные углы, которые будут играть роль натуры.

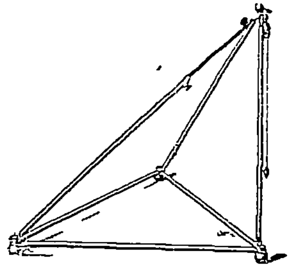
Следует показать металлический трехгранный угол, который надевается на угол каркасной модели призмы. Такая демонстрация знакомит с образом угла и связывает его с конструкцией фигуры, призмы.

12. Модель для иллюстрации видов пирамиды и элементов в ней

(Автор К. Есаев, Москва) (Фиг. 122).



Фиг. 122



Фиг. 123

Модель представляет из себя трехгранную пирамиду, основание которой помещено на верхней крышке ящика; одно ребро пирамиды — металлический никелированный стержень, два других — резиновые шнуры; высота изображается отвесом. Конец металлического ребра скреплен шариком, помещенным в особое гнездо основания. С помощью гайки под доской шарик может быть затянут в любом положении. При этих условиях ребру пирамиды можно придать разные наклоны, благодаря чему пирамида принимает различные виды. Это обстоятельство чрезвычайно важный фактор, ибо оно позволяет показать ученику все многообразие формы, а не один — два типа фигуры, которые только и успевает учитель изобразить на доске. Дополнительными резинами могут быть показаны на пирамиде апофема, а на крышке вместе с треугольником основания пирамиды начерчены вписанный и описанный круг. По использовании модели все детали прибора убираются в ящик.

13. Подвижная каркасная модель пирамиды

(Автор Юрков, Москва, конструкция Отдела наглядных пособий Ин-та школ НКПроса)

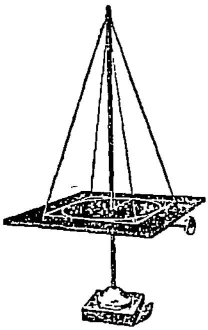
Наиболее совершенным типом подвижной шарнирной модели служит предлагаемая каркасная модель пирамиды.

Каждое из ребер пирамиды (фиг. 123) представляет из себя пару никелированных металлических трубок, вставленных одна в другую. Благодаря этому ребра могут удлиняться, укорачиваться. Во всех вершинах основания применены шарнирные соединения, а в вершине пирамиды дан шарик. Предлагаемая конструкция позволяет свободно трансформировать фигуру в пирамиду с гранью и ребром, перпендикулярным к основанию и в пирамиду, вершина которой проектируется вне основания пирамиды. Высота показана отвесом, апофема сечения — резиновыми шнурами и т. п. Пирамида может быть обращена в модель параллелограмма с двумя диагоналями. Пользование такой моделью при изучении пирамид создает правильное представление: упоминание о пирамиде будет ассоциироваться в сознании учащегося со всем множеством видов фигуры. В условиях подобных представлений решение задач, (особенно на построение), доказательство теорем будут значительно облегчены; рассуждения будут вестись в более общем виде; в результате создается необходимое развитие геометрического кругозора.

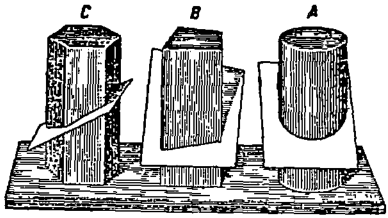
14. Модель пирамиды с переменной высотой

(Автор К. Есаев, Москва)

Модель состоит из металлической стойки на деревянной подставке. Деревянный квадрат образует основание пирамиды и, благодаря отверстию в центре, может перемещаться вдоль металлической стойки. Стопорный винт, укрепленный под доской, позволяет фиксировать положение основания пирамиды на желаемой высоте. На доске основания вычерчен квадрат и вписанный круг; в вершинах квадрата имеются отверстия. Отверстия просверлены также на верхнем конце стержня. Ребра пирамиды образованы резиновыми шнурами, продетыми в отверстия. На фиг. 124 показано, как можно постепенным перемещением изменять высоту пирамиды.



Фиг. 124



Фиг. 125

Основное назначение модели — это демонстрация зависимости объема пирамиды от высоты. Обычно эти зависимости, выраженные только формулами, не вызывают живого образа в сознании учащегося; наличие описанного пособия поможет этому. Кроме того, моделью можно воспользоваться при выяснении понятий о переменных и постоянных величинах, а также о функциональной зависимости между величинами.

15. Сечения тел

а) Сечения тел плоскостью (Автор Р. Н. Богданов, Москва).

Отыскание сечений тел следует отнести к наиболее интересным, ценным, но трудным сторонам геометрического образования.

Найти сечение — это значит: определить фигуру сечения, затем найти размеры ее по отношению к размерам самого тела и вычислить размер площади сечения. Сумма этих задач требует от учащегося наличия пространственных представлений, известного развития воображения, знания фактов геометрии, умения выбрать нужные данные и умения произвести расчет по формулам с учетом указаний о точности.

Р. Н. Богданов внес ценное рациональное предложение. Чтобы усилить впечатление от сечения тела плоскостью, он предложил вставлять в место разреза тела ровный, гладкий, плотный лист бумаги. На такой секущей плоскости можно обвести контур фигуры сечения, и тем облегчить зрителям представление о сечении (Фиг. 125).

Тела взяты из малого набора, распил произведен лобзиком с тонкой пилочкой, а затем, для удобства демонстрации и хранения, тела помещены на небольшой деревянной подставочке с вырезанными по форме тела гнездами. Простая, удобная, полезная модель.

в) Модели сечения тел плоским стеклом. (Авторы П. Дорф и В. Кардашов).

Основная особенность этого набора заключается в том, что его модели позволяют проследить весь процесс образования сечения. Комплект состоит из трех сечений куба, сечений параллелепипеда, цилиндра, конуса, усеченных тел, шара. Демонстрировать, разумеется, следует 2—3 простых сечения, 1—2 более сложных, а затем поручить учащимся отыскивать сечения тел, опираясь лишь на чертеж. Известный излишек моделей в наборе рассчитан на возможность для учителя разнообразить свои уроки в различных девятых классах.

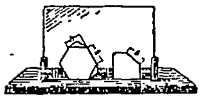
Весь набор помещен в ящике (Фиг. 126).

Фиг. 126

Методика демонстрации моделей складывается из следующих моментов:

1) На деревянной подставке сложенные части тела дают контур тела в целом виде;

2) в прорез тела и в пазы стоек вставляется стекло (производится сечение тела плоскостью). Необходимый наклон телу, когда он нужен, придается с помощью подкладок.

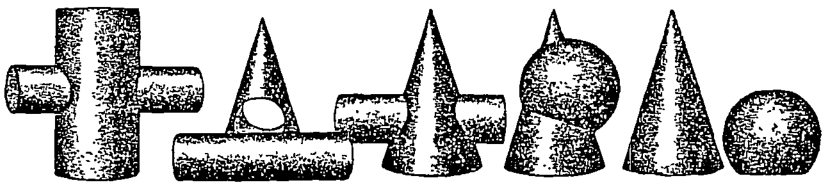


Фиг. 126

3) Одна часть тела снимается. Перед учащимися секущая плоскость (прозрачная), за ней фигура сечения.

Особенно эффектно и убедительно на модели сечение куба плоскостью через средину диагонали, перпендикулярно к ней.

с) Сечение тел поверхностями (Фиг. 127).



Фиг. 127

Изучение указанных сечений выходит за рамки курса средней школы, но демонстрация моделей таких сечений, зарисовка их обязательна. Это расширит круг сведений учащихся за пределы лишь плоских сечений.

d) Т р е х г р а н н а я   п р и з м а,   р а с с е ч е н н а я   н а   т р и   р а в н о в е л и к и х   п и р а м и д ы.

Распространенная деревянная модель встречается двух размеров. Ценнее больший. Модель небходима, она значительно облегчает конструктивное построение, на которое опирается вывод формулы вычисления объема пирамиды. Пользование моделью, очевидно, сопровождается построением чертежа и веденпем доказательства.

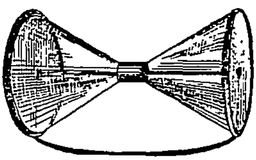
e) Т р е х г р а н н а я   у с е ч е н н а я   п и р а м и д а,   р а с с е ч е н н а я   н а   т р и   п и р а м и д ы.

Модель построена по типу предыдущей. Ее назначение двояко: в случае вывода формулы для объема усеченной пирамиды из геометрических предпосылок, модель будет полезной иллюстрацией к чертежу. Если же искомый объем получен аналитически, как разность объемов двух полных пирамид, то демонстрация модели будет целесообразной, как иллюстративное подтверждение формулы.

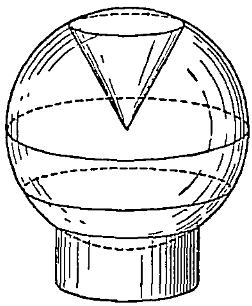
f) К о н у с   с   ч е т ы р ь м я   с е ч е н и я м и.

Деревянная модель конуса с плоскими сечениями, дающими кривые второго порядка: окружность, эллипс, параболу, гиперболу. Глубоко поучительная модель, обобщающая и расширяющая знания учащихся. Модель предназначена для рассмотрения на уроках и более пристального изучения в кружковой работе.

g) С т е к л я н н ы й   к о н у с,   н а п о л н е н н ы й   ж и д к о с т ь ю,   д л я   д е м о н с т р а ц и и   п л о с к и х   с е ч е н и й (Фиг. 128).



Фиг. 128



Фиг. 129

Прибор состоит из полного конуса, составленного из двух полых половин. Обе соединенные воронки разделены дном, а соединены гутаперчевой трубкой, введенной близ оснований конусов. Через трубку вливается (меньше одной половины конуса) подкрашенная жидкость, поверхность которой изображает секущую плоскость, а контур — линию сечения поверхности конуса плоскостью. В зависимости от угла наклона получится на модели: окружность, эллипс, парабола. При дальнейшем наклоне часть жидкости по трубочке перейдет во вторую половину конуса и образует гиперболу.

По этому же принципу можно проследить за сечением цилиндрического сосуда (мензурки, банки, графина) поверхностью налитой жидкости при различных наклонах.

h) Шар с сечениями (Фиг. 129).

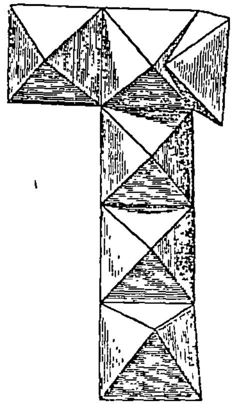
Деревянная модель шара на цилиндрической подставке с двумя плоскими сечениями (экваториальным и параллельным широтным) и одним сечением, образующим шаровой сектор.

Модель знакомит с формой шара и его частей: шарового пояса, сектора, сегмента, а также показывает круги сечений.

16. Кубы Küster'a (Фиг. 130).

В практике школы употребляется набор деревянных кубов Küster'a рассеченных на: a) две призмы, b) три пирамиды и c) шесть пирамид.

Модели представляют большую ценность, знакомя учащихся с возможностью составления своего рода объемных выкроек из куба. Это поучительно, это интересно, развивает пространственное представление и знакомит со свойствами фигур. На моделях Küster'a конкретизируются символы, входящие в формулы для вычисления объемов. На этих кубах подтверждается справедливость общих формул для частных случаев. В младших классах кубом, рассеченных на пирамиды можно воспользоваться для объяснения формулы объема пирамиды.



Фиг. 130

$$6V = a^3 = a^2 . 2h\left(\text{где } h = \frac{a}{2}\right);$$

$$V = \frac{a^2\,2h}{6}; \quad V = \frac{a^2h}{3}$$

Где V — объем пирамиды, a — сторона основания куба, h — высота пирамиды.

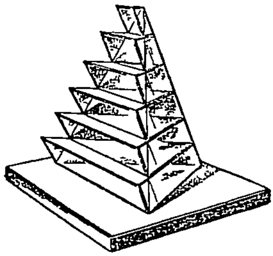
Модели Küster'a сделаны из твердых пород дерева, соединены в швах прочной тканью. Размер их рассчитан на индивидуальное пользование. В виду того, что пособие это должно быть демонстрационным, целесообразно увеличить ребро куба до 20 см, а самые модели сделать из картона. Это значительно увеличит ценность пособия и удешевит стоимость набора.

17. Пирамида с входящими и выходящими призмами

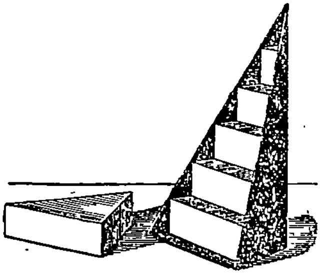
(Конструкция Отдела наглядных пособий Ин-та школ НКПроса)

Среди анализируемой группы пособий, помогающих ученику вникнуть в строение фигуры, видное место следует отвести модели пирамиды, составленной из призм. В практике школ и организаций, занимающихся учебными пособиями по математике, можно встретить различные варианты модели для иллюстрации теоремы о равновеликости пирамид. Приходится учитывать, что трудный сам по себе вопрос сопряжен с сложным пространственным построением — входящих и выходящих призм. Наиболее эффективным методическим приемом изучения этой теоремы будет черчение эскиза к теореме на доске при наличии модели перед глазами учащихся. В этих условиях происходит естественный процесс зарисовки с натуры, пусть даже с некоторой помощью учителя. Среди моделей на эту тему укажем два типа их:

1. Статический тип, например, стеклянная конструкция Украинского исследовательского ин-та педагогики (фиг. 131).



Фиг. 131

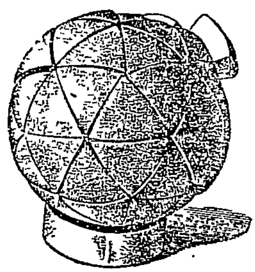


Фиг. 132

2. Разборная модель конструкции Ин-та школ НКПроса (Фиг. 132). Последняя модель состоит из жесткого трехгранного угла, который представляет пирамиду без одной грани. В пирамиду вкладывается деревянный ступенчатый набор призм, из которого отделена одна нижняя призма.

Когда вложены все призмы модель изображает выходящие призмы; стоит вынуть нижнюю призму — получается фигура пирамиды с входящими призмами. Помимо конструктивной ценности такой трансформации, процесс этот вполне следует структуре доказательства теоремы, где как раз требуется обосновать, что разность сумм объемов тех и других призм равна одной нижней призме. Таким образом, деревянная модель нагляднее (стеклянные вкладыши в стеклянной пирамиде не всегда хорошо видимы), она во много раз проще (а потому дешевле), она разборная и в своем построении следует схеме логического доказательства.

18. Шар с вкладышами в виде пирамид со сферическими основаниями (Фиг. 133)



Фиг. 133

Картонный шар, разборный. Ячейки его представляют из себя пирамиды со сферическими основаниями. Часть пирамид объединены в одну группу фигур, склеенных по ребрам.

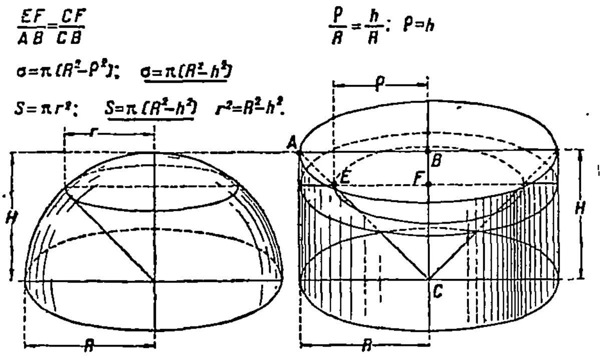
Модель предназначена для иллюстрации состава шара из пирамид при выводе формулы объема шара. Без этой иллюстрации учащимся трудно сосредоточиться на вопросах исследования характера переменной (сумма объемов пирамид), так как ученики неясно представляют себе форму этих пирамид и способ заполнения ими шара. Краткая демонстрация модели направляет воображение ученика по правильному пути. Для упрощения (удешевления) модели целесообразно сделать разборными лишь две секции: одну из отдельных пирамид, другую из связанных в группу.

19. Шар с сечениями для определения его объема на основании принципа Кавальери

В современной методике не пользуются этим принципом для основного вывода формулы объема шара, но было бы большим упущением не познакомить учащихся с принципом Кавальери в приложении к выводу формулы объема шара, ибо он богат геометрическими положениями и интересными преобразованиями. Анализ этого метода смело заменит ряд решений некоторых задач.

Для постановки вопроса и вывода формулы необходимо использовать демонстрацию специально рассеченного шара (Фиг. 134).

Пособие состоит из деревянных моделей: полушара, цилиндра с конической впадиной; конуса, точно входящего в эту впадину. При чем радиус шара равен радиусу основания цилиндра, и каждый из них равен высоте цилиндра.



Фиг. 134

Назначение прибора показать, как можно вычисление объема шара заменить вычислением объема равновеликого ему цилиндра с конической выемкой.

Схематически необходимые вычисления в связи с формой деталей пособия складываются так:

Площадь сечения полушара на высоте h, $S=\pi r^2=\pi(R^2-h^2)$ (1)

Площадь сечения кольца цилиндра „ $S_1=\pi(R^2-\rho^2)$ (2)

$\triangle ABC$ — равнобедренный ($AB=BC$) и

$\triangle ABC \sim EFC$ ($EF \parallel AB$), поэтому $\triangle EFC$ также равнобедренный.

$\triangle EF=FC$ или $\rho=h$

Формула (2) примет вид $S_1=\pi(R^2-\rho^2)=\pi(R^2-h^2)$ (2[1])

Сравнивая формулы (1) и (2[1]) приходим к выводу, что площади сечений равны, $S=S_1$.

Указанное наблюдение позволяет применить к данным двум телам принцип Кавальери. Действительно, оба тела с равновеликими основаниями, равными высотами имеют равновеликие сечения на одинаковых высотах, а потому могут быть приняты равновеликими.

$$^1/_2 V \text{ шара} = V \text{ цилиндра} - V \text{ конуса}$$

$$V_ц = \pi R^2 R = \pi R^3;$$

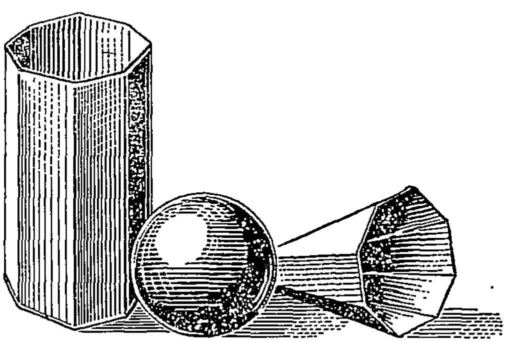
$$V_к = \frac{1}{3}\pi R^2 R = \frac{1}{3}\pi R^3;$$

$$\frac{1}{2} V_ш = \frac{2}{3}\pi R^3;$$

$$V_{шара} = \frac{4}{3}\pi R^3;$$

Модель показывается, анализируется одновременно с составлением чертежа и ведением доказательства.

20. Набор — «Тела Архимеда» (Фиг. 135)



Фиг. 135

В набор под таким названием входят модели трех тел из тонкой крашеной жести: цилиндр, конус, шар.

Тела — полые и обладают следующими свойствами; диаметр шара равен диаметрам оснований цилиндра и конуса, высота которых также равна диаметру. Конус сделан без основания, а цилиндр с одним основанием. Шар составной, состоит из двух полушарий.

При указанных условиях получаем:

Количество воды (песка), которое помещается в цилиндре, как раз заполняет шар и конус, т. е. опытным путем подтверждается положение, что объем шара при этих данных есть разность объемов цилиндра и конуса

$$V \text{ цилиндра} = \pi R^2 2R = 2\pi R^3,$$

$$V \text{ конуса} = \frac{1}{3}\pi R^2 2R = \frac{2}{3}\pi R^3;$$

$$\text{тогда } V \text{ шара} = V_ц - V_к = 2\pi R^3 - \frac{2}{3}\pi R^3;$$

$$V \text{ шара} = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

Модель может быть применена как в V классе при прохождении пропедевтического курса геометрии, так и в старших классах, где ее полезно показать, как частный случай взаимоотношения названных трех тел. В 9—10 классах, разумеется, самый опыт не производится.

21. Развертки тел

(Авторы П. Дорф, В. Кардашов)

Развертки геометрических тел совершенно заслуженно занимают большое место при изучении стереометрии.

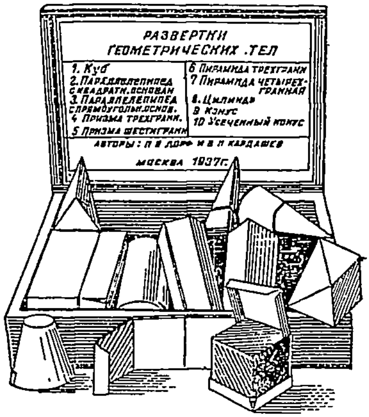
Тело своей поверхностью отграничивается от остального пространства, поэтому при рассмотрении вопроса о форме приходится возможно детальнее знакомиться с поверхностью тела. Кроме того, школьный предмет геометрии в значительной степени заполнен метрическими вопросами: измерениями и вычислениями по формулам, поэтому развертки тел должны встретить к себе серьезное отношение и интерес, как со стороны знакомства с формой, так и со стороны приложения алгебры к геометрии.

Существующие в продаже развертки тел не соответствуют поставленным задачам. Они грубо сделаны из толстого картона, грани разъединены широким матерчатым швом, они не связаны с самим телом. Все эти факты плохо вяжутся с представлением о двухмерности поверхности, о линии соединения граней, как неимеющей толщины, о том, что развертка есть слепок поверхности, поэтому естественно показывать вместе с моделью поверхности и само тело.

В целях приближения модели к геометрическому образу здесь предлагается следующий набор разверток. (Фиг. 136).

Развертки образуются внутренней поверхностью прокрашенной светлой краской тканью, скрепленной с самим телом. Ребра на ткани тонко прочерчены тушью. За набор тел принят, так называемый, малый набор (из 7 тел).

Комплект таких разверток является демонстрационным пособием в руках учителя при выяснении основных моментов учения о развертках, а затем модели набора вместе с масштабной линейкой передаются ученику для проведения практической работы по измерению и вычислению боковой и полной поверхности.



Фиг. 136

В наборе 7 тел, значит, 1 набор может обслужить 7 учеников; для общей работы всего класса понадобится несколько наборов, что вполне возможно в виду простоты изготовления и небольшой стоимости набора.

22. Стеклянные модели к задачам по стереометрии

При изучении стереометрии наибольшие затруднения у учащихся вызывают построения сечений, образование поверхности движением и анализ положений одной фигуры в другой. Происходит это потому, что в запасе знаний и представлений нет подобных образов; мало дает этого и небольшой опыт практической жизни.

Отсюда возникает острая нужда в моделировании сюжетов стереометрии, встречающихся, главным образом, в задачах.

Лучшим материалом для моделей такого рода следует признать стекло, которому легко придать правильную форму, оно прозрачно. Среди опытов по изготовлению стеклянных моделей назовем работы Украинского Научно-Исследовательского Института Педагогики, который дал интересный по содержанию и прекрасный по оформлению набор.

Остановимся на некоторых образцах этого набора.

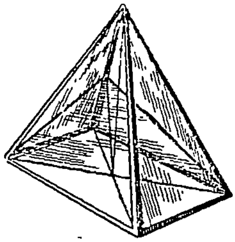
1. Правильная четыреугольная пирамида с сечением в форме треугольника

Поводом к построению этой модели послужила задача № 24 § 3 из задачника Рыбкина.

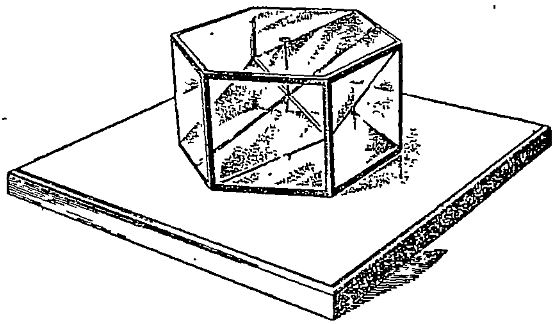
«В правильной четыреугольной пирамиде провести плоскость через диагональ основания параллельно боковому ребру. Сторона основания равна а, боковое ребро равно в. Определить площадь сечения».

При решении задачи важно не только получить верное решение, но и познакомиться с процессом образования сечения, научиться определять положение линий сечения граней фигуры секущей плоскостью, научиться делать чертеж, научиться обосновывать свои предположения относительно формы сечения и его размеров. На первых порах, без учителя, эти процессы непосильны для среднего ученика, ему нужно помочь; и лучшей помощью будет показать на модели то, что соответствует в действительности тексту задачи.

Такое конкретное изображение даст нужное восприятие и послужит натурой для составления эскиза к задаче. Первой моделью должна быть модель к несложной задаче, чтобы при ее анализе у ученика остались силы и внимание на изучение самого образования сечения. Всем намеченным условиям удовлетворяет предлагаемая модель (фиг. 137).



Фиг. 137



Фиг. 138

На полированном планшете (иногда покрытом стеклом) приклеена стеклянная четыреугольная пирамида. Плоские треугольники граней склеиваются особым клеем *), а кроме того скрепляются узкими полосками плотной черной бумаги.

Плоскость сечения дается цветным стеклом, что придает модели большую наглядность.

Рассматривая описанную модель, учащийся поставит перед собой и разрешит ряд вопросов:

1) Почему линия сечения грани прямая?
2) Почему две таких линии пересекутся в одной точке?
3) Почему треугольник сечения равнобедренный?
4) Почему его медиана параллельна ребру?
5) Наконец, как определяются основание, высота сечения и его площадь?

В дальнейшем вся эта работа будет происходить в воображении учащегося и будет опираться лишь на чертеж, но изучать последовательность такого анализа и синтеза задачи полезно на модели, особенно на стеклянной.

2. Шестиугольная призма с сечением в виде шестиугольника

«Внутри правильной шестиугольной призмы, у которой боковые грани — квадраты, провести плоскость через сторону нижнего основания

*) Для склеивания конструктор В. Кардашов рекомендует «рыбий» клей, который применяется в виноделии. Конструктор О. Василенко описывает в брошюре Д. М. Маергойза «Наочне приладдя з математики» (изд. «Радяньска школа», 1939 год) рецепт клея: свежий творог, нашатырный спирт. Смесь растирается до [illegible] обработка стекла.

и противоположную ей сторону верхнего основания. Сторона основания равна a.. Определить площадь полученного сечения». (§ 3 № 382, задачник Рыбкина). (Фиг. 138).

Основанием обращения к модели явилась известная сложность конфигурации самого тела и многоугольника сечения.

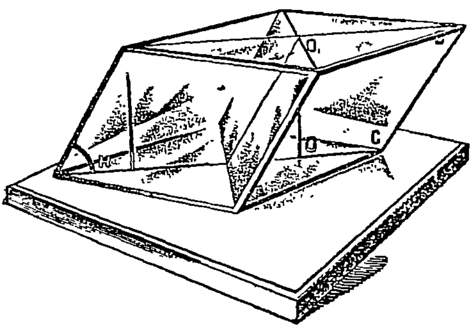
На стандартном для этих моделей планшете закреплена стеклянная призма, в которой искомое сечение дано цветным стеклом.

Необходимо отметить, что модель отнюдь не решает задачи, она лишь конкретизирует условие ее. Целесообразно не сразу после чтения задачи показывать модель, а предложить учащимся зачертить ее самостоятельно. Такая последующая демонстрация для одних учеников явится подтверждением их предположений, для других — послужит поводом для правильного построения чертежа. Последний ведь не будет копированием модели.

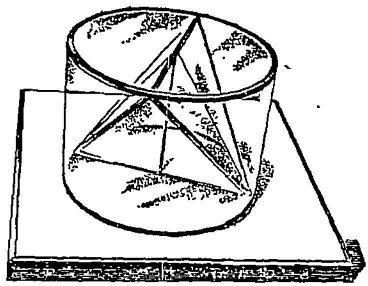
В последующем анализе задача сведется к определению положения сторон шестиугольника сечения, прохождения их через средину ребер и решению необходимых треугольников.

3. Наклонный параллелепипед с диагональным сечением в виде прямоугольника

«Основанием наклонного параллелепипеда служит ромб ABCD, в котором $\angle BAD = 60^\circ$; боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом в 60°, и плоскость AA_1C_1C перпендикулярна к плоскости основания. Доказать, что площади сечений BB_1D_1D и AA_1C_1C относятся как 2 : 3» (§ 7, задача № 15, Рыбкин). (Фиг. 139).



Фиг. 139



Фиг. 140

Предлагаемая в задаче фигура содержит определенные конструктивные трудности, которые следует разобрать при помощи модели. Действительно, искомые два диагональные сечения представляют из себя:

AA_1C_1C — параллелограмм в диагональной плоскости, перпендикулярной к основанию;

BB_1D_1D — прямоугольник, но в плоскости, наклонной к основанию параллелепипеда.

После разбора фигуры на модели, построение чертежа и решение задачи (с доказательством) представит еще достаточный интерес и содержание. Без модели анализ задачи такого типа мог бы оказаться непосильным для учащихся.

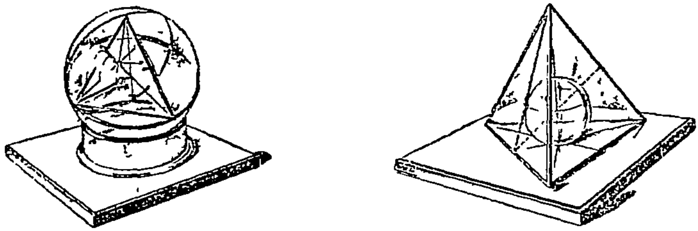
В подобных же иллюстрациях нуждаются следующие задачи:

4. Тетраэдр, вписанный в цилиндр

«В цилиндр вписан правильный тетраэдр так, что два его противоположных ребра служат диаметрами нижнего и верхнего оснований цилиндра. По ребру тетраэдра определить объем цилиндра». (Фиг. 140).

Модель поможет в представлении столь специального расположения тетраэдра внутри цилиндра. После этого учащийся сведет отыскание высоты цилиндра к определению высоты треугольника, составленного ребром тетраэдра и двумя его апофемами.

5. Шар, вписанный в правильный тетраэдр, и правильный тетраэдр, вписанный в шар (Фиг. 141)



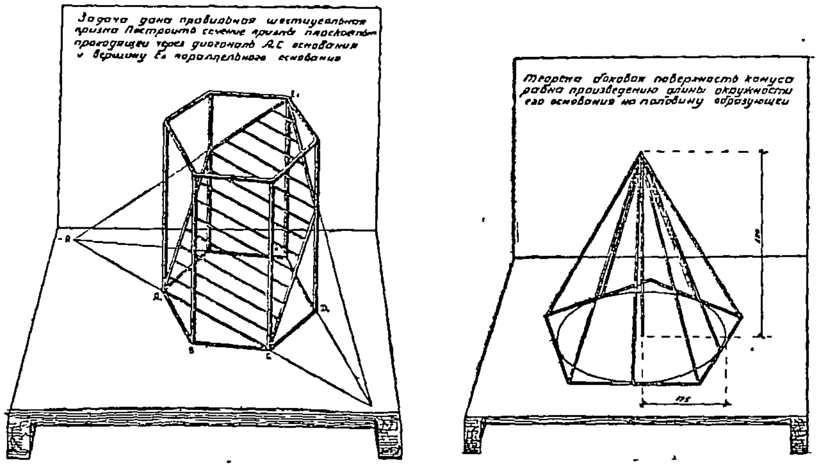
Фиг. 141

Обе модели представляют большую ценность. Глядя на них, делая чертеж с натуры, учащиеся ясно представят себе эту сложную взаимную связь шара и правильного тетраэдра.

23. Каркасные металлические модели к задачам по стереометрии

Каркасные модели к задачам значительно уступают в наглядности только что описанным стеклянным моделям. Они находят себе приложение в задачах, где речь идет о построениях отдельных отрезков прямых, а не фигур в целом, но и в этих случаях интереснее пользоваться различными стереометрическими ящиками, построение на которых можно варьировать, тогда как каркасная модель есть нечто статическое.

Приведем в качестве образцов две каркасные модели (Фиг. 142).



Фиг. 142

1-я модель к задаче «В правильной шестиугольной призме построить сечение плоскостью, проходящей через диагональ A_1C_1 и вершину E_2 верхнего основания».

Пособие наглядно и удобно для зарисовок.

2-я модель к теореме о боковой поверхности конуса.

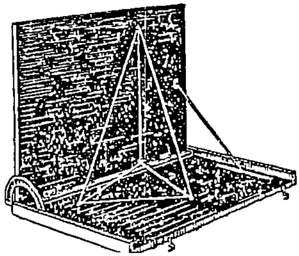
24. Двугранный угол для построения фигур к задачам по стереометрии

(Автор т. Вознесенская, Москва)

Конструкция Отдела наглядных пособий Ин-та школ НКПроса

(Фиг. 143).

Прибор состоит из деревянного двугранного угла, величина которого измеряется транспортиром. Грани модели скреплены крючком. Транспортир сделан выдвижным, что позволяет убирать его внутрь прибора. Обе плоскости угла снабжены крючочками, за которые при построении фигур зацепляются резиновые шнуры.



Фиг. 143

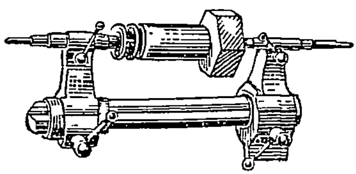
25. Модели к прикладным вопросам геометрии

Производственная практика представляет большое количество примеров для приложения математических сведений к объяснению тех или иных технических установок и операций.

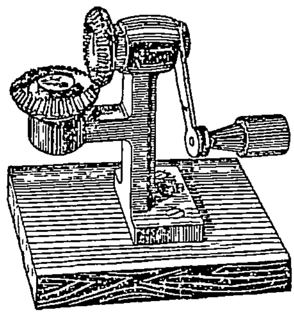
Эти вопросы не могут быть включены в текущую работу над математической темой, ибо они своей формой и содержанием будут отвлекать внимание учащихся от основного материала. Прикладным вопросам место в момент повторения и завершения материала темы. Здесь их включение заострит интерес учащихся и приучит применять свои знания на практике.

Содержание прикладных вопросов разнообразно; мы назовем несколько моделей, связанных с ними:

а) цилиндрический валик в центрах токарного станка. (Фиг. 144).



Фиг. 144



Фиг. 145

На модели показан случай совпадения двух прямых в пространстве: линия центров и ось изделия.

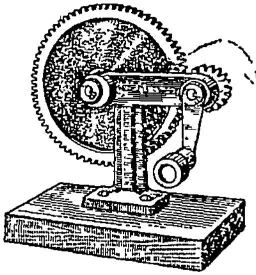
в) коническая зубчатая передача. (Фиг. 145).

Правильная работа зубчатого конического зацепления зависит в частности от правильного пересечения осей зубчаток (иллюстрация пересечения двух прямых в пространстве).

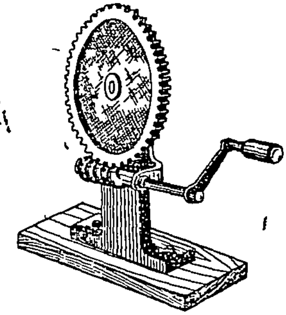
с) цилиндрическая зубчатая передача. (Фиг. 146).

Модель иллюстрирует параллельность двух прямых в пространстве.

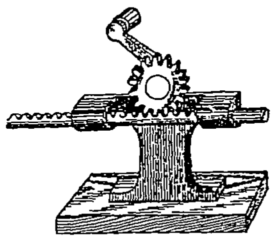
Сюда же можно отнести вопрос: почему иногда соскакивает велосипедная цепь?



Фиг. 146



Фиг. 147



d) червячная передача. (Фиг. 147).

На такой передаче демонстрируются скрещивающиеся прямые: оси червяка и зубчатого колеса.

е) поверка плоскостей (плит).

Поверка плоскостей производится прикладыванием к ним в различных направлениях образцовой линейки. Если зазоров (просветов) при этом нет — плоскость правильная. Для учащихся же в этом приеме — повод восстановить представление о связи прямой с плоскостью. Более точный способ такой проверки — это прикладывание испытуемой плиты к образцовой, которая покрыта суриком. Если исследуемая плоскость правильная, она ровно покроется краской; нет — неровности окраски укажут неровности поверхности. (Пример: золотниковая коробка).

Сами нормативные (образцовые) плоскости проверяются не на одной контрольной плите, а на двух. Действительно, такой процесс можно оправдать.

Пусть плоскость А — испытуемая.

Пусть плоскость В — образцовая.

Если сама образцовая плоскость В имеет, например, выпуклость, а испытуемая А такую же вогнутость, то при наложении они дадут ровную покрытость плоскости А краской.

При проверке плоскости А на двух нормативных В и С такая случайность исключена.

Решение подобных вопросов строительной практики, электротехники и других специальностей значительно углубляют знания учеников, воспитывают в них чувство большей ответственности за школьные знания и делают учащихся не безрукими при столкновении с практическими вопросами.

26. Стереоскопические картинки по стереометрии

В практике школ встречаются стереоскопические картинки по стереометрии.

Содержание картинок — иллюстрация к теоремам и некоторым задачам.

Принцип стереоскопии на сюжетах геометрии дает большую образность: пространственные фигуры ясно показывают свою объемность. В этом отношении стереоскопические изображения имеют равную ценность с моделями.

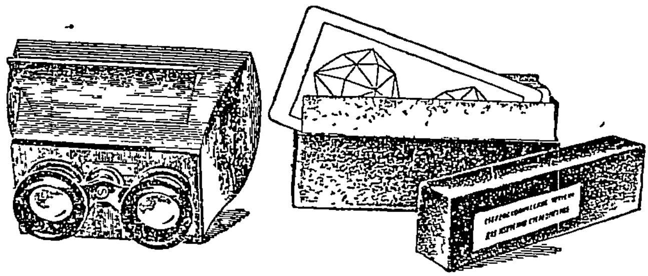
Из старых изданий стереоскопических карточек следует признать наилучшими издание Брокгауза и Эфрона.

В нем имеется большое количество хорошо выполненных иллюстраций.

В последнее время Учпедгизом выпущено новое издание стереоскопических карточек, которые продаются вместе со стереоскопом.

27. Стереоскоп

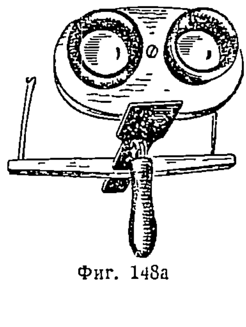
На фиг. 148 показан очень хороший зеркальный стереоскоп, карточка в нем вставляется в особый прорез; после этого в верхней части прибора приподымается зеркальце. Прибор помещается так, чтобы



Фиг. 148

свет из окна или от лампы падал на зеркало, поворотом которого добиваются освещения картинки. Далее, вращением особой кремальеры устанавливается расстояние наилучшей видимости («наводят на фокус»). В этих условиях получается отчетливое, образное впечатление.

Опыт показывает, что вполне удовлетворительные результаты получаются при пользовании упрощенным стереоскопом. (Фиг. 148а). В деревянную рамку вставлены два очковых стекла (6 диоптрий); подставка для карточки передвигается по планочке, приделанной перпендикулярно к рамке. Карточка вставляется между четырьмя шпильками.



Фиг. 148а

Если двойные линии чертежа недостаточно сливаются, надо иным путем подобрать некоторый наклон стекол, при котором получится необходимый эффект.

28. Анаглифы*)

(Автор Г. Владимирский; издание Стереофабрики Учпедгиза) (Фиг. 149).

В 1938 году были выпущены анаглифы по стереометрии к теоремам курса Киселева и к задачнику Рыбкина.

---

*) Принцип стереоскопических изображений описан Г. А. Владимирским в журнале «Математика в школе» за 1938 г.

Этим изданием восстановлено остроумное печатание стереоскопических картинок в два цвета (анаглифы).

При рассматривании таких изображений в очки с цветными «стеклами» получается яркое и четкое впечатление пространственной фигуры. Цветная прозрачная ткань пропускает лучи только своего цвета, а остальные поглощает, поэтому правым глазом (так рассчитано) виден красный контур, а левым — синий; двумя же глазами картинка видна стереоскопически.

Два альбома (один к теоремам, другой к задачам) составляют один комплект; к ним приложено инструктивное описание, из которого видно. как держать картинку, на каком расстоянии и т. п. Следует оговориться, что некоторые учащиеся не получают необходимого соединения стереоскопических чертежей, но это результат индивидуальных особенностей зрения; в этом случае просто не придется пользоваться пособием.

Методика применения анаглифов еще недостаточно разработана. Стереоскопический чертеж играет в учебном процессе ту же роль, что и собранная модель к теореме или задаче; он не дает обычного перспективного изображения, поэтому, глядя на анаглиф, приходится представить себе пространственную фигуру и затем суметь ее изобразить на плоскости. В этом достоинство пособия; пользование им не ведет к копированию чертежа. Трудности лежат в технике использования картинок. Если на весь класс имеется один комплект, то на уроках им пользоваться нельзя (непроизводительная трата времени). Очевидно, придется организовать просмотр во внеурочное время. При наличии в школе нескольких комплектов, например, одного на двух учеников, можно ставить наблюдения на самом уроке, причем часть картинок (по вопросам начала стереометрии или картинки со сложными сюжетами) рассматриваются в момент анализа задачи; в этом случе анаглиф поможет разобраться в структуре самого построения. Другие картинки просматриваются после решения задачи, после самостоятельного составления чертежа для подтверждения правильности построения.

В данный момент ведутся работы по составлению больших анаглифов, которые можно рассматривать всему классу одновременно. Имеющиеся образцы дают необходимый эффект только для определенных мест класса.

29. Цветные мелки

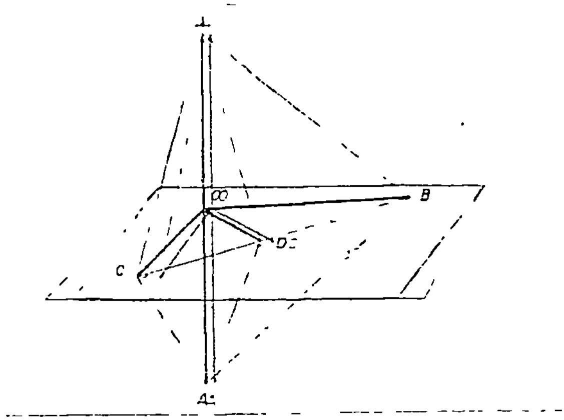
Общеизвестен и общепринят взгляд на достоинство чертежей, сделанных с помощью цветных мелков.

Необходимо лишь последить, чтобы на чертеже были подобраны красивые комбинации цветов. Без этого получается раздражающий эффект, который отвлекает зрителя от подлинной сути дела. Также вредно сказывается избыток цветов в рисунке. Основной чертеж следует вести белым мелом, выделяя в цветах лишь некоторые детали. Все эти вопросы учитель продумывает (пробует чертить) при подготовке к уроку.

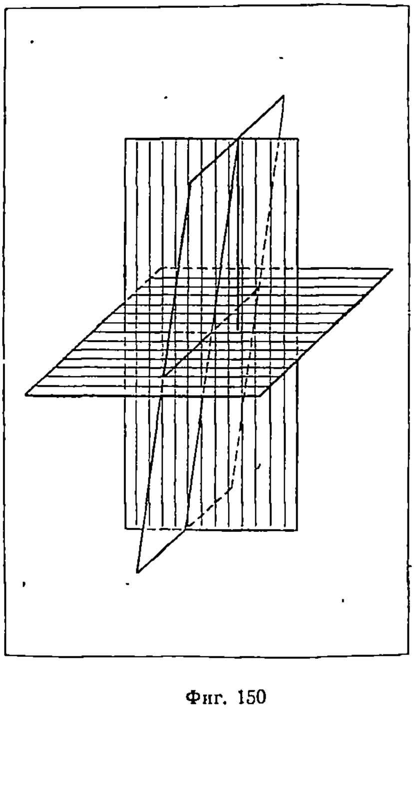
Приведем образцы чертежей, сделанных цветными мелками. (Фиг. 150).

Сохранять мелки надо в сухом месте.

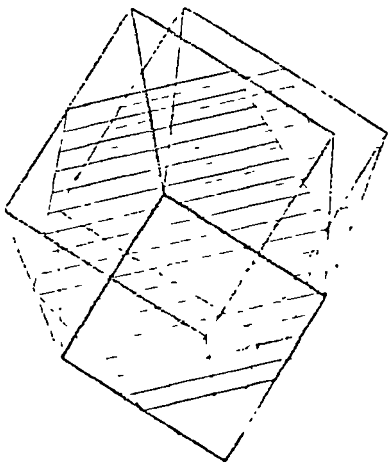
Описание пособий по стереометрии, не претендующее на исчерпывающую полноту вопроса, все же приняло столь значительные размеры, что нуждается в известном обобщении и выводах.



Фиг. 149
(При рассматривании держать книгу вертикально)



Фиг. 150



Фиг. 149
(Смотреть, положив книгу на стол)

Читатель учтет, что причиной такого положения является сложность проблемы о пособиях при изучении стереометрии и потому уделит максимум внимания именно этому разделу.

Первая группа пособий — наборы тел — не вызовет никаких сомнений. Необходимо стремиться к тому, чтобы постепенно были собраны различные по форме и по материалу тела. Помимо покупных наборов полезно накопить образцы деталей правильной геометрической формы (валики, поковки, бруски и т д)

Если первые будут служить для знакомства с формой, для изучения элементов фигур, зависимостей между ними, для непосредственного определения поверхностей и объемов, для иллюстрации сечений, то с помощью вторых можно познакомиться с приложением теории к практике, а также с конкретным приложением вопросов точности и приближенных вычислений.

Затем учителю надлежит остановиться на каком-либо стереометрическом ящике или «наборе по геометрии», который включает в себя элементы стереометрического ящика.

Особенно следует порекомендовать оборудовать школу индивидуальными стереометрическими ящиками.

Целый ряд моделей, нужных в собранном виде, должны быть готовыми к употреблению или должны собираться по определенным стандартам Действительно, загрузка учителя излишней конструкторской работой не может быть правильным методическим приемом подготовки к урокам

По этим соображениям предлагаемый перечень пособий содержит целую группу готовых моделей (или стандартных деталей для них), накопление которых необходимо для всякой нормально оборудованной школы.

РАЗДЕЛ VIII.

ТРИГОНОМЕТРИЯ

Приступая к изучению тригонометрии, учащиеся встречаются с некоторыми трудностями по анализу изменения функций, их знаков, значений для основных углов и т. п.

Все эти вопросы легко и углубленно усваиваются при разборе их на пособии, которое получило название «Тригонометрический круг». В практике преподавания существует несколько вариантов таких кругов, но все они в основном состоят: из круга с двумя взаимно перпендикулярными диаметрами, подвижного радиуса, в конце которого подвешен стержень, иллюстрирующий линию синусов. В конце же горизонтального и вертикального диаметров укреплены касательные, на которых подвижной радиус отмечает линии тангенсов и котангенсов.

Приведем описание нескольких образцов таких кругов.

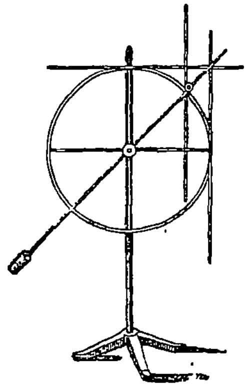
1. Круг, начерченный на картоне, на доске

а) картонная модель.

На квадратном картонном листе, отделанном рамкой, начерчен тригонометрический круг, элементы которого даны металлическими пластинками. Модель очень проста, но мало удобна, так как линии синусов для третьего, четвертого квадрантов трудно устанавливаются и не фиксируются.

в) Тригонометрический круг (конструкция Главучтехпрома).

Пособие состоит из черной квадратной доски, на которой размечен тригонометрический круг. Подвижные детали даны никелированными стержнями. Работа с таким кругом нагляднa и удобна.



Фиг. 151

2. Тригонометрический круг, металлический. (Конструкция Отдела наглядных пособий Ин-та школ НКПроса). (Фиг. 151).

В общеизвестную модель конструкторами внесены некоторые усовершенствования: 1) линия синусов дана удлиненной, благодаря чему она строится непосредственно как для верхних квадрантов, так и для нижних. Кроме того, в стержне — линии синусов нижняя часть немного длиннее верхней, а значит и тяжелее. Благодаря этому устройству сила тяжести всегда держит линию синусов перпендикулярно к неподвижному горизонтальному диаметру.

2) На левом конце подвижного диаметра навернут противовес стержню линии синусов. Эта конструкция гарантирует равновесие установки в любом положении радиуса. В центре — подвижная часть закреплена с помощью пружинной шайбы и стопорного винта; наличие последнего, а также навертывающийся противовес допускает регулировку хода движущейся части круга.

Методическая ценность прибора значительна: медленное вращение подвижного радиуса ярко демонстрирует зависимость тригонометрической функции от величины угла, различие в характере изменения, перемену знаков функций в связи с переходом угла из одной четверти в другую, значения функций для основных углов.

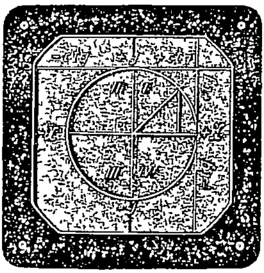
Преимущество изучения этих вопросов на тригонометрическом круге заключается в большом количестве наблюдений и непрерывном переходе от одного случая к другому.

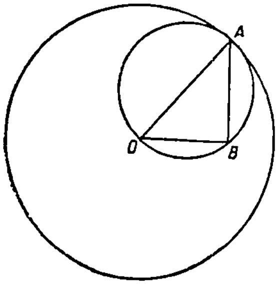
Анализируемый прибор обладает тем достинством, что он не отвлекает внимания учителя и учащихся процессом установки его и закрепления. Простым движением радиуса можно установить на приборе нужное расположение элементов и затем отпустить руку: уравновешенные детали сохранят это положение. Такая автоматичность конструкции позволяет сделать на доске чертеж и необходимые выводы одновременно с демонстрацией.

Учитель Н. Калиткин (В. Волочок) сконструировал подобный же тригонометрический круг, но сделал в нем касательные (линии tgx и ctgx) съемными, чтобы не иметь на приборе лишних деталей. По мере надобности закрепляются одна или обе касательные.

Предложение следует признать целесообразным.

3. Тригонометр инженера Ездакова (Фиг. 152).





Фиг. 152

Тригонометр Ездакова привлекает к себе внимание совершенно оригинальным принципом действия прибора. В основу его положена идея образования гипоциклоиды при движении круга по кругу с радиусом в два раза большим. Как известно, в таком случае точка малой окружности, катящаяся по большей, будет иметь проекцией точку, передвигающуюся по диаметру. Эти условия автор прибора использовал для образования переменного треугольника, иллюстрирующего связь линий синуса, косинуса и радиуса окружности.

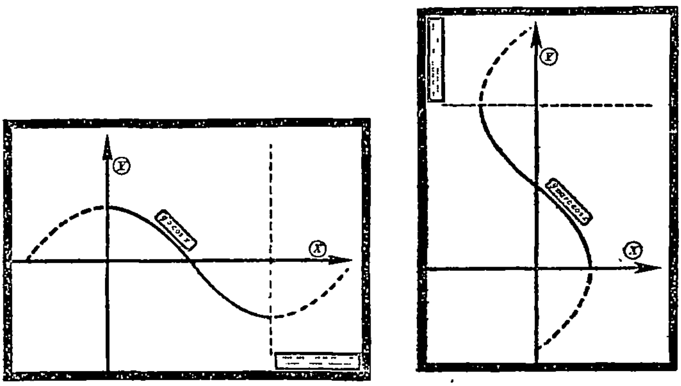
Тригонометр Ездакова состоит из неглубокого квадратного ящика, покрытого стеклом с разметкой тригонометрического круга. Металлические круги механизма помещены в ящике. Катание меньшего круга по большему производится с помощью рукоятки на задней стенке прибора; благодаря зубчатому зацеплению движение происходит без проскальзывания с достаточной степенью точности. Треугольник, показывающий изменение функций синуса и косинуса, образован резиновым шнуром, надетым на гвоздики.

Назначение прибора совпадает с обычным тригонометрическим кругом. Достоинствами этой конструкции являются наглядность, плавность изменения треугольника и, наконец, полезная демонстрация приложения образования гипоциклоиды в практике приборостроения. Пособие Ездакова, кроме того, технично, чего часто нехватает в конструкциях математических пособий. Недостатком прибора является отсвечивание плоскости стекла, вследствие чего значительно снижается видимость круга с некоторых мест класса.

4. Модель графика тригонометрической и обратной тригонометрической функций на стекле

Если начертить синусоиду на стекле, затем повернуть стекло на другую сторону, поменять ролями оси X и У, то окажется возможным демонстрировать графики функции у = Cos x у = arcCos x (Фиг. 153).

По этому способу строятся и другие модели графиков.



Фиг. 153

РАЗДЕЛ IX.

КИНОФИЛЬМЫ И КАРТИНЫ

Приходится пожалеть, что среди пособий по математике значатся только четыре узкопленочных кинофильма на темы:

1. Прямая и обратная пропорциональность — 1 часть.
2. Изменение тригонометрических функций — 2 части.
3. Arc — функции (короткометражный фильм) — 1 часть.
4. Образование поверхностей — 2 части.

1. Фильм «Прямая и обратная пропорциональность» не удовлетворяет учителя. Прямая пропорциональность показана в нем лишь зависимостью пути движения от времени. Строятся графики движений мальчика-пешехода, бегущей лошади, поезда. Обратная пропорциональность проиллюстрирована связью нагрузок на рычаге и его плечами. Невольно от кино ждешь картин более реального, жизненного характера, а не простой иллюстрации примеров учебника. Например, демонстративно было бы показать зависимость скорости движения от угла поворота рукоятки питания двигателя или паровоза, или изменение силы трения в зависимости от нагрузки; числа зубьев шестерен и числа оборотов и т. п.

Но даже в таком виде фильм ценен, ибо он дает то, чего нельзя показать никаким чертежом: фильм показывает непрерывное построение графика, а не точкообразное, которое изображается на чертеже. Полезно приложение некоторых теоретических сведений к вопросам практики и образная иллюстрация времени и пути в виде отрезков на осях. Такую динамическую сущность процесса лучше кинофильма не передать.

2, 3) Перечисленные достоинства особенно сказываются на фильмах: «Изменение тригонометрических функций» и «Обратные тригонометрические функции».

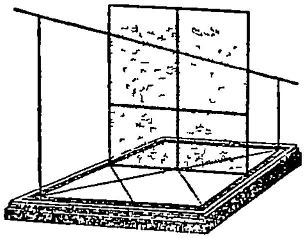
Обычный способ построения графиков состоит в нанесении на сетке точек, которые затем соединяются сплошной линией. На фильме же получается построение графика непрерывным движением точки.

4) Исключительное впечатление оставляет фильм «Образование поверхностей». Динамика сюжета — образование поверхности движением линии на фильме показано самим процессом движения. Картина художественно выполнена, а потому, помимо четкого образа процесса, остается ясное представление и о самом виде цилиндрической, конической и шаровой поверхностей.

Картины по стереометрии

Опыт показал, что полезным звеном между вещественной формой иллюстрации — моделью и условной — чертежом, является картина, т. е. изображение геометрической фигуры средствами рисунка. Конечная цель при демонстрации пособия заключается в том, чтобы помочь воображению в представлении какой-либо сложной фигуры. Этой цели служит с успехом и показ описанной картины.

Приведем снимок с картины подобного характера из набора Ин-та школ НКПроса. (Фиг. 154).



Фиг. 154

Портреты великих математиков

Демонстрация портретов великих математиков значительно оживляет сообщение исторических данных на уроках математики, и особенно это ценно в сосредоточенной и углубленной работе математического кружка.

Однако демонстрация только одного изображения, без кратких пояснений о жизни и деятельности ученого не удовлетворяет учащихся. Учителю, членам математического кружка придется собрать краткие сведения для составления аннотации к портрету того или иного математика. Сведения эти помещены в книгах по истории математики, в справочных словарях. Подобные аннотации можно найти в некоторых методических кабинетах (например, Московском), при кабинетах Пединститутов, Институтов усовершенствования учителей и т. д.

Приведем пример подобной аннотации.

Франсуа Виет (1540—1603; Франция).

Ф. Виет — юрист по образованию и профессии — много и настойчиво занимался математикой.

Написав ряд работ по геометрии, тригонометрии и теории чисел, Ф. Виет сосредоточил свои труды в области теории уравнений. Ему принадлежит инициатива введения символической формы записи.

Основными трудами Виета по вопросам алгебры были: «Искусство анализа», и „De equationum recognitione et emendatione“.

РАЗДЕЛ X.

САМОДЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

Под самодельными приборами имеются в виду модели, изготовленные самими учителями или учениками.

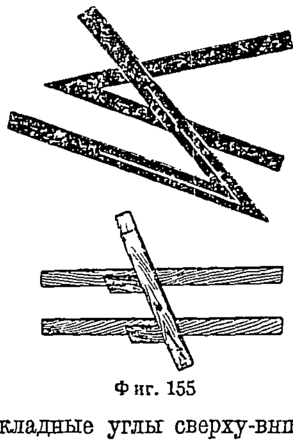
Эту инициативу следует поддержать уже в силу того, что промышленность и кооперация не успевают изготовлять такое количество пособий, которое хоть сколько-нибудь успевало бы за ростом школ и их запросами на пособия. Но изготовление самодельных приборов имеет еще и другое, чисто методическое значение: учащиеся строят модели, делятся впечатлениями со своими товарищами, и тем сами углубленно познают вопрос и заинтересовывают остальных учеников школы. Конструкторская работа учителя над созданием пособий значительно повышает его интерес к вопросам методики. Самодельные приборы по математике следует разделить на несколько групп:

1. Приборы, повторяющие или варьирующие уже имеющиеся пособия

Их делают потому, что их нет в продаже, нет в школе, и потому, что учитель видит смысл в самостоятельной работе ученика по изготовлению пособий. Среди названных вещей чаще всего встречаются иллюстрации к теоремам и задачам по стереометрии. Изготовляются они из палочек, картонных или фанерных пластин, шнуров и т. п.

Интересно отметить, что большая требовательность к изяществу и аккуратности отделки пособий вызывает у учащихся большее уважение к делу.

2. Приборы из подвижных деталей



Фиг. 155

Общеизвестна методическая ценность шарнирных, раздвижных и т. п. пособий. От самостоятельности их изготовления значение их только возрастает. В качестве примера назовем раздвижные модели на тему углов при параллельных прямых и секущей и углов с параллельными и перпендикулярными сторонами. (Автор, учитель Никольский, Москва). (Фиг. 155).

Модель сделана из чертежных линеек. Прорез в секущей позволяет перемещать накладные углы сверху-вниз и показать путем наложения совпадение, равенство соответственных углов. Вращение накладной линейки позволяет продемонстрировать остальные свойства образованных углов, а именно: одноименные углы при параллельных прямых и секущей равны, разноименные дают в сумме 2

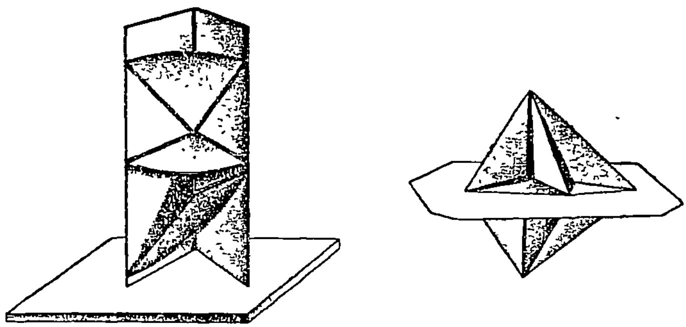
На этом же принципе построена модель к углам с параллельными и перпендикулярными сторонами.

Здесь также, благодаря двойному прорезу, можно, после доказательства равенства углов с перпендикулярными сторонами логическими доводами, проиллюстрировать это равенство непосредственным наложением. Для VI класса, где впервые начинается логический курс геометрии, такого рода подтверждения необходимы.

3. Пособия — типа выкроек из бумаги, картона

Сюда в первую голову следует отнести всякого рода развертки. Изготовление их из плотной бумаги следует признать полезной практикой для уроков математики. В V классе эта работа будет опираться на сообразительность, интуицию; в IX—X классах на первое место выступит умение рассчитать. И в том, и в другом случае это ценная работа по развитию пространственных представлений.

Полезно также строить выкройки и склеивать из них правильные многогранники, ибо при этом приходится на некоторый срок сосредоточиться на сложном образе, и тем самым познакомиться, свыкнуться с ним. Назовем еще вид работы с выкройками. На фиг. 156 показаны модели учителя Стеллецкого (Московская область).



Фиг. 156

Фигуры образуются взаимным продеванием плоскостей через специальные прорезы, а также сгибанием плоскостей. Например, на одной модели дан двугранный угол и линейные углы в нем. Такой моделью можно подтвердить, что постоянным линейным углом для данного двугранного будет угол, образованный в плоскости, перпендикулярной к ребру. Другая модель демонстрирует признак перпендикуляра к плоскости. Ее следует признать менее удачной, ибо нужные отрезки прямых приходится поддерживать плоскостями, которые только отвлекают внимание.

В описанном наборе имеется довольно много подобных выкроек; учитель может тематику их умножить в зависимости от потребностей и условий.

РАЗДЕЛ XI.

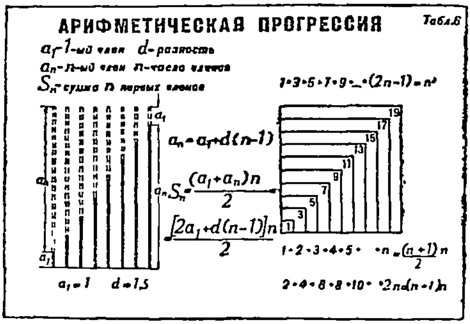
ТАБЛИЦЫ

В содержании учебного оборудования школы большое место должны занять таблицы. Они наглядны, разнообразны и легко изготовляются.

Основное значение всякой таблицы заключается в том, что ее наличие позволяет учителю вести на доске лишь эскизный набросок, а подлинное изображение намеченного материала слушатель найдет на таблице. Кроме того, к таблице можно обратиться при всякого рода ссылках на ее материал; при необходимости напомнить ее содержание и т. д. Таблица, повешенная на стене, послужит известным стимулом для внеурочных размышлений и обсуждений. Последнее соображение требует, чтобы содержание таблиц не наскучивало, чтобы таблицы, по миновании надобности, убирались, заменялись новыми. Только при таком внимательном отношении они будут интересны и полезны.

Указанные предпосылки требуют определенного порядка в систематике и хранении таблиц.

Прежде всего укажем, что, вместо свертывания таблиц, хранения их в рулонах, мы предлагаем разрезать их и наклеивать на картон. (Фиг. 157).



Фиг. 157

Такой вид таблиц аккуратен, удобен для хранения в стойке, удобен для подвешивания при демонстрации. Последнее осуществляется с помощью шнурка, продетого в два пистона. На таблицах наклеены номера, они систематизированы, занесены в список или картотеку.

При составлении таблиц следует помнить, что большое количество текста трудно обозримо; также следует избегать многокрасочности, которая отвлекает от существа дела; шрифт таблиц должен быть простым: либо нормальным, либо обычным печатным.

В дальнейшем таблицы группируются следующим образом:

1. Таблицы справочного характера

К таким таблицам следует отнести таблицы метрических мер, таблицы с формулами и т. п.

1. На первом месте среди них следует указать таблицу математических обозначений (основные). «ОСТ 573» (общеизвестный стандарт). Редакция 1931 г.

СССР Совет труда и обороны	Общесоюзный стандарт	ОСТ 573
Всесоюзный комитет стандартизации	МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ основные	Редакция 1931 г.
		Математика

2. Таблицы мер.

3. Таблица обозначения мер.

ОБОЗНАЧЕНИЕ МЕР.

Наименование	Обозначение	Наименование	Обозначение	
Меры длины		**Меры площади**		
Километр	КМ	Кв. километр	Кв. км (км^2)	
Гектометр	ГКМ	Кв. гектометр	Кв. гкм (га)	
Декаметр	ДКМ	Кв. декаметр	Кв. дкм (а)	
Метр	М	Кв. метр	Кв. м (м^2)	
Дециметр	ДМ	Кв. дециметр	Кв. дм (дм^2)	
Сантиметр	СМ	Кв. сантиметр	Кв. см (см^2)	
Миллиметр	ММ	Кв. миллиметр	Кв. мм (мм^2)	
Меры об'ема		**Меры веса**		
Куб. метр	Куб. м (м^3)	Тонна	Т	
		Центнер	Ц	
Куб. дециметр	Куб. дм (дм^3)	Килограмы	КГ	Размеры
Куб. сантиметр	Куб. см (см^3)	Грамм	Г	(лист
Литр (дм^3)	Л	Дециграмм	ДГ	Ватмана
Гектолитр	ГЛ	Сантиграмм	СГ	84 х 59
Сантиметр	СЛ	Миллиграмм	МГ	см.)
Меры углов		**Меры времени**		
Градус	°	Час	h	
Минута	′	Минута	m	
Секунда	″	Секунда	s	

45° 34′ 15″

П Р О Ц Е Н Т Ы — %

В таблице помещены все сведения, которые нужны учащимся в их школьной и практической работе.

В одной строке таблицы помещены линейные меры и соответствующие их квадратные меры, например: ГКМ — кв. гкм (га)
ДКМ — кв. дкм (а)

Фиг. 158

Пользование таблицами дает возможность систематизировать материал и облегчить его изучение. Общеизвестен факт затруднений учащихся при сопоставлении мер объемов и веса. Для усвоения этих связей можно использовать таблицу с несколько особым расположением данных, а именно: в строке — «кубический сантиметр» в мерах веса приходится «грамм»; против кубического дециметра — килограмм; против кубического метра — тонна и т. д.

Эта деталь, как показывает опыт, оказывает помощь и потому должна быть использована.

3. Помимо общепринятых таблиц умножения, таблицы Пифагора, таблицы первоначальных чисел, необходимо пользоваться обычной математической таблицей (квадраты, кубы, корни,

$$\ln, \frac{1}{n}, \pi D; \frac{\pi D^2}{4} \text{ и др.}$$

Для VIII, IX классов нужна таблица натуральных значений тригонометрических функций.

4. Известно, что формулы, в частности для вычисления площадей и объемов, запоминаются не сразу. Для лучшего усвоения полезно на время вывешивать таблицы с нужными формулами.

В свое время были изданы формулы в виде небольших табличек. (Фиг. 159, см. стр. 135 — 142).

В практике встречаются также таблицы, на которых список формул связан с другими данными и расположен в известной системе.

В приложении: «классификация геометрических тел» показана таблица, на которой тела разбиты на группы:

I класс — с равновеликими основаниями; призма, цилиндр.

II класс — пирамида, конус.

III класс — усеченная пирамида, усеченный конус.

IV класс — шар и его части.

Кроме названия, эскиза фигуры на таблице помещены формулы боковой поверхности и объема.

2. Таблицы порядка записи

Ряд математических действий требуют строгого порядка в расположении записи. Учащиеся, разобрав существо процесса и обоснования, забывают о порядке записей, а отсюда появляются ошибки, которые приходится искоренять. Существует совершенно правильное суждение, что необходимо на первое время повесить перед учащимися таблицу с образцом такой записи, и тогда, изредка взглядывая на таблицу, учащиеся привыкнут к определенному порядку расположения.

Приведем пример подобной таблицы.

Вычисления с помощью логарифмов имеют большое воспитательное значение, они приучают к порядку, вырабатывают настойчивость. К сожалению, наши учащиеся ведут эти расчеты приемами начальной школы: «первым вопросом...» После разбора вопроса полезно на неделю повесить в классе таблицу с образцом расположения действия:

Вычисления с помощью логарифмов.

$$N = \frac{\sqrt[5]{0{,}8216 \cdot 0{,}04826^4}}{0{,}005127^3 \cdot \sqrt[3]{7{,}246}} = 19{,}45$$

N	lg				
0,8216	$\bar{1},9146$	$1/3$	—	—	$\bar{1},9715$
0,04826	$\bar{2},6835$	4	—	—	$\bar{6},7340$
0,005127	$\bar{3},7099$	3	$\bar{7},1297$	Col	6,8703
7,246	0,8601	$1/3$	0,2967	Col	$\bar{1},7133$
				lgN	1,2891
				N	19,45

Такая таблица предусматривает некоторую систему работы:

1. Выписываются данные числа и оставляется место для их логарифмов.
2. Обдумываются коэфициенты к логарифмам.
3. Обдумываются в каких случаях будут взяты Col.
4. Сумма последнего столбца есть lg N, затем найдется N. Во время обдумывания порядка действий внимание не отвлечено ни работой с таблицами, ни вычислениями. После этого только пишутся логарифмы, затем идут только вычисления и т. д.

3. Таблицы, нужные для ведения урока

1. Таблицы устного счета

Обращаться систематически к устному счету стало общим приемом, но материал для него приходится либо заготовлять заранее, либо выдумывать на уроке, в момент опроса. Составление специальных таблиц освобождает от того и другого. Наиболее совершенными следует признать таблицы: Феликса Мартеля, Пифагора, Шохор-Троцкого, Эменова.

Повесив такую таблицу, учитель предлагает складывать числа колонок, напр., II и V или строк C и E, в зависимости от намеченного содержания урока. Такая система, во-первых, свободна от случайных заданий, повторений, которые бывают, когда учитель выдумывает примеры на самом уроке, во-вторых, учащиеся приучаются к пользованию таблицей, и в-третьих, учитель может целиком себя посвятить наблюдению за вычислительной работой.

Таблицы Мартеля, Пифагора для младших классов перегружены; у Шохор-Троцкого и Эменова данных меньше, при чем у В. Эменова число всякой колонки есть сумма двух предыдущих.

2 Таблица, представляющая копию страницы логарифмов

3 Таблица функциональной логарифмической шкалы

4 Таблицы с номограммами (для кружковой работы)

Подобные таблицы нужны для объяснения устройства их и приемов пользования ими.

4. Таблицы с алгебраическим и геометрическим содержанием

Большинство указанных выше таблиц изготовляются школами, методкабинетами, институтами в единичных экземплярах, удовлетворяя их непосредственные задачи и цели.

Теперь необходимо рассмотреть таблицы, издающиеся Учпедгизом и другими организациями.

I. Таблицы по алгебре (автор В. М. Синакевич)

14 таблиц названной серии касаются главным образом графиков алгебраических функций.

Таблица 1.

На таблице показан общий случай положения прямой $y = ax +$ и частные случаи, когда $a = 0$, $b = 0$, $a > o$, $a < o$; $b > o$; $b < o$.

На одной таблице помещено много материала, от этого графики получились недостаточно демонстративными. Не совсем удачно подобран цвет кривых.

Таблица 2. «Графическое решение системы двух линейных уравнений».

Материал таблицы показателен и дает четкое впечатление о приближенном решении системы уравнений.

Таблица 3. «График обратной пропорциональности (гипербола)».

На таблице показаны графики для $к = 1$; $к < 1$; $к > 1$. Кривые даны слишком короткими, отчего скрадывается характер гиперболы; ветви кривой следует дать более тонкими, но с постепенным приближением их к осям.

Таблица 4. «График квадратичной функции»

На таблице 11 графиков, характеризующих различные положения парабол относительно осей.

Таблица 5. «Исследование полной квадратичной функции»

На таблице даны графики исследования функции $y = ax^2 + bx + c$.

Таблица 6. «Арифметическая прогрессия»

На таблице даны графические иллюстрации членов прогрессии в виде столбчатой диаграммы и изображение их в виде квадратов, входящих один в другой. Кроме того помещены формулы.

Таблица 7. «Геометрическая прогрессия»

Иллюстративно показана сравнительная диаграмма членов арифметической и геометрической прогрессий. На таблице написаны формулы. Пособие полезно для справок, для повторений.

Таблица 8. «Показательная функция»

На таблице вычерчены кривые:

$$y = 0{,}5^x;\ y = 0{,}9^x;\ y = 3^x;\ y = 2^x.$$

Таблица 9. «График показательной и логарифмической функций»

Сравнительный характер названных функций получается при рассмотрении кривых:

$$y = 10^x; \qquad y = \lg_{10} x$$
$$y = 2^x; \qquad y = \lg_2 x$$

Попутно на таблице приводятся основные формулы.

Таблицы 10, 11, 12. «Логарифмические шкалы».

Таблица 13. «Бином Ньютона»

На таблице помещен, кроме формулы разложения, «треугольник Паскаля».

Особенно ценны последние данные, ибо они редко упоминаются в курсе школы.

Внизу приводятся краткие исторические данные о Ньютоне и Паскале.

Таблица 14 «Конические сечения» (кривые второго порядка).

Общеизвестный эскиз сечений конуса. Включение его в комплект таблиц следует признать целесообразным.

II. Таблицы по геометрии, автор Гурвиц, изд. Учпедгиза

1. «Теорема Кавальери»;
2. «Изображение фигур»;
3. «Сечение призм и пирамид».

Названные таблицы дают представления о форме, систематизируют сведения (напр., виды параллелограммов) и показывают детали и сечения фигур.

Таблицы включают настолько большой материал, что при первых знакомствах с ними нужны подробные объяснения учителя.

III. Таблицы по тригонометрии.

Таблицы содержат чертежи тригонометрических кругов, записи формул и связей между тригонометрическими функциями и их значениями для отдельных углов. Таблицы носят справочный характер.

Стремление дать слишком большой материал на таблицах не позволяет провести на них нужную систематизацию содержания, а также снижает их обозримость.

РАЗДЕЛ XII.

ОБОРУДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО КАБИНЕТА ИНСТРУМЕНТАМИ, МАТЕРИАЛАМИ, ПОЛУФАБРИКАТАМИ и др.

Математический кабинет в виде отдельной небольшой комнаты с соответствующим оборудованием является реальным фактом: в некоторых школах такие кабинеты имеются.

Математические кабинеты организованы в большинстве Пединститутов, Педучилищ, Институтов усовершенствования учителей. Поэтому естественно наше стремление закончить описание пособий по математике разделом оборудования, с помощью которого интересующиеся учитель, ученик смогут изготовить новое пособие, исправить, реконструировать старое. Для таких работ необходимо обзавестись некоторым комплектом инструментов и материалов, установить бережный порядок обращения с ним, и тогда, можно быть уверенным, многие приложат свою инициативу и руки к делу изготовления пособий. У большинства школ в данный момент имеются для математики лишь шкаф, полка в шкафу (хорошо, когда они хранятся в физическом или педагогическом кабинете), поэтому из предлагаемого оборудования будут приобретены лишь часть инструментов с тенденцией к дальнейшему накоплению. Повторим уже ранее высказанную мысль: математический кабинет и его оборудование создаются не сразу, но начинать строить его надо с сегодняшнего дня.

Перечень оборудования:

А. Инструменты

Ножницы большие для резки картона, жести. Ножницы обыкновенные. Ножи переплетные. Пилы разные (3). Ножевка. Рубанок. Фуганок. Коловорот. Клещи. Отвертки (3). Стамески разные. Молотки разные (3). Плоскогубцы разные (3). Круглогубцы разные (2). Напильники разные (5). Шила разные (3). Тиски деревянные. Тиски железные. Тиски железные с наковаленкой. Набор для выпиливания. Сверла. Дрель. Алмаз. Паяльник. Паяльник электрический. Измерительные инструменты (см. раздел I).

В. Материал

Жесть. Картон разный. Железо разное. Сталь. Проволока разная. Дерево. Фанера. Стекло разное. Лак. Политура. Морилка. Краски разные (масляная, эмалевая, акварельная). Резиновые шнуры разного сечения. Гвозди. Шурупы. Болты. Заклепки. Гайки. Пистоны. Бумага чертежная, рисовальная, в клетку писчая, гладкая писчая. Калька. Бумага копировальная, цветная (плотная). Карандаши. Кисти разные. Тушь. Нитки. Иголки, булавки. Шпагат. Тесьма. Кнопки. Спицы. Пробковые пластинки. Клей столярный. Клейстер. Гуммиарабик. Глина. Пластелин. Посуда, трубки стеклянные.

C. Полуфабрикаты

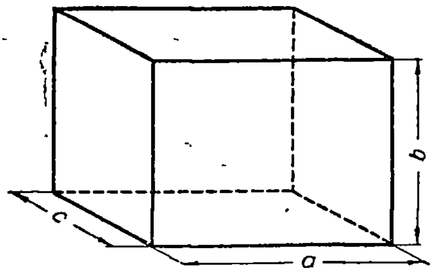
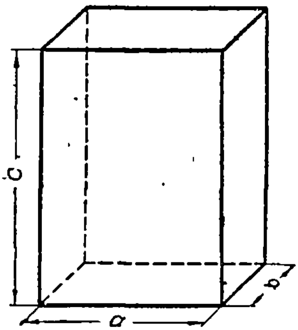
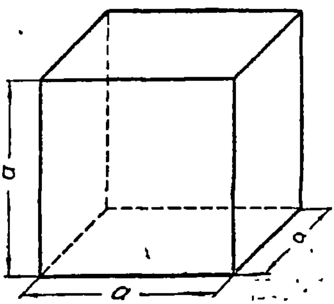
Штабики. Стержни. Крючки. Наконечники. Двойники, тройники. Резиновые трубки. Шкалы. Транспортиры. Плоскости из дерева, картона с прорезами. Стекла с просверленными отверстиями. Пружинки. Трубки металлические разные и пр. и пр.

D. Приборы

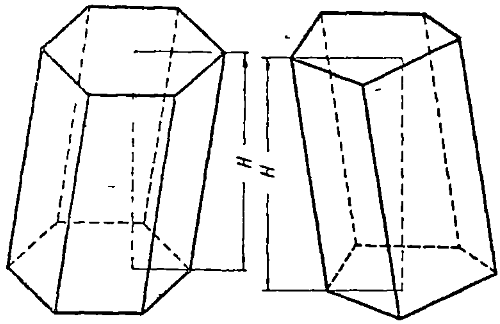
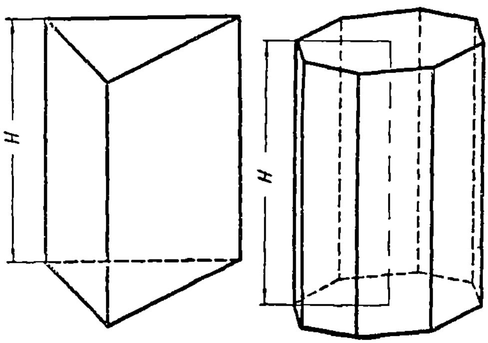
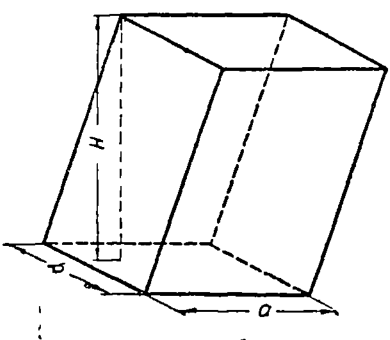
Весы разные. Электроплитка. Керосинка. Примус.

В зависимости от масштаба намеченных работ, кабинет оборудуется верстачком, рабочим столом, чертежным столом, стойкой для весов и т. п. Все это создает привычные, удобные условия работы. Инструмент хранится в строго определенном месте, в особых гнездах. Такой порядок позволяет быстро находить нужный предмет, а также следить за целостью инвентаря.

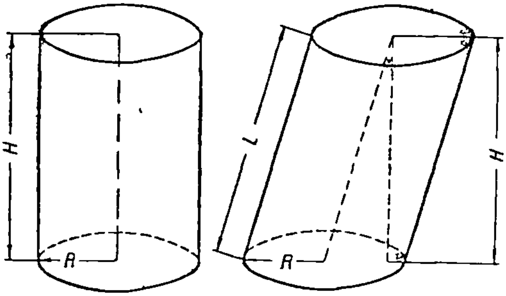
КЛАССИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

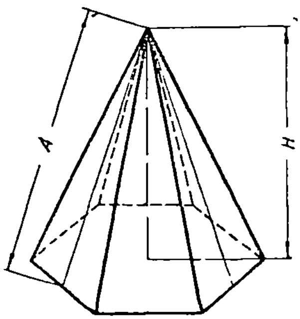
Название	Эскизы	Боковая поверхность P	Объем V
А Параллелепипеды (продолжение)	I КЛАСС  Прямоугольный	$P=2pH$	$V=SH$
	 Прямой	$P=2(a+b)c$	$V=abc$
В Куб	 	$P=4a^2$	$V=a^3$

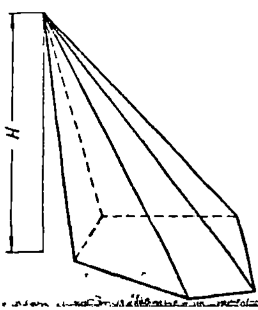
КЛАССИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Название	Эскизы	Боковая поверхность P	Объем V
I Призмы	I КЛАСС  Наклонные	$P=\Sigma S_n$ $P=2\tilde{p}L$ [$2\tilde{p}$ периметр перпендикулярного сечения]	$V=SH$
	 Прямые	$P=2pH$	$V=SH$
Д Параллелепипеды	 Наклонный	$P=\Sigma S_n$	$V=SH$

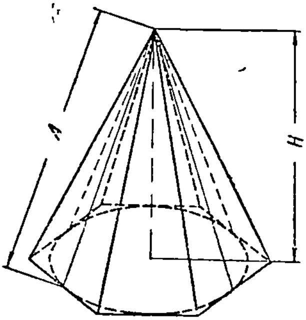
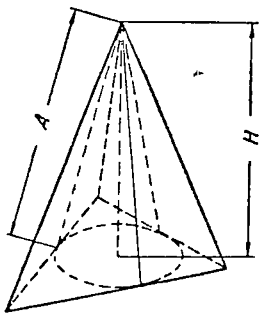
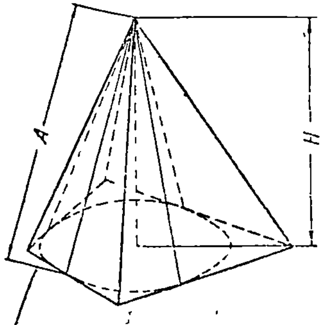
КЛАССИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

<table>
<tr><th>Название</th><th>ЭСКИЗЫ</th><th>Боковая поверхность
P</th><th>Объем
V</th></tr>
<tr><td></td><td>I КЛАСС</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2
Цилиндры (круговые)</td><td>

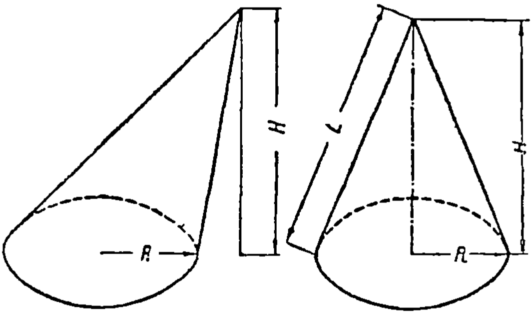
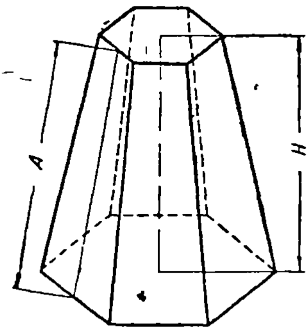
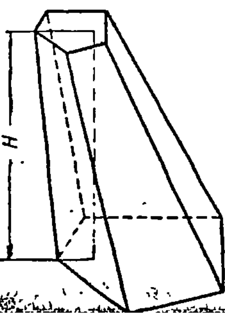
Прямой Наклонный</td><td>$P=2\pi RH$
$P=\pi DH$
$P=2\pi\bar{R}L$
[$\bar{R}$ – радиус перпендикулярного сечения]</td><td>$V=\pi R^2H$
$V=\frac{\pi D^2H}{4}$
$V=0.78D^2H$</td></tr>
<tr><td></td><td>II КЛАСС</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1
Пирамиды</td><td>

Правильная</td><td>$P=pA$</td><td>$V=\frac{SH}{3}$</td></tr>
<tr><td></td><td>
</td><td>$P=\Sigma S_n$</td><td>$V=\frac{SH}{3}$</td></tr>
</table>

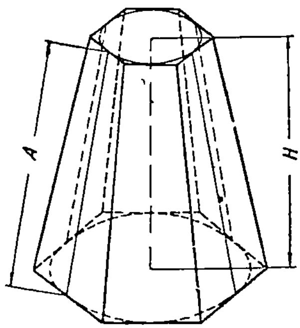
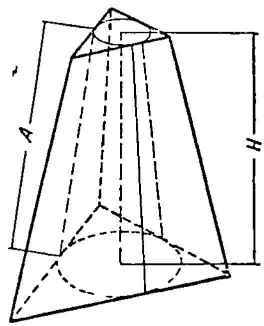
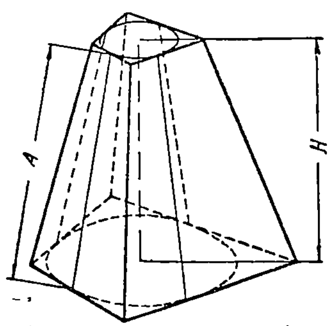
КЛАССИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Название	Э С К И З Ы	Боковая поверхность P	Объем V
I Пирамида (продолжение)	II КЛАСС    (3 пирамиды с равными апофемами)	$P = pA$	$V = \frac{SH}{3}$

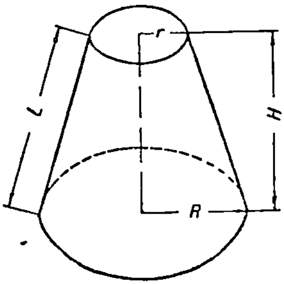
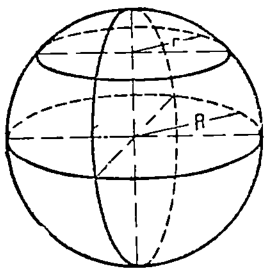
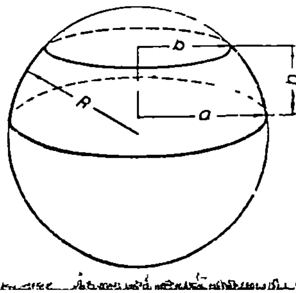
КЛАССИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Название	Эскизы	Боковая поверхность P	Объем V
	II КЛАСС		
2 Конус (круговой)	 Наклонный Прямой	Только для прямого $P=\pi RL$ $P=\frac{\pi DL}{2}$	$V=\frac{\pi R^2H}{3}$ $V=\frac{\pi D^2H}{12}$
	III КЛАСС		
1 Усеченная пирамида		$P=(p_1+p_2)A$	$V=\frac{H(S+s+\sqrt{Ss})}{3}$
		$P=\Sigma S_n$	$V=\frac{H(S+s+\sqrt{Ss})}{3}$

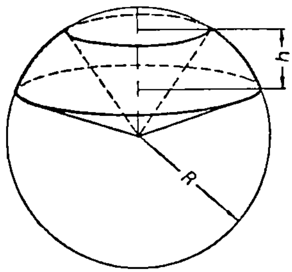
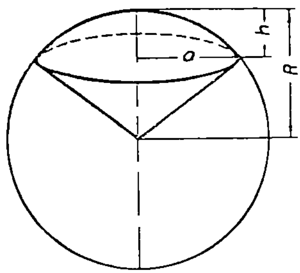
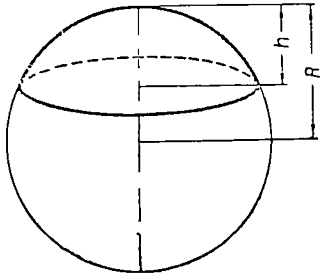
КЛАССИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Название	ЭСКИЗЫ	Боковая поверхность P	Объем V
Усеченная пирамида	III КЛАСС    (3 усеченных пирамиды с равными апофемами)	$P=(p_1+p_2)A$	$V=\frac{H(S+s+\sqrt{Ss})}{3}$

КЛАССИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Название	Эскизы	Боковая поверхность P	Объем V
	III КЛАСС		
2 Усеченный конус		$P=\pi(R+r)L$ $P=\frac{\pi(D+d)L}{2}$	$V=\frac{\pi H(R^2+r^2+Rr)}{3}$ $V=\frac{\pi H(D^2+d^2+Dd)}{12}$
	IV КЛАСС	Сферическая поверхность P	
1 Шар		$P=4\pi R^2$ $P=\pi D^2$	$V=\frac{4\pi R^3}{3}$ $V=\frac{\pi D^3}{6}$ $V\approx 4{,}19R^3$ $V\approx 0{,}52D^3$
2 Части шара а) слой		$P=2\pi Rh$	$V=\frac{\pi h}{6}\left[3a^2+3b^2+h^2\right]$

КЛАССИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Название	ЭСКИЗЫ	Сферическая поверхность P	Объем V
Части шара	IV КЛАСС		
b) сектор	 	$P=\pi R(2h+a)$	$V=\frac{2}{3}\pi R^2 h$
c) сегмент		$P=2\pi Rh$	$V=\pi h^2(R-\frac{h}{3})$

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.