Н. С. ИСТОМИНА

ПЛАНЫ УРОКОВ ПО АЛГЕБРЕ В VI КЛАССЕ

(Из опыта работы)

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР
Москва · 1954

ВВЕДЕНИЕ.

Настоящие планы уроков по алгебре в VI классе составлены в соответствии с утверждённой Министерством просвещения РСФСР программой изд. 1952 г. в предположении, что все учащиеся имеют учебник „Алгебра", ч. I, А. П. Киселёва (изд. 26, 1952 г.) и „Сборник алгебраических задач", ч. I. П. А. Ларичева (изд. 3, 1952 г.). При ссылках на эти книги первая из них обозначается буквой К, вторая — буквой Л. Последовательность изложения учебного материала в поурочной разработке совпадает с расположением его в задачнике П. А. Ларичева, так как система, положенная в основу этого задачника, направляет учителя на обоснованное и доходчивое объяснение нового материала, на систематическое повторение изученного ранее, на правильное построение урока и даёт учащимся достаточное количество разнообразных и хорошо подобранных упражнений.

В „Пояснениях для учителя" указаны особенности в изложении, которые можно найти в других учебниках и которые оправдали себя на практике.

Настоящая брошюра является продолжением подобной же брошюры, содержащей планы уроков по геометрии в VI классе [1], а потому в ней не повторяются указания по организации урока, данные там.

Как и предшествующая, эта брошюра составлена с целью обмена опытом. Одни учителя используют планы отдельных уроков, другие, быть может, будут придерживаться приведённых здесь планов последовательно, на протяжении всего учебного года. Но во всяком случае учитель должен идти на урок со своим планом, составленным с учётом особенностей ученического коллектива применительно к условиям работы в данной школе.

---

[1] [illegible]. Планы уроков по геометрии в VI классе средней школы. Учпедгиз, 1952.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН РАБОТЫ НА ГОД.

Учебная четверть	Число недельных часов	Число учебных недель	Число уроков	№ уроков
I	3	$9^1/_2$	28	1—28
II	3	$7^1/_2$	23	29—51
III	3	10	30	52—81
IV	3	6	18	82—99
Год	3	33	99	1—99

Учебная четверть	Раздел программы	Число часов	Дата выполнения
I	**I. БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ (18; 9)** [1].		
	Вводная беседа. Употребление букв в алгебре. Формула . . .	1	
	Свойства арифметических действий, их формулировка и буквенная запись	2	
	Тождество. Уравнение. Решение уравнений на основании определений и свойств арифметических действий	3	
	Алгебраическое выражение, его виды. Коэффициент	2	
	Составление уравнения по условию задачи .	1	
	Пятое математическое действие — возведение в степень	1	
	Употребление показателя и коэффициента в алгебраическом выражении	1	
	Порядок действий в алгебре	1	
	Вычисление числового значения алгебраического выражения, его чтение и запись	3	
	Повторение раздела	1	
	Контрольная работа № 1	2	
	Всего	18	

[1] Первое число в скобках указывает рекомендованное число уроков на данный раздел; второе — примерное число часов домашней работы.

Учебная четверть	Раздел программы	Число часов	Дата выполнен
	II. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА (20; 10).		
	Вводная беседа.		
	Числа отрицательные, положительные, нуль. Числовая ось	1	
	Абсолютная величина. Сравнение рациональных чисел по величине	1	
	Сложение и вычитание рациональных чисел. Алгебраическая сумма. Распространение законов действий на рациональные числа	4	
	Умножение рациональных чисел и распространение законов умножения на рациональные числа	2	
	Возведение рациональных чисел в степень с целым положительным показателем	1	
	Деление рациональных чисел	1	
II	Вычисление числового значения алгебраического выражения, в котором буквы обозначают рациональные числа — целые и дробные (обыкновенные и десятичные)	3	
	Решение уравнений с использованием рациональных чисел на основании определений и свойств арифметических действий	1	
	Система прямоугольных координат. Графики: равномерного движения, перевода одних мер в другие, температуры и т. д.	3	
	Повторение раздела	1	
	Контрольная работа № 2	2	
	Всего	20	
	III. ЦЕЛЫЕ ОДНОЧЛЕНЫ И МНОГОЧЛЕНЫ (43; 22).		
	Вводная беседа.		
	Приведение подобных членов многочлена . .	1	
	Сложение одночленов и многочленов	3	
	Составление и решение уравнений	1	
	Вычитание одночленов и многочленов	2	
	Раскрытие скобок и заключение в скобки .	2	
	Составление и решение уравнений	2	
	Контрольная работа № 3	2	

Продолжение

...ебная ...тверть	Раздел программы	Число часов	Дата выполнения
III	Умножение одночленов и многочленов и возведение одночлена в целую положительную степень	5	
	Упражнения в трёх действиях над одночленами и многочленами	2	
	Составление и решение уравнений	1	
	Деление одночленов и многочленов	5	
	Четыре действия над одночленами и многочленами	2	
	Заключительная беседа	1	
	Контрольная работа № 4	2	
	Сокращённое умножение и деление многочленов	10	
	Контрольная работа № 5	2	
	Всего	43	
IV	**IV. РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ (18; 9).**		
	Способ вынесения за скобку общего множителя	3	
	Способ группировки	2	
	Контрольная работа № 6	2	
	Разложение на множители по формулам сокращённого умножения	6	
	Разложение на множители всеми способами .	3	
	Контрольная работа № 7	2	
	Всего	18	

БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ.

(18; 9).

ПОЯСНЕНИЯ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ.

Изучение первого раздела алгебры представляет значительные трудности для учащихся, так как он содержит большое количество новых, разнообразных и не всегда достаточно тесно связанных между собой сведений (употребление букв, их допустимые числовые значения, пятое математическое действие, порядок действий, употребление коэффициента и показателя, формула, тождество, уравнение).

Только предварительное ознакомление учащихся (ещё в V классе) с большей частью этих вопросов (употребление букв для записи правил в общем виде, составление формул решения задач, употребление показателя степени при разложении числа на простые множители, решение простейших уравнений) может уменьшить возникающие трудности.

Опыт показывает, что даже при условии, что первые уроки алгебры будут носить характер повторения и углубления изученного в V классе, для изучения этого отдела вместо положенных по программе 12 часов необходимо 17—18 часов. Образовавшееся при этом отставание обычно покрывается за счёт последнего раздела — разложения на множители, а в VII классе изучение алгебры начинают с повторения разложения на множители (8—10 часов). Выделить эти часы из курса VII класса нетрудно, так как значительное число уравнений (и задач на составление уравнений), решённых в VI классе, позволяет изучать уравнения в VII классе в более быстром темпе.

Латинский алфавит следует вводить с учётом того, какой иностранный язык изучают ученики данного класса, т. е. в классах, изучающих французский язык, следует использовать знание французского алфавита, а в классах, изучающих английский язык, — уделить этому делу большее внимание.

Под контрольной работой подразумевается письменная работа, задачей которой является выяснение учителем состояния знаний учащихся по данному разделу, с последующей оценкой и работой над выявленными ошибками. Работа должна иметь не менее двух вариантов. Если работа даётся в двух вариантах, следует заготовить на каждый параллельный класс особую пару вариантов и в перерыв записать их на доске. Если работа даётся в четырёх и более вариантах, следует заготовить их на карточках (листках), и эти карточки использовать во всех параллельных классах, меняя порядок их выдачи. По степени трудности варианты должны быть равноценны. Объём работы рассчитывается на один урок. Контрольная работа выполняется обязательно в тетради для контрольных работ, а в случае её отсутствия — на отдельном листке. Учитель строго наблюдает за тем, чтобы работа выполнялась учениками только на основе усвоенных ими знаний. Отсутствие черновика несколько сказывается на внешнем виде работы, но зато работа лучше отражает ход мысли ученика и гарантирует бо́льшую её самостоятельность. Если время позволяет, ученик может переписать работу „набело" в той же тетради, но требовать этого от всех в обязательном порядке не следует.

Под самостоятельной работой подразумевается письменная работа, задачей которой является выяснение учеником состояния своих знаний с целью их пополнения и исправления в процессе выполнения работы. Работа даётся в двух вариантах путём указания номеров упражнений в задачнике, которые следует решить. По степени трудности варианты должны быть равноценны. Объём работы может быть рассчитан на 15—20 минут или на полный урок, в зависимости от того, охватывает ли она часть раздела или весь раздел. Самостоятельная работа выполняется в классной (рабочей) тетради ученика. В процессе её выполнения ученик может наводить справки в учебнике, в своих прежних записях и у учителя. Этот вид работы позволяет привить и укрепить навык работы с книгой. В процессе выполнения самостоятельной работы учитель своевременно и быстро оказывает помощь учащимся, встретившим затруднения, не нарушая при этом самостоятельной работы других учащихся. Самостоятельную работу не следует оценивать. Однако с целью накопления большего числа оценок можно оценить работы учащихся, которые не встретили затруднений и быстро справились с заданием.

Немногочисленные, указанные в дальнейшем наглядные пособия учитель легко изготовит, привлекая в некоторых случаях самих учащихся.

В учебнике А. П. Киселёва определение одночлена отличается от определения, принятого в науке. Учителю следует дать правильное определение, а учащимся записать его в тетрадях.

Определение одночлена и многочлена удобно дать учащимся значительно раньше, чем это сделано в учебнике А. П. Киселёва. Это позволяет объяснить учащимся порядок действий, установленный в алгебре.

Время, отведённое на изучение этого отдела (18 вместо 12 часов), всё же не позволяет выполнить многих очень интересных и ценных упражнений, имеющихся в задачнике П. А. Ларичева (§ 8, № 164 и следующие за ним). Желательно выполнить эти упражнения на внеклассных (кружковых) занятиях.

Требуя от учащихся правильного написания математических терминов, надо приучить их не только запоминать новые слова и знать их смысл, но и знать правильное их начертание.

УРОК № 1.

Тема урока. Формула.

I. Организация класса. Проверить учащихся по списку и по плану посадки в классе.

Сообщить название предмета, дни и часы уроков алгебры. Место алгебры в средней школе (в каких классах изучают алгебру, как используют её на уроках физики). Порядок выведения годовых оценок в VI и VII классах (в VI классе — по четвертным оценкам, в VII классе — экзамен за курс VI — VII классов).

Выяснить обеспеченность учащихся учебниками и задачниками. Сообщить, какие книги и где следует приобрести. Напомнить, как следует содержать книги (обернуть бумагой, вложить закладки). Надписать обложки тетрадей. Напомнить порядок ведения тетрадей (поля, заголовок, дата). Установить порядок подготовки ученика к уроку.

II. Вводная беседа и повторение изученного в V классе. Алгебра, так же как геометрия и арифметика, является частью большой науки математики. Она является продолжением арифметики и тесно с ней связана. Поэтому изучение алгебры мы начнём с повторения изученного в арифметике.

Решить: Л., № 2, 4, 8, 9 (2).

Примерная запись решения задачи Л., № 2:

x руб. — остаток денег	50 руб. по 3 руб. — 5 *кг* по 5,5 руб. — 4 *кг*

$$x = 50 - (3 \cdot 5 + 5{,}5 \cdot 4).$$

Говорят, что последняя запись выражает искомое число числовой формулой.

Числовая формула — это числовой пример, в котором указано, какие действия, над какими числами и в каком порядке надо выполнить для того, чтобы получить ответ на вопрос задачи.

Вычисление неизвестного числа x по записанной выше числовой формуле можно выполнить устно, ведя запись „цепочкой“:

$$x = 50 - (3 \cdot 5 + 5{,}5 \cdot 4) = 50 - (15 + 22) = 50 - 37 = 13.$$

$x = 13$ (руб.).

Придумать задачи, решение которых выражается той же числовой формулой, как и в задаче 9(2), но ответ которых получается в километрах, рублях, килограммах, часах и т. д.

1) Лыжник предполагал сделать переход в 80 *км*. Сколько километров осталось ему пройти после трёх часов ходьбы со скоростью 10 *км* в час?

2) Мальчик имел 80 руб. Сколько денег у него осталось, если он приобрёл три облигации государственного займа по 10 руб. каждая?

Данная числовая формула $x = 80 - 10 \cdot 3$ является решением многих задач разного содержания, но с одинаковыми числовыми данными и одинаковой зависимостью между этими данными; условия всех этих задач таковы, что для их решения следует выполнить два действия: 1) $10 \cdot 3 = 30$ и 2) $80 - 30 = 50$.

Решить: Л., № 10, 12.

Примерная запись решения задачи № 10:

x *км* — пройдённый путь;	40 *км* в час — скорость; a часов — время движения;

$$x = 40a.$$

при $a = 2$; $40a = 40 \cdot 2 = 80$ (*км*); $x = 80$ (*км*);
при $a = 3$; $40a = 40 \cdot 3 = 120$ (*км*); $x = 120$ (*км*);
при $a = 10$; $40a = 40 \cdot 10 = 400$ (*км*); $x = 400$ (*км*);
при $a = 2{,}5$; $40a = 40 \cdot 2{,}5 = 100$ (*км*); $x = 100$ (*км*).

Буквенное выражение $40a$ представляет собой решение нескольких задач, в которых следует определить длину пути, пройденного со скоростью 40 *км* в час за любое число часов (a часов). Под буквой можно подразумевать различные числа: большие и малые, целые, дробные и нуль.

Решение задачи № 12:

x штук — число книг на второй полке;	a книг — I полка; I + 20 книг — II полка;

$$x = a + 20.$$

при $a = 50$; $a + 20 = 50 + 20 = 70$ (штук); $x = 70$ (штук);
при $a = 65$; $a + 20 = 65 + 20 = 85$ (штук); $x = 85$ (штук).

Что следует подразумевать под буквой a в буквенном выражении $a + 20$? Можно ли подразумевать под буквой a числа целые? дробные? почему? Почему в задаче № 10 число a

является сомножителем, а в задаче № 12 слагаемым? В каких случаях и какие действия следует использовать?

Решить: Л., № 25, 24.

Решение задачи № 25:

S — площадь прямоугольника в квадратных метрах;	a — длина прямоугольника в метрах; b — ширина в метрах;

$$S = ab.$$

Такая запись решения задачи, в которой как искомое число, так и данные числа обозначены буквами, называется **решением в общем виде** (т. е. для всех возможных числовых значений входящих в задачу величин) или **формулой** (буквенной).

Для получения числового ответа надо дать буквам a и b числовые значения (**подставить** данные числа вместо букв) и произвести указанные действия в указанном порядке.

Например, при $a = 5{,}6$ *м*: $S = ab = 5{,}6 \cdot 4{,}5 = 25{,}2$ *кв. м*;
$b = 4{,}5$ *м*: $S = 25{,}2$ *кв. м*.

Прочитайте определение формулы по учебнику А. П. Киселёва.

Прочитайте следующие формулы, известные из арифметики:

$$v = a^3; \quad v = a \cdot b \cdot c; \quad C = \pi \cdot d; \quad S = 6a^2; \quad S = \pi \cdot d \cdot H.$$

Зависимости между какими величинами выражают эти формулы? Почему входящие в формулы значения величин обозначены не цифрами, а буквами? Решение скольких задач записано формулой? Найти числовые значения

$$v;\ C \text{ и } S \text{ при } a = 9;\ b = 2;\ c = 5;\ d = 20;\ H = 10.$$

Если в одной формуле повторяется одна и та же буква, она каждый раз обозначает одно и то же число.

Для обозначения данных величин употребляют малые буквы латинского алфавита; вот первые девять из них: a, b, c, d, e, f, g, h, i (остальные изучим после).

В алгебре над числами, записанными буквами, производят те же действия и обозначают их теми же знаками, что и в арифметике. Только знак умножения в алгебраическом выражении опускают: $40 \times a = 40 \cdot a = 40a$. Можно ли опустить его в случае, когда сомножители записаны цифрами, как, например, в случае $40 \times 2 = 40 \cdot 2 =$? почему? Употребляя буквы для записи чисел, их следует записывать так же аккуратно, как цифры, следя за тем, чтобы они не сливались друг с другом и со знаками действий.

III. Задание на дом. К., § 1, 4; Л., № 1, 3, 9 (1, 2), 11, 13, 51, 57. Уметь писать и произносить девять первых букв латинского алфавита.

IV. Закрепление изученного. Прочитать по учебнику § 1, 4.

1) Записать формулой правило вычитания дробей с одинаковыми знаменателями. Какое значение могут иметь буквы, входящие в формулу?

2) Записать формулой правило умножения целого числа на дробь, дроби на целое число, дроби на дробь.

3) Записать формулой правило замены деления на дробь умножением на дробь. Какие числовые значения не могут принимать некоторые буквы, входящие в эти формулы? почему?

Запомните правильное написание слов: алгебра и формула.

УРОК № 2.

Тема урока. Свойства арифметических действий (сложение и вычитание).

I. Проверка готовности класса к уроку (состояние книг и тетрадей).

II. Проверка выполнения домашней работы (путём обхода класса).

III. Проверка усвоения изученного. Для чего употребляют в математике цифры? буквы? Какая разница в употреблении букв и цифр для обозначения чисел? Назвать по порядку первые девять букв латинского алфавита и показать их на таблице. Формулировать определение формулы. Знак какого действия в буквенном выражении опускают?

Записать формулы: 1) площади квадрата, 2) периметра квадрата, 3) площади прямоугольника, 4) периметра прямоугольника. Что обозначают в одной и той же записи две одинаковые буквы? две разные буквы? Что обозначает одна и та же буква в разных буквенных выражениях? Какие числовые значения можно дать буквам, входящим в формулы? Вычислить числовое значение формулы при нескольких значениях входящих в неё букв (целых и дробных). Записать, пользуясь буквами латинского алфавита, изученными на прошлом уроке, формулы, выражающие: 1) правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями, 2) правила деления целого числа на дробь, дроби на целое число, дроби на дробь, 3) основное свойство дроби. Какие значения могут иметь буквы, входящие в каждую из этих формул?

IV. Изучение нового материала и повторение изученного в V классе (работа с книгой). Сегодня мы повторим свойства сложения и вычитания и запишем их в общем виде (в виде формулы).

1) Найдите оглавление в учебнике А. П. Киселёва.

2) Отыщите по оглавлению заголовок, соответствующий теме этого урока.

3) На какой странице помещён этот раздел? в каком параграфе?

4) Читайте § 6, разберитесь в примерах, которые рассмотрены в этом параграфе.

5) Кто закончил чтение — поднимите руку.

6) Свойства какого действия изложены в этом параграфе? Из скольких частей и из каких частей состоит содержание этого параграфа?

7) Читайте первую часть § 6. Какой закон вы повторили? В чём заключается этот закон? Показать на примерах и записать в общем виде.

8) Читайте вторую часть § 6 и т. д.

9) Теперь прочтите § 6 целиком и расскажите его содержание.

Работая с книгой (учебником), мы придерживались следующего порядка:

1) Чтение всего раздела — деление раздела на части, удобные для самостоятельного их изучения.

2) Чтение каждой части отдельно — тщательный разбор её, запоминание и пересказ.

3) Чтение всего раздела — связный рассказ всего раздела с примерами и выводами.

Такой порядок позволяет быстрее, легче и лучше выучить урок.

Читайте § 7 и т. д.

Запишите следующие девять малых букв латинского алфавита: j, k, l, m, n, o, p, q, r.

V. Задание на дом. К., § 6., 7; Л., № 55. Уметь писать и называть 18 первых букв латинского алфавита.

УРОК № 3.

Тема урока. Свойства арифметических действий (умножение и деление).

I. Проверка выполнения домашней работы (путём обхода).

II. Проверка усвоения изученного. Сформулировать законы сложения и записать их в общем виде, пользуясь буквами: m, n, p, q, r.

Сформулировать законы вычитания и записать их в общем виде, пользуясь буквами: c, d, f, k, l.

Показать по таблице и назвать по порядку 18 букв латинского алфавита. Написать слова: алгебра, формула.

III. Изучение нового материала и повторение изученного в V классе (работа с книгой). К., § 8, 9, 10 (см. план урока № 2). Записать последние восемь малых букв латинского алфавита: s, t, u, v, w, x, y, z.

IV. Задание на дом. К., § 8, 9, 10, стр. 12, упражнения № 10—17 (левый столбец). Уметь писать и называть по порядку все 26 букв латинского алфавита.

V. Закрепление изученного. Решить: К., стр. 12. Упражнения № 10—17 (правый столбец).

Примерная запись решения упражнения № 12: $5aabxabxx = 5aaabbxxx$ (переместительный закон умножения).

УРОК № 4.

Тема урока. Уравнения.

I. Проверка домашней работы (у доски).

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Сформулировать свойства умножения и записать их в общем виде. Сформулировать свойства деления и записать их в общем виде.

III. Изучение нового материала и повторение изученного в V классе. Решить: Л., № 37, 38, 39. Решить: Л., № 42 (путём догадки или проб).

Равенство, содержащее одну букву, значение которой надо найти, называется уравнением с одним неизвестным.

Значения неизвестного, при которых обе части уравнения имеют одинаковые числовые значения, называются решениями уравнения или его корнями.

Решить уравнение — значит найти его корни.

Запишите эти определения под диктовку, так как их нет в учебнике.

Знание зависимости между числами, над которыми производят действия, и результатом действия, а также знание свойств арифметических действий позволяют решать многие уравнения.

Решение № 44 (1):

$$x + 7 = 10.$$

Какое действие записано этим равенством? Какие числа, входящие в действие сложение, известны? Какое число, входящее в действие сложение, неизвестно? Как найти неизвестное слагаемое?

$x = 10 - 7$. Слагаемое равно сумме без другого слагаемого.

Подсчитаем правую часть уравнения.

$x = 3$ (корень уравнения).

Проверка.

$x + 7 = 10$; $x = 3$; $3 + 7 = 10$. Левая часть: 10; правая часть: 10; $10 = 10$.

Запомните, что в уравнении знак равенства можно ставить только один раз, так как иначе мы не сможем различать, где у нас правая, а где левая часть уравнения, а следовательно, и не сможем проверить, будет ли численное значение правой части уравнения равно численному значению левой части.

Придумайте задачу, условие которой записывается этим уравнением. Например: Мальчик имел несколько тетрадей в клетку и 7 тетрадей в линейку — всего 10 тетрадей. Сколько тетрадей в клетку имел мальчик? Какой ответ получили мы для этой задачи? Придумайте другую задачу, которая записывается этим же уравнением, чтобы ответ выражался в килограммах, рублях и т. д.

IV. Задание на дом. Выучить правило, записанное в тетради; Л., № 44 (2, 5, 8), 45, 47 с проверкой.

V. Закрепление изученного. Решить: Л., № 44 (1, 4, 7), 46, 48, 52 (с проверкой).

УРОК № 5.

Тема урока. Тождество.

I. Проверка домашней работы (у доски).

II. Проверка усвоения изученного. Определения: уравнения, корня уравнения, решения уравнения. Сформулировать знакомые нам законы (зависимости), на основании которых можно решать уравнения. Как проверить правильность решения уравнения? Почему в уравнении нельзя ставить знак равенства больше одного раза? Решить: Л., № 44 (3, 6, 9), 49, 50.

III. Упражнения. Решить: Л., № 100, 101, 102 (во всех номерах примеры: 1, 4, 7).

Решение Л., № 102 (4): $0{,}75 : x = 0{,}5$.

$x = 0{,}75 : 0{,}5$; Делитель равен делимому, делённому на частное:

$x = 7{,}5 : 5$; $x = 1{,}5$ (корень уравнения).

Проверка.

$0{,}75 : x = 0{,}5$; левая часть: $0{,}75 : 1{,}5 = 7{,}5 : 15 = 0{,}5$; правая часть: $0{,}5$; $0{,}5 = 0{,}5$.

Условие какой задачи было записано этим уравнением? Какой ответ получили мы для этой задачи? Придумайте другие задачи, которые тоже решаются с помощью этого уравнения.

А теперь составим уравнение по условию задачи. Решить: Л., № 104, 105, 106.

IV. Изучение нового материала. Рассмотрим два равенства:

I. $a + 2 = 2 + a$. | II. $a + 2 = 12 - a$.

Укажите корни этих уравнений (путём проб).

$a=1$;	$3=3$;	$3 \neq 11$;
$a=2$;	$4=4$;	$4 \neq 10$;
$a=3$;	$5=5$;	$5 \neq 9$;
$a=4$;	$6=6$;	$6 \neq 8$;
$a=5$;	$7=7$;	$7 = 7$;
$a=6$;	$8=8$.	$8 \neq 6$.
И т. д.		И т. д.
Бесчисленное множество корней.		Один корень.
Тождество.		*Уравнение.*

Равенства, справедливые при любых значениях входящих в них букв, называются тождествами.

Тождество можно назвать уравнением, имеющим бесчисленное множество корней. Правая часть тождества всегда может быть получена из его левой части (и наоборот) путём вычислений или применения свойств арифметических действий.

$a+2=2+a$ (переместительный закон сложения).

Правая часть уравнения никогда не может быть получена из его левой части (и наоборот).

$a+2=12-a$. Из $a+2$ получить $12-a$ нельзя.

Решить: Л., № 43 (нечётные).

Например: № 43 (9): $a+b+c=a+(b+c)$; левую часть можно получить из правой, если применить свойство: чтобы прибавить к числу сумму нескольких чисел, можно прибавить отдельно каждое слагаемое. К., § 6 (b); $a+(b+c)=a+b+c$; это равенство — тождество, так как одну его часть можно получить из другой.

Это можно установить и другим способом, давая буквам a, b, c различные значения. Проверить устно.

V. Задание на дом. Л., № 100, 101, 102 (во всех 2, 5, 8 с проверкой), 113—119.

УРОК № 6.

Тема урока. **Решение более сложных уравнений.**

I. Проверка домашней работы (у доски).

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Сформулировать определения: равенства, уравнения, тождества. Сходство и различие уравнения и тождества.

Решить: Л., № 43 (чётные), 100, 101, 102 (во всех 3, 6, 9).

III. Изучение нового материала. Зависимость между числами, над которыми производят действие, и результатом действия позволяет решать и более сложные уравнения.

Решить: Л., № 103 (1).

$$3x+5=17.$$

Сколько действий вошло в это уравнение? какие? Какое действие последнее по порядку? Какие числа, входящие в действие сложение, нам известны? Какое число, входящее в действие сложение, нам неизвестно?

$3x = 17 - 5$ (слагаемое равно сумме двух слагаемых без второго слагаемого).

Вычислим правую часть уравнения:

$$3x = 12.$$

Какое действие записано этим уравнением? Какие числа, входящие в умножение, известны? Какое число, входящее в умножение, неизвестно?

$x = 12:3$ (сомножитель равен произведению, делённому на второй сомножитель).

$$x = 4 \text{ (корень уравнения).}$$

Проверка.

$3x + 5 = 17$; $x = 4$; $3 \cdot 4 + 5 = 17$; левая часть: $3 \cdot 4 + 5 = 17$; правая часть: 17; $17 = 17$.

Придумайте задачу к уравнению, которое мы решали.

IV. Задание на дом. Л., № 103 (2, 4, 6, 12, 14) (с проверкой).

V. Закрепление изученного. Решить: Л., № 103 (7, 9).

VI. Самостоятельная работа.

Вариант I: Л., № 103 (3).

Вариант II: Л., № 103 (11).

УРОК № 7.

***Тема урока.* Алгебраическое выражение и его виды.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Решить: Л., № 103 (5, 13) с проверкой и составлением задачи к уравнению.

III. Изучение нового материала. Посредством каких знаков обозначают числа, входящие в формулы и уравнения? Чем (какими знаками) соединяют между собой цифры и буквы, входящие в формулу или уравнение? Что показывают эти знаки?

Определение алгебраического выражения по учебнику А. П. Киселёва. Повторить определение. Указать алгебраические выражения, входящие в следующие формулы или уравнения:

1) $a(b+c) = ab + ac$;
2) $m - (p - q) = m - p + q$;
3) $S = \frac{1}{2}ah$; 4) $S = a^2$;
5) $abc \cdot k = ak \cdot bc$;
6) $x + 3 = 5$;
7) $5x = 20$.

На первых порах мы будем заниматься алгебраическими выражениями, которые называются одночленами и многочленами.

Одночленом называется отдельное число, выраженное цифрами или буквами, или произведение, составленное из числового множителя и одной или нескольких букв, каждая из которых взята в некоторой степени.

Например: $7,\ a,\ a^3,\ 3a,\ ab,\ 5ab,\ 4a^2b,\ 0{,}5cd^3$.

Выписать из формул и уравнений, приведённых выше, алгебраические выражения, которые могут быть названы одночленами. Записать под диктовку определение одночлена, так как его нет в учебнике.

Два одночлена, соединённые знаками плюс или минус, называются двучленом. Три одночлена, соединённые между собой знаками плюс или минус, называются трёхчленом и т. д.

Например: $2-a,\ c+5,\ 2a^2+3bc$ — двучлены;

$5a^2+3ab-4$ — трёхчлен.

Несколько одночленов, соединённых знаками плюс или минус, называются многочленами. Одночлены, входящие в многочлен, называются его членами. Выписать из формул и уравнений, приведённых выше, алгебраические выражения, которые могут быть названы многочленами. Записать под диктовку определение многочлена, так как его нет в учебнике.

Указать в приведённых выше формулах и уравнениях такие алгебраические выражения, которые не могут быть названы ни одночленами, ни многочленами, и указать, к какому виду и на основании какого закона они были преобразованы.

Например: $a(b+c)=ab+ac,\ 4a:2=2a$.

Если буквам, входящим в алгебраическое выражение, дать числовые значения и произвести указанные действия в указанном порядке, получим численную величину алгебраического выражения. Например, численная величина алгебраического выражения (одночлена) $\frac{1}{2}ah=40$ (*кв. м*); при $a=10$ *м* и $h=8$ *м*. Если буквам, входящим в алгебраическое выражение, дать иные значения, численная величина алгебраического выражения может измениться. Так, при $a=\frac{3}{4}$ *м*, $h=\frac{2}{5}$ *м*, $\frac{1}{2}ah=\frac{3}{20}$ (*кв. м*). В данном примере значение алгебраического выражения в одном случае выражалось числом целым, в другом — дробным.

Буквы, входящие в алгебраическое выражение, могут принимать различные числовые значения: целые, дробные, нулевое. Однако эти числовые значения должны быть такими, чтобы алгебраическое выражение не теряло смысла: так, в алгебраическом выражении $\frac{5}{a}$ буква a может принимать любые числовые значения, целые и дробные, но $a \neq 0$, так как на нуль делить нельзя.

Какие значения не может принимать буква a в следующих алгебраических выражениях и почему: $a - 7$; $5 - a$, если под a подразумевают число людей в комнате? $\frac{1}{2-a}$? $\frac{5}{c} = a$?

IV. Задание на дом. К., § 2. Тетрадь. Л., № 23 (а), 79 (4), 80 (2, 3).

V. Закрепление изученного. Повторить определения: алгебраического выражения, одночлена, многочлена, члена многочлена. Могут ли быть алгебраические выражения, которые нельзя отнести ни к одночленам, ни к многочленам, и почему им не дали особого названия? Определение численной величины алгебраического выражения. Может ли оно измениться? От чего зависят её изменения? Каких числовых значений нельзя дать буквам, входящим в алгебраическое выражение?

Задача Л., № 23 (б). Натуральный ряд чисел. Наименьшее и наибольшее число ряда. Закон, положенный в основу образования натурального ряда.

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \ldots, m, \ldots$$

Какие числа можно подразумевать под m? Каких чисел нельзя подразумевать под m? Какие числа следуют за числом m и предшествуют числу m в натуральном ряде чисел? m, $m+1$, $m+1+1=m+2$, $m+1+1+1=m+3$ и т. д. m, $m-1$, $m-1-1=m-2$, $m-1-1-1=m-3$ и т. д.

$$\ldots m-3,\ m-2,\ m-1,\ m,\ m+1,\ m+2,\ m+3, \ldots$$

Укажите виды полученных алгебраических выражений.

Задача Л., № 79 (1). Определение чётного числа. На 2 делятся все те, и только те, натуральные числа, которые при разложении на множители имеют среди них множитель два.

$$2=2 \cdot 1;\ 4=2 \cdot 2;\ 6=2 \cdot 3;\ 210=2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Если произведение всех множителей, кроме первой „двойки", обозначить буквой n, то любое чётное число в „общем виде" — $2n$. Укажите вид полученного алгебраического выражения. Численная величина одночлена $2n$ будет представлять собой чётные числа при условии, что n принимает любые целые значения. Найдите значения выражения $2n$, давая n значение: 0, 1, 2, 3, 7, 105, 114 и т. д.

Дайте определение нечётного числа, приведите примеры. Каких значений не может принимать в данном примере буква n?

Задача Л., № 79 (3).

Как расположены в натуральном ряде чисел числа чётные и нечётные? Сравним по величине чётное число $2n$ с нечётными числами, из которых одно непосредственно предшествует ему, а другое непосредственно следует за ним в натуральном ряде чисел.

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \ldots, \text{ и т. д.}$$

Формула нечётного числа $2n+1$. Какой вид имеет это алгебраическое выражение? Сколько в нём членов? Назовите каждый член. Двучлен $2n+1$ выражает нечётное число при условии, что n равно какому-нибудь натуральному числу. Вычислить $2n+1$ при n, равном 0, 1, 2, 10, 15, 248.

Решить: Л., № 80 (1), 79 (2). Записать в общем виде числа, которые при делении на 5 дают в остатке 1, 2, 3, 4.

УРОК № 8.

Тема урока. **Коэффициент.**

I. Проверка домашней работы (на доске).

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос у доски). Определение алгебраического выражения и его численной величины. Определение одночлена, многочлена и члена многочлена.

Решить: Л., № 79 (5), 61, 62, 63. Записать в общем виде: чётное число; нечётное число; число, кратное 7; число, дающее при делении на 8 остаток 5. Определить виды алгебраических выражений, записанных выше. Какие числовые значения могут иметь (не могут иметь) буквы, входящие в них?

Решить: Л., № 103 (8, 10).

Записать периметр и площадь прямоугольника со сторонами a и b (в общем виде). Какие алгебраические выражения получим при этом? Какие числовые значения могут иметь буквы a и b?

Покажите правильное написание слов: одночлен, многочлен, алгебра.

III. Изучение нового материала. Решить: Л., № 60, 64, 65. Определить вид алгебраических выражений, получившихся в записях.

Выраженный цифрами сомножитель одночлена называется числовым коэффициентом. Запишем это определение.

Назовите коэффициенты в одночленах, записанных выше.

Коэффициент принято ставить впереди буквенных множителей, а буквы, следующие за ним, располагать в алфавитном порядке; это возможно потому, что от перестановки сомножителей произведение не изменится. Такой вид одночлена называется нормальным.

Коэффициент единица обычно не пишется. Например, вместо $1a$ пишут просто a, вместо $1bc^2$ — просто bc^2.

Привести к нормальному виду одночлены и назвать их коэффициенты: $ba^2 \cdot 7$; $c \cdot 5a^3 \cdot 2$; $m \cdot a$; $l \cdot cb \cdot 1$; $x \cdot 2 \cdot a \cdot 5$; $p \cdot \frac{3}{4}$; $pq \cdot 0{,}2$.

1) Коэффициент — число целое.

Определение действия умножения на целое число.

$a + a = a \cdot 2 = 2a$

число слагаемых.

чему равно каждое слагаемое.

Сумма двух a равна удвоенному числу a.

$\underbrace{a + a + a}_{3} = a \cdot 3 = 3a.$

Почему мы ввели коэффициент 3?

Целый коэффициент, если перед ним нет знака или если перед ним стоит знак плюс, показывает число равных слагаемых:

$$a + a + a + b + b = 3a + 2b.$$

Произведение, перед которым стоит коэффициент, показывает, чему равно каждое слагаемое: $ab + ab + ab = 3ab$;

$a + a + a + bc + bc = 3a + 2bc$. Сколько слагаемых содержит многочлен? Почему нельзя ввести коэффициент 5?

$$a + a + a - b - b = 3a - 2b.$$

Целый коэффициент, перед которым стоит знак минус, показывает число равных вычитаемых. Произведение, перед которым стоит коэффициент со знаком минус, показывает, чему равно каждое вычитаемое.

$$p + p - q - q - q = 2p - 3q.$$
$$p - fl - fl = p - 2fl.$$

2) Коэффициент — число дробное (по учебнику А. П. Киселёва).

IV. Задание на дом. Тетрадь. Л., № 70 (нечётные), 69 (нечётные), 71 (1, 4, 5, 10), 76 (1, 5, 7), 77 (1, 3).

V. Закрепление изученного. Определение коэффициента. Что показывают: целый коэффициент, если перед ним нет знака? если стоит знак плюс? целый коэффициент, со знаком минус перед ним? дробный коэффициент?

Решить: Л., № 70 (чётные), 69 (чётные), 71 (чётные), 76 (3, 9, 11), 77 (2, 5, 7, 9), 78 (чётные), 73, 75.

Какой вид одночлена называют нормальным?

Решение № 69 (2):

$$m + m + m + m = 4m.$$

Почему мы ввели коэффициент 4? Прочитать: сумма четырёх слагаемых, из которых каждое m, равна учетверённому числу m.

Решение № 69 (4):

$$t+t+t+k+k=3t+2k.$$

Сколько слагаемых (членов) содержит данное алгебраическое выражение (многочлен)? Почему нельзя ввести коэффициент пять? Прочитать: сумма пяти слагаемых, из которых каждый из трёх первых равен t, а каждый из двух последних равен $к$, равна сумме утроенного числа t, с удвоенным числом $к$.

Решение № 76 (3):

$$abc+abc=2abc.$$

Как читается правая часть? Удвоенное произведение чисел a, b и c.

Решение № 76:

$$(a+b)+(a+b)-(m-n)-(m-n)-(m-n)-(m-n)=$$

Слагаемые и вычитаемые, входящие в данное алгебраическое выражение, не могут быть названы одночленами по определению, но им можно придать такой вид, если допустить, что $a+b=p$ и $m-n=q$.

$$=p+p-q-q-q-q=2p-4q \text{ (заменим: } p=a+b;\ q=m-n) =2(a+b)-4(m-n).$$

Как прочесть правую часть? Разность удвоенной суммы чисел a и b и учетверённой разности чисел m и n.

УРОК № 9.

***Тема урока*. Составление уравнений по условию задач.**

I. Проверка домашней работы (у доски).

II. Проверка усвоения изученного. Предложить учащимся вопросы, которые ставились на предшествующем уроке при закреплении изученного материала.

Решить: Л., № 76 (чётные), 77 (чётные), 78 (нечётные), 72, 74. Написать слова: уравнение, тождество.

III. Изучение нового материала. Решить: Л., № 108, 110, 112.

Умение составлять уравнения позволит нам решать различные по типу задачи одним и тем же способом. Как решали мы в арифметике задачу „на части"? на нахождение чисел по их сумме и разности?

Решить устно: Л., № 121, 123.

Теперь решим эти задачи с помощью уравнений.

Решение № 121:

Вес муки во II мешке x *кг*.

Вес муки в I мешке $(x+10)$ *кг*.

Вес муки в двух мешках x *кг* $+(x+10)$ *кг*, или 110*кг*.

$x+(x+10)=110$ (по условию задачи).

$x+x+10=110$ (сочетательный закон при сложении).

$2x+10=110$ (введение коэффициента).

$2x=110-10$ (неизвестное слагаемое равно сумме без другого слагаемого).

$2x=100$.

$x=100:2$ (неизвестный сомножитель равен произведению, делённому на известный сомножитель).

$x=50$.

Ответ: во II мешке было 50 *кг* муки;

в I мешке было: 50 *кг* + 10 *кг* = 60 *кг* муки.

Проверка: 60 *кг* + 50 *кг* = 110 *кг*; 60 *кг* − 50 *кг* = 10 *кг*.

Подобным же образом решается и задача Л., № 123.

Вы видели, что разные по типу задачи мы решили одним и тем же приёмом; составили уравнение и нашли его корень. Этот корень позволил нам дать ответ на вопрос задачи.

Наука алгебра учит, как записывать условие задачи в виде уравнения, а затем ответить на вопрос задачи путём решения этого уравнения.

Начала алгебры имелись в Древнем Египте и в Древней Греции. Слово „алгебра" произошло от слова „альджебр", обозначавшего один из приёмов решения уравнений. Впервые это слово встречается в книге Мухаммеда бен Муса-ал-Хорезми, т. е. Мухаммеда, сына Мусы из Хорезма (теперь Узбекская ССР) в 820 г. н. э.

IV. Задание на дом. Л., № 109, 111, 122, 124.

V. Закрепление изученного. Решить: Л., № 126, 127.

УРОК № 10.

Тема урока. Действие возведения в степень с целым положительным показателем.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Решить: Л., № 125, 128.

III. Изучение нового материала. При разложении на множители составного числа мы записывали.

$$600=2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot5\cdot5.$$

Это можно записать короче: $2^3\cdot3\cdot5^2$. Прочитаем написанное. Что показывает цифра 3, стоящая около множителя 2? Что значит 5 во второй степени? Почему около множителя 3 нет указания на степень этого числа?

Подсчитайте: 3^2, 5^3, 2^4.

Сведения, полученные по этому вопросу в V классе, были неполными. Сегодня мы ознакомимся с этим вопросом более полно.

Сколько математических действий мы знаем? какие? Вспомним, как возникли эти действия.

Действие сложение (I ступени)

$2+3+5=10.$

$2+2+2=2\cdot3=6.$

произведение (сумма).

множитель (число слагаемых).

множимое (слагаемое).

Действие умножение (II ступени)

$2\cdot3=6$

показатель степени (число сомножителей).

$3\cdot3=3^2=9$

степень (произведение).

основание степени (сомножитель).

Умножение равных сомножителей — пятое математическое действие — **возведение в степень** (III ступени).

Определения: возведения в степень, основания степени, показателя степени. Квадрат и куб числа (по А. П. Киселеву). Что следует сделать с числом, чтобы возвести его во вторую, третью, четвёртую, пятую и т. д. степень?

Запись действия возведения в степень: $15^2=15\cdot15=225$. $3^1=3$; $17^1=17$ — единица не пишется показателем степени.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}=\frac{9}{16};\ \frac{3^2}{4}=\frac{3\cdot3}{4}=\frac{9}{4}=2\frac{1}{2};\ \frac{3}{4^2}=\frac{3}{4\cdot4}=\frac{3}{16};$$

$$0{,}1^2=0{,}1\cdot0{,}1=0{,}01.$$

Чему равно в каждом случае основание степени? показатель степени? степень? Зачем поставлены скобки? Что произойдёт, если их опустить? Действие возвышения в степень выполняется раньше действий низших ступеней. Место действия возвышения в степень среди других действий: $2+3^2=$; $10-3^4=$; $3\cdot5^2=$.

IV. Задание на дом. К., § 3, 4; Л., № 88, 90, 91, 92, 94 (чётные во всех номерах). Составить таблицу квадратов и кубов от 1 до 20.

V. Закрепление изученного. Сколько математических действий мы теперь знаем? какие? Определения: действия возведения в степень, основания степени, показателя степени, степени. Может ли при данных определениях показатель степени быть числом дробным? нулём? почему? Какая степень называется квадратом? кубом? Какой показатель степени не пишется?

Решить: Л., № 87 (1, 3, 5), 89 (1, 3, 5) устно, 88 (3, 7, 9, 11), 90 (1, 3, 5), 91 (1, 3, 5, 11). В каких случаях степень числа получается больше основания? меньше основания? равна основанию? почему?

Решить: Л., № 92 (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 19), 94 (1, 3, 5, 7, 11).

Решение № 92 (7): $m \cdot m \cdot m = m^3$ — произведение трёх сомножителей, из которых каждое равно m, равно кубу числа m. Почему мы ввели показатель 3?

Решение № 92 (13):

$3xxyyy = 3x^2y^3$ — произведение шести множителей, из которых первый равен трем, два следующих равны x и три последних равны y, равно утроенному произведению квадрата числа x на куб числа y. Сколько сомножителей входит в данное произведение? Почему нельзя ввести показатель 6?

Решение № 92 (19): Пусть $c - d = p$, тогда:

$$(c-d) \cdot (c-d) \cdot (c-d) = p \cdot p \cdot p = p^3 = (c-d)^3.$$

Произведение трёх сомножителей, из которых каждый равен разности чисел c и d, равно кубу разности этих чисел.

УРОК № 11.

Тема урока. Употребление показателя и коэффициента в алгебраическом выражении.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Предложить учащимся вопросы, поставленные на предшествующем уроке при закреплении изученного.

Решить: Л., № 87 (7), 89 (7), 88 (13, 15), 90 (7, 9), 91 (7, 9, 13), 92 (15, 17), 94 (9, 13, 15). Написать слова: коэффициент, показатель степени, основание степени, алгебра, одночлен, многочлен.

III. Изучение нового материала. Коэффициент и показатель степени постоянно употребляют для сокращенной записи алгебраического выражения. В какое алгебраическое выражение можно ввести коэффициент? В какое алгебраическое выражение можно ввести показатель? Примеры. Какое сходство замечаем мы в коэффициенте и показателе? (Оба употребляются для сокращённой записи алгебраических выражений, оба показывают число повторений числа, которое записано или цифрами, или буквами.) Какое различие замечаем мы в коэффициенте и показателе? (Один показывает число слагаемых, второй показывает число сомножителей.) Есть и ещё одно отличие: коэффициент относится ко всему произведению, перед которым он стоит:

$$2ab^2 = 2 \cdot ab^2 = ab^2 + ab^2,$$

а показатель только к своему основанию:

$$2ab^2 = 2 \cdot a \cdot b^2 = 2a \cdot bb.$$

Сегодня мы будем упражняться в применении показателя и коэффициента при записи алгебраического выражения.

IV. Задание на дом. Л., № 95, 96, 97, 98 (во всех номерах нечётные).

V. Закрепление изученного. Решить: Л., № 95 (2, 6, 8), 96 (2, 6), 97 (2, 4, 6, 10), 98 (2, 4, 6).

Примерное решение № 95 (8):

$bb+bb+bb$. Прочитать данное алгебраическое выражение: сумма трёх слагаемых, из которых каждое есть произведение числа b на число b. Что можно ввести для сокращённой записи этого алгебраического выражения — коэффициент или показатель? почему? Чему должен быть равен вводимый показатель? почему? Какой коэффициент следует ввести? почему? В данном случае порядок введения показателя и коэффициента безразличен.

$$bb+bb+bb=b^2+b^2+b^2=3b^2,$$

или:

$$bb+bb+bb=3bb=3b^2$$

и т. д.

Прочитать полученное алгебраическое выражение: утроенный квадрат числа b, или короче — $3b$ в квадрате.

VI. Самостоятельная работа.

1) Записать алгебраическое выражение: a^2+2ab^2+2b сперва без коэффициентов, потом без показателей, далее без коэффициентов и без показателей.

2) Записать выражение: $p+p+p-pqqq-pqqq-pqqq+ppp$ короче, сперва пользуясь коэффициентами, потом с помощью показателей, наконец с теми и другими.

3) Найти числовое значение выражения: a^3+2ab^2+2abc при $a=2$, $b=3$, $c=1\frac{5}{6}$.

Надо дать по крайней мере два варианта текста самостоятельной работы.

УРОК № 12.

Тема урока. Порядок действий в алгебре.

I. Проверка домашней работы (с места и у доски).

II. Проверка усвоения изученного. Предложить учащимся вопросы, которые ставились им при закреплении изученного на уроках № 10, 11.

Решить: Л., № 95 (4, 10), 96 (4, 8), 97 (8, 12), 98 (8, 10), 191.

III. Изучение нового материала. Теперь мы знаем пять математических действий, которые распределяются на три группы следующим образом:

		Возведение в степень
	Умножение. Деление.	III ступень.
Сложение. Вычитание.	II ступень.	
I ступень.		

Какой порядок действий установлен в арифметике: для действий первой ступени, когда нет скобок? для действий второй ступени, когда нет скобок? для действий первой и второй ступени, когда нет скобок? для случаев, когда имеются скобки?

В алгебре при вычислении численного значения алгебраического выражения указанные в нём действия выполняют в следующем порядке: 1) находят численные значения одночленов (или членов многочленов), 2) находят численные значения многочленов, 3) выполняют действия, указанные между одночленами и многочленами.

Например, чтобы найти числовое значение алгебраического выражения:

$$(a^2+2ab+b^2):(a+b) \quad \text{при } a=5;\ b=2,$$

следует сперва вычислить каждый одночлен в отдельности, затем найти числовое значение каждого многочлена, наконец выполнить деление.

Решение:

При $a=5,\ b=2$:

$(a^2+2ab+b^2):(a+b)=7.$

I. $a^2=5^2=5\cdot5=25.$

II. $2ab=2\cdot5\cdot2=20.$

III. $b^2=2^2=2\cdot2=4.$

IV. $a^2+2ab+b^2=25+20+$
$+4=49.$

V. $a+b=5+2=7.$

VI. $(a^2+2ab+b^2):(a+b)=$
$=49:7=7.$

При $a=5,\ b=2$:

$$(a^2+2ab+b^2):(a+b)=$$
$$=(5^2+2\cdot5\cdot2+2^2):(5+2)=$$
$$=(25+20+4):7=$$
$$=49:7=7.$$

Мы видим, что порядок действий в алгебре (над числами, обозначенными буквами) такой же, как в арифметике (над числами, записанными цифрами).

Однако при рассмотрении алгебраического выражения $a:bc$ часто возникают ошибки.

При $a=20,\ b=5,\ c=2$:

I II

$$a:bc=20:5\cdot2=4\cdot2=8.$$

I. $a:b=20:5=4$; II. $a:b\cdot c=4\cdot2=8.$

Здесь, как в арифметике, действия одной ступени выполняются по порядку слева направо, т. е. сперва деление a на b, а потом умножение полученного частного на число c.

Правильно надо было решить так: при $a=20$, $b=5$, $c=2$:

$$a:\overset{\text{II}}{b}\cdot\overset{\text{I}}{c}=20:5\cdot 2=20:10=2.$$

$$\text{I. } b\cdot c=5\cdot 2=10.$$

$$\text{II. } a:bc=20:10=2;$$

сначала выполняется вычисление численной величины одночлена, а потом выполняют действия между ними, т. е. сперва надо умножить b на c (найти численную величину одночлена), а потом число a разделить на полученное произведение.

Мы видим, что различное понимание вопроса приводит нас к совершенно различным результатам (в одном случае 8, а в другом 2).

Чтобы избежать ошибки, следует в случаях, когда в алгебраическом выражении имеет место деление на произведение, делитель заключить в скобки или обозначить деление чертой (которая заменяет скобки).

$$a:bc=a:(bc)=\frac{a}{bc}.$$

При такой записи исчезнет возможность возникновения ошибки и порядок выполнения действий не вызывет сомнения.

IV. Задание на дом. К., § 5 № 152; Л., № 554 (3, 4) при $x=5$, $y=2$, $m=1$, $n=3$.

V. Закрепление изученного. Порядок действий, принятый в алгебре. При вычислении численной величины каких алгебраических выражений особенно часто возникают ошибки? Как следует в этих случаях поступать?

Найти численную величину алгебраического выражения в следующих примерах: Л., № 562 (при положительных значениях), 554, 561 (4, 6, 7) (при любых допустимых значениях).

УРОК № 13.

Тема урока. **Чтение и запись алгебраических выражений.**

I. Проверка домашней работы (у доски).

II. Проверка усвоения изученного. Предложить учащимся вопросы, поставленные при закреплении изученного на прошлом уроке. Указать порядок действий и вычислить числовое значение алгебраического выражения: $100a^3b^3:5ab^2$; $4a^2:a^3$ при различных допустимых значениях a и b. Как следует записать эти примеры, чтобы избежать ошибки? Решить: Л., № 194.

III. Изучение нового материала и его закрепление. а) Решить: Л., № 130, 132, 133, 134, 139, 141, 143, 148, 145.

Примерная запись решения задачи Л., № 130: Разность чисел x и y запишем: $x-y$.

Её произведение на $a:(x-y)\cdot a$.

При $x=10$, $y=4$, $a=15$ оно равно $(10-4)\cdot 15=90$.

При $x=1\frac{3}{4}$, $y=\frac{1}{2}$, $a=8$ оно равно $\left(1\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot 8=10$.

При $x=2{,}12$, $y=1{,}08$, $a=10$ оно равно $(2{,}12-1{,}08)\cdot 10=$ $=10{,}4$.

Устно. Почему в выражении $(x-y)\cdot a$ поставлены скобки, хотя о них в задаче ничего не сказано? Как вычислить значение выражения $x-y\cdot a$? Какие действия и в каком порядке надо производить в выражениях $(x-y)a$ и $x-ya$?

б) Те же самые задачи решить в обратном порядке, переходя от алгебраического выражения, записанного формулой, к словесному его выражению.

Затем взять задачу Л., № 153. Например, алгебраическое выражение $(c+d)^2$ прочесть так: „сумма чисел c и d в квадрате“, или „квадрат суммы чисел c и d“. В каком порядке перечислили мы действия, входящие в алгебраическое выражение при первом чтении? при втором чтении?

IV. Задание на дом. Л., № 135, 136, 137, 142, 144, 146, 149, 154 (I столбик).

УРОК № 14.

Тема урока. Вычисление числового значения алгебраического выражения.

I. Проверка домашней работы (с места и у доски).

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Какой порядок чтения алгебраических выражений установлен?

Решить: Л., № 129, 131, 138, 140, 145, 147, 150, 151, 152, 154.

III. Изучение нового материала. Сегодня мы продолжаем упражнения в вычислении числовых значений алгебраических выражений.

Умение находить численное значение алгебраического выражения очень важно и полезно. Например, многие вопросы, возникающие в быту и на производстве, решаются посредством простого вычисления по формуле.

Тело, которое я вам показываю, называется конусом. Какие предметы имеют форму конуса? Нам нужно определить количество песка в куче, имеющей форму конуса. Мы не умеем определить объём конуса, но в справочнике или в учебнике геометрии Киселёва (ч. II) можем отыскать формулу объёма конуса $V=\frac{1}{3}\pi r^2H$.

Сколько измерений и какие следует сделать для того, чтобы вычислить объём конуса по этой формуле? (Нужно измерить длину окружности для того, чтобы вычислить радиус и высоту конуса.) Пусть $r = 1$ *м*; $H = 0{,}4$ *м*, тогда

$$V = \frac{3{,}14 \cdot 1 \cdot 0{,}4}{3} \approx 4{,}19\,(\textit{куб. м}).$$

Формула помогла нам найти ответ на вопрос, для решения которого у нас не оказалось достаточных знаний.

Подобным же образом можно вычислить объём бочки по формуле

$$V = 3{,}14\left(\frac{d_1 + d_2}{4}\right)^2 h,$$

где d_1 и d_2 — наименьший и наибольший диаметры (поперечника) бочки, h — её высота.

Решить: № 158 (1, 3, 6, 8, 11, 12).

План решения № 158 (1):

1) Прочитать алгебраическое выражение (разность удвоенного числа a с утроенным произведением чисел b и c).

2) Записать алгебраические выражения.

3) Подставить числовые значения.

4) Определить порядок действий.

5) Выполнить действия третьей ступени (если они есть). Выполнить действия второй ступени в надлежащем порядке (если они есть). Выполнить действия первой ступени в надлежащем порядке (если они есть).

6) Записать ответ.

Решение „по частям“

при $a = 5$, $b = 1$, $c = \frac{1}{2}$:

$$2a - 3bc = 2 \cdot 5 - 3 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 8\frac{1}{2}.$$

I. $2 \cdot 5 = 10$.

II. $3 \cdot 1 = 3$.

III. $3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$.

IV. $10 - 1\frac{1}{2} = 8\frac{1}{2}$

Решение „цепочкой“

при $a = 5$, $b = 1$, $c = \frac{1}{2}$:

$$2a - 3bc = 2 \cdot 5 - 3 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 10 - 1\frac{1}{2} = 8\frac{1}{2}$$

и т. д. (учащиеся избирают тот способ, который кажется им проще, но постепенно преимущество записи цепочкой станет очевидным всем).

IV. Задание на дом. Л, № 158 (2, 4, 5, 7, 9, 10).

УРОК № 15.

***Тема урока.* Вычисление числового значения алгебраического выражения.**

I. Проверка домашней работы (у доски).

II. Проверка усвоения изученного. Решить устно: Л., № 162 (1, 2, 3, 4, 5).

III. Упражнения. Решить: Л., № 163 (нечётные номера).

IV. Самостоятельная работа.

Вариант I: Л., № 162 (6, 9).

Вариант II: Л., № 162 (7, 10).

V. Задание на дом. Л., № 163 (чётные).

УРОК № 16.

***Тема урока.* Повторение раздела „Буквенные выражения“.**

I. Проверка домашней работы (у доски).

II. Повторение изученного по разделу „Буквенные выражения“. Решить: Л., № 201 (кроме примера 5).

III. Задание на дом. Решить: Л., № 200.

УРОК № 17.

***Тема урока.* Контрольная работа № 1.**

Вариант I.

1) Найти численное значение алгебраического выражения:

$$\frac{2a^2b}{(b-a)^2}-\frac{ab^2}{a-b^2} \quad \text{при } a=\frac{1}{2}; \quad b=\frac{2}{3}.$$

2) Найти численное значение алгебраического выражения:

$$14p^2q^3 : 7q^2 \quad \text{при } p=10; \quad q=0{,}1.$$

3) Записать произведение разности кубов чисел c и d на квадрат суммы тех же чисел.

4) Записать тремя способами: а) без коэффициентов, отличных от единицы; б) без показателей степеней, отличных от единицы; в) без коэффициентов и без показателей степеней, отличных от единицы:

$$m^3-3m+3mn^3.$$

5) Записать тремя способами: а) с показателями степеней; б) с коэффициентами; в) с показателями степеней и коэффициентами:

$$a+a+a\cdot a-a\cdot b\cdot b-a\cdot b\cdot b.$$

6) Решить уравнение и проверить решение.

$$2z-4=2.$$

Вариант II.

1) Найти численное значение алгебраического выражения

$$\frac{x+y}{(x-y)^2}-\frac{x^2y}{x-y^2} \quad \text{при } x=\frac{3}{4};\ y=\frac{1}{2}.$$

2) Найти численное значение алгебраического выражения:

$$12m^3n:2m^2 \quad \text{при } m=0{,}01;\ n=100.$$

3) Записать частное от деления квадрата разности чисел c и d на сумму кубов тех же чисел.

4) Записать тремя способами: а) с показателями степеней; б) с коэффициентами; в) с показателями степеней и коэффициентами: $p+p+p\cdot p\cdot p-p\cdot q\cdot q-p\cdot q\cdot q$.

5) Записать тремя способами: а) без коэффициентов, отличных от единицы; б) без показателей степеней, отличных от единицы; в) без коэффициентов, без показателей степеней, отличных от единицы:

$$a^2-2a+2ab^2.$$

6) Решить уравнение и проверить решение:

$$10-3t=4.$$

УРОК № 18.

Тема урока. Разбор контрольной работы.

I. Анализ контрольной работы. Рассмотреть затруднившие многих учащихся моменты; выяснить, как следовало в этих случаях поступать и какими правилами пользоваться.

Предоставить учащимся возможность рассмотреть свою работу, сравнить с написанным на доске. Ученик может поднять руку, спросить о том, что ему непонятно в поправках учителя. Учитель обязан дать ему исчерпывающий ответ.

II. Работа над ошибками. Выполнить в рабочих тетрадях ряд упражнений на решение примеров, подобных тем, при решении которых встретились затруднения в контрольной работе.

III. Задание на дом. Повторить правила (указать какие), исправить контрольную работу (решить вторично примеры, в которых допущены ошибки).

IV. Индивидуальная работа с отстающими. Указать, кто, когда и куда должен прийти для работы над плохо усвоенным материалом.

Примечание. В основу работы на этом уроке следует положить ведомость учёта ошибок (см. стр. 33).

Учёт ошибок в контрольной работе № 1.

№ по порядку	№ и вариант задачи	Ошибка	Фамилия учащихся	Подбор упражнений для учащегося
1	II (1)		Иванов,	
2			Петров,	
3			Андреев,	
4	II (1)		Веселов	

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА.

(20, 10).

ПОЯСНЕНИЯ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ.

Дать учащимся VI класса полное и обоснованное изложение учения о рациональных числах трудно. Однако следует стремиться к стройному и доступному изложению и помочь учащимся осмыслить рациональные числа и действия над ними с помощью их жизненного опыта для того, чтобы знания их не были формальными и в затруднительных случаях они могли путём рассуждений найти путь к правильному решению вопроса. Следует избегать примеров и иллюстраций, далёких от жизненного опыта учащихся, для понимания которых ученик преодолевает трудности едва ли не бо́льшие, чем те, ради преодоления которых эти примеры предложены.

Учебник алгебры А. П. Киселёва в некоторых случаях не соответствует программе и задачнику П. А. Ларичева. Это требует от учителя самостоятельности в изложении ряда вопросов и затрудняет ученику работу по учебнику.

1. В учебнике А. П. Киселёва числа положительные, отрицательные и нуль названы *относительными числами*. В современной литературе эти числа носят название *рациональных чисел*. Следует сообщить учащимся оба названия, чтобы они, пользуясь учебником А. П. Киселёва, могли разобраться и в другой книге. На уроках лучше употреблять термин рациональные числа.

2. В § 13 учебника А. П. Киселёва сказано, что „числа, изучаемые в арифметике, служат для выражения таких величин, направление в которых не рассматривается“, а „числа, рассматриваемые в алгебре, служат для выражения размера величин и их направления“. У учащихся может сложиться представление, что числа в алгебре и в арифметике различны. Следует так изложить данную тему, чтобы учащиеся поняли, что к числам, которые были им известны в арифметике,

добавились отрицательные числа, после чего числа, употребляемые в арифметике, получили название положительных.

3. В учебнике А. П. Киселёва до двадцать пятого издания (включительно) в § 13 (стр. 15) дано неверное определение абсолютной величины числа. В тех случаях, когда учащиеся пользуются этими изданиями, следует записать в тетрадь правильное определение (под диктовку).

В учебнике А. П. Киселёва двадцать шестого издания (1952 г.) дано правильное определение абсолютной величины числа, однако новая формулировка не связана должным образом с текстом, в который её внесли, и образовался порочный круг: определение абсолютной величины, помещённое на стр. 15, содержит термин „*противоположное число*", но определение противоположных чисел дано лишь на стр. 16 и использует термин „абсолютная величина". Учителю следует установить правильную логическую последовательность в изучении этого вопроса.

4. В учебнике А. П. Киселёва сравнение относительных чисел рассмотрено в § 24 на основании вычитания рациональных чисел, а соответствующие упражнения в задачнике П. А. Ларичева помещены в § 9 до действий над рациональными числами. Опыт полностью оправдывает расположение материала, принятое в задачнике; его и следует придерживаться.

5. При изучении умножения рациональных чисел можно ограничиться сообщением учащимся правил умножения и упражнений в их применении, опустив иллюстрации и пояснения.

Наглядные пособия.

I. Таблица. *Числовая ось.*

На полосе бумаги, лучше миллиметровой, длиной 2—3 *м*, вычерчена числовая ось, причём за единицу принят 1 *дм*. Около делений проставлены соответствующие им числа. На маленьких карточках (3 *см* $\times$ 3 *см*) стоят буквы (большие) латинского алфавита.

Эти карточки с помощью булавок укрепляются на оси около точек, не обозначенных числами. Положение карточек на оси можно менять.

Таблица предназначена для упражнения учащихся в отыскании на оси точек, соответствующих заданным числам, и отыскании чисел, соответствующих точкам, которые обозначены буквами (на карточках). Таблица позволяет выполнить большое число упражнений, не затрачивая времени на вычерчивание оси.

Перегнутая по делению, соответствующему нулю, таблица изображает числовой луч.

II. *Модель термометра.*

Крупная шкала термометра из картона или толстой бумаги. Вместо трубки с ртутью прорез. Вместо ртути полоска тёмной бумаги, которую можно двигать вверх и вниз (с обратной стороны модели). Отметчик (из бумаги или проволоки) можно устанавливать в любом месте шкалы для указания первоначального положения ртути.

Модель предназначена для иллюстрации действий над рациональными числами.

III. Таблица. *Координатная плоскость.*

Таблица представляет собой лист миллиметровой бумаги 1,5—2 *кв. м.* Подвижные координатные оси можно расположить на плоскости любым образом, так как они представляют собой цветные нити с иголками на концах. Проколов лист и пропустив иголки через отверстия, натягивают нить в любом направлении. Карточки с большими буквами латинского алфавита те же, что и к таблице „Числовая ось". Таблица предназначена для упражнений учащихся в отыскании точек, соответствующих данным координатам относительно данных осей, и для определения координат точек на плоскости относительно каких-либо координатных осей. Таблица позволяет выполнить большое число упражнений, не затрачивая времени на вычерчивание координатных осей.

IV. *Рисунок для вышивания по канве крестом* (крупных размеров).

V. *Глобус.*

УРОК № 19.

***Тема урока.* Числа отрицательные, положительные и нуль. Числовая ось.**

I. Проверка домашней работы.

II. Вводная беседа и изучение нового материала.

1. Изучая историю, установили, как возникло у человека понятие числа, как оно развивалось с развитием общества.

Сначала людям приходилось только считать (число шкур, число животных, число шагов, число выходов солнца и т. д.). Какие числа получались от подсчёта предметов? (Натуральный ряд чисел.) Каким числом начинается этот ряд? Вначале люди считали, что этот ряд ограничен, затем установили бесконечность натурального ряда. Число нуль условно принимается за целое число. Число нуль и натуральные числа называются целыми числами.

Демонстрация таблицы, изображающей числовой луч; упражнения по таблице.

Практика измерения (длины, площади, объёма, веса и т. д.) показала невозможность выразить во всех случаях полученные результаты целыми числами. Возникла необходимость в новых числах, и люди пришли к мысли о дробном числе. Упражнения по таблице в нахождении точек, соответствующих данному дробному или смешанному числу на числовом луче и в определении числа, соответствующего данной точке на числовом луче.

Имея дело с величинами, люди заметили, что большинство величин может изменяться, что изменения эти происходят обычно в двух взаимно противоположных направлениях: увеличение и уменьшение. О таких переменных величинах мы уже говорили на уроках арифметики. Практика показала, что для учёта изменений переменной величины можно не производить новых измерений или подсчётов, а достаточно внести в первоначальное измерение или подсчёт поправку, которая указывает величину и направление изменения. Пример: первого сентября учитель принял класс, в котором по списку 40 человек. К концу каждой четверти он давал сведения об изменениях, происшедших в числе учащихся. Эти изменения можно записать различными способами:

Четверть учебного года	Число учащихся на конец четверти	Число учащихся		Изменение числа уч-ся по четвертям
		прибыло	убыло	
I	42	2	0	+2
II	41	0	1	−1
III	41	0	0	0
IV	44	3	0	+3

Мы видим, что нет надобности подсчитывать каждый раз число учащихся по списку: достаточно знать, на сколько человек изменилось число учащихся по списку и в каком направлении произошло изменение: прибыли или убыли учащиеся.

Для того чтобы не писать каждый раз, какое изменение произошло, принято число единиц, на которое произошло уменьшение, записывать со знаком минус (II четверть — 1), а число единиц, на которое произошло увеличение, записывать, как обычно, или со знаком плюс (IV четверть +3).

Числа со знаком минус называют **отрицательными числами**. Их употребляют для выражения уменьшения переменной величины. Отрицательные числа могут быть как целыми, так и дробными.

В отличие от чисел отрицательных, все остальные числа, с которыми мы имели дело в арифметике и имеем дело теперь (кроме нуля), называют **положительными числами**. Положительные числа записывают или со знаком плюс или без него. Их употребляют для выражения увеличения переменных величин.

Нуль показывает отсутствие каких-либо изменений и не относится ни к положительным, ни к отрицательным числам.

В каком смысле мы употребляли нуль раньше и в каком теперь?

Упражнения: Л., № 204, 202.

Числа положительные (целые и дробные), отрицательные (целые и дробные) и нуль называют в учебнике А. П. Киселёва **относительными числами**, в других учебниках **рациональными числами**.

Числовая ось. Каждому положительному числу соответствует отрицательное число, выражающее уменьшение на столько же единиц, на сколько в первом случае было увеличение. Например, числу $+2$ соответствует число -2; числу $-5{,}2$ соответствует число $+5{,}2$.

Взаимно соответствующие числа $+2$ и -2 называются противоположными числами. Нуль не имеет числа противоположного. Говорят, что нуль сам себе противоположен. Противоположные числа изображаются на числовой оси точками, симметричными относительно точки, соответствующей числу 0.

Упражнения: Л., № 212 (а) (нечётные), 212 (б).

Не следует смешивать числа противоположные и числа обратные.

Выполнить упражнение (заполнить таблицу):

Данное число	Число, противоположное данному	Число, обратное данному
3	-3	$\frac{1}{3}$
-5		
0		
$+7$		
$+0{,}7$		
$+\frac{3}{4}$		

2. Имея дело с величинами, люди заметили так же, что некоторые величины можно понимать в двух противоположных смыслах: температура (тепло или холод); денежные средства (наличные деньги или долг); путь, пройденный движущимся предметом (вперёд или назад, вверх или вниз).

В арифметике говорят: „термометр показывает 5°", и поясняют словами тепла или холода; „кассир записал в кассовую книгу 100 руб.", и поясняют прихода или расхода. Словесные пояснения необходимы потому, что в арифметике числа не указывают направления; их употребляют только для характеристики размера величины (направление этой величины указывают словами).

В алгебре рациональные числа позволяют выразить числом величину, которую можно понимать в двух противоположных смыслах, без всяких словесных пояснений. Так, если температуру записывают $+7°$, то это означает: $7°$ тепла, или $-7°$, и это означает: $7°$ холода и т. д.

Таким образом рациональные числа употребляют в тех случаях, когда: 1) выражают числом изменение какой-либо величины: -1; $+2$ ученика в списке класса; 2) когда выражают числом какую-либо величину, которую можно понимать в двух противоположных смыслах: $-1°$; $+2°$, хотя бы эти величины и оставались неизменными. Например, число -5 может означать: 1) уменьшение наличных денег на 5 руб.; 2) полное отсутствие денег у данного лица, и при этом долг в 5 руб.

III. Задание на дом. К., § 11—13 (до жирного шрифта), 14; Л., № 203, 207, 212 (а) (чётные), 213.

IV. Закрепление изученного. Какие числа возникли из потребности человека выразить числом изменения переменных величин в сторону уменьшения? Какой знак ставят перед числом, чтобы показать, что оно выражает уменьшение? Всегда ли следует ставить этот знак? Какие числа называют отрицательными? Какое название дали числам, которыми пользовались до введения отрицательных чисел. Какое изменение величины выражает положительное число? Какой знак ставят, чтобы показать, что число положительное? Всегда ли следует ставить этот знак? Определение положительных чисел. Определение относительных или рациональных чисел. В каких двух смыслах будем мы теперь употреблять знаки плюс и минус? В каких двух смыслах будем употреблять нуль? Определения противоположных чисел, обратных чисел. Как изображают числа на числовой оси? Как расположены на числовой оси точки, соответствующие взаимно противоположным числам? Упражнения по таблице на числовой оси.

УРОК № 20.

Тема урока. Абсолютная величина числа. Сравнение рациональных чисел.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Определения отрицательных, положительных, рациональных или относительных чисел, противоположных чисел. Примеры. Найти на числовой оси точки, соответствующие числам:

$$-2;\ +7\frac{1}{2};\ -5\frac{1}{4};\ +1{,}2;\ -1{,}4;\ +0{,}7;\ -\frac{3}{5};$$

точки, соответствующие числам, которые противоположны этим числам.

Указать, какие числа соответствуют точкам числовой оси, обозначенным буквами: A, B, C, D, E F и т. д. Можно ли вместо 2 написать +2 или −2? Почему?

Решить: Л., № 214, 209, 210. Какие величины изображаются положительными и отрицательными числами?

III. Изучение нового материала и его закрепление.

1. Абсолютная величина.

Изучение нового материала. Рациональные числа характеризуют размер величины и её направление: +7°, −100 руб. Без словесных пояснений ясно, что это 7° тепла и 100 руб. убытка или долга.

Знак, показывающий в каком смысле следует понимать число, выражающее данную величину, называют знаком направления числа. Число единиц и долей единицы, входящих в число, которое соответствует данной величине, называют абсолютной величиной числа.

Определение абсолютной величины положительного числа по учебнику А. П. Киселёва. Определение абсолютной величины отрицательного числа по учебнику А. П. Киселёва.

Если хотят записать не число, а его абсолютную величину, то помещают число между прямыми вертикальными чёрточками. Например: $|+7|=7$; $|-10|=10$.

Абсолютной величиной нуля считают нуль. $|0|=0$.

Два числа равны, если равны их абсолютные величины и одинаковы их направления.

Например: $+2=+2$; $-3=-3$; $+5\neq-5$. Какие это числа? $-5\neq-3$. Почему они не равны?

Закрепление изученного. Повторить определение абсолютной величины положительного числа, отрицательного числа.

Заполнить пустые места:

$$|+8|=\ ;\ |-14|=\ ;\ |-3{,}5|=\ ;\ \left|+\frac{3}{4}\right|=\ ;$$
$$|0|=\ ;\ |+3|=\ ;\ |-3|=\ .$$

Какие абсолютные величины и знаки имеют два противоположных числа? два неравных отрицательных числа? два неравных положительных числа? два равных числа? Можно ли назвать противоположные числа равными? Можно ли сказать, что положительное число равно отрицательному? Ответы на все предложенные вопросы пояснить примерами:

$$-8\neq+8,\quad \text{но}\quad |-8|=|+8|;$$
$$-8=-8;\ |-8|=+8=8.\ \text{И т. д.}$$

Решить уравнения: 1) $|x|=5$. Сколько корней имеет это уравнение? какие? Почему уравнению удовлетворяют два корня? 2) $|x|=-3$. Почему уравнение не имеет решений?

Какие абсолютные величины имеют числа, если точки, соответствующие им на числовой оси, расположены от точки O на равном расстоянии? на разном расстоянии?

Найти:

$$|-15|+|+5|-|-8|; \; |+a|-|-a|.$$

Положительное или отрицательное число получится в результате? почему?

2. Сравнение рациональных чисел.

Изучение нового материала. Сравнить два числа — это значит выяснить, равны они или нет, и если нет, то которое из них меньше, которое больше. Какие рациональные числа считают равными? неравными? Нам нужно установить, которое из двух неравных чисел больше или меньше.

а) Всякое положительное число больше нуля. Убедимся в справедливости этого на примере. Пусть положительные числа обозначают наличные деньги, а отрицательные — долги двух лиц; следует определить, кто имеет больше.

$$\left.\begin{array}{l} \text{I} \text{———} 0 \\ \text{II} \text{———} +1 \end{array}\right\} +1 > 0,$$

так как из жизненного опыта мы знаем, что на один рубль можно что-либо приобрести, а при отсутствии денег ничего приобрести нельзя. Что можно сказать в том случае, когда второе лицо имело бы $+0{,}25$ руб., или $+\frac{1}{2}$ руб., или $+1000$ руб.?

Как расположены на числовой оси точки, соответствующие положительным числам относительно точки, соответствующей нулю.

б) ***Из двух положительных чисел больше то, у которого больше абсолютная величина.***

Убедимся в справедливости этого на примере:

$$\left.\begin{array}{l} \text{I} \text{———} \quad +1 \\ \text{II} \text{———} +100 \end{array}\right\} +100 > +1.$$

Жизненный опыт нам показывает, что на 100 руб. можно приобрести больше, чем на 1 руб.

Как расположены на числовой оси точки, соответствующие большему из положительных чисел и меньшему положительному числу?

в) Всякое отрицательное число меньше нуля.

Убедимся в справедливости этого на примере:

$$\left.\begin{array}{l} \text{I} \text{———} -100 \\ \text{II} \text{———} 0 \end{array}\right\} 0 > -100,$$

так как хотя при отсутствии денег купить ничего нельзя, но тот, кто не имеет денег, всё же состоятельнее того, кто не имеет денег и ещё имеет долг в 100 руб.

Как расположены на числовой оси точки, соответствующие отрицательным числам, относительно точки, соответствующей нулю?

г) Из двух отрицательных чисел больше то, у которого абсолютная величина меньше.

Убедимся в справедливости этого на примере:

$$\left.\begin{array}{l} \text{I} \text{———} -1000 \\ \text{II} \text{———} -1 \end{array}\right\} -1 > -1000.$$

д) Всякое положительное число больше отрицательного.

Убедимся в этом на примере:

$$\left.\begin{array}{l} \text{I} \text{———} +\frac{1}{2} \\ \text{II} \text{———} -1000 \end{array}\right\} +\frac{1}{2} > -1000.$$

Из двух точек, лежащих на числовой оси, большему числу соответствует та точка, которая лежит правее, а меньшему та, которая лежит левее.

Существует другой способ сравнения чисел, с ним мы познакомимся, когда рассмотрим вычитание рациональных чисел. *Закрепление изученного.* Сколько различных случаев сравнения рациональных чисел мы рассмотрели? какие случаи? Как сравнить два числа с помощью числовой оси?

Решить: Л., № 215 (четные), 217 (2). Что больше: $|+4|$ или 4? $|-4|$ или 4; $|-2|$ или 3; $|-2|$ или 0?

IV. Задание на дом. К., § 13 (весь), 24 (начинать с первого правила); Л., № 211, 215 (нечётные), 217 (1) путём рассуждения и на числовой оси, 218 (а), 220.

УРОК № 21.

Тема урока. Сложение рациональных чисел. Свойства суммы рациональных чисел.

I. Проверка домашней работы (у доски).

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Определения абсолютной величины положительного числа, отрицательного числа, нуля. Определения равных рациональных чисел, противоположных чисел. Сколько случаев и какие возможны при сравнении рациональных чисел? Как расположены на числовой оси точки, соответствующие числам, в зависимости от величины числа?

Решить: Л., № 216, 218 (б), 219. Решить: $|x| = 100$; $|x| = -1$; $|-17| + |+3| - |-10| =$.

Написать слова: абсолютная величина, рациональное число, положительное, отрицательное, противоположное, уравнение.

III. Изучение нового материала. На предыдущих уроках мы видели, что числа положительные и отрицательные удобны: 1) для выражения числом изменений какой-либо величины (увеличения и уменьшения), 2) для выражения числом величин, которые можно понимать в двух противоположных смыслах.

В жизни возникает ряд задач, для решения которых нужно выполнить действия над рациональными числами. Например: изменение уровня воды в водоёме (против нормального уровня) наблюдали два раза в сутки. Вычислить, какое изменение уровня воды произошло за сутки при указанных ниже изменениях за I и II половины суток.

Изменения	Апрель						
	20	21	22	23	24	25	26
За I половину дня . . . . За II половину дня . . .	+2 +5	−2 −5	+2 0	0 −2	+5 −5	+5 −2	+2 −5
Суточное							

Какое действие над рациональными числами нужно выполнить для решения этой задачи? Над какими числами производили мы сложение до сих пор? Какие числа получились от сложения положительных чисел? Определение действия сложения в арифметике. Сохраняет ли смысл это определение для чисел рациональных? почему? Название чисел, входящих в действие сложение. Нам нужно научиться складывать рациональные числа, т. е. уметь определить, какую абсолютную величину будет иметь сумма и какой знак будет стоять перед этой абсолютной величиной.

Рассмотрим все возможные случаи сложения двух рациональных чисел.

1. Чтобы сложить два положительных числа, надо сложить их абсолютные величины и поставить знак плюс. Убедимся в справедливости этого на примере. Используем задачу, указанную выше, при условии:

$$\left.\begin{array}{l} \text{I} \text{———} +2 \\ \text{II} \text{———} +5 \end{array}\right\} \text{Уровень воды повысился на 7 } \textit{см},$$

т. е. $2+5=7$, или $(+2)+(+5)=+7$. Это правило нам известно из арифметики, только тогда мы говорили о сложении чисел, не называя их положительными, так как никаких других не знали. Выполнить сложение на числовой оси.

Чтобы не путать плюс — знак сложения, и плюс — знак направления положительного числа, абсолютную величину и знак направления ставят в маленьких скобочках, а знак действия — между скобок.

$$(+5)+(+3)=+8.$$

2. Чтобы сложить два отрицательных числа, надо сложить их абсолютные величины и поставить знак минус.

Убедимся в справедливости этого на примере.

Используем задачу, рассмотренную выше, при условии:

$\left.\begin{array}{l} \text{I} \text{ ——— } -2 \\ \text{II} \text{ ——— } -5 \end{array}\right\}$ Уровень воды понизился на 7 *см*, т. е.

$$(-2)+(-5)=-7.$$

Выполнить сложение на числовой оси и на модели термометра.

3. Если одно из слагаемых равно нулю, то сумма равна другому слагаемому.

Убедимся в справедливости этого на примере. Используем задачу, рассмотренную выше, при условии:

$\left.\begin{array}{l} \text{I} \text{ ——— } +2 \\ \text{II} \text{ ——— } 0 \end{array}\right\}$ Уровень остался таким, каким стал после повышения в первую половину дня.

$$(+2)+0=+2,$$

или

$\left.\begin{array}{l} \text{I} \text{ ——— } 0 \\ \text{II} \text{ ——— } -2 \end{array}\right\}$ Уровень остался таким, каким стал после снижения во вторую половину дня.

$$0+(-2)=-2.$$

Выполнить сложение на числовой оси и на модели термометра.

4. Сумма противоположных чисел равна нулю.

Убедимся в справедливости этого на примере. Используем задачу, рассмотренную выше, при условии:

$\left.\begin{array}{l} \text{I} \text{ ——— } +5 \\ \text{II} \text{ ——— } -5 \end{array}\right\}$ После двукратного изменения уровень воды принял прежнее положение (т. е. изменений как бы не происходило).

$$(+5)+(-5)=0.$$

Выполнить сложение на числовой оси и на модели термометра.

5. Чтобы сложить числа с разными знаками (т. е. положительное и отрицательное числа), надо найти разность их абсолютных величин и поставить перед ней знак того числа, у которого абсолютная величина больше.

Убедимся в справедливости этого на примере. Используем задачу, приведённую выше, при условии:

I —— $+5$ } В результате двукратного изменения (сначала уве-
II —— -2 } личение, а потом уменьшение) уровень повысился на 3 *см*.

$$(+5)+(-2)=+3,$$

или

I —— $+2$ } В результате двукратного изменения (сначала уве-
II —— -5 } личения, а потом уменьшения) уровень понизился на 3 *см*.

$$(+2)+(-5)=-3.$$

Выполнить сложение на числовой оси и на модели термометра. Внесём результаты наших вычислений в таблицу.

IV. Задание на дом. К., § 15, 16, 18, 25 (а, б, в); Л., № 225 (нечётные), 231, 228 (нечётные).

V. Закрепление изученного. Сколько различных случаев сложения рациональных чисел мы рассмотрели? какие случаи? Как определяют знак и абсолютную величину суммы в случаях, когда слагаемые числа имеют одинаковые знаки? разные знаки? являются числами взаимно противоположными? когда одно из слагаемых равно нулю?

Решить устно: Л., № 224.

Решить и записать решение: Л., № 225 (чётные). В каких случаях сумма двух рациональных чисел положительна? отрицательна? равна нулю? равна одному из слагаемых? Всегда ли выполнимо действие сложения в арифметике? в алгебре?

Какие свойства сложения известны нам для положительных чисел? Л., № 226, 227, 228 (чётные).

УРОК № 22.

***Тема урока.* Вычитание рациональных чисел.**

I. Проверка домашней работы (путём чтения с места).

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Решить устно: Л., № 222, 223. Формулировать правила сложения рациональных чисел. Пояснить решение на числовой оси. Распространяются ли законы сложения положительных чисел на числа рациональные? Решить устно, применяя законы сложения: Л., № 229 (1—7). Решить и записать решение: Л., № 229 (8—11). Беглый опрос по плану закрепления урока № 21.

III. Изучение нового материала. Сегодня мы изучим вычитание рациональных чисел. Над какими числами производили мы вычитание до сих пор? Какие числа получились от вычитания положительных чисел? Определение действия вычитания рациональных чисел по учебнику А. П. Киселёва. Отличается ли это определение от определения, принятого для положительных чисел в арифметике? Назовите числа, входящие в действие вычитания. Нам нужно научиться вычитать рациональные числа, т. е. уметь определять, какую абсолютную величину будет иметь разность двух рациональных чисел и какой знак направления будет стоять перед этой абсолютной величиной.

Пользуясь определением действия вычитания, найдём разности следующих рациональных чисел:

1) $(+500)-(+100)=x$; $x+(+100)=+500$; $(+400)+$ $+(+100)=+500$; $x=+400$;

2) $(+500)-(-100)=x$.

Какое число следует прибавить к числу -100, чтобы получить 500? $(-100)+x=+500$; $x=+600$;

следовательно: $(+500)-(-100)=+600$ и т. д.

Однако подыскать таким способом результат иногда бывает затруднительно.

Сформулируйте правило, позволяющее заменить вычитание рациональных чисел их сложением (по учебнику А. П. Киселёва). Например: $(+500)-(+100)=(+500)+(-100)=+400$; $(+500)-(-100)=(+500)+(+100)=+600$ и т. д.

Убедимся в справедливости этого положения на примерах. Пусть положительные числа обозначают наличные деньги, а отрицательные — долги. Человек имеет наличные деньги, но имеет также и долги. Если подсчитать всё вместе, то получится $+500$ руб., т. е. наличных денег достаточно для покрытия долгов и ещё остаётся 500 руб. наличных денег.

Мы хотим уменьшить долг этого человека на 100 руб. Это можно сделать двумя различными способами:

1) уменьшить долг на 100 руб. (вычесть -100);

2) увеличить наличные деньги на 100 руб. (прибавить $+100$).

Запишем эти две возможности следующим образом:

$$(+500)-(-100)=(+500)+(+100)=+600.$$

Мы убедились, что, заменяя вычитание рационального числа сложением с числом, противоположным вычитаемому, мы получаем правильный результат.

Выполнить действие на числовой оси.

Рассмотрим тот же пример ещё раз с той разницей, что человек имеет 500 руб. долгу и мы желаем этот долг уменьшить на 100 руб. Это можно сделать двумя различными способами:

1) уменьшить долг на 100 руб. (вычесть -100);

2) увеличить наличные деньги на 100 руб. (прибавить $+100$).

Запишем это следующим образом:

$$(-500)-(-100)=(-500)+(+100)=-400.$$

Мы ещё раз убедились в справедливости правила вычитания рациональных чисел, которым будем в дальнейшем пользоваться. Выполнить действие на числовой оси.

Всегда ли выполнимо действие вычитание в арифметике? Когда вычитание в арифметике невозможно? Всегда ли выполнимо действие вычитание в алгебре? Почему всегда выполнимо? Можно ли вычесть из единицы сто единиц? Можно ли вычесть из нуля? почему?

$$0-(+3)=0+(-3)=-3;$$

возможна запись:

$$-(+3)=+(-3)=-3.$$

$$0-(-3)=0+(+3)=+3;$$

возможна запись:

$$-(-3)=+(+3)=+3.$$

Вторую запись мы рассматриваем как вычитание из нуля, только уменьшаемое (нуль) в этом случае не записано.

Формула двойных знаков (по учебнику А. П. Киселёва).

Сравнение рациональных чисел по их разности (по учебнику А. П. Киселёва).

IV. Задание на дом. К., § 19, 20, 21, 22, 24; Л., № 235 (нечётные).

V. Закрепление изученного. Определение действия вычитания, разности. Отличаются ли они от определений, принятых в арифметике? Правило вычитания. Формула двойных знаков. Решить устно: Л., № 234 (чётные). Решить и записать решение: Л., № 235 (чётные), 239. Сравнить числа -1 и -1000; $+100$ и $+1$; $+1$ и -1000; $+1000$ и -1. Упражнения в сложении и вычитании рациональных чисел на числовой оси.

УРОК № 23.

Тема урока. **Сложение и вычитание рациональных чисел.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Определения рациональных чисел, положительных чисел, отрицательных чисел, абсолютной величины положительного числа, отрицательного числа, нуля. Правила сложения и вычитания рациональных чисел. Решить устно: Л., № 234 (нечётные). Всегда ли выполнимы сложение и вычитание положительных чисел? рациональных чисел? Можно ли вычесть из меньшего числа большее? Можно ли вычитать из нуля? Как сравнить два рациональных числа по их разности? Примеры. Сложение и вычитание рациональных чисел на числовой оси.

III. Упражнения. Решить: Л., № 241а (1, 3, 5, 7), 246 (4), 247 (1), 241б (1, 3), в, 243, 244, 238 (4, 5) с проверкой, 242(1), 243 (3).

IV. Задание на дом. К., § 25 (г); Л., № 241а, б (чётные), 246 (3), 247 (3, 4), 238 (1—3), 242 (2), 243 (4).

УРОК № 24.

Тема урока. Алгебраическая сумма.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Решить: Л., № 241а (9, 11), 246 (3), 247 (2), 242 (3), 243 (1), 241б (7, 8).

III. Изучение нового материала. Сколько правил сложения рациональных чисел мы знаем? какие? Сколько правил вычитания рациональных чисел мы знаем? Сформулировать правило вычитания. К выполнению какого действия сводится выполнение действия вычитания рациональных чисел?

$$(+10)-(-5)=(+10)+(+5),$$

а следовательно, и наоборот:

$$(+10)+(+5)=(+10)-(-5).$$

Заменять сложение вычитанием нет смысла, так как это действие более сложное, но, заменяя вычитание сложением, мы можем в дальнейшем выполнять всегда только сложение и применять к полученной сумме свойства сложения. Это очень удобно и облегчает вычислительную работу.

Действия сложения и вычитания рациональных чисел объединены в одно действие — нахождение а л г е б р а и ч е с к о й с у м м ы.

$$(+2)-(-3)-(+7)+(-5)+(+2)=$$

Заменяем вычитание сложением:

$$=(+2)+(+3)+(-7)+(-5)+(+2)=$$

Опускаем знаки сложения, так как мы имеем теперь всегда только сложение:

$$=+2+3-7-5+2=-5.$$

Такая запись носит название алгебраической суммы, а каждое число вместе со знаком, стоящим перед ним, называется слагаемым этой суммы.

$+2-5+3-10=$. Что записано? Сколько слагаемых в этой алгебраической сумме? Какие слагаемые? Чему равна эта алгебраическая сумма? Определение алгебраической суммы по учебнику А. П. Киселёва. Алгебраические суммы обладают всеми свойствами суммы (какими свойствами?). Решить тот же пример, пользуясь числовой осью.

IV. Задание на дом. К., § 23, Л., 246 (3, 4) вторично, 240а (1, 4), б (1, 2), 245 (2, 4, 6).

V. Закрепление изученного. Какое действие над рациональными числами научились мы заменять другим действием?

Почему удобно заменить вычитание рациональных чисел сложением рациональных чисел? Почему после замены вычитания сложением знаки сложения можно опустить? Определение алгебраической суммы рациональных чисел. Записать алгебраическую сумму: $(+3)+(-4)-(+5)-(-6)+(+7)=$.

Решить: Л., № 240а (3, 6), 240б (4), 245 (1, 3, 5).

Решение № 240а (3):

$$m-n=(+m)+(-n)=m+(-n).$$

Проверка: $(+m)+(-n)=m-n$.

Решение № 240б (4):

$$m+n=(+m)+(+n)=(+m)-(-n).$$

Проверка: $(+m)-(-n)=(+m)+(+n)=m+n$.

Решение № 245 (3):	Проверка:
$m-(-8)=13;$	$5-(-8)=13;$
$m=13+(-8);$	$5+(+8)=13;$
$m=5.$	$13=13.$
Или так:	
$m-(-8)=13;$	$5-(-8)=13;$
$m+(+8)=13;$	$5+(+8)=13;$
$m+8=13;$	$5+8=13;$
$m=13-8;$	$13=13.$
$m=5.$	

VI. Самостоятельная работа.

Вариант I: Л., № 246 (1), 245 (10).
Вариант II: Л., № 246 (2), 245 (9).

УРОК № 25.

Тема урока. Умножение рациональных чисел.

I. Проверка домашней работы (у доски).

II. Проверка усвоения изученного. Предложить учащимся вопросы, поставленнные при закреплении изученного на уроке № 24.

Решить: Л., № 240а (2, 5), б (3), 245 (7, 8).

III. Изучение нового материала. Мы умеем умножать положительное число на положительное, в этом случае произведение всегда получается положительное. Определения умножения положительных чисел на целое число, на дробное число. Примеры.

При умножении на отрицательное число эти определения теряют смысл. Почему? Примеры.

Нам нужно научиться умножать рациональные числа, т. е. уметь определить, какую абсолютную величину будет иметь произведение и какой знак будет стоять перед этой абсолютной величиной.

Умножение положительных и отрицательных чисел выполняется по следующим правилам:

1) Чтобы перемножить два рациональных числа с разными знаками, надо перемножить их абсолютные величины и взять произведение со знаком минус.

2) Чтобы перемножить два рациональных числа с одинаковыми знаками, надо перемножить их абсолютные величины и взять произведение со знаком плюс.

3) Произведение рационального числа на нуль или нуля на рациональное число равно нулю.

Вычислить, пользуясь этими правилами:

$$(+2)\cdot(-3) = -(2\cdot 3) = -6;$$
$$(-2)\cdot(-3) = +(2\cdot 3) = +6;$$
$$(-2)\cdot(+3) = -(2\cdot 3) = -6;$$
$$(+2)\cdot(+3) = +(2\cdot 3) = +6;$$
$$0\cdot(\mp 2) = 0;$$
$$(\pm 2)\cdot 0 = 0.$$

Чтобы убедиться в целесообразности этих правил, рассмотрим примеры. Определение одночлена. Определение коэффициента. Что показывает коэффициент, если он положительный? если он отрицательный?

Например: $-2a = -a - a$, при $a = -3$;

$$-2\cdot(-3) = -(-3) - (-3).$$

По правилу вычитания рациональных чисел:

$= +(+3) + (+3) = +6$-по правилу сложения рациональных чисел.

Следовательно: $(-2)\cdot(-3) = +6$.

Поясним примеры:

1) $(+2)\cdot(-3) = -6$. Множитель $+2$ считаем за коэффициент; тогда

$$(+2)\cdot(-3) = (-3) + (-3) = -6.$$

2) $(-6)\cdot\left(+\frac{2}{3}\right)$. Найти $\frac{2}{3}$ от долга, равного 6 руб.

$(-6)\cdot\left(+\frac{2}{3}\right) = -\frac{6\cdot 2}{3} = -4$ (часть долга будет тоже долгом).

3) $(-6)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)$. Найти $\frac{2}{3}$ от долга в 6 руб. и эту часть долга взять вычитаемым. А вычесть долг — это всё равно, что прибавить наличные деньги; поэтому результат должен быть положительным:

$$(-6)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right) = -\left(-\frac{6\cdot 2}{3}\right) = -(-4) = +(+4) = +4.$$

Как пояснить примеры: $(-2)\cdot 0 = 0$; $0\cdot(-2) = 0$?

Рассмотренные примеры убедили нас в справедливости правил, по которым выполняют умножение рациональных чисел.

IV. Задание на дом. К., § 26, 27, 28; Л., № 255 (нечётные).

V. Закрепление изученного. Сколько правил умножения рациональных чисел мы знаем? какие правила? Решить: Л., № 253 (устно, с пояснениями).

В каком случае произведение двух чисел положительно? отрицательно? В каком случае сумма двух чисел положительна? отрицательна? Как определить знак суммы двух чисел? знак произведения двух чисел? Решить: Л., № 254 (с пояснением на числовой оси).

УРОК № 26.

Тема урока. Три действия над рациональными числами. Свойства умножения рациональных чисел.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Сформулировать правила умножения рациональных чисел. В каких случаях произведение положительно? отрицательно? равно нулю? равно одному из сомножителей? равно числу, противоположному одному из сомножителей? Сформулировать правило сложения двух чисел. В каких случаях сумма положительна? отрицательна? равна нулю? равна одному из слагаемых? Сформулировать правило вычитания рациональных чисел.

Решить: Л., № 255 (чётные).

III. Изучение нового материала.

а) Решить: Л., № 256, 262. Какими свойствами обладало действие умножение в арифметике (для положительных чисел). Обладает ли этими свойствами действие умножение, если сомножителями являются рациональные числа.

б) Решить: 1) $(+1) \cdot (+1) \cdot (+1) \cdot (+1) =$;
2) $(+1) \cdot (-1) \cdot (+1) \cdot (+1) =$;
3) $(-1) \cdot (-1) \cdot (+1) \cdot (+1) =$;
4) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (+1) =$.

Найдите короткий путь для определения абсолютной величины произведения и знака произведения нескольких сомножителей. Сформулируйте правило.

Решить: Л., № 257 (2, 4).

IV. Задание на дом. К., § 34 (а, б, в), 29; Л., № 257 (нечётные), 258 (3, 4), 260 (нечётные).

V. Закрепление изученного. Решить: Л., № 260 (2, 4, 6).

VI. Самостоятельная работа.

Вариант I: Л., № 258 (1), 257 (6).
Вариант II: Л., № 258 (2), 257 (8).

УРОК № 27.

Тема урока. **Возведение рациональных чисел в степень с целым положительным показателем.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Решить: Л., № 260 (8, 10), 259, 261.

III. Изучение нового материала. Какие числа возводили мы в степень до сих пор? Определения: действия возведения в степень, показателя степени, степени, основания степени.

Примеры: $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$; $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$.

Почему при принятом определении степени показатель степени не может быть нулём? дробным числом?

Сегодня мы научимся находить степени отрицательных чисел. Определение степени, принятое для положительных чисел, не теряет смысла и после введения отрицательных чисел.

Определение: ***произведение n*** (n — натуральное число) ***сомножителей, равных одному и тому же числу a*** (a — число положительное: целое или дробное; отрицательное: целое или дробное, или нуль), ***называется n-й степенью числа a.***

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ раз}} = a^n.$$

1) Какие числа получаются при возведении в целую положительную степень положительного числа? почему? 2^4; 3^4; $0{,}1^3$; $\left(1\frac{1}{2}\right)^2$. Сформулировать правило. Нам нужно найти простой и короткий способ, позволяющий определить абсолютную величину степени отрицательного числа и знак, который следует перед ней поставить.

2) Квадрат отрицательного числа:

$$(-1)^2;\ (-2)^2;\ (-3)^2;\ \left(-\frac{3}{5}\right)^2;\ (-0{,}2)^2.$$

Может ли квадрат отрицательного числа быть числом отрицательным? почему? Сформулируем правило возведения в квадрат отрицательного числа.

3) Куб отрицательного числа:

$$(-1)^3;\ (-2)^3;\ (-3)^3;\ \left(-\frac{3}{5}\right)^3.$$

Может ли куб отрицательного числа быть числом положительным? почему? Сформулируем правило, позволяющее находить куб отрицательного числа.

4) Любая степень отрицательного числа:

$$(-1)^2;\ (-1)^3;\ (-1)^4;\ (-1)^5;\ (-2)^2;\ (-2)^3.$$

В каких случаях степень отрицательного числа положительна? отрицательна? Правило о законе произведения более чем двух сомножителей. Правило о чётной и нечётной степени отрицательного числа.

IV. Задание на дом. К., § 30; Л., № 279 (пояснить заполнение таблицы).

V Закрепление изученного. Решить: Л., № 272. Решение сопровождать соответствующим каждому случаю правилом. Почему чётная степень рационального числа всегда положительное число? В каких случаях нечётная степень рационального числа положительна? отрицательна? Если взять два противоположных числа и возводить их в одинаковые степени (каждое во вторую степень, каждое в третью степень и т. д.), можно подметить интересную особенность. Выясните эту особенность при выполнении домашней работы. Степени чисел $+1$; -1 и 0. Решить: Л., № 274 (чётные). Решить и проверить: $x^2 = 25$; $x^2 = -36$; $x^3 = -27$; $x^2 = +25$.

УРОК № 28.

Тема урока. Деление рациональных чисел.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Сформулировать правила возведения в степень положительного числа, отрицательного числа. В каких случаях степень рационального числа положительна? отрицательна? равна нулю? равна $+1$?

При выполнении домашней работы приходилось ли вам возводить в одну и ту же степень взаимно противоположные числа? Какую особенность заметили вы, сравнивая результаты?

Решить: Л., № 274 (нечётные), 273 (устно). По той же схеме вычислить: $y = x^3$.

III. Изучение нового материала. Сегодня мы изучим деление рациональных чисел. Над какими числами производили мы деление до сих пор? Какие числа получились от деления положительного числа на положительное число? Определение действия деления в арифметике (для положительных чисел). Отличается ли определение деления рациональных чисел от этого определения? Назовите числа, входящие в действие деление.

Нам нужно научиться делить рациональные числа, т. е. уметь находить, какую абсолютную величину будет иметь частное от деления одного рационального числа на другое и какой знак будет стоять перед абсолютной величиной.

Пользуясь определением действия деления, найти частные от деления рациональных чисел.

Например:

1) $(+10):(+2)=x$; $x\cdot(+2)=+10$; $x=+5$;
$(+10):(+2)=+5$.

2) $(-10):(-2)=x$; $x\cdot(-2)=-10$; $x=+5$;
$(-10):(-2)=+5$.

3) $(+10):(-2)=x$; $x\cdot(-2)=+10$; $x=-5$;
$(+10):(-2)=-5$.

4) $(-10):(+2)=x$; $x\cdot(+2)=-10$; $x=-5$;
$(-10):(+2)=-5$.

5) $0:(\mp 2)=x$; $x\cdot(\mp 2)=0$; $x=0$;
$0:(\mp 2)=0$.

На нуль делить нельзя.

Однако подыскивать таким способом частное иногда бывает затруднительно, и деление производится по следующему правилу: сформулировать правило по учебнику А. П. Киселёва.

Вычисляя те же примеры, пользуясь правилом, убедимся в его справедливости.

IV. Задание на дом. К., § 31, 32, 33; Л., № 264, 265 (чётные).

V. Закрепление изученного. Повторить правила деления и умножения рациональных чисел. Решить: Л., № 263 (устно), 265 (нечётные).

Определение обратного числа. Решить: № 268. Какую особенность отмечаем мы при отыскании чисел, обратных: $+1$; -1? Числа, обратного нулю, нет.

УРОК № 29.

Тема урока. **Четыре действия над рациональными числами. Свойства деления.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Сформулировать правила деления, умножения, сложения, вычитания рациональных чисел.

Решить: Л., № 267 (1, 2, 3, 4) устно, остальные письменно.

III. Изучение нового материала. Свойства деления в арифметике (для положительных чисел). Справедливы ли эти положения для случая, когда деление производят над рациональными числами?

Решить: Л., № 269.

IV. Задание на дом. К., § 34 (в, г); Л., № 266 (1, 2, 3, 4), 270 (1, 3).

V. Упражнения в действиях над рациональными числами. Решить: Л., № 266 (5, 6, 7), 276 (2, 4).

УРОК № 30.

Тема урока. **Совместные действия над рациональными числами и вычисление числового значения алгебраического выражения.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Сформулировать правила действий над рациональными числами, сопровождая формулировки решением соответствующих примеров.

Порядок действий над числами, определение алгебраического выражения и числового значения алгебраического выражения.

III. Изучение нового материала. До сих пор под буквами, входящими в состав алгебраического выражения, мы подразумевали только положительные числа (целые и дробные) и нуль.

Теперь под буквой, входящей в состав алгебраического выражения, следует подразумевать как положительные числа (целые и дробные), так и отрицательные (целые и дробные) и нуль.

Например:

1) a может принимать различные значения: $+2$; $+0,5$; 0; $-\frac{3}{4}$; -5 и т. д.: $a=+2$; $a=-5$; $a=-\frac{3}{4}$ (a — число отрицательное, хотя перед ним и нет знака минус).

2) Вычислить:

$$-a \text{ при } a=+2;\ -a=-(+2)=+(-2)=-2;$$
$$-a \text{ при } a=-5;\ -a=-(-5)=+(+5)=+5$$

($-a$ — число положительное, хотя перед ним и стоит знак минус).

Однако (как и прежде) буквы, входящие в алгебраическое выражение, могут принимать только такие значения, при которых алгебраическое выражение имеет смысл.

Например:

1) Раньше мы говорили, что в алгебраическом выражении $2-a$; $a \leqq 2$, так как при $a>2$ алгебраическое выражение теряет смысл. Теперь мы можем сказать, что в алгебраическом выражении $2-a$ a — любое число, так как при любых значениях a выражение $2-a$ имеет смысл; только при $a<2$ оно положительно, при $a>2$ оно отрицательно, при $a=2$ оно равно нулю.

2) Раньше мы говорили, что алгебраическое выражение $\frac{1}{2+a}$ имеет смысл при любых значениях a, а теперь скажем, что $a \neq -2$, так как при этом значении алгебраическое выражение теряет смысл (на нуль делить нельзя).

Определить, при каких значениях буквы n обращаются в нуль алгебраические выражения: $5-n$; $5+n$; $7n$; $n-7$.

Каких значений не может принимать буква n в алгебраических выражениях: $\frac{1}{n-3}$; $\frac{1}{7-n}$; $\frac{1}{n}$; $\frac{1}{5n}$?

Решить: Л., № 275 (устно), 276 (1) (устно), 276 (5, 7), 271 (8, 9).

План решения № 276 (5) см. урок № 14:

1) Записать алгебраическое выражение.

2) Определить порядок действий, занумеровав действия римскими цифрами в порядке их выполнения:

$$\overset{\text{II}}{3} \overset{\text{III}}{\cdot} a \overset{\text{I}}{\cdot} b^2 \overset{\text{VII}}{-} 2 \overset{\text{V}}{\cdot} a^{\overset{\text{IV}}{2}} \overset{\text{VI}}{\cdot} b =$$

3) Прочитать алгебраическое выражение: разность утроенного произведения числа a на квадрат числа b с удвоенным произведением квадрата числа a на число b.

4) Подставить заданные числовые значения в алгебраическое выражение.

5) Выяснить, нет ли среди значений, предложенных для a и b, недопустимых (устно).

6) Решить, записав решение двумя способами:

Запись решения „по частям".

При $a=-4$; $b=+3$:

$$3ab^2-2a^2b=3\cdot(-4)\cdot(+3)^2-2(-4)^2\cdot(+3)=$$

I. $b^2=(+3)^2=9$.

II и III. $3ab^2=3\cdot(-4)\cdot 9=-108$.

IV. $a^2=(-4)^2=+16$.

V и VI. $2a^2b=2\cdot 16\cdot 3=+96$.

VII. $3ab^2-2a^2b=(-108)-(+96)=(-108)+(-96)=$
$=-204$.

Запись решения „цепочкой".

При $a=-4$; $b=+3$:

$$3ab^2-2a^2b=3\cdot(-4)\cdot(+3)^2-2\cdot(-4)^2\cdot(+3)=3\cdot(-4)\cdot 9-$$
$$-2\cdot 16\cdot 3=(-108)-(+96)=(-108)+(-96)=-204.$$

В первом случае мы вычисляли числовое значение каждого одночлена (члена многочлена), одно за другим, а затем выполняли действия между одночленами (членами многочлена). Во втором случае мы одновременно приступили к вычислению числового значения всех одночленов, выполняя в каждом из них то действие, которое по порядку в нём является первым, и т. д. Преимущества второго способа очевидны, однако каждый учащийся может решать так, как ему понятнее.

IV. Задание на дом. Л., № 276 (4, 2,11), 271 (1, 2, 3).

УРОК № 31.

Тема урока. Вычисление числового значения алгебраического выражения.

I. Проверка домашней работы (на доске).

II. Проверка усвоения изученного. Решить: Л., № 276 (6, 8) устно, 278, 271 (10, 12, 14).

III. Самостоятельная работа.

Вариант I: Л., № 277 (1).
Вариант II: Л., № 277 (2).

IV. Задание на дом. Л., № 276 (8, 9), 271 (11, 13).

УРОК № 32.

Тема урока. Повторение раздела „Рациональные числа".

I. Проверка домашней работы (на доске).

II. Повторение изученного. Определения: отрицательного числа, положительного числа, рациональных чисел, абсолютной величины, равных чисел, противоположных чисел. Для выражения каких величин удобны рациональные числа? Решить: Л., № 296, 298, 299. Правила сложения и вычитания рациональных чисел. Решить: Л., № 301, 303 (б).

Правило умножения рациональных чисел. Решить: Л., № 300, 303 (а).

Правило возвышения в степень рациональных чисел. Решить: Л., № 305.

Правило деления рациональных чисел. Решить: Л., № 307.

III. Проверка усвоения изученного. Решить: Л., № 271 (4, 5), 313.

IV. Задание на дом. Л., № 271 (6, 7), 312, 297, 300 (б), 306.

УРОК № 33.

Тема урока. Решение уравнений.

I. Проверка домашней работы.

II. Упражнения. Решить: Л., № 311 (2, 4, 6, 8), 315.

III. Самостоятельная работа.

Вариант I: Л., № 321 (1, 2, 3, 4).
Вариант II: Л., № 322 (1, 2).

IV. Задание на дом. Л., № 311 (1, 5, 7, 8).

УРОК № 34.

Тема урока. **Система прямоугольных координат.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Решить: Л., № 311 (8).

III. Изучение нового материала. В практике иногда возникает необходимость в определении положения какой-либо точки на какой-либо прямой. Например: путевому обходчику нужно вызвать ремонтную бригаду для смены рельса на линии Октябрьской железной дороги. Если он сообщит в Калинин, что бригаде следует прибыть на тридцать пятый километр к Москве, бригада прибудет точно в указанное место. Это произойдёт потому, что линия железной дороги как бы стала числовою осью; станция Калинин — началом отсчёта, и с этого момента каждой точке линии соответствует число, имеющее определённую абсолютную величину (35) и определённое направление (к Москве). Если за начало отсчёта принять станцию Клин, то интересующей нас точке будет соответствовать число с другой абсолютной величиной и другим направлением (37 *км* к Ленинграду), но и в этом случае место будет точно указано, а следовательно, и легко найдено.

Число, соответствующее точке, отложенной на числовой оси, называют к о о р д и н а т о й этой точки.

Записать координату, соответствующую точке N_1, точке N_2, N_3 и т. д. Указать на числовой оси точку, которой соответствует данная координата:

$$M_1\,(0{,}3);\ M_2\left(-\frac{1}{2}\right);\ M_3\,(-5)\,;\ M_4\,(+5).$$

Можно ли этим способом определить положение точки, которая расположена вне числовой оси? почему?

Иногда возникает необходимость определить положение точки, лежащей на поверхности. Вышивальщице нужно перенести орнамент с бумаги (рисунка) на ткань (изделие). Для чего и как отсчитывает она клетки на канве? Начало отсчёта, единица отсчёта, направление отсчёта. Сколько координат и какие определяют положение каждой точки (крестика) на плоскости?

В практике городского хозяйства этим же приёмом пользуются для определения положения пожарного крана на мостовой. Обратите внимание, что некоторые дома имеют на себе марки (доски) с условной надписью: П. К. Надпись означает, что если встать под этой маркой $\overset{\text{ПК}}{\underset{\longleftarrow}{6{\downarrow}8}}$ спиной к ней и сделать 8 шагов вперёд и 6 шагов в сторону, в указанном направлении, обнаружишь на мостовой крышку пожарного крана. Сколько координат имеет точка, соответствующая пожарному крану?

какие? где лежит начало отсчёта? направление отсчёта? чему равна единица отсчёта? Сколько координат и какие определяют положение точки (крана) на плоскости? Этим простым и удобным приёмом пользуются и в науке. Из географии вы знаете, как определяют точки на поверхности земного шара с помощью градусной сети (начало отсчёта, единица отсчёта, направление отсчёта).

Во всех рассмотренных случаях положение точки на поверхности будет определено с различной, но в каждом случае достаточной точностью. Вышивальщица, делая прокол иглой, допустит ошибку не более чем на $\frac{1}{2}$ клетки канвы (чем мельче канва, тем меньше клетки); пожарный, если и не подойдёт к самому крану (шаги у людей разные), то окажется от него на расстоянии, которое позволяет без труда обнаружить кран. Точность в каждом случае вполне достаточная для того, чтобы обнаружить нужный нам предмет или установить предмет на положенном для него месте.

Рассмотренный нами способ определения положения точки на плоскости имеет широкое применение в математике; роль канвы обычно выполняет клетчатая бумага.

Возьмём произвольную плоскость (плоскость этого листа — таблицы) и наметим на нём ряд произвольных точек: N_1, N_2, N_3, N_4 и т. д.

Нам нужно определить положение этих точек на этой плоскости (для того, чтобы вы могли их расположить в своих тетрадях точно таким же образом). Нам нужен ориентир, от которого мы могли бы производить отсчёты. Построим в плоскости произвольную прямую XX_1 (ось иксов) и возьмём на ней произвольную точку O (укрепляю с помощью иголок чёрную нить, располагая её параллельно нижнему краю таблицы). С помощью этой прямой я могу определить положение только тех точек, которые лежат на ней, например точки N_6, N_7. Построю в той же плоскости прямую YY_1 (ось игреков), проходящую через точку O и пересекающую ось иксов под прямым углом (укрепляю соответствующим образом вторую чёрную нить).

Неограниченные прямые XX_1 (ось иксов) и YY_1 (ось игреков), расположенные под прямым углом одна к другой, называются системой прямоугольных координат. Точку O (место пересечения прямоугольных координат) называют началом координат. Деление, соответствующее одной клетке разлиновки наших тетрадей, примем за единицу отсчёта. Условимся положительным считать направление: по оси иксов вправо, а по оси игреков вверх. Покажите отрицательное направление по оси иксов и по оси игреков.

Числа, соответствующие отрезкам, которые отложены по оси иксов и оси игреков, определяют положение точки на плоскости и называются **координатами точки**; записываются в скобках рядом с буквой, обозначающей точку. Условились, что первое число обозначает всегда координату по оси иксов, а второе по оси игреков $M_1(x, y)$; $M_2(2, 3)$ и т. д.

Начертите в тетрадях систему координат. Определите, какие координаты имеют на таблице точки N_1, N_2, N_3, ... Постройте в тетрадях точки с такими же координатами. Построим на таблице и в тетрадях точки по заданным координатам: $M_1(0; 0)$; $M_2(0; 2)$; $M(0; -3)$; $M_4(7; 0)$; $M_5(-5; 0)$; $M_6(6; 7)$; $M_7(2; -3)$; $M_8(-2; -5)$; $M_9(-7; 3)$.

Какие координаты имеет точка, лежащая в начале отсчёта? на оси иксов? на оси игреков? в первом координатном угле? во втором координатном угле? и т. д. Эта система позволяет определить положение любой точки, лежащей на неограниченной плоскости. Можно ли определить положение данных нам точек на данной плоскости с помощью другой системы координат? Построю ещё прямоугольные координаты (укрепляю нити красного цвета на некотором расстоянии от чёрных нитей и параллельно им). Определите координаты каждой точки (N_1, N_2, M_1, M_2) относительно второй (красной) системы координат.

IV. Задание на дом. Л., № 280, 281, 282 (чётные), 283.

V. Закрепление изученного. Решить: Л., № 281 (5, 6), 284, 285. Этот раздел алгебры тесно соприкасается с геометрией. Размеры, форма геометрической фигуры могут быть определены с помощью координат точек этой фигуры.

УРОК № 35.

Тема урока. Построение графиков.

I. Проверка домашней работы (путём чтения с места и у доски).

II. Проверка усвоения изученного. Как определяют положение точки на прямой? Что называют системой прямоугольных координат? Что служит началом отсчёта системы прямоугольных координат? Что называют координатами точки относительно системы координат? Где лежат точки: $K_1(0; 0)$; $K_2(0; +0{,}5)$;

$$K_3\left(0; -\frac{1}{5}\right);\ K_4(+1{,}5;\ 0);\ K_5\left(-3\frac{1}{4}; 0\right);\ K_6(2{,}3;\ 3{,}7);$$

$$K_7\left(2\frac{3}{4}; -5\frac{1}{2}\right);\ K_8\left(-1{,}2;\ +2\frac{3}{5}\right);\ K_9\left(-9{,}1;\ -1\frac{9}{10}\right)?$$

Записать координаты точек: $F_1(x_1, y_1)$; $F_2(x_2, y_2)$ и т. д.

Решить: Л., № 286. Найти координаты точки, в которой пересекутся диагонали этого четырёхугольника.

III. Изучение нового материала. В V классе мы изображали изменение одной переменной величины в зависимости от изменений другой переменной величины путём составления столбчатых и секторных диаграмм. Система координат позволяет изобразить это изменение ещё одним способом — путём построения графика. График есть линия (прямая, ломаная или кривая), расположение точек которой соответствует изменениям переменной величины.

Решить: Л., № 287. Эта таблица содержит значение двух зависимых переменных величин времени и температуры. Отложим по оси иксов значение, которое принимает первая переменная (время), а по оси игреков отложим значение второй переменной (температуры), которое она приняла в соответствии со значением первой переменной. Построим точку с координатами $M_1(1; 3)$, далее строим столько точек, сколько пар значений переменных содержит наша таблица. Соединим точки отрезками. Полученная ломаная линия и есть график температуры воздуха за первую неделю ноября. Решить: Л., № 288.

IV. Задание на дом. Л., № 289.

V. Закрепление изученного. Самостоятельная работа

Вариант I. Решить: Л., № 290.
Вариант II. Решить: Л., № 291.

УРОК № 36.

***Тема урока.* Определение по графику значений одной переменной величины в зависимости от значения второй переменной величины.**

I. Проверка домашней работы (путём обхода и просмотра тетрадей).

II. Изучение нового материала. Решить: Л., № 292. Какой вид имеет график? Зависимость между сколькими переменными изображает график? между какими переменными? Где отложены значения первой переменной (времени)? Где отложены соответствующие значения второй переменной (расстояния)? Как узнать, пользуясь графиком, какой путь пройден за 2 часа? за 2 часа 15 мин.? Решить: Л., № 293, 295.

III. Задание на дом. Л., № 294.

УРОК № 37.

***Тема урока.* Контрольная работа № 2.**

Вариант I.

1) Вычислить, выполняя отдельно каждое действие:

$$\frac{(-1)^2 \cdot (-2)^5 - (+10)^2 : (+2) - (-3)^3}{(-7) \cdot (-2) + (-28) : (-2) + (-29) + (-1)}.$$

2) Вычислить числовое значение алгебраического выражения при $x = -\frac{2}{3}$; $y = -2$:

$$\frac{3x^2y + \frac{3}{x} - y}{2x - x : y}.$$

3) Решить уравнение и проверить решение:

$$\frac{-0,4}{0,2x} = 1,8.$$

Вариант II.

1) Вычислить, выполняя отдельно каждое действие:

$$\frac{(-2)^2 \cdot (-1)^5 \cdot (+10)^3 - (+5)^2 : (-10)}{(-12) : (-6) + (-12) \cdot (-2) + (-28) + (-1)}.$$

2) Вычислить числовое значение алгебраического выражения при $x = -3$; $y = -\frac{5}{6}$:

$$\frac{\frac{2}{3}xy - x^2 - y + 2}{x^2 - x : y}.$$

3) Решить уравнение и проверить решение:

$$\frac{0,3x}{0,4} = -0,5.$$

УРОК № 38.

Тема урока. **Разбор контрольной работы и работа над исправлением ошибок** (см. урок № 18).

ЦЕЛЫЕ ОДНОЧЛЕНЫ И МНОГОЧЛЕНЫ.

(43; 22).

ПОЯСНЕНИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ.

I. Третий раздел программы — целые одночлены и многочлены — следует излагать так, чтобы каждое новое тождественное преобразование учащимся представлялось совокупностью свойств математических действий, известных им раньше. Например, выполняя сложение многочленов и записывая его сначала подробно, а затем в порядке, указанном в учебнике А. П. Киселёва, учащийся всегда должен представлять, что происходят следующие изменения:

$$(a^2+2ab+b^2)+(3a^2-2ab-3b^2)=$$

На основании закона о прибавлении суммы:

$$=a^2+2ab+b^2+3a^2-2\,ab-3b^2=$$

На основании переместительного закона:

$$=a^2+3a^2+2ab-2ab+b^2-3b^2=$$

На основании сочетательного закона:

$$=4a^2+0-2b^2=.$$

На основании правила о прибавлении нуля:

$$=4a^2-2b^2.$$

II. Овладев знанием какого-либо нового преобразования, следует быстрее использовать его при решении уравнений и задач.

Это устранит формализм в работе и наполнит её конкретным содержанием.

III. Следует закрепить данное в отделе „Буквенные выражения" определение одночлена, так как определение, приведённое в учебнике А. П. Киселёва, не соответствует определению, принятому в науке. Дать более точное определение многочлена как алгебраической суммы одночленов, так как первое определение давалось в то время, когда учащиеся не имели понятия об алгебраической сумме (и в определении это понятие было обойдено).

Следует закрепить у учащихся понятие о тождестве и тождественных преобразованиях.

IV. Необходимо упражнять учащихся в нахождении числового значения алгебраического выражения, однако не следует превращать эти вычисления в самоцель, а лучше пользоваться ими для проверки правильности выполнения тождественных преобразований.

При этом следует иметь в виду, что если в данном алгебраическом выражении правильно выполнить все тождественные преобразования и полученный результат (ответ) соединить знаком равенства с данным алгебраическим выражением, то получится тождество, т. е. равенство, правая часть которого будет равна левой его части при любых (допустимых) значениях входящих в него букв.

Если же при выполнении тождественных преобразований данного алгебраического выражения допущена ошибка — полученный результат (ответ) не будет тождественно равен данному алгебраическому выражению, и, соединив его знаком равенства с данным алгебраическим выражением, мы получим уравнение (а не тождество, как было в первом случае). Этому уравнению будут удовлетворять корни. Число корней зависит от степени получившегося уравнения.

Если, выполняя проверку неверно решённого примера, мы случайно подставим корни, получившегося у нас уравнения, то численная величина его левой части (данного алгебраического выражения) окажется равной численной величине его правой части (результата или ответа), и получится впечатление, что тождественные преобразования выполнены правильно и ответ найден верно. Для того чтобы не впасть в такое заблуждение, следует сделать не одну подстановку, а несколько, так как, если число подстановок превышает число корней получившегося уравнения, есть полная возможность установить, имеем ли мы тождество. Так, если получилось уравнение первой степени — следует сделать две подстановки, если второй степени — три подстановки и т. д.

Например, выполняя тождественное преобразование алгебраического выражения $-2a - 3a^2 - 2a^2$, мы допустили ошибку и получили: $-2a - 3a^2 - 2a^2 = -7a^3$. Будем проверять: при $a = 0$, $0 = 0$; при $a = 1$, $-7 = -7$ создаётся впечатление, что решение верно, но это только потому, что мы случайно подставили корни получившегося уравнения. Уравнение — третьей степени, имеет три корня, а мы сделали только две подстановки; если даже при третьей подстановке мы опять случайно подставили корень уравнения при $a = -\frac{2}{7}$: левая часть: $\frac{4}{7} - \frac{12}{49} - \frac{8}{49} = \frac{28 - 12 - 8}{49} = \frac{8}{49}$; правая часть: $-7 \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)^3 = -7 \cdot \left(-\frac{8}{343}\right) = \frac{8}{49}$; $\frac{8}{49} = \frac{8}{49}$, то четвёртая подстановка обязательно обнаружит, что получившееся равенство не является тождеством: при $a = 2$ левая часть: $-2a - 3a^2 - 2a^2 = -2 \cdot 2 - 3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2^2 = -2 \cdot 2 - 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 = -4 - 12 - 8 = -24$; правая часть: $-7a^3 = -7(2)^3 = -7 \cdot 8 = -56$; $-24 \neq -56$, и, следовательно, ответ является ошибочным.

Существо этого вопроса сложно для понимания учащихся VI класса, да и вероятность совпадений, показанных выше, не велика; поэтому учащимся VI класса не следует сообщать об этих важных, но не совсем доступных подробностях, но учитель должен иметь их в виду, чтобы дать, если понадобится, правильное объяснение.

V. Разложение на множители представляет для учащихся значительные трудности. Изучение этого отдела проходит в самом конце учебного года за небольшое количество часов. Поэтому подготовку учащихся к усвоению этого раздела следует начинать с темы „Умножение многочлена на одночлен, многочлена на многочлен“ (подробное и сокращённое), ставя перед учащимися, наряду с вопросом об отыскании произведения данных сомножителей, вопрос о представлении данного многочлена в виде произведения сомножителей.

Расположение материала для упражнений в задачнике П. А. Ларичева способствует разрешению всех этих вопросов.

Наглядные пособия.

Учащиеся под руководством учителя легко сделают пособия, применение которых расширит их кругозор и поможет им запомнить некоторые формулы.

I. Модель. *Геометрическое представление формулы квадрата суммы двух чисел.*

II. Модель. *Геометрическое представление квадрата разности двух чисел.*

III. Модель. *Геометрическое представление произведения суммы двух чисел на их разность.*

IV. Модель. *Геометрическое представление куба суммы двух чисел.*

УРОК № 39.

Тема урока. **Приведение подобных членов многочлена.**

I. Проверка домашней работы.

II. Вводная беседа. Мы умеем записывать решение простейших задач в виде алгебраических выражений, входящих в формулы и уравнения.

$$S=\frac{1}{2}ab;\ 2x+3=17.$$

Решение каких задач записано выше?

Для решения более сложных задач нужно научиться производить действия над алгебраическими выражениями, уметь преобразовывать сложные алгебраические выражения в простые. Определение алгебраического выражения. Примеры:

$$2n;\ 2n+1;\ 7n;\ 100a+10b+c.$$

Сколько различных видов алгебраического выражения мы знаем? какие виды? Определение одночлена и многочлена. Теперь мы можем дать более короткое определение многочлена.

Многочлен — алгебраическая сумма одночленов. Примеры одночленов и многочленов. Свойства одночлена как произведения. Нормальный вид одночлена. Привести к нормальному виду одночлены:

$$aa2abb;\ xyxyy7;\ c\cdot\frac{3}{4}\cdot d\cdot c;\ 5b^2a;\ 7qpx.$$

Определение коэффициента. Что показывает целый коэффициент?

Определение члена многочлена. Свойства многочлена как алгебраической суммы. Расположить члены многочлена в порядке возрастающих или убывающих степеней главной буквы: $cd+c^2-d^2$.

Нормальный вид многочлена. Привести к нормальному виду многочлены: x^2+y^2-2xy; $3a^2b+3ab^2+a^3+b^3$.

Определение тождества. Преобразования, состоящие в том, что одно алгебраическое выражение, путём применения к нему законов арифметических действий, заменяют другим, более простым и тождественно равным первому, называют тождественными преобразованиями алгебраического выражения. Простейшие тождественные преобразования мы уже умеем делать.

Примеры: 1) $a+b+a+b+b=a+a+b+b+b=$
$=(a+a)+(b+b+b)=2a+3b.$

На основании каких законов преобразовано алгебраическое выражение? Проверить, будет ли полученное выражение тождественным данному (при различных значениях a и b);

2) $a\cdot a\cdot a\cdot b\cdot a\cdot b\cdot b=a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot b\cdot b\cdot b=(a\cdot a\cdot a\cdot a)\times$ $\times(b\cdot b\cdot b)=a^4b^3$. Проверить, будет ли полученное выражение тождественным данному (при различных значениях a и b).

III. Изучение нового материала. Попробуйте записать короче такой многочлен: $2a+a=\quad$. Почему получилось $3a$? Как ты рассуждал? $2a+a=a+a+a=3a$. Проверим правильность этого тождественного преобразования, для этого найдём числовые значения левой и правой частей равенства, $2a+a=3a$, при различных значениях a:

при $a=1\quad 3=3;$
при $a=2\quad 6=6,\ldots$

$$2a+3a=(a+a)+(a+a+a)=a+a+a+a+a=5a.$$

Этот путь решения очень длинен: сначала записываем каждый член без коэффициента, потом вновь вводим коэффициент. Можно получить ответ более коротким путём:

$$2a+a=(2+1)a=3a;$$
$$2a+3a=(2+3)a=5a;$$
$$2a-3a=(2-3)a=-1a=-a.$$

Всякие ли члены многочлена можно соединить в один член? какие можно? какие нельзя? Решить примеры:

$2a+3b$; $2a^2b+3a^2b$; $2ab^2+3a^2b$; $2ab^2+3b^2a$; $2a-3b$.

Определение подобных (похожих) членов многочлена. Что значит привести подобные члены многочлена? Сформулируйте правило, говорящее о том, как привести подобные члены многочлена в один член. Заметьте, что приводить можно только подобные члены одного многочлена. Что получится от приведения двух противоположных членов многочлена?

IV. Задание на дом. К., § 37, 49, 38. Повторение: § 16, 18; Л., № 323 (чётные), 327, 328, 329 (чётные), 332, 333, 334 (чётные), 369 (2).

V. Закрепление изученного. Определение одночлена, многочлена. Л., № 323 (нечётные). Пояснить, почему члены в многочленах и сомножители в одночленах записаны в данном порядке. Правило приведения подобных членов.

Решить: Л., № 325 (устно), 327, 328, 329 (нечётные), 332, 333, 334 (нечётные), 369 (1).

VI. Самостоятельная работа.

Вариант I: Л., № 331 (1), 336 (1).
Вариант II: Л., № 332 (2), 336 (2).

УРОК № 40.

Тема урока. Сложение одночленов.

I. Проверка домашней работы (у доски).

II. Проверка усвоения изученного. Определение алгебраического выражения, одночлена, многочлена, члена многочлена, подобных членов многочлена.

Записать члены, подобные члену $-7x^2y$; будет ли подобен ему член $-7xy^2$? почему? Что значит — привести подобные члены многочлена? Как привести подобные члены многочлена в один член? Правило сложения рациональных чисел.

Нормальный порядок расположения множителей в одночлене и членов в многочлене. Решить: Л., № 326 (устно), 330, 335, 336 (3, 4), 369 (3).

III. Изучение нового материала. Одночлены — это те же рациональные числа (величина этих чисел зависит от того, какие числовые значения даны буквам, входящим в одночлен). Например:

$$\text{при } a=-1;\ b=2;\ 2a^2b=2\cdot(-1)^2\cdot 2=4;$$

$$\text{при } a=2;\ b=-\frac{1}{4};\ 2a^2b=2\cdot 2^2\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)=-2;$$

$$\text{при } a=\frac{1}{3};\ b=-1;\ 2a^2b=2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot(-1)=-\frac{2}{9}.$$

Поэтому над одночленами, как и над рациональными числами, можно выполнить математические действия, и на них распространяются все известные нам свойства действий. Производя действия над одночленами, мы их записываем в скобках вместе с их знаками, так же, как это делают с рациональными числами.

Сегодня мы рассмотрим сложение одночленов: $(+2a)$ и $(+3b)$. Запишем в виде алгебраической суммы:

$(+2a)+(+3b)=+2a+3b.$

Какой вид имеет алгебраическое выражение, полученное в результате сложения одночленов? Сумма двух или нескольких одночленов всегда многочлен, содержащий столько членов, сколько одночленов сложено.

Если в полученном от сложения одночленов многочлене есть подобные члены, его следует упростить, приведя подобные члены в один член.

$$(+2a)+(+3a)+(-a)=2a+3a-a=4a.$$

Проверим правильность тождественных преобразований, придавая a различные значения.

При $a=1$ левая часть: $(+2)+(+3)+(-1)=4$;
правая часть: $4\cdot 1=4.\ 4=4.$

При $a=5$ левая часть: $(+10)+(+15)+(-5)=20$;
правая часть: $4\cdot 5=20.\ 20=20.$

Сформулируем правило сложения одночленов:

Чтобы сложить несколько одночленов, надо записать алгебраическую сумму этих одночленов и в полученном многочлене сделать приведение подобных членов, если они окажутся.

IV. Задание на дом. К., § 39, повторить § 25; Л., № 341—346 (во всех 1), 347, 349, 356 (3, 4).

V. Закрепление изученного. Правило сложения одночленов.

Решить устно: Л., № 337, 338. Чему равна сумма двух противоположных одночленов?

Сколько членов содержит многочлен, полученный от сложения нескольких одночленов?

Решить: Л., № 341 (2), 342 (2), 343 (2), 345 (2), 346 (2), 348, 350, 355 (1, 3), 356 (1, 2).

Решение № 345: Можно ли $4(a+b)$ назвать одночленом? почему? Данный нам пример не является примером на сложение одночленов, однако ему можно придать этот вид, если принять, что $a+b=c$; тогда, подставив взамен $a+b=c$, получим: $4(a+b)+2(a+b)+5(a+b)+(a+b)=4c+2c+5c+c=12c=12(a+b)$ после подстановки взамен c равного ему выражения $a+b$.

УРОК № 41.

Тема урока. Сложение с многочленом.

I. Проверка домашней работы (у доски).

II. Проверка усвоения изученного. Сформулировать правило сложения одночленов, свойства сложения. Распространяются ли свойства сложения рациональных чисел на сложение одночленов? почему? Решить: Л., № 344 (1, 2), 351, 352, 356 (5, 6), 357, 339. Решить устно № 340.

III. Изучение нового материала. Решить: Л., № 359, 360, (3, 5, 7). Определение многочлена. Как прибавить сумму? разность? Решить: Л., № 361 (1, 3, 5). Сформулировать правило сложения с многочленом. Результату всегда следует придавать нормальный вид и, если есть подобные члены, сделать их приведение. Решить: Л., № 362 (1, 2, 3, 4, 5) с проверкой.

Например, решение № 362 (5):

$(15a+2b)+(4a-3b)=$

На основании прибавления алгебраической суммы к сумме:

$=15a+2b+4a-3b=$

На основании переместительного закона сложения:

$=15a+4a+2b-3b=$

На основании сочетательного закона сложения:

$=19a-b.$

Проверка при $a=3$; $b=2$.

Числовое значение первого слагаемого:

$$15a+2b=15\cdot 3+2\cdot 2=45+4=49.$$

Числовое значение второго слагаемого:

$$4a-3b=4\cdot 3-3\cdot 2=12-6=6.$$

Числовое значение суммы: $(15a+2b)+(4a-3b)=49+6=$ $=55$ (левая часть равенства); $19a-b=19\cdot 3-2=57-2=$ $=55$ (правая часть равенства).

При последующих решениях запись можно сократить:

$$(15a+2b)+(4a-3b)=15a+2b+4a-3b=19a-b.$$

IV. Задание на дом. К., § 40; Л., № 362 (6, 8, 10, 12, 14, 16), 367. Повторить по тетради уравнения.

V. Закрепление изученного. Решить: Л., № 362 (9, 11, 15), 366. Какое алгебраическое выражение получается от сложения с многочленом? Сколько членов имеет многочлен, получившийся в сумме?

УРОК № 42.

***Тема урока.* Сложение многочленов (расположенных).**

I. Проверка домашней работы (у доски).

II. Проверка усвоения изученного. Как прибавить многочлен? На каких свойствах математических действий основано сложение с многочленом? Решить: Л., № 362 (7, 13), 363, 368.

III. Изучение нового материала. В тех случаях, когда следует сложить два многочлена, из которых каждый имеет большое число членов, или в тех случаях, когда складывают несколько многочленов, в сумме получается многочлен с большим числом членов, что создаёт некоторые трудности при отыскании подобных членов и их приведении. Чтобы избежать этих трудностей, следует проследить, чтобы члены слагаемых многочленов имели нормальный вид и чтобы они были расположены в определённом порядке, а затем надо подписать слагаемое под слагаемым так, чтобы подобные члены стояли под подобными (как при сложении многозначных чисел одинаковые разряды подписывают друг под другом), и произвести приведение подобных членов одновременно со сложением.

Например:

$$1)\ (5a^3b-3a^4+5b^2a^2-2b^3a)+(9ab^3-5a^2b^2+$$
$$+ba^3+b^5-6a^4)=(5a^3b-3a^4+5a^2b^2-2ab^3)+(9ab^3-$$
$$-5a^2b^2+a^3b+b^5-6a^4)=\underline{5a^3b}-3a^4+\underline{\underline{5a^2b^2}}-2ab^3+9ab^3-$$
$$-\underline{\underline{5a^2b^2}}+\underline{a^3b}+b^5-6a^4=6a^3b-9a^4+7ab^3+b^5=-9a^4+$$
$$+6a^3b+7ab^3+b^5,$$ короче можно записать так:

$$+\begin{array}{rrrrr} -3a^4 & +5a^3b & +5a^2b^2 & -2ab^3 & \\ -6a^4 & +a^3b & -5a^2b^2 & +9ab^3 & +b^5 \\ \hline -9a^4 & +6a^3b & & +7ab^3 & +b^5 \end{array};$$

2) $(-x^4+2x^3-3x+4)+(-x^3)+(-x^3+5x^2-5)$;

$$\begin{array}{rrrrr} -x^4 & +2x^3 & & -3x & +4 \\ & -x^3 & & & \\ & -x^3 & +5x^2 & & -5 \\ \hline -x^4 & & +5x^2 & -3x & -1 \end{array}.$$

Решить: Л., № 363 (1, 3, 7).

IV. Задание на дом. Повторить: К., § 19, 21; Л., № 363 (2, 4, 6), 370 (2), 373.

V. Закрепление изученного Решить: Л., № 363 (1, 3, 7, в столбик). С помощью алгебраических выражений можно записывать математические предложения и проводить доказательства теоретических вопросов.

Например, решение № 370 (1):
Пусть m и n — натуральные числа, тогда $2m+1$ и $2n+1$ — нечётные числа. Найдём сумму нечётных чисел:

$$(2m+1)+(2n+1)=2m+1+2n+1=2m+2n+2.$$

Мы знаем: 1) Если каждое слагаемое делится на одно и то же число, то и сумма разделится на это число без остатка. $2m$, $2n$, 2 — чётные числа. Следовательно сумма $2m+2n+2$ делится на 2.

2) Числа, делящиеся на 2, называют чётными; следовательно, сумма двух нечётных чисел есть чётное число.

Решить: Л., № 372, 371.

УРОК № 43.

Тема урока. Упражнения в составлении и решении уравнений.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Решить: Л., № 363 (5, 8, в столбик).

III. Упражнения. Умение складывать многочлены позволяет нам решать более сложные задачи путём составления уравнений. Решить: Л., № 374 (2, 4), 375 (4), 376, 378, 382, 384 (1, 2, 3).

IV. Задание на дом. Л., № 374 (нечётные), 375 (нечётные), 377, 379.

УРОК № 44.

Тема урока. Вычитание одночлена.

I. Проверка домашней работы (у доски).

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Решить: Л., № 375 (2), 374 (6), 381, 384 (3, 5, 6). Сформулировать определение действия вычитания, законы вычитания, правило вычитания рациональных чисел.

III. Изучение нового материала. Мы уже говорили, что одночлены — это те же рациональные числа, а потому и вычитать одночлен следует так же, как вычитают рациональные числа:

$$(+7)-(-3)=(+7)+(+3)=+7+3=+10.$$

Решить: Л., № 385, 387.

Например, решение № 387 (1):

$3xy-(+10xy)=3xy+(-10xy)=3xy-10xy=-7xy.$

Какой вид имеет алгебраическое выражение, полученное в результате вычитания одночлена? Сколько членов имеет разность? Какое упрощение следует сделать в полученном многочлене, если это возможно? Сформулировать правило вычитания одночлена.

IV. Задание на дом. К., § 41, повторить § 7; Л., № 388 (1, 3), 389 (1, 3), 390 (1, 3), 375 (2, 3).

V. Закрепление изученного. Правило вычитания одночлена.

Решить: Л., № 388 (2), 389 (2), 390 (2) с проверкой обратным действием.

УРОК № 45.

***Тема урока.* Вычитание многочлена.**

I. Проверка домашней работы (у доски).

II. Проверка усвоения изученного. Сформулировать определение вычитания, правило вычитания рациональных чисел, правило вычитания одночлена. Решить: Л., № 388 (4), 389 (4), 390 (4), 386 (устно), 379.

III. Изучение нового материала. Как вычесть сумму? Как вычесть разность? Решить: Л., № 391 (2, 3, 6, 7), 392, 393. Определение многочлена. Сформулировать правило вычитания многочлена.

Например, решение № 393 (4):

$$(2m-3n)-(5m+6n)=(2m-3n)+(-5m-6n)=$$
$$=2m-3n-5m-6n=-3m-9n.$$

Убедимся (устно) в том, что полученный результат тождественно равен данному алгебраическому выражению. Для этого найдём численную величину данного алгебраического выражения и результата при одинаковых числовых значениях входящих в них букв: 1) $m=1$, $n=2$; 2) $m=2$, $n=3$.

Проверку вычитания можно производить, как и в арифметике, при помощи обратного действия.

Проверка.

$$(-3m - 9n) + (5m + 6n) = -3m - 9n +$$
$$+ 5m + 6n = 2m - 3n.$$

Вычитание многочленов можно записывать так же, как и сложение „в столбик“.

Пример: $(-x^4 + 2x^3 - 3x + 4) - (-x^3 + 5x^2 - 5)$;

$$\begin{array}{r} \pm \begin{array}{r} -x^4 + 2x^3 \qquad\quad - 3x + 4 \\ \pm\ x^3 \mp 5x^2 \qquad\ \pm 5 \end{array} \\ \hline -x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 3x + 9 \end{array}$$

IV. Задание на дом. К., § 42, повторить § 23; Л., № 394 (1, 3), 395 (1, 3), 396 (1, 3), 397 (1), 399.

V. Закрепление изученного. Правило вычитания многочлена. Решить, записав решение „в строчку“: Л., № 394 (2), 395 (2), 396 (2). Решить, записав решение „в столбик“: Л., № 397 (2), 398.

Например, решение № 398:

В этом примере следует из одного алгебраического выражения вычесть другое. Мы умеем вычесть одночлен или многочлен. Алгебраическое выражение, которое следует вычесть в данном примере, нельзя отнести ни к одночленам, ни к многочленам. Определение одночлена, многочлена. Однако, если разность $a - x$ заменить какой-либо буквой, алгебраическое выражение примет вид многочлена и мы можем его решить.

При $a - x = m$:

$$[5(a - x)^2 - 10(a - x)^3 + 3(a - x)^4] - [2(a - x)^2 +$$
$$+ 8(a - x)^4 - 15(a - x)^3] =$$
$$= (5m^2 - 10m^3 + 3m^4) - (2m^2 + 8m^4 - 15m^3) =$$
$$= \underline{5m^2} - \underline{10m^3} + \underline{\underline{3m^4}} - \underline{2m^2} - \underline{\underline{8m^4}} + \underline{15m^3} =$$
$$= 3m^2 + 5m^3 - 5m^4 = 3(a - x)^2 + 5(a - x)^3 - 5(a - x)^4.$$

УРОК № 46.

Тема урока. Раскрытие скобок.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Сформулировать правило вычитания многочлена. На каких свойствах математических действий основано вычитание многочлена. Решить: Л., № 394 (4), 395 (4), 396 (4), 400, 401. Как проверить правильность результата?

III. Изучение нового материала. Решить: Л., № 403 (1). Сколько действий, какие действия и над какими алгебраическими выражениями мы должны выполнить? Как поступаем мы, производя вычитание? сложение? Решить пример, выполняя каждое действие отдельно. Можно решить этот пример, выполняя оба действия одновременно. Формулировать правило раскрытия скобок. Решить тот же пример, пользуясь новым правилом.

Раскрытие скобок в алгебре несколько отличается от раскрытия скобок в арифметике: 1) в арифметике обычно выполняют действия в скобках, потом они становятся ненужными и их опускают; в алгебре раскрывают скобки, не производя действий внутри скобок; 2) в арифметике раскрытие скобок обычно начинают с малых скобок; в алгебре раскрытие скобок можно начать с любых скобок.

Решение № 404 (1):

$$\begin{aligned}3x-[5x-(2x-1)]&=3x-[5x-2x+1]=\\&=3x-5x+2x-1=-1,\end{aligned}\tag{1}$$

или

$$\begin{aligned}3x-[5x-(2x-1)]&=3x-5x+(2x-1)=\\&=3x-5x+2x-1=-1.\end{aligned}\tag{2}$$

Мы в этом случае рассуждали так: в квадратных скобках два члена [$(2x-1)$ примем за один член]; раскрывая их, мы изменили знаки на противоположные у обоих членов, так как перед скобкой стоял знак минус. Первый способ более привычный, и его чаще придерживаются. Проверить путём подстановки. Обычно при нахождении численной величины алгебраического выражения его сначала упрощают путём тождественных преобразований, а потом находят численную величину результата.

Решить: Л., № 418.

IV. Задание на дом. К., § 43; повторить § 11—13; Л., № 403 (2), 404 (2), 405 (2), 406 (2), 413 (проверить подстановкой).

V. Закрепление изученного. Повторить правило раскрытия скобок. Решить: Л., № 405 (1), 406 (1), 415; проверить правильность тождественных преобразований в № 405, 406 подстановкой.

УРОК № 47.

***Тема урока.* Заключение многочлена или части многочлена в скобки. Изменение знака перед скобками.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Сформулировать правило раскрытия скобок в алгебре. Какое математическое действие мы производим, раскрывая скобки, перед которыми стоит знак плюс? знак минус? В какой последовательности следует раскрывать скобки? Решить: Л., № 407 (1, 2). Сформулировать определение чисел отрицательных, положительных, рациональных, абсолютной величины числа. Решить: $|-5|-x=|-3|$.

III. Изучение нового материала. Пусть многочлен $a-b+c$ получился после раскрытия скобок, в которые он был заключён. Какой пример был дан для решения? Сколько возможно различных случаев? какие случаи?

1) $+(a-b+c)=a-b+c$; 2) $-(-a+b-c)=a-b+c$.

Проверим правильность наших предположений раскрытием скобок. Следовательно:

$$a-b+c=+(a-b+c)=-(-a+b-c).$$

Преобразование, которое мы сейчас выполнили, называют заключением в скобки, оно обратно раскрытию скобок. Сколькими способами можно заключить многочлен в скобки, не изменяя его величины? какими? Как заключить многочлен в скобки, если перед скобкой стоит знак плюс? знак минус? Можно ли изменить знак перед скобками, в которые заключён многочлен, не изменяя его величины? как это сделать? Проверьте правильность сделанных выводов. Сформулируйте правила заключения многочлена в скобки и перемены знака перед скобками, в которые заключён многочлен. Умение заключать многочлен или часть многочлена в скобки необходимо при математической записи некоторых вопросов.

Решить: Л., № 423, 425.

IV. Задание на дом. К., § 44, повторить § 14, 24; Л., № 410, 411 (1), 409, 422, 424.

V. Закрепление изученного. Повторить правило заключения в скобки. Решить: Л., № 408, 411 (2), 412 (3, 1). Проверить правильность тождественных преобразований путём вычисления численной величины данного алгебраического выражения.

VI. Самостоятельная работа.

Вариант I: Л., № 416 (1), 414.
Вариант II: Л., № 416 (2), 419.

УРОК № 48.

Тема урока. Упражнения в составлении и решении уравнений.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Сформулировать правила раскрытия скобок, заключения в скобки, изменения знаков в скобках, перед скобками. Не изменяя величины многочлена $2x^3-3x^2-8x+9$, заключить в скобки: два последних члена, три последних члена, весь многочлен, два средних члена и два крайних члена. Проверить. Не изменяя величины многочлена, переменить знак перед скобками, в которые он заключён.

Умножить на одночлен — это значит умножить на произведение. Рассмотрим несколько простейших случаев умножения одночленов.

1) $2b \cdot (-3c) =$

По свойству умножения на произведение: $= [(2b \cdot (-3)] \cdot c = 2b(-3) \cdot c =$

По свойству переместительности: $= 2 \cdot (-3) \cdot b \cdot c =$

По свойству сочетательности: $= -6bc$.

Краткая запись: $2b \cdot (-3c) = -6bc$.

Решить: Л., № 458 (нечётные). Как определить знак произведения? коэффициент произведения? Как поступаем с буквенными множителями?

2) $a^2 \cdot a^3 = aa \cdot aaa = aaa \cdot aa = aaaa \cdot a = aaaaa = a^5$ (по правилу умножения на произведение).

Краткая запись: $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$.

Запись в общем виде: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Решить: Л., № 459 (нечётные).

Решение № 459(9):

$$x^{2n+1} \cdot x^{n+2} = x^{(2n+1)+(n+2)} = x^{2n+1+n+2} = x^{3n+3}.$$

Как умножить степени чисел с одинаковыми основаниями?

Решить: $2^3 \cdot 2^2 =$; $c^3 \cdot c^2 =$.
$2^3 \cdot 3^2 =$; $c^3 \cdot d^2 =$.
$2^3 \cdot 3^3 =$; $c^3 \cdot d^3 =$.

3) $(2a^2b^3c) \cdot (-5a^3c^2d^3) =$

По правилу умножения на произведение:

$$= (2a^2b^3c) \cdot (-5) \cdot a^3c^2d^3 = (2a^2b^3c(-5) \cdot a^3) \cdot c^2d^3 =$$
$$= (2a^2b^3c(-5)\,a^3c) \cdot d^3 = 2a^2b^3c(-5)\,a^3c^2d^3 =$$

По свойству переместительности: $= 2(-5)\,a^2a^3b^3c \cdot c^2d^3 =$

По свойству сочетательности: $= -10a^{2+3}b^3c^{1+2}d^3 = -10a^5b^3c^3d^3$.

Какое алгебраическое выражение получается от умножения одночлена на одночлен? Как определить: знак произведения? коэффициент произведения? буквенные множители произведения? показатели при буквах в произведении? Сформулировать правило умножения одночлена на одночлен. На каких свойствах умножения основано правило умножения одночлена на одночлен?

III. Задание на дом. К., § 45, повторить § 3, 4, 30; Л., № 458, 462 (во всех чётные), 464 (2).

IV. Закрепление изученного. Повторить правило умножения одночлена на одночлен. Решить: Л., № 460 (нечётные), 461 (нечётные), 462 (нечётные), 464 (1).

Решение № 464(1): $2(a+b)^3 \cdot 5(a+b)$. Сомножители этого произведения нельзя отнести к одночленам, но им можно придать вид одночленов, если $a+b=c$, и тогда можно приступить к умножению по правилу умножения одночлена на одночлен.

При $a+b=c$; $2(a+b)^3 \cdot 5(a+b)=2c^3 \cdot 5c=10c^{3+1}=10c^4=$ $=10(a+b)^4$, или: $2(a+b)^3 \cdot 5(a+b)=10(a+b)^4$.

УРОК № 53.

Тема урока: Возведение (возвышение) одночлена в степень с целым положительным показателем.

I. Проверка домашней работы (чтение с места).

II. Проверка усвоения изученного. Сформулировать правило умножения одночлена на одночлен. На каких свойствах умножения основано правило умножения одночлена на одночлен. Решить: Л., № 463, 464 (3, 4). Сформулировать определения: действия возведения в степень, основания степени, показателя степени, степени. Правила возведения в степень положительных и отрицательных чисел.

III. Изучение нового материала. Что значит возвести (возвысить) число в степень?

$$2^3=2 \cdot 2 \cdot 2=8; \quad a^2=a \cdot a.$$

Определение одночлена.

1) Как возвести в степень произведение чисел?

$$(2 \cdot 3)^2=6^2=36 \text{ или } (2 \cdot 3)^2=(2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3)=$$

По правилу умножения на произведение: $=2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3=$
По свойству переместительности: $=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3=$
По свойству сочетательности: $=2^2 \cdot 3^2=4 \cdot 9=36$.
Краткая запись: $(2 \cdot 3)^2=2^2 \cdot 3^2$.

Запись в общем виде: $(ab)^n=a^n b^n$.

Сформулируйте правило возведения в степень произведения.

2) Как возвести в степень степень числа: $(2^3)^2=8^2=64$, или $(2^3)^2=2^3 \cdot 2^3=(2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2)=2^6$ (по правилам умножения произведения и умножения на произведение)?

Запись в общем виде: $(a^m)^n=a^{mn}$.

Сформулировать правило возведения степени в степень.

$$\begin{aligned} 3)\ (+5xy^2)^3 &= 5xy^2 \cdot 5xy^2 \cdot 5xy^2 = \\ &= 5 \cdot x \cdot y^2 \cdot 5 \cdot x \cdot y^2 \cdot 5 \cdot x \cdot y^2 = \\ &= 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y^2 \cdot y^2 \cdot y^2 = 5^3 x^3 y^6. \end{aligned}$$

Краткая запись: $(5xy^2)^3=5^3x^3y^{2 \cdot 3}=125x^3y^6$.

Запись в общем виде: $(2ab^mc^n)^k=2^k a^k b^{mk} c^{nk}$.

Сформулировать правило возведения одночлена в степень с целым положительным показателем и указать, на каких свойствах умножения оно основано. Правила возведения одночлена в квадрат и куб.

IV. Задание на дом. К., § 46, повторить § 8, 5; Л., № 465 (4, 5, 6), 466 (1, 3), 467.

V. Закрепление изученного. Повторить правила возведения в степень степени, произведения, одночлена. Применение правила; решить: Л., № 465 (1, 2, 3), 466 (2, 4, 5).

Решить: 1) $2a^2+2a^3+3a^2=$.
2) $2a^2\cdot 3a^3=$.
3) $(2a^2)^3=$.

Какие действия производим мы над показателями одних и тех же букв при приведении подобных членов? при умножении? при возведении в степень? Решить: Л., № 467 (2).

УРОК № 54.

Тема урока. Умножение многочлена на одночлен.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Сформулировать правила возведения в квадрат и куб произведения, степени, одночлена. Примеры. На каких свойствах произведения основано правило возведения в степень одночлена? При выполнении каких действий над одночленами показатели одинаковых оснований степени оставляют без изменения? складывают? Решить: Л., № 468 (2, 3, 4, 5), 467 (3, 4).

III. Изучение нового материала. Определения одночлена и многочлена.

Умножение многочлена на одночлен сводится к умножению суммы или разности (т. е. алгебраической суммы) на произведение. Сформулируйте распределительный закон умножения.

Решить: Л., № 469 (1, 2), 470, 471.

Сформулировать правило умножения многочлена на одночлен: $(a+b-c)\cdot n=an+bn-cn$. Какой вид имеет произведение многочлена на одночлен? Сколько членов содержит многочлен, получившийся в произведении? На основании каких свойств вывели мы правило умножения многочлена на одночлен?

Применяя переместительный и распределительный законы умножения, можно записать:

$$n\cdot(a+b-c)=an+bn-cn.$$

· Сформулировать правило умножения одночлена на многочлен.

Пример: $(2x^3-3x^2+3x-1)\cdot 4x^2y^2=$
$=2x^3\cdot 4x^2y^2-3x^2\cdot 4x^2y^2+3x\cdot 4x^2y^2-1\cdot 4x^2y^2=$
$=2\cdot 4\cdot x^3\cdot x^2\cdot y^2-3\cdot 4\cdot x^2\cdot x^2\cdot y^2+3\cdot 4\cdot x\cdot x^2\cdot y^2-4\cdot x^2\cdot y^2=$
$=8x^{3+2}y^2-12x^{2+2}y^2+12x^{1+2}y^2-4x^2y^2=$
$=8x^5y^2-12x^4y^2+12x^3y^2-4x^2y^2.$

Возможна и более короткая запись, при которой после первой строки сразу записывают последнюю строку. Проверить правильность результата путём подстановки числовых значений взамен букв в данное алгебраическое выражение.

IV. Задание на дом. К., § 47, повторить § 5; Л., № 475—480 (во всех только 2 и 4).

V. Закрепление изученного.

Повторить правила умножения многочлена на одночлен и одночлена на многочлен. Применение правила; решить устно: Л., № 472—474; решить письменно: № 475—480 (во всех только первые).

Указать, от умножения какого одночлена и на какой многочлен получилось произведение $an+bn$?

Решение. Проверка.

$an+bn=n(a+b)$; $n(a+b)=na+nb=an+bn.$

Выполнить то же в примерах: $ax-bx$; $-cd-ck$; $4a+2$; $a^3+2a^2b+ab^2$.

УРОК № 55.

Тема урока. Упражнения в действиях над одночленами и многочленами.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Сформулировать правила умножения многочлена на одночлен и одночлена на многочлен. На каких свойствах умножения основаны эти правила? Решить: Л., № 477 (3), 478 (3), 479 (3), 480 (3). От умножения каких сомножителей получился многочлен $2a-2$? x^3-2x^2y-xy? x^3-x?

III. Упражнения. Решить: Л., № 481—483, 488—491 (во всех 2) и проверить подстановкой числовых значений.

Решение № 481 (2):

1) $\overset{\mathrm{I}}{3}(x+y)\overset{\mathrm{III}}{+}\overset{\mathrm{II}}{5}(x-y)=8x-2y.$

I. $3(x+y)=3x+3y.$

II. $5(x-y)=5x-5y.$

III. $(3x+3y)+(5x-5y)=\underline{3x}+3y+\underline{5x}-5y=8x-2y.$

2) $3(x+y)+5(x-y)=(\overline{3x}+3y)+(\overline{5x}-5y)=\underline{3x}+3y+\underline{5x}-5y=8x-2y.$

Проверка.

а) При $x=1$; $y=2$:

$$3(x+y)+5(x-y)=8x-2y.$$

Левая часть: $3(x+y)+5(x-y)=3(1+2)+5(1-2)=$ $=3\cdot3+5(-1)=9-5=4$.

Правая часть: $8x-2y=8\cdot1-2\cdot2=8-4=4$; $4=4$.

б) При $x=5$; $y=2$:

Левая часть: $3(x+y)+5(x-y)=3(5+2)+5(5-2)=$ $=3\cdot7+5\cdot3=21+15=36$.

Правая часть: $8x-2y=8\cdot5-2\cdot2=40-4=36$; $36=36$.

Правая часть равенства тождественна левой части — тождественные преобразования сделаны верно.

Решение № 490 (2):

$$\begin{aligned}
&4(x+2)-7(2x-1)+9(3x-4)=30;\\
&(4x+8)-(14x-7)+(27x-36)=30;\\
&4x+8-14x+7+27x-36=30;\\
&17x-21=30;\\
&17x=30+21;\\
&17x=51;\\
&x=51:17;\\
&x=3.
\end{aligned}$$

Проверка.

Левая часть: $4(3+2)-7(2\cdot3-1)+9(3\cdot3-4)=$ $=4\cdot5-7\cdot5+9\cdot5=20-35+45=30$.

Правая часть: 30; $30=30$.

Примечание. Следует постепенно переходить к более короткой записи и к устным вычислениям. Делать это нужно в разные сроки для разных классов и даже для отдельных учащихся по мере усвоения ими последовательности рассуждений при решении.

Решить: Л., № 496 (арифметическим путём устно и путём составления уравнения письменно).

IV. Задание на дом. К., повторить § 49; Л., № 481—483 (во всех 1), 488—490 (во всех 1), 498.

УРОК № 56.

Тема урока. Умножение многочлена на многочлен.

I. Проверка домашней работы (задачу проверить письменно, примеры устно).

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Решить: Л., № 497, 486 (1, 2), 492 (1, 2). Рассказать о расположенном многочлене.

III. Изучение нового материала. Решить: Л., № 502 (1), 500, 501. Мы рассмотрели задачу, для решения которой нужно умножить многочлен на многочлен, видели, какой в этом случае получился результат, и убедились путём подстановки в том, что этот результат тождественно равен данному алгебраическому выражению. Нам нужно найти удобный и короткий путь для получения этого результата:

$$(a+b)\cdot(m+n)=,$$

но мы не умеем умножать на многочлен. Пусть $m+n=p$; тогда:

$=(a+b)\cdot p$, так как всякую величину можно заменить другой, равной ей величиной.

По распределительному закону умножения: $=ap+bp$, но $p=m+n$. Так как всякую величину можно заменить другой величиной, равной ей, мы получим:

$=a(m+n)+b(m+n)=$

По распределительному закону умножения: $=am+an+$ $+bm+bn$.

Сколько членов имеет множимое? множитель? произведение? Как получен первый член произведения? второй член произведения? и т. д. Сформулируйте правило умножения многочлена на многочлен.

Краткая запись в общем виде:

$$(a+b)\cdot(m+n)=am+bm+an+bn.$$

Порядок умножения может быть различный, но, во избежание ошибок, лучше всегда строго придерживаться одного определённого порядка. Например, каждый член множимого умножить на первый член множителя, потом каждый член множимого на второй член множителя и т. д. Число членов произведения до приведения подобных членов.

IV. Задание на дом. К., § 48; Л., № 504 (нечётные), 505, (нечётные), 506 (1), 507 (1), 508 (1), 534 (2).

V. Закрепление изученного. Повторить правило умножения многочлена на многочлен. Применение правила. Решить: Л., № 503 (устно), 504 (чётные), 505 (чётные), 506—508 (во всех 2) (с проверкой путём вычисления числового значения данного алгебраического выражения и результата), 534 (1).

УРОК № 57.

Тема урока. Умножение расположенных многочленов.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Сформулировать правило умножения многочлена на многочлен. Решить: Л., № 509—511, 534 (3, 4). Число членов произведения до приведения подобных членов.

III. Изучение нового материала. При умножении многочленов с большим числом членов возникают трудности в отыскании и приведении подобных членов в произведении. Этого легко избежать, если записать действие „столбиком", как это уже делали при сложении и вычитании. Удобства этого способа особенно хорошо видны при умножении расположенных многочленов.

Определения расположенного многочлена, главной буквы многочлена, способов расположения членов многочлена, высшего члена многочлена, низшего члена многочлена. Решить: Л., № 519 (чётные). Число членов произведения — после приведения подобных членов.

IV. Задание на дом. К., § 49—52; Л., № 519, 520 (нечётные).

V. Закрепление изученного. Решить: Л., № 513 (4, 5), предварительно установить возможное наибольшее и наименьшее число членов произведения, а затем сравнить полученный результат с высказанным предположением.

УРОК № 58.

***Тема урока.* Три действия над одночленами и многочленами.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Сформулировать определения расположенного многочлена, главной буквы многочлена, порядка расположения членов многочлена, высшего члена многочлена, низшего члена многочлена. Решить: Л., № 520 (чётные). Число членов произведения до приведения подобных членов и после приведения подобных членов.

Сформулировать правила сложения, вычитания, умножения одночленов и многочленов.

При выполнении каких действий над одночленами показатели степеней одинаковых оснований остаются без изменения? складываются? умножаются?

III. Упражнения. Решить: Л., № 514, 517 (2), 516 (2), 522 (1).

IV. Задание на дом. К., повторить § 31—33; Л., № 517 (1), 516 (1, 3), 522 (2).

УРОК № 59.

***Тема урока.* Упражнение в составлении и решении уравнений.**

I. Проверка домашней работы (у доски).

II. Проверка усвоения изученного. Решить: Л., № 516 (4), 515.

III. Упражнения. Решить: Л., № 524, 526, 530, 537, 533 (устно).

IV. Задание на дом. К., повторить § 9, 25; Л., № 523, 525, 531, 536.

УРОК № 60.

Тема урока. Деление одночлена на одночлен.

I. Проверка домашней работы (у доски).

II. Проверка усвоения изученного. Решить: Л., № 527, 533 (2). Сформулировать свойства деления и правила деления рациональных чисел.

III. Изучение нового материала. Какие действия умеем мы выполнять над одночленами и многочленами? Какое не умеем выполнять? На основании каких законов вывели мы правила действий над одночленами и многочленами? Определение одночлена. Следовательно, умение разделить одночлен на одночлен сводится к умению делить произведение на произведение. Записать в общем виде правила: 1) деления произведения на число, 2) числа на произведение. Решить: Л., № 541 (устно), 542, 543, 544, 545 (нечётные).

Решение:

1) $10a : 5 =$

По правилу деления произведения на число: $= (10 : 5) \cdot a = 2a$.

2) $10ab : a =$

По правилу деления произведения на число: $= 10(a : a) \cdot b = 10 \cdot 1 \cdot b = 10b$.

3) $10ab : c = \frac{10ab}{c}$, т. к. ни один из сомножителей делимого не делится на делитель; результат записывают дробью.

4) $10\ ab : (2a) =$

По правилу деления на произведение: $= (10ab : 2) : a = 5ab : a =$

По правилу деления произведения: $= 5(a : a) \cdot b = 5 \cdot 1 \cdot b = 5b$.

Решить: Л., № 546, 547, 549 (нечётные) и проверить умножением.

5) $a^3 : a = aaa : a =$

По правилу деления произведения: $= (a : a) \cdot a \cdot a = 1 \cdot a \cdot a = a^2$.

Какие основания имели степени делимого и делителя? Какой показатель имело делимое? делитель? частное?

6) $a^3 : a^2 = aaa : aa =$

По правилу деления на произведение: $= (aaa : a) : a =$

По правилу деления произведения: $= (aa) : a = (a : a) \cdot a = 1 \cdot a = a$.

Какие основания были у степеней делимого и делителя? Какой показатель имели степени делимого? делителя? частного? Каким путём определить показатель частного, зная показатель делимого и делителя? Сформулировать правило деления степеней с одинаковыми основаниями.

Краткая запись: $a^3 : a = a^{3-1} = a^2;$

$$a^3 : a^2 = a^{3-2} = a.$$

Запись в общем виде: $a^m : a^n = a^{m-n}$ при $m > n > 0$.

Примечание. Записи $a^2 : a^3 = a^{2-3} = a^{-1}$ не следует применять, так как смысл отрицательного показателя пока учащимся неизвестен.

Решить устно: Л., № 550 и 551 (нечётные) с проверкой умножением. Решить письменно: Л., № 552, 553 (нечётные).

Решение № 553 (3):

$$a^{2n+1} : a^{n-1} = a^{(2n+1)-(n-1)} = a^{2n+1-n+1} = a^{n+2}.$$

7) Сформулировать правило деления одночлена на одночлен.

$$-6a^3b^2c^3d : 3ab^2 = -2a^{3-1}b^{2-2}c^3d =$$
$$= -2a^2 \cdot 1 \cdot c^3d = -2a^2c^3d.$$

Сформулировать, в каких случаях деление одночлена на одночлен невозможно.

IV. Задание на дом. К., § 56—58; Л., № 549—555, 558, 561 (все чётные).

V. Закрепление изученного. Повторить правила деления степени числа на степень того же числа. Какой смысл имеет целый положительный показатель степени? Правило деления одночлена на одночлен. Признаки невозможности деления. На каких свойствах деления основано правило деления одночлена на одночлен?

Решить: Л., № 554, 555, 558 (нечётные), 561 (1, 3, 5) с проверкой умножением.

При выполнении каких действий над степенями одного и того же числа показатели остаются без изменения? складываются? вычитаются? перемножаются?

VI. Самостоятельная работа.

Решить: 1) $3a^2 + 2a^2 + 2a^2 =$;

2) $3a^3 \cdot 2a^2 =$;

3) $3a^3 : 2a^2 =$;

4) $(3a^3)^2 =$;

5) $a^6 : b^3 =$; $a^3 : a^5 =$.

УРОК № 61.

Тема урока. Деление многочлена на одночлен.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Сформулировать правила деления степени числа на степень того же числа; случаи невозможности деления.

Сформулировать правила деления одночлена на одночлен, признака невозможности деления. На каких правилах основан вывод правила деления одночлена на одночлен. Решить устно: Л., № 543—551 (чётные), 562. Решить письменно: Л., № 556, 557, 561 (7), 559.

Какие действия производят над показателями одинаковых букв при приведении подобных членов? сложении? вычитании? умножении? делении? возвышении в степень? Примеры.

Какие действия производят над коэффициентами одночленов при приведении подобных членов? сложении одночленов? вычитании одночленов? умножении и делении одночленов? возведении одночлена в степень? Примеры.

III. Изучение нового материала. Определение многочлена. Чтобы разделить многочлен, нужно уметь делить сумму на данное число. Сформулируйте свойство деления суммы на данное число и запишите его в общем виде. Решить: Л., № 563, 564.

$(a+b-c):m=a:m+b:m-c:m$ (по правилу деления суммы на данное число).

Сформулировать правило деления многочлена на одночлен.

IV. Задание на дом. К., § 59; Л., № 567, 568, 569 (2) с проверкой обратным действием, 570—573, 579, 581 (чётные), 577 (2, 5), 578 (2, 5).

V. Закрепление изученного. Повторить правило деления многочлена на одночлен. На каком законе основано это правило? Применение правила; решить устно: № 565, 566; решить письменно: № 567—570, 574 (нечётные). В каких случаях один из членов частного равен единице?

Решить и проверить путём вычисления числового значения № 572 (1), 576. Сколько членов имеет частное от деления многочлена на одночлен?

Решить и проверить обратным действием № 573 (1).

Решить № 579 (1), 581 (1) с проверкой. Способ проверки избрать по своему усмотрению.

Решить: Л., № 577 (1, 4), 578 (1, 4, 7).

УРОК № 62.

Тема урока. Действия над одночленами и многочленами.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Сформулировать правило деления многочлена на одночлен.

На каком законе основано это правило? Сколько членов имеет частное от деления многочлена на одночлен? В каком случае один из членов частного будет равен единице? Решить: Л., № 571 (2, 4), 572 (3), 574 (2), 579 (3), 581 (3), 577 (3), 578 (3, 6, 8).

III. Упражнения. Решить: Л., № 593 (чётные), 594 (чётные), 606 (чётные) с проверкой. Повторить порядок действий в алгебре.

IV. Задание на дом. Повторить: К., § 35—38. Решить: Л., № 593 (нечётные), 594 (нечётные), 606 (нечётные) с проверкой.

УРОК № 63.

Тема урока. Деление на многочлен.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Решить: Л., № 573 (3), 574 (2), 576 (2), 595 (2, 4), 607 (2, 4).

III. Изучение нового материала. Сегодня мы рассмотрим деление одночлена и многочлена на многочлен.

I. Мы не умеем делить одночлен на многочлен и потому не знаем, возможно ли это и какой результат при этом получится. Предположим, что деление возможно. Тогда могут иметь место два случая: 1) частное от деления одночлена на многочлен — одночлен и 2) частное от деления одночлена на многочлен — многочлен. Пусть одночлен обозначен буквой O, а многочлен буквой M.

1) Пусть $O:M=O_1$, тогда при проверке обратным действием имеем: $O_1 \cdot M = O$, — получилось, что произведение одночлена на многочлен равно одночлену, но это противоречит действительности, так как мы знаем, что от умножения одночлена на многочлен получится многочлен. Мы пришли к противоречию потому, что сделали неверное предположение; это предположение следует отбросить — частное от деления одночлена на многочлен не может быть одночленом.

2) Пусть $O:M=M_1$, тогда при проверке обратным действием будем иметь: $M_1 \cdot M = O$, — получилось, что произведение многочлена на многочлен равно одночлену, но это противоречит действительности, так как мы знаем, что от умножения многочлена на многочлен получаем многочлен.

Мы пришли к противоречию в наших рассуждениях потому, что сделали неверное предположение; это предположение следует отбросить — частное от деления одночлена на многочлен не может быть многочленом.

Итак, частное от деления одночлена на многочлен не может быть выражено ни одночленом, ни многочленом, или говорят, что одночлен „не делится“ на многочлен; это частное можно записать только алгебраической дробью, числитель которой равен делимому, а знаменатель делителю:

$$a:(b+c-d)=\frac{a}{b+c-d}.$$

II. Мы не умеем делить многочлен на многочлен и потому не знаем, возможно ли это и какой результат при этом получится. Предположим, что деление возможно. Тогда могут быть два случая: 1) частное от деления многочлена на многочлен — одночлен; 2) частное от деления многочлена на многочлен — многочлен.

1) Пусть $M_1 : M_2 = O$, тогда при проверке обратным действием $O \cdot M_2 = M_1$, что возможно, так как произведение одночлена на многочлен есть многочлен. Пример:

$a\cdot(a-b)=a^2-ab$, а следовательно: $(a^2-ab):(a-b)=a$.

2) Пусть $M_1 : M_2 = M_3$, тогда при проверке обратным действием $M_3 \cdot M_2 = M_1$, что возможно, так как произведение многочлена на многочлен есть многочлен. Пример:

$$(a+b)\cdot(a-b)=a^2+\underline{ab}-\underline{ab}-b^2=a^2-b^2,$$

а следовательно: $(a^2-b^2):(a-b)=a+b$.

3) В тех же случаях, когда мы не сможем выразить частное от деления многочлена на многочлен ни одночленом, ни многочленом, его следует записать алгебраической дробью: $M_1 : M_2 = \frac{M_1}{M_2}$.

Пример: $(a+b):(c+d)=\frac{a+b}{c+d}$.

Следовательно, в ряде случаев деление многочлена на многочлен возможно.

Мы убедились, что возможны случаи, когда один многочлен делится на другой; при этом в частном может получиться или одночлен или многочлен.

Определение расположенных многочленов. Деление расположенного многочлена на расположенный многочлен — действие сложное. Для его выполнения необходимы твёрдые навыки в сложении, вычитании и умножении одночленов и многочленов.

$$\begin{array}{ll}
\begin{array}{r}
2a-3 \\
\cdot\ \underline{3a^2+5a-7} \\
6a^3-9a^3 \\
+\quad 10a^2-15a \\
\underline{-14a+21} \\
6a^3+a^2-29a+21
\end{array}
&
\begin{array}{r|l}
\pm\ 6a^3+a^2-29+21 & 2a\pm 3 \\ \cline{2-2}
\underline{\mp 6a^3\pm 9a^2} & 3a^2+5a-7 \\
\pm\ 10a^2-29a & \\
\underline{\mp 10a^2\pm 15a} & \\
\pm\ -14a+21 & \\
\underline{\pm 14a\mp 21} & \\
0 &
\end{array}
\end{array}$$

Из умножения расположенных многочленов видно, что высший член произведения равен произведению высшего члена множимого на высший член множителя. Значит, высший член делимого есть произведение высшего члена делителя на высший член частного.

Следовательно, ***чтобы найти высший член частного, достаточно разделить высший член делимого на высший член делителя.***

Умножим все члены делителя на первый (высший) член частного и полученное произведение вычтем из делимого; запишем первый остаток. Делимое есть произведение всех членов делителя на каждый член частного. Мы вычли из делимого произведение всех членов делителя на высший член частного; следовательно, в первом остатке заключается произведение всех членов делителя на все члены частного, кроме высшего его члена. Значит, высший член первого остатка есть произведение высшего члена делителя на второй член частного.

Следовательно, ***чтобы найти второй член частного, достаточно разделить высший член первого остатка на высший член делителя и т. д.***

Расположение записи деления многочлена на многочлен имеет сходство с расположением записи деления многозначного числа на многозначное.

Решить: Л., № 582 (1, 2) с подробной записью и пояснениями.

I.
$$\begin{array}{r|l} -\,48 & 12 \\ \cline{2-2} 48 & 4 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Проверка:

$12 \cdot 4 = 48$

II.
$$\begin{array}{r|l} -\,5313 & 23 \\ \cline{2-2} 46 & 2 \\ \cline{1-1} 7 & \end{array}$$

1) Чтобы найти первую цифру частного, делим цифру старшего разряда делимого на

I.
$$\begin{array}{r|l} \pm\; 6x - 6y & x - y \\ \cline{2-2} \mp 6x \pm 6y & 6 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Проверка:

$(x - y) \cdot 6 = 6x - 6y$

$$\begin{array}{r|l} \pm\; ax + ay & x + y \\ \cline{2-2} \mp ax \mp ay & a \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Проверка:

$(x + y) \cdot a = ax + ay$

II.
$$\begin{array}{r|l} \pm\; 6a^3 + a^2 - 29a + 21 & 2a - 3 \\ \cline{2-2} \mp 6a^3 \pm 9a^2 & 3a^2 \\ \cline{1-1} 10a^2 & \end{array}$$

1) Чтобы найти высший член частного, делим высший член делимого на высший

цифру старшего разряда делителя. Получаем цифру старшего разряда частного: 2.

2) Полученную цифру частного умножаем на делитель. Получаем: 46.

3) Полученное произведение подписываем под делимым.

4) Вычитаем произведение из делимого и получаем первый остаток: 7.

5) Сносим к остатку следующую цифру делимого: 1

$$\begin{array}{r|l} -\,5313 & 23 \\ \underline{46} & \overline{23} \\ -\,71 & \\ \underline{69} & \\ 2 & \end{array}$$

6) Чтобы найти вторую цифру частного, делим цифру старшего разряда первого остатка на цифру старшего разряда делителя. Получаем: 3.

7) Вторую цифру частного умножаем на делитель. Получаем: 69.

8) Полученное произведение подписываем под первым остатком.

9) Вычитаем произведение из первого остатка. Получаем: 2. И т. д.

член делителя. Получаем высший член частного: $3a^2$.

2) Высший член частного умножаем на каждый член делителя. Получаем: $+6a^3-9a^2$.

3) Полученное произведение подписываем под делимым.

4) Вычитаем произведение из делимого и получаем первый остаток: $10a^2$.

5) Сносим к остатку следующий член делимого: $-29a$

$$\begin{array}{r|l} \pm\; 6a^3+a^2-29a+21 & 2a-3 \\ \underline{\mp 6a^3 \pm 9a^2} & \overline{3a^2+5a} \\ \pm\; +10a^2-29a & \\ \underline{\mp 10a^2 \pm 15a} & \\ -14a & \end{array}$$

6) Чтобы найти второй член частного, делим высший член первого остатка на высший член делителя. Получаем: $+5a$.

7) Второй член частного умножаем на каждый член делителя. Получаем: $+10a^2-15a$.

8) Полученное произведение подписываем под первым остатком.

9) Вычитаем произведение из первого остатка. Получаем: $-14a$. И т. д.

Проверить деление многочлена на многочлен обратным действием.

Повторить порядок деления многочлена на многочлен (пользуясь при этом записью решения примера).

Сформулировать правило деления многочлена на многочлен.

IV. Задание на дом. К., § 60—62, повторить § 49; Л., № 582 (5), 583—585 (во всех 1, 3) с проверкой, 580 (чётные), 607.

V. Закрепление изученного. Повторить правило деления многочлена на многочлен. Какие действия и над какими алгебраическими выражениями выполняем мы, деля многочлен на многочлен? (деление одночлена на одночлен, умножение одночлена на многочлен, вычитание многочлена из многочлена). Решить: Л., № 583—585 (чётные) с проверкой обратным действием, 580 (3).

УРОК № 64.

Тема урока. Упражнения в делении расположенных многочленов (более сложные случаи).

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Решить: Л., № 586 с подробным пояснением всего процесса деления и с проверкой обратным действием, № 587 (1, 2) представить многочлен (делимое) в виде произведения.

III. Упражнения. Решить: Л., № 588 (4), 589 (4). Сформулировать правило деления расположенных многочленов. Повторить правило деления расположенных многочленов.

IV. Задание на дом. Повторить: К., § 62; Л., № 588 (1, 3), 589 (1, 3) с проверкой.

УРОК № 65.

Тема урока. Деление расположенных многочленов с остатком. Признаки невозможности деления расположенных многочленов.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Сформулировать правило деления расположенных многочленов. Решить: Л., № 588 (2), 589 (2).

III. Изучение нового материала. Решить: Л., № 590.

Решение № 590 (1):

$$\begin{array}{r|l} -\,45291 & 132 \\ \underline{396} & \overline{343} \text{ (неполное частное)} \\ -\,569 & \\ \underline{528} & \\ -\,411 & \\ \underline{396} & \\ 15 \text{ (остаток)} & \end{array}$$

$$45\,291 : 132 = 343 \text{ (ост. } 15) = 343\frac{15}{132} \text{ (полное частное)}$$

Проверка.

1) $\begin{array}{r} \times\, 132 \\ \underline{343} \\ 396 \\ 528 \\ \underline{396} \\ 45\,276; \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} +\,45\,276 \\ \underline{15} \\ 45\,291. \end{array}$

Решение № 590 (3):

$$\begin{array}{r|l} \mp\; a^2 + b^2 & a+b \\ \underline{\mp a^2 \quad \mp ab} & \overline{a-b} \text{ (неполное частное)} \\ \pm\; -ab + b^2 & \\ \underline{\pm ab \pm b^2} & \\ +2b^2 \text{ (остаток)} & \end{array}$$

$$(a^2 + b^2) : (a + b) = a - b + \frac{2b^2}{a+b} \text{ (полное частное)}$$

Проверка.

1) $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$;

2) $(a^2 - b^2) + 2b^2 = a^2 - b^2 + 2b^2 = a^2 + b^2$.

При изучении деления многозначных чисел (в арифметике) мы установили ряд признаков, по которым, не производя деления, можно судить о том, будет ли многозначное число делиться без остатка на данный делитель. Признаки делимости на 2, 4, 3, 9 и т. д. Мы не имеем времени для вывода таких же признаков делимости для расположенных многочленов, однако полезно знать, что разность одинаковых степеней двух чисел делится на разность оснований этих степеней без остатка.

Есть признаки, указывающие на то, что деление одного многочлена на другой невозможно. Признаки невозможности деления расположенных многочленов (по учебнику А. П. Киселёва). Однако отсутствие этих признаков ещё не свидетельствует о том, что деление возможно.

Таким образом, утверждать, что деление одного многочлена на другой возможно, можно (чаще всего) только после того, как деление выполнено.

IV. Задание на дом. К., § 62 (5), 63; Л., № 590, 591 (нечётные).

V. Закрепление изученного. Какие расположенные многочлены и на какие не делятся без остатка? Что можно сказать о расположенных многочленах, лишённых этих признаков? Проверить эти положения при решении примеров: Л., № 590, 591 (чётные).

УРОК № 66.

Тема урока. Совместные действия над одночленами и многочленами.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Решить: Л., № 592 (5, 6).

III. Упражнения. Решить: Л., № 596 (1, 3, 5), 608 (2, 4).

IV. Задание на дом. К., повторить § 39—44; Л., № 596 (чётные), 608 (1, 3).

V. Самостоятельная работа.

Вариант I: Л., № 592 (7, 8) с проверкой.

Вариант II: Л., № 592 (9, 10) с проверкой.

УРОК № 67.

Тема урока. Заключительная беседа по разделу „Целые одночлены и многочлены".

I. Проверка домашней работы.

II. Заключительная беседа. Сформулировать определения алгебраического выражения, одночлена, многочлена. Правила выполнения действий над одночленами и многочленами. На каких свойствах основаны правила действия над одночленами и многочленами? Почему свойства рациональных чисел распространяются на одночлены и многочлены? Как мы поступаем при выполнении действий над одночленами: 1) с показателями степеней одинаковых оснований? 2) с коэффициентами? Обратите внимание на то, что над коэффициентами мы выполняем то же действие, что и над алгебраическим выражением, а над показателями выполняем действия, которые одной ступенью ниже тех, которые мы выполняем над алгебраическим выражением:

$$3a^2 \cdot 5a^3 = 3 \cdot 5a^{2+3} = 15a^5;$$
$$(2a^3)^5 = 2^5a^{3 \cdot 5} = 32a^{15}.$$

Сколько способов проверки выполнения действий над алгебраическими выражениями мы знаем? какие? Для чего нужно уметь производить действия над алгебраическими выражениями?

Решить: Л., № 611.

III. Задание на дом. К., повторить § 45—48, 50—52; Л., № 612.

УРОК № 68.

Тема урока. Контрольная работа № 4.

Вариант I: Л., № 609.
Вариант II: Л., № 610.

УРОК № 69.

Тема урока. Разбор контрольной работы № 4 (см. урок № 18).

УРОК № 70.

Тема урока. Сокращённое умножение многочленов. Вывод формулы: произведение суммы двух чисел на разность тех же чисел.

I. Проверка домашней работы.

II. Вводная беседа. Выполняя какую-либо работу, человек стремится не только выполнить её хорошо, но ищет способы для выполнения её с наименьшей затратой времени и сил.

Мы научились производить математические действия над целыми одночленами и многочленами; из них наиболее сложными оказались умножение многочлена на многочлен и деление многочлена на многочлен. Сегодня мы начнем отыскивать способы, позволяющие выполнить умножение простейших многочленов более коротким путём. Простейший многочлен состоит из двух членов. Следовательно, это будет или сумма или разность двух чисел, обозначенных буквами. Например: $a+b$ и $a-b$. Вот мы и должны найти сокращённые способы умножения этих многочленов.

III. Изучение нового материала. Сегодня мы найдём сокращённый способ умножения суммы двух чисел на разность тех же чисел.

Вывод правила.

Решить письменно: Л., № 614 (1, 2, 5, 7, 8, 9, 12, 19).

Решение № 614 (1): $(m+n)\cdot(m-n)=m^2+\underline{mn}-\underline{mn}-n^2=m^2-n^2$;

№ 614 (5): $(a+3)\cdot(a-3)=a^2+\underline{3a}-\underline{3a}-3^2=a^2-9$.

Мы отмечаем некоторую закономерность в образовании произведения. Сколько членов имеет произведение до приведения подобных членов? какие члены? сколько из них подобных членов? Сколько членов осталось после приведения подобных членов? какие члены? Как прочитать алгебраическое выражение, полученное в результате умножения? Кто может, не производя умножения и приведения подобных членов, записать сразу окончательный результат в примерах № 614 (3, 6)? Сформулируем правило получения произведения суммы двух чисел на разность тех же чисел.

Запись в общем виде: $(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$.

Применение правила. Решить: Л., № 614 (10, 13, 15).

Решение № 614 (15).

По формуле $(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$ имеем:

$$(5x+3y)\cdot(5x-3y)=(5x)^2-(3y)^2=25x^2-9y^2.$$

Что подразумеваем мы в данном случае под a? под b?

Сокращённое умножение отличается от подробного (полного) умножения тем, что мы не производим почленного умножения первого множителя на второй и не делаем приведения подобных членов, а сразу записываем окончательный вид произведения.

Этот путь короче и удобнее, но для того чтобы им пользоваться, нужно твёрдо помнить формулу и уметь её применять.

IV. Задание на дом. К., § 53 (2); Л., № 616 (нечётные).

V. Закрепление изученного. Сформулировать правило о произведении суммы двух чисел на их разность. Записать это правило в виде формулы сокращённого умножения. Решить: Л., № 614 (16, 19, 20), 616 (4).

Решить, применяя переместительный закон умножения, № 614 (11, 4 и 14).

Решить, применяя переместительный закон сложения, № 616 (14).

Решить дополнительно к примерам из задачника:

$$1)\ \left(2\frac{1}{2}a^2+3{,}6b^3\right)\left(3\frac{3}{5}b^3-2{,}5a^2\right)= \ ;$$

$$2)\ (-c-d)\cdot(c-d)= \ .$$

Представить в виде произведения: a^2-b^2; c^2-25; $4a^2-b^2$.

Приём устного счёта, основанный на выведенной формуле сокращённого умножения. Решить: Л., № 615 (нечётные), 613. Демонстрация модели.

Примечание. В задачнике П. А. Ларичева № 614 и 616 не содержат достаточного количества примеров, в которых члены суммы и члены разности имеют показатели; это легко исправить, внеся небольшие изменения в данные примеры. Например, № 616 (12) следует предложить учащимся в таком виде: $(1{,}3a^2b^3-1{,}1c)\cdot(1{,}3a^2b^3+1{,}1c)=$.

УРОК № 71.

Тема урока. **Вывод формулы квадрата суммы двух чисел.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Сформулировать правило сокращённого умножения суммы двух чисел на разность этих же чисел. Записать формулу, выражающую это правило. Для чего нужно сокращённое умножение? Чем оно отличается от подробного умножения?

Решить: Л., № 616 (2, 6, 8, 10, 12). Решить устно: № 615 (2, 4).

Представить в виде произведения: a^2-1; b^2-9; c^4-d^2.

III. Упражнения. Решить: Л., № 617 (2, 4), 618 (2, 4).

IV. Изучение нового материала. Сегодня мы найдём сокращённый способ умножения других двух простейших многочленов: суммы двух чисел на сумму тех же чисел, т. е. способ нахождения квадрата суммы двух чисел $(a+b)\cdot(a+b)=$ $=(a+b)^2$.

Вывод правила.

Решить письменно: Л., № 620 (1, 4, 12, 18).

Решение № 620 (1):

$(m+n)^2=(m+n)\cdot(m+n)=m^2+mn+mn+n^2=m^2+$ $+2mn+n^2$;

№ 620 (4) : $(2+a)^2=(2+a)\cdot(2+a)=2^2+2a+2a+a^2=$ $=4+4a+a^2$.

Сколько членов имеет произведение до приведения подобных членов? какие члены? Сколько среди этих членов подобных членов? Сколько членов осталось после приведения подобных членов? какие члены? Как прочесть алгебраическое выражение, полученное в результате? Кто может, не производя умножения и приведения подобных членов, записать сразу окончательный вид произведения в примерах № 620 (6, 7)? Сформулировать правило получения произведения суммы двух чисел на сумму тех же чисел или правило нахождения квадрата суммы двух чисел. Записать это правило в общем виде (формулой): $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

Применение правила. Решить: Л., № 621 (2), 622 (2).

Решение № 621 (2).

По формуле $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ имеем:

$$\left(b+\frac{1}{3}\right)^2=(b)^2+2(b)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}\right)^2=b^2+\frac{2}{3}b+\frac{1}{9}.$$

Что подразумевали мы в данном случае под a? под b?

V. *Задание на дом.* К., § 53 (1); Л., № 621 (5, 6), 622 (3, 6, 8), 617 (1), 618 (1).

VI. *Закрепление изученного.* Сформулировать правило о возвышении в квадрат суммы двух чисел. Записать это правило в виде формулы сокращённого умножения.

Решить: Л., № 623 (1, 4).

Представить в виде произведения:

$$a^2+2ab+b^2;$$
$$a^2+2a+1;$$
$$9+6b+b^2.$$

Например:

$9+6b+b^2=(3)^2+2(3)(b)+(b)^2=(3+b)^2=(3+b)\cdot(3+b)$.

Приём устного счёта, основанный на выведенной формуле. Решить: Л., № 628 (1, 9), 619. Демонстрация модели.

Примечание. Употребление скобок при решении примера № 621 (2) хотя и не обязательно (так как эти скобки не изменяют порядка действий), но написание их желательно, так как помогает ученику запомнить состав каждого члена произведения.

УРОК № 72.

Тема урока. Вывод формулы квадрата разности двух чисел.

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Проверка усвоения изученного.* Чем отличается сокращённое умножение от подробного? Какой многочлен и на какой многочлен умеем мы умножать сокращённо? Сформулировать правила сокращённого умножения (два). Записать формулы сокращённого умножения (два). Решить: Л., № 624 (4), 625 (2), 628 (2, 4) (устно), 615 (6, 7) (устно).

Представить в виде произведения: $x^2+6xy+9y^2$.

III. *Изучение нового материала.* Сегодня мы найдём сокращённый способ умножения разности двух чисел на разность тех же чисел, т. е. выведем формулу квадрата разности двух чисел $(a-b)\cdot(a-b)=(a-b)^2$. Как это сделать? Воспользуемся для этого примерами: Л., № 620 (2, 5, 10, 11, 13, 15, 19). Кто хочет сделать вывод этой формулы? (И т. д., см. планы уроков № 70, 71.)

IV. Задание на дом. К., § 53 (б); Л., № 621 (3, 4, 7), 622 (1, 4), 623 (3), 624 (1), 625 (1).

V. Закрепление изученного. Сформулировать правило о квадрате разности двух чисел. Записать это правило в виде формулы сокращённого умножения. Решить: Л., № 621 (1), 622 (5, 7, 9), 624 (2, 3), 625 (3).

Например, решение № 624 (2):

$$\left(\frac{5}{6}m^2n^3-\frac{3}{5}mn\right)^2=\left(\frac{5}{6}m^2n^3\right)^2-2\left(\frac{5}{6}m^2n^3\right)\cdot\left(\frac{3}{5}mn\right)+\left(\frac{3}{5}mn\right)^2=$$
$$=\frac{25}{36}m^4n^6-m^3n^4+\frac{9}{25}m^2n^2.$$

Почему в первом и третьем членах мы показатели степеней одинаковых оснований умножали, а во втором члене складывали?

Представить в виде произведений:

$$a-2ab+b^2;$$
$$9-6b+b^2;$$
$$1-2a^2+a^4.$$

Приём устного счёта, основанный на выведенной формуле. Решить: Л., № 628 (3, 5), 619. Демонстрация модели.

УРОК № 73.

Тема урока. Упражнения в сокращённом умножении (по трём формулам).

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Какие многочлены и на какие многочлены умеем мы умножать сокращённо? Сформулировать правила сокращённого умножения. Записать формулы сокращённого умножения.

Решить: $(3a^2b-a)^2$; $(3a^2b+a)^2$; $(3a^2b+a)\cdot(3a^2b-a)$.

Решить устно: Л., № 615 (8, 10), 628 (6, 8, 12).

III. Упражнения. Решить: Л., № 629 (2, 4), 635 (2, 4), 630 (2), 627 (3) примеры (б, г), (4) примеры (б, г, д), (5), 624 (1, 2), 633 (2, 4).

IV. Задание на дом. К., повторить § 53, 54 (разобраться в решённых примерах, уметь дать пояснения к их решению).

Решить: Л., № 627 (3) примеры (а, б), (4) примеры (а, в), 629 (нечётные), 635 (1, 3), 630 (1), 633 (1, 3).

V. Самостоятельная работа.

Вариант I: Л., № 629 (6).
Вариант II: Л., № 629 (10).

Примечание. Перед решением каждого примера учащийся должен выписывать формулы сокращённого умножения которые будет применять при решении примера.

УРОК № 74.

Тема урока. **Вывод формул куба суммы и куба разности двух чисел.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Решить: Л., № 631. Дать пояснение к § 54 учебника А. П. Киселёва.

III. Изучение нового материала (см. урок № 70, 71). Решить: Л., № 636 (1, 5, 9, 15), (2, 6, 10, 16). Вывод формулы. Формулировка правила. Запись формулы. Применение формулы. Решить: Л., № 636 (14, 17).

IV. Задание на дом. К., § 55; Л., № 637 (нечётные).

V. Закрепление изученного. Сформулировать правила вычисления куба суммы и куба разности двух чисел. Записать формулы куба суммы и куба разности двух чисел. Обратить внимание учащихся на то, что в последней формуле минусы стоят перед членами, в которые $(-b)$ входит в нечётной степени. Решить: Л., № 637 (2, 4, 6, 10, 12, 14, 16).

Например, решение № 637 (12):

$$\left(0{,}1x^4-\frac{1}{2}x^3\right)^3=(0{,}1x^4)^3-3\,(0{,}1x^4)^2\,(0{,}5x^3)+$$
$$+3\,(0{,}1x^4)\,(0{,}5x^3)^2-(0{,}5x^3)^3=0{,}001x^{12}-3\,(0{,}01x^8)\cdot(0{,}5x^3)+$$
$$+3\,(0{,}1x^4)\,(0{,}25x^6)-0{,}125x^9=0{,}001x^{12}-0{,}015x^{11}+$$
$$+0{,}075x^{10}-0{,}125x^9.$$

В каких случаях и как мы поступали с показателями буквы x при решении этого примера?

Представить в виде произведения:

$$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3;$$
$$c^3-3c^2d+3cd^2-d^3.$$

Демонстрация модели, представляющей куб суммы двух чисел геометрически.

УРОК № 75.

Тема урока. **Упражнения в сокращённом умножении.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Сформулировать правила возведения в куб суммы двух чисел и разности двух чисел. Записать эти правила формулами. Решить: $(x-x^2y)^3$; $(2ab^2+a^2)^3$.

Представить в виде произведения:

$$m^3+3m^2n+3mn^2+n^3;$$
$$1-3p+3p^2-p^3.$$

Какие многочлены и на какие многочлены умеем мы умножать сокращённо? Записать все (пять) выведенных нами формул сокращённого умножения.

III. Упражнения.

1) Упростить выражение и вычислить результат при $m = -0{,}1$:

$$-m(m-1)^2 + (m-1)^3 + 2(m^2+1) =$$
$$= -m(m^2 - 2m + 1) + (m^3 - 3m^2 + 3m - 1) + 2(m^2 + 1) =$$
$$= -m^3 + 2m^2 - m + m^3 - 3m^2 + 3m - 1 + 2m^2 + 2 =$$
$$= m^2 + 2m + 1 = (m+1)^2 = (-0{,}1 + 1)^2 = 0{,}9^2 = 0{,}81.$$

2) Решить уравнение:

$$(x-2)^3 - x^2(x-6) = 1$$
$$(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) -$$
$$-(x^3 - 6x^2) = 1$$
$$x^3 - 6x^2 + 12x - 8 -$$
$$- x^3 + 6x^2 = 1$$
$$12x - 8 = 1$$
$$12x = 1 + 8$$
$$12x = 9$$
$$x = \frac{9}{12}$$
$$x = \frac{3}{4}$$

П р о в е р к а.

Левая часть:

$$(x-2)^3 - x^2(x-6) =$$
$$= \left(\frac{3}{4} - 2\right)^3 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4} - 6\right) =$$
$$= \left(-1\frac{1}{4}\right)^3 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(-5\frac{1}{4}\right) =$$
$$= -\frac{125}{64} - \frac{9}{16} \cdot \left(-\frac{21}{4}\right) =$$
$$= -\frac{125}{64} + \frac{189}{64} = \frac{64}{64} = 1.$$

Правая часть: 1

$$1 = 1.$$

3) Решить: Л., № 638 (1).

IV. Задание на дом. К., § 53, 55; Л., № 638 (2), 639 (2), 643 (3).

V. Самостоятельная работа.

Вариант I: $\left(\frac{2}{3}a - a^2\right)^2 =$; $(2x - x^2)^3 =$;

$$(0{,}7a^3 - 1)(1 + 0{,}7a^3) = .$$

Вариант II: $(x^2 + 0{,}5x)^2 =$; $(3a^2 - a)^3 =$;

$$\left(1 - \frac{3}{5}x^2\right)\left(\frac{3}{5}x^2 + 1\right) = .$$

УРОК № 76.

Тема урока. Вывод формул произведения суммы двух чисел на неполный квадрат разности этих чисел и разности чисел на неполный квадрат суммы тех же чисел.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Сформулировать правила сокращённого умножения. Записать формулы сокращённого умножения. Решить: Л., № 639 (1).

III. Изучение нового материала.

1) Рассмотреть следующие трёхчлены и подчеркнуть те из них, которые представляют собой квадраты двучлена (суммы или разности). Указать, почему остальные трёхчлены нельзя назвать квадратами двучленов:

$$x^2+2xy+y^2;\ x+2xy+y^2;\ c^2+d^2-2cd;\ c^2+2cd-d^2;$$
$$x^2-xy+y^2;\ c^2+cd+d^2;\ m^6-2m^3n^4+n^8.$$

2) Трёхчлен, состоящий из суммы квадратов двух чисел, увеличенной или уменьшенной на произведения этих чисел, за сходство с квадратом двучлена принято называть неполным квадратом двучлена, так a^2+ab+b^2 называют неполным квадратом суммы чисел a и b, а a^2-ab+b^2 называют неполным квадратом разности чисел a и b. Укажите неполные квадраты двучленов среди приведённых выше примеров.

Вывод правила. Прочитайте формулы, записанные у Л., № 640 (1, 2), и докажите справедливость их. Обратите внимание на расположение знаков: если первый сомножитель — разность, то и произведение тоже имеет вид разности (второй сомножитель — неполный квадрат суммы). Если первый сомножитель — сумма, то и произведение имеет вид суммы (второй сомножитель — неполный квадрат разности).

Запишите изученные сегодня правила под диктовку словами и в виде формул.

IV. Закрепление изученного. Какой двучлен и на какой трёхчлен умеем мы теперь умножать сокращённо? Повторите правила сокращённого умножения, изученные сегодня. Запишите формулами эти правила.

Применение правила. Решить: Л., № 641 (2, 4, 6, 3), предварительно проверяя, будет ли второй множитель неполным квадратом двучлена. Представить в виде произведения: a^3-b^3; x^3+y^3; c^3-1; d^6+1.

V. Задание на дом. По тетради. Л., № 641 (нечётные), 642 (1, 3), 643 (1), 654 (нечётные).

VI. Заключительная беседа по теме „Сокращённое умножение многочленов". Сформулировать правило умножения многочлена на многочлен. Что значит умножить многочлен на многочлен сокращённо? Какие многочлены и на какие многочлены умеем мы умножать сокращённо? Почему именно эти многочлены учились мы умножать сокращённо? В каких случаях и какие многочлены получаются в произведении? Сколько формул сокращённого умножения мы вывели? какие? Записать эти формулы. Сформулировать правила сокращённого умножения. Как следует поступить, если ни одна из известных нам формул не подходит для примера, в котором нам предстоит выполнить умножение? Возможен ли вывод новых формул? Решить: Л., № 642 (2), 643 (2).

УРОК № 77.

***Тема урока.* Сокращённое деление с помощью формулы сокращённого умножения $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Какие трёхчлены называют неполным квадратом суммы, неполным квадратом разности? Какие двучлены и на какие трёхчлены умеем мы умножать сокращённо? Сформулировать правила сокращённого умножения. Записать формулы сокращённого умножения.

Решить: $(4a-3)\cdot(16+12a+9)$; $(1+a^2)\cdot(1-a^2+a^4)$; представить в виде произведения: m^3-n^3; c^3+1; Л., № 642 (4), 643 (4), 654 (чётные).

III. Изучение нового материала. Какие действия умеем мы выполнять над многочленом? Какие действия умеем мы (в некоторых случаях) выполнять сокращённо?

Деление многочлена на многочлен является самым трудным действием; поэтому для случаев, которые особо часто встречаются, нужно уметь находить частное, не производя подробного деления, сокращённым путём, как это мы делали в некоторых случаях умножения. Для выполнения сокращённого деления не понадобится вывода особых формул, так как это действие, обратное умножению. Как называют число, которое умножают? на которое умножают? которое получают в результате умножения? $3\cdot4=12$. Что получится от деления произведения на первый сомножитель? $12:3=4$; на второй сомножитель? $12:4=3$.

Рассмотрим формулу сокращённого умножения:
$(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$. Покажите первый сомножитель, второй сомножитель, произведение. Запишите, что получится при делении произведения на первый сомножитель; на второй сомножитель.

$$(a^2-b^2):(a+b)=a-b;$$
$$(a^2-b^2):(a-b)=a+b.$$

Сколько формул мы получили из одной формулы? почему? Сформулируйте правило сокращённого деления. Что значит разделить многочлен на многочлен сокращённо?

IV. Задание на дом. По тетради. Л., № 645—648 (нечётные во всех примерах).

V. Закрепление изученного. Какой многочлен и на какие многочлены умеем мы делить сокращённо? В каких случаях и какие частные мы получаем при этом? Повторить правила сокращённого деления разности квадратов двух чисел. Применение правила. Решить устно: Л., № 644, 645 (чётные). Мы умеем делить только разность квадратов двух чисел на разность или сумму их оснований; поэтому если многочлены не имеют такого вида, то произвести деление сокращённо не сможем. Необходимо выполнить преобразование этих многочленов: делимое представить как разность квадратов, а делитель как сумму или разность тех же оснований.

Например, решение № 646 (2):

$$(100m^2 - 64n^2) : (10m - 8n) =$$
$$= [(10n)^2 - (8n)^2] : (10m - 8n) = 10m + 8n.$$

Решить: Л., № 645—648 (во всех чётные).

УРОК № 78.

Тема урока. **Сокращённое деление с помощью формул сокращённого умножения:** $(a+b)(a^2-ab+b^2)\ a^3+b^3$; $(a-b)(a^2+ab+b^2)\ a^3-b^3$.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Что значит разделить многочлен на многочлен сокращённо? Зачем нужно уметь находить частное сокращённым путём? Почему для сокращённого деления используют формулы сокращённого умножения? Какую зависимость используют, прибегая к формулам сокращённого умножения, при делении многочлена на многочлен? Какой двучлен и на какие двучлены умеем мы делить сокращённо? Записать формулы сокращённого деления и сформулировать правила. Решить: Л., № 648 (6) и примеры:

$$(x^8 - 1) : (x^4 + 1);\ (25a^2b^4 - 81a^6c^8) : (5ab^2 - 9a^3c^4).$$

III. Изучение нового материала. Просмотрите формулы сокращённого умножения и скажите, какие двучлены и на какие многочлены можно ещё разделить с их помощью и что получится в результате?

Запишите формулы сокращённого деления и сформулируйте правила:

$$(a^3 + b^3) : (a + b) = a^2 - ab + b^2 \qquad (3);$$

$$(a^3 + b^3) : (a^2 - ab + b^2) = a + b \qquad (4),$$

и т. д. (5 и 6).

IV. Задание на дом. Л., № 651 (нечётные), 652 (1, 3), 653 (1, 3).

V. Закрепление изученного. Какие многочлены и на какие многочлены можем мы делить сокращённо при помощи формул сокращённого умножения? В каких случаях и какие получаются при этом результаты? Решить устно: Л., № 651 (2, 4, 6); письменно: № 651 (8, 10), 652 (2), 653 (2, 4). Решить с пояснением, как сделать правильный выбор формулы при решении примеров:

$$(m^6 - n^6) : (m^2 - n^2) \text{ и } (m^6 - n^6) : (m^3 - n^3).$$

УРОК № 79.

Тема урока. Упражнения в сокращённом делении по формулам сокращённого умножения.

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Какие двучлены и на какие многочлены умеем мы делить сокращённо и что при этом получаем в частном?

Записать формулы сокращённого умножения, вывести из них формулы сокращённого деления и сформулировать правила сокращённого деления. Решить: Л., № 652 (4). Решить сокращённо и пояснить, как сделать правильный выбор формулы:

$$1)\ (64p^6q^{12} - 1) : (8p^3q^6 - 1) = ;$$
$$2)\ (64p^6q^{12} - 1) : (4p^2q^4 - 1) = .$$

III. Изучение нового материала. Просмотрите формулы сокращённого умножения и скажите, какие трёхчлены и на какие многочлены можем мы разделить сокращённо? Какие четырёхчлены и на какие многочлены можем мы разделить сокращённо? Записать соответствующие формулы сокращённого деления и сформулировать правила сокращённого деления.

Решить: Л., № 649 (2, 4), 650 (2, 4).

IV. Задание на дом. Л., № 649 (1, 3), 650 (1, 3).

V. Самостоятельная работа.

Вариант I: Л., № 660.
Вариант II: Л., № 661.

УРОК № 80.

Тема урока. Контрольная работа № 5.

Вариант I.

Упростить, пользуясь, по возможности, сокращёнными приёмами: 1) $(x+2)^3 - x(3x+1)^2 + (2x+1)(4x^2 - 2x + 1) =$.

2) $\left(2\frac{1}{2}a^3 + 3{,}6b\right)\left(3\frac{3}{5}b - 2{,}5a^3\right) =$.

3) $\left(3c^3 - \frac{1}{3}c\right)^3 =$.

4) Решить уравнение: $(x^3 - 8) : (x^2 + 2x + 4) = 8$.

Вариант II.

Упростить, пользуясь, по возможности, сокращёнными приёмами: 1) $6(y+1)+2(y-1)(y^2+y+1)-2(y+1)^3=.$

2) $\left(2\frac{3}{4}c^5+3{,}5d\right)\left(3\frac{1}{2}d-2{,}75c^5\right)=.$

3) $\left(\frac{1}{2}b^2-2b\right)^3=.$

4) Решить уравнение: $(1+x^3):(1-x+x^2)=-2.$

УРОК № 81.

Тема урока. **Разбор контрольной работы** (см. урок № 18).

Примечание. Чтобы избежать проведения контрольной в последние дни четверти, следует разменять уроки алгебры с уроками арифметики с таким расчётом, чтобы урок № 80 состоялся не менее чем за неделю до окончания четверти.

РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕННЫХ ВЫРАЖЕНИЙ НА МНОЖИТЕЛИ (18; 9).

ПОЯСНЕНИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ.

Разложение многочленных выражений на множители представляет для учащихся значительные трудности, для преодоления которых необходимы твёрдые знания правил знаков и действий над одночленами и многочленами.

К восприятию рассматриваемого в этом отделе материала учащиеся были подготовлены при изучении действий над одночленами и многочленами, где в ряде случаев, после получения в результате умножения многочлена, решалась обратная задача: представить многочлен в виде произведения двух сомножителей.

Например: $(a+b)\cdot x=ax+bx$ и $ax+bx=x(a+b)$;

$$(a+1)^2=a^2+2a+1 \text{ и } a^2+2a+1=(a+1)^2=$$
$$=(a+1)(a+1).$$

Это позволило несколько растянуть изучение вопроса во времени и обеспечило постепенность ознакомления учащихся с различными способами разложения на множители многочленов.

Основной же задачей последующих уроков является усвоение учащимися признаков разложимости многочлена на множители, т. е. знание признаков, по которым можно судить, какими способами и на какие множители следует пытаться разложить данный многочлен, а следовательно, и какие изменения надо в него внести, чтобы разложение стало возможным (так же, как по определённым признакам мы судим о равенстве двух треугольников и, если эти признаки не очевидны, стремимся путём рассуждений убедиться, что они в данном случае имеют место, или что они отсутствуют).

Разложение на множители многочлена не имеет практического применения в VI классе, так как алгебраические дроби изучаются в VII классе. Поэтому после летнего перерыва на первых уроках алгебры в VII классе следует основательно повторить разложение на множители.

УРОК № 82.

***Тема урока.* Вводная беседа о разложении многочлена на множители. Вынесение за скобку общего одночленного множителя.**

I. Проверка домашней работы.

II. Изучение нового материала. Сегодня мы приступаем к изучению последнего раздела программы VI класса — разложения на множители многочленов. Вспомним, что мы уже знаем о разложении натуральных чисел на множители. Что значит разложить число на множители? Всякое ли число можно разложить на множители? Как называют числа, которые нельзя разложить на множители? которые можно разложить на множители? Примеры таких чисел. В каком случае следует считать разложение числа на множители законченным? Решить: Л., № 673. Какие преобразования в арифметике выполняли мы с помощью разложения на множители?

Решить: 1) $\frac{5}{144}+\frac{7}{60}=$.

2) Сократить: $\frac{119}{168}=\frac{7\cdot 17}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 7}=\frac{7\cdot 17:7}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 7:7}=\frac{17}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 3}=$
$=\frac{17}{24}$.

В VII классе мы будем изучать алгебраические дроби. Как и в арифметике, потребуется приводить дроби к общему знаменателю и сокращать их. В тех случаях, когда числитель и знаменатель дроби одночлены (произведение), можно сразу приступить к сокращению путём деления числителя и знаменателя на одно и то же число (на множитель, который входит в числитель и в знаменатель данной дроби).

Решение Л., № 674 (1): $\frac{10ab}{15ac}=\frac{10ab:5a}{15ac:5a}=\frac{2b}{3c}$.

В тех случаях, когда числитель и знаменатель дроби (или один из них) многочлены, следует эти многочлены представить в виде произведений, а затем, если в числителе и знаменателе окажутся равные множители, сократить на этот множитель данную дробь. Вот почему необходимо уметь раскладывать многочлен на множители.

$$\frac{ax+bx}{a^2-b^2}=\frac{x(a+b)}{(a+b)(a-b)}=\frac{x(a+b):(a+b)}{(a+b)(a-b):(a+b)}=\frac{x}{a-b}.$$

Разложить многочлен на множители значит представить его в виде произведения двух или нескольких сомножителей, из которых по крайней мере один — многочлен. Многочлен, который нельзя разложить на множители, называют неразложимым многочленом, например: $a+b$; $c-2$; $x+y-2$.

Многочлен, который можно разложить на множители, называют разложимым многочленом. Разложение на множители считают законченным в том случае, если каждый из полученных множителей является неразложимым (простым).

Мы уже знаем, что многие многочлены можно разложить на множители.

Сегодня рассмотрим разложение на множители путём вынесёния за скобку общего множителя.

Решить: Л., № 676. На сколько множителей разложили мы данный многочлен? Какой вид имеет алгебраическое выражение, которое является первым множителем? вторым множителем? Как найти первый множитель (общий множитель, входящий во все члены данного многочлена, т. е. наибольший общий делитель всех его членов)? Как найти второй множитель (частное от деления данного многочлена на первый множитель)? Сколько членов обязательно имеет многочлен, который является вторым множителем? Как проверить правильность разложения данного многочлена на множители?

Можно ли общий множитель вынести со знаком минус? Чем такое решение будет отличаться от первого решения? Какие многочлены можно раскладывать на множители путём вынесения общего множителя за скобку? какие нельзя?

Сформулируем правило разложения на множители многочленов путём вынесения за скобку общего множителя.

На каком законе математики основан этот способ разложения на множители? Признак разложимости на множители способом вынесения за скобки общего множителя.

III. Задание на дом. К., § 66 (а); Л., № 677, 680 (во всех нечётные).

IV. Закрепление изученного. Что значит разложить многочлен на множители? Каким способом умеем мы это делать? На каком законе основан этот способ разложения на множители? Какие многочлены можно раскладывать этим способом? на сколько множителей? Как найти первый множитель? второй множитель? Решить: Л., № 677—679 (во всех чётные).

Решение № 679 (г): $3xy-3yz=3(xy-yz)$.

Можно ли сказать, что разложение на множители закончено? почему? Второй сомножитель оказался разложимым многочленом потому, что мы вынесли за скобку не весь общий множитель, а только часть его (3 не является наибольшим общим делителем). Решение, начатое нами неудачно, закончим так: $3xy - 3yz = 3 \cdot y \cdot (x - z)$. Следовало решить пример так:

$$3xy - 3yz = 3y\,(x - z).$$
$$2m^4 - 3m^5 = m^4\,(2 - 3m).$$

Другой пример:

Решить: Л., № 680 (чётные). Обратить внимание учащихся на то, что в случае, если общий множитель представляет собой степень, то показатель степени этого множителя является наименьшим из всех, с которыми данное основание входит в члены данного многочлена. Следует также обратить внимание учащихся и на то, что если общий множитель равен одному из членов данного многочлена, то в составе второго множителя обязательно будет член $+1$ или -1. Учащиеся нередко забывают об этом члене, что приводит к грубой ошибке. Чтобы избежать этой ошибки, следует всегда сравнивать число членов многочлена, составляющего второй множитель, с числом членов данного многочлена.

Решить: Л., № 681, 682 (чётные). Применение разложения на множители к решению некоторых вопросов математики. Решить: Л., № 683—685 (чётные), 687 (чётные).

УРОК № 83.

Тема урока. **Вынесение за скобку общего многочленного множителя.**

I. Проверка домашней работы (путём чтения с места).

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Поставить учащимся вопросы, рассмотренные при закреплении на уроке № 82. Решить: Л., № 686, 688 (чётные).

III. Изучение нового материала. Решить: Л., № 691 (2). Данное алгебраическое выражение не является ни одночленом, ни многочленом. Однако с ним можно обращаться как с многочленом; это не поведёт к ошибке, так как оно представляет собой сумму нескольких слагаемых, каждое из которых есть произведение.

Сколько слагаемых в этом алгебраическом выражении? какие (прочитать и показать)? Из скольких множителей состоит первое слагаемое? Какой вид имеют эти множители? Из скольких множителей состоит второе слагаемое? из каких множителей? Имеют ли слагаемые данного алгебраического выражения общий множитель? какой? Можно ли данное алгебраическое выражение разложить на множители? каким способом? Почему это возможно? Как найти первый множитель произведения? второй множитель произведения?

Решайте:

$$x(a+3)-y(a+3)=(a+3)(x-y).$$

В виде произведения скольких множителей представили мы данное алгебраическое выражение? Какой вид имеют эти множители? Чем отличается полученный результат от результатов, полученных ранее? Проверьте решение подстановкой числовых значений при $x=2$; $y=1$; $a=7$.

Левая часть: $x(a+3)-y(a+3)=2(7+3)-1(7+3)=$ $=2\cdot10-1\cdot10=20-10=10$.

Правая часть: $(a+3)(x-y)=(7+3)(2-1)=10\cdot1=10$; $10=10$.

Решить: Л., № 691 (4), 792 (2, 4).

а) Случай, когда общий множитель равен одному из слагаемых данной алгебраической суммы.

$$2a(b+c)-(b+c)=(b+c)(2a-1).$$

Решить: $3a(x^2+y^2)+(x^2+y^2)=$.

б) Случаи, требующие вынесения за скобки произведения двух сомножителей — одночленного и многочленного.

$$mn(m^2+n^2)-n^2(m^2+n^2)=n(m^2+n^2)(m-n).$$

Решить: $4m^2(n^2-2)+2mn(n^2-2)=$.

в) Случай, когда требуется переменить знак перед членами внутри одной из скобок, входящих в данное алгебраическое выражение.

$$5a(a^2+b^2)+(-a^2-b^2)=5a(a^2+b^2)-(a^2+b^3)=$$
$$=(a^2+b^2)(5a-1).$$

г) Более сложные случаи.

Решить: Л., № 693 (чётные).

IV. Задание на дом. Л., № 694, 696.

V. Самостоятельная работа.

Вариант I: Л., № 690 (2), 693 (1).
Вариант II: Л., № 690 (4), 693 (3).

УРОК № 84.

***Тема урока.* Упражнения в разложении на множители способом вынесения за скобку общего множителя.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Решить: Л., № 697, 698 (чётные).

III. Задание на дом. Л., № 697, 698 (нечётные).

УРОК № 85.

***Тема урока.* Разложение на множители способом группировки.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Решить: Л., № 695, 699.

III. Изучение и закрепление нового материала (по частям).

а) Иногда сумму (многочлен) можно представить в виде произведения (т. е. разложить на множители) и в том случае, когда не все слагаемые содержат общий множитель.

Решение: Л., № 700 (1).

$$2a(x+y)+x+y= \quad .$$

Сколько слагаемых в этой сумме? какие слагаемые? Из каких множителей состоит первое слагаемое? Имеют ли три слагаемых общий множитель? Что следует сделать для получения общего множителя во всех слагаемых суммах?

$$2a(x+y)+x+y=2a(x+y)+(x+y)= \quad .$$

Сколькими способами можно заключать многочлен в скобки? какими? Почему мы поставили перед скобкой знак плюс? Из скольких слагаемых состоит теперь данная нам сумма? каких? Имеют ли эти два члена общий множитель? какой? Можно ли теперь вынести общий множитель за скобки?

$$2a(x+y)+x+y=2a(x+y)+(x+y)=(x+y)(2a+1).$$

Как представили мы данную сумму?

Мы рассмотрели такой случай, когда дана сумма слагаемых, которые не содержат общего множителя, но, применив сочетательный закон сложения (заключив группу слагаемых в скобки), мы получили сумму, в которой слагаемых меньше, чем в данной нам сумме (вместо трёх два), но все слагаемые содержат общий множитель, который в дальнейшем мы вынесли за скобки. Как мы нашли первый сомножитель произведения? Как нашли второй сомножитель произведения? Почему последний член второго сомножителя равен единице?

Решить: Л., № 700 (3), 701 (1, 4), 702 (1, 3, 5).

б) Решение № 701 (1):

$$5a(x+y)-x-y=5a(x+y)+(-x-y)=$$
$$=5a(x+y)-(x+y)=(x+y)(5a-1).$$

Мы рассмотрели случай, когда, заключив группу слагаемых данной суммы в скобки, получаем новую сумму члена, который содержит общий множитель только после того, как мы изменили знаки внутри одной скобки, а следовательно, и перед скобкой.

в) Решение № 702 (1).

$$a(m+n)+bm+bn=a(m+n)+(bm+bn)=$$
$$=a(m+n)+b(m+n)=(m+n)(a+b).$$

Чем отличается решение этого примера от решённых ранее?

г) В примерах, решённых ранее, первоначально имели многочлен, состоящий из четырёх членов $am+an+bm+bn$, но первые два члена уже объединили в одну группу, заключили в скобку и вынесли за скобку общий множитель, оставив нам как бы недоделанный пример:

$$am+an+bm+bn=a(m+n)+bm+bn= \quad .$$

Мы объединили остальные члены многочлена в другую группу, вынесли из этой группы общий множитель и тогда взамен получили сумму двух слагаемых, содержащих общий множитель. Вторично выносим за скобку общий множитель, теперь уже из всех слагаемых.

Сейчас мы рассмотрим пример, в котором многочлен дан в его первоначальном виде и нам самим предстоит соединить его члены в группы.

Решить: Л., № 703 (1).

$$ax+ay+bx+by=(ax+ay)+(bx+by)=$$
$$=a(x+y)+b(x+y)=(x+y)(a+b).$$

Из каждой группы выносим общий для членов этой группы множитель, после чего получим сумму двух слагаемых, каждое из которых есть произведение одночлена и многочлена. Многочленные множители во всех слагаемых одинаковые. Этот общий множитель и есть первый множитель искомого произведения. Чтобы найти второй множитель, следует каждое слагаемое полученной суммы разделить на общий множитель. Полученное частное будет вторым множителем искомого произведения.

Решить: Л., № 703 (3), 705 (3).

Решение № 705 (3):

$$m^2+mn-5m-5n=(m^2+mn)+(-5m-5n)=(m^2+mn)-$$
$$-(5m+5n)=m(m+n)-5(m+n)=(m+n)(m-5).$$

Проверка: $(m+n)(m-5)=m^2+mn-5m-5n$.

Вывод. Способ, которым мы сегодня раскладывали на множители многочлены, называется способом группировки, так как мы начинали преобразование с того, что объединили члены данного нам многочлена в группы. Во избежание ошибок вначале следует между скобками (группами) всегда ставить знак плюс. Разложение на множители способом группировки состоит в двукратном вынесении общего множителя за скобки: в первый раз из каждой группы выносим множитель, общий для членов данной группы, и во второй раз выносим множитель, общий для всех групп.

Какие многочлены можно раскладывать на множители способом группировки (признак разложимости на множители способом группировки)?

Решить: Л., № 704, 705 (нечётные).

IV. Задание на дом. К., § 66 (г); Л., № 702 (2, 4, 6), 703 (2, 4), 704 (2, 4).

УРОК № 86.

Тема урока. **Разложение на множители способом группировки**

(упражнения в решении более сложных примеров).

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Решить: Л., № 705 (2, 5), 706 (2, 4). Сколько способов разложения на множители мы знаем? какие способы? В каких случаях можно вынести за скобку общий множитель? В каких случаях можно разложить на множители способом группировки?

III. Изучение нового материала и закрепление (по частям).

Решение № 707 (1):

$$3ax - 4by - 4ay + 3bx.$$

Можно ли этот многочлен разложить на множители вынесением за скобки общего множителя? почему? Можно ли этот многочлен разложить на множители способом группировки? почему?

До сих пор мы группировали члены многочлена в порядке их расположения: первые члены в первую группу, остальные во вторую. В данном примере такая группировка не приводит к нужному результату. Мы замечаем, что первый и четвёртый члены многочлена содержат общий множитель $3x$, а второй и третий члены содержат общий множитель $4y$. Используя переместительный и сочетательный законы сложения, мы объединим в одну группу члены, содержащие общий множитель.

$$3ax - 4by - 4ay + 3bx = 3ax + 3bx - 4ay - 4by =$$
$$= (3ax + 3bx) + (-4ay - 4by) = (3ax + 3bx) - (4ay + 4by) =$$
$$= 3x(a + b) - 4y(a + b) = (a + b)(3x - 4y).$$

Проверить умножением.

Как можно сгруппировать члены этого многочлена по-иному?

$$3ax - 4by - 4ay + 3bx = 3ax - 4ay + 3bx - 4by =$$
$$= (3ax - 4ay) + (3bx - 4by) =$$
$$= a(3x - 4y) + b(3x - 4y) = (3x - 4y)(a + b).$$

Решить: Л., № 707 (3), 708 (3).

$$x + x^2 - x^3 - x^4 = x(1 + x - x^2 - x^3) = \quad .$$

Вынося за скобку общий множитель x, нам удалось представить данный многочлен в виде произведения двух сомножителей, но второй множитель может быть разложен на более простые множители способом группировки.

$$\begin{aligned} x + x^2 - x^3 - x^4 &= x(1 + x - x^2 - x^3) = \\ &= x[(1 + x) + (-x^2 - x^3)] = x[(1 + x) - (x^2 + x^3)] = \\ &= x[(1 + x) - x^2(1 + x)] = x[(1 + x)(1 - x^2)] = \\ &= x(1 + x)(1^2 - x^2) = x(1 + x)(1 + x)(1 - x) = \\ &= x(1 + x)^2(1 - x). \end{aligned}$$

Разложение на множители данного многочлена удаётся не сразу, иногда первые попытки приводят к неудаче.

Решить: Л., № 709 (4).

IV. Задание на дом. Л., № 707 (2, 4), 709 (3); № 713 — как тема для сообщения короткого доклада двух-трёх учеников.

V. Самостоятельная работа.

Вариант I: Л., 709 (2), 712 (2).
Вариант II: Л., 709 (1), 712 (2).

УРОК № 87.

Тема урока. **Контрольная работа № 6.**

Вариант I.

Разложить на множители и проверить правильность результата (любым способом): Л., № 689 (3), 694 (3), 707 (3), 702 (6), 712 (4).

Вариант II.

Разложить на множители и проверить правильность результата (любым способом): Л., № 689 (4), 694 (4), 707 (4), 702 (5), 712 (3).

УРОК № 88.

Тема урока. **Разбор контрольной работы (см. урок №**

УРОК № 89.

Тема урока. **Разложение на множители по формуле**

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

I. Проверка домашней работы.

II. Изучение нового материала. Вывод правила. Некоторые из многочленов, которые нельзя разложить на множители ни вынесением за скобки, ни группировкой, легко раскладываются на множители по формуле сокращённого умножения.

Мы знаем формулу сокращённого умножения $(a+b)(a-b)=$ $=a^2-b^2$; читая эти формулы в обратном порядке, мы получим: $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$. Следовательно, ***если двучлен представляет собой разность квадратов двух чисел (квадрат одного числа без квадрата другого числа), его можно заменить произведением двух сомножителей, из которых один есть сумма оснований, а другой — разность оснований этих квадратов.***

Применение правила: Л., № 714 (1, 2, 3). Найдите в учебнике Киселёва место, в котором об этом говорится. Скажите, на какой странице, в каком параграфе. Прочитайте правило. Повторите. Разберите первый пример. Как приступили к разложению на множители данного многочлена? Как его преобразовали? Чему равно основание первого квадрата? второго квадрата? В каком виде записали произведение? Как проверить правильность решения? Разберите примеры 2 и 5.

III. Задание на дом. К., § 66 (б); Л., № 716, 718, 719, 720 (чётные).

IV. Закрепление. Л., № 714 (4, 5, 6), 715 (1, 2), 716—718, 719 (1, 3), 720 (1, 3, 7).

УРОК № 90.

Тема урока. Разложение на множители по формуле: $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ (сложные случаи).

I. Проверка домашней работы (на доске).

II. Проверка усвоения изученного. Какой двучлен и на какие множители раскладывали мы по формуле сокращённого умножения?

Решить: Л., № 715 (3, 4), 716 (5), 720 (5, 9, 10).

$$4+a^2= \quad ; \quad 0{,}09a^6-\frac{4}{9}a^2= \quad .$$

III. Изучение нового материала. Л., № 721. Квадраты скольких чисел входят в данное алгебраическое выражение? Какой знак стоит между ними? Можно ли такое алгебраическое выражение разложить на множители по формуле? по какой? Чему равно основание первого квадрата? Чему равно основание второго квадрата? Произведение скольких сомножителей и каких должны мы записать после знака равенства?

IV. Задание на дом. Л., № 721—727 (чётные).

V. Закрепление. Л., № 721 (нечётные), 723, 727 (нечётные).

УРОК № 91.

Тема урока. Упражнения в разложении на множители по формуле: $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

I. Проверка домашней работы (на доске и с места).

II. Упражнения. Л., № 815 (5, 6), 727 (1, 3), 730 (1), 731 (1, 3), 732 (1, 3), 733 (1, 3), 735 (3).

Решение № 735 (3):

$$49(2m-3n)^2-9(m+n)^2=[7(2m-3n)]^2-[3(m+n)]^2=$$
$$=[7(2m-3n)+3(m+n)][7(2m-3n)-3(m+n)]=$$
$$=[14m-21n+3m+3n][14m-21n-3m-3n]=$$
$$=(17m-18n)(11m-24n).$$

III. Самостоятельная работа.

Вариант I.

Л., № 729 (2), 725 (1), 730 (2), 733 (2), 735 (2).

Вариант II.

Л., № 729 (4), 725 (3), 730 (4), 733 (4), 735 (4).

IV. Задание на дом. Л., № 727 (2, 4), 730 (3), 731 (2, 4), 732 (2, 4), 734 (2, 4).

УРОК № 92.

Тема урока. **Разложение на множители двучлена по формулам: $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос).

Решить: Л., № 728 (2, 4), 729 (1, 2), 731 (2, 4), 734 (1, 2).

III. Изучение нового материала. Каким способом разложен на множители в учебнике Киселёва многочлен a^3+b^3? Разложите его на множители. Можно выполнить это разложение короче, пользуясь формулами сокращённого умножения. Запишите эти формулы:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3;$$
$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2); \qquad (1)$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3;$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2). \qquad (2)$$

Прочитаем формулу (1), записанную в обратном порядке:

Если двучлен представляет собой сумму кубов двух чисел (или, для тех, кто нетвёрдо знает, как следует читать алгебраическое выражение — „куб одного числа, увеличенный на куб другого числа"), **то его можно представить в виде произведения двух сомножителей, из которых первый равен сумме оснований этих кубов, а второй — неполному квадрату разности этих оснований.**

Формулируйте словами правило, записанное второй формулой.

IV. Задание на дом. Л., № 741, 742 (чётные), 745 (1, 2).

V. Закрепление. Решить: Л., № 740 (3, 4, 5, 6), 741 (1) устно.

В каждом случае укажите основание данных кубов. Например:

$$a^3+8=(a)^3+(2)^3=(a+2)\cdot[(a)^2-(a)\cdot(2)+(2)^2]=$$
$$=(a+2)(a^2-2a+4).$$

Какие двучлены и на какие множители умеем мы раскладывать с помощью формул сокращённого умножения? Записать в общем виде эти правила.

УРОК № 93.

Тема урока. **Разложение на множители трёхчленов, которые могут быть приведены к виду: $a^2 \pm 2ab+b^2$.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного.

Какие двучлены и на какие множители можем мы разложить по формулам сокращённого умножения? Сформулировать правила и записать формулы. Решить: Л., № 742 (1, 3).

III. Изучение нового материала. Мы знаем формулу сокращённого умножения:

$$(a+b)(a+b)=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2.$$

Читая это равенство с правой стороны к левой, получим:

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2=(a+b)(a+b).$$

Какой вид имеет трёхчлен, который мы разложили на множители с помощью формулы? на сколько множителей? на какие множители? Какой ещё трёхчлен и на какие множители можно разложить, пользуясь другой формулой сокращённого умножения? Формулируем правила и записываем формулы для разложения на множители трёхчленов по формулам сокращённого умножения.

Применение правила.

Решение № 736 (3):

$$a^2+6a+9.$$

Убедимся, что данный трёхчлен действительно представляет собой сумму квадратов двух чисел, увеличенную или уменьшенную на удвоенное произведение этих чисел, для чего представим два члена в виде квадратов и проверим, будет ли третий член равен удвоенному произведению оснований этих квадратов:

$$a^2+6a+9=(a)^2+2(a)(3)+(3)^2=$$

Убедившись в том, что состав членов этого многочлена позволяет применить формулу сокращённого умножения, разложим его на множители:

$$=(a+3)^2=(a+3)(a+3).$$

Иногда применение формулы становится возможным только после некоторых преобразований.

Решение № 737 (5): $-a^2-2a-1=-(a^2+2a+1)=$ $=-[(a)^2+2(a)(1)+1^2]=-(a+1)^2=-(a+1)(a+1)$.

Решить: Л., № 736 (7).

IV. Задание на дом. К., § 66 (в); Л., № 736—738 (чётные).

V. Закрепление. Какие признаки указывают на возможность разложить на множители трёхчлен по формулам сокращённого умножения? Решить: Л., № 738 (нечётные).

УРОК № 94.

Тема урока. **Разложение на множители четырёхчлена, который может быть приведён к виду:** $a^3 \pm 3a^2b+3ab^2 \pm b^3$.

I. Проверка домашней работы (на доске).

II. Проверка усвоения изученного (уплотнённый опрос). Какие двучлены и на какие множители умеем мы раскладывать по формулам сокращённого умножения? Устный счёт. Л., № 747, 748.

Какие трёхчлены и на какие множители умеем мы разложить по формулам сокращённого умножения? Решить: Л., № 739.

III. Изучение нового материала. Мы изучили формулу сокращённого умножения:

$$(a+b)(a+b)(a+b)=(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3;$$

следовательно, справедливо и обратное:

$$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3=(a+b)(a+b)(a+b).$$

Какой четырёхчлен и на какие множители можем мы разложить ещё по формуле сокращённого умножения? Записать в общем виде. Сформулировать правило.

Решение № 743 (3):

Прежде всего мы должны убедиться, что состав членов данного многочлена позволяет применить формулу сокращённого умножения, а затем уже её применять:

$$m^3+6m^2n+12mn^2+8n^3=(m)^3+3(m)^2(2n)+3(m)(2n)^2+$$
$$+(2n)^3=(m+2n)^3=(m+2n)(m+2n)(m+2n).$$

IV. Задание на дом. Л., № 743, 744 (чётные), 778 (1, 3, 4).

V. Закрепление. Какие признаки указывают на возможность разложить данный четырёхчлен по формулам сокращённого умножения?

Решить: Л., № 744 (нечётные), 780.

УРОК № 95

***Тема урока.* Разложение многочленов на множители различными способами (заключительная беседа по разделу „Разложение на множители“).**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Какие четырёхчлены и на какие множители умеем мы раскладывать по формулам сокращённого умножения? Записать в общем виде и сформулировать правило.

Решить:

$$1)\ 125x^3+75x^2+15x+1=;$$

$$2)\ a^6-3a^4+a^2-1= .$$

III. Заключительная беседа.

1. Определение алгебраического выражения. Виды алгебраических выражений. Определение одночлена и многочлена.

Что значит разложить алгебраическое выражение на множители? Для чего нужно разложение на множители? Какие алгебраические выражения не раскладывают на множители? почему? Какие алгебраические выражения раскладывают на множители? Сколько способов разложения на множители многочлена мы знаем? какие способы? Какой многочлен можно разложить на множители способом вынесения за скобку общего множителя? В чём состоит этот способ? Какие многочлены можно разложить на множители способом группировки? В чём состоит этот способ? Какие двучлены и на какие множители можем мы разложить по формулам сокращённого умножения? Какие трёхчлены и на какие множители можем мы разложить по формулам сокращённого умножения? Какие четырёхчлены и на какие множители можем мы разложить по формулам сокращённого умножения?

В каком случае можно считать, что разложение многочлена на множители закончено? Какие множители называют простыми?

2. Упражнения. Целью этого урока является упражнение в определении способа, которым следует раскладывать на множители тот или иной многочлен. Решение № 747 (1, 2), 748—750 (во всех нечётные).

Перед решением каждого примера указывать:

а) Имеет ли место признак, указывающий на возможность разложить данный многочлен на множители путём вынесения общего множителя за скобки? почему?

б) Сколько членов в многочлене? Имеет ли место признак, указывающий на возможность разложить данный многочлен на множители по одной из формул сокращённого умножения (для двучленов, если он двучлен; для трёхчленов, если он трёхчлен, и т. д.)?

в) Имеет ли место признак, указывающий на возможность разложить многочлен на множители способом группировки?

IV. Самостоятельная работа.

Вариант I.

Л., № 688 (3), 708 (1), 737 (1), 743 (2), 742 (5), 720 (7).

Вариант II.

Л., № 688 (4), 705 (1), 737 (2), 743 (3), 742 (6), 720 (10).

V. Задание на дом. Л., № 748—750 (чётные), 781 (1, 3, 4, 5).

УРОК № 96.

***Тема урока.* Разложение многочлена на множители с применением (в каждом случае) нескольких способов разложения.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Перечислить признаки разложимости многочлена на множители каждым способом. Решить: Л., № 747 (3, 4).

III. Изучение нового материала. Часто для разложения на множители многочлена приходится применять не один, а несколько способов разложения, и нужно уметь выбрать те, которые легче и быстрее приводят нас к полному разложению на простые множители.

Обычно поступают так: в данном многочлене пытаются вынести за скобку общий множитель и, если это удаётся, дальше рассматривают получившиеся множители произведения: нельзя ли каждый из множителей разложить на множители, применив для этого одну из формул сокращённого умножения или пользуясь способом группировки, и так до тех пор, пока многочлен не окажется равным произведению нескольких простых множителей. Проверку правильности решения можно произвести, перемножив полученные множители между собой или вычислив числовую величину данного многочлена и числовую величину произведения при одних и тех же значениях входящих в них букв.

IV. Упражнения. Решить: Л., № 751 (1, 3, 5, 7), 752 (1, 3, 5).

Решение № 751 (1):

$$5a^2 - 5b^2 = 5(a^2 - b^2) = 5(a + b)(a - b).$$

Проверка.

1) $5(a + b)(a - b) = 5(a^2 - b^2) = 5a^2 - 5b^2$, или

2) при $a = 1;\ b = 2$:

левая часть: $5a^2 - 5b^2 = 5(1)^2 - 5(2)^2 = 5 \cdot 1 - 5 \cdot 4 =$
$= 5 - 20 = -15;$

правая часть: $5(a+b)(a-b) = 5(1+2)(1-2) =$
$= 5 \cdot 3 \cdot (-1) = -15.$

V. Задание на дом. Л., № 751, 752 (чётные).

УРОК № 97.

Тема урока. **Разложение на множители с применением (в каждом случае) нескольких способов разложения.**

I. Проверка домашней работы.

II. Проверка усвоения изученного. Решить: Л., № 751 (9), 752 (7), 753, 755, 756 (во всех нечётные).

III. Задание на дом. Л., № 753, 755, 756 (во всех чётные).

УРОК № 98.

Тема урока. **Контрольная работа № 7 по всему изученному.**

Вариант I: Л., № 776.
Вариант II: Л., № 777.

УРОК № 99.

Тема урока. **Заключительная беседа и разбор контрольной работы.**

I. Разбор контрольной работы.

II. Заключительная беседа. Для чего в алгебре употребляются буквы? Какими числами пополнились числа, изученные в арифметике? Происхождение алгебры и её название. Что изучает наука алгебра? Что изучили мы в этом году по алгебре? Содержание алгебры в VII классе. Учебники и задачник для VII класса.

Сообщить учащимся годовые оценки.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА.

1. Программы средней школы. Математика, Учпедгиз, 1952.
2. Планирование работы в школе, Учпедгиз, 1950.
3. О преподавании математики в V—X классах. Методическое письмо, Учпедгиз, 1952.
4. Домашние задания по математике и физике. Методическое письмо, Учпедгиз, 1951.
5. О некоторых основных задачах работы школы в 1951/52 учебном году, АПН РСФСР, 1951.
6. **Александров П. С. и Колмогоров А. Н.**, Алгебра, ч. I, Учпедгиз, 1939.
7. **Алексахин С. П., Кауфман Е. Т., Сыгулова К. С.**, Дополнительный сборник алгебраических задач, ч. I, Учпедгиз, 1940.
8. **Барсуков А. Н.**, Уравнение первой степени в средней школе, Учпедгиз, 1952.
9. **Барсуков А. Н.**, Первые уроки алгебры в VI классе, Учпедгиз, 1951.
10. **Березанская Е. С. и Нагибин Ф. Ф.**, Упражнения для устных занятий по алгебре для VI и VII классов средней школы, Учпедгиз, 1949.
11. **Брадис В. М.**, Методика преподавания математики в средней школе, изд. 2, Учпедгиз, 1951.
12. **Бронштейн С. С.**, Методика алгебры, Учпедгиз, 1933.
13. **Бронштейн С. С.**, Алгебра и её преподавание в семилетней школе, Учпедгиз, 1946.
14. **Гончаров В. Л.**, Методические указания для преподавателей к материалу по алгебре, VI класс, АПН РСФСР, 1949.
15. **Гончаров В. Л.**, Алгебра для семилетней школы, ч. I, АПН РСФСР, 1949.
16. **Игнатьев В. А., Пономарёв С. А., Обуховская Е. Н.**, Сборник задач и упражнений для устных занятий по математике, Учпедгиз, 1949.
17. **Киселёв А. П.**, Алгебра, ч. I, Учпедгиз, 1952.
18. **Ларичев П. А.**, Сборник задач по алгебре, ч. I, Учпедгиз, 1951.
19. **Лебединцев К. Ф.**, Руководство алгебры, ч. I, изд. 3, Госиздат.
20. **Лебединцев К. Ф.**, Сборник задач и других упражнений по курсу алгебры, Госиздат, 1928.
21. **Ляпин С. Е.** (ред.), Методика преподавания математики, Учпедгиз, 1952.
22. **Новосёлов С. И.**, Алгебра, Учпедгиз, 1947.
23. **Никитин Н. Н.** (ред.), Из опыта работы передовых учителей математики, АПН РСФСР, 1950.
24. **Никитин Н. Н.** (ред.), Решение задач в средней школе, АПН, 1952.
25. **Перельман Я. И.**, Занимательная алгебра, изд. 4, ГТТЛ, 1949.
26. **Полозова Н. Н.**, Сборник упражнений и задач по алгебре, Учпедгиз, 1949.
27. **Срода Р. Т.**, Повторение на уроках математики, изд. газеты „Волга", Астрахань, 1950.
28. **Фаддеев Д. К., Соминский И. С.**, Алгебра, ч. I, Учпедгиз, 1951.
29. **Чистяков И. И.**, Методика алгебры для высших педагогических учебных заведений, Госиздат, 1934.
30. **Шапошников Н. А. и Вальцов Н. К.**, Сборник алгебраических задач, ч. I, Учпедгиз, 1950.
31. Журнал „Математика в школе".
32. Учительская газета.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Редактор *Н. И. Лепёшкина*

Обложка художника *Г. С. Богачева* Технический редактор *Н. В. Рыбин*

Подписано к печати 28/X-1953 г. А-06667. Бумага $60 \times 92^{1}/_{16}$ — 3,75 бумажных листов — 7,5 печатных листов. Уч.-изд. листов 6,84. Тираж 30 000 экз. Зак. 3/1158. Цена 1 руб. 85 коп.

Типография № 3 Углетехиздата, Ленинград, ул. С.-Щедрина, 54.