Г. Б. ПОЛЯК

# ПРЕПОДАВАНИЕ АРИФМЕТИКИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

*МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ*

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР
Москва — 1959

*Григорий Борисович Поляк*

ПРЕПОДАВАНИЕ АРИФМЕТИКИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

**Редактор** *В. С. Капустина.* Обложка художника *В. Н. Андрушкевича.*
Художественный редактор *Б. Л. Николаев.*
Технический редактор *М. Н. Смирнова.*
Корректор *О. М. Суздалова.*

* * .

**Сдано в набор** 25/II 1959 г. Подписано к печати 27/VI 1959 г. $60 \times 92^1/_{16}$.
Печ. л. 22. Уч.-изд. л. 20,97. Тираж 60 000 экз. А 06025. Заказ № 232.
Цена без переплета 5 руб. 65 коп., переплет 80 коп.

Учпедгиз. Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.
Полиграфический комбинат Ярославского совета народного хозяйства,
г. Ярославль, ул. Свободы, 97.

# ПРЕДИСЛОВИЕ

Одна из основных задач советской школы состоит в том, чтобы добиться успешного обучения **всех** детей. При написании данного пособия автор ставил целью оказать учителям, в первую очередь малоопытным, максимальную помощь в деле предупреждения и преодоления неуспеваемости. В этом главная особенность книги.

В некоторых главах частично использованы опубликованные ранее работы автора. Этот материал подвергся коренной переработке в соответствии с планом данной книги. Кроме того, в него внесены исправления на основе замечаний рецензентов и указаний учителей.

Автор сознает, что задача, которую он ставил перед собой при создании настоящего пособия, разрешена в нем еще не в полной мере, и будет признателен учителям за критические замечания и предложения по улучшению книги, которые просит направлять по адресу: Москва, И-18, 3-й проезд Марьиной Рощи, 41, Учпедгиз, редакция математики.

*Автор*

# ВВЕДЕНИЕ

Основная цель преподавания арифметики в школе дать учащимся определенный круг знаний и научить их применять эти знания на практике. Одновременно с этим преподавание арифметики, как и любого другого предмета, должно быть использовано для коммунистического воспитания детей, для развития их мышления, воли, трудовых и организационных навыков и умений.

Присущая арифметике определенность, точность и постепенность учебного материала способствует развитию точного, последовательного, логического мышления детей и умения коротко, точно и ясно выражать свои мысли.

При решении задач и примеров от учащихся требуется напряженное внимание, сравнительно часто необходимо удерживать в памяти числовые данные и результаты действий. Тем самым преподавание арифметики способствует развитию внимания и памяти учащихся.

Надлежащим образом подобранные задачи могут содействовать уточнению знаний детей о наших достижениях в социалистическом строительстве, будить в них гордость за наши успехи, прививать им любовь к Родине.

Изучая арифметику, дети должны ясно понимать цель каждой работы и настойчиво добиваться ее достижения. Необходимо приучать их добросовестно, точно и аккуратно выполнять задания, в определенном порядке и в то же время экономно располагать свои записи, проверять каждый шаг своей работы, исправлять каждую допущенную ошибку. Следует воспитывать в учениках любовь к труду, умение работать самостоятельно и в то же время прививать им навыки коллективной работы и товарищеской взаимопомощи.

Обучение арифметике (как и другим предметам) может быть широко использовано для нравственного воспитания учащихся, для привития им сознательного отношения к учебе.

Таким образом, при рациональной постановке преподавание арифметики может сыграть большую роль в достижении воспитательно-образовательных задач, стоящих перед нашей школой.

Основу курса арифметики в начальной школе составляют **целые числа** (отвлеченные и составные именованные).

В соответствии с умственным развитием детей постепенно расширяется область целых чисел, над которыми они учатся выполнять действия и применять последние к решению задач. Таким образом изучаются следующие друг за другом концентры: первый десяток, второй десяток, сотня, тысяча, миллион, числа любой величины, включая класс миллиардов.

При таком расположении учебного материала знания, получаемые детьми в процессе изучения каждого концентра, подготовляют их к следующему концентру и в то же время углубляют и расширяют ранее полученные знания.

В целом первые пять из перечисленных выше концентров дают учащимся необходимую подготовку к изучению систематического курса целых чисел.

Элементы теории, входящие в состав программы начальной школы по арифметике, хоть и невелики по своему объему, составляют важный элемент курса, органически связанный с приемами вычислений и решением задач. Как правильно указывает Ф. И. Егоров, «всякое теоретическое положение арифметики, вполне осознанное и понятое детьми, позволяет им гораздо свободнее распоряжаться и приемами вычислений и приемами решения задач; с другой стороны, нет лучшего средства для выяснения отвлеченных теоретических положений арифметики, как иллюстрация их хорошо подобранными примерами и задачами»[1].

Изучение целых чисел, охватывающее указанные выше концентры, распределяется по годам обучения так: в I классе изучаются первый и второй десяток, нумерация в пределе 100; во II — действия в пределе 100, счет в пределе 100; в III — действия в пределе тысячи, а затем миллиона (исключая трудные для учащихся этого класса умножение и деление на трехзначное число); в IV классе рассматриваются упомянутые случаи умножения и деления и изучается систематический курс целых чисел.

Несмотря на общность принципов, на которых основаны способы выполнения действий над отвлеченными и составными именованными числами, все же имеются существенные различия в алгорифме соответствующих действий. Следует также иметь в виду дополнительные трудности в выполнении действий над составными именованными числами, вызываемые тем, что, вместо постоянного отношения соседних разрядов при действиях с отвлеченными числами (отношения, равного 10),— в операциях с составными именованными числами, даже выраженными в метрических мерах, мы имеем дело с различными единичными отношениями, часто отличными от 10. Последнее затрудняет перевод единиц высшего наименования в единицы низшего

---

[1] Ф. Егоров, Методика арифметики. Изд. 5-е, М., 1906, стр. 5.

наименования и обратно, тогда как при действиях с отвлеченными числами, благодаря постоянному отношению между соседними разрядами, перевод единиц одного разряда в единицы другого разряда не представляет особых затруднений. Отсюда встает необходимость раздельного изучения действий над отвлеченными и составными именованными числами.

Действия над составными именованными числами изучаются в IV классе. Но подготовку к их изучению следует вести с первых шагов обучения.

Для успешного изучения действий над указанными числами дети должны хорошо знать единичные отношения между мерами. При множестве подлежащих изучению мер это возможно в том случае, если они будут изучаться по частям, в течение длительного времени.

Согласно программе, изучение мер проводится постепенно, на протяжении 4 лет. В I классе из мер длины вводятся метр, а затем сантиметр, из мер веса — килограмм и из мер жидкостей — литр. Во II классе из мер времени вводятся год, месяц, сутки, час, минута, из мер длины — дециметр, из мер веса — грамм. В III классе изучаются таблицы употребительных мер длины, веса и времени. В IV классе таблицы этих мер повторяются и проводится систематическое изучение действий над составными именованными числами.

Систематический курс дробей изучается в V классе. Но изучение этого сложного раздела арифметики было бы там затруднено, если бы ему не предпосылалось пропедевтическое ознакомление учащихся с дробным числом. Следует также принять во внимание широкое применение дробных чисел в жизни. Поэтому программа начальных классов по арифметике включает элементарные понятия о простейших дробях.

Начальный курс арифметики содержит элементы наглядной геометрии, чтобы развивать в детях пространственное воображение и знакомить их с пространственными формами.

Решение задач входит как органический элемент в каждый из указанных выше разделов программы, при этом трудность задач должна нарастать постепенно, в соответствии с силами и возможностями учащихся каждого класса. В I классе решаются задачи в 1—2 действия, во II—в 1—3 действия, в III—в 1—4 действия, в IV— в 1—5 действий. (В I классе задачи в 2 действия берутся только на сложение и вычитание. Составные задачи, включающие умножение и деление, как показал опыт, непосильны для многих учащихся этого класса.)

Программа содержит также задачи, решаемые с помощью особых приемов (так называемые, типовые). II класс включает задачи, решаемые приведением к единице (имеются в виду задачи на простое тройное правило, решаемые указанным способом). В III классе решают задачи на пропорциональное деление, на нахождение неизвестного по двум разностям, на встречное движение. Программа IV класса включает задачи на вычисление среднего арифметического, на нахождение двух чисел по сумме и отношению и задачи, решаемые способом отношений.

В названных задачах приходится иметь дело с пропорциональными величинами. Благодаря этому решение их закладывает основу для успешного формирования в дальнейшем понятия о пропорциональности величин. В этом основная ценность указанных задач.

В настоящем введении дан общий обзор содержания работы по арифметике. Детально оно раскрыто в программе данного предмета и объяснительной записке к ней, которые должны быть тщательно изучены каждым учителем.

ГЛАВА ПЕРВАЯ

# СВЯЗЬ ОБУЧЕНИЯ С ЖИЗНЬЮ

В «Законе об укреплении связи школы с жизнью и о дальнейшем развитии системы народного образования в СССР» в статье I говорится:

«Главной задачей советской школы является подготовка учащихся к жизни, общественно полезному труду, дальнейшее повышение уровня общего и политехнического образования, подготовка образованных людей, хорошо знающих основы наук, воспитание молодежи в духе глубокого уважения к принципам социалистического общества, в духе идей коммунизма.

Ведущим началом обучения и воспитания в средней школе должна стать тесная связь обучения с трудом, с практикой коммунистического строительства».

Уже с первого класса следует психологически готовить детей к тому, что они должны будут в дальнейшем принимать участие в общественно полезной деятельности, в труде, в создании ценностей, необходимых для развития социалистического общества.

Перестройка школы требует внесения существенных коррективов в систему преподавания всех учебных предметов, в том числе арифметики, обучение которой должно в той мере, в какой это возможно в рамках данной дисциплины, способствовать достижению указанной главной задачи школы.

Знания и навыки, входящие в программу по арифметике, находят широчайшее применение в промышленном и сельскохозяйственном производстве. Однако учащиеся смогут успешно использовать эти знания в своей будущей трудовой деятельности лишь в том случае, если преподавание будет связано с жизнью, если в процессе обучения дети получат достаточно упражнений в применении этих знаний.

Большое внимание начальная школа должна уделять привитию детям возможно более совершенных **практических навыков**: умения безошибочно считать устно, письменно и на счетах, пользоваться измерительными инструментами, измерять и взвешивать; чертить отрезки прямой, прямоугольники и квадраты, провешивать на местности прямые линии, строить с помощью эккера прямые углы, квадраты и прямоугольники; вычислять площади прямоугольных участков, определять на глаз небольшие расстояния и площади и др.

Трудовому воспитанию и политехнической подготовке учащихся может способствовать решение задач, взятых из близких им областей труда и техники.

Начальная школа, естественно, не может знакомить учащихся с научными основами производства. Но уже на этой ступени обучения необходимо на понятных детям примерах показывать, как полученные ими знания применяются в трудовой деятельности людей, следует знакомить детей с доступными их пониманию производственными процессами: как выращиваются и перерабатываются сельскохозяйственные продукты, как строятся дома, как изготовляются одежда и обувь, как печатаются книги, как машины облегчают труд людей и т. д. На уроках арифметики число и мера используются для уточнения этих знаний.

Число и меру следует прежде всего использовать для расширения круга представлений и уточнения знаний детей о том труде, в котором школьники принимают непосредственное участие.

Особенно широкие возможности представляет в этом отношении пришкольный участок: измерение участков, определение количества необходимых для посадки семян и удобрений; измерение расстояния между растениями и их роста; подсчет урожая (сколько всего собрано и сколько в переводе на гектар), вычисление разницы в урожае при различных условиях жизни растения, например, в зависимости от величины семян, от количества и качества внесенных удобрений, от качества обработки земли и т. п.

Широкое применение число и мера могут найти на у р о к а х т р у д а. Каждый предмет должен изготовляться строго по заданным размерам. Полезно сравнивать время, израсходованное отдельными учащимися на данную работу. В той мере, в какой это посильно для учащихся, полезно привлекать их к составлению сметы на материалы и инструменты для уроков труда, на учет расходуемых материалов. Здесь уместно, в частности, указать на необходимость широкого привлечения детей к изготовлению наглядных пособий по арифметике. Назовем некоторые из них: палочки, кружки, квадраты и некоторые другие геометрические фигуры для иллюстрирования чисел и действий при изучении первых концентров арифметики, цифровая касса, образцы мер, модель весов, циферблат, абак, таблица классов и разрядов, модели изучаемых в начальной школе геометрических тел и др.

В арифметических задачах может и должен быть широко отражен т р у д  д е т е й в семье и в особенности их общественно полезный труд.

Приведем примерную тематику таких задач. Число деревьев или кустов, посаженных пионерами и школьниками; количество собранных детьми лекарственных растений, семян трав и деревьев, металлолома, золы и др. Объем работы, выполненной школьниками в помощь колхозу или совхозу, а также старикам и инвалидам, местной библиотеке и т. д.

Особенно широкое отражение в задачах должен найти труд на заводах, фабриках, в колхозах и совхозах, к участию в котором школа призвана готовить детей.

Не только сельские, но и городские дети имеют возможность наблюдать труд в сельском хозяйстве. Внешкольные наблюдения детей, кроме того, легко дополнить с помощью учебных экскурсий, организуемых для ознакомления с различными видами сельскохозяйственного труда и машин.

Приведем для примера тематику задач из колхозной жизни. Распределение и рост посевных площадей в колхозе, рост поголовья скота за последние годы. Подсчет количества кормов, которое требуется заготовить колхозу на год. Вычисление среднего надоя молока в колхозе, сравнение его с рекордными надоями. Определение среднего урожая зерновых культур или овощей в колхозе. Сравнение этого урожая с рекордным урожаем, полученным отдельными бригадами. Сравнение среднего урожая зерновых культур или овощей за ряд лет. Число трудодней, выработанных колхозниками, вычисление количества продуктов и денег, полученных ими за выработанные трудодни, и т. д.

Труд на фабриках и заводах младшим школьникам обычно не приходится наблюдать. Все же некоторые, пусть общие, сведения о работе заводов и фабрик, в особенности тех, которые расположены недалеко от места их жительства, у детей имеются. С некоторыми из этих предприятий они знакомятся во время учебных экскурсий. Опираясь на этот опыт учащихся, можно решать с ними соответствующие задачи, содействуя этим расширению и уточнению их представлений.

В задачах, содержанием которых является работа в сельском хозяйстве и промышленности, полезно знакомить учащихся с достижениями передовых людей труда, стараясь при этом воспитывать уважение к таким людям, уважение к физическому труду вообще.

Особого внимания заслуживают задачи, в которых находит отражение технология производства, например: получение сметаны, масла, творога из молока, выход муки и отрубей из зерна, хлеба из муки, получение сахара из сахарной свеклы; получение неочищенной и очищенной шерсти, переработка ее в ткани, шитье одежды и т. п. Полезны также задачи, в которых выясняется преимущество машинного труда по сравнению с ручным или преимущество одних машин по сравнению с другими, более совершенными, например, задачи, в которых производительность швейной машины сравнивается с шитьем вручную, производительность комбайна с производительностью простых уборочных машин, а в особенности с уборкой и обмолотом хлеба вручную, производительность экскаватора или канавокопателя с производительностью труда землекопов и т. п.

Следует однако помнить, что в начальной школе допустимы лишь такие задачи из области техники, которые понятны детям. Необходимо также учитывать вычислительные навыки детей, следить, чтобы в задачах не встречались незнакомые им действия, чтобы решение таких задач не приводило к нарушениям в системе преподавания.

Наряду с указанной выше тематикой, которая должна преобладать в задачах, следует в определенной мере решать задачи, отражающие игры и развлечения детей, спортивную жизнь, расчеты, какие приходится делать в быту, и др.

На первых шагах обучения задачи берутся из жизни, непосредственно окружающей ребенка. Постепенно, в меру расширения круга представлений и развития учащихся, содержание задач охватывает более широкие области жизни.

Задачи должны быть не только доступны по своему содержанию, но и правильно отражать действительность, иначе дети, встречая в арифметических задачах данные, расходящиеся с тем, что они видят в жизни, начнут относиться к задачам, как к вымышленным казусам, не имеющим жизненного применения.

Полезно, чтобы в школьной практике решалось возможно больше задач, содержание которых могло бы способствовать достижению воспитательных целей школы, будило бы в детях желание быть похожими на тех передовых людей, о которых рассказывается в задачах. Возьмем задачи:

1. В трех мешках было 227 *кг* муки. В первом мешке было 75 *кг*, а во втором на 5 *кг* больше, чем в первом. Сколько килограммов муки было в третьем мешке?

2. Школьники помогли колхозникам за три года украсить цветниками 227 домов. В первый год были украшены цветниками 75 домов, а во второй год на 5 домов больше, чем в первый. Сколько домов было украшено цветниками в третий год?

Вторая задача идентична первой по своей математической структуре и вследствие этого равноценна ей с узко учебной точки зрения. Но в воспитательном отношении превосходит первую, так как может вызвать у детей стремление участвовать в украшении цветниками своей деревни, как это делали школьники, о которых рассказывается в этой задаче.

Большинство задач, решаемых в начальной школе, берутся из печатных сборников. Наряду с такими задачами полезно решать задачи, содержание и числовые данные которых берутся непосредственно из окружающей жизни (так называемые з а д а ч и  н а  м е с т н о м  м а т е р и а л е), которые особенно близки и понятны детям, способствуют их подготовке к практической деятельности, расширяют их знания о родном крае.

Числовые данные для таких задач могут быть известны детям по их жизненному опыту или получены во время экскурсий. Если учащиеся не располагают соответствующими данными, но могут их легко добыть, учитель в порядке домашнего задания может предложить детям собрать их, например, узнать цену каких-либо товаров, таксу почтовых отправлений, узнать, сколько метров материи требуется для пошивки того или иного предмета одежды, узнать примерную скорость движения пешехода, велосипедиста, автомашины, парохода и т. п., средний вес мешка картофеля, пшеницы и т. д.

Во многих случаях данные для задач собирает сам учитель, обращаясь в правление колхоза, в сельсовет и в другие учреждения за соответствующими сведениями. Учитель может брать данные также из местных и центральных газет. При чтении газеты учитель выписывает числовые данные, которые могут пригодиться на уроках арифметики, затем использует их в процессе преподавания, при этом он обычно сообщает, а иногда и показывает детям источник, из которого почерпнуты данные. Учитель, например, говорит детям: «Как вы знаете, сейчас идет сев. В нашей районной газете (учитель показывает ее детям) напечатаны данные о том, как выполняется план сева в различных колхозах района. Вот некоторые из этих данных...» Затем учитель прочитывает и записывает на доске данные, выбранные им для намеченной к решению задачи.

Задачи на местном материале полезно решать, по возможности, в связи с готовыми задачами. Так, после решения из печатного сборника задачи о количестве трудодней, выработанных членами семьи колхозника, составляются и решаются аналогичные задачи о трудоднях, выработанных семьями местных колхозников. Решив из сборника задачу об участии школьников в посадке деревьев, составляют и решают соответствующую задачу по местным данным.

Связь обучения с жизнью имеет важное значение не только для политехнической подготовки и трудового воспитания учащихся, но и для повышения эффективности преподавания.

Изучая арифметику в тесной связи с окружающей действительностью, дети начинают понимать, что число и мера служат средством познания жизни, что получаемые по арифметике знания будут необходимы им в будущем. Это не может не влиять благотворно на отношение учащихся к занятиям по арифметике, на их успеваемость.

## ГЛАВА ВТОРАЯ

# ПРОЦЕСС ОБУЧЕНИЯ

Для успешности обучения решающее значение имеет **активная** познавательная деятельность детей, направленная на осмысление и переработку ими в своем сознании учебного материала. Как бы хорошо учитель ни разъяснял новое действие или новый вид задач, но если дети пассивно воспринимают изучаемый материал, не перерабатывая его активно в своем сознании, эффективность преподавания будет невелика.

Высокая познавательная активность детей в процессе обучения важна не только для лучшего усвоения ими учебного материала, но и в воспитательных целях. Высокой познавательной активности учащихся следует добиваться на всех этапах процесса обучения.

### ИЗУЧЕНИЕ НОВОГО МАТЕРИАЛА

Одним из факторов, имеющих решающее значение для успешности педагогического процесса, является высококачественное изучение нового материала, так как при этом условии в сознании учащихся правильно замыкаются новые связи, правильно формируются новые понятия. Очень большое значение имеет и то, что к новому учебному материалу дети проявляют повышенный интерес. Благодаря этому новые знания падают на благодатную почву и хорошо упрочиваются в ней. Здесь уместно сослаться на И. П. Павлова, который высшим проявлением педагогического таланта считал использование элемента новизны в обучении, управление первыми впечатлениями ученика, оставляющими след в его мозгу иногда на всю жизнь [1].

Это налагает большую ответственность на учителя, который должен добиваться, чтобы все учащиеся правильно воспринимали и усваивали новый учебный материал.

---

[1] См. ст. Ю. Фролова, «И. П. Павлов и педагогика», «Советская педагогика», 1940, № 2.

## Наглядность

Успешности изучения нового материала способствует применение наглядности, дающей возможность базировать обучение на чувственном опыте детей, исходить в формировании понятий из живого созерцания.

При опоре на чувственное восприятие учащихся можно рассчитывать на образование правильных связей, на правильное отражение действительности в их сознании. Второсигнальные связи, которые образуются при формировании новых понятий, могут быть правильными и точными лишь тогда, когда они опираются на первую сигнальную систему, на непосредственное чувственное восприятие детьми действительности. В противном случае сообщаемые знания, будучи оторваны от реальной действительности, от чувственного опыта детей, недостаточно четко осмысливаются ими и непрочно входят в их сознание.

«...нормальный человек,— говорит И. П. Павлов,— хотя он пользуется вторыми сигналами, которые дали ему возможность изобрести науку, усовершенствоваться и т. д., будет пользоваться второй сигнальной системой эффективно только до тех пор, пока она постоянно и правильно соотносится с первой сигнальной системой, т. е. с ближайшим проводником действительности» [1].

Данные наблюдений говорят о том, что учащиеся, которые формально хорошо справляются с решением задач, нередко оказываются беспомощными, когда им предлагаются аналогичные задачи практического характера. Так, некоторые учащиеся II класса, безошибочно решающие письменные задачи на увеличение и уменьшение данных чисел, не могут справиться с элементарными практическими задачами, например: «Возьми себе 5 спичек, а мне дай на 2 спички больше. Возьми себе 5 спичек, а мне дай в 2 раза больше» и т. п. Эти учащиеся на словах запомнили, что для увеличения числа на несколько единиц применяется сложение, для увеличения числа в несколько раз применяется умножение и т. д. Сознательно же этих понятий они не усвоили.

Формальный характер знаний этих детей объясняется словесным характером обучения. Если бы при введении различных видов простых задач, а по мере необходимости, и при последующих упражнениях в их решении применялась наглядность, если бы определенное число простых задач каждого вида решалось детьми на предметах, то выполнение практических заданий, образцы которых были приведены выше, не затруднило бы учащихся.

Чтобы избежать формализма в обучении и добиться сознательного усвоения учебного материала, при введении нового

---

[1] Павловские среды, т. III, М.—Л., 1949, стр. 318.

арифметического действия, нового вида задач, особенно на первых шагах обучения, необходимо использовать наглядность, при этом решение должно выполняться детьми реально, на предметах.

Наглядные пособия применимы главным образом при изучении нового материала. Однако применение наглядности полезно иногда и при повторении пройденного, в первую очередь тогда, когда обнаруживается, что учащиеся нетвердо знают ранее изученный материал. Но и в тех случаях, когда материал в основном усвоен детьми, иногда полезно применять наглядные пособия для того, чтобы знания детей стали более ясными и точными.

**Требования, которым должны удовлетворять наглядные пособия.** Оперируя числом, мы отвлекаемся от физических свойств предметов и принимаем во внимание только их количество. Для правильного формирования понятия о числах необходимо применять различные наглядные пособия, так как при пользовании одним пособием в сознании детей могут формироваться односторонние представления о числах. Полезно, далее, чтобы объекты счета имели возможно меньше таких физических свойств, которые могут отвлечь внимание детей от подлежащих изучению количественных отношений. Недаром в школьном преподавании находят широкое применение такие объекты счета, как косточки на классных счетах, кубики, палочки и кружки, в значительной мере отвечающие указанному требованию.

Это не значит, что другие предметы не могут быть использованы. Иногда в качестве счетного материала полезно применять близкие детям предметы окружающей действительности, например: тетради, ручки, перья, карандаши, желуди, камешки и др. В качестве объектов счета могут быть использованы рисунки предметов окружающей жизни: домашние животные и птицы, ягоды и фрукты, предметы одежды и посуды, детские игрушки, знакомые детям орудия труда и машины и др. Однако такие пособия должны применяться в ограниченной мере, преимущественно на первых шагах обучения. При этом полезно, чтобы пособия содержали возможно меньше таких элементов, которые способны отвлечь внимание детей от количественных отношений. Так, на картинке с изображением домашних птиц окружающий пейзаж должен быть, по возможности, без лишних деталей, чтобы легче сосредоточить внимание детей на числе нарисованных птиц.

Во многих случаях полезно, чтобы изображения предметов, используемых в качестве объектов счета, выполнялись в форме контурных рисунков. Иногда полезно изображать эти предметы даже с помощью геометрических фигур, удовлетворяясь самым общим соответствием между рисунком и действительным предметом. Так, яблоки, сливы, помидоры, дыни и т. п. можно изображать в виде кружков, ящики и даже вагоны в форме прямоугольников и т. п. Задачу: «На одной тарелке лежало 4 яблока, а на другой —3 яблока. Сколько яблок лежало на двух тарелках?» — можно иллюстрировать так (рис. 1).

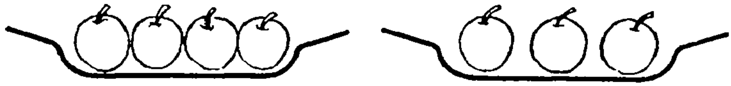


Рис. 1.

Благодаря схематичности рисунка, количественные отношения выступают здесь с большей отчетливостью, что позволяет сосредоточить на них внимание детей. Подобные задачи можно иллюстрировать также при помощи косточек на счетах, кубиков и т. п.

Наглядные пособия используются не столько для получения результата счета, сколько для того, чтобы облегчить учащимся способ выполнения действия. Если же пособия служат только для получения результата счета, то эффективность их значительно снижается, так как сколько бы примеров ученик ни решил, пользуясь такой наглядностью, он едва ли усвоит общепринятый способ выполнения данного действия.

**Виды наглядных пособий.** Наглядные пособия по арифметике бывают структурные и бесструктурные. Возьмем классные счеты. Любое число, иллюстрируемое на этом пособии, имеет строго определенное расположение. Так, число 4 чаще всего выступает в виде первых 4 косточек одного цвета, число 5 выступает в виде четырех косточек одного цвета и одной косточки другого цвета и т. д. Таким образом, каждое число на этом пособии имеет определенную структуру, что дает основание отнести счеты к структурным пособиям.

Этого нельзя сказать о палочках или кубиках как наглядных пособиях по арифметике. Числа, иллюстрируемые с помощью этих пособий, не имеют строго определенного расположения, определенной структуры. Эти пособия можно поэтому отнести к бесструктурным.

Структурные пособия имеют преимущество, так как при пользовании ими учащиеся получают более определенное и четкое представление о каждом числе, лучше осмысливают соотношение между числами, чем при пользовании бесструктурными пособиями. В результате многократного откладывания на счетах чисел первого десятка в сознании детей запечатляется образ каждого числа, что способствует лучшему усвоению числового ряда, отношений между числами (какое число больше, какое меньше) и даже их состава.

Из сказанного не следует, что бесструктурные пособия должны игнорироваться. Формирование правильных понятий о числах возможно лишь при использовании различных пособий, различных объектов счета. Но структурным пособиям, ввиду указанного преимущества их перед бесструктурными, следует уделять большее внимание.

Различают индивидуальные и классные наглядные пособия. Первые находятся в индивидуальном пользовании учащихся, вторые предназначены для демонстрирования перед всем классом. Индивидуальные пособия ценны тем, что учащиеся непосредственно оперируют ими, благодаря чему повышается познавательная активность детей. Зато при работе с классными пособиями легче следить за тем, чтобы учащиеся рационально пользовались ими, легче сосредоточить внимание детей на способах выполнения действий. Преимущество классных пособий состоит еще в том, что их легко «изъять из употребления», когда возникает необходимость в переводе учащихся от наглядного счета к отвлеченному. Поэтому в тех случаях, когда можно обойтись без индивидуальных пособий, целесообразно ограничиваться применением только классных. Как правило же, полезно, чтобы после восприятия нового действия на классном пособии каждый ученик выполнил его на своем индивидуальном.

Следует привлекать детей к изготовлению наглядных пособий. Полезно также, чтобы учащиеся иллюстрировали примеры или задачи своими рисунками и чертежами, а не ограничивались рассматриванием только готовых иллюстраций. Свои рисунки и чертежи дети должны выполнять возможно проще, без излишних деталей, чтобы их внимание не отвлекалось от количественной стороны изучаемого материала.

Наглядные пособия бывают статичные и динамичные. Сравним один рисунок, на котором изображено 10 гусей, с десятью отдельными рисунками, на каждом из которых изображено по одному гусю. Последние рисунки можно передвигать как угодно. А если приделать к каждому ножку-подставку, то «гуси» смогут даже стоять. Это пособие динамично, в отличие от первого, которое является статичным.

На первом пособии объекты счета поддаются лишь пассивному созерцанию. При пользовании же вторым пособием учащиеся могут брать объекты счета в руки и реально выполнять над ними требуемые действия. Благодаря этим особенностям, второе пособие вызывает больший интерес учащихся. Кроме того, с помощью второго пособия можно иллюстрировать любое число и любое действие в пределе 10, тогда как первое может быть использовано главным образом для иллюстрирования числа 10. Динамичные пособия, таким образом, эффективнее статичных.

**Переход от наглядного счета к отвлеченному.** С помощью наглядных пособий формируются базируемые на чувственном опыте правильные связи и понятия. Необходимо, однако, помнить, что наглядные пособия не самоцель, а средство овладения детьми отвлеченным счетом.

Необходимо правильно выбирать наглядные пособия, чтобы они в максимальной мере способствовали усвоению изучаемого действия. Необходимо, далее, следить за тем, чтобы это действие выполнялось на выбранном пособии в строгом соответствии с общепринятым способом.

Однако и при соблюдении этих требований переход от наглядного счета к отвлеченному дается многим учащимся нелегко. Чтобы облегчить этот переход, следует убавлять применяемые средства наглядности постепенно. Пусть темой урока будет прибавление 3 в пределе 10. Вначале иллюстрируются оба слагаемых и сумма, например, при решении задачи: «Для перочистки мальчик вырезал из материи 2 черных кружка и 3 зеленых. Сколько всего кружков пошло на перочистку?» — учитель вешает на счетную таблицу 2 кружка, затем 3 кружка, давая учащимся возможность видеть, сколько черных и сколько зеленых кружков вырезал мальчик и сколько всего кружков пошло на перочистку.

После выполнения одного-двух упражнений с применением такой полной наглядности учитель постепенно убавляет средства наглядности. Так, при решении примера 5+3 учитель вешает на счетную таблицу 5 кружков, иллюстрируя только первое слагаемое. Второе же слагаемое дети должны себе представить и мысленно прибавить к первому. Учитель может поступить и так: показать детям сначала 5 кружков и положить их в коробочку; затем показать еще 3 кружка и положить их туда же, предлагая детям сосчитать, сколько всего кружков положено в коробочку. Хотя здесь иллюстрировались оба слагаемых, но при отыскании их суммы дети не видят складываемые совокупности кружков и вынуждены выполнять действие «в уме».

Переход от полной к частичной наглядности учитель совершает в зависимости от того, как новое действие усваивается детьми. Некоторым учащимся даже при постепенном убавлении средств наглядности трудно дается переход к отвлеченному счету. Удовлетворительно справляясь с вычислениями при частичной наглядности, дети не могут их выполнить без применения наглядных пособий. Таким учащимся следует разрешать пользоваться наглядными пособиями еще в течение некоторого времени (желательно возможно более короткого), пока они не будут в состоянии перейти к отвлеченному счету. Иногда помогает учащимся стимулирование их к тому, чтобы при вычислениях без наглядности они пытались выполнять затрудняющие их действия на наглядных пособиях только мысленно, в своем воображении.

При введении новых действий полная наглядность абсолютно необходима. Без этого детям трудно понять смысл действий.

Но нельзя злоупотреблять этой формой наглядности, так как при излишнем пользовании ею дети начинают выполнять изучаемое действие механически. Так, при выполнении сложения с применением полной наглядности учащиеся обычно соединяют вместе складываемые совокупности и сосчитывают, сколько всего единиц получилось. При выполнении вычитания они отнимают от большей совокупности меньшую и сосчитывают, сколько единиц осталось.

Наглядные пособия должны применяться так, чтобы они не освобождали учащихся от мыслительной работы. При чрезмерном же применении полной наглядности мыслительная деятельность детей весьма незначительна. Использование же частичной наглядности требует от учащихся определенных умственных усилий при выполнении вычислений. Следует поэтому ограничивать применение полной наглядности с тем, чтобы, как только это становится посильным для учащихся, применять частичную наглядность, а затем переходить к отвлеченному счету.

Таким образом, применяя наглядность в обучении, следует избегать чрезмерного увлечения ею, так как это может тормозить умственное развитие детей, может задерживать их переход от конкретного счета к отвлеченному.

Наглядность следует применять тогда, когда это вызывается необходимостью, и так, чтобы с ее помощью возможно скорее подводить учащихся к отвлеченному счету.

## Подготовка учащихся к восприятию нового учебного материала

Успешность изучения нового материала в значительной мере зависит от подготовки детей к его восприятию.

В арифметике каждая следующая ступень основана на предыдущих: действия в пределе 20 в основном сводятся к действиям в пределе 10, действия в пределе 100 — к действиям в пределе 20, умножение сводится к сложению и т. д. Поэтому к каждой новой ступени можно переходить лишь после основательного усвоения детьми материала предшествующих ступеней.

При прохождении каждой ступени следует иметь в виду знания и навыки, которые потребуются от учащихся на следующих ступенях, с тем, чтобы заблаговременно подготовлять детей к ним. Так, при изучении сложения в пределе 10, 20 или 100 полезно возможно чаще предлагать учащимся упражнения в сложении одинаковых слагаемых, например: к 2 прибавлять по 2, пока не получится 20; к 3 прибавлять по 3, пока не получится 18 (или 30); к 12 прибавлять по 12, пока не получится 96; к 28 прибавлять по 28, пока не получится 84, и т. д. Для усвоения сложения полезны примеры с одинаковыми и разными слагаемыми, например, $7+5$ и $7+7$ или $28+17+36$ и $28+28+28$. Но сложение одинаковых слагаемых способствует не только закреплению навыка сложения, но и подготовке к умножению, а в определенной мере и к делению.

Подготовку к новым темам полезно вести задолго до того, как начнется их изучение. Возьмем для примера тему «Зависимость между данными и результатами арифметических действий». Эта тема изучается в IV классе. Однако, начиная уже с I класса, следует в той мере, в какой это доступно учащимся, обращать их внимание на зависимость между данными и результатами действий. При этом может, в частности, оказаться полезным составление и решение детьми таких взаимообратных примеров, как $6+9$, $9+6$, $15-6$, $15-9$ или $7\times8$, $8\times7$, $56:7$, $56:8$.

Подобное многократное рассмотрение зависимости между данными и результатами действий создает надежную базу для изучения этой темы в IV классе, где после повторного рассмотрения ранее встречавшихся случаев достаточно будет немногих дополнительных наблюдений, чтобы подвести учащихся к сознательному усвоению соответствующих выводов.

Подобным образом полезно исподволь подготовлять учащихся к изучению и других тем, особенно более трудных. Следует также вести подготовку к решению более трудных видов задач, добиваясь, чтобы элементы, входящие в их состав, рассматривались многократно до того, когда вводится решение этих задач.

Для лучшей подготовки к новым темам, кроме того, следует непосредственно перед их изучением проводить (в классе и дома) повторение того материала из ранее пройденного, который входит в состав подлежащего изучению нового материала: повторение сложения одинаковых слагаемых в пределе 20 перед изучением умножения в данном пределе; повторение деления круглых десятков и табличного деления перед изучением внетабличного деления на однозначное число в пределе 100; предварительное решение соответствующих видов простых задач, входящих в состав намеченной к решению составной задачи, и т. д.

Легко видеть, что при основательном знании детьми элементов, входящих в состав нового учебного материала, они активно и сознательно воспринимают последний.

Иногда и при удовлетворительном знании пройденного учащиеся затрудняются вычленить элементы, входящие в состав нового действия. В таких случаях применимы подготовительные упражнения. Пусть во II классе требуется объяснить внетабличное деление на однозначное число. В случае, когда правильное расчленение делимого в решаемом примере, скажем $51:3$, непосильно для некоторых учащихся, целесообразно сначала решить примеры $30:3$ и $21:3$, а уже затем $51:3$.

К этому приему следует, однако, прибегать лишь при первичном изучении действий. В дальнейшем учащиеся расчленяют действие на его элементы без предварительной подготовки.

### Систематизация знаний учащихся

Школа должна давать детям систематические знания. Необходимо, чтобы не только учитель, но и дети ясно представляли себе систему знаний, которые они получают по каждому предмету. К сожалению, учащиеся некоторых школ имеют смутное представление об этом. В ответ на вопрос, что они изучали по арифметике, учащиеся IV класса нередко называют несколько запомнившихся им тем курса без должной последовательности, например, отвечают: мы изучали вычитание, деление, умножение, решали примеры, задачи, учили правила.

Уроки арифметики обычно имеют пестрое содержание, включая изучение действий и правил, решение примеров и задач, новый и ранее изученный материал. В этих условиях многим учащимся начальной школы трудно самим осознать систему знаний по данному предмету. Это может быть достигнуто лишь при надлежащей работе учителя.

Прежде всего следует четко доводить до сознания детей тему каждого урока, особенно тех уроков, на которых изучается новый материал. В опыте многих школ учитель в начале урока сообщает детям его тему или цель, а в конце требует от них ответа на вопрос, что изучали на данном уроке. Темы многих уроков преимущественно тех, на которых проводится изучение нового материала, записываются учителем на доске и учащимися в тетрадях. Последнее практикуется главным образом в III и IV классах, так как учащимся двух младших классов пришлось бы, ввиду слабой техники письма, затрачивать на это слишком много времени.

Переходя к новой теме, учитель в беседе с детьми выясняет, какие темы изучались до этого. Чтобы учащиеся могли лучше запомнить названия изученных тем, в школьной практике иногда каждая новая тема записывается учителем на специально для этого предназначенном листе бумаги, висящем в классе, или каждым учеником в выделенном для этого двойном листке бумаги. Последние записи практикуются в III и IV классах и обычно ведутся детьми во внеурочное время.

Приведем образец таких записей из практики III класса.

Что мы изучаем по арифметике?

1. Первая сотня: сложение, вычитание, умножение и деление. (Повторение пройденного во II классе.)

2. Тысяча:

Сложение устное и письменное.
Вычитание » »
Умножение » »
Деление » »

3 Многозначные числа:
Нумерация.

Сложение.
Вычитание.
Умножение на однозначное число.
» » двузначное » и т. д.

Кроме указанных записей, следует использовать оглавление учебника, по которому дети каждый раз устанавливают, какие темы изучались ими до этого.

Решающее значение для систематизации знаний детей имеет строго последовательное изучение материала внутри каждой темы курса.

Для того чтобы последовательность, в какой изучается каждая тема, могла быть лучше осознана детьми, в ходе урока учитель записывает на доске каждый новый вопрос, который предстоит рассмотреть в классе. Это особенно применимо на уроках повторения. Так, в IV классе при изучении или повторении темы «Умножение многозначных чисел» учитель, записав вначале название этой темы, затем постепенно подписывает каждый новый вопрос, который он рассматривает с учащимися по данной теме, например:

Умножение многозначных чисел

1. Название чисел при умножении.
2. Переместительное свойство умножения.
3. Нахождение неизвестного сомножителя.
4. Проверка умножения и т. д.

Систематизируя подобным образом знания учащихся по каждой теме, учитель добивается того, что дети получают ясное представление не только о том, какие темы изучались по арифметике и в какой последовательности, но и какой круг вопросов входит в каждую из этих тем. В результате изученный материал укладывается в сознании детей, как связная цепь знаний.

### Объяснение нового учебного материала

Успешное изучение детьми нового материала возможно при их высокой познавательной активности и деятельном участии в выяснении новых понятий, когда учащиеся под руководством учителя активно добывают знания и сами приходят к выводам. Прежде всего следует принять меры к максимальной активизации внимания учащихся, так как без этого даже наилучшие приемы преподавания могут оказаться не эффективными. Чтобы добиться активного внимания детей, следует по возможности возбуждать их любознательность, сообщая им иногда даже за день-два до введения нового материала, что предстоит его изучение, стараясь при этом вызвать в детях чувство удовлетворения своим умственным ростом, тем, что они узнали в школе много нового и что им предстоит узнать еще что-то, до сих пор неизвестное.

В процессе преподавания арифметики в начальной школе успешное формирование новых понятий достигается тогда, когда новое понятие (определение, правило, способ выполнения действия и т. п.) выясняется индуктивно, на надлежащим образом подобранных задачах или примерах.

Возьмем вычитание в пределе 10, например, вычитание 3 единиц из 5. Сначала это действие выполняется на различного рода предметах, положим, от 5 тетрадей отнимают 3 тетради, от 5 кружков отнимают 3 кружка, от 5 косточек на счетах отнимают 3 косточки, от 5 палочек отнимают 3 палочки и др. Наблюдая, что в результате каждого из этих вычислений, независимо от того, какие предметы отнимались, получается 2 (2 тетради, 2 кружка и т. д.), дети постепенно приходят к выводу, что если от 5 единиц отнять 3 единицы, то останутся 2 единицы. Этот вывод они затем используют при решении задач, в которых требуется от 5 каких-либо предметов (положим, мячей, яблок, огурцов, кукол и т. д.) отнять 3 однородных предмета.

Для формирования ясных, точных понятий необходимо, чтобы новые определения, правила, способы выполнения действий являлись результатом рассмотрения многих фактов, надлежащим образом подобранных и вполне достаточных для образования понятий, к которым учащиеся под руководством учителя приходят в определенной мере самостоятельно, воспринимая каждое из них не на веру, а как вывод, вытекающий из их наблюдений. Каждый вывод учащиеся должны формулировать лишь тогда, когда они четко осмыслили его. Выводы, сделанные преждевременно, когда учащиеся не осознали их должным образом, обычно быстро забываются. Но и в тех случаях, когда они удерживаются в памяти детей, последние применяют их механически. Так, если правило вычисления площади прямоугольника выводится на основе немногих практических упражнений, при недостаточной подготовленности детей к соответствующему выводу, они нередко применяют это правило формально, а в случае, если его забудут, то не всегда затем могут восстановить в памяти, поскольку плохо осмыслили основания, из которых оно выведено.

Часто новое действие является усложнением ранее изученного. Так, сложение и вычитание многозначных чисел представляют собой усложнение сложения и вычитания трехзначных чисел, умножение на трехзначное число — усложнение умножения на двузначное и т. д. При введении каждого из таких новых действий целесообразно, чтобы учащиеся самостоятельно выполняли ту часть его, которая им знакома, и чтобы им объяснялось лишь то, что является для них новым. Так, при введении умножения на трехзначное число можно после выяснения десятичного состава множителя и плана выполнения данного действия предложить учащимся самостоятельно умножить множимое на единицы и десятки множителя, а затем уже выяснить, как умножать на сотни множителя; сложение трех неполных произведений дети также могут выполнить самостоятельно. Таким образом, здесь объясняются лишь новые элементы этого действия, что значительно повышает активность детей при его изучении.

Но и новые элементы следует объяснять так, чтобы дети как бы обдумывали вопросы вместе с учителем, чтобы под его руководством они как бы сами находили способ решения.

Чтобы внимание детей не рассеивалось при объяснении нового учебного материала, они не должны в это время писать. К записям в тетрадях учащиеся приступают после решения первой задачи или примера на доске, когда новый материал понят ими и когда они могут делать эти записи в достаточной мере осмысленно. Во избежание механического списывания с доски первых примеров на новое действие, следует советовать детям во время этой работы по возможности не глядеть на доску, обращаясь к записям на ней лишь в случае затруднений или для проверки правильности своего решения.

Иногда выполненное на доске решение учитель завешивает бумагой или стирает. Тогда при последующем выполнении решения в тетрадях дети лишены возможности списывать готовое решение с доски и вынуждены выполнять его самостоятельно.

Решение нескольких примеров, следующих за первыми, обычно выполняется одновременно одним учеником на доске и остальными в тетрадях. Чтобы и здесь дети не списывали готового решения, учитель создает в классе общественное мнение против списывания с доски, за самостоятельное выполнение работы. Когда ученик с места начинает смотреть на решение, выполняемое на доске, учитель обычно спрашивает у этого ученика, смотрит ли он на доску для того, чтобы удостовериться в правильности своего решения в тетради, или для того, чтобы списать решение с доски. С другой стороны, учитель поощряет тех учеников, которые заканчивают решение примера или задачи раньше, чем последнее выполнено на доске, отмечая перед классом, что они вполне самостоятельно выполнили данную работу.

Объяснение нового учебного материала наиболее эффективно, если оно проводится в **вопросо-ответной форме**, в порядке живой беседы учителя с учениками. Вопросо-ответная форма объяснения нового материала способствует повышению познавательной активности детей. Но объяснение при этом часто прерывается, причем не только правильными, но иногда и неверными ответами, что затрудняет целостное понимание детьми объясняемого материала. Учитывая это обстоятельство, передовые учителя вслед за объяснением, даваемым в вопросо-ответной форме, дают затем **связное объяснение** изучаемого материала; при этом они предупреждают детей, что от них будет требоваться такое же объяснение. Так, после коллективного решения первых примеров на сложение многозначных чисел, проведенного при активном участии детей, привлеченных учителем к выяснению способа выполнения данного действия, он говорит учащимся: «Мы решили с вами несколько примеров на сложение многозначных чисел. Послушайте, как надо объяснять это действие. Слушайте внимательно, так как от вас будет требоваться такое объяснение. Надо сложить 2576 и 4827. Для сложения этих чисел подписываем слагаемые одно под другим так, чтобы единицы стояли под единицами, десятки под десятками, сотни под сотнями и так далее, и начинаем сложение с простых единиц: 6 единиц да 7 единиц будет 13 единиц; 13 единиц составляет 1 десяток и 3 единицы, 3 единицы пишем под единицами, а 1 десяток прибавим к десяткам» и т. д.

Связное объяснение как бы суммирует то, что говорилось о способе выполнения данного действия в предшествующей беседе. Связное объяснение не должно содержать ничего нового по сравнению с тем, что выяснялось до этого в вопросо-ответной форме, и уместно лишь тогда, когда дети вполне подготовлены к его восприятию.

Выяснение способа выполнения нового действия в вопросо-ответной форме, как и последующее связное объяснение его, учитель должен стараться проводить так, чтобы он был хорошо понят даже отстающими учениками. Этих детей учитель должен особо иметь в поле своего зрения и применять наиболее доходчивые для них форму и приемы объяснения. Учителю надлежит неослабно следить за тем, как учащиеся воспринимают новый материал и в случае необходимости давать дополнительные разъяснения, чтобы добиться понимания его всеми учащимися.

Связного объяснения следует требовать и от вызываемых к доске учащихся и в зависимости от качества объяснений оценивать их ответы. Так, если ученик правильно решил пример, но не сумел связно объяснить решение и пришлось вследствие этого задавать ему вопросы в процессе решения, его оценка соответствующим образом снижается. Учеников, дающих хорошее связное объяснение, учитель отмечает перед классом и советует брать с них пример.

При несовершенстве ответа учащегося полезно спросить детей, кто из них может лучше объяснить новое действие, и заслушать объяснения этого ученика. В случае же, когда ответы учащихся показывают, что связное объяснение слабо усвоено классом, учителю следует еще раз связно объяснить действие, требуя в дальнейшем от учеников такого же объяснения.

Связное объяснение учащиеся понимают лучше, чем объяснение, прерываемое учителем. Нечего говорить о положительном влиянии связного объяснения на развитие речи учащихся, которые при этом упражняются в самостоятельном изложении цепи рассуждений, тогда как при объяснении, даваемом в форме ответов на вопросы педагога, ученик обычно каждый раз произносит одно предложение, часто даже неполное. Кроме того, связное объяснение отнимает меньше времени. Однако дополнительные вопросы педагога иногда допустимы и полезны, например, в тех случаях, когда связное объяснение затрудняет ученика, или когда в этом объяснении имеются пробелы, подлежащие восполнению, либо когда учитель считает необходимым проверить, в какой мере ученик сознательно усвоил тот или иной элемент изучаемого действия. Такие вопросы иногда полезно предлагать даже ученику, давшему хорошее связное объяснение, для того чтобы добиться более глубокого понимания детьми учебного материала.

Эффективность учебных занятий по арифметике, в частности эффективность объяснения нового материала, нередко снижается из-за неточностей и неясностей в речи учителя и в еще большей мере в речи учащихся.

Учитель должен постоянно следить не только за точностью, но и за выразительностью своей речи и речи детей, так как невыразительная речь хуже осмысливается и слабее запечатлевается в сознании. Выясняя, например, как называются числа при умножении, учитель добивается, чтобы учащиеся давали не только точные, но и выразительные ответы, чтобы они правильно ставили логические ударения. (Число, кото́рое мы множим, называется множимым. Число, на́ которое мы множим, называется множителем. Число, которое получается от умножения, называется произведением.)

## Постепенное усложнение самостоятельной работы учащихся

Выше были указаны меры, которые следует принимать для того, чтобы при решении задач или примеров на доске все учащиеся класса старались сами выполнять данную работу, избегая списывания с доски. Трудно, однако, рассчитывать, чтобы при наличии готового решения на доске списывание его было полностью устранено. Некоторые ученики, встретив затруднение в работе, начинают списывать решение с доски, вместо того чтобы самим преодолеть это затруднение. Иногда ученик, даже не желая этого, взглянет на доску и, увидев на ней решение, использует его. Поэтому на доске следует решать минимальное число примеров или задач, которое абсолютно необходимо для подготовки учащихся к самостоятельной работе.

При самостоятельной работе учащиеся ставятся в такие условия, когда они вынуждены сами преодолевать затруднения, когда они перерабатывают в своем сознании учебный материал и благодаря этому лучше осмысливают и усваивают его. Самостоятельные работы содействуют не только повышению познавательной активности учащихся, но и укреплению их веры в свои силы, их воли, развитию их умения учиться, добывать знания. Удовлетворение, которое дети получают, когда они сами доходят до чего-нибудь своим умом, повышает их интерес к занятиям. Многие дети любят самостоятельные работы потому, что можно сосредоточиться и спокойно работать: длительные же занятия, проводимые в вопросо-ответной форме, нередко утомляют их. Недаром в практике передовых учителей самостоятельные работы учащихся занимают большое место на уроках арифметики.

Но самостоятельная работа может приносить пользу лишь тогда, когда учащиеся в достаточной мере подготовлены к ней. Особенно большую осторожность надо соблюдать при изучении нового материала. Если при введении нового материала дать учащимся самостоятельную работу, когда многие из них еще слабо подготовлены к ее выполнению, это может привести к закреплению ошибочных навыков. Чтобы этого избежать, учитель при задавании самостоятельной работы, следующей за решением первых примеров на доске, предварительно в беседе с детьми полностью или частично выясняет способ решения задаваемых примеров. Так, при изучении вычитания однозначных чисел в пределе 20 без перехода через десяток учитель после коллективного письменного решения первых примеров решает с учениками несколько примеров (положим, $16-4$; $17-3$; $19-5$; $18-7$) устно, после чего предлагает им самостоятельно решить эти примеры в тетрадях.

Если учитель считает, что дети не нуждаются в столь большой помощи, он может лишь разобрать с ними, как следует выполнять действие, выясняя, например, что при выполнении действия 16—4 надо от 6 отнять 4 и полученный остаток прибавить к 10. Результат действия при этом не называется.

Приведенные выше работы лишь отчасти выполняются детьми самостоятельно. В школьной практике поэтому принято называть их полусамостоятельными.

Постепенность в переходе от коллективного решения к самостоятельному уместна на первых шагах изучения нового действия. В дальнейшем можно практиковать вполне самостоятельные работы учащихся, предпосылая им небольшие разъяснения лишь в тех случаях, когда есть опасения, что без этого учащиеся допустят много ошибок.

Особенно тщательно следует продумывать организацию самостоятельной работы детей при решении задач. Такие работы должны занимать большое место. Но без коллективного (обучающего) решения дети не могут научиться самостоятельно решать задачи. Необходимо, чтобы при рассмотрении нового вида задач вначале применялось коллективное решение, затем индивидуальное полусамостоятельное и, наконец, индивидуальное самостоятельное.

При коллективном решении разбор задачи проводится в форме беседы, в процессе которой решение записывается на доске.

При индивидуальном полусамостоятельном решении задач учащимся оказывается частичная помощь в разборе задачи, в то же время от них требуется самостоятельная работа при выполнении самого решения.

Характер помощи, оказываемой учащимся, с одной стороны, и степень их самостоятельности — с другой, следует варьировать в зависимости от подготовки учащихся и от трудности задачи. Здесь можно указать целый ряд ступеней:

а) После повторения учащимися условия задачи, учитель проводит с ними обсуждение ее плана и решения, при этом в процессе разбора отдельные действия записываются на доске, затем записи стираются (или завешиваются), и учащиеся приступают к выполнению решения в тетрадях.

б) Как и в первом случае, учитель обсуждает с учащимися план и решение задачи, не делая никаких записей на доске. После разбора задачи учащиеся выполняют решение в тетрадях. В данном случае учащимся не даются никакие зрительные образы, которые могли бы оказать им помощь. Степень самостоятельности учащихся при этом повышается.

в) В том случае, когда учитель находит возможным еще больше сократить помощь учащимся при решении задачи, он может ограничиться обсуждением с ними лишь плана (вопросов), совершенно не касаясь действий, с помощью которых решается задача.

г) В некоторых случаях может оказаться полезным начать решение составной задачи коллективно, но затем, после выполнения одного или двух более трудных действий, предложить детям самостоятельно закончить решение. Как видно, здесь им оказывается еще меньше помощи. Так постепенно учащиеся подводятся к вполне самостоятельному решению задач.

Учитель должен правильно чередовать коллективное и индивидуальное (полусамостоятельное и самостоятельное) решение задач, при этом чем старше класс, тем больше места должно занимать самостоятельное решение по сравнению с коллективным и полусамостоятельным.

При решении каждой задачи учитель должен правильно выбирать соответствующую форму организации работы, чтобы учащимся оказывалась помощь лишь в той мере, в какой она необходима. Излишняя помощь приносит не пользу, а вред, так как освобождает учащихся от умственных усилий, вследствие чего они хуже осмысливают способ решения задачи. Коллективно, с помощью учителя, следует решать лишь те задачи, которые не могут быть решены детьми ни самостоятельно, ни полусамостоятельно. С другой стороны, для самостоятельного решения, в особенности вне класса, должны быть выбраны задачи, с которыми большинство учащихся может справиться.

Полусамостоятельные и самостоятельные работы проводятся главным образом в целях обучения, а не в целях проверки знаний. Поэтому во время таких работ, если только они не являются контрольными, учитель должен оказывать помощь детям, которые встречают затруднения или допускают ошибки. Особенно внимательно надо при этом следить за работой отстающих учеников. Оказываемая помощь не должна, однако, освобождать детей от необходимости самостоятельно работать.

Заметив в тетради ученика ошибку, учитель перечеркивает неверную запись. После каждого подобного указания учитель предоставляет ученика самому себе на несколько минут и лишь после этого снова подходит к нему, чтобы проверить, была ли достаточной оказанная ему помощь и не нуждается ли он в дополнительной помощи. Но и последняя должна оказываться так, чтобы от ученика требовалась пусть небольшая, но все же самостоятельная работа.

## ПОВТОРЕНИЕ ПРОЙДЕННОГО

### Закрепление знаний учащихся

Как бы хорошо ни был изучен детьми новый материал по арифметике, он может быть полностью или частично забыт, если в дальнейшем не уделять должного внимания его повторению.

Пока учащиеся еще недостаточно хорошо умеют выполнять новое действие или решать новый вид задач, повторение соответствующего учебного материала проводится часто, если нужно, даже каждый день. Затем по мере улучшения знаний и навыков детей оно начинает проводиться реже, через определенные промежутки времени. Эти промежутки должны быть такими, чтобы знания учащихся не только не ослабевали, а становились все более и более прочными.

Повторение пройденного материала проводится параллельно с изучением нового. В первую очередь повторяются те элементы ранее изученного материала, без знания которых невозможно успешное изучение нового. Повторять следует также то, что не входит как элемент в новый материал, и вследствие этого учащиеся могут его забыть. Так, при изучении в III классе сложения и вычитания многозначных чисел эти действия в пределе 1000 само собой повторяются. Но умножение и деление в этом пределе ни в какой мере здесь не затрагиваются и поэтому, если их не повторять, они могут быть забыты детьми.

При повторении не следует охватывать на одном уроке слишком много вопросов из ранее пройденного, так как при этом не закрепляется должным образом ни один из повторяемых вопросов. Если, например, в процессе изучения деления в пределе 20 задать на уроке в порядке повторения пройденного примеры на сложение, вычитание и умножение, то на отдельные случаи каждого из этих действий придется ничтожно мало примеров. Такая работа не дает возможности выявить, кто из учащихся слабо усвоил тот или иной случай названных действий, восполнить пробелы в их знаниях. Другое дело, когда на таком уроке повторяется лишь какое-нибудь одно из ранее изученных действий, да и то не все, а лишь некоторые случаи его, например вычитание однозначных чисел без перехода через десяток.

Подобное ограничение круга вопросов из ранее пройденного особенно уместно тогда, когда повторяемый материал недостаточно хорошо усвоен учащимися. Учитель должен здесь добиваться, чтобы небольшой по объему материал был основательно повторен на уроке и чтобы те ученики, которые слабо знали его, в результате повторения восполнили пробелы в своих знаниях.

Наряду с такого рода повторением, охватывающим немного, а иногда даже только один какой-нибудь вопрос, полезно на некоторых уроках проводить повторение материала из различных тем курса, которые раньше были повторены каждая в отдельности. Цель такого повторения добиться более прочного закрепления знаний учащихся, а также проверить, нет ли еще каких-либо недочетов в их знаниях.

Повторение различных вопросов в смешанном порядке требует от детей воспроизведения знаний, полученных ими в разное время, по разным темам, что дает возможность при небольшой затрате времени освежить и закрепить в их памяти многие изученные раньше вопросы программы. Кроме того, дети приучаются здесь к быстрой ориентировке в различных вопросах, которые ставятся перед ними. Такое повторение в определенной мере способствует тому, что мышление учащихся становится более подвижным, более гибким.

### Углубление и развитие знаний учащихся

Повторение должно способствовать не только закреплению, но и углублению знаний учащихся. Следует добиваться того, чтобы в процессе повторения дети уточняли свои знания, разносторонне изучали отношения между данными величинами, устанавливали связь между новыми понятиями и ранее полученными, место этих понятий в общей системе знаний по арифметике, приходили ко все более широким обобщениям, умели применять свои знания на практике.

**Разграничение близких понятий**. Новые понятия (способ решения нового действия или нового вида задач) дети на первых порах иногда осмысливают недостаточно четко, путая их с близкими понятиями, изученными раньше. Так, учащиеся I класса нередко путают способ выполнения вычитания однозначных и двузначных чисел в пределе 20, получая при решении примера 18—3 в остатке 5, вместо 15, а при решении примера 18—13 получая 15, вместо 5. Некоторые учащиеся слабо различают увеличение и уменьшение на несколько единиц и в несколько раз, разностное и кратное сравнение, деление на части и деление по содержанию, задачи, решаемые приведением к единице и способом отношений, приемы устных и письменных вычислений и т. д.

При повторении пройденного следует уделять много внимания уточнению знаний детей путем четкого **разграничения близких понятий** в их сознании. Разграничение таких понятий достигается путем сопоставления и четкого выяснения различия между ними. Так, чтобы разграничить способ решения задач на разностное и кратное сравнение, учитель решает с детьми задачи с общими числовыми данными, где в одной задаче требуется разностное сравнение чисел, а в другой — кратное, например:

1. В первом полугодии ученик прочитал 6 книг, а во втором — 18. На сколько книг прочитал он больше во втором полугодии, чем в первом?

2. На одной полке 6 книг, а на другой — 18. Во сколько раз больше книг на второй полке, чем на первой?

Умелым применением средств наглядности (положим, кубиков или палочек вместо книг) и четким объяснением учитель добивается, чтобы дети поняли разницу в способе решения этих задач. В свете учения И. П. Павлова подобное разграничение близких понятий имеет исключительно важное значение для успешности обучения, так как только при этом условии можно рассчитывать на формирование правильных, четких понятий в сознании учащихся.

**Выяснение связей и отношений.** «Чтобы действительно знать предмет, — говорит В. И. Ленин, — надо охватить, изучить все его стороны, все связи и «опосредствования». Мы никогда не достигнем этого полностью, но требование всесторонности предостережет нас от ошибок и от омертвения» [1].

Это широко известное высказывание В. И. Ленина, относящееся к процессу научного познания, в определенной мере применимо и к процессу обучения.

Как бы ни были элементарны знания, которые дает начальная школа, они не могут находиться в противоречии с подлинной наукой. Это обязывает учителя вести преподавание так, чтобы предметы и явления изучались не изолированно и независимо друг от друга, а по возможности (учитывая возрастные особенности детей), во взаимной связи и обусловленности, в развитии.

Это прежде всего касается связи между отдельными темами курса, а в особенности между действиями (сложением — вычитанием, сложением — умножением, умножением — делением, вычитанием — делением). Так, если деление в пределе 20 или 100 рассматривать, как действие обратное умножению, то оно значительно легче дается учащимся, чем при изучении его изолированно от умножения.

Касаясь вопроса о диалектике в математике, Энгельс говорит: «Ничто, кажется, не покоится на такой непоколебимой основе, как различие между четырьмя арифметическими действи-

---

[1] В. И. Ленин, Сочинения, изд. 4-е, т. 32, стр. 72.

ями, элементами всей математики. И тем не менее уже с самого начала умножение оказывается сокращенным сложением, деление — сокращенным вычитанием определенного количества одинаковых чисел, а в одном случае — если делитель есть дробь — деление производится путем умножения на обратную дробь. А в алгебре идут гораздо дальше этого»[1].

Связь между арифметическими действиями нельзя игнорировать даже в преподавании начальной арифметики. Иначе это преподавание будет расходиться с наукой, которая «прекращается там, где теряет силу необходимая связь» [2].

Речь идет, разумеется, не о каких-либо отвлеченных, недоступных для детей рассуждениях, а о посильных для их возраста наблюдениях над связью между изучаемыми действиями,— наблюдениях, организуемых учителем с помощью надлежащим образом подобранных задач и примеров.

Связь следует устанавливать не только между отдельными темами и действиями, но и между примерами и задачами, а также, по возможности, между различными видами задач. (Вопросы, касающиеся этих связей, будут выяснены ниже, в третьей главе.) Тесная связь между указанными элементами курса арифметики и опора при изучении каждой новой темы на соответствующий известный уже материал содействует успешности обучения.

Углублению знаний учащихся может способствовать р а з н о с т о р о н н е е рассмотрение изучаемых вопросов.

В той мере, в какой позволяют возрастные особенности детей, следует р а з н о с т о р о н н е рассматривать связи и отношения между величинами. Особенно это уместно при повторении пройденного, когда рассмотрение новых сторон в данном материале может не только не поколебать знаний учащихся, а будет способствовать их развитию и усовершенствованию.

Возьмем для примера табличное умножение. При первоначальном изучении этой темы произведения отыскиваются путем последовательного сложения равных слагаемых, например, $8\times9=8+8+8+8+8+8+8+8+8$. Затем целесообразно познакомить учащихся с нахождением произведения путем разбивки множителя на слагаемые, нахождения неполных произведений и сложения последних (например, $8\times9=8\times5+8\times4$). В дальнейшем можно ознакомить учащихся с нахождением общего произведения как разности соответствующих неполных произведений, например, $8\times9=8\times10-8$.

Полезно также обращать внимание учеников на то, что $8\times4$ в 2 раза больше, чем $8\times2$, $8\times8$ в 2 раза больше, чем $8\times4$, $8\times6$ в 2 раза больше, чем $8\times3$, и т. д. Понимание последних отношений, в особенности, когда они выясняются наглядно (например, на рядах клеток), вполне доступно учащимся.

---

[1] Ф. Энгельс, Диалектика природы, М., 1955, стр. 205.

[2] Там же.

Подобное разностороннее рассмотрение связей и отношений при повторении табличного умножения расширяет понятия учащихся об этом действии, в частности, в определенной мере подготовляет их к пониманию в дальнейшем распределительного и сочетательного законов умножения, не говоря уже о том, что это помогает им находить результаты трудных случаев каждой таблицы, опираясь на более легкие случаи ее.

Приведем еще один пример. При изучении мер веса вначале рассматриваются лишь те отношения между единицами этих мер, которые даются в соответствующей таблице (1 *т* = 1000 *кг*; 1 *т* = 10 *ц*; 1 *ц* = 100 *кг*; 1 *кг* = 1000 *г*). Но после того как эти отношения усвоены, в дальнейшем при повторении полезно рассмотреть еще другие связи и отношения между данными мерами: какая из двух мер больше и какая меньше, во сколько раз одна мера больше или меньше другой, на сколько одна мера больше или меньше другой, какую часть одной меры составляет другая (например, какую часть тонны составляет центнер), сколько мер низшего наименования содержится в той или иной части меры высшего наименования (например, сколько граммов составляют $\frac{1}{2}$ *кг*? $\frac{1}{4}$ *кг*? $\frac{3}{4}$ *кг*?) и т. д.

Новые связи и отношения рассматриваются не сразу, а постепенно, чтобы углубление понятий не только не влекло за собой ослабления основных знаний детей, а содействовало все большему закреплению их.

Когда связи и отношения между величинами выясняются односторонне, когда вопросы ставятся в одной и той же форме, дети нередко дают правильные ответы лишь на привычные для них формулировки. Стоит предложить им те же вопросы в другой форме, и они часто становятся в тупик, не зная, как ответить на них, а иногда даже не понимая самих вопросов.

## Самостоятельные работы учащихся в процессе повторения пройденного

При повторении пройденного учебный материал, хотя в определенной мере дополняется, все же в основном известен детям. Поэтому здесь в значительно большей степени, чем в процессе изучения нового материала, применимы самостоятельные работы, при этом могут предлагаться бóльшие по объему, более разнообразные по форме и более сложные задания. Но и при повторении пройденного для самостоятельных работ необходимо подбирать такой материал, с которым дети могут справиться. К некоторым работам, если в этом есть необходимость, следует предварительно подготовлять учащихся. Полезно, далее, рекомендовать детям (имеются в виду главным образом учащиеся III и IV классов), чтобы они широко применяли самоконтроль и проверку действий (подробнее об этом см. ниже, в девятой главе). Следует, наконец, иногда сообщать детям ответы к заданным примерам с тем, чтобы в случае допущения ошибок они старались сами найти их и исправить. Ответы целесообразно давать только к примерам, и то преимущественно сложным (в несколько действий). Ответы же к задачам, как правило, давать не следует, поскольку при наличии ответа многие учащиеся в процессе решения задачи руководствуются не столько анализом зависимости между данными, сколько тем, приведет ли намечаемое действие к получению известного им ответа.

Ответы к примерам можно иногда давать в косвенной форме. Приведем образец таких упражнений:

а) решить примеры: 364 : 52; 387 : 43; 504 : 84; 752 : 94. Затем сложить все полученные частные. В сумме должно получиться 30;

б) решить первый из нижеследующих примеров, затем решить пример, который начинается с такого числа, которое получилось в результате решения первого примера; после этого решить пример, который начинается с такого числа, какое получилось в результате решения второго примера, и т. д. В результате решения последнего примера должно получиться число, каким начинается первый пример:

$$72 : 4 \qquad 45 - 16 \qquad 18 \times 5$$
$$90 : 2 \qquad 15 + 57 \qquad 29 - 14$$

Как видно, в первом из этих упражнений не указывается прямо, какие числа должны получиться при делении, что освободило бы учащихся от необходимости искать частные. Вместо этого дано, что сумма частных равна 30. Во втором упражнении (известном в школьной практике под названием «круговые примеры») ответы также даются не в прямой форме.

Благодаря самоконтролю, проверке действий и ответам учащиеся могут предупредить и исправить много ошибок. Кроме того, указанные приемы делают возможным применение самостоятельных работ по арифметике в значительно большей мере, чем по любому другому предмету начальной школы. Возможности, какие представляет в этом отношении арифметика, должны быть широко использованы.

Во время самостоятельных работ, связанных с повторением пройденного, учитель может предложить, чтобы учащиеся взаимно проверяли друг у друга выполненные задания. Об интересном опыте взаимной проверки и взаимопомощи учащихся на уроках арифметики доложил В. К. Дьяченко на Педагогических чтениях Академии педагогических наук в 1957 году[1].

---

[1] См. В. К. Дьяченко и А. Ф. Воробьева, Опыт проведения повторения в IV классе. В сборнике «Из опыта преподавания арифметики в начальной школе». Под редакцией М. И. Моро, изд. АПН РСФСР, М., 1958. См. также В. К. Дьяченко, Опыт организации повторения материала по арифметике в IV классе в четвертой четверти, «Начальная школа», 1957, № 4.

Во время самостоятельных занятий многие учащиеся, выполнив предложенное учителем задание раньше других, сидят затем на уроке без дела. На первый взгляд может казаться, что свободного времени здесь остается ничтожно мало и вряд ли стоит заботиться об его использовании. В действительности это не так. Наблюдения показывают, что на выполнение одного и того же задания по арифметике одни учащиеся нередко затрачивают в 3 раза больше времени, чем другие. Иногда это отношение бывает еще больше. При относительно больших по объему самостоятельных работах, какие часто практикуются в процессе повторения пройденного, многие школьники по окончании общеклассного задания иногда сидят без дела в течение 15—30 минут в ожидании, когда оно будет выполнено их медленно работающими одноклассниками. Некоторые учащиеся в это свободное время начинают заниматься посторонними делами, мешают работать детям, продолжающим выполнять учебное задание. Во избежание таких нежелательных явлений целесообразно давать дополнительные задания тем учащимся, у которых остается относительно много свободного времени по окончании общеклассной самостоятельной работы. Чтобы выполнение таких заданий не приводило к переутомлению учащихся, следует им рекомендовать отдохнуть и уже затем приняться за дополнительную работу, при этом они не обязаны выполнить ее всю, а лишь столько, сколько успеют.

В дополнительные задания следует включать такой учебный материал, который в дальнейшем не будет прорабатываться фронтально. Иначе учащиеся, выполняющие дополнительные задания, не будут иметь интереса к занятиям, на которых в дальнейшем будет рассматриваться уже проработанный ими материал. Некоторые учителя рекомендуют учащимся в свободное время на уроках составлять свои примеры или задачи и решать их. В этом случае опасения, о которых говорилось выше, отпадают. Такие задания очень полезны для развития творческих способностей учащихся. Упомянутый опыт заслуживает внимания.

## ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ

Домашние задания имеют большое образовательно-воспитательное значение. Они способствуют закреплению и углублению знаний, развитию и усовершенствованию навыков и умений, получаемых детьми на уроках. С другой стороны, хорошо приготовленные домашние задания создают основу для успешного усвоения нового учебного материала.

Наша школа должна не только давать детям знания, но и вооружать их умением самостоятельно овладевать знанием. Достижения этой цели учитель должен добиваться на уроках. Для этого должны быть также использованы домашние задания. Н. К. Крупская говорит по этому поводу: «Нам надо научить подрастающее поколение самостоятельно овладевать знанием. Это одна из важнейших проблем, которые должна разрешить наша советская школа... Задавание уроков на дом должно помогать вооружению ребят умением самостоятельно учиться»[1].

Не следует, однако, перегружать детей домашними заданиями. Преподавание должно вестись так, чтобы учебный материал в основном усваивался, а в определенной мере и закреплялся на уроках и чтобы задания на дом сводились к возможному минимуму.

В последние годы некоторые учителя стали вести обучение без домашних уроков. Этот опыт заслуживает внимания. Однако освобождать детей от домашних заданий можно только в том случае, если учебный материал усваивается и закрепляется на уроках в такой мере, что нет надобности в дальнейшем закреплении его с помощью заданий на дом, и если в процессе учебной работы в классе дети овладевают навыками самостоятельной работы. В противном случае игнорирование домашних заданий может отрицательно сказаться на успешности учебного процесса.

Чтобы домашние учебные занятия в полной мере оказывали свое положительное влияние на развитие детей, необходимо методически правильно организовать задавание уроков на дом и проверку домашних заданий. Рассмотрим каждый из этих вопросов в отдельности.

### Задавание уроков на дом

Домашние задания должны быть такой степени трудности, чтобы учащиеся могли справиться с ними самостоятельно.

Готовясь к уроку арифметики, учитель должен тщательно продумать содержание и объем домашнего задания, выбрав для этого такие упражнения, с которыми дети в состоянии справиться без посторонней помощи. На уроке перед тем, как дать задание на дом, учитель должен подумать, готовы ли дети к самостоятельному выполнению намеченного задания с тем, чтобы — если это вызывается необходимостью — облегчить задаваемые упражнения. Так, если на уроке объяснялось новое действие и учителю не удалось подготовить учащихся к самостоятельному выполнению его, то, вместо намеченных по плану примеров на новое действие, он должен задать на дом задачи или примеры на ранее пройденные действия. Задавание же задач и примеров на новое действие необходимо отложить до следующего урока, после того как дети будут хорошо подготовлены к самостоятельному выполнению этого действия.

Принимая во внимание, что при самостоятельной работе

---

[1] Н. К. Крупская, Избранные педагогические сочинения. Изд-во АПН РСФСР, М.—Л., 1948, стр. 202.

учащихся на уроке учитель может оказывать им нужную помощь, дома же они предоставлены сами себе, следует на дом задавать несколько более легкие задачи и примеры по сравнению с теми, какие решаются в классе.

Из сказанного вовсе не следует, что домашнее задание не должно содержать никаких трудностей. Самостоятельные домашние занятия детей по арифметике должны способствовать не только закреплению, но и углублению знаний детей, должны закалять их волю и развивать в них умение преодолевать трудности. Но трудности, которые встречаются при выполнении домашних заданий, должны быть посильны для детей. В противном случае учащиеся будут терять веру в свои силы и интерес к занятиям по данному предмету.

Основными видами домашних заданий по арифметике являются задачи и примеры. Особое внимание следует при этом уделять задачам ввиду их большого значения для развития мышления детей и для их подготовки к жизни.

Уже в I классе после того, как дети научатся читать и самостоятельно решать в классе те или иные виды задач, следует включать соответствующие задачи в домашние задания. Тем более это необходимо делать в последующих классах, где каждое домашнее задание по арифметике должно, как правило, содержать задачу.

С особой тщательностью надо производить подбор задач для младших классов, особенно для первого. Задачи для этого класса должны быть не только доступны по способу решения и иметь понятное детям содержание (что обязательно для всех классов), но и легкий для чтения текст.

Наряду с примерами на вновь изучаемое действие или с задачами нового типа, полезно систематически включать в домашние задания упражнения для повторения пройденного.

На дом можно предлагать учащимся и такие задания, как приготовление пособий для счета, письмо цифр, изготовление моделей мер и наглядных пособий, измерения, черчение геометрических фигур, заучивание правил, определений, подбор данных для задач и пр. Эти задания должны предлагаться детям в доступной и посильной для них форме.

При задавании домашних уроков по арифметике не следует подробно разбирать с детьми заданные на дом упражнения, так как чрезмерная помощь освобождает их от умственных усилий и тем самым снижает эффективность домашних учебных занятий. При правильной постановке преподавания, когда в классе систематически ведется обучение детей самостоятельной работе по арифметике, когда домашнее задание органически связано с хорошо усвоенным материалом и включает посильные для детей упражнения, нет надобности в постоянном предварительном разборе, а тем более в предварительном решении задаваемых на дом примеров и задач.

Лишь эпизодически, преимущественно в I и II классах, может требоваться предварительный разбор некоторых задач или примеров. Как правило же, при задавании домашних уроков достаточно коротких указаний, поскольку весь процесс обучения направлен на подготовку детей к самостоятельной работе. В дополнительной помощи могут иногда нуждаться лишь некоторые из отстающих учеников. Но эту помощь чаще всего целесообразно оказывать после уроков, так как, если давать им разъяснения на уроке, это может чрезмерно облегчить задание для остальных учащихся.

Задание должно быть четко сформулировано и кратко записано учителем на доске, так как при одной устной формулировке задания оно может быть неверно воспринято некоторыми детьми.

Полученное задание дети записывают в дневниках (если таковые имеются), в специально для этого предназначенных блокнотах, на полосках бумаги (закладках) и т. п.

Так как домашнее задание должно быть органически связано с материалом, изучаемым на уроке, и должно даваться после того, как этот материал хорошо понят учащимися, то естественно, что задание на дом должно быть завершающим моментом урока. Однако в отдельных случаях можно давать задание на дом в середине урока, если дети в достаточной мере к этому подготовлены. При планировании урока учитель должен продумать не только, что́ задать детям на дом, как их подготовить к самостоятельному выполнению задания, но и когда — в какой момент урока — задать его.

## Проверка домашних заданий

Проверка выполнения домашних заданий имеет важное значение. Систематическая, тщательно проводимая проверка приучает детей к добросовестному, аккуратному, точному выполнению заданий. Повседневная проверка домашней работы способствует подготовке детей к восприятию нового учебного материала, выявляет, как усвоен детьми изученный материал, и тем помогает учителю более правильно планировать и лучше проводить уроки, показывает ему, какие коррективы следует внести в план и содержание урока.

В практике некоторых учителей при проверке заданных на дом задач и примеров учащиеся, по вызову учителя, читают вопросы плана и действия по записям в своих тетрадях. Такая система проверки не дает учителю возможности выявить тех учеников, которые выполняли заданную работу не вполне самостоятельно. Чтобы проверка давала возможность в достаточной мере точно и объективно учитывать качество выполнения домашнего задания, вызываемому для ответа ученику не следует разрешать пользоваться записями в своей тетради.

П р о в е р к а   з а д а ч и  может проводиться так: вызванный ученик сдает свою тетрадь учителю и читает условие по задачнику. Затем он записывает решение задачи на доске. Чтобы проверка домашних заданий не отнимала много времени, можно, пока вызванный ученик решает задачу, проводить с остальными учащимися проверку заданных примеров или даже устный счет, заслушивая объяснение задачи после того, как ее решение записано на доске.

Если проверка задачи проводится без записи на доске, учащиеся, неверно решившие ее, часто не в состоянии понять, в чем они ошиблись. Когда же проверка сопровождается записью решения на доске, ученики, допустившие ошибки в домашней работе, легко найдут свои ошибки, лучше поймут правильное решение задачи.

Проверка домашнего задания не достигнет своей цели, если ограничиться опросом лишь одного-двух учащихся Следует каждый раз предлагать отдельные вопросы всем учащимся, чтобы убедиться, в какой мере весь класс справился с заданием.

Свои вопросы учитель может задавать классу после объяснения вызванным учеником плана и решения задачи, частично же в процессе этого объяснения (последнее главным образом в случае допущения вызванным учеником неточностей или ошибок).

Учитель может требовать от учащихся формулировки отдельных вопросов плана, объяснения, почему выбрано то или иное действие, объяснения значения полученных результатов и др.

Проверка не должна отнимать много времени; достаточно, чтобы вызванный ученик при объяснении решения ограничивался формулировкой вопросов плана, указанием действий и объяснением значения полученных результатов не объясняя подробно, почему выбрано то или иное действие. Краткое объяснение допустимо здесь потому, что мы имеем дело не с решением новой задачи, а лишь с проверкой решенной задачи

В целях еще большей экономии времени можно иногда допустить, чтобы опрашиваемый ученик при объяснении задачи ограничивался формулировкой вопросов плана и объяснением значения результатов действий, не указывая самих действий, поскольку последние записаны на доске.

В III классе была задана на дом задача· «Колхоз собрал 1126 *т* пшеницы, ржи — на 178 *т* меньше, чем пшеницы, а ячменя — в 2 раза меньше, чем ржи. Сколько всего тонн зерна собрал колхоз?».

Проверяя на следующий день, как выполнено это задание, учитель предложил вызванному ученику записать на доске решение задачи (ученик сдал свою тетрадь учителю) Пока ученик решал задачу на доске, в классе была проведена проверка заданных на дом примеров, после чего было заслушано объяснение задачи.

Ученик рассказал условие, а затем, по предложению учителя, объяснил план задачи и значение полученных результатов.

1. Сколько тонн ржи собрал колхоз? Колхоз собрал 948 *т* ржи.

2. Сколько тонн ячменя собрал колхоз? Колхоз собрал 474 *т* ячменя.

3. Сколько всего тонн зерна собрал колхоз? Всего колхоз собрал 2548 *т* зерна.

Благодаря краткому объяснению ответ ученика отнял немного времени.

Учитель предложил затем учащимся класса закрыть тетради и, указывая на решение, записанное на доске, спрашивал их: что узнавали первым действием? вторым? третьим? На этом проверка задания была закончена.

Примеры, решаемые с помощью устных вычислений, могут проверяться так: ученик читает примеры по задачнику, предварительно сдав свою тетрадь учителю. Чтобы можно было в достаточной мере выявить, как ученик приготовил урок, следует требовать от него решения не одного примера, а нескольких (2—4), в зависимости от их сложности.

Как и при проверке задачи, целесообразно наряду с обстоятельным опросом 2—3 учеников предлагать вопросы всем учащимся для того, чтобы проверить, как класс в целом приготовил заданный урок. Учитель может требовать от учащихся решения отдельных более трудных примеров, входивших в состав домашнего задания, объяснения приемов, с помощью которых они решали тот или иной пример.

Иногда после проверки полезно предложить всем учащимся закрыть тетради, после чего им предлагается один или два более трудных примера из числа заданных на дом. Задание учителя может быть формулировано примерно так: «В домашней работе был пример 76 : 4. Какой ответ получился у вас?».

Проверяя примеры, решаемые с помощью письменных вычислений, учитель может одновременно вызвать 2—3 учеников и каждому из них предложить решить на доске 1—2 примера. Пока эти ученики выполняют задание на доске, он может провести с классом занятие устным счетом.

Когда на дом задают задачи, следует советовать учащимся, чтобы они после письменного решения повторили устно ее объяснение, готовясь таким образом к хорошему ответу в классе. С той же целью, задавая на дом примеры, решаемые с помощью устных вычислений, полезно рекомендовать детям, чтобы после записи решения они 2—3 раза устно решали заданные примеры.

На проверку домашних заданий по арифметике иногда тратится 20—25 минут и остается мало времени на изучение нового материала. Чтобы проверка не отнимала много времени, следует: а) давать посильные, не перегруженные по объему задания и б) экономно проводить их проверку, в частности, можно на уроке ограничиться проверкой задачи и нескольких (немногих) примеров, а остальное проверять во внеурочное время по записям в тетрадях.

При описанной выше системе проверки домашних заданий учитель может с большей достоверностью оценивать ответы опрашиваемых учеников, поскольку последние не пользуются записями в своих тетрадях. В случае, если учитель находит ответ ученика недостаточным для оценки его знаний, он может задать ему 2—3 дополнительных вопроса.

Наряду с описанными выше могут быть использованы и другие приемы проверки домашних заданий, если они стимулируют учащихся к самостоятельному высококачественному приготовлению домашних уроков и дают возможность проверять, как понят и усвоен детьми соответствующий учебный материал.

---

В настоящей главе было уделено большое внимание приемам, способствующим повышению познавательной активности детей. Наряду с этими приемами большое стимулирующее значение для активности учащихся имеет их моральный дух. Учитель должен поддерживать в своих учащихся жизнерадостность, уверенность в своих силах, будить в них любознательность, интерес к новым знаниям. Следует поддерживать в детях чувство удовлетворения ростом своих умственных сил, своей самостоятельности, радостное ощущение успеха в учебе, достигнутого отдельными учащимися и всем классом, стремиться вызвать у детей подъем в работе, радость труда.

Внимательным, чутким отношением к детям учитель добивается, чтобы они не падали духом в случае неудач, не боялись трудностей, а мобилизацией своих сил старались их преодолевать.

Учитель должен в максимальной мере использовать благоприятные условия, которые создаются для успешного учения в коллективе, добиваясь, чтобы активность и успехи в учебе одних учеников служили стимулом для активной успешной деятельности других, чтобы каждый ученик радовался не только своим личным успехам, но и успехам своих товарищей, своего класса, жил бы радостями и горестями классного коллектива, дорожил бы его честью.

# ГЛАВА ТРЕТЬЯ

# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Решение задач имеет большое образовательное и воспитательное значение. Оно способствует развитию мышления, речи, воображения, внимания и памяти учащихся. В процессе решения задач формируются понятия о связях между величинами, совершенствуются вычислительные навыки.

Решение задач приучает детей к целеустремленности и настойчивости, к экономному выбору средств для достижения цели, к работе по плану, к обоснованию и анализу своих действий.

Арифметические задачи распадаются на 2 большие группы: п р о с т ы е, для решения которых требуется одно действие, и с о с т а в н ы е, решаемые двумя и бо́льшим числом действий.

## ПРОСТЫЕ ЗАДАЧИ

Решение простых задач помогает формированию понятий об арифметических действиях и о зависимости между величинами, способствует закреплению вычислительных навыков, содействует подготовке к жизни, где решение таких задач находит частое применение. Значение простых задач заключается, кроме того, в подготовке учащихся к решению составных задач, в которые простые задачи входят как элементы.

### Виды простых задач

Простые задачи на каждое из 4 арифметических действий весьма разнообразны. Однако нет основания для выделения каждой вариации этих задач в особый вид. Достаточно выделять в самостоятельный вид лишь такие задачи, которые отличаются от других задач на данное действие приемами рассуждений, используемыми при их решении.

Рассмотрим основные виды простых задач.

Задачи на сложение. I. Задачи, в которых требуется найти сумму двух чисел, например: «Брат сделал 3 флажка, а сестра —5. Сколько флажков сделали брат и сестра вместе?»

II. Задачи, в которых требуется увеличить данное число на несколько единиц: «Брат сделал 3 флажка, а сестра — на 2 флажка больше. Сколько флажков сделала сестра?»

III Задачи, в которых по данному вычитаемому и остатку требуется найти уменьшаемое: «Девочка прочитала 40 страниц книги После этого ей осталось прочитать еще 8 страниц. Сколько страниц было в книге?»

**Задачи на вычитание.** IV. Задачи, в которых требуется найти ~~остаток~~, например: «Ученику задано нарисовать 6 елочек. Он уже нарисовал 4 елочки. Сколько елочек ему осталось нарисовать?»

V. Задачи, в которых требуется уменьшить данное число на несколько единиц: «В детском саду 7 белых мячей, а черных — на 2 меньше. Сколько черных мячей в детском саду?»

VI. Задачи, в которых требуется узнать, на сколько одно число больше или меньше другого: «В первом классе 7 отличников, а во втором 10. На сколько отличников больше во втором классе, чем в первом?»

VII. Задачи, в которых по сумме двух слагаемых и одному из них требуется найти другое слагаемое: «За два дня в саду посадили 70 кустов крыжовника. Из них во второй день посажено 45 кустов. Сколько кустов посажено в первый день?»

VIII. Задачи, в которых по данному уменьшаемому и остатку требуется найти вычитаемое: «Пионерам надо было посадить всего 70 деревьев. К концу первого дня работы им осталось посадить 45 деревьев. Сколько деревьев они посадили в первый день?»

**Задачи на умножение.** IX. Задачи, в которых требуется повторить данное число слагаемым несколько раз, например: «Охотник ходил на охоту 2 раза и каждый раз приносил по 5 белок. Сколько всего белок принес он с охоты?»

X. Задачи, в которых требуется увеличить данное число в несколько раз: «Один охотник принес с охоты 5 белок, а другой — в 2 раза больше. Сколько белок принес с охоты другой охотник?»

**Задачи на деление.** Различают 2 вида задач на деление: деление на части и деление по содержанию. К делению на части относятся следующие виды задач:

XI. Задачи, в которых требуется разделить данное число на несколько равных частей, например: «12 пионеров построились в 3 ряда поровну. Сколько пионеров было в каждом ряду?»

XII. Задачи, в которых требуется найти часть данного числа: «В тетради было 16 страниц. Ученик исписал половину тетради. Сколько страниц он исписал?»

XIII. Задачи, в которых требуется уменьшить данное число в несколько раз: «Осенью в саду посадили 18 яблонь, а весной — в 2 раза меньше. Сколько яблонь посадили весной?»

К делению по содержанию относятся следующие виды задач:

XIV. Задачи, в которых требуется узнать, сколько раз одно число содержится в другом: «В книге 32 страницы. Мальчик каждый день читал по 8 страниц. Сколько дней читал он книгу?»

XV. Задачи, в которых требуется узнать, во сколько раз одно число больше или меньше другого: «Пионеры хотели сделать 9 скворечен, а сделали — 18. Во сколько раз больше скворечен они сделали?»

На первых шагах обучения каждый новый вид простых задач представляет для учащихся специфические трудности, вытекающие из приемов рассуждений, какие требуются для правильного выбора действия. Поэтому простые задачи следует вводить постепенно, чтобы учащиеся знакомились с каждым новым их видом лишь после того, как хорошо осмыслят способ решения ранее рассмотренных видов задач. Но, знакомя учащихся с каждым видом простых задач в отдельности, следует иметь в виду связи, существующие между некоторыми из них, и рассматривать такие виды задач не изолированно друг от друга, а в тесной связи.

Возьмем для примера приведенные выше XI, XII, и XIII виды задач. При решении каждой из этих задач требуются особые приемы рассуждений, а потому они выделены в особые виды. Но эти 3 вида задач родственны между собой, поскольку при их решении приходится делить числа на равные части.

Аналогичная связь существует между XIV и XV видами задач, при решении которых применяется деление по содержанию.

В определенной связи друг с другом следует также рассматривать задачи на увеличение и уменьшение на несколько единиц и на разностное сравнение; на увеличение и уменьшение в несколько раз и на кратное сравнение.

Необходимо также учитывать связи, существующие между прямыми и обратными задачами. Рассмотрим две задачи:

«Девочка прочитала в первый день 16 страниц книги, а во второй день — 14. Сколько страниц прочитала она за два дня?»

«За два дня девочка прочитала 30 страниц. Из них в первый день 16. Сколько страниц прочитала она во второй день?»

Искомое первой из этих задач является данным второй задачи, а одно из данных первой служит искомым второй. Вторую задачу можно поэтому рассматривать как обратную по отношению к первой. В аналогичной связи между собой находятся и некоторые другие виды простых задач.

Увеличение и уменьшение числа на несколько единиц и в несколько раз иногда бывает в задачах выражено в косвенной форме. Сравним задачи:

«У брата 30 марок, а у сестры на 2 (или в 2 раза) меньше, Сколько марок у сестры?»

«У брата 30 марок, на 2 (или в 2 раза) больше, чем у сестры. Сколько марок у сестры?»

Обе задачи решаются одинаково. Но в первой прямо говорится, на сколько (или во сколько раз) меньше марок у сестры, чем у брата. Во второй же задаче это дается в косвенной форме: в условии говорится, что у брата их на 2 (или в 2 раза) больше, чем у сестры. Из этого заключаем, что у сестры их на 2 (или в 2 раза) меньше, после чего получаем задачу, идентичную первой.

Дополнительные рассуждения, которые требуются при решении второй задачи, делают ее намного труднее первой. Задачи на увеличение и уменьшение, выраженные в косвенной форме, вводятся в III—IV классах после того, как дети научатся хорошо решать соответствующие виды задач в прямой форме.

В процессе обучения постепенно вводятся сначала более легкие виды простых задач, затем — более трудные. Так, сначала вводится первый вид задач на сложение (см. стр. 43). После усвоения детьми способа решения этих задач их знакомят с задачами на вычитание, в которых требуется найти остаток. Позже вводятся задачи на увеличение на несколько единиц, потом задачи на уменьшение на несколько единиц и т. д. Простые задачи вводятся вперемежку с составными; например, после ознакомления учащихся с указанными выше двумя видами простых задач вводятся составные задачи, включающие эти 2 вида. В дальнейшем каждый раз, после усвоения детьми способа решения нового вида простых задач, последний включается в составные задачи. Решение простых задач, таким образом, тесно переплетается с решением составных. Однако для удобства изложения мы отдельно рассмотрим вопросы, связанные с обучением решению простых и составных задач.

Вопрос о классификации простых задач широко обсуждался в последние годы в методической литературе. В развернувшейся дискуссии был выдвинут ряд предложений, из которых наиболее ценными являются классификации Л. Н. Скаткина и Н. С. Поповой [1].

В работах этих авторов заслуживает внимания попытка проследить связи, существующие между различными видами простых задач. Каждая из этих классификаций, хотя они разнятся друг от друга, вносит определенный вклад в разработку этого важного вопроса. К сожалению, ни одному из названных авторов не удалось в достаточной мере ясно показать, как расположение задач в соответствии с данной классификацией может содействовать повышению эффективности обучения. Классификация Н. С. Поповой, кроме того, слишком сложна.

---

[1] Л. Н. Скаткин, «Виды простых арифметических задач», «Начальная школа», 1949, № 2.

Н. С. Попова, «К вопросу о видах простых арифметических задач», «Начальная школа», 1949, № 5.

См. также: Л. Н. Скаткин, Обучение решению простых арифметических задач, М., 1954.

Н. С. Попова, Методика преподавания арифметики в начальной школе, Л., 1955.

Вопрос о классификации простых задач не может считаться окончательно разрешенным и требует дальнейшего исследования.

## Обучение решению простых задач

**Задачи на сложение и вычитание. Нахождение суммы и остатка.** Задачи на нахождение суммы вводятся с первых уроков арифметики и вначале носят характер практических заданий, выполняемых на предметах, без записи решения. Последняя вводится после того, как дети ознакомятся со сложением и научатся записывать решение примеров на это действие.

Задачи на сложение на первых порах полезно не только иллюстрировать с помощью наглядных пособий, но и инсценировать. Так, если в задаче рассказывается о мальчике, который купил сначала 4 книги, а потом еще одну, то вызванному ученику, который изображает мальчика-покупателя, последовательно дают указанное число книг. Если в задаче идет речь о девочке, которая собирала камешки у реки, можно вызвать к доске ученицу, которая должна изобразить то, о чем рассказывается в задаче (взять корзиночку и класть в нее камешки).

Наглядные пособия следует, по возможности, применять так, чтобы учащиеся видели только складываемые группы предметов, искомое же число должно быть на время скрыто от них. Пусть ученику дано задание положить в корзиночку сначала 3 гриба, а потом еще 2 (имеются в виду макеты или рисунки) и спрашивается, сколько всего грибов в корзиночке. Число последних вначале скрывают от глаз учащихся. Только после заслушивания их ответов учитель, если находит это нужным, вынимает грибы из корзиночки, и дети сосчитывают их.

Искомое число предметов можно скрывать, кладя их в коробку или накрывая бумагой. При таком применении наглядных пособий учащиеся лучше осмысливают особенности задачи, в частности, это помогает им понять, что в задаче ставится вопрос, на который надо дать ответ.

Ознакомление учащихся с записью решения задач на сложение может быть проведено следующим образом.

Учащимся предлагается задание:

«К 3 карандашам прибавить 1 карандаш. Сколько всего получится карандашей?»

Записывается решение так: $3+1=4$.

Хотя в этой записи отсутствуют наименования [1], все же она читается так: «К 3 карандашам прибавить 1 карандаш, получится 4 карандаша».

---

[1] По понятным причинам, наименования у компонентов действий в это время не ставятся. Запись наименований вводится позже, когда дети научатся писать буквы.

Как видно, приведенное задание было сформулировано так, что в нем прямо указывалось требуемое для решения действие.

После этого можно взять задачу:

«У девочки было 5 карандашей. Она купила еще 1 карандаш. Сколько всего карандашей стало у девочки?»

Благодаря близости содержания этой задачи с содержанием предыдущей, учащимся нетрудно понять запись решения, в особенности, если иллюстрировать ее карандашами.

Вслед за задачей о карандашах могут быть взяты задачи о покупке тетрадей, перьев, картинок и т. п. Эти задачи по своему содержанию близко примыкают к первым двум, поэтому детям нетрудно понять, как записывается их решение.

Следующие задачи данного вида имеют уже более разнообразное содержание, но все они по возможности берутся из близкого детям окружения.

Первые задачи на сложение иллюстрируются реальными предметами или дидактическим счетным материалом. В дальнейшем наглядность применяется лишь в тех случаях, когда решение задачи затрудняет учащихся.

Большое внимание следует уделить формированию у детей **понятий о задаче и ее основных элементах.**

Первые задачи дети только слушают, не повторяя условий, при этом, прежде чем предлагать задачу, учитель каждый раз сообщает детям о предстоящем занятии, призывая их внимательно слушать *задачу*. Затем вводится повторение задачи детьми, сначала только по вопросам учителя, а затем и целиком.

Повторяя условие, некоторые учащиеся опускают вопрос задачи, называя вместо этого полученный результат, например:

«Мальчик вырезал 8 кружков, а потом еще 1 кружок. Всего 9 кружков».

Во избежание этого на первых порах следует каждый раз предупреждать опрашиваемого ученика, что он должен повторить задачу так, как рассказывал ее учитель, а остальных учащихся, что они должны будут потом дать ответ на вопрос задачи. Иногда, кроме того, полезно вызвать к доске ученика, который должен будет первым дать этот ответ. Такие предупреждения стимулируют ученика, повторяющего условие, ставить в конце его вопрос, на который остальные ученики призваны дать ответ.

Хотя числовые данные простой задачи нетрудно запомнить, полезно записывать их на доске, чтобы яснее выступало, что́ дано в задаче. Такие записи помогают также понять, что в задаче даются 2 числа, по которым надо найти новое, искомое число.

Так постепенно в процессе решения задач различных видов учащиеся знакомятся с терминами «задача, вопрос, условие, решение, ответ задачи» и получают понятие об основных элементах задачи.

В задаче, в отличие от примера, не дается в готовом виде действие, которое требуется выполнить. Эту особенность задач следует иметь в виду с первых шагов обучения их решению. Вначале, касаясь выбора действия, учитель спрашивает учащихся: «Как записать решение задачи?» или «Как вы это узнали?» (речь идет о полученном детьми ответе). В дальнейшем, когда учащиеся — в результате решения многих задач данного и других видов — более подготовлены, можно прямо ставить вопрос: какое действие надо выполнить для решения задачи? или: каким действием решается задача?

З а д а ч и н а в ы ч и т а н и е, в к о т о р ы х т р е б у е т с я н а й т и о с т а т о к, вводятся в основном так же, как и рассмотренные выше задачи на сложение. Поэтому ограничимся немногими указаниями.

Практические задания, связанные с вычитанием, могут предлагаться с первых уроков арифметики параллельно с аналогичными заданиями на сложение. С задачами же на вычитание и с записью их решения можно знакомить учащихся после того, как они научатся записывать решение примеров на это действие.

Ознакомлению учащихся с новым видом задач предпосылается задание, в котором прямо указано требуемое действие, например «От 3 кружков отнять 1 кружок. Сколько кружков останется?»

После этого можно взять задачу: «У девочки было 2 мяча. Один мяч она подарила подруге. Сколько мячей осталось у девочки?»

За этой задачей следуют близкие по содержанию задачи о книгах, игрушках, красках, а затем задачи с более разнообразным содержанием.

Задачи на вычитание, как и на сложение, сначала решаются коллективно, всем классом, под руководством учителя, который, пользуясь методом беседы, с помощью соответствующих вопросов приводит учащихся к правильному решению. Последнее записывается на доске и в тетрадях. Вслед за коллективным решением рассмотренных видов задач вводится индивидуальное решение их, сначала полусамостоятельное, затем самостоятельное.

После того как указанные выше задачи на сложение и вычитание рассмотрены в отдельности, приступают к решению смешанных задач на эти действия.

Учащиеся иногда ассоциируют сложение со словами «принесли», «прилетели», «нашли», «купили» и т. п., а вычитание — со словами «унесли», «улетели», «уплыли», «потеряли», «отрезали» и т. п. и этим руководствуются при выборе действий для решения задачи, что нередко приводит к ошибкам. Во избежание этого следует приучать детей при выборе действия принимать во внимание не отдельные слова из текста задачи, а содержание ее в целом, включая вопрос. Кроме того, полезно иногда предлагать детям задачи, в которых фигурировали бы слова «унесли», «улетели», «потеряли», «отрезали» и даже слово «осталось», но которые решались бы не вычитанием, а сложением, например:

«От куска материи отрезали сначала 7 *м*, а потом 3 *м*. Сколько всего метров материи отрезали?»

«После покупки перьев у мальчика осталось 5 коп. и 2 коп. Сколько денег осталось у мальчика?»

**Увеличение и уменьшение данных чисел на несколько единиц. Разностное сравнение.** К решению задач на увеличение и уменьшение данных чисел полезно подготовлять учащихся уже при изучении действий в пределе 10, обращая их внимание на то, что после прибавления к данному числу одной или нескольких единиц оно становится больше, а после вычитания из данного числа одной или нескольких единиц оно становится меньше.

Чтобы учащимся легче было понять смысл увеличения и уменьшения на несколько единиц, следует решать задачи, в которых фигурируют слова «столько же».

Приведем образец таких задач:

«Коле дали 3 тетради и Васе столько же. Сколько тетрадей дали Васе?»

(Вызвав к доске Колю и Васю, учитель дает первому 3 тетради, чтобы все учащиеся видели, сколько тетрадей ему дали, а Васе он дает тетради завернутыми в бумагу).

«Галя нашла у реки 5 белых камешков и столько же красных. Сколько всего камешков нашла Галя?»

Выяснение смысла задач на у в е л и ч е н и е числа на несколько единиц может быть проведено так:

Ученику предлагается отложить на одной проволоке классных счетов 4 косточки и на другой столько же, а затем — отложить на одной проволоке 5 косточек, а на другой столько же и еще 2. При этом выясняют, что на второй проволоке получилось на 2 косточки больше, чем на первой.

После таких подготовительных упражнений предлагается задача: «Отложить на одной проволоке классных счетов 6 косточек, а на другой — на 2 косточки больше. Сколько косточек нужно отложить на второй проволоке?» При решении этой задачи выясняется, что на второй проволоке надо отложить столько же косточек, сколько на первой, и еще 2.

Подобным образом смысл увеличения на несколько единиц выясняется при решении задач: «Дать одному ученику 3 книги, а другому — на одну книгу больше». «Нарисовать на первой строчке 5 кружков, а на второй — на 3 больше» и т. д.

Постепенно переходят к частичной наглядности: находят результат путем вычислений и уже затем иллюстрируют его счетным материалом. Так, выполняя последнее задание, рисуют на первой строке 5 кружков, а затем рассуждают так: на второй строке надо нарисовать на 3 кружка больше, чем на первой. Это значит, что на второй строке надо нарисовать столько кружков, сколько на первой, и еще 3. К 5 прибавить 3 получится 8. На второй строке надо нарисовать 8 кружков.

После таких упражнений можно перейти к решению задач без помощи наглядных пособий. Но и тут следует уделять достаточно внимания выяснению смысла увеличения на несколько единиц, при этом если словесное объяснение оказывается недостаточным, необходимо применять наглядность. Так, при решении задачи: «С одного куста сняли 6 помидоров, а с другого — на три помидора больше. Сколько помидоров сняли с другого куста?» — учитель может нарисовать на доске 6 кружков для обозначения 6 помидоров, которые сняли с первого куста, и предложить вызванному ученику нарисовать под первым рисунком столько кружков (помидоров), сколько сняли со второго куста.

Вначале решаются задачи, в которых фигурирует термин «больше», затем переходят к решению задач, в которых увеличение на несколько единиц выражается терминами «дороже», «длиннее», «выше», «глубже», «шире» и т. п.

Смысл уменьшения на несколько единиц выясняется примерно так же, как увеличения на несколько единиц.

На столе лежит 5 книг. Со стола снимают 2 книги. Устанавливают, что на столе стало на 2 книги меньше.

Учащимся предлагается отложить на верхней проволоке 6 косточек и столько же на нижней. Затем предлагается снять с нижней проволоки 2 косточки. Выясняется, что вначале на верхней и нижней проволоках было косточек поровну, а затем на нижней проволоке стало на 2 косточки меньше.

Учитель предлагает отложить на одной проволоке 7 косточек, а на другой — на 1 косточку меньше. В беседе устанавливают, что на второй проволоке следует отложить столько косточек, сколько на первой, а затем отнять одну (или столько же косточек, сколько на первой, без одной).

После решения нескольких задач на счетах и других наглядных пособиях результат действия начинают находить с помощью вычислений и уже затем иллюстрируют счетным материалом. Пусть требуется положить в одном ряду счетной таблицы 8 картинок, а в другом — на 3 картинки меньше. Положив 8 картинок в одном ряду, рассуждают так: во втором ряду надо положить на 3 картинки меньше, чем в первом. Это значит, что во втором ряду надо положить 8 картинок без 3. От 8 отнять 3 получится 5. Во втором ряду надо положить 5 картинок.

Постепенно переходят к решению задач без помощи наглядных пособий. Сначала решают задачи, в которых фигурирует термин «меньше», затем вводятся термины: «дешевле», «короче», «ниже» и т. п.

Рассмотрение разностного сравнения чисел начинают с решения задач, в которых требуется узнать, на сколько одно число больше или меньше другого, затем (на следующих уроках) переходят к решению задач, в которых спрашивается на сколько один предмет длиннее (шире, выше), тяжелее (легче), дороже (дешевле) другого, и т. д.

На первом уроке дети вначале находят разность сравниваемых множеств чисто практически, затем начинают находить разность посредством вычитания. От полной наглядности переходят к частичной, а затем к решению задач без помощи наглядных пособий. Этот урок может быть проведен так.

а) Учитель рисует на доске один столбик в 9 клеток и рядом другой — в 6 клеток.

Проводится беседа:

— В каком столбике больше клеток?

— Покажите, на сколько клеток больше в первом столбике, чем во втором.

— Итак, на сколько в первом столбике больше клеток?

Аналогичным образом затем выясняют, в каком столбике **меньше** клеток и на сколько.

б) Учитель дает одному ученику 5 тетрадей, а другому 7. Ставятся вопросы: какой ученик получил больше тетрадей? На сколько больше тетрадей получил он?

При выяснении способа решения этой задачи первый ученик кладет на стол полученные им 5 тетрадей, второй кладет туда столько же тетрадей. После этого у второго ученика остается 2 тетради. В последующей беседе обсуждаются вопросы: сколько тетрадей получил второй ученик? Сколько тетрадей он взял из них, когда отложил столько, сколько их было у первого? Сколько у второго ученика осталось тетрадей? Почему у него осталось 2 тетради? (потому, что у него их было больше на две). Как записать решение задачи? (7 т. — 5 т. — 2 т.).

Решение задачи записывается на доске и в тетрадях. После того как в результате решения узнают, что второй ученик получил больше на 2 тетради, в дальнейшей беседе выясняют: кто из учеников получил **меньше** тетрадей и на сколько?

в) Учащимся предлагается задача: «В начале года в нашем классе было 30 кисточек для клея, а теперь 45 На сколько больше стало кисточек?

Учитель показывает 45 кисточек или палочек (4 пучка-десятка и 5 единиц), от которых в процессе решения задачи отнимают 30 (3 десятка).

Задача решается устно, затем дети записывают решение в тетрадях. В последующей беседе выясняют, что она решалась бы так же, если бы спрашивалось, на сколько **меньше** кисточек было в начале учебного года, чем теперь. Делается вывод, как узнать, на сколько одно число больше или меньше другого (нужно из большего числа вычесть меньшее).

Следующую задачу (из задачника) учащиеся на данном уроке решают уже самостоятельно. (Если позволяет время, то решают так еще одну или две задачи). На первом уроке учащиеся решают задачи только в 1 действие. Начиная со второго урока, решение простых задач чередуется с решением составных.

Задачи, в которых сравнивается длина или вес предметов, цены товаров и т. д., легко сводятся к задачам, в которых требуется узнать, на сколько одно число больше или меньше другого. Так, вопрос задачи, на сколько новый дом выше старого, можно заменить вопросом: на сколько высота нового дома больше высоты старого. Если в задаче спрашивается, на сколько дней раньше срока колхоз убрал овощи, то этот вопрос можно по-другому изложить так: на сколько меньше дней колхоз затратил на уборку овощей, чем он должен был это сделать по плану? Поэтому, если учащиеся хорошо поняли способ решения задач, в которых спрашивается, на сколько одно число больше или меньше другого, решение других задач на разностное сравнение обычно не представляет для них особых затруднений. Не останавливаясь вследствие этого на решении различных задач данного вида, считаем необходимым лишь указать, что при решении некоторых задач, в которых сравнивается длина или вес, полезно проводить измерение и взвешивание сравниваемых предметов.

Задачи на увеличение и уменьшение данных чисел на несколько единиц и на разностное сравнение — после рассмотрения каждого из этих видов в отдельности — затем сопоставляют, для чего (так же как при сопоставлении задач на нахождение суммы и остатка) полезно брать задачи с близким содержанием и одинаковыми числовыми данными.

**Нахождение одного из слагаемых, вычитаемого или уменьшаемого.** Для облегчения выбора действий при решении задач на нахождение одного из слагаемых условия первых задач данного вида полезно излагать так, чтобы неизвестное слагаемое отыскивалось как остаток, например: «Для украшения класса к празднику дети сделали 14 флажков в 2 дня. В первый день они сделали 6 флажков, во второй день — остальные. Сколько флажков они сделали во второй день?»

По характеру изложения условия эта задача приближается к задачам, в которых требуется найти остаток. Решение таких задач поэтому сравнительно легко дается учащимся и является хорошей подготовкой к решению задач данного вида, изложенных более сжато, например: «Две девочки сделали к празднику 12 звездочек. Одна девочка сделала 5 звездочек. Сколько звездочек сделала другая девочка?»

Лучшему пониманию данного вида задач содействует наглядность, преимущественно частичная, например, читая первую часть условия последней задачи, учитель показывает детям коробку, в которой лежит 12 звездочек. Читая затем вторую часть условия, он вынимает из коробки 5 звездочек и показывает их учащимся, после чего предлагает им узнать, сколько звездочек сделала другая девочка, или сколько звездочек осталось в коробке.

Некоторую помощь при решении этого вида задач может оказать запись числовых данных условия. Так, если кто-либо из учащихся, как это иногда наблюдается, намерен решать последнюю задачу сложением (5+7=12), учитель ссылаясь на запись условия на доске, может указать, что в условии нет числа 7. Опыт показывает, что этого иногда достаточно, чтобы ученик осознал и исправил свою ошибку.

Задачи на нахождение вычитаемого можно рассматривать как разновидность задач на нахождение одного из слагаемых. Сравним приведенные выше образцы этих видов (стр. 44). В той и другой задаче число «70» есть сумма двух чисел, одно из которых равно 45, и требуется найти другое число. И в рассуждениях при решении каждой из этих задач много общего.

В первой задаче мы рассуждаем:

«За два дня посажено 70 кустов, из них во второй день 45, а остальные в первый. Чтобы узнать, сколько кустов посажено в первый день, надо от 70 кустов отнять 45 кустов».

Во второй задаче рассуждения ведутся примерно так:

«Всего надо было посадить 70 деревьев. К концу первого дня осталось посадить еще 45, остальные деревья пионеры уже посадили. Чтобы узнать, сколько деревьев посадили, надо от 70 деревьев отнять 45 деревьев».

Отсюда следует, что первым задачам на нахождение вычитаемого полезно предпосылать близкие по содержанию задачи на нахождение одного из слагаемых. Вообще же при решении задач на нахождение вычитаемого надо добиваться, чтобы учащиеся воспринимали большее число (уменьшаемое) как сумму двух слагаемых, а меньшее (остаток), как одно из этих слагаемых.

Серьезные затруднения для учащихся представляет выбор действия при решении задач, в которых по данному вычитаемому и остатку требуется найти уменьшаемое. Так, задачу: «Мальчик купил книгу за 5 руб. После этого у него осталось 2 руб. Сколько денег было у мальчика до покупки?» — некоторые учащиеся решают вычитанием вместо сложения.

Чтобы избежать подобных ошибок, следует при разборе этой задачи выяснить, что до покупки у мальчика были и те 5 руб., которые он уплатил за книгу, и те 2 руб., которые у него остались. Поэтому чтобы узнать, сколько денег было у него до покупки, надо к 5 руб. прибавить 2 руб. Эту задачу иногда полезно инсценировать: к доске вызывается ученик, изображающий мальчика, о котором рассказывается в задаче. Этому ученику дают 5 руб. и 2 руб.

Иногда при решении подобных задач уместно применить рисунок. Так, при решении задачи: «Хозяйка купила несколько груш. За завтраком съели 4 груши. После этого осталось 6 груш. Сколько груш купила хозяйка?»—можно предложить детям нарисовать столько груш, сколько их купила хозяйка. (При наличии готовых рисунков можно выставить соответствующее число их на счетной таблице.)

**Задачи на умножение и деление. Повторение числа слагаемым несколько раз. Деление на части и по содержанию.** Смысл умножения усваивается многими детьми с трудом. Уже в дошкольном возрасте, на основе повседневных наблюдений и опыта, у детей развиваются понятия «прибавить», «отнять», «делить». Этого нельзя сказать о понятии «повторение группами», для развития которого слишком мало стимулов в детском опыте. Правильный выбор действия в задачах на умножение дается детям с трудом еще потому, что в большинстве этих задач в условии сначала дается множитель, а затем множимое, например: «Куплено 5 лимонов по 2 руб. Сколько всего денег уплатили?» Все это обязывает учителя с особой тщательностью вести обучение решению задач на умножение.

В качестве первых задач на умножение следует брать такие, в которых выбор действия как бы подсказывается текстом условия, например:

«Из сахарницы брали по 2 куска сахару 3 раза. Сколько всего кусков сахару взяли?»

«Из корзины взяли 5 раз по 2 яблока. Сколько всего яблок взяли?»

Из текста этих задач легко вывести, что для решения первой задачи надо по 2 куска взять 3 раза, а для решения второй нужно по 2 яблока взять 5 раз. Правильный выбор действия при решении таких задач особенно облегчается, когда они инсценируются, например, когда дети, по предложению учителя, изображают, как они якобы берут из сахарницы 3 раза по 2 куска сахару или как они берут из корзины 5 раз по 2 яблока. (Вместо кусков сахару берутся кубики, вместо яблок — кружки.)

Гораздо труднее детям понять выбор действия при решении таких задач на умножение, как например:

«Чашка стоит 5 руб. Сколько нужно уплатить за 4 таких чашки?»

«Сшили 5 простынь. На каждую простыню пошло 3 *м* полотна. Сколько метров полотна пошло на все простыни?»

Чтобы сделать понятным выбор действия в таких задачах, решение их выполняется сначала сложением, а затем умножением, например:

$$5 \text{ руб.} + 5 \text{ руб.} + 5 \text{ руб.} + 5 \text{ руб.} = 20 \text{ руб.}$$
$$5 \text{ руб.} \times 4 = 20 \text{ руб.}$$
$$3\ м + 3\ м + 3\ м + 3\ м + 3\ м = 15\ м$$
$$3\ м \times 5 = 15\ м.$$

Подобная двойная запись применяется лишь вначале. В дальнейшем решение таких задач выполняется только умножением, за исключением случаев, когда учащихся затрудняет выбор действия и когда вследствие этого приходится записывать решение сначала сложением.

Чтобы учащиеся лучше осмыслили выбор действия при решении задач на умножение, полезно решать подряд несколько задач с примерно одинаковым содержанием, например несколько задач, в которых требуется определить стоимость покупки, затем несколько задач, в которых надо узнать расход материала на изготовленные предметы, и т. д.

Первые задачи на деление на равные части, как и первые задачи на умножение, следует формулировать так, чтобы выбор действия легко вытекал из текста условия, например: «Мама купила 6 пряников и разделила их поровну между двумя девочками. Сколько пряников получила каждая девочка?»

Лучшему осмысливанию деления на части может способствовать действенная наглядность: деление данного количества предметов поровну между несколькими детьми, раскладывание предметов поровну в несколько коробочек и т. п. (См. план урока на тему «Деление на 2 в пределе 20», стр. 182.) Кроме того, уместно решать подряд группы задач с примерно одинаковым содержанием, например, группу задач, в которых требуется узнать цену одного из нескольких купленных предметов, затем группу задач, в которых надо узнать, сколько материала пошло на один из нескольких изготовленных предметов, и т. д.

Задачи, в которых требуется деление на части, решаются в I классе. Задачи на деление по содержанию, как более трудные, вводятся во II классе, при этом, чтобы вычисления не затрудняли учащихся, вначале здесь берутся числа до 20: на первом уроке решаются задачи на деление по 2, на следующих уроках постепенно переходят к делению по 3, по 4 и т. д.

На первом уроке ознакомление с делением по содержанию полезно начать с практических заданий, например путем наложения узнать, сколько раз меньшая палочка (или полоска бумаги) уложится на большей; узнать, сколько раз в коробке содержится по 2 пера, и т. д. Эти задания выполняются практически, без записи и без выяснения действий, с помощью которых можно их решать.

Первые задачи на деление по содержанию, как и на части, следует подбирать так, чтобы по тексту условия учащимся легко было установить, что задача решается делением, например:

«6 карандашей надо разделить между несколькими учениками так, чтобы каждый из них получил по 2 карандаша. Сколько учеников получат карандаши?»

Выяснив в беседе с детьми, что для решения задачи надо 6 карандашей разделить по 2 карандаша, учитель делает соответствующую запись на доске (6 к. : 2 к. = ).

Учитель показывает детям коробку с 6 карандашами. Сначала узнают, сколько раз по 2 карандаша содержится в коробке, и полученный результат записывают без наименования. Затем из того, что в 6 содержится по 2 три раза, заключают, что 3 ученика получат карандаши, и рядом с отвлеченным числом пишут «3 ученика». Получается запись:

6 к. : 2 к. = 3; 3 ученика.

Так решают еще 1—2 задачи, например:

«10 мячей надо разложить в коробки, по 2 мяча в каждой. Сколько потребуется коробок?» (Вместо мячей, можно в качестве наглядного пособия использовать кружки, рисуя их на доске или выставляя картонные кружки на счетной таблице.)

«12 яблок надо разложить в тарелки, по 2 яблока в каждую. Сколько потребуется тарелок?»

Следующую задачу решают уже без наглядных пособий. Одну из используемых на этом уроке задач дети решают полусамостоятельно и одну по возможности самостоятельно.

Указанная выше форма записи деления по содержанию отражает процесс решения этих задач, где сначала узнают, сколько раз одно число содержится в другом, а затем делают заключение о полученном ответе задачи.

В школьной практике решение приведенной выше задачи часто записывается так:

6 к. : 2 к. = 3 (ученика).

Эта форма записи, несомненно, хуже приведенной выше, так как частное может здесь восприниматься многими детьми как именованное число.

Но если и применять такую запись, то вводить ее во всяком случае следует значительно позже, после того как учащиеся хорошо осмыслят деление по содержанию.

Для подготовки учащихся к решению задач на *нахождение части числа* на наглядных пособиях выясняется, как получается половина, четвертая, восьмая часть круга, прямоугольника. При нахождении части нескольких единиц также полезно применять наглядность. Так, при решении задачи: «У мальчика было 6 яблок. Половину своих яблок он дал товарищу. Сколько яблок мальчик дал товарищу?» — можно, иллюстрируя яблоки кружками, найти половину 6 кружков путем деления их на 2 равные части.

Много внимания следует уделять сопоставлению задач на умножение и деление, а особенно задач на деление на части и по содержанию.

**Увеличение и уменьшение данных чисел в несколько раз. Кратное сравнение.** Увеличение и уменьшение данных чисел в несколько раз объясняется в основном так же, как увеличение и уменьшение на несколько единиц.

Рассмотрение задач на увеличение числа в несколько раз полезно начать с практических упражнений, например: положить слева 2 палочки, а справа — в 3 раза больше, при этом следует добиваться, чтобы реально выполняя задание, учащиеся поняли, что справа надо положить 3 раза по столько палочек, сколько слева.

Введению задач на уменьшение числа в несколько раз предпосылаются примерно такие задания: отложить на одной проволоке 2 косточки, а на другой — в 4 раза больше. Выясняется, что при этом число 2 мы увеличили в 4 раза.

Затем учащимся предлагается отложить на проволоке 8 косточек и разделить их на 4 равные части. В беседе выясняется, что, разделив 8 на 4, мы 8 уменьшили в 4 раза. (Чтобы легче было сравнивать 8 косточек с 2-мя, последнее число косточек откладывается на второй проволоке.)

После нескольких подобных упражнений предлагаются такие задания: отложить справа 12 палочек, а слева — в 3 раза меньше и т. п. Эти задания выполняются на наглядных пособиях. Затем постепенно переходят к решению задач без применения наглядности.

По аналогии с разностным сравнением, при введении задач на кратное сравнение начинают с решения задач, в которых требуется узнать, во сколько раз одно число больше или меньше другого. После того как детьми хорошо понят способ решения этих задач, на следующих уроках переходят к задачам, в которых спрашивается, на сколько один предмет длиннее (короче, выше, шире, у́же), тяжелее (легче), дороже (дешевле) другого и т. д.

На первом уроке изучение нового материала может вестись так:

а) На одной проволоке классных счетов откладывают 6 косточек, а на другой — 2. Спрашивается, во сколько раз больше косточек на первой проволоке, чем на второй.

Косточки, отложенные на первой проволоке, разбивают по две. Узнают, что на первой проволоке 3 раза по 2 косточки. Из этого делают вывод, что на первой проволоке косточек в 3 раза больше, чем на второй.

В беседе затем выясняют, на какой проволоке меньше косточек и во сколько раз.

б) Детям предлагается задача: «У брата 3 художественных открытки, а у сестры — 15. Во сколько раз больше открыток у сестры, чем у брата» (на доске вместо открыток нарисованы небольшие квадраты: слева 3, а справа 15).

Учитель. Вот открытки брата, а вот открытки сестры. Как узнать, во сколько раз у сестры больше открыток.

Нарисованные справа квадраты делят черточками на группы, по 3 квадрата в каждой. Узнают, что справа нарисованы 5 раз по 3 квадрата. Из этого заключают, что справа в 5 раз больше квадратов. 15 квадратов делили по 3. Отсюда следует, что для решения задачи надо 15 открыток разделить по 3 открытки. Получится 5. У сестры открыток в 5 раз больше, чем у брата.

Решение задачи записывают на доске и в тетрадях. Затем выясняют, у кого меньше открыток и во сколько раз.

Следующие задачи на данном уроке решают без применения наглядности либо с частичным ее использованием. После решения нескольких задач делается вывод о том, как узнать, во сколько раз одно число больше или меньше другого.

На следующих уроках при решении задач, в которых сравниваются длина или вес предметов, полезно по возможности измерять или взвешивать сравниваемые предметы.

Задачи на увеличение и уменьшение числа в несколько раз и на кратное сравнение — после рассмотрения их в отдельности — полезно часто сопоставлять между собой, чтобы дети ясно поняли особенности каждого вида.

### Подготовка к решению составных задач

Уже на первых шагах обучения решению простых задач следует исподволь подготовлять детей к решению составных. Без этого введение последних может быть связано с большими трудностями для учащихся.

Подготовке к решению составных задач способствует решение так называемых цепочек простых задач. Последние представляют собой небольшие группы задач, подобранных так, что каждая следующая задача данной группы является продолжением предыдущей, например:

«В саду расцвели сначала 5 роз, потом еще 2. Сколько всего роз расцвело?»

«В саду расцвели 7 роз. 3 розы сорвали. Сколько роз осталось?»

Вторая задача предлагается детям после решения первой, как ее продолжение.

Цепочки простых задач вводятся при изучении сложения и вычитания в пределе 10 и служат хорошей подготовкой к решению соответствующих задач в 2 действия.

Но в цепочке простых задач каждая из них дается в готовом виде. При решении же задачи в 2 действия дети должны сами вычленить из нее простые задачи, что обычно нелегко дается им на первых порах.

Возьмем задачу в 2 действия. «Надя сделала сначала 4 елочные игрушки, а потом еще 3. Пять игрушек она подарила своим подругам. Сколько игрушек осталось у Нади?»

При решении этой задачи учащиеся, выделив из условия первое предложение, должны уметь поставить вопрос (Сколько всего игрушек сделала Надя?), который не дается в тексте задачи. Далее, они должны понимать, что для решения вопроса задачи (Сколько игрушек осталось у Нади?) надо знать, сколько игрушек было у Нади и сколько из них она подарила. Для решения этого вопроса дети должны суметь составить задачу: «Надя сделала 7 елочных игрушек. Пять игрушек она подарила своим подругам. Сколько игрушек осталось у Нади?»

Поэтому для подготовки учащихся к решению задач в 2 действия требуются соответствующие подготовительные упражнения. Последние должны состоять главным образом в частичном или полном составлении задач детьми.

В заданиях, связанных с частичным составлением задач, от учащихся может требоваться подбор вопроса к основной фабуле задачи, изложенной учителем, например: «Девочки играли во дворе. 2 девочки держали веревочку, а 6 девочек прыгали через нее. Поставить вопрос и решить задачу».

Частичное составление задач может состоять также в подборе недостающих одного или двух данных, например: «В детском саду было 5 белых мячей и несколько красных. Сколько всего мячей было в детском саду?»

Первые задачи с недостающими данными обычно приводят учащихся в недоумение. Требуется беседа о том, можно ли решить задачу, почему нельзя ее решить. После выяснения этих вопросов условие дополняют недостающим данным и предлагают детям решить задачу.

Задачи с недостающими данными помогают ученикам осознать, какие условия необходимы для решения того или иного вопроса. В этом большая ценность таких упражнений. Но чтобы они наилучшим образом достигали своей цели, надо предлагать их в определенной последовательности: сначала задачи на сложение, в которых недостает первого слагаемого, затем задачи, в которых недостает второго слагаемого, и, наконец, задачи, в которых недостает обоих слагаемых. В аналогичной последовательности следует предлагать задачи с недостающими данными на вычитание.

Упражнения в полном составлении задач, применяемые в школьной практике, весьма разнообразны. Назовем некоторые из них

Учащиеся составляют задачи п о  и н с ц е н и р о в к а м, которые разыгрываются в классе, например, учитель дает вызванному ученику сначала 3 картинки, потом еще одну и предлагает детям составить об этом задачу.

Учащимся предлагается составить задачи по данной ч и с л о в о й  ф о р м у л е, например составить задачу, в которой надо к 5 прибавить 2 (или к 5 *м* прибавить 2 *м*); составить задачу, в которой нужно от 8 отнять 3 (или от 8 руб. отнять 3 руб.), и т. п.

Иногда в задании указывается только действие, которым должна решаться задача, например составить задачу, в которой к одному числу надо прибавить другое число; составить задачу, в которой надо от одного числа отнять другое число, и т. д.

В дополнение к действию может указываться тема, на какую следует составить задачи, например придумать задачи на вычитание о сборе лесных орехов. Вместо словесного указания тематики задач, может быть предложено составить задачи на определенное действие по данному рисунку.

Составление детьми задач уместно после того, как они научатся решать соответствующие готовые задачи.

### Закрепление и развитие навыков решения простых задач

Решению простых задач следует уделять внимание во всех классах начальной школы, добиваясь все большего развития и усовершенствования навыков учащихся.

В первом и втором классах необходимо регулярно упражнять учащихся в решении разнообразных по содержанию и по входящим в них величинам простых задач, добиваясь при этом, чтобы дети все лучше и лучше осмысливали, как и почему они так решаются, чтобы они четко различали способы решения отдельных видов задач.

Для закрепления таких навыков во всех классах наряду с задачами могут быть использованы упражнения, в которых от учащихся требуется выбор и выполнение действия.

Возьмем вопрос: на сколько 35 больше 18? В этом упражнении не указано действие, которое следует выполнить над данными числами. Таким образом, здесь, в отличие от решения примера 35 — 18, от учащихся требуется выбрать действие и затем выполнить его. Благодаря этому такие упражнения могут способствовать усвоению основных случаев применения арифметических действий.

Приведем образцы упражнений, в которых требуется выбор действия:

Какое число больше (или меньше) 32 на 15? 3560 на 796?

Увеличить (или уменьшить): 45 на 19; 24 в 3 раза; 648 в 9 раз.

На сколько (или во сколько раз): 51 больше 17? 614 меньше, чем 3070? и др.

В третьем и четвертом классах преобладает решение составных задач. Определенное место, однако, следует уделять здесь и простым задачам. Прежде всего необходимо повторять те из введенных в I и II классах видов простых задач, способ решения которых недостаточно хорошо осмыслен некоторыми учащимися. Особое внимание следует при этом уделять сравнению задач, близких по своей формулировке, но различных по способу решения (задач на разностное и кратное сравнение чисел, задач на деление по содержанию и на части и др.).

Наряду с повторением введенных ранее видов простых задач, в III и IV классах решаются некоторые новые разновидности их, главным образом в связи с подготовкой учащихся к решению соответствующих составных задач.

Большое внимание в III и IV классах следует уделять формированию понятий о зависимости между часто встречающимися величинами, такими, как цена — количество — стоимость, расход материала на I предмет — число изготовленных ~~предметов~~ — общий расход материала, дневная выработка — число рабочих дней — общая выработка, путь — скорость — время и др. Здесь полезны такие задания:

Составить и решить задачи по следующим данным

| Цена | Количество | Стоимость |
|---|---|---|
| 18 руб | 3 *м* | ? |
| ? | 5 *кг* | 60 руб |
| ?5 руб | ? | 75 руб |

Составить и решить задачи по следующим данным

| Скорость | Время | Путь |
|---|---|---|
| 2 *км* в мин. | 45 мин | ? |
| ? | 4 час | 240 *км* |
| 90 *км* в час | ? | 270 *км* |

Полезны также упражнения в определении действия, которым решаются задачи с теми или иными величинами; например:

«Каким действием решаются задачи, в которых даны цена купленного товара и его количество, а требуется узнать его стоимость?»

«Каким действием решаются задачи, в которых даны путь, пройденный поездом, и его скорость, а требуется узнать время движения?»

«Как узнать скорость движения поезда, если известны пройденный им путь и время движения?»

В случае, если ученик затрудняется дать ответ на подобные вопросы, полезно предложить ему придумать соответствующую задачу и после ее решения ответить на поставленный вопрос.

Развитию учащихся может способствовать составление простых задач, обратных данной. На первых порах это может проводиться так. Предложив детям задачу, например: «Для детского дома куплено 25 *м* ткани по 16 руб. за метр. Сколько стоила эта покупка?» — учитель записывает условие кратко на доске:

| Цена | Количество | Стоимость |
|---|---|---|
| 16 руб. | 25 *м* | $\boxed{x}$ руб.[1] |

[1] *x* написан на карточке, прикрепляемой к доске.

После решения задачи карточка с $x$ перемещается так, чтобы она закрыла число «16», а на месте, где прежде был $x$, пишется полученный ответ (400 руб.). Учащимся предлагается по полученной записи условия составить задачу.

Решив эту задачу, перемещают карточку с $x$ так, чтобы она закрыла число «25», предлагают детям составить задачу по новой записи условия, а затем решают ее.

В дальнейшем постепенно повышают требования к учащимся, предлагая им составлять задачи по полученному ответу решенной задачи и одному из числовых данных условия.

Необходимо довести до сознания детей (имеются в виду главным образом учащиеся IV класса), какие виды простых задач решаются каждым из четырех арифметических действий. Для этого следует выделять особые уроки.

Сообщив детям тему урока и записав ее на доске (например, «Задачи на деление»), учитель предлагает детям составить задачи на деление на равные части. Заслушав несколько задач и решив одну из них, он под записанной на доске темой урока пишет: 1. Деление на равные части.

Учащимся предлагается составить задачи на деление по содержанию. После решения одной из составленных ими задач учитель пишет на доске: 2. Деление по содержанию.

Подобным образом выясняется, что делением решаются также задачи на уменьшение в несколько раз, на нахождение части числа и на кратное сравнение (задачи, в которых требуется узнать, во сколько раз одно число больше или меньше другого). При этом каждый раз на доске записывается название соответствующего вида задач. Эти записи переносятся затем учащимися в свои тетради.

В процессе решения примеров полезно часто выяснять, умеют ли учащиеся применять данное действие при решении задач. Так, после решения примера 7 532 : 4 можно предложить детям составить задачи, в которых требовалось бы 7 532 разделить на 4; при этом следует добиваться, чтобы в составленных детьми задачах были представлены по возможности различные виды простых задач на деление.

Проверить, умеют ли учащиеся применять данное действие при решении задач, можно и так: после решения примера 7 532 : 4 учитель предлагает учащимся один или несколько из следующих вопросов: чему равна четвертая часть числа 7 532? какое число меньше 7 532 в 4 раза? сколько раз 4 содержится в числе 7 532? во сколько раз 7 532 больше 4? 7 532 уменьшить в 4 раза и т. п.

Этой цели может также служить сравнение чисел, над которыми производилось действие, с результатом последнего. Так, после решения примера 3 760 : 4 иногда полезно выяснить, что, разделив 3 760 на 4, мы узнали о данных числах следующее: а) если 3 760 разделить на 4 равные части, то на каждую часть придется 940 единиц; б) в 3 760 по 4 содержится 940 раз; в) если 3 760 уменьшить в 4 раза, то получится 940; г) 3 760 больше 4 в 940 раз; д) четвертая часть от 3 760 равна 940 и т. п.

Методически правильное введение простых задач и систематическое закрепление и развитие навыков учащихся в этой области подготовляет их к успешному решению составных задач.

## СОСТАВНЫЕ ЗАДАЧИ

Обучение решению составных задач — сложный процесс, успешность которого зависит от правильного подбора задач и правильной постановки преподавания на всех этапах решения задачи (при ознакомлении с ее условием, ее разборе, решении и т. д.). Остановимся на каждом из этих вопросов в отдельности.

### Подбор задач

Порядок расположения составных задач (как и простых) в определенной мере установлен программой по данному предмету. В ней указано число действий, которым должны решаться задачи в каждом классе, а также зафиксированы типы задач для III и IV классов. Эти указания, однако, определяют лишь объем учебного материала для каждого класса и то в самом общем виде. Вопрос же о расположении составных задач в процессе обучения детально в программе не раскрыт.

Не претендуя на исчерпывающее изложение этого весьма сложного вопроса, мы намерены здесь выяснить несколько положений, которыми следует руководствоваться при подборе задач в процессе обучения.

Составные задачи следует подбирать так, чтобы решение их было посильно для учащихся. Чрезмерно трудные задачи могут в ряде случаев приносить даже вред, поскольку в результате таких занятий учащиеся могут потерять веру в свои силы. Здесь уместно привести слова Ф. И. Егорова: «Не следует... задаваться мыслью, что чем труднее задача, тем производительнее ее решение для детей. Производительны для детей только те задачи, в решении которых они сами могут принять деятельное участие, и где это участие не ограничивается одними вычислениями, но распространяется и на исследование зависимости между величинами, входящими в задачу, и на установление приема решения» [1].

При установлении степени трудности подбираемых задач необходимо, в частности, учитывать посильность для детей устных задач, входящих в составную, порядок расположения числовых данных в условии, трудность вычислений, которые требуются при решении задачи.

---

[1] Ф. И. Егоров, Методика арифметики, М., 1917, стр. 90.

**Учет трудности простых задач, входящих в составную.** В каждой составной задаче требуется по нескольким данным числам найти одно или несколько искомых, зависящих от данных.

На основе анализа зависимости между данными и искомыми постепенно из составной задачи вычленяются простые задачи. Для правильного решения сложной задачи учащиеся должны уметь решать те виды простых задач, которые входят в ее состав. При подборе составной задачи необходимо поэтому учитывать, умеют ли учащиеся решать входящие в нее простые задачи.

**Приведенные и неприведенные задачи.** Трудность составной задачи в определенной мере зависит от порядка расположения числовых данных, иначе говоря, от порядка изложения условий. По этому признаку некоторые авторы разбивают составные задачи на приведенные и неприведенные. Вот определения, даваемые Шохор-Троцким этим видам задач: «Сложные чисто арифметические задачи, в которых условия изложены в том порядке, который наиболее отвечает порядку требуемых действий, условимся называть приведенными к ряду простых задач, а задачи с условиями, этому порядку не отвечающими, неприведенными» [1].

Возьмем для примера следующие две задачи:

«Одна школа купила несколько парт на 2 080 руб. по 65 руб. каждая. Другая школа купила на 13 парт больше первой, а третья в 3 раза меньше второй. Сколько парт купила третья школа?»

«Одна школа истратила на покупку парт 2 080 руб. Другая купила на 13 парт больше первой, а третья — в 3 раза меньше второй. Сколько парт купила третья школа, если парта стоила 65 руб.?»

В первой задаче условия изложены в том порядке, в каком они должны быть использованы при ее решении. Во второй задаче условия не расположены в таком порядке. Первую задачу можно поэтому считать приведенной, вторую — неприведенной.

Деление задач на приведенные и неприведенные следует считать сугубо условным, так как в отдельных случаях нелегко провести грань между ними. Несмотря на это такое деление задач может быть с пользой применено в школьной практике. При подборе задач следует начинать с приведенных, как более легких, а затем переходить к более трудным, неприведенным.

В I и II классах иногда полезно после решения приведенной задачи решить аналогичную неприведенную, например:

«Весной в саду посадили 5 рядов смородины по 10 кустов в каждом ряду, а осенью 30 кустов. Сколько всего кустов смородины посадили?» (Приведенная задача.)

---

[1] С. И. Шохор-Троцкий, Методика арифметики, ч. I, М., 1900, стр. 40.

«Весной в саду посадили 40 кустов малины, а осенью 6 рядов по 10 кустов в каждом ряду. Сколько всего кустов малины посадили в саду?» (Неприведенная задача.)

**Правильный подбор числовых данных.** Задача с небольшими числовыми данными понятнее и легче аналогичной задачи с многозначными числами. Задачам с многозначными числами поэтому в ряде случаев целесообразно предпосылать подобные задачи с небольшими числами.

Иногда полезно предложить детям мысленно заменить многозначные числа одно-двузначными и подумать, как бы они стали решать данную задачу с небольшими числами. Опыт показывает, что подобная, даже только мысленная замена многозначных чисел небольшими может облегчить детям понимание способа решения затруднившей их задачи.

Для некоторых учащихся серьезной помехой при решении задач являются трудные вычисления, которые требуют большого напряжения и тем отвлекают внимание от содержания задачи. Это верно в отношении не только задач с многозначными числами, которые решаются в старших классах, но и задач с одно-двузначными числами, решаемых в I и II классах. Так, если учащимся I класса, пока еще слабо усвоившим сложение и вычитание с переходом через десяток, предложить задачу в 2 действия, для решения которой требуется 1) от 13 отнять 7 и 2) к полученным 6 прибавить 9, то выполнение вычислений может отвлечь их внимание от задачи и тем затруднить понимание способа ее решения.

Правильнее здесь будет, сохранив в основном содержание и арифметическую структуру задачи, заменить прежние числовые данные такими, чтобы для ее решения требовались хорошо усвоенные детьми действия, положим, вычитание и сложение в пределе 20 без перехода через десяток или даже действия в пределе 10, например:

1) 10 — 6.   2) 4 + 3.

Благодаря легкости вычислений, дети будут больше вникать в смысл задачи и лучше поймут, как она решается. Им легче будет затем решать подобные задачи и с более трудными вычислениями.

Решение задач должно быть использовано в определенной мере для закрепления вычислительных навыков учащихся, но это должно делаться так, чтобы выполнение вычислений не отражалось отрицательно на понимании способа решения задач. Поэтому, если данное действие еще слабо усвоено учащимися, не следует его включать в задачи. Иначе одна трудность как бы накладывается на другую, что не может не сказаться отрицательно на эффективности обучения.

Как правило, чем труднее задача, тем легче должны быть вычисления, которые требуются при ее решении.

От правильного расположения задач в большой мере зависит успешность обучения. Поэтому следует уделять серьезное внимание подбору задач.

### Ознакомление с условием задачи

Правильно решить задачу учащиеся могут лишь тогда, когда они отчетливо понимают ее условие. Поэтому, прежде чем решать задачу, они должны основательно ознакомиться с ее условием.

Тщательное изучение условия имеет важное значение не только для правильного решения задач, но и для подготовки детей к жизни, где для успешного выполнения любой работы прежде всего требуется основательное знание ее условий.

**Чтение, запись и повторение условия.** Чтение текста задачи отличается от чтения рассказов. Особые трудности представляет для ученика чередование в условии словесного текста с числами. Последние, как показывает опыт, читаются иначе, чем слова. Объясняется это главным образом тем, что каждое число представляет собой особую комбинацию знаков-цифр, в то время как в словах знаки-буквы встречаются в определенных комбинациях. Вследствие этого учащийся при чтении числа делает больше фиксаций глаз, а также больше регрессий (возвращений к просмотренному тексту), фиксации глаз здесь более длительны, чем при чтении слова. При встрече числа в тексте задачи учащийся вынужден замедлить темп своего чтения.

Из сказанного видно, что чтение задачи требует особых навыков от учащихся. Нельзя поэтому полагаться на общие навыки чтения, которые приобретаются детьми на уроках русского языка, а необходимо обучать их чтению текста задач, добиваясь, чтобы они читали условие правильно, без искажения слов, с надлежащими остановками на знаках препинания, ясно и выразительно, при этом прочитывали его не менее двух раз. Учитель должен сам давать образцы такого чтения и отмечать учащихся, хорошо читающих условия задач. Необходимо довести до сознания детей, что только при правильном, ясном, выразительном чтении можно хорошо понять задачу.

Следует советовать детям, чтобы после чтения условия они снова прочитывали каждое число, данное в задаче, и старались понять, что оно означает, а затем прочитывали еще раз вопрос задачи.

Учащиеся лучше справляются с задачей, когда ее читает учитель. Однако отсюда не следует, что учитель должен всегда сам читать условие. Наша цель — развить у детей умение самостоятельно, без посторонней помощи решать задачи. Поэтому необходимо, начиная с I класса, приучать детей к самостоятельному чтению задач. На первых порах следует выбирать для этого задачи с небольшим, легким текстом и постепенно, по мере развития навыков учащихся, переходить к чтению ими более сложных по своему тексту задач. Особенно широко должно практиковаться самостоятельное чтение задач детьми в малокомплектных школах.

Вначале учащиеся читают условие, прочитанное до этого учителем. Затем они читают условие без предварительного чтения педагогом.

Текст многих задач, помещенных в сборниках, содержит слова, недостаточно знакомые детям (а иногда и вовсе незнакомые). Это затрудняет понимание смысла условия, и следовательно, способа решения задачи. Необходимо добиваться того, чтобы дети отчетливо понимали смысл всех слов задачи. Внимание учителя должны здесь привлекать не только те слова, с которыми дети редко встречаются, но и те, которые, может быть, уже не раз встречались им, но о которых, как показывает целый ряд проведенных в этой области исследований [1], они имеют неясные, а то и неверные представления.

До чтения условия, а иногда после этого необходимо выяснить, понимают ли учащиеся смысл встречающихся в задаче трудных слов, и в случае надобности давать соответствующие разъяснения.

З а п и с ь у с л о в и я. Когда ученик записывает условие задачи, он глубже вникает в ее содержание и лучше осмысливает значение числовых данных и зависимость между ними.

Запись условия полезно ввести чуть ли не с первых шагов обучения решению задач, при этом вначале запись ведется учителем на классной доске, а затем, начиная со II класса, ее ведут также учащиеся в тетрадях.

Условие задачи может записываться текстуально (записывается полностью весь текст) или кратко (записываются только числовые данные задачи, иногда вместе с ее главным вопросом).

Текстуальная запись условия отнимает много времени, особенно у медленно пишущих учеников. Кроме того, при такой записи дети обычно обращают больше внимания на безошибочность списывания, чем на содержание задачи и взаимосвязь между ее элементами. Другое дело — краткая запись. Выделение из текста числовых данных и их запись делает более ясным, чтó дано в задаче и чтó ищется. Такая запись помогает лучше понять зависимость между величинами, о которых идет речь в условии задачи. Краткая запись условия должна поэтому практиковаться возможно чаще. Что же касается текстуальной записи, то она уместна в старших классах начальной школы, и то изредка, преимущественно при выполнении контрольных работ.

---

[1] См. нашу статью: Изучение доступности словаря учебника, «Народный учитель», № 1, 1935.

См. также: А. Н. Б о г о л ю б о в, Работа над словом при решении задач по арифметике в начальной школе. Сб. «Пути повышения успеваемости по математике», под ред. Н. А. Менчинской и В. И. Зыковой, М., Изд. АПН РСФСР, 1955.

Краткая запись условия может проводиться по-разному. Возьмем для примера задачу:

«3 пионерских отряда собрали для колхозных полей 700 *кг* удобрений. Первый отряд собрал 130 *кг*, второй — в 2 раза больше, чем первый. Сколько килограммов удобрений собрал третий отряд?»

Выписывая числовые данные из этого условия, можно расположить их в строчку, например:

3 отряда — 700 *кг*, I — 130 *кг*, II — в 2 раза больше, III — ?.

Можно расположить эти данные по-иному, схематически, примерно так:

| | |
|---|---|
| 3 отряда — 700 *кг* | I — 130 *кг*.<br>II — в 2 раза больше<br>III — ? |

Вторая форма записи делает условие более доходчивым для учащихся, облегчает им понимание зависимости между данными величинами. Такие записи должны преобладать в школьной практике.

Краткая запись условий полезна не только при решении задач под руководством учителя, но и при самостоятельном решении их детьми в классе или дома, так как без этого учащиеся, предоставленные самим себе, могут приступать к решению задачи, не осмыслив должным образом ее условия.

Но чтобы учащиеся могли самостоятельно записывать кратко условие, учитель должен научить их этому. С этой целью при решении некоторых задач учитель сам записывает условие на доске, обращая внимание детей на удобства, какие представляет данная запись для лучшего понимания задачи.

Когда же условие записывается на доске учеником, целесообразно каждый раз спрашивать детей, кто из них может по-другому записать условие. Выполненная на доске новая запись сравнивается с первой. В беседе выясняется, какая из них лучше помогает пониманию задачи.

Повторение условия. Для понимания любого текста большое значение имеет пересказ его. «Пересказывая своими словами,— пишет А. А. Смирнов,— мы приспособляем воспринятое к самим себе, «ко всей системе нашей психической жизни», к нашему «образу мыслей». Мы действительно осваиваем текст» [1].

Пересказ стимулирует активность мышления. Следует поэтому уделять большое внимание пересказу детьми условия задачи.

В школьной практике при пересказе задачи обычно воспроизводят ее активно немногие учащиеся. Большая же часть детей

---

[1] А. А. Смирнов, Процессы мышления при запоминании. Известия Академии педагогических наук, № 1, 1945.

воспринимает условие пассивно, на слух. В результате некоторые учащиеся его не усваивают.

Чтобы активизировать работу учащихся в процессе повторения задачи, следует рекомендовать им повторять условие прочитанной учителем задачи сначала тихо про себя. Таким образом, все учащиеся, а не только те, кого учитель вызывает для устного пересказа, будут повторять условие.

В случае, когда дети сами читают условие, необходимо им рекомендовать прочитать задачу не менее двух раз, кратко записать условие, затем закрыть задачник и повторить условие про себя, по краткой записи его. При этом следует предупреждать детей, что от них будет требоваться пересказ условия без книжки («Вы должны будете повторить задачу, не заглядывая в задачник»). Как показывают наблюдения, такая работа учащихся над условием обеспечивает лучшее восприятие и понимание его детьми, благодаря чему, в частности, требуется меньше времени на последующий пересказ его вслух.

При повторении условия от учеников может требоваться либо связно пересказать условие, либо ответить на отдельные частные вопросы, касающиеся содержания задачи (повторение по вопросам учителя).

Каждая из этих форм пересказа имеет свои положительные стороны. Связный пересказ помогает учащимся осмыслить содержание задачи в целом. Но при таком пересказе они иногда в недостаточной мере фиксируют свое внимание на значении отдельных данных и вообще на отдельных элементах задачи, в частности, на главном ее вопросе.

Между тем лишь при отчетливом знании детьми всех элементов задачи можно рассчитывать, что они будут уметь правильно вычленять и применять их в процессе решения.

Следует, кроме того, иметь в виду, что повторение по вопросам легче для учащихся, чем связный пересказ. В ряде случаев поэтому целесообразно применять обе формы пересказа, при этом повторение по вопросам чаще всего уместно до связного пересказа, иногда же после него с тем, чтобы проверить, как осмыслены детьми отдельные элементы условия.

Применение обеих форм пересказа, однако, полезно не всегда. В тех случаях, когда связное повторение показывает, что содержание задачи и отдельные ее элементы хорошо поняты учащимися, можно не повторять его по вопросам. Но и в последнем случае полезно, прежде чем приступать к решению задачи, проверить, знают ли дети, что спрашивается в задаче.

Учащиеся должны основательно изучать условие каждой задачи, в частности тех задач, которые они решают самостоятельно. Следует рекомендовать детям, чтобы и при самостоятельном решении задач в классе или дома они прочитывали условие задачи не менее двух раз, кратко записывали его, затем проверяли себя, знают ли они условие в целом, значение отдельных числовых данных и главный вопрос, и лишь после этого приступали к решению задачи. Подобное изучение условий задач должно войти у них в привычку.

Это не имеет ничего общего с требованием, которое иногда предъявляется учащимся; чтобы они заучивали наизусть условие задаваемой задачи и знали его на память при проверке домашних заданий на следующий день.

Повторение условия непосредственно перед решением задачи полезно, так как это способствует лучшему усвоению и пониманию ее содержания. Заучивание же условия задачи наизусть не имеет никакого смысла и зря обременяет память учащихся. Здесь уместно отметить, что некоторые учащиеся непосредственно перед решением задачи слабо вникают в ее условие, что выражается в том, что они нередко приступают к решению, не прочитав всего условия, а лишь часть его. После же решения задачи они принимаются за заучивание условия наизусть. Бессмысленность такой зубрежки совершенно очевидна.

**Дополнительные приемы работы над условием задачи.** Пересказ условия имеет важное значение для его усвоения. Наблюдения, однако, показывают, что пересказ задачи, даже вполне правильный, не может считаться достаточно надежным показателем сознательного усвоения ее. Нередко при решении задачи обнаруживается, что ученик, правильно пересказавший условие, не представляет себе того, о чем говорится в задаче. Очевидно, что при формальном усвоении словесного текста задачи ученик не может правильно понять зависимость между данными величинами, и, как следствие, не может правильно решить задачу.

Иногда ученик вне школы легко справляется с относительно сложными «задачами», связанными с его жизненной практикой (с покупками для себя лично или для семьи и т. п.). В классе же он не может решить самой элементарной задачи. Причину этого на первый взгляд непонятного явления следует искать в том, что первые задачи актуальны для него, ко вторым же он относится пассивно, как к задачам, не задевающим его интересов. В результате ученик слабо вникает в условие задачи, плохо представляет себе ее содержание.

В передовом опыте школ используется целый ряд методических приемов, которые применяются, когда учитель находит пересказ условия недостаточным для того, чтобы дети отчетливо представляли себе содержание задачи и проявляли интерес к ее решению.

а) Чтобы учащиеся лучше поняли задачу, учитель предлагает им *представить себе, что это случилось с ними*. Иногда также полезно предложить детям закрыть глаза и *представить себе то, о чем говорится в задаче*.

Приведем пример из школьной практики. Во II классе решали задачу: «В живом уголке в трех банках по 4 рыбки в каждой и в аквариуме 6 рыбок. Сколько всего рыбок в живом уголке?»

После выяснения смысла слов «живой уголок» и «аквариум» учитель сказал детям: «Чтобы лучше понять задачу, закройте глаза и старайтесь представить себе то, о чем рассказывается в ней, сначала 3 банки, по 4 рыбки в каждой, а потом аквариум с 6 рыбками».

б) В целях лучшего понимания детьми задачи иногда целесообразно проводить живое иллюстрирование условия, изображение его в лицах.

В I классе решали задачу: «У девочки было 14 руб. Она купила на 5 руб. ленты и на 3 руб. ниток. Сколько денег осталось у девочки после покупки?»

После того как условие было прочитано, учитель сказал: «Я вызову сейчас ученицу. Она как бы будет той девочкой, о которой рассказывается в задаче». Затем учитель стал задавать вызванной ученице вопросы, а та отвечала на них. Вот эти вопросы:

— Сколько было у тебя денег?

— Что ты купила?

— Сколько ты уплатила за ленту? а за нитки?

— Что тебе нужно сосчитать?

в) Вместо сжатой формулировки условия учитель излагает его более полно так, чтобы детям легче было представить себе жизненную обстановку, из которой взята задача, чтобы задача стала более понятной для них.

Во II классе решали задачу: «Из 45 *м* ситца сшили 15 рубашек. Сколько таких рубашек можно сшить из 72 *м* ситца?»

При разборе задачи многие учащиеся обнаружили непонимание способа ее решения, непонимание зависимости между ее величинами. Последнее, как это нетрудно было заметить, проистекало от непонимания ими жизненного смысла задачи.

Учитель предложил тогда ученикам условие задачи в новой редакции: «В мастерской было 45 *м* ситца. Из этого ситца сшили 15 рубашек. Затем для мастерской купили 72 *м* ситца. Заведующему мастерской надо сосчитать, сколько рубашек можно сшить из этого ситца».

— Пусть каждый из вас представит себе, что он заведующий мастерской. Как бы вы стали решать задачу?

При более полном изложении условия следует, однако, дополнять его лишь такими деталями, которые необходимы для лучшего понимания данных количественных отношений, так как излишние подробности могут отвлечь внимание детей от основной фабулы и тем затруднить понимание зависимости между величинами.

Более полное изложение условий уместно главным образом в младших классах, особенно в первом, где умелое введение деталей в условие может способствовать усилению интереса детей к задаче, активизации их внимания.

г) Чтобы учащиеся поняли, кому и при каких обстоятельствах приходится решать задачи, подобные данной, учитель после повторения условия проводит с детьми соответствующую беседу.

В III классе решали задачу: «Две бригады колхозников, работая одновременно, очистили 492 *ц* семян. Одна бригада успевала очищать 40 *ц* в день, а другая — 42 *ц*. Сколько центнеров семян очистила каждая бригада?»

После повторения детьми условия учитель спросил, кому из взрослых приходится решать такие задачи. Последовали ответы: «колхозникам, агрономам, бригадирам». Далее в беседе было выяснено, что бригады, может быть, соревновались между собой и надо было вычислить, сколько центнеров семян очистила каждая бригада.

— Некоторые из вас,— добавил учитель,— может быть, будут агрономами или бригадирами и им придется решать такие задачи.

Аналогичным образом выясняется, что задачи, подобные рассматриваемым в классе, приходится решать рабочим той или иной специальности (слесарям, токарям, столярам, шоферам и т. п.), колхозникам, директорам заводов, фабрик, школ, заведующим мастерскими, магазинами, столовыми и т. д., при этом детям часто предлагается поставить себя на место того или иного работника и подумать, как бы они стали решать данную задачу.

Такие беседы помогают детям лучше понять задачи, зависимость между входящими в них величинами. Нечего говорить о значении подобных бесед для практической подготовки учащихся.

д) Лучшему усвоению условия задачи и, как следствие, лучшему пониманию способа ее решения может способствовать применение наглядных пособий: разного рода счетного материала, рисунков, чертежей.

Укажем основные виды рисунков: а) рисунки, иллюстрирующие недостаточно знакомые детям предметы, о которых идет речь в задаче, например комбайн, канавокопатель, дирижабль и т. п.; б) рисунки, иллюстрирующие количественные отношения между данными величинами, например: «Мальчик собрал под одной яблоней 6 яблок, а под другой — в 3 раза больше. Сколько всего яблок собрал он?» (рис. 2).

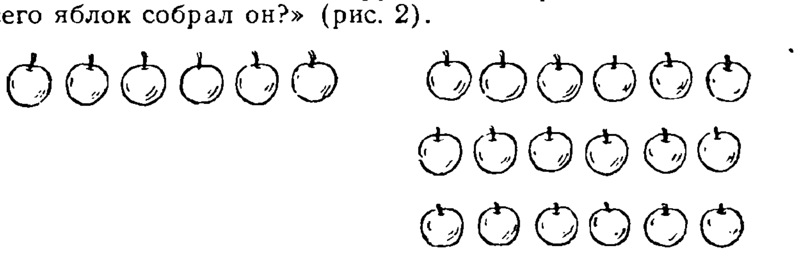


Рис. 2.

Из этих двух видов рисунков более полезным является второй: иллюстрируя количественные отношения между данными задачи, такие рисунки облегчают понимание способа ее решения.

Среди второго вида рисунков следует особо отметить иллюстрированные прейскуранты, которые находят относительно широкое применение в школьной практике, преимущественно в I и II классах (рис. 3).

Надо стремиться к тому, чтобы однажды сделанный рисунок был использован по возможности несколько раз. Показав детям рисунок, учитель предлагает им сначала решить задачи о тех предметах, которые на нем изображены. Затем им предлагается определить, сколько было бы этих предметов, если бы число их увеличилось или уменьшилось определенным образом. Задачи,

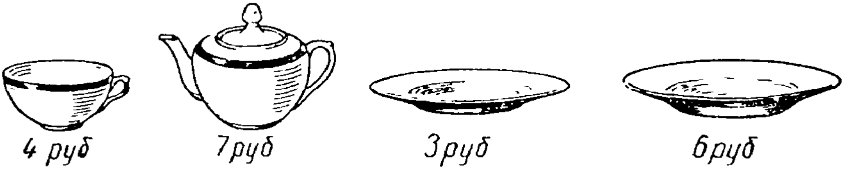



Рис. 3

составляемые по данному рисунку, при этом с каждым разом усложняются в соответствии с развитием учащихся.

Рис. 4.

Приведем образец рисунка (рис. 4) и текст задач, которые по нему решались[1].

[1] См. сб. «Опыт работы по арифметике в начальной школе», изд. АПН РСФСР, 1952 (статья В. И. Смирновой).

1. Сколько кур вы видите на этой лестнице?

2—5. Сколько кур на первой и второй ступеньках? на первой и третьей? на первой и четвертой? на второй и третьей?

6. Если все куры усядутся попарно, сколько пар получится?

7. Сколько кур останется на лестнице, если половина их слетит на землю?

8. Если пятую часть кур продать, сколько кур останется?

Как видно, здесь по одному рисунку было решено 8 задач, из них задачи № 1—5 могут решаться в I классе (при изучении сложения в пределе 10), а задачи № 6—8 во II классе (при изучении деления по содержанию и в связи с нахождением части числа).

Наиболее часто при решении задач используются чертежи, с помощью которых можно наглядно показать взаимоотношение между числовыми данными. Приведем образец такой наглядности.

«Столовая заготовила осенью 856 *ц* картофеля и 350 *ц* овощей. К весне осталась четвертая часть заготовленного картофеля и пятая часть заготовленных овощей. Сколько картофеля и сколько овощей было израсходовано за зиму?» (рис. 5).

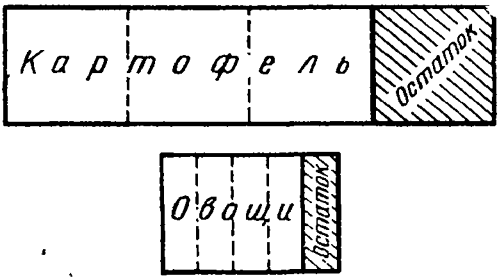



Рис. 5.

Наглядность должна применяться не только тогда, когда учащиеся решают задачи под руководством учителя, но и тогда, когда они решают их самостоятельно, в классе или дома. Для этого полезно рекомендовать им, чтобы при самостоятельном решении задачи в нужных случаях они делали к ней рисунок или чертеж.

## Разбор задачи

После изучения условия задачи переходят к ее разбору. Цель разбора состоит в том, чтобы на основе зависимости между данными и искомыми числами наметить план решения задачи, установить, какие действия и в каком порядке надо выполнить, чтобы получить ответ на ее главный вопрос.

Разбор задачи представляет собой аналитико-синтетический процесс мышления. Все же в зависимости от исходного начала движения мысли при разборе в одних случаях на первый план выступает анализ, в других — синтез. Когда при разборе задачи исходят из главного вопроса, подбирая к нему данные, необходимые для его решения, в процессе мышления преобладают элементы анализа. Когда же при разборе исходят из числовых данных, к которым подбирают вопросы, в мыслительном процессе преобладают элементы синтеза.

Анализ и синтез связаны между собой. Исходя из главного вопроса и подбирая необходимые для его решения данные, мы оцениваем последние как результаты действий над другими данными. Таким образом, наряду с анализом здесь применяется синтез.

Исходя при разборе задачи из числовых данных, мы ориентируемся на ее главный вопрос, на данные, необходимые для его решения. Наряду с синтезом здесь находит применение анализ.

Отталкиваясь в поисках решения от вопроса, мы ищем данные, необходимые для его решения, сопоставляем их с другими условиями задачи, а намечая действие над данными числами, мы контролируем себя, приближает ли оно нас к нахождению ответа на вопрос задачи. Как правильно указывает А. С. Пчелко «При разборе задачи мысль ученика все время движется от вопроса задачи к числовым данным и от числовых данных к вопросу». И далее: «...при разборе задачи, при отыскании путей ее решения анализ и синтез находятся в постоянном взаимодействии, дополняют и проверяют друг друга»[1].

В жизненной практике наряду с задачами, в которых известны числовые данные и вопрос, приходится часто решать задачи, в которых дан лишь вопрос без нужных чисел, либо даны не все необходимые числа. Пусть заведующему молочной фермой требуется подсчитать, сколько кормов надо заготовить на зиму. Здесь дан лишь вопрос. Данные же, необходимые для его решения, не указаны. Их нужно подобрать: данные о количестве голов различного рода скота (молодняка, крупного рогатого скота и т. п.), величину дневного рациона, количество дней, на какое нужно заготовить корм.

Пусть перед председателем колхоза или агрономом стоит задача повышения урожайности. Для правильного решения этой задачи надо, исходя из поставленного вопроса (как добиться высокой урожайности), проанализировать, что требуется для этого (положим, правильное удобрение почвы и хорошая ее обработка, чистые высокосортные семена и т. д.), какие из этих данных имеются и каких недостает.

Поскольку умение подбирать данные к вопросу находит широкое применение в жизни, школа должна прививать детям соответствующие навыки. Любой мыслительный процесс начинает-

---

[1] А. С. Пчелко, Методика преподавания арифметики в начальной школе, Учпедгиз, М., 1953, стр. 91.

ся с вопроса[1]. Разбор задач, исходя из вопроса, может поэтому оказаться полезным также для привития детям правильных навыков мышления.

Игнорирование такого разбора, наблюдаемое иногда в школьной практике, следует признать неправильным. С другой стороны, необходимо осудить практику тех учителей, которые применяют такого рода разбор при решении всех задач, в том числе таких, где он непосилен для учащихся, где он не только не помогает понять способ решения задач, но из-за сложных, непосильных для детей рассуждений нередко даже вносит путаницу в их сознание.

Разбор задач, исходя из главного вопроса, должен широко применяться при решении задач, но не всегда. Прежде всего он не применим тогда, когда и без этого учащиеся легко могут справиться с решением задачи. Такой разбор нецелесообразно применять также тогда, когда по главному вопросу составной задачи детям трудно установить, какие данные необходимы для его решения.

Все же остается много задач, которые полезно разбирать, исходя из вопроса[2]. Но применять такой разбор следует в той мере и в такой форме, в какой это посильно для учащихся начальной школы.

Особую осторожность следует проявлять на первых шагах обучения решению составных задач. При разборе таких задач в I классе вначале исходят из числовых данных. На этом этапе и такой разбор дается учащимся нелегко. Приходится поэтому вначале применить целый ряд дидактических приемов, чтобы дети осмыслили особенность составной задачи, чтобы они научились вычленять из нее простые задачи.

Возьмем задачу: «У мальчика было 3 карандаша. Он купил еще 2 карандаша. Один карандаш он подарил своему товарищу. Сколько карандашей осталось у мальчика?»

Чтобы учащиеся лучше осознали особенность нового вида задач, сначала инсценируется первое действие (как мальчик, у которого было 3 карандаша, купил еще 2 карандаша), а затем второе (как мальчик из своих 5 карандашей подарил один карандаш товарищу).

Примерно так решаются несколько первых задач в 2 действия: задача инсценируется или иллюстрируется наглядными пособиями, при этом учитель добивается, чтобы возможно более отчетливо выступал перед детьми состав задачи из двух действий. Затем переходят к решению задач без помощи наглядных пособий.

---

[1] См. Н. А. Менчинская. Очерки психологии обучения арифметике. Учпедгиз, М., 1947, стр. 57.

[2] Вопрос является лишь исходным моментом в поисках решения. Фактически, как отмечалось выше, рассуждения ведутся от вопроса к данным и от данных к вопросу.

Постепенно вводится разбор задач, исходя из вопроса. Чтобы сделать такой разбор доступным для учащихся, на первых порах полезно предпосылать намеченной для решения составной задаче аналогичную простую задачу с таким же главным вопросом, как в составной; при этом в целях облегчения анализа полезно задачи инсценировать.

Приведем пример из практики. Была намечена для решения составная задача: «Для украшения елки девочка купила 2 игрушки: за 3 руб. и 5 руб. и дала в уплату 10 руб. Сколько денег она получила сдачи?»

Чтобы сделать анализ этой задачи понятным для учащихся, решению этой задачи было предпослано решение следующей простой задачи: «Для украшения елки девочка купила игрушек на 6 руб. и дала в уплату 10 руб. Сколько денег она получила сдачи?»

К доске была вызвана ученица, изображавшая девочку, о которой рассказывается в условии. Этой ученице были предложены вопросы:

— На сколько рублей ты купила игрушек?

— Сколько денег ты дала в уплату?

— Что нужно сосчитать?

После решения этой задачи учащимся предложили приведенную выше составную задачу, которая была инсценирована примерно так же, как и предшествующая.

После этого учитель провел с учащимися беседу по следующим вопросам:

— Что требуется узнать во второй задаче?

— Можно ли сразу это узнать?

— Почему в первой задаче мы могли сразу узнать, сколько сдачи получила девочка? А почему этого нельзя сразу узнать во второй задаче?

— Итак, что же нужно сначала узнать во второй задаче? И т. д.

Предварительное решение простой задачи облегчило анализ составной. Постепенно учащиеся I класса переходят к анализу задач в 2 действия без подготовительных простых задач.

Во II классе разбор задач, исходя из главного вопроса, там, где такой разбор уместен, применяется сначала при решении задач в 2, а затем в 3 действия, при этом и здесь полезно иногда предпосылать составной задаче соответствующую простую или менее сложную составную задачу.

В III и IV классах такой разбор находит дальнейшее применение. Здесь также иногда полезен постепенный переход от менее сложных к более сложным задачам.

Приведем пример. В IV классе решали задачу:

«На 744 руб. куплено 4 *м* шерстяной материи по 96 руб. за метр и несколько метров сукна по 120 руб. за метр. Сколько метров сукна куплено?»

После решения этой задачи она была усложнена и приняла следующую форму: «На 936 руб. куплено 6 *м* шерстяной материи по 96 руб. за метр и несколько метров сукна. 4 *м* сукна стоят столько, сколько 5 *м* шерстяной материи. Сколько куплено метров сукна?»

Если бы задача была сразу предложена в последней редакции, анализ ее был бы непосилен для некоторых учащихся. При постепенном же усложнении им нетрудно было разобрать ее и решить.

Этот прием, который, кстати сказать, применим при любой форме разбора, помогает детям лучше осознать, как образуются сложные задачи, благодаря чему им затем легче анализировать их. В этом основная ценность данного приема. Вообще же, как указывалось выше, следует избегать задач, отношения между элементами которых так сложны, что дети не могут в них разобраться.

Чтобы облегчить учащимся анализ задачи, иногда полезно начинать разбор ее с выяснения того, каким действием (сложением, вычитанием, умножением или делением) решается главный вопрос. Это помогает учащимся яснее представить себе конечный этап решения задачи, лучше понять, какие данные необходимы для решения главного вопроса. При этом, если дальнейший анализ задачи труден для учащихся, можно после этого вести разбор, исходя из числовых данных.

Возьмем задачу: «Завод должен был изготовить 27 540 мотоциклов. По плану предполагалось изготовлять по 255 мотоциклов в день, но рабочие делали на 15 мотоциклов больше. На сколько дней раньше срока завод выполнил задание?»

Исходя из главного вопроса задачи, мы выясняем, что он решается вычитанием и, далее, что в этом последнем действии надо будет от числа дней, в течение которых завод должен был выполнить задание, вычесть число дней, в течение которых рабочие выполнили его. При отыскании каждой из этих величин — в случае, если учитель считает дальнейший анализ трудным для детей — разбор ведется, исходя преимущественно из числовых данных, примерно так: известно, что завод должен был изготовить 27 540 мотоциклов. По плану предполагалось изготовлять по 255 мотоциклов в день. По этим данным можно узнать, за сколько дней завод предполагал выполнить задание. Делим 27 540 мотоциклов по 255 мотоциклов. В числе 27 540 по 255 содержится 108 раз. Отсюда следует, что завод предполагал выполнить задание за 108 дней. За сколько дней завод должен был выполнить задание по плану, мы узнали сразу. Узнать же, за сколько дней он выполнил его в действительности, мы сразу не можем, так как не знаем, сколько мотоциклов изготовлялось на заводе в день. Это нетрудно узнать.

Известно, что по плану предполагалось изготовлять по 255 мотоциклов в день, но рабочие изготовляли на 15 мотоциклов больше. По этим данным можно узнать, сколько мотоциклов изготовляли рабочие в день. К 255 мотоциклам прибавить 15 мотоциклов, получится 270 мотоциклов. В день рабочие изготовляли по 270 мотоциклов. Зная это, можно определить, за сколько дней рабочие изготовили 27 540 мотоциклов. Делим 27 540 по 270. В числе 27 540 по 270 содержится 102 раза. Отсюда следует, что рабочие изготовили все мотоциклы за 102 дня.

По плану завод предполагал выполнить задание за 108 дней, а выполнил его за 102 дня. По этим данным можно узнать, на сколько дней раньше срока завод выполнил задание. Из 108 дней вычитаем 102 дня, получим 6 дней. Завод выполнил задание на 6 дней раньше срока. В задаче спрашивалось, на сколько дней раньше срока завод выполнил задание. Мы узнали это. Задача решена.

В приведенном примере разбор велся, исходя сначала из вопроса, затем из числовых данных. Иногда, наоборот, разбор задачи начинают, исходя из числовых данных, а затем — после выделения 2—3 простых задач — продолжают ее разбирать, исходя из главного вопроса.

Возьмем задачу: «От 1380 овец получено по 5 *кг* шерсти и от 128 овец по 6 *кг* от каждой овцы. При мытье шерсть потеряла третью часть своего веса. Сколько получилось очищенной шерсти?»

Если учитель находит, что разбор всей задачи, исходя из вопроса, может оказаться непосильным для учащихся, следует начать разбор исходя из числовых данных, узнавая, сколько шерсти получено от 1380 овец, от 128 овец и, наконец, от всех овец. Обратившись затем к главному вопросу задачи, рассуждаем так:

«Чтобы узнать, сколько получилось очищенной шерсти, надо знать, сколько всего было шерсти и сколько веса она потеряла при мытье. Сколько было всего шерсти известно, но сколько веса она потеряла при мытье, неизвестно. Это легко узнать. В задаче сказано, что при мытье шерсть потеряла третью часть своего веса, весила же она всего 7668 *кг*. Чтобы узнать, сколько веса шерсть потеряла при мытье, надо 7668 *кг* разделить на 3. Получится 2556 *кг*. При мытье шерсть потеряла в весе 2556 *кг*.

Зная, что до мытья шерсть весила 7668 *кг*, а при мытье потеряла в весе 2556 *кг*, можно узнать, сколько получилось очищенной шерсти. Для этого надо из 7668 *кг* вычесть 2556 *кг*. Получится 5112 *кг*. Очищенной шерсти получилось 5112 *кг*. В задаче спрашивалось, сколько получилось очищенной шерсти. Мы это узнали. Задача решена».

В зависимости от трудности задачи, от уровня развития и подготовки учащихся выбирается соответствующая форма разбора.

При выборе каждого действия следует учитывать все элементы задачи, взятые в их соотношениях. Поэтому независимо от формы разбора следует приучать детей, чтобы они возможно чаще обращались к тексту задачи, в частности. к ее вопросу, с тем, чтобы ничего не упустить из ее данных, чтобы удостовериться, не расходится ли намечаемое решение с каким-либо ее условием, приближает ли намечаемый разбор к нахождению ответа на главный вопрос. Необходимо добиваться, чтобы при выделении простой задачи из составной учащиеся имели в виду не только простую, но и составную задачу в целом, в частности, чтобы они по возможности отдавали себе отчет в том, для чего — в плане решения всей задачи — необходимо выполнение данного действия (Н. А. Менчинская называет такой анализ «предвосхищающим»[1]). Подобные вопросы (например, для чего надо это узнать или для чего надо выполнить это действие) полезно чаще ставить перед детьми.

Возьмем задачу: «Сколько мешков муки получилось из 1620 *кг* пшеницы, если отходы при помоле составили шестую часть веса пшеницы, а в каждый мешок насыпали по 75 *кг* муки?»

Когда учащиеся при разборе ставят первый вопрос плана: («Сколько килограммов весили отходы?») полезно спросить у них, для чего надо это узнавать (для того чтобы можно было потом узнать, сколько получилось муки). Подобным образом при постановке второго вопроса плана выясняется, что узнавать, сколько килограммов муки получилось, необходимо для того, чтобы можно было затем узнать, сколько получится мешков муки.

Применяя при разборе задачи анализ и синтез в их единстве, систематически приучая детей сопоставлять данные, необходимые для решения вопроса задачи, с имеющимися в ней числами, а с другой стороны, неизменно следить за тем, приближает ли нас действие над теми или иными числовыми данными задачи к получению ответа на ее вопрос, мы постепенно прививаем учащимся умение правильно проводить разбор и при самостоятельном решении задач.

При любой форме разбора следует по возможности сначала проводить разбор в с е й задачи (в случаях, если это непосильно для учащихся, такой разбор проводится после выполнения 1—2 действий, когда задача становится менее сложной). Лишь после этого переходят к решению задачи.

На это приходится обращать внимание, так как в школьной практике нередко сразу приступают к решению отдельных простых задач, выделяемых из составной, без предварительного выяснения хода решения всей задачи.

---

[1] См. Н. А. Менчинская, Психология обучения арифметике, Учпедгиз, М., 1955, стр. 357.

Такого рода разбор задачи не обеспечивает осмысленного решения ее, а главное, прививает детям навык приступать к решению задачи, не продумав предварительно, как ее следует решать. Такой навык вреден не только для успешного обучения решению задач, но и для развития мышления детей, для их практической подготовки. Здесь уместно привести высказывание Маркса об особенностях человеческого труда в отличие от «труда» животных.

«Паук, — читаем мы у Маркса, — совершает операции, напоминающие операции ткача, и пчела постройкой своих восковых ячеек посрамляет некоторых людей-архитекторов. Но и самый плохой архитектор от наилучшей пчелы с самого начала отличается тем, что, прежде чем строить ячейку из воска, он уже построил ее в своей голове. В конце процесса труда получается результат, который уже в начале этого процесса имелся в представлении работника, т. е. идеально»[1].

Очевидно, что слова Маркса о труде архитектора применимы к любому человеческому труду.

## Решение задачи

Решение задачи органически связано с ее разбором. Однако для удобства изложения мы рассмотрим вопросы, связанные с решением задачи, отдельно.

**Объяснение решения.** Выполнение каждого действия при решении задачи сопровождается объяснением, которое должно, как правило, включать: а) формулировку вопроса; б) мотивировку выбора действия (объяснение, какое действие надо выполнить и почему) и в) объяснение результата действия. Кроме того, после выполнения всех действий следует сопоставить полученный ответ с главным вопросом задачи, чтобы убедиться, решена ли она.

Вопросы плана должны излагаться с предельной точностью, в них нельзя допускать недомолвок, неясностей, а тем более неточностей. Следует добиваться осознания учащимися каждой допущенной ими ошибки или неточности, замены каждой неточной или неверной формулировки абсолютно правильной. В частности, желательно, чтобы в вопросе упоминалось наименование искомого числа, например. «сколько метров сукна купили», а не «сколько сукна купили». Отступление от этого требования допустимо лишь в тех случаях, когда искомое число является составным именованным и когда трудно в вопросе указать наименование искомого результата.

Изложив вопрос плана, ученик должен объяснить выбор действия для решения данного вопроса: он должен составить

[1] К. Маркс, Капитал, т. I, кн. I, Госполитиздат, 1950, стр. 186.

простую задачу, решаемую этим вопросом, а затем указать, каким действием решается эта задача и почему. После выполнения действия ученик должен объяснить, что означает полученный результат.

Возьмем для примера задачу: «Два пионерских отряда собрали вместе 300 *кг* желудей. Первый отряд собрал 2 мешка желудей, а второй — 3 таких мешка. Сколько килограммов желудей собрал второй отряд?»

После разбора задачи ученик должен объяснять ее решение примерно, так:

1. Сколько мешков желудей собрали два отряда вместе?

Первый отряд собрал 2 мешка желудей, а второй — 3. Чтобы узнать, сколько мешков собрали два отряда вместе, надо к 2 мешкам прибавить 3 мешка, получится 5 мешков. Итак, два отряда вместе собрали 5 мешков желудей.

2. Сколько килограммов желудей было в каждом мешке?

В 5 мешках было 300 *кг* желудей. Чтобы узнать, сколько килограммов желудей было в каждом мешке, надо 300 *кг* разделить на 5, получится 60 *кг*. Итак, в каждом мешке было 60 *кг* желудей.

3. Сколько килограммов желудей собрал второй отряд?

Второй отряд собрал 3 мешка желудей, по 60 *кг* в каждом. Чтобы узнать, сколько килограммов собрал он, надо 60 *кг* умножить на 3, получится 180 *кг*. Итак, второй отряд собрал 180 *кг* желудей.

В задаче спрашивалось, сколько килограммов желудей собрал второй отряд. Мы узнали, что он собрал 180 *кг*. Задача решена.

Такое подробное объяснение решения применимо не всегда. В ряде случаев (при недостатке времени, при решении легких задач и др.) можно ограничиться более кратким объяснением. Но учащиеся должны быть приучены к подробному объяснению, как к основной форме объяснения решения.

Объяснение значения результатов действий имеет существенное значение для сознательного выполнения решения. Выполняя вычисления, ученик отвлекается от условия задачи. Необходимо поэтому, чтобы после выполнения каждого действия он объяснял, что означает полученный результат, так как этим устанавливается связь с условием, прерванная во время выполнения действия; это помогает детям лучше знать условия, которые получаются после решения каждого вопроса.

Приведенная выше форма объяснения решения задачи, в виду ее сложности, не может быть сразу введена. На первых шагах обучения решению задач приходится мириться с тем, что ученик сначала выполняет действие и лишь после этого объясняет его. Подобные отступления вызываются тем, что на первых порах учащимся трудно начинать объяснение решения с постановки вопроса плана. Для многих из них легче выполнить действие и лишь после этого объяснить его.

Однако в случае таких отступлений объяснение должно быть затем повторено в надлежащем порядке, при этом учителю следует возможно чаще подчеркивать преимущество такого объяснения.

На первых шагах обучения ученик объясняет решение задачи по вопросам учителя. В дальнейшем вводится связное объяснение решения задачи, без вспомогательных вопросов педагога.

Чтобы сделать такого рода объяснение посильным для учащихся, учитель, после того как объяснение задачи проведено в вопросно-ответной форме, иногда сам связно объясняет задачу, давая этим образец, которому должны следовать учащиеся. Учитель тут же проверяет, кто из учащихся может повторить данное им объяснение. Еще чаще в качестве образца, которому следует подражать, учитель выставляет связное объяснение задачи теми учащимися, которые хорошо справляются с такого рода объяснением. В целях поощрения ответы таких учащихся оцениваются выше аналогичных ответов, данных не в связной форме.

Особое внимание следует уделять привитию детям навыка объяснять решение задач и в процессе самостоятельной работы. При задавании задач на дом или для самостоятельного решения в классе учитель должен рекомендовать учащимся, чтобы они объясняли себе решение задачи так же, как они это делают в классе, у доски: сначала поставить вопрос, затем объяснить, как это можно узнать, выполнить действие и, наконец, объяснить, что узнали (что получилось).

Когда задача предлагается для самостоятельного решения в классе, учитель предупреждает детей, что он будет проверять, объясняют ли они себе решение или решают задачу без объяснений. Эту проверку учитель проводит, подходя к отдельным учащимся и тихо спрашивая у них объяснение того или иного действия. Чтобы спросить возможно больше учащихся, учитель может требовать от опрашиваемого ученика частичного объяснения одного какого-либо действия, например формулировки вопроса или объяснения значения полученного результата.

Очевидно, что такая проверка не дает возможности полностью выявить, объясняют ли себе учащиеся решение задачи при самостоятельной работе и как они это делают. Все же такая проверка себя оправдывает. Получив указание о необходимости объяснять решение задачи и предупрежденные о том, что это будет проверяться, учащиеся стараются выполнить требование учителя, чтобы быть готовыми к ответу на его вопросы.

**Запись решения.** При решении задачи можно требовать от учащихся записи только действий или вопросов и действий.

Запись вопросов обеспечивает более сознательное решение задачи по сравнению с записью одних действий, так как в последнем случае многие дети могут выполнять действия неосознанно, не отдавая себе отчета в том, для чего они их выполняют. Кроме того, запись вопросов плана способствует развитию логического мышления детей. Поэтому там, где это позволяет уровень навыков учащихся в письме, следует практиковать решение задач с записью вопросов.

Опыт показывает, что чем раньше вводится запись вопросов и чем чаще она применяется, тем лучше дети научаются решать задачи.

Запись вопросов плана целесообразно начинать со второго полугодия II класса, а затем широко применять в III и IV классах, где полезно записывать план большинства задач, решаемых в классе и, как правило (исключения, разумеется, возможны), всех задач, решаемых детьми дома. Последнее желательно потому, что при решении дома задач без записи вопросов учащиеся могут выполнять действия механически, не отдавая себе отчета в том, для чего они их выполняют.

В I классе и в первую половину года во II классе учащиеся при решении задач записывают в своих тетрадях только действия. Такая запись затрудняет процесс обучения решению задач в младших классах, так как учащиеся этих классов вынуждены воспринимать важнейший элемент объяснения — вопросы плана — исключительно на слух, вместо того чтобы воспринимать их также зрительно и моторно, как это имеет место при записи вопросов. К сожалению, в первые $1\frac{1}{2}$ года обучения не представляется возможным требовать от детей подобной записи. Однако по мере того, как учащиеся I класса овладевают навыком чтения, в частности навыком чтения рукописного текста, учитель может иногда записывать вопросы плана на доске с тем, чтобы учащиеся могли воспринимать их не только на слух, но и зрительно. По нашим наблюдениям, даже такая запись, которая предназначается только для чтения, а не для воспроизведения, заметно облегчает детям понимание решения. Кроме того, она исподволь подготовляет детей к предстоящей записи плана в тетрадях.

Заметим, что во всех случаях, когда в I классе или в первом полугодии II класса учитель записывает на доске вопросы плана, следует предупреждать учащихся, что эту запись не нужно переносить в тетради, что им надо записывать только действия.

При решении задач без записи плана учитель, занимающийся с одним классом, имеет возможность путем устного опроса выявить, правильно ли учащиеся ставят вопросы. Учитель же двухкомплектной школы такими возможностями располагает в ограниченной мере. Поэтому следует здесь возможно чаще практиковать запись плана.

Передовые учителя двухкомплектных школ в своей практике вводят запись плана (вопросов) несколько раньше, чем это обычно практикуется.

Особо следует остановиться на порядке записи действий с многозначными числами. Когда при решении задачи приходится производить вычисления с многозначными числами, целесообразно записывать каждое действие сначала в строчку, а затем, если трудно выполнить его устно, записывать его «столбиком» и решать письменно. Запись в строчку целесообразна тем, что она стимулирует учащегося к выполнению вычислений в уме, тогда как при записи «столбиком» ученик часто пользуется письменными приемами даже при самых легких вычислениях.

При решении задач с записью плана можно записывать действие вслед за соответствующим вопросом. Можно также сначала записать весь план, а затем все действия.

Возьмем задачу: «Бригада комбайнеров получила задание убрать восемью комбайнами 1 680 *га* пшеницы за 10 дней. Каждый комбайн в среднем убирал по 35 *га* в день. На сколько дней раньше срока была закончена уборка?»

### Первая форма записи плана и решения этой задачи

План и решение задачи:

1) Сколько гектаров пшеницы убирала бригада восемью комбайнами за 1 день?

$$35 \text{ га} \times 8 = 280 \text{ га}.$$

2) За сколько дней бригада закончила уборку пшеницы?

$$1\,680 \text{ га} : 280 \text{ га} = 6 \text{ (дней)}.$$

3) На сколько дней раньше срока бригада закончила уборку?

$$10 \text{ дней} - 6 \text{ дней} = 4 \text{ дня}.$$

Ответ. На 4 дня.

### Вторая форма записи плана и решения задачи

План задачи:

1) Сколько гектаров пшеницы убирала бригада восемью комбайнами за 1 день?

2) За сколько дней бригада закончила уборку пшеницы?

3) На сколько дней раньше срока бригада закончила уборку?

Решение задачи:

1) $35 \text{ га} \times 8 = 280 \text{ га}$.

2) $1680 \text{ га} : 280 \text{ га} = 6$ (дней).

3) 10 дней — 6 дней = 4 дня.

Чередование вопросов плана с действиями легче для учащихся, чем предварительное составление всего плана задачи. Зато последнее способствует лучшему осмысливанию решения, так как эта форма записи стимулирует детей к предварительному продумыванию способа ее решения. Первая из рассмотренных выше форм записи применима преимущественно во II и III классах, а вторая в IV классе. Однако и в IV классе при решении более трудных задач полезно чередовать запись вопросов плана с выполнением соответствующих действий.

Иногда при недостатке времени может оказаться полезным на уроке записывать только действия, ограничиваясь устной постановкой вопросов, а на дом предложить детям записать вопросы плана.

В школьной практике иногда вместо вопросительной формы плана применяется повествовательная.

Возьмем задачу: «Костюм, ботинки и галоши стоят вместе 340 руб. Костюм и ботинки стоят 320 руб., ботинки и галоши 100 руб. Сколько стоят отдельно костюм, ботинки и галоши?»

Вот как иногда записывается решение этой задачи:

1) 340 руб. — 320 руб. = 20 руб. (стоят галоши).

2) 340 руб. — 100 руб. = 240 руб. (стоит костюм).

3) 320 руб. — 240 руб. = 80 руб. (стоят ботинки).

Повествовательная форма плана легче вопросительной. Поэтому ее можно ввести раньше вопросительной.

Остановимся на письменном объяснении решения задачи. Письменное объяснение решения, в виду его сложности, применимо главным образом в V и VI классах. Но подготовку к нему следует начать с IV класса, вводя здесь более подробное изложение вопросов, так, чтобы вопрос включал числовые данные, необходимые для его решения, например:

1. Сколько гектаров пшеницы убирала бригада восемью комбайнами в 1 день, если каждым комбайном убирали по 35 *га* в день?

2. За сколько дней бригада закончила уборку пшеницы, если надо было убрать 1680 *га*, а в день она убирала по 280 *га*?

3. На сколько дней раньше срока бригада закончила уборку, если по плану она должна была убрать весь хлеб за 10 дней, а убрала его за 6 дней?

Подобная запись плана способствует подготовке учащихся к письменному объяснению задач. Эту форму записи, однако, уместно применять при решении лишь некоторых задач, так как она требует слишком много времени.

Наряду с приведенными выше формами записи после ознакомления учащихся с порядком выполнения арифметических действий полезно решение некоторых задач записывать ф о р м у л о й. Запись решения числовой формулой помогает учащимся лучше осознать соотношение между данными числами и искомым, последовательность действий в задаче.

При введении записи формулой вначале берут задачи, решаемые действиями одной ступени (первой или второй), например:

1. «Колхоз собрал 560 *т* пшеницы, ржи — на 175 *т* меньше,

чем пшеницы, ячменя — на 208 *т* меньше, чем ржи, а овса — на 96 *т* больше, чем ячменя. Сколько тонн овса собрал колхоз?»

2. «На пароход погружено 864 *т* муки, сахару — в 3 раза меньше, чем муки, а крупы — в 2 раза больше, чем сахару. Сколько погружено тонн крупы?»

После обычной записи требуемых действий учитель объясняет детям, что вместо такого подробного решения можно кратко записать, какие действия и в каком порядке надо выполнить над данными в задаче числами. Получатся формулы:

1. $560 - 175 - 208 + 96.$
2. $864 : 3 \times 2.$

В дальнейшем запись формулой начинают применять в задачах, решаемых действиями и первой и второй ступени. Еще позже такие записи вводятся в случае, когда формулы содержат скобки.

Запись решения формулой вначале применяется к уже решенным задачам (после обычной записи решения проводится запись его формулой). Когда учащиеся приобретут в этом навык, начинают записывать решение задачи сразу формулой, без предварительного выполнения действий, с помощью которых она решается.

Подробнее вопрос об ознакомлении учащихся с записью решения задач формулой рассмотрен в девятой главе, в параграфе «Порядок действий. Скобки».

### Различные способы решения задачи

Для углубленного усвоения структуры задачи, лучшего понимания зависимости между ее данными и искомыми полезно решать ее несколькими способами в тех случаях, когда это возможно. Однако это допустимо лишь тогда, когда учащиеся хорошо поняли один какой-либо способ.

Особого внимания заслуживают задачи, решение которых несколькими способами может содействовать формированию понятий о законах действий. Так, решение несколькими способами таких задач, как: «В книге 120 страниц, на каждой странице 45 строк, в каждой строке 40 букв. Сколько букв в книге?» — полезно для формирования понятий о переместительном и сочетательном законах умножения. Формированию понятия о распределительном законе умножения содействует решение несколькими способами задач, подобных следующей: «Пионеры были в походе два дня. В первый день они шли 5 часов со скоростью 3 *км* в час, а во второй день — 4 часа с той же скоростью. Сколько всего километров прошли пионеры?»

При решении задачи несколькими способами следует выяснить, какой из них является лучшим, при этом, как правило, отдавать предпочтение тому из них, который требует меньшего числа действий или более легких действий.

Решение задач несколькими способами и выбор лучшего из них полезно не только для развития мышления детей, но и для их практической подготовки, так как это прививает им навык — из различных возможных способов решения того или иного вопроса выбрать лучший, более экономный. Следует поэтому всячески поощрять детей к изысканию лучших способов решения задач.

При подборе задач для решения в классе или для задавания на дом учитель должен в отношении каждой из них продумать, решается ли она одним способом или несколькими, какими именно. При такой подготовке он может правильно руководить учебной работой, связанной с рассмотрением и сравнительной оценкой отдельных способов решения. В частности, это может уберечь от недоразумений, которые возникают иногда на уроке, когда, не продумав предварительно возможные способы решения задачи, учитель отвергает предлагаемый учащимися неожиданный для него, а потому показавшийся ему неверным способ, в действительности вполне правильный.

Для того чтобы учащиеся лучше осмысливали особенности каждого способа решения задачи, полезно, не ограничиваясь устным обсуждением различных способов, записывать на доске соответствующие решения. Чтобы такие записи отнимали возможно меньше времени, на доске записывают только действия, притом преимущественно в строчку. По тем же соображениям эти записи чаще всего выполняет учитель (со слов учащихся).

Дети склонны иногда считать, что задача решается несколькими способами, тогда как в действительности различие между решениями, которые применялись ими, состояло лишь в ином порядке выполнения действий. В таких случаях для разъяснения ошибочных понятий полезно записывать примененные решения на доске, чтобы дети имели возможность убедиться, что задача фактически решена одним способом.

## Проверка решения задачи

Проверка решения задачи способствует более углубленному ее осмысливанию и лучшему пониманию зависимости между данными и искомыми. Главное же достоинство проверки заключается в том, что она дает учащимся возможность контролировать свою работу и тем создает условия для большей самостоятельности их при решении задач.

Проверку решения задач следует начинать с III класса, так как учащиеся младших классов могут отнести действия, выполняемые для проверки, к основному решению задачи, что может помешать пониманию способа решения.

Проверка арифметических действий легче, чем проверка решения задач. Поэтому последнюю можно вводить лишь после усвоения учащимися проверки действий.

Проверять можно решение каждой задачи. Однако для некоторых задач проверка может быть слишком сложна. Поэтому в начальной школе ее целесообразно применять при решении таких задач, где это легко осуществимо.

С особой тщательностью следует выбирать задачи при первичном введении проверки решения. Для этого, как показывает опыт, подходят задачи, при проверке которых требуется выполнить всего лишь 1 действие, например:

«С трех участков сняли 875 *кг* капусты. С первого участка сняли 268 *кг*, а со второго — на 26 *кг* больше, чем с первого. Сколько килограммов капусты сняли с третьего участка?»

Как видно, после решения задачи для проверки его достаточно сложить число килограммов, снятых с каждого из трех участков. Если решение выполнено верно, то в сумме должно получиться 875 *кг*.

Постепенно переходят к проверке решения таких задач, где для этого требуется выполнить 2 действия, и т. д.

## Повторение плана и решения задачи

Как бы хорошо ни была разобрана задача в процессе ее решения, она может остаться недостаточно хорошо понятой отдельными учениками.

При первичном решении задачи некоторые учащиеся слабо вникают в ее смысл, потому что им приходится затрачивать сравнительно много умственной энергии на вычисления. Занятые вычислительной техникой, они недостаточно вдумываются в зависимость между величинами, о которых идет речь в условии задачи, недостаточно хорошо осознают способ ее решения. Целесообразно поэтому, чтобы после записи плана и действий дети повторно разобрали задачу, так как, покончив с вычислениями, они в состоянии целиком отдаться осмысливанию способа ее решения.

Повторение плана и решения полезно также тем, что оно дает возможность проверить, хорошо ли учащиеся поняли решенную задачу.

Повторный разбор задачи может быть полным или частичным: первый уместен в отношении более трудных задач, второй — в отношении менее трудных.

Частичное повторение может заключаться в повторении плана задачи (только плана) либо в объяснении, что означает каждый из полученных результатов: что означает полученный результат первого действия, второго и т. д. Частичное повторение можно иногда проводить еще более кратко, ограничиваясь повторением некоторых вопросов плана или объяснением некоторых из полученных результатов.

Для того чтобы повторение плана и решения задачи давало возможно больший эффект, полезно проводить его при закрытых тетрадях учащихся. К этому приему следует прибегать в особенности тогда, когда задача решалась с записью плана (вопросов). Если проводить повторение такой задачи при открытых тетрадях, учащиеся могут механически читать вопросы по своим записям. Другое дело, когда они должны формулировать вопросы или объяснять значение результатов действий, не заглядывая в тетрадь. В этом случае они вынуждены снова продумать весь ход решения задачи. По этим соображениям при повторении задачи целесообразно иметь на классной доске лишь запись решения задачи (действий), но ни в коем случае не плана (вопросов). Последние, если они были записаны на доске, должны быть предварительно — до повторения — стерты.

Иногда же представляется целесообразным стереть с доски также запись действий, оставив лишь запись условия. В этих случаях дети при небольших числовых данных выполняют действия устно, при многозначных же числах указывают действия, не выполняя их.

Если задача решается несколькими действиями, повторение ее может проводиться двумя или тремя учащимися, так чтобы каждый ученик объяснил определенную часть задачи. Само собой разумеется, что и остальные ученики должны в определенной мере привлекаться к объяснению задачи.

Повторение решения задачи полезно проводить непосредственно после того, как она была решена, иногда же спустя некоторое время после этого. По окончании темы или раздела курса целесообразно проверить, как учащиеся справляются с решенными за истекший период более трудными задачами.

Повторное решение задач следует проводить так, чтобы оно отнимало возможно меньше времени. В большинстве случаев можно ограничиваться лишь устным разбором и объяснением задачи, не делая при этом никаких записей. Иногда может потребоваться вторичное письменное решение задачи; запись при этом должна быть возможно более краткой (запись только решения, а если это посильно для учащихся, то запись формулой).

При повторном письменном решении задачи иногда полезно заменить в условии одно или несколько числовых данных, чтобы повторное решение не было простым воспроизведением прежнего. Кроме того, в связи с повторным решением задач во многих случаях полезно их усложнять, о чем будет подробно идти речь ниже, в параграфе «Преобразование задач».

Повторное решение задач может проводиться экспромтом: не предупредив накануне учащихся, учитель на уроке указывает им номер задачи, намеченной для повторения, и тут же после чтения условия требует от них объяснения плана и решения. Иногда же можно заранее предупредить учащихся о предстоящей работе, указав им номера задач, какие будут повторяться в классе. В последнем случае не следует ограничиваться одной или двумя задачами, а можно указывать большее число их, чтобы учащиеся подготовились дома к их повторному решению.

Здесь полезна такая форма заданий: учитель указывает детям несколько задач, предлагая им внимательно продумать, как следует решать каждую из них, и если встретятся задачи, которых ученик не может решить, он должен записать их номера на листке бумаги и на следующий день сдать этот листок учителю

Приведем образец подобного листка ученика III класса. (Учащимся этого класса было задано записать номера трудных для них задач на страницах 34—35 учебника.)

> На страницах 34 и 35 для меня трудны задачи: № 327 и 328.
>
> Ваня Колосов.

Получив от детей листки с номерами трудных для них задач, учитель на одном из ближайших уроков разбирает с ними задачи, которые оказались трудными для многих из них, а на дополнительных занятиях в индивидуальном порядке разъясняет отдельным ученикам непосильные для них задачи.

Следует помнить, что детям здесь даются задачи, которые уже были ими решены. Поэтому нет надобности, чтобы они еще раз решали их письменно. Достаточно, чтобы они устно продумывали, как их нужно решать. Это позволяет детям при малой затрате времени повторить большее число задач.

Можно опасаться, что некоторые дети, чтобы скрыть от учителя свое незнание, не будут указывать номеров задач, которых они не умеют решать. Следует разъяснять детям, что требуемые сведения необходимы для того, чтобы учитель знал, в чем надо помочь каждому из них.

Здесь может также оказаться полезным проверить, умеют ли дети решать задачи, которые не указаны в их листках и которые они считают легкими для себя. В случае, если при подобной проверке обнаруживается, что некоторые учащиеся не справляются с этими задачами, следует рекомендовать им, чтобы в следующий раз они не пропустили ни одной непосильной для них задачи, так как в противном случае могут не получить необходимой помощи от учителя.

Понятия, которые даются учащимся в процессе обучения, обычно формируются не сразу и не остаются неизменными, а развиваются, становясь с течением времени более точными и полными. Большую роль в развитии понятий играет повторение.

Некоторые учителя полагают, что дидактические положения, касающиеся повторения пройденного, не распространяются на решение задач. Эта точка зрения глубоко ошибочна. Как любое повторение, повторное решение задач может при правильной постановке сыграть большую роль в закреплении и развитии навыков учащихся, в повышении их успеваемости. При повторении задач ученик глубже осознает зависимость между данными и искомыми величинами, лучше осмысливает способ решения задач, связь их с другими задачами и т. д.

## Составление задач учащимися

Одной из целей советской школы является подготовка инициативных, творческих людей, которые могли бы не только выполнять чужие задания, но и сами ставить перед собой задачи и решать их. Преподавание арифметики не будет способствовать развитию этих качеств, если учащиеся решают только готовые задачи, а не упражняются в самостоятельном составлении их.

Составление задач учащимися ценно не только с точки зрения воспитательных целей школы, но и для повышения эффективности обучения, для поднятия успеваемости. При составлении задачи ученик глубже вникает в ее структуру и условие, лучше осмысливает зависимость между входящими в нее величинами. Составление задач повышает интерес учащихся к занятиям арифметикой.

Чтобы составление задач было эффективным, оно должно проводиться в единой системе с решением готовых задач. Когда дети научатся решать готовые задачи данного вида, им предлагаются упражнения в составлении аналогичных задач.

Можно требовать от учащихся частичного или полного составления задач.

Частичное составление задачи может выражаться:

а) в придумывании вопроса к данным условиям;

б) в подборе условий к данному вопросу;

в) в подборе недостающих данных.

Приведем образцы упражнений первого рода.

«Два столяра получили за починку мебели в школе 320 руб. Один из них работал 3 дня, а другой 5 дней. (Поставить вопрос и решить задачу)».

К одним и тем же числовым данным можно ставить не один, а несколько вопросов. Так, к приведенным выше данным о совместной работе двух столяров можно поставить такие вопросы: Сколько денег получил каждый столяр? Сколько денег получил первый (или второй) столяр? На сколько второй столяр получил больше первого? и др.

В случае, когда учащиеся ставят несколько вопросов к предложенным числовым данным, из этих вопросов выбирается один, либо по очереди рассматриваются все вопросы, и каждый раз выясняется, как следует решать задачу для нахождения ответа на данный вопрос. Постановку учащимися различных вопросов к данным условиям следует всячески поощрять.

Приведем образец упражнений в составлении условий к вопросу задачи: «Составить задачу в 2 (или 3) действия, в которой требовалось бы узнать, сколько километров самолет пролетел за три часа?»

А вот образцы упражнений в подборе недостающих данных.

«У хозяйки было 8 кур и 5 уток. За год каждая курица снесла 165 яиц. Сколько яиц снесли за год куры и утки вместе? (Дополнить условие и решить задачу.)»

«Пароход шел ... часов по течению со скоростью ... *км* в час и... часов против течения со скоростью... *км* в час. Сколько всего километров прошел пароход? (Подобрать числа и решить задачу.)»

Иногда частичное придумывание задачи может выражаться в составлении условия по 1) краткой записи его или 2) по данному решению, например:

1. Составить задачу по следующей краткой записи условия:

Пшеницы 1126 *т*.

Ржи на 178 *т* меньше, чем пшеницы.

Овса в 2 раза меньше, чем ржи.

2. Составить задачу, которая решалась бы так:

1) $40 \times 5 = 200$
2) $36 \times 3 = 108$
3) $200 + 108 = 308$.

В младших классах, в дополнение к элементам условия (числовым данным или вопросу), можно иногда давать рисунок, по которому требуется составить задачи. Особенно часто в школьном опыте практикуется составление задач по иллюстрированным прейскурантам, которые обычно бывают тематическими, включая, например, цены детских игрушек, письменных принадлежностей, чайной или столовой посуды и т. д. (см. образец прейскуранта на рисунке 3, стр. 74).

Повесив прейскурант с указанными на нем ценами (цены можно и не давать в готовом виде, а установить их в беседе с детьми), учитель вначале сам составляет 1—2 задачи о покупке соответствующих предметов, а затем предлагает детям придумать свои задачи.

Легко видеть, что по каждому прейскуранту можно составить много разнообразных задач. Так, по прейскуранту, на котором нарисованы чашка, чайник, блюдце и указаны их цены, можно составить задачи:

«Девочка купила чашку и блюдце. Сколько сдачи она должна получить, если дала в кассу 20 руб.?»

«Сколько надо уплатить за 5 чашек и чайник? за 3 чашки и 4 блюдца?»

«Для детского сада на 100 руб. куплены чайник и несколько чашек. Сколько чашек куплено?» и др.

При отсутствии иллюстрированных прейскурантов можно оформлять их на бумаге или доске без рисунков.

При полном составлении задач ученики придумывают условия полностью, все же и здесь учителю следует каждый раз указывать, какие задачи надо составлять, так как лишь упражнения, выполняемые в соответствии с общим планом преподавания, могут быть эффективными. Указания должны быть возможно более определенными. Если, например, предложить учащимся II класса составить задачи о сборе грибов, то ввиду недостаточной определенности заданий придуманные ими условия могут не соответствовать плану учебных занятий и тем мешать достижению цели урока. Другое дело, если предложить придумать на эту тему задачи, которые решались бы определенными действиями, например сложением и вычитанием.

Назовем основные виды упражнений в полном составлении задач:

а) Составление задач, которые решались бы определенным числом действий, например придумать задачу в 2 (3 и т. д.) действия.

б) Составление задач на определенные действия, например придумать задачу, которая решалась бы умножением и делением.

в) Придумывание задач на определенную тему и на определенные действия.

Многие задачи трудно подвести под определенные типы. Кроме того, названия некоторых типов задач малодоступны для учащихся начальной школы. Поэтому во многих случаях задание составить задачу данного типа заменяется заданием придумать задачу, подобную данной (похожую по способу решения). Когда требуется составить задачи данного типа или подобные данной, структура подлежащих составлению задач определяется более точно, чем в заданиях, требующих от учащихся составления задач на указанное число действий и даже на определенные действия. Благодаря этому составление задач данного типа или подобных данной более тесно связано с решением готовых задач и, как следствие, более эффективно в процессе обучения. Эти упражнения поэтому заслуживают особого внимания.

Приведем пример из практики. В III классе решали задачу: «Куплено два отреза одинаковой материи. В первом отрезе было 5 *м*, а во втором 3 *м*. За первый отрез уплачено на 160 руб. больше, чем за второй. Сколько стоил каждый отрез?»

После решения детям было предложено составить подобные задачи, но так, чтобы наименования у чисел были иными, чем в данной задаче. Приведем одну из составленных детьми задач.

«Для детского сада в первый раз куплено 8 *кг* печенья, а во второй раз 6 *кг* такого печенья. За первую покупку уплачено на 24 руб. больше, чем за вторую. Сколько стоила каждая покупка?»

Внимание учащихся было обращено на то, что в этой задаче наименование у одного из чисел (24 руб.) такое же, как у числа 160 в исходной задаче, а надо, чтобы наименования были иными. Вот некоторые из тех задач, которые были затем составлены детьми.

«В столовую в первый день доставили 10 бидонов молока, а во второй день 7 таких бидонов. В первый день доставлено на 90 *л* молока больше, чем во второй. Сколько литров молока доставлено в каждый из этих двух дней?»

«Грузовик был в пути в первый день 9 час., а во второй день 7 час. и шел с одинаковой скоростью. В первый день он прошел на 100 *км* больше, чем во второй. Сколько километров прошел он в первый день и сколько во второй?» (По заданию учителя эта задача была решена детьми устно.)

Составление подобных задач с различными величинами содействует формированию у детей обобщенного представления о структуре данного вида задач и способе их решения. Кроме того, это учит их замечать общее в явлениях, внешне отличных друг от друга, что весьма полезно для умственного развития.

Особо следует подчеркнуть полезность составления детьми задач по собранным ими данным, в частности задач-расчетов, например: составление и решение задачи о числе тетрадей, которые требуются школе на год, составление сметы расходов на предстоящую экскурсию, на покупку семян для школьного огорода, книг для школьной библиотеки и др.

При составлении задач учащиеся могут излагать условие устно или письменно. Первое применимо только на уроках, второе может применяться и дома.

При устном составлении задач обычно заслушивают лишь нескольких учащихся, так как всех выслушать не хватит времени. Прослушав задачу, обсуждают, правильно ли она составлена, главное, соответствует ли она заданию и правдоподобны ли ее данные. Из нескольких заслушанных задач выбирается лучшая, которую, если учитель находит нужным, предлагает детям решить устно или письменно.

При письменном составлении задач работы учащихся проверяются учителем, как и другие письменные работы. При раздаче тетрадей учитель зачитывает несколько ученических задач, каждая из которых обсуждается в классе.

В задачах, составляемых учащимися, иногда неправдоподобны числовые данные, а то и все содержание. Каждый такой недочет должен разъясняться учащимся, чтобы в дальнейшем подобные дефекты не допускались.

В практике некоторых учителей лучшие из задач, составленных детьми, записываются в особой, предназначенной для этого тетради. На обложке такой тетради, по возможности красочно оформленной, делается надпись: «Наш задачник». Этот опыт заслуживает одобрения.

Составление учениками задач даже в тех случаях, когда они лишь частично составляют условие, способствует развитию творческих способностей детей, повышению их познавательной активности, их интереса к занятиям, более глубокому пониманию ими структуры и способа решения задач. При правильном использовании этот прием содействует повышению успеваемости. Поэтому наряду с решением готовых задач следует, в дополнение к нему, широко практиковать составление задач учащимися.

### Преобразование задач

После того как учащиеся осмыслили способ решения задачи, полезно видоизменять и усложнять ее, чтобы дети могли глубже и разностороннее осознать связи и отношения между данными величинами. Преобразование задач дает учащимся возможность с особой отчетливостью видеть, как изменяется решение задачи в зависимости от тех или иных изменений, вносимых в ее условие.

Преобразование задач состоит главным образом: а) в новой формулировке вопроса и б) в усложнении условия дополнительными данными (преимущественно такими, которые делают ранее известные значения величин неизвестными). Приведем пример. В IV классе при изучении умножения именованных чисел решали задачу:

«В колхозе остригли 128 овец обыкновенной породы и 240 овец улучшенной породы. Овца обыкновенной породы дала 3 *кг* 750 *г* шерсти, а улучшенной — 7 *кг* 500 *г*. Сколько всего шерсти настригли?»

После решения задачи перед учащимися последовательно ставились следующие вопросы:

— Сколькими действиями решалась бы задача, если бы в ней не было сказано прямо, сколько остригли овец улучшенной породы, а говорилось бы, что их остригли на 112 больше, чем овец обыкновенной породы. (В записи условия на доске учитель, вместо числа 240, написал «овец улучшенной породы на 112 больше, чем обыкновенной».)

— Какое еще действие потребовалось бы тогда для решения задачи? (После выяснения этого действия оно было добавлено к решению, записанному на доске.)

— А сколькими действиями решалась бы задача, если бы в ней не было сказано, сколько шерсти давала овца улучшенной породы, а говорилось бы, что она давала шерсти в 2 раза больше, чем овца обыкновенной породы? (В запись условия на доске были внесены соответствующие изменения.)

— Какое еще действие потребовалось бы тогда?

(Это действие также было дополнительно вписано в решение задачи на доске.)

Затем детям был задан вопрос: «как решалась бы задача, если бы в ней спрашивалось, на сколько шерсти больше дали овцы улучшенной породы, чем обыкновенной?»

В приведенном примере вносились изменения и в данные и в вопрос задачи. Подобное преобразование задач, однако, применимо не всегда: иногда достаточно внести изменения только в данные или только в вопрос задачи.

Выше говорилось о внесении изменений в условия. Можно, наоборот, вносить изменения в решение, предлагая учащимся сказать, при каких условиях задача решалась бы новой комбинацией действий. Так, после решения приведенной выше задачи. «В колхозе остригли 128 овец обыкновенной породы и 240 овец улучшенной породы...» можно было стереть с доски условие, а к решению, записанному на доске, добавить в качестве первого действие: 128 овец + 112 овец = 240 овец и спросить учащихся, при каком условии задача решалась бы так, как показано на доске. Подобный же вопрос можно было затем предложить детям после внесения в решение дополнительного действия:

$$3\ кг\ 750\ г \times 2 = 7\ кг\ 500\ г.$$

Можно было, наконец, задать учащимся аналогичный вопрос после замены сложения вычитанием в последнем действии, когда на доске получилась бы запись:

1) 128 овец + 112 овец = 240 овец
2) 3 *кг* 750 *г* × 128 = 480 *кг*
3) 3 *кг* 750 *г* × 2 = 7 *кг* 500 *г*
4) 7 *кг* 500 *г* × 240 = 1800 *кг*
5) 1800 *кг* — 480 *кг* = 1320 *кг*.

В рассмотренном выше примере решение задачи лишь дополнялось. В ряде случаев, однако, представляется целесообразным преобразовывать условие задачи так, чтобы требовалось новое полное решение ее. Так, после решения приведенной выше задачи можно было предложить учащимся самостоятельно решить следующую измененную задачу:

«В колхозе остригли 136 овец обыкновенной породы, а улучшенной породы — на 120 овец больше, чем обыкновенной. Овца обыкновенной породы давала 3 *кг* 750 *г* шерсти, а овца улучшенной породы — в 2 раза больше. Сколько всего шерсти настригли?»

Мы подробно остановились на возможных видах преобразований данной задачи. Аналогичным образом можно преобразовать любую задачу, например:

«В колхозе было заготовлено на зиму 640 *т* клеверного сена и 1080 *т* лугового. К весне осталось 175 *т* клеверного сена и 236 *т* лугового. Сколько клеверного и сколько лугового сена было израсходовано за зиму?»

После решения задачи можно преобразовать ее условие так, чтобы ранее известные остатки того и другого сена стали неизвестными, например:

«В колхозе было заготовлено на зиму 640 *т* клеверного сена и 1080 *т* лугового. К весне осталась четвертая часть клеверного сена и пятая часть лугового. Сколько клеверного и сколько лугового сена израсходовано за зиму?»

Приведенную выше задачу можно было преобразовать и так, чтобы, оставляя без изменения основной текст условия, заменить данный вопрос новым, например: «Сколько всего сена израсходовано за зиму?» или: «На сколько тонн израсходовано за зиму больше лугового сена, чем клеверного?»

При надлежащей же подготовке учащихся можно изменять и основной текст условия и главный вопрос задачи.

Приведем еще один пример. Возьмем задачу.

«Для швейной мастерской на 1260 руб. куплено 75 *м* ситца и 20 *м* сатина. Сколько стоил метр сатина, если 1 *м* ситца стоил 6 руб.?»

После решения задачи можно преобразовать ее, сделав неизвестной цену метра ситца, например, вместо прежних данных «1 *м* ситца стоил 6 руб.», сказать, что «12 *м* ситца стоили 72 руб.» Можно вместо прежнего вопроса поставить новый, например: на сколько метр сатина дороже метра ситца? или: сколько стоят 7 *м* такого сатина?

Помимо указанных вариаций иногда можно оставить без изменения основной текст условия, а изменить одно из числовых данных, выясняя затем, как это изменение отразилось на ответе задачи.

Так, после решения задачи: «За сколько дней можно перевезти 180 *т* угля на трех грузовиках, если на каждый грузить по 3 *т* и делать по 5 поездок в день?» можно заменить в условии число «180» числом «540», предложить учащимся вторично решить задачу, а затем выяснить, во сколько раз новый ответ больше прежнего, почему во второй раз на перевозку угля потребовалось в 3 раза больше времени, чем в первый... (Угля стало в 3 раза больше, поэтому на его перевозку потребовалось в 3 раза больше времени.)

Подобным образом можно выяснить зависимость и между обратно пропорциональными величинами. Возьмем задачу: «С 12 яблонь сняли по 36 *кг* и с 18 яблонь по 40 *кг* яблок с каждой. Сколько ящиков потребуется для упаковки всех собранных яблок, если в каждый ящик класть по 12 *кг*?»

Заменив после решения задачи число «12 *кг*» числом «24 *кг*», после вторичного ее решения выясняем, во сколько раз второй ответ меньше первого, почему во второй раз потребовалось в 2 раза меньше ящиков, чем в первый (в каждый ящик клали в 2 раза больше яблок, поэтому потребовалось в 2 раза меньше ящиков).

Указанные упражнения могут в дальнейшем способствовать более успешному формированию понятий о прямо и обратно пропорциональных величинах.

Преобразовывать задачи можно также путем составления задач, обратных данной.

Учащимся IV класса была предложена задача:

«Для школы купили 25 парт по 80 руб. и 6 столов по 75 руб. Сколько всего денег уплатили?»

Условие задачи было при этом записано так:

| | |
|---|---|
| 25 парт по 80 руб.<br>6 столов по 75 руб. | Всего уплатили $\boxed{x}$ руб.[1] |

Решение задачи учащиеся должны были записать с помощью формулы.

После решения задачи карточка с $x$ была перемещена так, что она закрыла число 25. На месте же, где прежде был $x$, был написан ответ первой задачи. Получилось следующее новое условие:

| | |
|---|---|
| $\boxed{x}$ парт по 80 руб.<br>6 столов по 75 руб. | Всего уплатили 2 450 руб. |

Решение этой задачи также было записано формулой, после чего условие было снова изменено путем перемещения карточки с $x$. Получилась следующая задача:

| | |
|---|---|
| 25 парт по 80 руб.<br>6 столов по $\boxed{x}$ руб. | Всего уплатили 2 450 руб. |

Решение этой задачи, как и предыдущих, было записано с помощью формулы.

В ряде случаев усложнение задачи непосредственно после решения может оказаться непосильным для учащихся. Поэтому чаще всего полезно преобразовывать *ранее* решенные задачи. Сжато повторив с учащимися план и решение задачи, учитель затем вносит в ее условие или решение те или иные изменения. Поскольку задача уже решалась, детям легче справиться с различными вариациями ее.

Преобразование задач должно проводиться с учетом сил и возможностей учащихся, так чтобы решение новых задач было посильно для них.

В школьной практике часто ограничиваются ознакомлением учащихся с условием задачи, разбором ее и выполнением решения, после чего работа над задачей считается законченной. При такой системе обучения зависимость между величинами в решаемых задачах выясняется односторонне, при определенных неизменных условиях. В результате учащиеся нередко слабо осмысливают связи и отношения между данными и искомыми.

[1] $x$ был написан на прикрепленной к доске карточке. Здесь используется прием, аналогичный тому, который был рекомендован при рассмотрении вопроса о составлении *простых* задач, обратных данной.

В противовес такой практике необходимо, не ограничиваясь названными тремя этапами работы над задачей, по возможности, практиковать также проверку решения, решение несколькими способами, повторение решения, а в особенности составление подобных задач и их преобразование. Следует стремиться к тому, чтобы в абсолютном большинстве случаев после решения задачи составлялись подобные, а затем в условия вносились дополнительные данные, или ставились новые вопросы.

При такой постановке преподавания разносторонне выясняются связи и отношения между элементами одной задачи и между различными задачами, а также развитие задач от менее сложных к более сложным формам.

Кроме того, эти приемы позволяют экономить учебное время, так как на усвоение условий и решение преобразованных задач требуется меньше времени, чем на восприятие условий и решение новых задач, и, как следствие, число задач, решаемых в данный отрезок учебного времени, увеличивается. На каждом из таких уроков дети учатся решать целые группы задач.

Следует, наконец, отметить благотворное влияние описанных выше приемов на умственное развитие учащихся. Разностороннее выяснение связей и отношений между величинами в задачах может при систематическом и правильном применении этого приема способствовать привитию учащимся навыка разностороннего анализа изучаемых явлений, может способствовать гибкости их мышления. Наш многолетний опыт показал, что при такой постановке значительно повышается эффективность обучения решению задач.

## ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ

Все, что говорилось выше о составных задачах, применимо и к типовым. Здесь мы дополнительно осветим некоторые вопросы, относящиеся к типовым задачам.

Указанные в программе начальной школы типы задач определенным образом связаны между собой.

### Связь между задачами на простое тройное правило, пропорциональное деление и нахождение неизвестного по двум разностям

Задачи на простое тройное правило, в зависимости от входящих в них величин и числовых данных, решаются в начальной школе тремя способами: а) прямым приведением к единице; б) обратным приведением к единице; в) способом отношений. (В дальнейшем будем условно называть эти задачи соответственно первым, вторым и третьим видом задач на простое тройное правило.)

Различные виды встречаются также среди задач на пропорциональное деление и задач на нахождение неизвестного по двум разностям.

Рассмотрим задачи, помещенные в нижеследующей таблице[1].

| | I вид | II вид | III вид |
|---|---|---|---|
| Простое тройное правило | **№ 1**. За 10 *м* ткани одного сорта уплачено 120 руб Сколько стоят 6 *м* такой ткани? | **№ 4**. За 10 *м* ткани одного сорта уплачено 120 руб Сколько метров такой ткани можно купить на 72 руб | **№ 7**. Для детского дома куплено ситца и полотна На каждые 6 *м* ситца приходилось 4 *м* полотна Ситца куплено 240 *м* Сколько куплено полотна? |
| Пропорциональное деление | **№ 2** Куплено 2 куска ткани одного сорта—в 6 *м* и в 4 *м*, всего на 120 руб Сколько стоил каждый кусок ткани? | **№ 5**. Куплено 2 куска ткани одного сорта, всего 10 *м* Первый кусок стоил 72 руб. второй — 48 руб Сколько метров ткани было в каждом куске? | **№ 8**. 400 *м* полотна надо разделить между двумя швейными мастерскими так, чтобы на каждые 6 *м*, полученные первой мастерской второй доставалось 4 *м* Сколько полотна должна получить каждая мастерская?[2] |
| Нахождение неизвестного по двум разностям | **№ 3**. Куплено 2 куска ткани одного сорта—в 14 *м* и в 4 *м* За первый кусок уплачено на 120 руб больше, чем за второй Сколько стоит каждый кусок ткани? | **№ 6** Куплено 2 куска ткани одного сорта Первый кусок стоил 168 руб второй — 48 руб В первом куске было на 10 *м* больше чем во втором. Сколько метров ткани было в каждом куске? | **№ 9** 400 *м* полотна распределили между двумя швейными мастерскими так, что на каждые 6 *м* полученных первой мастерской, второй доставалось 4 *м* Сколько полотна получила каждая мастерская, если известно, что первая получила на 80 *м* больше второй?[3] |

[1] Для удобства сравнения в таблице даются задачи с узкоограниченным содержанием. Легко, однако, видеть, что задачи каждого вида могут иметь весьма разнообразное содержание.

[2] Задачи этого вида обычно даются в более легкой для учащихся начальной школы форме, например:

«№ 10. Из 400 *м* полотна надо сшить одинаковое число пододеяльников и простынь. На пододеяльник идет 6 *м* полотна, а на простыню — 4 *м*. Сколько метров полотна надо выделить на пододеяльники и сколько на простыни?»

[3] Задачи этого вида обычно также даются в более легкой форме, например:

«№ 11. Из 400 *м* полотна сшито одинаковое число пододеяльников и простынь. На пододеяльник идет 6 *м* полотна, а на простыню — 4 *м*. Сколько метров полотна пошло на пододеяльники и простыни в отдельности, если на пододеяльники пошло на 80 *м* больше, чем на простыни?».

Как видим из таблицы, между отдельными видами задач на простое тройное правило, на пропорциональное деление и на нахождение неизвестного по двум разностям существует определенная взаимосвязь.

Возьмем задачи № 1—3. Во всех этих задачах для нахождения искомого требуется предварительно узнать цену 1 *м* ткани. В задаче № 1 можно узнать это сразу. В задачах же № 2 и 3 приходится сначала узнавать, сколько ткани куплено на 120 руб. (или проще, сколько всего метров ткани куплено — при решении задачи № 2 — и на сколько метров в первом куске больше, чем во втором,— при решении задачи № 3).

Задачи № 2 и 3 можно поэтому рассматривать как усложнение задачи № 1. На этом основании задачи, аналогичные № 2, мы условно называем первым видом задач на пропорциональное деление, а задачи, подобные № 3,— первым видом задач на нахождение неизвестного по двум разностям.

Обратимся теперь к задачам, помещенным во втором и в третьем вертикальных столбцах таблицы.

Задачи № 5 и 6 можно рассматривать как усложнение задачи № 4. Поэтому задачи, аналогичные № 5, мы условно относим ко второму виду задач на пропорциональное деление, а подобные № 6 — ко второму виду задач на нахождение неизвестного по двум разностям.

По тем же соображениям, задачи, подобные № 8, мы условно называем третьим видом задач на пропорциональное деление, а подобные задаче № 9 — третьим видом задач на нахождение неизвестного по двум разностям.

В отношении задач на простое тройное правило всеми признаются различия между отдельными видами их. Что же касается задач на пропорциональное деление, то иногда игнорируются различия между ними. Между тем, как видно из приведенных выше образцов задач, эти различия слишком существенны, чтобы можно было преподносить учащимся начальной школы эти задачи как одинаковые. Очевидно, что при подобном недифференцированном рассмотрении различных видов задач на пропорциональное деление успешность обучения решению этих задач снижается.

### Связь между задачами на пропорциональное деление и задачами на нахождение чисел по сумме и отношению

Определенная взаимосвязь существует также между задачами на пропорциональное деление и задачами на нахождение двух чисел по их сумме и отношению.

Рассмотрим задачи.

1. Школьники собрали 390 *кг* орехов и рассыпали их в мешки поровну. Один мешок они оставили себе, а остальные 5 мешков сдали лесничеству. Сколько килограммов семян сдали они лесничеству?

2. Школьники собрали 384 *кг* орехов. Из собранных орехов они сдали лесничеству в 5 раз больше, чем оставили себе. Сколько килограммов орехов сдали они лесничеству?

В первой задаче (задаче на пропорциональное деление) достаточно определить, сколько всего мешков орехов было собрано, чтобы знать, на сколько равных частей надо делить собранные орехи. Во второй же задаче узнавать это число частей приходится на основе данного отношения: приняв меньшее из искомых чисел за 1 часть, определяют, скольким таким частям равно большее число, а затем находят сумму частей. Как видно, во второй задаче деление связано с отвлеченным понятием об условной единице (части) и требует особых приемов рассуждений. На этом основании задачи, подобные второй, выделены в особый тип (нахождение чисел по сумме и отношению). Но в процессе обучения не следует упускать из виду связь этого типа задач с первым видом задач на пропорциональное деление.

Возьмем задачу.

3. Школьники собрали 280 *кг* орехов. Из собранных орехов 1 часть они оставили себе, а 4 таких части сдали лесничеству. Сколько килограммов орехов сдали они лесничеству?

В этой задаче, в отличие от приведенной выше задачи 2, отношение между искомыми числами не дается. Правда, здесь приходится иметь дело с условными единицами (частями), но последние даны в готовом виде. Отсюда возникают вопросы: можно ли задачу 3 отнести к задачам на нахождение чисел по сумме и отношению? не следует ли рассматривать ее как задачу на пропорциональное деление?

Уже одно то, что существуют задачи, которые стоят как бы на грани этих двух типов, свидетельствует об их «родстве».

Речь идет не о том, чтобы объединить эти два типа в один. Второй из этих типов, ввиду указанных его особенностей, требует отдельного рассмотрения. Но надо видеть взаимосвязь между данными типами для того, чтобы с помощью переходных задач (например, подобных задаче 3) подводить учащихся ко второму типу и тем облегчить осмысление нелегкого для них способа решения этих задач.

Решение типовых задач в соответствии со связями, существующими между ними, может содействовать более успешному обучению и развитию мышления, чем при изолированном их рассмотрении.

## Система расположения типовых задач в процессе обучения

В большинстве дореволюционных задачников по арифметике задачи располагались в смешанном порядке. Наряду с этим существовали сборники (Борисова и Сатарова, Терешкевича и др.), в которых задачи были расположены по типам. Какая из этих двух систем расположения задач (в сборниках и, как следствие, в школьной практике) является более целесообразной?

Наблюдения, а также экспериментальные исследования показывают, что расположение задач однородными группами (по типам) толкает учащихся на путь механического решения их по готовому шаблону. Расположение задач исключительно в смешанном порядке создает затруднения для многих учащихся, в первую очередь для слабо подготовленных, так как, не осмыслив должным образом способа решения одного вида задач, они переходят к решению задач другого вида, затем третьего, четвертого и т. д.

Наиболее целесообразна комбинированная система расположения задач. Сущность ее заключается в том, что при первичном ознакомлении учащихся с новым видом подбираются однородные задачи, решаемые подряд, с тем чтобы учащиеся могли уяснить зависимость между величинами, понять способ решения. Затем решают задачи, расположенные в смешанном порядке и представляющие собой различные вариации и сочетания встречавшихся ранее видов. При введении нового вида снова решают несколько однородных задач, за которыми опять следуют смешанные, и т. д.

Но решение нескольких однородных задач подряд при введении нового типа может все же привести к тому, что учащиеся будут решать некоторые из этих задач по шаблону по образцу предыдущих. Чтобы свести к минимуму возможность такого рода решений, при введении нового типа полезно широко варьировать содержание задач, порядок расположения числовых данных в условиях, главные вопросы. Полезно, далее, усложнять задачи дополнительными условиями. Так, беря при введении задач на пропорциональное деление первые задачи с величинами: цена — количество — стоимость, затем решать задачи данного типа с величинами: вес одного предмета — число предметов — общий вес, расход материала на один предмет — число предметов — общий расход материала и т. д. При этом постепенно вносятся изменения в порядок расположения числовых данных и в главный вопрос так, чтобы число, подлежащее делению на пропорциональные части, давалось то в начале условия, то в конце его, чтобы, далее, в задаче требовалось найти то два числа (например, найти, сколько стоит каждый кусок ткани), то одно число (например, сколько стоит первый или второй кусок). При таком подборе задач затрудняется решение их по шаблону, поскольку каждая следующая отличается от предыдущей.

## Первый вид задач на простое тройное правило

(Задачи, решаемые прямым приведением к единице)

Чтобы облегчить детям решение данного вида задач на простое тройное правило, полезно первым задачам этого вида предпослать подготовительные простые задачи. Так, можно предложить детям простую задачу: «Ложка стоила 2 руб. Сколько стоят 5 таких ложек?»

После решения простой задачи предлагается составная: «3 мяча стоят 12 руб. Сколько надо уплатить за 5 таких мячей?» Условие этой задачи оформляется так, как показано на рисунке 6.

Приступая после решения простой задачи к решению составной, учитель в беседе с учащимися выясняет, почему в первой задаче можно было сразу узнать, сколько стоят 5 ложек, а во второй нельзя сразу узнать, сколько стоят 5 мячей. (Потому что в первой задаче известно, сколько стоит 1 ложка, а во второй задаче неизвестно, сколько стоит 1 мяч.) Такая беседа помогает ученикам понять, что во второй задаче надо сначала узнать, сколько стоит 1 мяч, и лишь после этого можно узнать, сколько стоят 5 мячей.

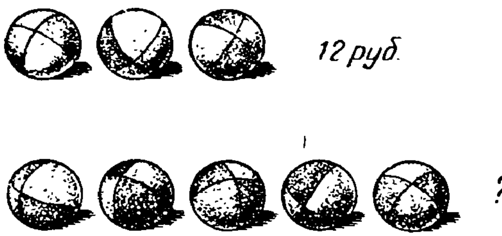



Рис. 6.

Затем переходят к решению составных задач данного типа без подготовительных простых, при этом полезно располагать задачи однородными группами: после решения нескольких задач с величинами: цена, количество, стоимость — перейти к решению задач с величинами: расход материала на 1 предмет, количество предметов, общий расход материала, затем к задачам с величинами: вес одного предмета, количество предметов, общий вес их; скорость, время, путь и др.

## Второй вид задач на простое тройное правило

(Задачи, решаемые обратным приведением к единице)

Второму виду задач на простое тройное правило, как и первому, полезно предпосылать подготовительные простые задачи, решая их рядом с соответствующей составной, например:

«Лейка стоит 8 руб. Сколько таких леек можно купить на 24 руб.?»

«За 5 лопат заплатили 15 руб. Сколько таких лопат можно купить на 24 руб.?»

При разборе второй задачи перед детьми ставится вопрос, почему в первой задаче можно сразу узнать то, о чем спрашивается, а во второй это сразу нельзя узнать. Затем выясняют, что нужно сначала узнавать во второй задаче, и т. д.

Задачи второго вида на простое тройное правило, как и первого, также полезно располагать небольшими однородными, по входящим в них величинам, группами.

### Первый вид задач на пропорциональное деление

Введению данного вида задач полезно предпослать решение подготовительных задач, решаемых двумя действиями, например: «Девочка купила сначала 3 пуговицы, а потом 5 таких пуговиц и уплатила всего 96 коп. Сколько стоила пуговица?»

Первые задачи на пропорциональное деление инсценируются или иллюстрируются рисунками. Возьмем задачу: «Два мальчика вместе купили тетрадей на 98 коп. Один из них получил 3 тетради, а другой 4. Сколько денег должен уплатить каждый мальчик?»

При решении этой задачи полезно вызвать двух учеников, для изображения в лицах того, о чем рассказывается в задаче. В беседе выясняется, что мальчики должны были уплатить не поровну, а в зависимости от числа тетрадей, которые получил каждый (кто получил больше тетрадей, тот уплатил больше денег). Выясняется далее, что сразу нельзя узнать, сколько уплатил каждый мальчик, предварительно надо узнать, сколько стоила 1 тетрадь, и т. д.

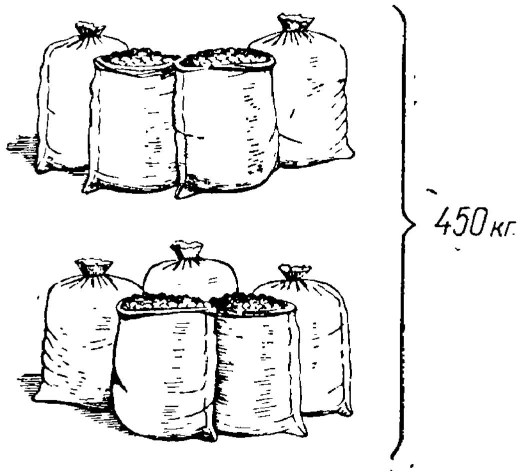


Рис. 7.

Для решения задачи: «С одного участка сняли 4 мешка картофеля, а с другого — 5 мешков, а всего 450 *кг*. Все мешки с картофелем были одинакового веса. Сколько килограммов картофеля сняли с каждого участка?» — можно условие оформить графически (рис. 7).

При решении рассматриваемого типа задач некоторые учащиеся не понимают смысла главного вопроса. Это выражается в том, что после нахождения искомых чисел они иногда продолжают решение задачи, ища ответа на главный вопрос, как он сформулирован в условии. Так, при решении приведенной выше задачи о двух мальчиках, некоторые учащиеся, узнав, сколько уплатил первый мальчик и сколько уплатил второй, считают решение задачи незаконченным и пытаются еще узнать, «сколько должен уплатить каждый мальчик?» Чтобы избежать таких ошибок, следует при работе над условием тщательно выяснять, сколько чисел должно получиться в ответе, на какие два вопроса разбивается главный вопрос.

Первый вид задач на пропорциональное деление находит широкое применение в жизни. Необходимо поэтому уделять достаточно внимания решению этих задач, причем следует добиваться, чтобы учащиеся умели не только решать готовые задачи, но и составлять такие задачи, например: «Составить задачу, в которой требовалось бы распределить плату за электрический свет по числу лампочек между двумя жильцами»; «Составить задачу, в которой требовалось бы разделить буквари между двумя школами по числу первых классов».

Составление и решение подобных задач поможет учащимся понять, пусть в весьма элементарной форме, сущность пропорционального деления. Речь идет, разумеется, не об усвоении терминологии, явно непосильной для учащихся начальной школы, а о получении ими первоначального понятия о пропорциональном делении.

### Первый вид задач на нахождение неизвестного по двум разностям

Подготовке учащихся к решению первого вида задач на нахождение неизвестного по двум разностям может способствовать решение облегченных задач данного вида, например:

«Две хозяйки купили тарелки по одной цене. Первая хозяйка купила на 3 тарелки больше и уплатила на 24 руб. больше, чем вторая. Сколько стоила одна тарелка?»;

«Один покупатель купил 6 чашек, а другой 8 таких чашек. Второй покупатель уплатил на 14 руб. больше первого. Сколько стоила одна чашка?»

При разборе второй задачи обсуждаются вопросы: почему второй покупатель уплатил на 14 руб. больше первого? (Потому что он купил больше чашек.) На сколько больше чашек купил второй покупатель? Аналогичные вопросы обсуждаются при разборе и других задач данного типа.

При введении этого вида задач на нахождение неизвестного по двум разностям полезно первые задачи инсценировать или иллюстрировать их условия рисунками. Так, при решении задачи: «Одна девочка купила 2 конверта, другая 5 таких конвертов. Вторая девочка уплатила на 12 коп. больше первой. Сколько денег уплатила каждая девочка за свою покупку?» можно вызвать к доске двух учениц и, дав им указанное число конвертов, инсценировать то, о чем рассказывается в задаче. При разборе задачи выясняется, что если бы вторая девочка купила также 2 конверта, она уплатила бы столько же, сколько первая. Но вторая купила еще 3 конверта (эти конверты показывают классу), а потому она должна была доплатить 12 коп. Итак, 3 конверта стоят 12 коп. Теперь нетрудно узнать, сколько стоит 1 конверт, а, узнав это, легко узнать, сколько денег израсходовала каждая девочка.

При решении задачи: «Столовая получила в первый день 5 бидонов молока, а во второй день — 3 таких же бидона. В первый день столовая получила на 70 *л* молока больше, чем во второй. Сколько литров молока столовая получила в каждый из этих двух дней?» — условие можно иллюстрировать так, как показано на рисунке 8.

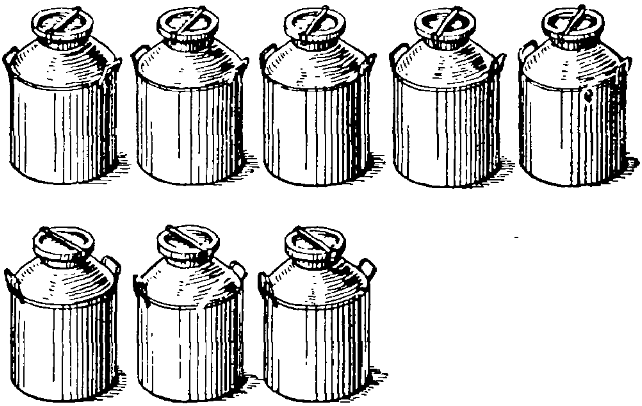


Рис. 8.

При разборе этой задачи выясняется, что в первый день столовая получила больше молока, чем во второй, на 70 *л*, или на 2 бидона. Из этого следует, что два бидона вмещают 70 *л*. Число «70 *л*» надписывается над нарисованными справа двумя бидонами. Дальше узнаем, сколько литров молока было в одном бидоне, а затем, сколько литров молока столовая получила в каждый день.

---

После ознакомления учащихся с первыми видами задач на простое тройное правило, на пропорциональное деление и на нахождение неизвестного по двум разностям полезно на специально для этого выделенном уроке сопоставить указанные виды задач, чтобы учащиеся лучше поняли общее и особенное в способе решения каждого из них.

Решив с детьми задачу № 1, а затем задачи № 2 и 3, помещенные в таблице (стр. 102), или подобные им, и записав рядом их решения на доске, в беседе выясняют: почему во второй и в третьей задаче нельзя было узнать стоимость 1 *м* ткани сразу, как в первой? что приходилось узнавать сначала в задаче № 2 и 3? Почему для решения первого вопроса во второй задаче применялось сложение, а в третьей — вычитание?

Аналогичным образом полезно в порядке повторения сопоставлять вторые, а затем третьи виды названных типов задач[1].

### Второй вид задач на пропорциональное деление

При введении второго вида задач на пропорциональное деление полезно первые задачи иллюстрировать реальными предметами, рисунками или инсценировать.

Возьмем задачу: «Надя купила для себя и своей подруги 15 *м* ленты. Надя затратила на эту покупку 18 руб., а ее подруга — 12 руб. Сколько метров ленты должна получить Надя и сколько ее подруга?»

В беседе с детьми выясняется, что подруга дала Наде 12 руб. и попросила ее купить на них ленту и что им надо было потом разделить между собой купленную ленту. Вызываются две ученицы, которые изображают Надю и ее подругу. В беседе выясняется, как разделить ленту между девочками.


Рис. 9.

При решении некоторых задач данного типа может оказаться полезным применение графических иллюстраций. Так, задачу: «Пешеход прошел до остановки 8 *км*, а после остановки 12 *км* и шел все время с одинаковой скоростью. Всего он был в движении 5 час. Сколько часов пешеход был в движении до и после остановки в отдельности?» можно графически иллюстрировать так, как показано на рисунке 9. В процессе решения задачи после нахождения длины всего пути, пройденного пешеходом, отрезок прямой делится на 5 равных частей. Затем определяется, сколько раз полученные 4 *км* содержатся в 8 *км* и в 12 *км*.

### Второй вид задач на нахождение неизвестного по двум разностям

Введению второго (как и первого) вида задач на нахождение неизвестного по двум разностям, предпосылаются подготовительные задачи в 1—2 действия, после чего можно взять

[1] См стенограммы уроков в книге автора «Обучение решению задач в начальной школе», М., изд-во АПН РСФСР, 1950. стр. 223—231.

задачу: «Мальчик купил рыболовных крючков для себя на 35 коп., а для товарища на 25 коп. Для себя он купил на 2 крючка больше, чем для товарища. Сколько крючков мальчик купил для себя и для товарища в отдельности?»

Ставится вопрос: почему мальчик мог купить для себя на 2 крючка больше? Далее в беседе выясняется, что если бы мальчик купил для себя столько же крючков, сколько для товарища, он уплатил бы за свои крючки столько же, сколько за крючки, которые он купил для товарища. Но мальчик купил для себя на 2 крючка больше, а потому он должен был доплатить 10 коп. (35 коп.— 25 коп. = 10 коп.). Из этого следует, что 2 крючка стоят 10 коп., а 1 крючок 5 коп.. Теперь нетрудно решить главный вопрос задачи. Кроме того, полезно иллюстрировать задачу реальными предметами или рисунками, чтобы учащиеся яснее представили себе ее содержание.

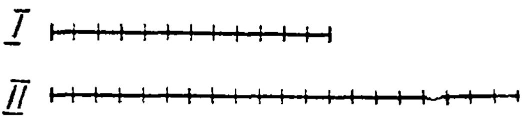


Рис. 10.

При решении задачи: «Пешеход прошел в первый день 12 *км*, а во второй день 20 *км* и шел все время с одинаковой скоростью. Во второй день он шел на 2 часа больше, чем в первый. Сколько часов пешеход шел в каждый из этих дней?» можно применить графическую иллюстрацию (рис. 10).

В процессе решения этой задачи после выполнения первого действия на втором отрезке прямой отделяется часть, равная разности обоих отрезков. Эта разность (8 *км*) делится на 2 равные части. Получается 4 *км*. Затем первый отрезок разбивается на части по 4 *км*, чтобы узнать, сколько раз 4 *км* содержится в 12 *км* (или сколько часов пешеход шел в первый день). Время движения пешехода во второй день определяется путем деления 20 *км* по 4 *км* (или путем прибавления 2 часов к 3 часам).

## Третий вид задач на простое тройное правило
(Задачи, решаемые способом отношений)

Так как при решении данного вида задач приходится узнавать, сколько раз одно число содержится в другом, или во сколько раз одно число больше другого, то для подготовки учащихся полезны примерно такие подготовительные упражнения: «Сколько раз по 3 *кг* содержится в 12 *кг*? Сколько раз по 4 *м* содержится в 40 *м*?» «Во сколько раз 45 больше 15? Во сколько раз 60 *кг* больше 12 *кг*? Во сколько раз 56 *м* больше 4 *м*?» и т. д.

Чтобы дети лучше поняли способ решения рассматриваемого вида задач, полезно первой задаче данного вида предпослать близкую по содержанию задачу, решаемую приведением к единице, например: «3 апельсина стоят 9 руб. Сколько надо уплатить за 8 таких апельсинов?» или: «Хозяйка купила на рынке 18 груш. Каждые 3 груши стоили 2 руб. Сколько денег уплатила она за купленные груши?»

При разборе второй задачи выясняется, что ее нельзя решить способом приведения к единице, так как 2 руб. не делятся нацело на 3, после чего переходят к выяснению нового способа решения. Детям предлагается представить себе, как груши были разложены на рынке. Вызванный ученик кружками изображает на доске разложенные тройками груши. Чтобы узнать, сколько всего троек груш было, ученик делит 18 по 3. Затем он под каждой тройкой «груш» пишет «2 руб.». Благодаря наглядности, детям нетрудно понять, что сначала нужно узнать, сколько раз по 3 груши купила хозяйка, а затем, сколько денег она уплатила за купленные груши.

Задачи, решаемые способом отношений, предоставляют возможность углубить понятия детей о зависимости между величинами. Возьмем задачу: «Один маляр получил 150 руб. за 4 рабочих дня. Сколько денег получит другой маляр за 12 рабочих дней при такой же поденной оплате?» Узнав первым действием, что второй маляр работал в 3 раза больше дней, чем первый, мы делаем вывод, что второй маляр должен был и денег получить в 3 раза больше, чем первый.

Подобным образом при решении задачи: «Один колхозник получил за 240 трудодней 800 *кг* зерна. Сколько килограммов зерна получит другой колхозник той же артели за 480 трудодней?» — делается вывод, что во сколько раз второй колхозник выработал больше трудодней, во столько же раз он должен получить больше зерна. Если бы в этой задаче спрашивалось, сколько зерна должен получить колхозник этой артели, выработавший 120 трудодней, то при решении этого вопроса был бы сделан вывод, что так как этот колхозник выработал в 2 раза меньше трудодней, ему полагается получить зерна в 2 раза меньше, чем первому.

Такие рассуждения могут служить хорошей подготовкой к успешному формированию в дальнейшем понятия о пропорциональной зависимости. Чтобы решение приведенных задач лучше служило указанной цели, полезно первый вопрос плана иногда формулировать так, чтобы в нем спрашивалось, не сколько раз одно число содержится в другом, а во сколько раз одно число больше другого, например: 1) во сколько раз второй маляр проработал больше дней, чем первый? 2) во сколько раз второй колхозник выработал больше (или меньше) трудодней, чем первый?

В этих целях полезно также преобразовывать задачи путем изменения в них главного вопроса. Так, после решения приведенной выше задачи о маляре можно предложить учащимся узнать: сколько денег получит маляр за 20 дней? за 28 дней?

за 2 дня? После решения задачи о колхозниках определить: сколько зерна получит член этой артели за 720 трудодней? за 60 трудодней?

При решении задач на простое тройное правило в начальной школе способ отношений применим лишь при определенных числовых данных, а именно, когда из двух значений данной величины одно делится нацело на другое. Чтобы учащиеся ясно поняли, когда при решении задач данного типа применим способ приведения к единице и когда — способ отношений, полезно упражнять их в решении соответствующих задач с близким содержанием, например: «За 3 часа грузовик прошел 150 *км*. Сколько километров пройдет он при такой скорости за 7 часов?» «За 3 часа поезд прошел 130 *км*. Сколько километров пройдет он при такой скорости за 12 часов?»

### Третий вид задач на пропорциональное деление

Наиболее легкими задачами данного вида являются такие, в которых требуется делить между рабочими полученную ими зарплату, например: «Между двумя плотниками, которые работали вместе одинаковое число дней, надо разделить заработанные ими 840 руб. Первый плотник получал в день 30 руб., а второй 40 руб. Сколько денег должен получить каждый плотник?»

Узнав, что в день они вместе получали 70 руб. и что каждый из них работал 12 дней, затем делят между ними полученные деньги в зависимости от дневной зарплаты каждого: первый получал в день 30 руб., значит, за 12 дней ему причитается 360 руб., второй при дневном заработке в 40 руб. должен получить 480 руб.

От задач на деление зарплаты можно перейти к задачам, в которых требуется распределять деньги на покупку различных предметов. Для первых задач этого рода лучше всего подобрать товары, которые часто покупаются в одинаковом количестве и которые можно спаривать, например, ботинки и галоши, кровати и матрацы и т. п. Приведем образец такой задачи: «Для школы-интерната требуется купить на 2400 руб. одинаковое число кроватей и матрацев. Кровать стоит 140 руб., а матрац 60 руб. Сколько денег надо выделить на покупку кроватей и сколько на покупку матрацев?»

Учащимся нетрудно будет понять, что здесь надо сначала узнать, сколько стоили вместе кровать и матрац, затем, сколько кроватей и сколько матрацев куплено, после чего можно легко узнать то, о чем спрашивается в задаче.

При решении задач, подобных приведенной выше (стр. 102) задаче № 10, полезно рассматривать пододеяльник и простыню как комплект постельных принадлежностей для одного ребенка. («Для каждого ребенка надо было сшить пододеяльник и простынню».) Это может облегчить детям понимание способа решения задачи.

При решении данного вида задач некоторые учащиеся обнаруживают неясное понимание значения результата второго действия. Так, получив в результате решения второго вопроса задачи № 10 число 40, некоторые дети склонны думать, что столько сшито пододеяльников и простынь вместе, а так как их сшито поровну, то тех и других было сшито по 20, тогда как в действительности было сшито 40 пододеяльников и 40 простынь. Аналогичные ошибки некоторые учащиеся допускают при решении и других задач данного вида.

Значение результата второго действия должно выясняться с предельной четкостью, так как неверное его понимание может привести к грубым ошибкам при решении главного вопроса задачи.

### Третий вид задач на нахождение неизвестного по двум разностям

Выяснение способа решения этого вида задач ведется примерно так же, как и выяснение способа решения первого и второго видов данного типа.

Рассмотрим задачу: «Два столяра работали вместе одинаковое число дней. Первый столяр получал 48 руб. в день, а второй 43 руб. Сколько денег получил каждый столяр, если второй получил на 40 руб. меньше первого?»

При разборе задачи выясняем, почему второй столяр получил на 40 руб. меньше первого. Затем рассуждаем так: если бы второй столяр получал в день столько, сколько первый, то оба столяра получили бы за свою работу денег поровну. Но второй получал в день на 5 руб. меньше первого, а всего он получил на 40 руб. меньше. Сколько раз по 5 руб. содержится в 40 руб., столько дней работал второй столяр. Столько же дней работал и первый. Узнав это, легко определить, сколько денег получил каждый из них.

### Задачи на встречное движение

Для успешного решения задач данного типа учащиеся должны ясно представлять себе пространство, в котором движутся предметы, и направление движения.

Формированию таких представлений следует уделять внимание задолго до введения задач этого типа. Так, уже в I классе полезно иногда инсценировать движение двух учеников навстречу друг другу из противоположных концов класса, считая при этом число шагов, сделанных каждым из них (или число отложенных каждым метров) до встречи, и вычисляя, скольким шагам( или метрам) равна длина или ширина классной комнаты.

Во II классе аналогичным образом измеряют длину дорожек, длину и ширину огорода, сада и т. п. Здесь полезно также решать соответствующие задачи, например: «Два мальчика побежали навстречу друг другу с двух концов дорожки. До встречи один мальчик пробежал 60 *м*, а другой 40 *м*. Какой длины была дорожка?»

«Длина аллеи 90 *м*. Две девочки пошли навстречу друг другу с двух концов аллеи. До встречи первая девочка прошла 40 *м*. Сколько метров прошла до встречи вторая девочка?»

Основным видом задач на встречное движение следует считать задачи, в которых требуется определить время движения двух тел до встречи, например: «Два поезда вышли одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 530 *км*. Первый поезд шел со скоростью 50 *км*, а второй со скоростью 56 *км* в час. Через сколько часов поезда встретятся?»

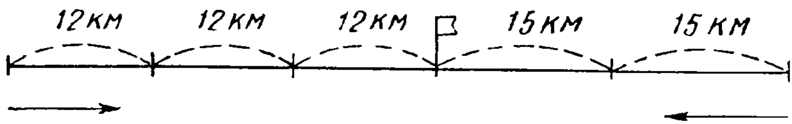



Рис. 11.

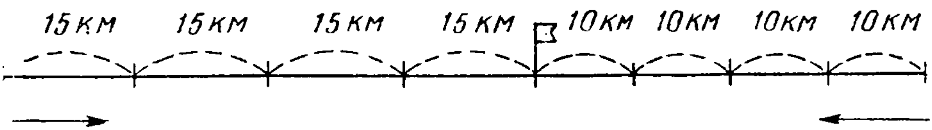



Рис. 12.

Таким задачам, которые вводятся в III классе, полезно предпослать решение на протяжении длительного времени более легких — прямых по отношению к приведенной выше — задач, в которых требуется узнать путь, пройденный двумя движущимися навстречу телами, например: «Две команды лыжников вышли навстречу друг другу из двух городов. До встречи первая команда шла 3 часа по 12 *км* в час, вторая 2 часа по 15 *км* в час. Найти расстояние между этими городами».

«Две лодки отошли одновременно навстречу друг другу от двух пристаней и встретились через 4 часа. Одна лодка проходила в час 15 *км*, другая 10 *км*. Найти расстояние между пристанями».

Приведенные задачи иллюстрируются с помощью соответствующих чертежей (рис. 11 и 12). Последняя задача решается сначала тремя действиями, затем двумя, а именно:

Первое решение:

1. 15 *км* × 4 = 60 *км*
2. 10 *км* × 4 = 40 *км*
3. 60 *км* + 40 *км* = 100 *км*

Второе решение:

1. 15 *км* + 10 *км* = 25 *км*
2. 25 *км* × 4 *км* = 100 *км*

Второе решение предпочтительнее первого не только тем, что оно короче, но и тем, что оно лучше подготовляет к решению указанного выше основного вида задач на встречное движение. Поэтому такие задачи в дальнейшем решаются преимущественно вторым способом. Не следует, однако, полностью игнорировать первый способ, так как в определенной мере и он способствует подготовке к решению основного вида задач данного типа, поскольку в последних задачах нередко требуется определить не только время движения, но и путь, пройденный каждым телом до встречи.

При введении основного вида задач на встречное движение первые задачи лучше подбирать так, чтобы в них говорилось о встречном движении артелей или бригад рабочих, например: «Две бригады рабочих одновременно начали ремонтировать шоссейную дорогу длиной 30 *км* с двух концов, двигаясь навстречу друг другу. В день первая артель ремонтировала 2 *км*, а вторая 3 *км*. Через сколько дней обе артели закончат ремонт дороги и встретятся?»

Преимущество таких задач в качестве вводных состоит в том, что детям легче представить себе процесс движения, а

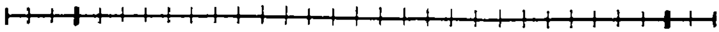


Рис. 13.

особенно момент встречи, по сравнению с тем случаем, когда в задачах идет, скажем, речь о движении поездов. При объяснении этой задачи можно применить чертеж (рис. 13). Еще лучше взять полоски бумаги с соответствующим количеством делений («километров»): одну с 30 делениями, 6 полосок с 3 делениями каждая и 6 полосок с 2 делениями каждая. Прикрепив длинную полоску к доске и соответствующим образом накладывая на нее меньшие полоски, можно сделать наглядным для учащихся встречное движение рабочих и тем облегчить решение задачи.

Вслед за такими задачами решаются задачи на встречное движение различных средств транспорта (автомашин, поездов, пароходов, самолетов и т. п.).

При решении рассматриваемого вида задач в школьной практике иногда первый вопрос плана формулируют так: «сколько километров проходили оба пешехода (поезда, автомобили, пароходы и т. п.) за час?» Эту формулировку нельзя признать в достаточной мере удовлетворительной, так как если два тела движутся одновременно, каждое, положим, со скоростью 10 *км* в час, то говорят, что они прошли за час 10 *км*, а не 20 *км*. Лучше первый вопрос формулировать так: «на сколько километров пешеходы (поезда, автомобили, пароходы и т. п.) приближаются друг к другу за час?»

Наряду с рассмотренными выше задачами данного типа, в которых требуется определить путь и время, решаются задачи, в которых требуется определить с к о р о с т ь, например: «Два грузовика одновременно вышли навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 360 *км*, и встретились через 4 часа. Первый грузовик шел со скоростью 40 *км* в час. С какой скоростью шел второй грузовик?» Такие задачи решают двумя способами, а затем выясняют, какой из них лучше.

### Задачи на вычисление среднего арифметического

Задачи на вычисление среднего арифметического широко применяются в жизни. Поэтому в школе следует уделять им должное внимание.

На уроке, посвященном первичному ознакомлению учащихся с решением задач этого типа, начинаем с задачи: «Каменщик заработал в один день 42 руб., а в другой день 48 руб. Сколько зарплаты приходится на 1 день, если считать, что он зарабатывал каждый день поровну?»

После решения задачи подробно объясняется значение полученного ответа: на 1 день приходилось зарплаты 45 руб. В таких случаях принято говорить, что каменщик зарабатывал в среднем по 45 руб. в день, или что средняя зарплата его в день составляла 45 руб.

После ознакомления учащихся с указанными терминами следующие задачи на вычисление средней зарплаты излагают уже короче, например:

«Печник заработал в первый день 28 руб., во второй 32 руб. и в третий 39 руб. Сколько денег зарабатывал он в среднем в день?»

«Рабочий заработал в январе 820 руб., в феврале 825 руб., в марте 845 руб. и в апреле 860 руб. Сколько денег зарабатывал он в среднем в месяц?»

При разборе этих задач выясняется, что определить, сколько денег рабочий зарабатывал в среднем в день (или в месяц) значит узнать, сколько зарплаты приходится на 1 день (или месяц), если считать, что он зарабатывал каждый день (или месяц) поровну.

От задач в 2 действия на вычисление средней зарплаты переходят к решению аналогичных задач на вычисление средней скорости движения, например:

«Велосипедист проехал в первый час 16 *км*, во второй 15 *км*

| Первое решение: | Второе решение: |
|---|---|
| 1. 15 *км* × 4 = 60 *км* | 1. 15 *км* + 10 *км* = 25 *км* |
| 2. 10 *км* × 4 = 40 *км* | 2. 25 *км* × 4 *км* = 100 *км* |
| 3 60 *км* + 40 *км* = 100 *км* | |

Второе решение предпочтительнее первого не только тем, что оно короче, но и тем, что оно лучше подготовляет к решению указанного выше основного вида задач на встречное движение. Поэтому такие задачи в дальнейшем решаются преимущественно вторым способом. Не следует, однако, полностью игнорировать первый способ, так как в определенной мере и он способствует подготовке к решению основного вида задач данного типа, поскольку в последних задачах нередко требуется определить не только время движения, но и путь, пройденный каждым телом до встречи.

При введении основного вида задач на встречное движение первые задачи лучше подбирать так, чтобы в них говорилось о встречном движении артелей или бригад рабочих, например: «Две бригады рабочих одновременно начали ремонтировать шоссейную дорогу длиной 30 *км* с двух концов, двигаясь навстречу друг другу. В день первая артель ремонтировала 2 *км*, а вторая 3 *км*. Через сколько дней обе артели закончат ремонт дороги и встретятся?»

Преимущество таких задач в качестве вводных состоит в том, что детям легче представить себе процесс движения, а

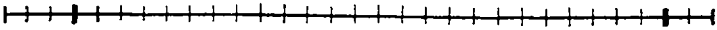


Рис. 13

особенно момент встречи, по сравнению с тем случаем, когда в задачах идет, скажем, речь о движении поездов. При объяснении этой задачи можно применить чертеж (рис. 13). Еще лучше взять полоски бумаги с соответствующим количеством делений («километров»): одну с 30 делениями, 6 полосок с 3 делениями каждая и 6 полосок с 2 делениями каждая. Прикрепив длинную полоску к доске и соответствующим образом накладывая на нее меньшие полоски, можно сделать наглядным для учащихся встречное движение рабочих и тем облегчить решение задачи.

Вслед за такими задачами решаются задачи на встречное движение различных средств транспорта (автомашин, поездов, пароходов, самолетов и т. п.).

При решении рассматриваемого вида задач в школьной практике иногда первый вопрос плана формулируют так: «сколько километров проходили оба пешехода (поезда, автомобили, пароходы и т. п.) за час?» Эту формулировку нельзя признать в достаточной мере удовлетворительной, так как если два тела движутся одновременно, каждое, положим, со скоростью 10 *км* в час, то говорят, что они прошли за час 10 *км*, а не 20 *км*. Лучше первый вопрос формулировать так: «на сколько километров пешеходы (поезда, автомобили, пароходы и т. п.) приближаются друг к другу за час?»

Наряду с рассмотренными выше задачами данного типа, в которых требуется определить путь и время, решаются задачи, в которых требуется определить с к о р о с т ь, например: «Два грузовика одновременно вышли навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 360 *км*, и встретились через 4 часа. Первый грузовик шел со скоростью 40 *км* в час. С какой скоростью шел второй грузовик?» Такие задачи решают двумя способами, а затем выясняют, какой из них лучше.

### Задачи на вычисление среднего арифметического

Задачи на вычисление среднего арифметического широко применяются в жизни. Поэтому в школе следует уделять им должное внимание.

На уроке, посвященном первичному ознакомлению учащихся с решением задач этого типа, начинаем с задачи: «Каменщик заработал в один день 42 руб., а в другой день 48 руб. Сколько зарплаты приходится на 1 день, если считать, что он зарабатывал каждый день поровну?»

После решения задачи подробно объясняется значение полученного ответа: на 1 день приходилось зарплаты 45 руб. В таких случаях принято говорить, что каменщик зарабатывал в среднем по 45 руб. в день, или что средняя зарплата его в день составляла 45 руб.

После ознакомления учащихся с указанными терминами следующие задачи на вычисление средней зарплаты излагают уже короче, например:

«Печник заработал в первый день 28 руб., во второй 32 руб. и в третий 39 руб. Сколько денег зарабатывал он в среднем в день?»

«Рабочий заработал в январе 820 руб., в феврале 825 руб., в марте 845 руб. и в апреле 860 руб. Сколько денег зарабатывал он в среднем в месяц?»

При разборе этих задач выясняется, что определить, сколько денег рабочий зарабатывал в среднем в день (или в месяц) значит узнать, сколько зарплаты приходится на 1 день (или месяц), если считать, что он зарабатывал каждый день (или месяц) поровну.

От задач в 2 действия на вычисление средней зарплаты переходят к решению аналогичных задач на вычисление средней скорости движения, например:

«Велосипедист проехал в первый час 16 *км*, во второй 15 *км* и в третий 11 *км*. Сколько километров проезжал он в среднем в час?»

«Самолет пролетел в первый час 400 *км*, во второй 420 *км*, в третий 435 *км*, в четвертый 410 *км* и в пятый 425 *км*. Сколько километров пролетел он в среднем в час?»

Как и в предшествующем случае, подробно объясняется смысл главного вопроса каждой задачи (узнать среднюю скорость движения велосипедиста в час — это значит узнать, сколько километров он проезжал бы в час, если бы каждый час проезжал поровну, и т. п.).

На следующем уроке решаются аналогичные задачи в 2 действия на вычисление среднего надоя, среднего урожая и др. При разборе этих задач выясняют, что для вычисления среднего надоя от 1 коровы весь удой делят на число коров; для нахождения среднего урожая с 1 *га* весь собранный урожай делят на число гектаров, и т. д.

После того как способ решения задач в 2 действия хорошо осмыслен детьми, переходят к решению более сложных задач данного типа, например: «Лыжники шли 3 дня со скоростью 40 *км* в день, и 5 дней со скоростью 56 *км* в день. Сколько километров они проходили в среднем в день?»

«На овцеводческой ферме получили с 35 овец по 6 *кг* шерсти и с 70 овец по 3 *кг* шерсти с каждой. Сколько шерсти получили в среднем с одной овцы?» и др.

При разборе первой из этих задач устанавливают, что для нахождения средней дневной скорости движения лыжников надо пройденное расстояние разделить на число дней. Для нахождения расстояния, пройденного лыжниками, узнаем сначала, сколько километров они прошли за 3 дня, затем за 5 дней и сложим полученные результаты. Чтобы узнать, сколько всего дней шли лыжники, надо сложить 3 дня и 5 дней. Получим 8 дней. Остается разделить на 8 расстояние, пройденное лыжниками, и узнаем, сколько километров проходили они в среднем в день. Аналогичным образом проводится разбор второй задачи, а также других задач рассматриваемого типа.

Следует возможно чаще выяснять с учащимися, когда приходится в жизни решать задачи на вычисление среднего арифметического: средняя месячная зарплата вычисляется, например, при назначении пенсии трудящимся; средний урожай зерна, овощей или фруктов приходится вычислять, если требуется знать, какой колхоз или бригада работали лучше; средняя скорость движения поездов вычисляется для сравнения работы машинистов и т. д.

Решение задач на вычисление среднего арифметического полезно сочетать с измерением и взвешиванием, например взвесив несколько яблок, вычисляют средний вес яблока; измерив длину двух данных отрезков прямой, находят их среднюю длину. Полезно также, чтобы учащиеся вычислили среднюю температуру воздуха за день или неделю, число книг, прочитанных в среднем пионером каждого звена за четверть, полугодие или год; среднее количество собранных пионером бумаги, золы или металлолома и др.

### Задачи на нахождение чисел по сумме и отношению

Задачи на нахождение чисел по сумме и отношению близко примыкают к первому виду задач на пропорциональное деление. Решению нового типа задач поэтому полезно предпослать задачу на пропорциональное деление, например:

«Две хозяйки вместе купили 200 *кг* картофеля и разделили его между собой так, что одной достался 1 мешок, а другой 3 таких мешка. Сколько килограммов картофеля получила каждая хозяйка?»

При решении задач на нахождение чисел по сумме и отношению многих учащихся затрудняет определение числа частей, которое приходится на каждое из искомых чисел. Им неясно само понятие о части. Для преодоления этих затруднений полезно первые задачи формулировать так, чтобы в них было указано число частей, приходящихся на искомые числа, например: «Две хозяйки вместе купили 180 *кг* картофеля и разделили их между собой так, что первой досталась 1 часть, а второй 3 таких части. Сколько килограммов картофеля получила каждая хозяйка?» Благодаря тому, что в задаче указано число частей, которое приходится на искомые числа, решение ее не представляет особых затруднений. Приведем образец решения этой задачи:

1. На сколько равных частей хозяйки разделили купленный картофель?

$$1 \text{ часть} + 3 \text{ части} = 4 \text{ части.}$$

2. Сколько килограммов картофеля получила первая хозяйка?

$$180 \textit{ кг} : 4 = 45 \textit{ кг.}$$

3. Сколько килограммов картофеля получила вторая хозяйка?

$$45 \textit{ кг} \times 3 = 135 \textit{ кг.}$$

При решении этой задачи полезно выяснить, во сколько раз вторая хозяйка получила больше килограммов картофеля, чем первая. Подобные вопросы подготовляют учащихся к решению задач данного вида, в которых отношение между искомыми числами выражено отвлеченным числом.

При введении задач на нахождение чисел по сумме и отношению полезны практические упражнения, например:

«Разделить 12 карандашей между Колей и Ваней так, чтобы Коле досталось в 2 раза больше карандашей, чем Ване. Сколько карандашей получит каждый?»

«20 тетрадей надо разделить между Игорем и Володей так, чтобы Володя получил в 3 раза больше тетрадей, чем Игорь. Сколько тетрадей получит каждый?»

Выполняя эти упражнения, следует четко выяснять, на сколько равных частей нужно делить данные предметы, например: при распределении карандашей следует выяснить, что Ване надо дать 1 часть, а Коле 2 таких части. Значит, нужно делить карандаши на 3 равные части.

Может также оказаться полезным деление на части тесемок, полосок бумаги и т. п. Так, можно предложить детям разделить (разрезать) полоску бумаги так, чтобы одна часть была в 3 раза длиннее другой.

При решении задач на нахождение чисел по их сумме и отношению широкое применение может найти графическая наглядность в виде прямоугольников, квадратов и отрезков прямой, делимых на части в соответствии с условиями задач. Так,

Рис. 14.

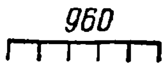


Рис. 15.

при решении задачи: «Прямоугольный участок земли, площадь которого 1560 *кв. м*, заняли под картофель и капусту, при этом под картофель отвели в 3 раза больше земли, чем под капусту. Сколько квадратных метров земли отвели под картофель и капусту в отдельности?» — можно применить чертеж (рис. 14). Еще чаще могут быть использованы отрезки прямой. Так, если сумма двух искомых чисел равна 960, а одно из них в 4 раза больше другого, то полезно иллюстрировать задачу так, как указано на рисунке 15.

Чертежи помогают детям лучше понять, на сколько равных частей надо делить сумму искомых чисел. Желательно поэтому, чтобы большинство задач данного типа иллюстрировались учащимися, хотя бы такими несложными чертежами, образцы которых приведены выше.

В задачах рассматриваемого типа обычно дается отношение тех значений величины, которые ищутся. Так, если в задаче ищется зарплата, полученная каждым из двух рабочих, то данное в условии отношение показывает, во сколько раз зарплата одного больше зарплаты другого. Однако для того чтобы решение задач на нахождение чисел по сумме и отношению закладывало основы для формирования понятия о пропорциональной зависимости между величинами, целесообразно, чтобы в условиях некоторых задач давалось отношение значений не той величины, к какой относятся искомые слагаемые, а другой, которая пропорциональна этой величине.

Возьмем задачу: «Два плотника получили за постройку сарая 720 руб. и разделили их между собой по количеству рабочего времени каждого. Первый плотник проработал в 2 раза больше времени, чем второй. Сколько денег должен получить каждый плотник?»

В задаче не сказано, во сколько раз больше денег должен получить первый плотник. Говорится лишь, во сколько раз больше времени он проработал. Из этого делается вывод, что так как этот плотник проработал в 2 раза больше времени, чем второй, то и денег он должен получить в 2 раза больше последнего, после чего приступают к делению общей зарплаты в данном отношении.

Рассмотрим еще задачу: «2 отреза одинакового сукна стоят 780 руб. В первом отрезе было в 3 раза меньше метров сукна, чем во втором. Сколько стоит каждый отрез?» В этой задаче вместо отношения сумм денег, уплаченных за каждый отрез, дается отношение длины отрезов. По этому данному учащимся приходится делать умозаключение: так как в первом отрезе было в 3 раза меньше метров, чем во втором, то и денег за него уплачено в 3 раза меньше.

Нетрудно видеть, что такие умозаключения могут облегчить формирование в дальнейшем понятия о пропорциональности величин. В этом ценность подобных задач. Учитывая, что задачи, в которых отношение искомых чисел дается в косвенном виде, труднее тех, где это отношение выступает в прямом виде, следует такие более трудные задачи предлагать учащимся после того, как ими хорошо осмыслено решение более легких задач данного типа.

Применяемый в арифметике способ решения задач на нахождение чисел по сумме и отношению близко примыкает к принятому в алгебре способу решения таких задач методом уравнений. И точно так же, как при алгебраическом решении подобных задач необходимо прежде всего установить, какое из искомых чисел принимается за $x$, так и при арифметическом решении следует ясно определить, какое из искомых чисел принимается за 1 часть. Иначе учащиеся могут затем перепутать полученные ответы: могут, например, принять заработок первого плотника за заработок второго, стоимость одного отреза сукна за стоимость другого и т. п.

Во избежание подобных ошибок полезно, чтобы в первом вопросе плана учащиеся указывали, какое число принимается за 1 часть, например: «Сколько частей составит заработок двух плотников, если заработок первого принять за 1 часть?» или: «Сколько частей составит стоимость двух отрезов сукна, если стоимость первого отреза принять за 1 часть?»

## ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

Оживлению занятий по арифметике, активизации любознательности учащихся, развитию их мышления может содействовать решение замысловатых задач, выраженных в занимательной форме. Такие задачи особенно полезны для детей, которые проявляют повышенный интерес к арифметике.

При подборе занимательных задач следует учитывать развитие и подготовку учащихся, в частности их можно предлагать тогда, когда дети умеют решать соответствующие виды задач. Так, после того как учащиеся I класса научатся хорошо решать задачи на сложение и вычитание в пределе 10, можно предложить им задачи-смекалки: «У девочки 5 картинок. Она хочет купить еще 3 картинки. Сколько картинок у девочки?»

«Три птички сидели на суку и пели. Охотник убил одну. Сколько их осталось на суку?»

При повторении умножения и деления во II классе можно предложить учащимся задачи: «Тройка лошадей пробежала 24 *км*. Сколько километров пробежала каждая лошадь?»

«Сколько концов у одной палки? у пяти палок? у шести с половиной палок?» и др.

Учащимся III—IV классов, умеющим хорошо решать задачи на встречное движение, можно предложить задачу данного типа в занимательной форме, например: «Расстояние между двумя городами 190 *км*. Из этих городов одновременно выходят навстречу друг другу два поезда. Один идет со скоростью 45 *км*, а другой — 50 *км* в час. Одновременно с отправлением первого поезда вылетает ласточка со скоростью 50 *км* в час и летит навстречу второму поезду. Встретив второй поезд, ласточка летит обратно навстречу первому поезду. Встретив этот поезд, ласточка летит обратно навстречу второму поезду и т. д. Какое расстояние пролетит ласточка, пока поезда встретятся?»

Занимательные задачи решаются на уроках [1]. Их можно использовать и во внеклассной работе с учащимися: в кружках любителей арифметики, на вечерах смекалки, помещать их в классной и общешкольной стенной газете, устраивать конкурсы на лучшее решение задач (арифметические олимпиады и т. п. [2]).

---

[1] Занимательные задачи можно брать из книг: Я. И. Перельман, Занимательная арифметика; Г. Б. Поляк, Занимательные задачи; В. А. Игнатьев, Внеклассная работа по арифметике в начальной школе и др

[2] См. С. А. Лукичев, Арифметическая олимпиада в начальной школе, «Начальная школа», 1951, № 12.

## ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

# УСТНЫЙ СЧЕТ

Устные вычисления исторически возникли и развились задолго до письменных вычислений. Однако и после появления письменных вычислений устный счет не потерял своего значения, находя самое широкое применение на практике. Обучение устным вычислениям должно поэтому занимать достаточное место в школьном курсе арифметики.

Письменные вычисления содержат в себе элементы устного счета. Вследствие этого успешность обучения письменным вычислениям в значительной мере зависит от навыков учащихся в устном счете.

Устный счет способствует развитию мышления учащихся, их математическому развитию. Оперируя при устных вычислениях сравнительно небольшими числами, учащиеся лучше осмысливают зависимость между данными и результатами действий, законы и свойства действий. Так, при делении 30 на 5 зависимость между данными и результатом деления выступает перед учащимися гораздо отчетливее, чем при письменном делении, скажем, 36 750 на 125. Благодаря этому устные вычисления обычно широко применяются при введении новых арифметических понятий в целях лучшего усвоения их детьми.

Устные вычисления содействуют развитию внимания и памяти учащихся, так как при этих вычислениях требуется активное внимание, приходится удерживать в памяти числовые данные и результаты действий.

В силу указанных особенностей устный счет должен, по возможности, иметь место на всех уроках арифметики как органическая часть каждого из них.

### ПРИЕМЫ УСТНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Приемы устных вычислений (как и письменных) основаны:

а) на использовании десятичного состава чисел [1] и

б) на применении законов и свойств арифметических действий.

---

[1] Исключение составляют действия в пределе 10, где преимущества десятичной системы счисления еще не могут быть использованы.

Пусть требуется сложить 23 и 46. Вместо того чтобы к 23 присчитать 46 единиц по одной (что мы вынуждены были бы делать, если бы не пользовались десятичным составом данных чисел), мы разлагаем данные числа на десятичные группы, из которых они составлены. Получаем:

$$(20 + 3) + (40 + 6).$$

На основе сочетательного закона имеем:

$$20 + 3 + 40 + 6.$$

Пользуясь переместительным законом сложения, записываем слагаемые так:

$$20 + 40 + 3 + 6.$$

На основе сочетательного закона сложения группируем слагаемые:

$$(20 + 40) + (3 + 6).$$

Сложив отдельно десятки (2 дес. + 4 дес.) и единицы (3 + 6) и соединив две десятичные группы (60 и 9) в одно число, получим 69.

Из приведенного примера видно, что при сложении данных чисел мы для облегчения действия использовали десятичный состав этих чисел, а также переместительный и сочетательный законы.

Каждое арифметическое действие может устно выполняться с помощью различных приемов. Возьмем пример: 49 + 38. Этот пример может быть решен с помощью многих приемов:

а) $49 + 38 = (40 + 30) + (9 + 8) = 70 + 17 = 87;$
б) $49 + 38 = (49 + 30) + 8 = 79 + 8 = 87;$
в) $49 + 38 = (49 + 31) + 7 = 80 + 7 = 87;$
г) $49 + 38 = (50 + 38) - 1 = 88 - 1 = 87;$
д) $49 + 38 = (49 + 40) - 2 = 89 - 2 = 87;$
е) $49 + 38 = (50 + 40) - (1 + 2) = 90 - 3 = 87.$

Различаются **общие** и **частные** приемы устных вычислений К **общим** относятся приемы, которые применимы к любым числовым данным. К **частным** относятся приемы, которые целесообразно применять лишь к определенным числовым данным. Так, первые три из приведенных выше приемов применимы к любому случаю сложения двузначных чисел с переходом через десяток. Последние три приема целесообразно применять лишь тогда, когда слагаемые близки к круглым десяткам и их вследствие этого можно легко округлить.

С помощью общих приемов можно решать любые примеры, в том числе и те, при решении которых возможно применение частных приемов. Поэтому следует уделять большое внимание общим приемам устных вычислений. Но частные приемы значительно облегчают выполнение действий. Кроме того, они способствуют лучшему пониманию зависимости между данными и результатами арифметических действий, развивают сообразительность учащихся. Частные приемы каждого действия целесообразно вводить после того, как учащиеся овладевают общим приемом этого действия.

Но и общих приемов, как мы видели, существует несколько. Встает вопрос: обучать ли детей всем общим приемам выполнения данного действия или только одному из них? Какому из этих приемов отдавать предпочтение перед другими?

Использование различных приемов выполнения каждого действия полезно для математического развития учащихся. Но если при введении нового действия применять различные вычислительные приемы, это может привести к тому, что многие учащиеся не усвоят ни одного из них. Использование различных приемов поэтому допустимо после того, как дети усвоят основной прием данного действия. В качестве основного следует выбирать прием: а) более легкий для учащихся и б) пригодный для ряда случаев данного действия.

Не останавливаясь на общих приемах устного счета, которые будут рассмотрены в связи с изложением методики соответствующих концентров курса арифметики (см. главы 5—9), мы намерены рассмотреть здесь **частные** приемы устных вычислений. Из частных приемов устного счета в практической жизни широко применяются: а) округление данных чисел; б) группировка их; в) разложение данных чисел на множители.

Над круглыми числами легче выполнять действия, чем над некруглыми. При устных вычислениях поэтому широко применяется округление данных чисел, выполнение действий над полученными круглыми числами и соответствующее изменение получаемого результата.

**Округление данных чисел** в одних случаях достигается путем изменения их на несколько единиц, в других случаях — путем изменения их в несколько раз. Первый способ округления имеет смысл применять тогда, когда среди данных чисел есть такие, которые отличаются от круглых на 1—2 единицы. Второй способ округления применим в тех случаях, когда данные числа, например 5, 50, 25, 125, хотя и стоят сравнительно далеко от круглых чисел, но могут быть легко округлены путем увеличения в несколько раз.

Округление данных чисел путем увеличения на несколько единиц применимо при всех четырех арифметических действиях. например:

Пусть требуется сложить 23 и 46. Вместо того чтобы к 23 присчитать 46 единиц по одной (что мы вынуждены были бы делать, если бы не пользовались десятичным составом данных чисел), мы разлагаем данные числа на десятичные группы, из которых они составлены. Получаем:

$$(20 + 3) + (40 + 6).$$

На основе сочетательного закона имеем:

$$20 + 3 + 40 + 6.$$

Пользуясь переместительным законом сложения, записываем слагаемые так:

$$20 + 40 + 3 + 6.$$

На основе сочетательного закона сложения группируем слагаемые:

$$(20 + 40) + (3 + 6).$$

Сложив отдельно десятки (2 дес. + 4 дес.) и единицы (3 + 6) и соединив две десятичные группы (60 и 9) в одно число, получим 69.

Из приведенного примера видно, что при сложении данных чисел мы для облегчения действия использовали десятичный состав этих чисел, а также переместительный и сочетательный законы.

Каждое арифметическое действие может устно выполняться с помощью различных приемов. Возьмем пример: 49 + 38. Этот пример может быть решен с помощью многих приемов:

а) $49 + 38 = (40 + 30) + (9 + 8) = 70 + 17 = 87;$
б) $49 + 38 = (49 + 30) + 8 = 79 + 8 = 87;$
в) $49 + 38 = (49 + 31) + 7 = 80 + 7 = 87;$
г) $49 + 38 = (50 + 38) - 1 = 88 - 1 = 87;$
д) $49 + 38 = (49 + 40) - 2 = 89 - 2 = 87;$
е) $49 + 38 = (50 + 40) - (1 + 2) = 90 - 3 = 87.$

Различаются *общие* и *частные* приемы устных вычислений. К *общим* относятся приемы, которые применимы к любым числовым данным. К *частным* относятся приемы, которые целесообразно применять лишь к определенным числовым данным. Так, первые три из приведенных выше приемов применимы к любому случаю сложения двузначных чисел с переходом через десяток. Последние три приема целесообразно применять лишь тогда, когда слагаемые близки к круглым десяткам и их вследствие этого можно легко округлить.

С помощью общих приемов можно решать любые примеры, в том числе и те, при решении которых возможно применение частных приемов. Поэтому следует уделять большое внимание общим приемам устных вычислений. Но частные приемы значительно облегчают выполнение действий. Кроме того, они способствуют лучшему пониманию зависимости между данными и результатами арифметических действий, развивают сообразительность учащихся. Частные приемы каждого действия целесообразно вводить после того, как учащиеся овладевают общим приемом этого действия.

Но и общих приемов, как мы видели, существует несколько. Встает вопрос: обучать ли детей всем общим приемам выполнения данного действия или только одному из них? Какому из этих приемов отдавать предпочтение перед другими?

Использование различных приемов выполнения каждого действия полезно для математического развития учащихся. Но если при введении нового действия применять различные вычислительные приемы, это может привести к тому, что многие учащиеся не усвоят ни одного из них. Использование различных приемов поэтому допустимо после того, как дети усвоят основной прием данного действия. В качестве основного следует выбирать прием: а) более легкий для учащихся и б) пригодный для ряда случаев данного действия.

Не останавливаясь на общих приемах устного счета, которые будут рассмотрены в связи с изложением методики соответствующих концентров курса арифметики (см. главы 5—9), мы намерены рассмотреть здесь **частные** приемы устных вычислений. Из частных приемов устного счета в практической жизни широко применяются: а) округление данных чисел; б) группировка их; в) разложение данных чисел на множители.

Над круглыми числами легче выполнять действия, чем над некруглыми. При устных вычислениях поэтому широко применяется округление данных чисел, выполнение действий над полученными круглыми числами и соответствующее изменение получаемого результата.

**Округление данных чисел** в одних случаях достигается путем изменения их на несколько единиц, в других случаях — путем изменения их в несколько раз. Первый способ округления имеет смысл применять тогда, когда среди данных чисел есть такие, которые отличаются от круглых на 1—2 единицы. Второй способ округления применим в тех случаях, когда данные числа, например 5, 50, 25, 125, хотя и стоят сравнительно далеко от круглых чисел, но могут быть легко округлены путем увеличения в несколько раз.

Округление данных чисел путем увеличения на несколько единиц применимо при всех четырех арифметических действиях. например:

а) $35 + 18 = (35 + 20) - 2 = 55 - 2 = 53$;
$497 + 246 = (500 + 246) - 3 = 746 - 3 = 743$.
б) $61 - 24 = (60 - 24) + 1 = 36 + 1 = 37$;
$824 - 98 = (824 - 100) + 2 = 724 + 2 = 726$.
в) $6 \times 9 = (6 \times 10) - 6 = 60 - 6 = 54$;
$35 \times 9 = (35 \times 10) - 35 = 350 - 35 = 315$.
г) $588 : 4 = (600 - 12) : 4 = 600 : 4 - 12 : 4 = 150 - 3 = 147$;
$693 : 7 = (700 - 7) : 7 = 700 : 7 - 7 : 7 = 100 - 1 = 99$.

Округление данных чисел путем увеличения в несколько раз применимо при умножении и делении, например:

$68 \times 5 = (68 \times 10) : 2 = 680 : 2 = 340$, или
$68 \times 5 = (68 : 2) \times 10 = 34 \times 10 = 340$.
$28 \times 25 = (28 \times 100) : 4 = 2800 : 4 = 700$, или
$28 \times 25 = (28 : 4) \times 100 = 7 \times 100 = 700$.
$36 \times 50 = (36 \times 100) : 2 = 3600 : 2 = 1800$, или
$36 \times 50 = (36 : 2) \times 100 = 18 \times 100 = 1800$[1].

(Аналогичным способом выполняется умножение на 250 и 125).

$720 : 5 = (720 : 10) \times 2 = 72 \times 2 = 144$;
$2600 : 50 = (2600 : 100) \times 2 = 26 \times 2 = 52$;
$2400 : 25 = (2400 : 100) \times 4 = 24 \times 4 = 96$.

Округление данных чисел, как прием устного счета, основано на изменении результатов действия от изменения данных. При сложении мы округляем слагаемые путем увеличения их на несколько единиц, затем уменьшаем полученную сумму на столько же единиц. Подобным образом, округляя данные числа в других действиях, мы вносим затем соответствующие изменения в полученные результаты.

Группировка данных чисел, как прием устного счета, основана на сочетательном и распределительном законах сложения и умножения:

$68 + 175 + 32 = (68 + 32) + 175 = 100 + 175 = 275$;
$54 + 83 + 26 + 17 = (54 + 26) + (83 + 17) = 80 + 100 = 180$;
$4 \times 78 \times 25 = (4 \times 25) \times 78 = 100 \times 78 = 7800$;
$2 \times 12 \times 35 = (2 \times 35) \times 12 = 70 \times 12 = 840$;
$8 \times 4 \times 15 \times 2 = (4 \times 15) \times (8 \times 2) = 60 \times 16 = 960$.

---

[1] Когда при умножении на 5 и 50 другой сомножитель не делится нацело на 2, а при умножении на 25 не делится на 4, данные приемы непосильны для учащихся начальной школы. Поэтому мы считаем возможным не останавливаться на этих случаях.

Разложение данных чисел на множители, как прием устного счета, основано на сочетательном законе умножения и следствиях из него. Данный прием применим при умножении и делении и состоит в последовательном выполнении этих действий, например:

$$45 \times 12 = 45 \times (2 \times 6) = (45 \times 2) \times 6 = 90 \times 6 = 540, \text{ или}$$
$$45 \times 12 = 45 \times (4 \times 3) = (45 \times 4) \times 3 = 180 \times 3 = 540;$$
$$36 \times 24 = 36 \times (3 \times 8) = (36 \times 3) \times 8 = 108 \times 8 = 864;$$
$$450 : 18 = 450 : (9 \times 2) = (450 : 9) : 2 = 50 : 2 = 25;$$
$$728 : 28 = 728 : (7 \times 4) = (728 : 7) : 4 = 104 : 4 = 26.$$

Согласно программе в начальной школе применяются лишь некоторые из перечисленных выше частных приемов устного счета, а именно: округление данных чисел при сложении и вычитании, перестановка слагаемых и сомножителей, последовательное умножение и деление, умножение на 5, 50, 25.

Однако исходя из того, что при высоком уровне развития учащихся могут быть использованы и другие приемы устных вычислений, сверх указанных в программе, мы сочли возможным более полно описать частные приемы устного счета.

В целях экономии места в примерах, приведенных на этой и предшествующей страницах, дается арифметическая запись решения, вместо словесного объяснения. В действительности примеры должны решать устно. Запись:

$$35 + 18 = (35 + 20) - 2 = 55 - 2 = 53$$

следует понимать так: к 35 надо прибавить 18. К 35 прибавим 20. Получится 55. Вычтем из 55 излишне прибавленные 2 единицы. Получится 53.

По аналогии с этим примером следует заменять словесным объяснением запись решения и других примеров. Приведенные выше два способа умножения 68 на 5 могут быть объяснены так:

1. Надо 68 умножить на 5. Разобьем 68 на двойки. Будем умножать каждую двойку на 5; $2 \times 5 = 10$. Сколько раз в 68 содержится по 2, столько раз по 10 получится в произведении 68 на 5 Итак, $68 : 2 = 34$; $10 \times 34 = 340$.

2. Требуется умножить 68 на 5. Умножим 68 на 10. Получим 680. Но умножая число 68 на 10, вместо того чтобы умножить его на 5, мы получили в произведении вдвое большее число, а потому надо его уменьшить в 2 раза. Делим 680 на 2, получится 340.

Аналогичным образом объясняются приемы умножения на 50 и 25.

Прием последовательного умножения и деления можно объяснить так. Пусть требуется 35 умножить на 14. Это значит 35 повторить слагаемым 14 раз:

$$35 + 35 + 35 + \ldots + 35.$$

Вместо этого можно 35 умножить на 2 и полученное число умножить на 7. Получаем:

$$35 \times 14 = 35 \times 2 \times 7 = 70 \times 7 = 490.$$

| | |
|---|---|
| 35 | 35 |
| 35 | 35 |
| 35 | 35 |
| 35 | 35 |
| 35 | 35 |
| 35 | 35 |
| 35 | 35 |

Надо 450 разделить на 6. Делим 450 последовательно на 3 и на 2, при этом иллюстрируем действие так, как указано на рисунке 16.

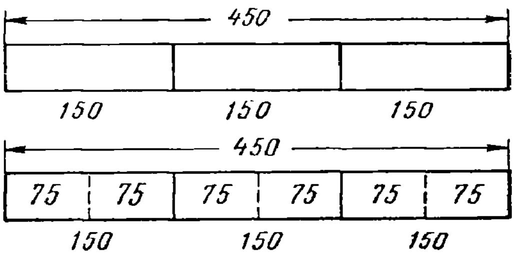



Рис. 16.

Подобные графические иллюстрации помогают ученикам понять, что при последовательном делении 450 на 3 и на 2 число разделится на 6 равных частей.

## СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЙ УСТНЫМ СЧЕТОМ

Все действия, изучаемые в I и II классах, выполняются с помощью приемов устных вычислений, преимущественно общих. Из частных приемов применяются лишь наиболее легкие, например: перестановка и округление слагаемых ($3 + 6 = 6 + 3$; $35 + 19 = 35 + 20 - 1$), округление уменьшаемого или вычитаемого ($51 - 15 = 50 - 15 + 1$; $84 - 29 = 84 - 30 + 1$).

В III и IV классах закрепляются изученные раньше приемы и вводится ряд новых частных приемов: перестановка слагаемых и сомножителей, приемы умножения на 5, 50, 25, последовательное умножение и деление.

Занятия устным счетом на уроках арифметики могут состоять: 1) в подготовке детей к изучению нового материала; 2) в повторении пройденного, вне связи с основной темой урока; 3) иногда же в том и другом одновременно.

Перед изучением нового материала следует:

а) тщательно проанализировать, какие навыки устных вычислений требуются для успешного его усвоения;

б) проверить, в какой мере учащиеся владеют этими навыками;

в) в случае надобности, дать им соответствующие упражнения для развития этих навыков.

Занятия устным счетом могут включать решение примеров и задач, например: (II класс) а) повторить внетабличное деление на однозначное число и б) решать задачи на разностное и кратное сравнение или (III класс) а) повторить деление на однозначное число в пределе 1000 и б) решать задачи на пропорциональное деление и т. д. В зависимости от цели занятия устный счет может содержать только примеры или только задачи.

При подборе упражнений для устного счета необходимо учитывать знания детей, чтобы на повторение слабо усвоенных действий выделять больше времени. Устно надо уметь считать не только правильно, но и бегло. Для этого необходимо повторять каждое действие в течение длительного промежутка времени, пока учащиеся не овладеют данным навыком в совершенстве. Повышать требования к учащимся в отношении беглости вычислений следует постепенно.

Если в течение одного урока повторять много различных действий и видов задач, то ничего основательно не закрепляется. В тех случаях, когда целью занятия является повторение пройденного за относительно большой промежуток времени, охват многих действий и видов задач на одном уроке может быть оправдан. Но нельзя злоупотреблять такой системой подбора упражнений для устного счета, так как одновременное повторение многих действий распыляет внимание детей, снижает эффективность занятий.

## ОСОБЕННОСТИ ЗАНЯТИЙ УСТНЫМ СЧЕТОМ В III И IV КЛАССАХ

В дополнение к тому, что говорилось выше о содержании занятий устным счетом, остановимся на некоторых особенностях этих занятий в старших классах начальной школы.

В III и IV классах изучаются преимущественно письменные вычисления. Но работа по закреплению и развитию навыков устного счета не должна ослабевать.

Помимо упомянутых выше устных упражнений, которые *предшествуют* изучению письменных вычислений, следует *параллельно* с изучением письменного способа выполнения каждого действия упражнять учащихся в устном решении примеров и задач на это действие. Для устных упражнений берутся сравнительно легкие случаи изучаемого действия, преимущественно над круглыми числами, действия над которыми легко сводятся к действиям в пределе 100. Так, при изучении сложения многозначных чисел можно упражнять детей в устном решении таких примеров, как 80 + 90, 900 + 700, 4000 + 9000, 6 млн. + + 8 млн., 28 млн. + 12 млн., 996 + 128, 99 + 297 и др. При изучении вычитания многозначных чисел полезно давать упражнения в устном решении таких примеров, как 140 — 50, 1300 — 600, 12 000—9000, 17 млн. — 8 млн., 1002—4, 702—85, 526—98 и т. д. Особо следует упомянуть о необходимости устного выполнения в легких случаях действий над *именованными* числами, поскольку такие вычисления находят широкое применение в жизни.

Некоторые занятия устным счетом в III и IV классах могут иметь целью повторение изученных *теоретических* сведений по арифметике. Приведем образцы таких упражнений:

Одно слагаемое 150, другое слагаемое 30. Найти сумму этих чисел. Чему равна разность чисел 160 и 20? Чему равно произведение чисел 60 и 5? Делитель 80, частное 5. Найти делимое. Решить устно пример: $30 \times 6 - 80 : 4$ и т. д. Такие упражнения способствуют закреплению знаний о членах арифметических действий, о способе нахождения неизвестных компонентов действий, о порядке выполнения арифметических действий и др.

Приемы устных вычислений в пределе 100 учащиеся III и IV классов легко переносят на числа, бо́льшие 100. Легко осмысливаются ими и некоторые из новых приемов устного счета, которые вводятся в этих классах. Отдельные частные приемы устного счета труднее даются детям. К таким приемам относятся умножение на 5, 50, 25, а также последовательное умножение и деление. Эти приемы объясняются так, как показано выше (стр. 126). Вообще же в старших классах начальной школы учителю следует прибегать к объяснению приемов устного счета в немногих случаях. Необходимо добиваться того, чтобы учащиеся сами изыскивали рациональные приемы устных вычислений.

Полезно на ярких примерах давать детям возможность убеждаться в преимуществе одних приемов перед другими. Так, умножая 25 на 36 сначала с помощью общего приема ($25 \times 30 = 750$; $25 \times 6 = 150$; $750 + 150 = 900$), а потом частного ($25 \times 4 = 100$; $36 : 4 = 9$; $100 \times 9 = 900$), или деля 630 на 18 сначала посредством общего приема ($630 = 540 + 90$; $540 : 18 = 30$; $90 : 18 = 5$; $30 + 5 = 35$), а затем путем последовательного деления 450 на 9 и на 2 ($18 = 9 \times 2$; $630 : 9 = 70$; $70 : 2 = 35$), учащиеся видят, насколько вторые приемы легче и проще. С помощью таких упражнений можно привить детям интерес и любовь к экономным, изящным приемам вычислений, изыскивание которых дает им возможность проявить творчество, смекалку и тем доставляет большое удовлетворение.

В III и IV классах преобладают устные вычисления над числами, бо́льшими 100. Не следует, однако, ослаблять внимания к действиям в пределе первой сотни, поскольку учащиеся II класса в лучшем случае умеют выполнять эти действия правильно, но недостаточно бегло. Особое внимание необходимо уделять повторению деления в пределе 100, так как без твердого знания этого действия невозможно успешное изучение дальнейшего курса арифметики, в особенности разделов «Делимость чисел» и «Обыкновенные дроби» (в V классе).

Следует добиться того, чтобы учащиеся III и IV классов не только умели правильно и бегло решать любые примеры на деление в пределе первой сотни, но и знали бы, на какие числа делится любое число в пределе 100 (например, на какие числа делятся без остатка 45, 68, 75 и т. д.), а также, от умножения каких двух чисел может получиться данное число (например, от умножения каких двух чисел может получиться 56? 84? 36? и т. д.). Большое внимание следует также уделять решению примеров на деление с остатком в пределе 100, что часто требуется при исключении целого числа из неправильной дроби.

В процессе повторения действий в пределе 100 следует предлагать учащимся более сложные задания по сравнению с теми, какие применялись при первичном его изучении. Приведем образцы таких заданий:

Число 30 разделить на каждое из чисел первого десятка. Число 60 разделить на каждое из чисел второго десятка.

Назвать несколько чисел, которые делятся без остатка на 8; на 12; на 17. Назвать несколько чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

Полезны также упражнения в составлении примеров на определенное действие по данному результату, например:

Составить несколько примеров на сложение так, чтобы при решении каждого примера в ответе получалось 85. Составить несколько примеров на вычитание так, чтобы при решении каждого примера в ответе получалось 24. Составить несколько примеров на умножение так, чтобы при решении каждого примера в ответе получалось 72, и т. д.

Такие упражнения, применимые, кстати сказать, не только в пределе 100, могут в определенной мере способствовать развитию вычислительных навыков детей и более успешному изучению в дальнейшем темы «Изменение результатов действий в зависимости от изменения данных». Так, при составлении примеров на сложение учащиеся могут заметить, что, увеличивая одно из двух слагаемых на несколько единиц, надо второе слагаемое уменьшить на столько же единиц, чтобы сумма осталась без изменения.

На развитии навыков устного счета в III и IV классах отрицательно сказывается то, что после ознакомления с письменным способом выполнения арифметических действий учащиеся этих классов при устном решении примеров нередко применяют письменные вычислительные приемы, как бы ведя записи мысленно в уме. Например, «устное» решение примера 81:3 некоторые учащиеся объясняют так: 8 разделить на 3, получится 2; дважды три 6; от 8 отнять 6, получится 2; сносим 1; 21 разделить на 3, получится 7. Хотя учащиеся не делали никаких записей при решении этого примера, они фактически решали его с помощью письменного вычислительного приема. Очевидно, что общепринятый прием устного деления на однозначное число ($60:3=20$; $21:3=7$; $20+7=27$) несравненно проще и легче. Недаром, при устном решении подобных примеров с помощью приведенного выше приема письменного деления дети часто допускают ошибки в вычислениях.

Чтобы не допустить использования учащимися письменных приемов в устных вычислениях, необходимо наряду с изучением приемов письменных вычислений повторять и уточнять в этих классах приемы устного выполнения каждого действия, добиваясь, чтобы дети четко различали эти приемы и при устном решении примеров пользовались исключительно приемами устных вычислений.

В школьной практике устный счет в III и IV классах нередко проводится лишь в начале урока, в течение нескольких минут, которые специально посвящаются этим занятиям. В остальной же части урока устные вычисления почти не применяются. При такой системе работы, когда устному счету уделяется всего несколько минут, навыки учащихся слабо развиваются. Такая практика приучает детей к мысли, что вычислять устно нужно лишь во время занятий устным счетом. В противовес этому следует упражнять учащихся в устных вычислениях по мере возможности на протяжении всего урока.

Для развития навыков устного счета можно использовать и задания на дом, включая в них, хотя бы 1—2 раза в неделю, соответствующие примеры. Следует при этом указывать учащимся, чтобы они решали эти примеры устно, записывая только ответы, и предупреждать их, что им нужно будет объяснять в классе, как они считали.

## ВИДЫ УПРАЖНЕНИЙ В УСТНОМ СЧЕТЕ

Основными видами упражнений в устном счете являются простые и сложные (или составные) примеры и задачи. Каждый вид упражнений применяется в соответствии с целью данного занятия.

**Простые примеры.** В зависимости от цели занятия устным счетом простые примеры могут подбираться на один случай данного действия (например, на сложение с переходом через десяток в пределе 20), на несколько случаев его (например, на сложение с переходом и без перехода через десяток) или на различные действия (например, на сложение и вычитание в пределе 20).

Часто используется следующая разновидность простых примеров: учащимся дают ряд чисел (например, 15; 24; 18; 21; 12) и предлагают произвести над каждым из них определенное действие (например: к каждому из этих чисел прибавить 9, от каждого из них отнять 8, каждое из них умножить на 4 или разделить на 3). Решение таких примеров условно именуется о д н о р о д н ы м  с ч е т о м. Многократные упражнения в выполнении о д н о г о  д е й с т в и я способствуют развитию навыков правильного и быстрого счета. Однородный счет следует широко и часто применять во всех классах.

Полезным видом устных упражнений являются также примеры, в которых подлежащее выполнению д е й с т в и е прямо н е  у к а з ы в а е т с я, а дается в скрытом виде, например: Какое число больше 25 на 5? Какое число меньше 60 на 20? Увеличить 15 в 6 раз. Уменьшить 150 в 3 раза. Такие упражнения ценны тем, что в определенной мере подготовляют учащихся к правильному выбору действий при решении задач.

**Сложные примеры.** К этому виду упражнений относятся примеры, решаемые двумя и большим числом действий. Во время занятий устным счетом сложные примеры обычно предлагаются отдельными звеньями, при этом каждый раз делается пауза, достаточная для того, чтобы учащиеся могли выполнить соответствующее действие, например: 35:5, ... к полученному числу прибавить 38, ... полученное число разделить на 9. От учащихся требуется дать окончательный ответ.

Устное решение сложных примеров требует большого напряжения. Эти примеры должны включать столько звеньев и такие действия, чтобы их выполнение было посильно для учащихся. Сложные примеры применимы тогда, когда требуется закрепить несколько действий. В состав сложных примеров следует включать такие действия, которые удовлетворительно усвоены и в отношении которых остается лишь добиться беглого выполнения их учащимися.

К сложным можно отнести примеры, решение которых состоит в прямом и обратном счете группами единиц (так называемый г р у п п о в о й  с ч е т). Групповой счет можно вести так, чтобы он содействовал усвоению соответствующих случаев умножения и деления, например: к 6 прибавлять по 6, пока не получится 60; от 70 отнимать по 14, пока не получится 0. Групповой счет можно вести и без связи с умножением и делением, например: к 6 прибавлять по 8, пока не получится 86; от 90 отнимать по

14, пока возможно. В первом случае учащиеся, упражняясь в сложении или вычитании, одновременно подготовляются к изучению умножения и деления. Во втором случае упражнения способствуют закреплению навыков лишь сложения и вычитания. По указанным соображениям, первые упражнения имеют явное преимущество перед вторыми.

**Задачи.** Во время занятий устным счетом следует уделять большое внимание решению задач.

При письменном решении задачи ученику приходится затрачивать много умственной энергии на вычисления, вследствие чего он иногда недостаточно вникает в способ ее решения. В задаче же, решаемой устно, вычисления обычно несложны, так что ученик может целиком отдаться осмысливанию хода ее решения. Кроме того, устное решение задачи отнимает значительно меньше времени, чем письменное. Благодаря этому за одно и то же время можно устно решить значительно больше задач, чем письменно.

Речь идет не о том, чтобы школа ослабила свое внимание к письменному решению задач. При записи действий, а в особенности действий и плана, решение задачи оставляет более заметный след в сознании учащихся по сравнению с устным решением. Но в силу указанных выше мотивов устные задачи — при правильном чередовании их с письменными — могут существенно повысить успешность обучения.

Устные задачи следует подбирать в единой системе с письменными, чтобы в одних случаях они служили подготовке детей к решению новых видов задач, а в других — содействовали бы закреплению и развитию навыков детей в решении уже известных им видов. При небольшой затрате времени, которое отнимает устное решение задач, представляется возможным с их помощью часто упражнять детей в решении каждого из рассмотренных ранее видов задач, что трудно достижимо, если для этого прибегать только к письменному решению.

Для устного решения следует брать задачи с такими числовыми данными, чтобы учащиеся могли легко выполнять действия над ними в уме. Сами же задачи должны соответствовать программе данного класса. Если для устного решения брать очень легкие задачи, это не будет в должной мере способствовать развитию умения решать задачи с любыми числовыми данными.

Помимо видов задач, указанных в программе, следует упражнять учащихся, особенно III и IV классов, в устном решении задач, какие приходится часто решать в быту. Например, вычислить в уме стоимость небольшой покупки, определить, сколько сдачи следует получить с данной суммы денег, и т. п.

**Занимательные упражнения и игры.** Устные вычисления утомительны. Чтобы занятия устным счетом не утомляли учащихся, полезно иногда придавать упражнениям занимательный характер. Элементы игры, связанные с этими упражнениями, делают занятия более разнообразными и интересными для детей, повышают их мыслительную активность, облегчают преодоление трудностей в усвоении учебного материала.

Необходимо, однако, помнить, что занимательные упражнения не самоцель, а лишь средство успешного обучения. Занимательное упражнение следует каждый раз выбирать в соответствии с целью урока так, чтобы оно способствовало более эффективному ее достижению. Таким упражнениям следует уделять сравнительно небольшую долю времени, отводимого на занятия устным счетом. Их надо применять в разумных пределах, в качестве дополнения к основным вычислительным упражнениям и так, чтобы это не слишком возбуждало учащихся, не приводило к нарушению порядка в классе, не влекло за собой легкого отношения детей к учению, как к игре. Занимательные упражнения уместны главным образом в младших классах.

Как правило, каждый вид упражнений в устном счете можно видоизменить так, чтобы он стал занимательным. Решение примеров можно сделать занимательным путем необычной формы их записи. Так, вместо того, чтобы диктовать примеры устно или записывать столбиком, учитель располагает их лесенкой, предлагая решать их снизу вверх («подниматься по лесенке»). Ученик считается хорошим счетчиком, если все примеры он решает без ошибок. В противном случае считается, что он упал с той или иной ступеньки, смотря по тому, в решении какого примера он допустил ошибку.

Вот образцы записи примеров лесенкой (рис. 17).

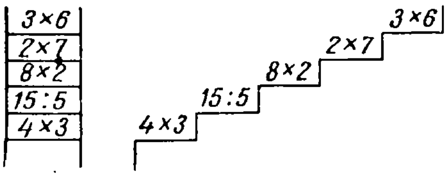


Рис. 17.

Занимательными можно также сделать упражнения в однородном и групповом счете. Пусть учитель II класса наметил для решения примеры на сложение двузначных чисел с 9 (имеется в виду упражнение учащихся в использовании приема округления слагаемого):

| | | | |
|---|---|---|---|
| 13 + 9 | 36 + 9 | 28 + 9 | 45 + 9 |
| 53 + 9 | 76 + 9 | 88 + 9 | 66 + 9 |

Вместо обычного решения этих примеров учитель говорит учащимся: «какое число я ни назову, вы должны прибавить к нему 9». Называя число 13, затем 53, 36 и т. д., он спрашивает каждый раз учащихся, какой ответ у них получился.

Это занятие может быть проведено и так. Учитель говорит детям: «из двух учащихся, сидящих на одной парте, один будет называть какое-нибудь двузначное число, а его сосед должен к этому числу прибавить 9 и сказать результат. Остальные должны внимательно слушать, правильно ли дан ответ, и в случае ошибки поднять руку».

Подобным образом можно упражнять учащихся в выполнении различных действий, например, в вычитании из называемых чисел 9-и (19-и или 99-и), в умножении данных чисел на 5 (25 или 50), в нахождении половины (четвертой, третьей или восьмой части) данного числа, в дополнении названных чисел до 10, до 50, до 100 и т. д.

Вычислительные упражнения, связанные с однородным счетом, можно сделать занимательными, если от ученика требовать, чтобы он решал указываемый ему пример, молча записы-

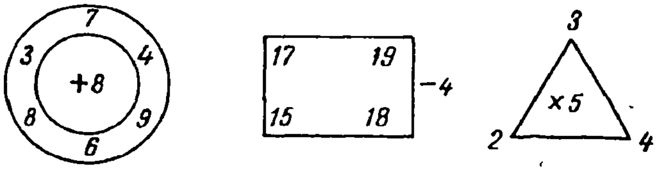



Рис. 18.

вая ответ на доске. Такое занятие в школьной практике носит название «игры в молчанку». Примеры учитель может записать на доске, как обычно столбиком или расположить их по особому, используя для этого различные геометрические фигуры (рис. 18).

Можно также записывать примеры следующим образом:

$\boxed{35 +}$ 18 26 37 45

$\boxed{72 :}$ 8 2 6 24 18

| 14 × |
|---|
| 3 |
| 5 |
| 7 |
| 4 |
| 6 |

| 60 — | |
|---|---|
| | 12 |
| | 25 |
| | 47 |
| | 36 |
| | 53 |

При упражнениях в групповом счете задание можно формулировать так: надо пробежать 100 *м* (или 80 *м*). Вообразим, что мы бежим. Будем через каждые 5 *м* (или 8 *м*) считать, сколько метров мы уже пробежали.

Элемент игры можно вносить и в решение задач. Учитель говорит детям: «В жизни часто приходится вычислять стоимость покупок. Это надо уметь делать правильно и быстро. Сегодня мы будем с вами покупать молочные продукты. Знаете ли вы, сколько стоит литр молока? килограмм масла? творога? Купим 2 *л* молока (4 *л*, $\frac{1}{2}$ *л* и т. д.). Сколько надо уплатить за покупку? Теперь будем покупать масло. Купим его $\frac{1}{2}$ *кг* ($\frac{1}{4}$ *кг*, 100 *г*, 200 *г* и т. д.). Сколько стоит покупка? А сколько сдачи надо получить, если дать в кассу 25 руб.?»

Аналогичным образом можно решать задачи о покупке других продовольственных товаров, письменных принадлежностей, игрушек и т. д. Можно с учащимися «собирать грибы», «ловить рыбу», подсчитывая, сколько всего собрали грибов или поймали рыб. Можно «поехать» с детьми на экскурсию (в ближайший или дальний город, в Крым, на Кавказ и т. д.), вычисляя, сколько километров проехали поездом или на автомобиле за данное время и сколько осталось еще проехать.

Большой интерес у детей обычно вызывают упражнения, в которых требуется «угадывание» примера или числа. Приведем несколько вариантов таких упражнений.

1. Учитель пишет на доске несколько примеров:

$$\begin{array}{ccc} 5+8 & 4+7 & 7+8 \\ 7+9 & 8+9 & 5+7. \end{array}$$

Затем он вызывает к доске ученика, который становится спиной к ней. Учитель молча указывает классу, какой пример следует решить, положим $4+7$. Учащиеся решают пример и называют ответ (11). Вызванный ученик, обернувшись после этого лицом к доске, должен по ответу узнать, какой пример решался классом.

2. Учитель пишет на доске несколько примеров:

$$\begin{array}{ccc} 64-7 & 61-27 & 27+29 \\ 71-13 & 35+18 & 90-35. \end{array}$$

Затем, он обращаясь к классу, говорит: «Я смотрю на пример с ответом 55. Угадайте, на какой пример я смотрю». Свое задание учитель может формулировать и так: «Найдите пример с ответом 53; найдите пример с ответом 34 и т. д.».

3. Учитель заготовляет карточки и пишет на каждой из них какое-нибудь число. Карточки кладутся на стол лицевой стороной книзу. Взяв затем карточку, учитель смотрит, какое число написано на ней, и, скрывая его от детей, говорит им: «Угадайте, какое у меня число. Чтобы это узнать, возьмите 3 пять раз, от полученного числа отнимите 10, к полученному числу прибавьте 3 и узнаете, какое у меня число». Благодаря тому, что дети должны «угадать» скрытый от них ответ, обычное решение сложного примера становится занимательным для них.

4. Написав на доске какое-нибудь число со знаком умножения (например: $7\times$), учитель говорит: «Проведем с вами игру в угадывание чисел. В коробочке лежат карточки с цифрами. Иди, Надя, к доске. Возьми карточку так, чтобы никто не видел, что на ней написано. Умножь число 7 на число, которое написано на карточке Подумай, реши и скажи свой ответ громко, а дети пусть скажут, какое число написано у тебя на карточке».

Нетрудно видеть, что приведенная игра в «угадывание» чисел по существу сводится к нахождению неизвестного множителя. Так же могут проводиться игры, связанные с нахождением неизвестных членов и других действий.

Иногда можно вызвать двух учеников и задать им по одинаковому числу примеров на доске. «Лучшим счетчиком» считается тот, кто правильнее и скорее решит свои примеры. Это можно организовать так: учитель вызывает двух учеников, ставит их спиной к доске и в это время пишет на доске примеры для каждого из них, например:

| а | б |
|---|---|
| 45 — 8 | 83 — 9 |
| 36 + 19 | 65 + 18 |
| 27 + 13 | 43 + 17 |
| 54 + 37 | 28 + 49 |

Написав примеры, учитель предлагает вызванным ученикам обернуться лицом к доске и каждому приступить к решению своих примеров. Остальные учащиеся решают примеры про себя и проверяют работу, выполняемую на доске. В целях экономии времени учитель может написать примеры на доске до урока и завесить их бумагой. Последняя снимается при вызове учеников для решения примеров.

Эту игру можно проводить и так: не вызывая никого к доске, учитель предлагает учащимся, сидящим на парте справа, решать первый вариант примеров, а сидящим слева, второй вариант. Дети составляют ответы из карточек цифровой кассы или записывают их в тетрадях. Ученики, сидящие на одной парте, затем взаимно проверяют друг у друга правильность ответов. В последующей беседе с детьми учитель выясняет, в каких примерах были допущены ошибки.

Взаимопроверка, подобная описанной, применима и в работе учащихся с *дидактическим материалом* «лото» или «парные карточки». Лото состоит из положенных в конверт нескольких небольших карточек, на каждой из которых написано по одному примеру, и большой карты, содержащей ответы к этим примерам. Приведем образец материала «лото» (в уменьшенном виде) на случаи табличного умножения, когда множимое равно 2, 3 или 4:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 × 7 = | 3 × 8 = | 4 × 5 = | 2 × 8 = |
| 4 × 9 = | 2 × 9 = | 3 × 7 = | 4 × 8 = |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 20 | 18 | 24 | 36 |
| 32 | 28 | 21 | 16 |

Конверт с содержимым в нем материалом дается учащимся, сидящим на одной парте. Один из них решает написанные на карточках примеры и накрывает ими соответствующие ответы на большой карте, а другой молча проверяет правильность решения, внося после разложения всех карточек необходимые коррективы в работу, выполненную его товарищем. Затем учащиеся меняются ролями.

Материал «парные карточки» отличается от описанного выше тем, что ответы даны также на маленьких карточках, на каждой по одному ответу, например (берем случаи табличного умножения, когда множимое равно 5 или 6):

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $5\times9=$ | $6\times7=$ | $5\times8=$ | $6\times6=$ | 40 | 54 | 36 | 45 |
| $5\times7=$ | $6\times8=$ | $5\times6=$ | $6\times9=$ | 48 | 35 | 30 | 42 |

К изготовлению указанного материала учитель может привлечь учащихся (данного или старшего класса), поручая им составление необходимого числа копий сделанных им образцов.

При занятиях устным счетом могут быть использованы так называемые занимательные квадраты, особенность которых, как известно, заключается в том, что числа каждого ряда дают в сумме одинаковое число.

Пусть требуется разместить числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 в девяти клетках так, чтобы получился занимательный квадрат. Расположим средние три числа (4, 5, 6) по диагонали и рядом с наименьшим из них поместим наибольшее число (9). Сумма чисел 4, 5, 6, расположенных по диагонали, равна 15. Этому числу будет равна сумма каждого ряда чисел в данном квадрате. Зная это, легко путем вычислений определить, какое число следует поместить в каждой из остальных клеток. Получится занимательный квадрат:

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

При увеличении (или уменьшении) каждого числа данного занимательного квадрата на одно и то же число единиц или в одно и то же число раз суммы чисел каждого ряда будут одинаковы. Таким образом можно из данного занимательного квадрата получить множество новых. Так, увеличив в приведенном выше квадрате каждое число на 10 единиц, получим занимательный квадрат № 1, а увеличив каждое из его чисел в 10 раз, получим квадрат № 2.

№ 1

| | | |
|---|---|---|
| 14 | 19 | 12 |
| 13 | 15 | 17 |
| 18 | 11 | 16 |

№ 2

| | | |
|---|---|---|
| 40 | 90 | 20 |
| 30 | 50 | 70 |
| 80 | 10 | 60 |

Во время занятий устным счетом от учащихся может требоваться: а) сложить числа каждого ряда; б) определить, каких чисел недостает в данном квадрате; в) составлять новые квадраты из данного.

Рассмотренные виды упражнений по устному счету не исчерпывают всего их многообразия. Наряду с ними могут быть с пользой применены и другие виды упражнений как описанные в литературе, так и придуманные самим учителем.

## ОРГАНИЗАЦИЯ ЗАНЯТИЙ УСТНЫМ СЧЕТОМ

**Форма заданий.** Во время проведения устного счета задания могут предлагаться детям в слуховой или в зрительной формах. Первая форма заданий содействует развитию внимания и памяти учащихся, а главное, подготовляет их к жизненному счету, где обычно приходится выполнять устно действия над числами, воспринимаемыми на слух.

Нельзя, однако чрезмерно, злоупотреблять этой формой, так как она требует от учащихся большого умственного напряжения, а поэтому сравнительно быстро их утомляет. Слуховые задания представляют особые затруднения для учащихся, обладающих зрительной памятью, но плохо воспринимающих числовые данные на слух. Наряду с чисто слуховыми упражнениями необходимо практиковать упражнения, которые рассчитаны на участие не только слуха, но и зрения. Однако применение таких заданий должно быть ограничено, так как, привыкнув к постоянному зрительному восприятию числовых данных, учащиеся могут встречать затруднения при решении примеров, воспринимаемых на слух. Устной (слуховой) формой задания следует пользоваться при закреплении усвоенных приемов, а также при решении примеров, не трудных для запоминания. Зрительную форму задания полезно применять в том случае, если изучаемый прием еще недостаточно усвоен, а также если задание содержит числа, которые учащимся трудно удержать в памяти.

Устно надо уметь вычислять, не прибегая ни к каким записям, а удерживая числовые данные в памяти. Но к этому следует вести учащихся постепенно. Во время занятий устным счетом можно вначале диктовать числовые данные, затем — при заметном утомлении внимания учащихся — записывать их на доске.

Вместо записи числовых данных можно проводить устное решение примеров по задачнику, давая учащимся возможность зрительно воспринимать данные числа. Запись числовых данных можно иногда заменять показом их на таблице для устного счета. Приведем образец такой таблицы:

| | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| А | 5 | 14 | 27 | 31 | 48 | 56 | 69 | 72 | 87 | 93 |
| Б | 3 | 11 | 25 | 39 | 50 | 54 | 68 | 76 | 82 | 94 |
| В | 2 | 19 | 23 | 38 | 47 | 51 | 70 | 74 | 86 | 91 |
| Г | 6 | 18 | 22 | 40 | 45 | 5[illegible] | 67 | 71 | 84 | 99 |
| Д | 4 | 20 | 26 | 37 | 43 | 58 | 65 | 79 | 81 | 100 |
| Е | 1 | 17 | 24 | 35 | 42 | 60 | 63 | 78 | 89 | 92 |
| Ж | 9 | 15 | 21 | 33 | 46 | 57 | 62 | 80 | 88 | 96 |
| З | 8 | 13 | 29 | 32 | 44 | 55 | 66 | 77 | 90 | 95 |
| И | 10 | 12 | 28 | 36 | 41 | 53 | 64 | 75 | 83 | 97 |
| К | 7 | 16 | 30 | 34 | 49 | 52 | 61 | 73 | 85 | 98 |

При пользовании таблицами для устного счета учащимся обычно указывается один или два ряда чисел и предлагается произвести определенное действие над этими числами, например: сложить каждое число столбца V с рядом стоящим числом столбца VI, каждое число строки Д умножить на 5, каждое число строки И разделить на 4 и т. п.

Вместо таблиц для устного счета, могут быть использованы дополненные нами ряды цифр Эйкера [1]. Это пособие состоит из 10 полос с цифрами, напечатанными крупным шрифтом. Вот эти цифры в уменьшенном виде:

[1] См. Г. Б. Поляк, Ряды цифр, М., 1946.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| · | · | · | · | · | · | · | · | · | · |
| 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 6 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 9 | 1 | 4 | 5 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 5 | 7 | 6 | 8 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 8 | 4 | 1 | 3 | 7 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 4 | 8 | 5 | 7 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 7 | 3 | 9 | 2 | 5 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 2 | 9 | 3 | 6 | 8 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 6 | 2 | 8 | 1 | 4 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | 6 | 2 | 4 | 9 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 5 | 8 | 6 | 9 | 7 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Из отдельных полос путем их сближения могут быть составлены двузначные, трехзначные, четырехзначные числа и т. п.

Занятия устным счетом по рядам цифр могут вестись так же, как и по таблицам. Преимущество рядов цифр, однако, состоит в том, что при пользовании ими внимание учащихся легко концентрировать на данном задании, в то время как при пользовании таблицами ученики видят не только те числа, над которыми нужно произвести указанное действие, но и другие, ненужные в данный момент.

Преимущество рядов цифр заключается также в том, что при пользовании ими можно упражнять учащихся в выполнении действий над трехзначными, четырехзначными и т. д. числами, а не только над одно и двузначными, из которых обычно состоят таблицы для устного счета. Кроме того, с помощью рядов цифр может быть составлено огромное количество различного рода чисел, тогда как таблицы содержат ограниченное количество их.

Таблицы для устного счета, как и ряды цифр, облегчают учащимся восприятие числовых данных. Кроме того, пользуясь этими пособиями, учащиеся каждый раз упражняются в выполнении о д н о г о  д е й с т в и я над несколькими числами, что способствует развитию навыков беглого счета.

Наряду с этими достоинствами, таблицы для устного счета и ряды цифр имеют следующие недостатки: а) нет строгой системы в подборе числовых данных; б) частое пользование ими может повлечь за собой недостаточное развитие памяти учащихся, недостаточное развитие умения оперировать числовыми данными, воспринимаемыми на слух. Поэтому указанные пособия применимы преимущественно в процессе повторения и то лишь как одна из форм занятий устным счетом наряду с другими.

**Проведение опроса учащихся.** Задавая пример или задачу для устного решения, учитель может требовать от учащихся устного или письменного ответа.

Письменные ответы отнимают больше времени. Несмотря на это запись ответов (только ответов) при устном счете представляется иногда целесообразной, так как это повышает активность всех учеников в решении заданных примеров. Поскольку требуется записать ответ, учащиеся стараются внимательно слушать задание и решить его, ибо в противном случае их пассивность будет замечена. Запись ответов дает учителю возможность лучше проверить, как учащиеся справились с заданными упражнениями.

В I и II классах вместо записи ответов можно иногда практиковать показ учащимися ответов к заданным примерам с помощью карточек цифровой кассы. Это облегчает учителю проверку ответов всех учащихся. Необходимо только, чтобы учащиеся хранили карточки с цифрами в образцовом порядке, иначе будет тратиться много времени на поиски нужных цифр. Указанный прием удобен тогда, когда в ответе получаются одно-двузначные числа, так как при большом числе знаков трудно показывать ответы.

Запись ответов особенно уместна при решении сложных примеров, так как здесь дополнительное время, которое требуется на запись, составляет небольшую долю того времени, которое расходуется на само решение примера.

При занятиях устным счетом, таким образом, возможны следующие 4 формы организации занятий:

а) Как задание учителя, так и ответы учащихся даются в зрительной форме. Учитель пишет задание на доске, показывает на таблице, либо указывает упражнения в задачнике. Учащиеся выполняют задание устно, но результат записывают.

б) Задание дается в зрительной форме, а ответ в устной (слуховой).

в) Задание дается в слуховой форме, а ответ в зрительной. Учитель диктует свое задание. Учащиеся решают его в уме, но результаты записывают в тетрадях или показывают их с помощью карточек цифровой кассы.

г) Как задание учителя, так и ответы учащихся даются в чисто устной (слуховой) форме.

Нередко при устной форме ответа ученики, не решившие упражнения или решившие его неверно, при опросе повторяют названный до них ответ, в особенности, если этот ответ был дан хорошо успевающими учениками. Поэтому следует начинать опрос с более слабых учеников. Кроме того, не следует допускать названия одного и того же ответа несколькими учениками.

С этой целью после опроса одного ученика и получения от него ответа следует спросить, у кого получился другой ответ. Затем спросить, у кого получился третий ответ, и т. д.

Для того чтобы выявить, у скольких учеников (и у кого именно) получился тот или другой ответ, учитель может — после заслушивания всех ответов — предложить поднять руки тем учащимся, у кого получился данный ответ. При такой системе опроса обычно удается выявить целый ряд ответов, отличных один от другого [1].

**Организация занятий при устном решении задач.** При рассмотрении вопроса об организации занятий устным счетом выше имелось в виду, главным образом, решение примеров. Особо следует остановиться на устном решении задач.

Устное решение задачи обычно оставляет более слабый след в сознании детей, чем письменное. Для повышения эффективности устного решения задач полезно, чтобы учитель записывал на доске числовые данные условия, а в процессе опроса учащихся записывал с их слов ее решение на доске. (Указанные записи не нужны лишь при решении особо легких задач, преимущественно в одно действие).

Запись условия и решения на доске в определенной мере приближает устное решение к письменному и тем повышает эффективность занятий. Поскольку числовые данные записаны на доске, учащимся не приходится удерживать их в памяти благодаря чему они могут полнее сосредоточить внимание на поисках решения. Запись же учителем на доске действий, выполненных детьми устно, помогает им лучше осмыслить способ решения задачи.

Опрос учащихся при устном решении задачи целесообразно начинать с выяснения полученного ими ответа и лишь после этого переходить к выяснению того, как она решается. Требование ответа на главный вопрос ставит учащихся перед необходимостью решить задачу от начала до конца.

При письменном решении учитель может по записям в тетрадях видеть, как все учащиеся справились с задачей. При устном же решении обычно спрашиваются немногие дети. Неверные решения некоторых учащихся могут при этом остаться невыясненными. Поэтому здесь чаще, чем при решении примеров, можно требовать от детей записи полученных ими ответов на главный вопрос.

**Особенности организации занятий устным счетом в двухкомплектной школе.** В условиях двухкомплектной школы учитель может на занятия устным счетом выделять значительно меньше времени, чем при работе с одним классом. Чтобы ком-

---

[1] Вопросы, связанные с учетом навыков устного счета, рассматриваются нами в 13 главе наряду с проверкой и оценкой знаний учащихся по другим разделам курса арифметики.

пенсировать ущерб, который может получиться от этого, передовые учителя двухкомплектных школ сравнительно часто практикуют самостоятельное устное решение детьми примеров, указываемых им в учебнике. Задания обычно формулируются учителем так: «Найдите примеры № . Решите их устно, тихо про себя. Потом я вас спрошу». (Вместо примеров из задачника можно давать примеры из таблиц для устного счета или из рядов цифр.) Иногда при такого рода заданиях детям предлагается записать ответы в тетради или составить их из карточек цифровой кассы.

Задав учащимся одного класса примеры для самостоятельного устного решения, учитель начинает заниматься с другим классом, а затем, переходя опять к занятиям с первым классом, он спрашивает, какой ответ получился у них при решении первого примера, затем второго и т. д., в необходимых случаях предлагая детям объяснить, как они решали тот или иной пример. В двухкомплектной школе также могут быть широко использованы описанные выше (стр.138—139) виды упражнений, где применяется взаимопроверка.

При указанных формах занятий устным счетом учащиеся выполняют действия над числами, которые они видят. Чтобы дети приобретали навыки устного выполнения действий над числами, воспринимаемыми на слух, учитель также диктует несколько (немного) примеров, а учащиеся, восприняв числа на слух, решают их устно.

## ГЛАВА ПЯТАЯ

# ПЕРВЫЙ ДЕСЯТОК

Первый десяток — основа, на которой базируется изучение последующих концентров курса арифметики, входящих в программу I класса и в первую очередь изучение сложения и вычитания в пределе 20. Успешность изучения арифметики в I классе поэтому в значительной мере зависит от качества усвоения детьми счета и действий в пределе 10.

### НАГЛЯДНЫЕ ПОСОБИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ПЕРВОГО ДЕСЯТКА

При изучении чисел первого десятка и действий над ними применяется разнообразный счетный материал: карандаши, тетради, камешки, желуди, палочки, кубики, кружки, косточки на счетах и др. Особое внимание следует при этом уделять структурным пособиям (см. стр. 17), достоинство которых состоит в том, что они дают определенные зрительные образы отдельных чисел и тем способствуют лучшему формированию понятий о месте каждого числа в ряду, об их взаимном положении и связи между ними.

Из таких пособий особо широкое применение могут найти классные счеты, а также «Счетная таблица — первая сотня» (рис. 19). Это пособие представляет собой лист картона размером 70 × 60 *см*. К нему на определенном расстоянии друг от друга (около 3,5 *см*) прикреплены 10 узких, горизонтально расположенных полосок картона, шириной каждая около 2,5 *см*. Нижний край каждой полоски приклеен к таблице (его можно и пришить), а верхний остается открытым. В результате получается 10 длинных пазов, в каждый из которых можно вставить 10 демонстрационных счетных единиц. Всего, таким образом, на счетной таблице может демонстрироваться 100 счетных единиц. Это делает возможным иллюстрировать на данном пособии любое число и действие не только в пределе 10, но и 20 и 100.

В качестве счетного материала на таблице лучше всего использовать кружки (диаметром около 5 *см*). Помимо этого, для иллюстрирования чисел и действий могут быть использованы другие геометрические фигуры (прямоугольники, квадраты, треугольники), а также самодельные и печатные рисунки. На счетной таблице может, таким образом, демонстрироваться разнообразный счетный материал, что способствует повышению интереса детей к занятиям арифметикой.

Чтобы отчетливо выступали отдельные компоненты изучаемых действий (например, различные слагаемые при сложении), желательно иметь кружки (прямоугольники и т. п.) двух цветов с тем, чтобы одно слагаемое иллюстрировалось фигурами одного цвета, а другое — однородными фигурами другого

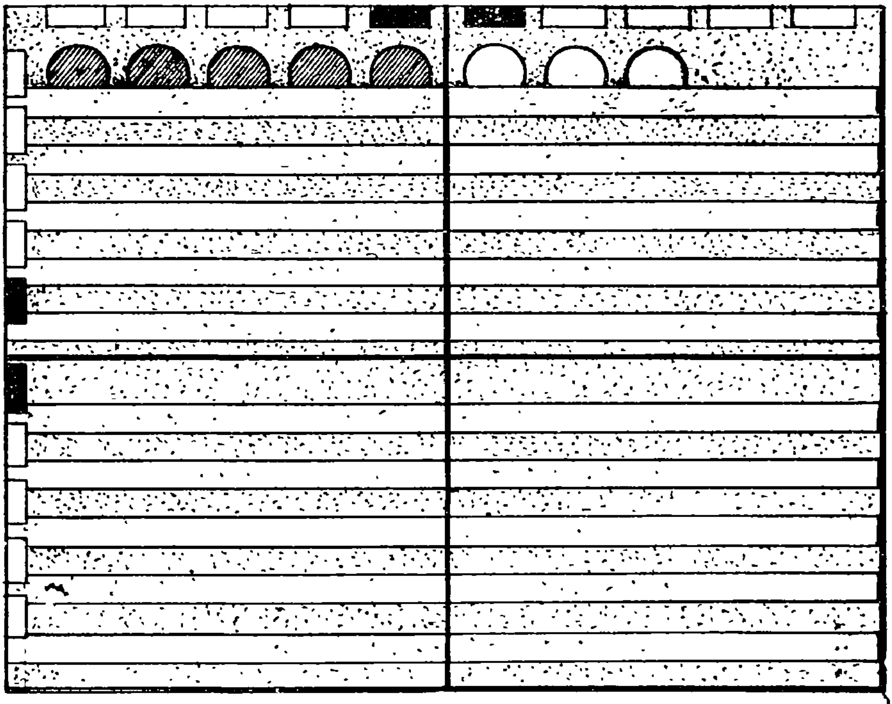


Рис. 19.

цвета (на рис. 19 изображена счетная таблица с иллюстрированным на ней примером 5 + 3).

Лучше всего, если фигуры с одной стороны будут одного цвета (например, красного), а с другой — другого (синего). Для этого можно вырезать фигуры из бумаги двух цветов и затем склеить разноцветные фигуры попарно между собой.

Чтобы облегчить детям счет, к верхнему и левому краям таблицы приклеено по 10 полосок цветной бумаги на одинаковом расстоянии друг от друга, при этом средние две полоски по цвету отличаются от остальных. Это сделано по образцу классных счетов, где на каждой проволоке две средние косточки по своей окраске отличаются от других косточек. При демонстрировании счетного материала необходимо следить за тем, чтобы каждый счетный предмет (кружок, прямоугольник и т. п.) помещался в одном вертикальном ряду с соответствующей цветной полоской в верхнем краю таблицы.

Для удобства пользования счетная таблица разрезана двумя взаимно перпендикулярными линиями на 4 равные части, которые соединены между собой с помощью матерчатых корешков (подобно книжным корешкам). Корешки разбивают каждый десяток на 2 пятка, а это — в дополнение к упомянутым выше цветным полоскам — облегчает сосчитывание демонстрируемых предметов. Кроме того, это дает возможность складывать таблицу вчетверо, что облегчает ее хранение.

На счетной таблице при иллюстрировании чисел можно располагать демонстрируемый счетный материал в любом направлении — горизонтальном или вертикальном — в зависимости от того, как это дидактически целесообразно.

Полезным пособием является наборное полотно для иллюстрирования чисел первого десятка. Каждое число на нем изображается а) рисунком, б) числовой фигурой и в) цифрами. На наборном полотне для каждого числа имеется три гнезда: одно — для карточки с рисунком, другое — для карточки с числовой фигурой и третье — для карточки с цифрой (рис. 20).

Числовые таблицы, применяемые в школьной практике при изучении чисел первого десятка [1], полезны тем, что каждое число иллюстрируется разнообразными рисунками и числовыми фигурами. Но на этих таблицах иллюстрации и цифры неразделимы, вследствие чего таблицы служат преимущественно для зрительного восприятия нарисованных на них совокупностей. Наборное же полотно устроено так, что можно легко снимать с него любую иллюстрацию или цифру и ставить их обратно на место. Поэтому наборное полотно можно использовать (в дополнение к числовым таблицам) для целого ряда полезных упражнений при изучении чисел первого десятка. Так, можно снять с полотна карточки с числовыми фигурами и цифрами, оставив только карточки с рисунками, и предложить учащимся расставить снятые карточки на их прежние места. Можно оставить на полотне карточки с числовыми фигурами и предложить ученикам расставить на прежние места снятые карточки с рисунками. Можно, далее, заменять одни рисунки или числовые фигуры другими, требуя от учащихся, чтобы они правильно расставили новые иллюстрации в гнездах наборного полотна.

[1] Мы имеем в виду наглядное пособие «Числовые таблицы» В. Л. Эменова, Учпедгиз, 1957.

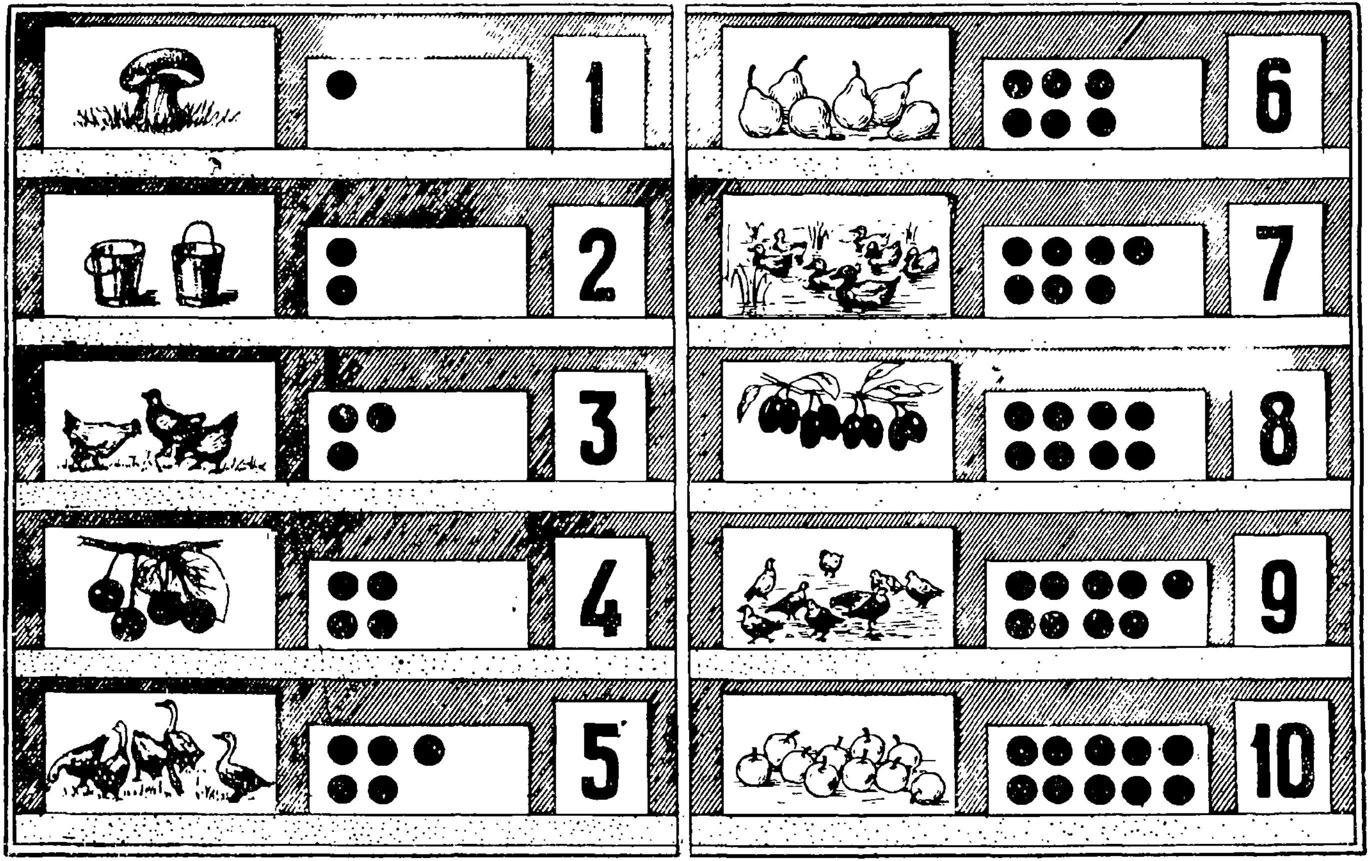



Рис. 20.

Усвоению числового ряда может способствовать также **ц и ф р о в а я  к а с с а** (рис. 21). Касса имеет три горизонтальных ряда гнезд. В первом ряду размещаются числа первого десятка. Гнезда второго ряда предназначены для размещения в них чисел второго десятка. В третьем ряду размещаются знаки действий, знак равенства и счетный дидактический материал (карточки с изображением геометрических фигур и рисунков, карточки-монеты и др.).

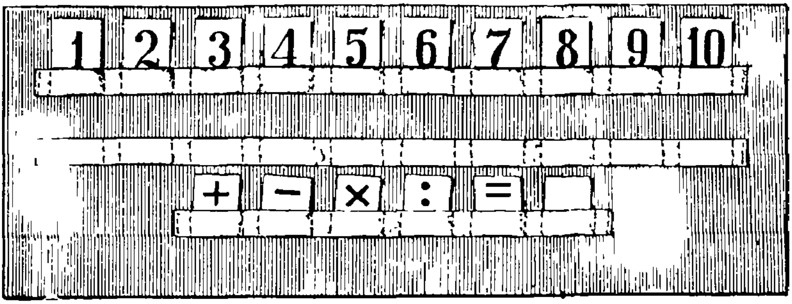



Рис 21.

Многократные зрительные восприятия ряда чисел, размещенных в цифровой кассе, помогают учащимся лучше запомнить их взаимоположение. Еще больше пользы это пособие может принести, если проделать некоторые из тех упражнений, которые рекомендовались выше в отношении наборного полотна. Так, можно вынуть карточки из кассы и предложить учащимся правильно расставить их в ее гнездах.

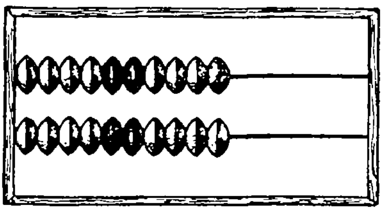


Рис 22.

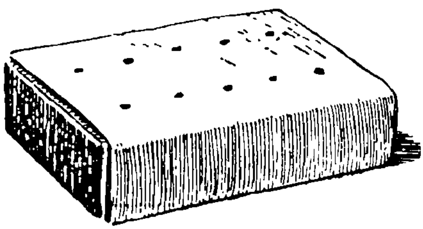


Рис 23.

До сих пор мы говорили о классных пособиях Перейдем к рассмотрению **и н д и в и д у а л ь н ы х** пособий. У каждого ученика должен иметься дидактический счетный материал, которым он мог бы пользоваться по мере надобности. Среди этого материала видное место должны занимать структурные пособия.

Из таких пособий следует в первую очередь упомянуть счеты. Мы имеем здесь в виду небольшого размера «счеты — первый и второй десяток» (рис. 22). Полезно также, чтобы у каждого ученика имелась оклеенная цветной бумагой пустая спичечная коробка, в крышечке которой сделано 10 небольших дырочек, расположенных в 2 ряда, по 5 в каждом ряду (рис. 23).

На этом пособии числа иллюстрируются с помощью палочек, вставляемых в отверстия на крышке коробки. В качестве палочек могут быть использованы очищенные от серы спички, один конец которых немного заострен, так, чтобы они легко входили в отверстия на крышке коробки. Каждый ученик должен иметь 10 таких палочек одного цвета и 10 другого.

Желательно также, чтобы у каждого ученика имелось по 10 кружков и 10 квадратиков, которые можно было бы использовать для иллюстрации чисел и действий, а также для составления числовых фигур.

Полезно, чтобы каждый учащийся имел небольших размеров цифровую кассу, аналогичную описанной выше классной цифровой кассе. Цифровая касса, похожая на наборное полотно, применяемое для хранения букв, изготовляется родителями учащихся. Что же касается остальных пособий, то желательно, чтобы дети сами изготовляли их. Учитель инструктирует родителей на собрании в школе, а детей — на уроках в классе, как изготовить каждое пособие. Инструктаж должен быть возможно более четким и ясным, желательно, путем показа. Свои пособия каждый ученик должен хранить в образцовом порядке, чтобы на отыскивание счетного материала затрачивать возможно меньше времени.

## ВЫЯВЛЕНИЕ ЧИСЛОВЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ УЧАЩИХСЯ

Учителю I класса необходимо знать круг числовых представлений детей, поступающих в школу, так как, не зная этого, трудно правильно вести преподавание. Числовые представления своих будущих учеников учитель должен стараться выявить по возможности **до начала** учебных занятий, при записи детей в школу или при посещении их на дому. В непринужденной беседе с детьми учитель выясняет, в каком пределе (до скольких) каждый из них умеет считать, знает ли цифры, какие именно, кто умеет складывать и вычитать, прибавлять и отнимать на предметах (пальцах, палочках и т. п.), и кто без помощи наглядных пособий.

Особое внимание учитель должен обратить на детей, которые не умеют считать до 10, не знают цифр, не умеют прибавлять и отнимать даже на предметах, поскольку такие ученики могут тормозить продвижение остальных учащихся класса. Родителей таких детей полезно инструктировать, как развивать числовые представления ребенка.

Числовые представления детей учитель выявляет и в процессе учебных занятий на первых уроках арифметики, своевременно принимая меры к развитию представлений тех учащихся.

которые отстают от общего уровня развития класса. Таким ученикам следует уделять возможно больше внимания и помощи на уроках. Некоторым из них полезно давать индивидуальные задания на дом. К контролю за выполнением таких заданий, а частично и к оказанию детям допустимой помощи можно привлекать родителей.

## МЕТОД ИЗУЧЕНИЯ ЧИСЕЛ И МЕТОД ИЗУЧЕНИЯ ДЕЙСТВИЙ

Вопрос о методе изучения чисел и методе изучения действий, в свое время служивший предметом ожесточенных споров, в определенной мере актуален и сейчас. Поэтому мы считаем необходимым хотя бы кратко остановиться на нем.

Метод изучения чисел, выдвинутый немецким педагогом Грубе в его «Руководстве к счислению в элементарной школе...», вышедшем в 1842 году, получил, начиная с семидесятых годов прошлого столетия, широкое распространение в нашей стране, благодаря трудам известного русского методиста В. А. Евтушевского, который в своей методике и задачниках, издававшихся в течение нескольких десятилетий, широко пропагандировал этот метод.

Грубе и его сторонники исходили из того, что все числа первой сотни подлежат непосредственному созерцанию и должны изучаться каждое в отдельности. В преподавании арифметики надо переходить от числа к числу, а не от действия к действию. При рассмотрении каждого числа изучается состав его из слагаемых. Запомнив группы слагаемых, из которых может быть составлено данное число, дети затем по памяти выполняют соответствующие действия.

Возьмем для примера число 5. Это число можно составить из 5 единиц (1, 1, 1, 1, 1). После усвоения детьми состава числа 5 из этих слагаемых им предлагаются действия:

$$1+1+1+1+1=5$$
$$5-1-1-1-1=1$$
$$1\times5=5$$
$$5:1=5$$

На основе того, что 5 состоит из 2, 2 и 1, выполняются действия:

$$2+2+1=5$$
$$2\times2+1=5$$
$$5-2-2=1$$
$$5:2=2\ (\text{ост. } 1)$$

Подобным образом упражняют учащихся в выполнении действий, основанных на составе числа 5 из 3 и 2, из 4 и 1 и др. В результате изучения каждого числа дети должны запомнить состав его не только из слагаемых, но и из сомножителей.

Сторонники метода изучения чисел, как мы видели, главное внимание уделяют запоминанию детьми состава чисел. Если принять во внимание различные группы, из которых может быть составлено каждое из чисел первой сотни, то станет ясно, какое огромное множество комбинаций чисел дети должны запомнить. Упор здесь делается главным образом на память, вместо того, чтобы добиваться усвоения детьми вычислительных приемов, с помощью которых они могли бы сознательно выполнять соответствующие действия.

Метод изучения чисел вызвал резкие возражения со стороны Л. Н. Толстого, А. И. Гольденберга, С. И. Шохор-Троцкого и др.

По мнению Л. Н. Толстого, «Трудно более насиловать детскую природу, нельзя глубже погрязнуть в область бесплодного механического обучения, чем следуя тому методу, который рассматривает каждое число как отдельное явление»[1].

А. И. Гольденберг писал: «Грубе и его последователи утверждают, что все числа первой сотни подлежат непосредственному созерцанию и доступны ясному представлению. Если под словом «число» разуметь отвлеченное число, то понятие, обозначаемое этим словом, не подлежит... ни созерцанию, ни представлению»[2].

С. И. Шохор-Троцкий отмечал как основной порок системы Грубе то, что она, кладя в основу обучения арифметике изучение чисел, игнорирует изучение действий. «Арифметика без действий... — писал Шохор-Троцкий,— так же невозможна, как химия без явлений химического взаимодействия тел друг на друга... Число в арифметике есть только объект, над которым совершается действие, а потому ею изучается и должно изучаться не самое число..., а только действие над числом и способ его производства»[3].

В противовес методу изучения чисел был выдвинут **метод изучения действий**, который вполне оправдал себя в практике дореволюционной и советской школы.

Однако из того, что в основу преподавания арифметики должно быть положено изучение действий, вовсе не следует, что при прохождении того или иного концентра можно приступить к обучению вычислениям, не ознакомив предварительно детей с числами в данном пределе. Речь идет об устной и письменной нумерации соответствующих чисел, без основательного знания которой невозможно успешное изучение действий над ними.

Особенно много времени требует изучение чисел первого десятка, где приходится изучать каждое число в отдельности

---

[1] Л. Н. Толстой, О народном образовании, «Отечественные записки», 1874, № 9.

[2] А. И. Гольденберг, Методика начальной арифметики, Спб, 1914, стр. V.

[3] С. И Шохор-Троцкий, Методика арифметики для учителей начальных школ, изд 9-е, М., 1917, стр. 113.

для того, чтобы дети получили ясное представление о нем, отчетливо знали его место в ряде чисел 1—10 и этот ряд в целом, научились изображать число цифрой.

Особо следует остановиться на изучении состава чисел первого десятка. Исходя из того, что преподавание начальной арифметики должно вестись на основе метода изучения действий, а не чисел, некоторые методисты считают излишним рассмотрение состава чисел первого десятка до усвоения детьми действий в этом пределе. С такой точкой зрения трудно согласиться. Верно, что в пределе 10, как в любом другом пределе, в основу преподавания должен быть положен метод изучения действий. Но вычислительные приемы, с помощью которых выполняются сложение и вычитание в пределе 10, слишком сложны для детей, приступающих к изучению арифметики.

Возьмем такие относительно легкие случаи, как прибавление или вычитание 3. При выполнении этих действий приходится 3 разбивать на слагаемые (1 и 2 или 2 и 1) и последовательно прибавлять (или отнимать) эти числа. Эти операции представляют для многих учащихся большие трудности. Ведь надо суметь правильно разложить второе число и при этом не потерять из виду первого. Далее, прибавляя (вычитая) часть числа, нужно держать в памяти другую его часть. Необходимо, наконец, суметь правильно прибавить (отнять) каждую часть второго числа.

Облегчить процесс усвоения сложения и вычитания может предварительное изучение детьми состава чисел первого десятка. Многократные упражнения в разложении данного числа предметов на группы могут способствовать запоминанию учащимися некоторых групп слагаемых, на какие разлагается это число.

Речь идет не о том, чтобы дети заучили на память состав каждого числа. При обилии комбинаций, которые получаются в результате разложения на слагаемые всех чисел первого десятка, запоминание их детьми едва ли достижимо. Да если б это и удалось, то нельзя полагаться только на память, так как в случае забвения тех или иных вычислительных комбинаций дети могут оказаться беспомощными при выполнении соответствующих действий.

Наряду с изучением состава чисел необходимо знакомить детей с вычислительными приемами каждого действия. Но изучение состава чисел первого десятка способствует развитию числовых представлений детей: переходу их от примитивного счета единицами к счету группами единиц, углублению их понятий о данном ряде чисел. Тем самым оно может облегчить усвоение вычислительных приемов сложения и вычитания, для успешного изучения которых требуется умение разлагать числа (второе слагаемое или вычитаемое) на части.

Рассмотрение состава чисел первого десятка так, как это предлагается нами, имеет мало общего с тем, как оно проводилось сторонниками метода изучения чисел, где, как было показано выше, вслед за усвоением состава каждого числа, дети упражнялись в выполнении всех действий и где игнорировалось изучение вычислительных приемов.

## ИЗУЧЕНИЕ ЧИСЕЛ ПЕРВОГО ДЕСЯТКА

В построении плана преподавания на первой ступени обучения следует исходить из подготовки и развития детей при их поступлении в школу. Описанную ниже систему изучения первого десятка надо применять в каждом классе в соответствии с уровнем развития учащихся.

Изучение каждого числа первого десятка включает: а) восприятие числа как совокупности однородных предметов; б) счет в данном пределе; в) обучение письму цифр; г) изучение состава данного числа.

**Восприятие числа**. При рассмотрении каждого числа выясняется, как оно образуется из предшествующего путем прибавления 1. Чтобы учащиеся имели более полное понятие о числе, целесообразно, чтобы оно получилось не только в результате с ч е т а, но и в результате и з м е р е н и я.

Выступая за изучение чисел как результатов измерения, Д. Галанин пишет: «В этом методе обучения попутно начинает развиваться и идея непрерывности изменений, а равно и функциональной зависимости, например, между объемом и весом однородных тел». И далее: «Число не является оборванным, как оно является при счете, а непрерывно изменяющимся, как оно есть в действительности».

Свои положения Галанин поясняет так: «Отливая по стакану воды из графина, мы видим, как она непрерывно убывает. Это непрерывное убывание откладывается в подсознательной области, где уже благодаря ему закладывается идея непрерывности... Течение прерывается на определенном промежутке, и это прерывание дает одновременно и идею измерения, и идею функциональной зависимости объема и веса» [1].

Легко видеть, что Галанин переоценивает силы детей, приступающих к изучению арифметики. Однако зерно истины в его высказываниях, несомненно, имеется. Очевидно, что при частом получении числа как результата измерения учащиеся будут иметь более полное представление о нем.

Для того чтобы в сознании детей формировалось понятие о числе, отвлеченное от физических свойств считаемых предметов, необходимо применять р а з н о о б р а з н ы е наглядные пособия и соблюдать при этом последовательность в переходе от совокупностей действительных предметов к совокупностям их на рисун-

---

[1] Д. Г а л а н и н, Методика арифметики. Первый год обучения, М., 1910. стр. 5.

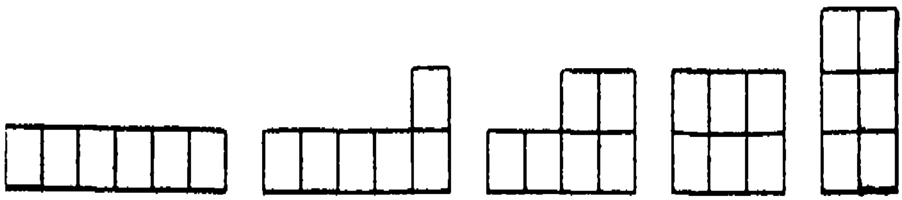


Рис. 24.

При изучении чисел первого десятка полезно широко применять условное обозначение предметов палочками, кубиками, кружками, счетными косточками, черточками, точками и т. п., например, отложить столько кубиков, сколько книг на полочке; отложить столько палочек, сколько нарисовано деревьев; на прямой линии показать столько черточек, сколько шагов сделал ученик (рис. 25).

Рис. 25.

Такие упражнения способствуют формированию отвлеченных понятий о числах, а также подготовке к обозначению чисел цифрами. В результате многократных упражнений такого рода легко довести до сознания учащихся, что цифра служит для обозначения данного числа к а к и х у г о д н о предметов. Им также легко будет понять, что лучше обозначать числа с помощью цифр, чем с помощью черточек или кружков.

**Счет в пределе данного числа.** Счет в пределе каждого числа первого десятка включает:

тами, а лишь с последним из них. Так, отсчитав семь каких-либо предметов, они, придвигая к ним еще один и говоря при этом «восемь», ассоциируют это число с последней, а не со всеми отложенными единицами. Эти дети как бы принимают восьмую единицу за восемь.

Чтобы уточнить числовые представления таких учащихся, полезно наряду с упражнениями в счете по порядку упражнять их в откладывании указываемого числа единиц сразу, как бы в один прием. Такие упражнения лучше всего проводить на счетах. Поскольку каждое число косточек на счетах связано с определенным зрительным образом, при многократном упражнении детей в счете на этом пособии можно добиться того, чтобы они откладывали требуемое число косточек не по одной, а сразу. Благодаря этому у них формируются правильные ассоциации между называемым числительным и иллюстрирущим его числом предметов.

Достижению этой цели могут также способствовать упражнения в счете (преимущественно на предметах), где требуется вести счет примерно так: один да один — два, два да один — три три да один — четыре и т. д. Прибавляя каждый раз по единице, учащиеся называют не только результат счета, но и объясняют процесс счета, что может предохранить их от тех ошибочных представлений, о которых шла речь выше, а кроме того, способствует подготовке к изучению сложения.

Многие дети умеют считать лишь начиная с единицы. Когда же от них требуется вести счет, начиная с другого числа, они оказываются беспомощными. При первых упражнениях в «прямом» счете полезно, чтобы учащиеся вели счет, начиная с 1. Затем вводятся упражнения в счете, начиная с любого числа. При этого рода упражнениях одному ученику может быть предложено считать, скажем, от 1 до 6, а другому продолжить счет до 10. Можно и сразу предложить считать, начиная с данного числа, например, начиная с 2, 3, 4 и т. д.

По мере усвоения счета в прямом порядке вводится счет в обратном порядке, при этом могут применяться упражнения, аналогичные тем, какие были указаны выше в связи с «прямым» счетом. В частности, полезно, чтобы при счете на предметах учащиеся иногда объясняли процесс счета: десять без одного — девять, девять без одного — восемь, восемь без одного — семь и т. д.

За счетом единицами следует считать **группами** единиц, преимущественно двойками, например: к 2 прибавлять по 2 до тех пор, пока не получится 10; от 10 отнимать по 2 до тех пор, пока ничего не останется.

Счет двойками, как и единицами, ведется сначала на предметах и рисунках, а затем отвлеченно, без наглядных пособий. Для лучшего запоминания детьми чисел, получаемых при «прямом» и «обратном» счете двойками, полезно после ознакомления их с цифрами составлять эти числа из карточек цифровой кассы. Учащиеся упражняются в чтении данных чисел в прямом и обратном порядке.

Полезны также упражнения в **ритмичном** счете, при котором после произнесения определенного количества чисел делается пауза, например: один, два (пауза), три, четыре (пауза), пять, шесть (пауза), семь, восемь (пауза), девять, десять; или: один, два, три (пауза), четыре, пять, шесть (пауза), семь, восемь, девять.

Помимо указанных упражнений в счете, полезно с помощью соответствующих вопросов выяснять взаимное положение чисел, например: а) Какое число называют при счете перед данным числом (например, перед числом 5)? после данного (например, после числа 6)? между данными числами (например, между 7 и 9)? б) Какое из двух чисел больше и какое меньше? на сколько одно число больше или меньше другого?

Задачи на разностное сравнение вводятся значительно позже. Однако уже при изучении чисел первого десятка в целях лучшего осознания детьми взаимного положения чисел полезно **сравнивать** их между собой. Вопросы, на сколько одно число больше или меньше другого, решаются здесь не посредством вычитания, а путем сопоставления мест, занимаемых сравниваемыми числами в натуральном ряде. Для сравнения при этом берутся числа, отстоящие друг от друга на 1—2 единицы, так как при большей дистанции между числами сравнение их по занимаемому месту было бы трудно для детей.

Поскольку числа первого десятка изучаются каждое в отдельности, от внимания детей может ускользнуть ряд чисел 1—10 в целом, взаимоположение чисел в нем, отношение между ними. Поэтому полезно на каждом уроке, посвященном изучению чисел первого десятка, наряду с изучением определенного числа часть урока отводить счету в пределе всего десятка. В школьной практике обычно в начале этих уроков изучают счет в пределе 10, а затем одно из этих чисел, в зависимости от темы урока.

Для счета в пределе 10 вначале используются более легкие из приведенных выше упражнений (преимущественно счет единицами в прямом и обратном порядке), а затем более трудные (групповой счет и др.).

**Обучение письму цифр.** Начертание одних цифр, например цифр 1, 4, 7, проще, а потому детям легче научиться писать их, чем цифры 2, 3, 5, 8 и даже, чем цифры 6 и 9. На этом основании в школьной практике иногда обучают детей сначала письму цифр 1, 4, 7, затем цифр 6, 9, 0 (10) и, наконец, цифр 2, 3, 5, 8. Эту практику нельзя признать целесообразной. Хотя к обучению письму цифр в опыте этих школ приступают после ознакомления детей с печатными цифрами (с изображением с помощью цифр всех 10 чисел первого десятка), все же письмо цифр не в порядке натурального ряда чисел может привести к расшатыванию в сознании некоторых учащихся понятия об этом ряде. Поскольку параллельно с этим рядом они в процессе письма воспринимают новый ряд чисел (1, 4, 7, 6, 9 и т. д.), у них может сложиться представление, что число 4 следует за числом 1, число 7 за числом 4 и т. д.

Но при письме цифр в порядке натурального ряда учащиеся вслед за цифрой 1 переходят к письму трудных для начертания цифр (2, 3 и др.). Чтобы подготовить детей к письму этих цифр, полезно с первых уроков арифметики ввести упражнения в письме элементов цифр, отводя для этих упражнений часть каждого урока.

Подготовительные упражнения на уроках, предшествующих изучению чисел первого десятка, и выделение достаточного времени на обучение письму первых цифр создают благоприятные условия для преодоления трудностей, с которыми связано обучение письму цифр в порядке натурального ряда чисел.

Обучение письму цифр должно проводиться при большой познавательной активности детей. Обучая письму цифр, следует давать образец каждой цифры в тетрадях, четко показывать на доске, как пишется данная цифра. Но если учащиеся будут пассивно созерцать, как учитель пишет новую цифру, этот показ будет мало полезен для них. Чтобы данный учителем образец возможно лучше подготовлял детей к самостоятельному письму цифры, полезно, приступая к показу образца, дать учащимся задание, чтобы они внимательно смотрели, как он будет писать цифру, и потом сказали, из скольких частей она состоит и как пишется каждая часть. Такое задание повышает познавательную активность учащихся во время их наблюдений за письмом учителя. Поскольку дети знают, что им придется отвечать на поставленные вопросы, они целеустремленно и активно следят за письмом учителя, лучше воспринимают начертание новой цифры. Затем они привлекаются к анализу тех цифр, которые пишут на доске у ч а щ и е с я, упражняются в письме цифр в воздухе и лишь после этого переходят к письму в тетрадях.

В целях правильного ассоциирования каждой цифры с соответствующим числом, полезно, чтобы дети многократно упражнялись в и л л ю с т р и р о в а н и и цифр счетным материалом, а также рисунками в тетрадях.

Учащиеся даже старших классов начальной школы имеют иногда неясное представление о р а з л и ч и и между ч и с л о м и цифрой. Чтобы этого избежать, следует с первых шагов обучения давать детям правильное понятие о цифрах, как о знаках, с помощью которых изображаются числа.

**Изучение состава числа.** Для того чтобы изучение состава чисел давало возможно больший эффект, при рассмотрении каждого числа целесообразно ограничиться разложением его на два слагаемых, разбивая, например, число 6 на 5 и 1 (или 1 и 5), на 4 и 2 (или 2 и 4) и на 3 и 3. Следует помнить, что для успешного изучения сложения и вычитания в пределе 10 достаточно, если учащиеся будут знать состав каждого числа первого десятка из двух слагаемых. Кроме того, при рассмотрении состава числа полезно опираться на переместительное свойство сложения, чтобы облегчить детям запоминание слагаемых, на которые число может быть разложено.

Лучшему усвоению состава чисел может способствовать восприятие детьми этих слагаемых в виде определенных з р и т е л ь н ы х о б р а з о в. Мы имеем здесь в виду использование при изучении чисел первого десятка ч и с л о в ы х ф и г у р, на которых каждое число изображается посредством определенным образом расположенных кружков. При многократном восприятии таких фигур образ каждого числа запечатлевается в памяти. Благодаря этому применение числовых фигур содействует запоминанию детьми состава чисел и, как следствие, облегчает им усвоение таблиц сложения и вычитания. Так, многократно воспринимая числовую фигуру, изображенную на рисунке 26, ученик постепенно запоминает, что число 8 состоит из 4 и 4, из 6 и 2 и т. д.

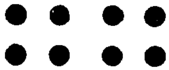


Рис. 26

Среди числовых фигур особенно широкой известностью пользуются так называемые к в а д р а т н ы е, или фигуры Лая

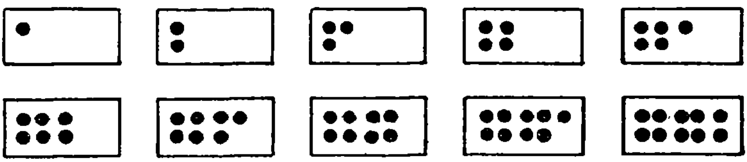


Рис. 27.

(рис. 27). Одним из достоинств квадратных числовых фигур является то, что в фигуре каждого следующего числа образ предшествующего числа не изменяется, а лишь дополняется. Это облегчает запоминание фигур. Этому способствует также принятые здесь размеры интервалов между кружками.

Нельзя, однако, ограничиваться применением только квадратных числовых фигур, так как это может привести к односторонним, неверным представлениям о числах. Наряду с квадратными следует применять и д р у г и е числовые фигуры, а также разнообразный счетный материал. Целесообразность применения других фигур, помимо квадратных, вызывается, в частности, тем, что на квадратных числовых фигурах отчетливо выступают такие группы, как двойки и четверки. Что же касается, например, троек или пятерок, то они здесь выделяются слабо.

Числовые фигуры следует применять так, чтобы учащиеся воспринимали их не пассивно, не созерцательно, не только рассматривали их, но и составляли из кружков, кубиков и т. д., рисовали их в тетрадях.

Как указывалось выше, при изучении состава числа не обязательно запоминание всех комбинаций слагаемых. Желательно, однако, чтобы дети запоминали по крайней мере состав чисел первого пятка, а также комбинации из состава чисел второго пятка, в которые как одно из слагаемых входят 1 или 2, например, состав числа 8 из 7 и 1 (или 1 и 7), из 6 и 2 (или 2 и 6). Запоминание этих групп слагаемых будет подготовлять учащихся к изучению случаев прибавления и вычитания 1 и 2 и, как следствие, облегчит им изучение и других случаев этих действий.

Приведем в качестве примера **план изучения числа 5.**

**1. Восприятие числа.** а) Образование данного числа на классных пособиях. На классных счетах откладывают 4 косточки, потом еще одну. В беседе с учащимися выясняется, сколько всего косточек получилось. На числовой таблице выставляют 4 картинки, затем еще одну. Учащиеся говорят, сколько всего картинок получилось. К доске вызываются 4 ученика, потом еще один. Выясняется, сколько всего учеников у доски.

б) Образование данного числа на индивидуальных пособиях. Учащиеся откладывают 4 кружка, затем прибавляют к ним еще один и говорят, сколько всего кружков получилось.

в) Ознакомление с числовой фигурой 5. Учитель чертит на доске числовую фигуру 4, а затем добавляет еще один кружок. Получается фигура, изображенная на рисунке 28. По заданию учителя, учащиеся составляют эту фигуру из кружков, зарисовывают ее в своих тетрадях.

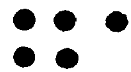


Рис. 28

г) Измерение шагами. По заданию учителя, вызванный ученик делает 4 шага, затем еще 1. Выясняется, сколько всего шагов он сделал.

**2. Счет в пределе 5.** Помимо упражнений в счете (в прямом и обратном порядке), учащимся предлагаются вопросы, помогающие выяснить взаимное положение чисел в натуральном ряде, например, какое число стоит между числами 3 и 5? Какое число называют при счете до числа 3? после числа 4?

**3. Ознакомление с цифрой 5.** а) По заданию учителя дети раскладывают по порядку карточки с цифрами 1, 2, 3, 4. Затем учитель показывает карточку с цифрой 5. Чтобы проверить, хорошо ли дети усвоили цифры, учитель предлагает им показывать каждый раз столько палочек (или пальцев), какое число написано на карточке в его руке.

б) На наборном полотне для иллюстрирования чисел первого десятка учащиеся расставляют в соответствующих гнездах карточки с рисунками, а затем с кружками и с цифрами.

**4. Письмо цифры 5.** Учитель показывает на доске, как пишется цифра 5, предупреждая учащихся, что они должны будут потом сказать, из скольких элементов состоит цифра и как пишется каждый элемент. После обсуждения этих вопросов отдельные ученики, по заданию учителя, пишут цифру 5 на доске. Остальные указывают, какие элементы каждой цифры написаны хорошо и какие нужно исправить и как именно. Исправления выполняет учитель. Затем учащиеся пишут цифру 5 в своих тетрадях. Образец цифры заранее дается учителем в каждой тетради.

**5. Изучение состава числа 5.** Разложение числа 5 на 4 и 1 на классных и индивидуальных пособиях (на классных счетах откладывают 5 косточек, а затем разлагают их на 4 и 1. Учащиеся берут 5 палочек и раскладывают их на 4 и 1). Подобным образом число 5 разбивается на 3 и 2, 2 и 3, 1 и 4, после чего делается вывод, на какие 2 числа можно разбить число 5.

Для изучения числа 5 обычно отводится 2 урока. План первого урока может включать приведенные выше пункты 1—4, а второго — пункты 4—5, так чтобы письмо цифр проводилось на обоих уроках.

## СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

**Порядок изучения сложения и вычитания.** Трудность сложения зависит главным образом от величины второго слагаемого, трудность вычитания от величины вычитаемого. Поэтому сначала надо рассмотреть случай сложения, когда второе слагаемое равно 1, затем когда оно равно 2 и т. д., а при вычитании сначала рассмотреть случай, когда вычитаемое равно 1, затем, когда оно равно 2 и т. д.

Опыт показывает, что при параллельном изучении первых двух действий в пределе 10, когда каждый случай вычитания рассматривается вслед за аналогичным случаем сложения, учащиеся усваивают вычитание гораздо легче, чем при раздельном изучении этих действий, когда к изучению вычитания приступают после рассмотрения всех случаев сложения. Сложение и вычитание в *пределе* 10 полезно поэтому проходить *параллельно* (вычитание 1 вслед за прибавлением 1, вычитание 2 вслед за прибавлением 2 и т. д.).

Сложение и вычитание изучаются вслед за изучением чисел первого десятка. Наиболее легкие случаи этих действий, однако, вводятся уже в процессе изучения этих чисел. В школьной практике после изучения первых 4—5 чисел обычно вводится сложение (случай прибавления 1), а несколько уроков спустя вводится вычитание 1. В дальнейшем параллельно с изучением отдельных чисел первого десятка решаются задачи и примеры на прибавление и вычитание 1. Таким образом, к тому времени, когда заканчивается изучение чисел в пределе 10, учащиеся уже знакомы со случаями прибавления и вычитания 1 в этом пределе. Остается только повторить эти случаи, после чего переходят к систематическому рассмотрению отдельных случаев этих действий (прибавления 2, а затем вычитания 2; прибавления 3, вычитания 3 и т. д.).

**Вычислительные приемы и их изучение.** Прибавление единицы есть переход к следующему числу в числовом ряде, прибавление 2 есть переход к числу, стоящему за следующим числом. Поэтому, когда требуется прибавить 2, к первому числу последовательно прибавляют 1 и 1. Когда второе слагаемое равно трем, к первому слагаемому последовательно прибавляют одну и две единицы или две единицы и одну. 4 единицы прибавляются группами по 2 и т. д.

Очевидно, что при пользовании этим приемом легко находить сумму лишь в тех случаях, когда второе слагаемое содержит небольшое число единиц, так как, прибавляя большое число их, дети могут легко ошибиться. Поэтому в тех случаях, когда второе слагаемое больше первого (случаи прибавления 5, 6, 7, 8 и 9), целесообразно, на основе переместительного свойства, переставить места слагаемых и к большему числу прибавить меньшее, например, вместо того чтобы к 1 прибавить 6, к 6 прибавляют 1; вместо того чтобы к 3 прибавить 7, к 7 прибавляют 3 и т. д. В отдельных случаях при решении трудного примера, положим 4+5, полезно обратиться к ближайшему более легкому примеру (4+4), решив который, легко найти путем соответствующего изменения полученной суммы (прибавления 1 к 8) искомый результат сложения (9).

Основной прием вычитания в пределе 10 состоит в последовательном отсчитывании от уменьшаемого стольких единиц, сколько их в вычитаемом. Так, при вычитании 1 следует от уменьшаемого отсчитать 1 единицу (взять предыдущее число в числовом ряде), при вычитании двух нужно последовательно отсчитать 2 единицы и т. д. Очевидно, что вычитая даже небольшое число единиц, детям трудно помнить, сколько единиц уже отнято и сколько осталось еще отнять. Поэтому целесообразно рассматривать многие примеры на вычитание как обратные соответствующим примерам на сложение, и искать остаток путем нахождения такого числа, которое, будучи прибавлено к вычитаемому, давало бы в сумме уменьшаемое (7—4=3 потому, что 3+4=7, 9—7=2 потому, что 7+2=9 и т. д.). Прямые действия значительно легче обратных. Целесообразно поэтому возможно чаще вычитание заменять сложением.

Пользоваться этим приемом при выполнении вычитания учащиеся, однако, могут только в том случае, если они хорошо усвоили сложение. К изучению каждого случая вычитания следует приступать лишь после хорошего усвоения соответствующего случая сложения.

Особое внимание следует уделять случаям прибавления и вычитания 1 и 2, добиваясь, чтобы учащиеся умели бегло выполнять эти действия, так как остальные случаи сложения и вычитания в пределе 10 легко свести к прибавлению и вычитанию 1 и 2: случаи прибавления и вычитания 3 сводятся к последовательному прибавлению или вычитанию 1 и 2, случаи прибавления и вычитания 4 сводятся к последовательному прибавлению или вычитанию двух двоек. Случаи прибавления 6, 7, 8, 9 могут путем перестановки слагаемых быть сведены к прибавлению 4, 3, 2 или 1. Случаи вычитания 5, 6, 7, 8, 9 могут быть рассмотрены как обратные сложению.

При изучении прибавления и вычитания 1 полезно дать детям возможность видеть ряд чисел:

1  2  3  4  5  6  7  8  9  10,

написав его на доске или демонстрируя на числовой кассе. Этим значительно облегчается нахождение результата действия. Так, решая пример 7+1, ученик легко может найти число, следующее за 7, если посмотрит на числовой ряд. Этот дидактический прием уместен при первичном изучении действия в случае, если учащимся трудно дается его усвоение.

Изучая случаи прибавления и вычитания 2, сначала решают примеры на прибавление 2 к *четным* числам (2+2, 2+4, 2+6, 2+8), а затем, соответствующие примеры на вычитание (4—2, 6—2, 8—2, 10—2). В результате изучения данных действий полезно из карточек цифровой кассы составить ряд чисел:

2  4  6  8  10.

Подобным образом при последующем изучении случаев прибавления 2 к *нечетным* числам, а затем случаев вычитания 2 из нечетных чисел полезно составить ряд чисел:

1  3  5  7  9.

Для лучшего запоминания детьми четного и нечетного ряда чисел в школьной практике с успехом применяются игры «в чет и нечет», а также в «угадывание», какие числа «спрятались».

При первой игре учитель, скрыв в руке несколько мелких предметов (камешков, кружков и т. п.), предлагает детям угадать, какое число предметов — четное или нечетное — у него в руке. (Предварительно учащимся объясняется, что числа 2, 4, 6, 8, 10 — четные, а 1, 3, 5, 7, 9 — нечетные.) Ответ свой дети формулируют кратко: «чет» или «нечет».

Вторая игра проводится так: выставив в ряд числа от 1 до 10, учитель незаметно для детей поворачивает карточки с числами 2, 4, 6, 8, 10 лицевой стороной к доске. Получается:

$$\boxed{1}\ \boxed{\phantom{0}}\ \boxed{3}\ \boxed{\phantom{0}}\ \boxed{5}\ \boxed{\phantom{0}}\ \boxed{7}\ \boxed{\phantom{0}}\ \boxed{9}\ \boxed{\phantom{0}}$$

Детям предлагается узнать, какие числа «спрятались». Подобным образом прячут от детей нечетные числа.

Игра в «чет и нечет» рекомендуется для детских садов[1]. Тем более она применима в школе. Усвоение детьми четного и

---

[1] См. Ф. Н. Блехер, Дидактические игры и дидактические материалы. Для воспитателей дошкольных учреждений, Учпедгиз, М., 1948, стр. 71—72.

нечетного ряда чисел первого десятка знаменует существенный шаг вперед в развитии их числовых представлений, переход от часто механического счета единицами к сознательному счету группами единиц. От усвоения этих рядов чисел в значительной мере зависит успешность изучения сложения и вычитания в пределе 10.

Приведем для примера план изучения прибавления 4.

**План изучения прибавления 4.**

**1. Прибавление 4 к четным числам.**

а) Повторение пройденного. В целях подготовки детей к изучению данного случая сложения им предлагаются для устного решения примеры на прибавление 2 (2+2, 4+2, 6+2 и 8+2) сначала по порядку, затем вразбивку.

б) Объяснение нового материала. Приступая к объяснению нового учебного материала, начинаем со случая: к 2 прибавить 4. На счетной таблице выставляют 2 красных и 4 зеленых кружка. В беседе с детьми выясняется, что к двум кружкам можно прибавить 4 кружка по одному: к 2 прибавить 1, получится 3, к 3 прибавить 1, получится 4, к 4 прибавить 1, получится 5, и к 5 прибавить 1, получится 6. Но можно к 2 прибавить 4 по-другому, прибавляя кружки не по одному, а по 2: к 2 прибавить 2, получится 4 и к 4 прибавить 2, получится 6.

Затем учащимся предлагается к 2 прибавить 4 на своих пособиях (палочках, кружках и т. п.), прибавляя кружки сначала по 1, а затем по 2, как это делалось на классном пособии.

На обсуждение детей ставится вопрос: как лучше прибавлять 4 — по одному или по 2? Делается вывод, сколько получится, если к двум прибавить 4. Решение этого примера записывается на доске, а затем в тетрадях. Аналогичным образом объясняются случаи 4+4 и 6+4 с тем лишь отличием, что 4 единицы прибавляют здесь преимущественно по 2.

в) Проверка усвоения. В записанных на доске примерах стираются ответы. Указывая на отдельные примеры, учитель спрашивает детей, сколько получится от сложения данных чисел.

**2. Прибавление 4 к нечетным числам.** Перед рассмотрением случаев 1+4, 3+4 и 5+4 в порядке подготовки учащиеся упражняются в устном решении примеров: 1+2, 3+2, 5+2 и 7+2, сначала по порядку, потом вразбивку. В остальном изучение случаев сложения 1+4, 3+4 и 5+4 проводится по аналогии с рассмотренными выше примерами 2+4, 4+4 и 6+4.

По мере усвоения нового действия проводятся упражнения в применении его к решению задач, сначала готовых, а затем составленных самими детьми.

На изучение данного случая сложения отводится 3—4 урока: на первом рассматривается прибавление 4 к четным числам, на втором — к нечетным, третий — а если требуется, то и четвертый урок — посвящается закреплению пройденного. Часть учебного времени на каждом уроке, меньшая на первом и втором и большая на третьем и четвертом, используется для решения задач.

Как уже указывалось выше, прибавление 6, 7, 8 и 9 сводится путем перестановки слагаемых к прибавлению 4, 3, 2 или 1, а случаи вычитания 5, 6, 7, 8, 9 рассматриваются как обратные соответствующим случаям сложения.

Возьмем случай прибавления 7. Сначала к 7 зеленым кружкам прибавляют 1 красный. Затем к одному красному кружку прибавляют 7 зеленых. Делается вывод: к 7 прибавить 1 получится 8; к 1 прибавить 7 получится тоже 8. (Примерно так же объясняется решение примеров 2+7 и 3+7.)

При рассмотрении случая вычитания 7 сначала к 1 прибавляют 7 (например, ученику, у которого имеется 1 карандаш, дают еще 7 карандашей, и вычисляют, сколько у него стало карандашей), затем от 8 отнимают 7 (берут у ученика данные ему 7 карандашей. У него остается 1 карандаш). Делается вывод: к 1 прибавить 7 получится 8. От 8 отнять 7 остается 1. Аналогичным образом объясняется решение примеров 9—7 и 10—7.

При изучении каждого случая сложения или вычитания сначала применяется полная наглядность, а затем частичная (см. стр. 19—20).

Запись примеров на сложение в тетрадях представляет на первых порах серьезные трудности для детей. Обучению этим записям полезно предпослать упражнения в «записи» действий с помощью карточек цифровой кассы.

**Заучивание таблицы сложения.** Для успешного изучения сложения и вычитания в пределе 20 ученик должен уметь быстро находить результаты этих действий в пределе 10. Между тем приемы сложения и вычитания в пределе первого десятка слишком сложны, чтобы с их помощью можно было быстро находить искомые результаты. Поэтому наряду с ознакомлением учащихся с приемами сложения и вычитания и упражнением их в пользовании этими приемами следует практиковать заучивание ими таблицы сложения.

После рассмотрения каждого случая сложения учитель вывешивает соответствующую таблицу. Таблица прочитывается вслух, затем ответы закрываются, и учащиеся, по заданию учителя, читают и решают сначала все примеры таблицы по порядку, а потом некоторые из них вразбивку. После этого таблица снимается со стены и начинается устный опрос детей.

Таким образом, при опросе учащихся им вначале дается возможность зрительного и слухового восприятия числовых данных, а затем одного слухового восприятия их. Ко второй, чисто устной форме опроса учитель переходит тогда, когда учащиеся обнаруживают знание таблицы при зрительном восприятии числовых данных.

Что касается таблицы вычитания, то заучивание ее детьми нецелесообразно, так как при твердом знании таблицы сложения они могут легко находить результаты вычитания. Кроме того, при заучивании таблицы вычитания детям пришлось бы удерживать в памяти слишком много чисел, что могло бы отрицательно сказаться на запоминании результатов сложения. Чтобы учащиеся могли находить результаты вычитания на основе знания таблицы сложения, следует возможно чаще решать взаимно обратные примеры на эти действия:

$$\begin{array}{lllll} 4+1 & 7+1 & 9+1 & 2+2 & 4+2 \\ 5-1 & 8-1 & 10-1 & 4-2 & 6-2 \text{ и т. д.} \end{array}$$

Проверять знание таблицы вычитания следует после проверки знания соответствующей таблицы сложения, например, сначала учитель проверяет, знают ли учащиеся таблицу сложения 2, а затем таблицу вычитания 2.

Кроме того, полезно занятия устным счетом посвящать закреплению определенных случаев сложения или вычитания, например, одно занятие посвятить закреплению случаев прибавления и вычитания 1, другое — 2 и т. д., переходя к решению смешанных примеров на различные случаи сложения или вычитания после того, как хорошо усвоены соответствующие таблицы этих действий.

Закреплению счетных навыков детей может способствовать систематическая проверка усвоения, проводимая (по аналогии с рассмотренным выше случаем прибавления 4) при изучении каждого случая сложения и вычитания. Подобную проверку полезно часто применять и при п о в т о р е н и и этих действий: после решения примеров на доске и в тетрадях учитель предлагает детям решить устно эти примеры. Тетради учащихся должны при этом быть закрыты.

Приведем пример из школьной практики. В I классе при повторении сложения в пределе 10 были решены на доске и записаны в тетрадях следующие примеры:

| | | |
|---|---|---|
| $5+3=8$ | $1+8=9$ | $2+5=7$ |
| $4+6=10$ | $3+4=7$ | $1+9=10$ |
| $2+7=9$ | $2+8=10$ | $4+5=9$ |

Затем учитель стер с доски ответы, предложил учащимся закрыть тетради и сказал: «Проверим, умеете ли вы решать примеры, которые мы решали с вами сегодня». Указывая на пример, написанный на доске, учитель спрашивал учащихся, какой ответ у них получился, а иногда также выяснял, как они решали данный пример. Так были повторно решены все примеры, записанные на доске.

Подобная проверка знаний применима в процессе изучения действий не только в пределе 10, но и 20 и 100. При изучении действий в указанных пределах для развития счетных навыков учащихся полезны также описанные в четвертой главе занимательные упражнения и игры.

## СОСТАВ ЧИСЕЛ ПЕРВОГО ДЕСЯТКА

Для успешного изучения сложения и вычитания в пределе 20 учащиеся должны твердо знать не только таблицы сложения и вычитания в пределе 10, но и состав чисел первого десятка. Пусть требуется к 6 прибавить 7. Для выполнения этого действия ученик должен суметь разложить 7 на 4 и 3, а затем последовательно прибавить эти числа к 6.

Состав чисел первого десятка частично, в порядке подготовки к сложению и вычитанию, рассматривается до прохождения этих действий. В полной же мере состав чисел изучается после усвоения данных действий.

Вначале полезно упражнять учащихся в нахождении одного слагаемого (по сумме и другому слагаемому), а затем в придумывании двух слагаемых, из которых может быть составлено данное число. При первых упражнениях в нахождении неизвестного слагаемого полезно применять наглядность в форме игры, например, учитель показывает 5 камешков, а затем, разложив их незаметно для детей в две руки, открывает одну руку и говорит: «В двух руках у меня 5 камешков. В одной руке, как видите, 4 камешка. Сколько камешков в другой руке?»

При нахождении двух слагаемых, из которых может быть составлено число, эта игра проводится так: учитель показывает 6 кружков, раскладывает их незаметно для детей в 2 руки и спрашивает, сколько кружков может быть в каждой руке. Заслушиваются ответы учащихся.

Показав затем кружки, которые были скрыты у него в руках, учитель отмечает, кто из детей, хотя и не угадал, сколько кружков было в каждой руке, но дал правильный ответ на его вопрос; при этом он соответствующим образом раскладывает 6 кружков в две руки.

Затем следуют упражнения без применения наглядности, например:

На какие 2 числа можно разложить 7?

Составить несколько примеров на сложение так, чтобы в результате сложения в каждом примере получалось 10.

От сложения каких двух чисел может получиться 5? 9? 8?

## ГЛАВА ШЕСТАЯ

# ВТОРОЙ ДЕСЯТОК

Концентр «Второй десяток» занимает важное место в курсе начальной арифметики. В этом концентре учащиеся впервые знакомятся с десятичной группировкой единиц, с поместным значением цифр, с составом двузначных чисел из десятичных групп (десятков и единиц). Они заканчивают здесь изучение таблиц сложения и вычитания и получают первое знакомство с умножением и делением.

## УСТНАЯ И ПИСЬМЕННАЯ НУМЕРАЦИЯ

**Устная нумерация.** Перед тем, как приступить к изучению нумерации чисел второго десятка, надо дать учащимся понятие о десятке. В беседе с детьми выясняется, какие предметы считают десятками (яйца, яблоки и др.). Отсчитав 10 палочек, связывают их в пучок-десяток. Откладывают 10 кубиков, а затем сосчитывают, из скольких кубиков состоит брусок-десяток. На брусок-десяток кладут 1 кубик, затем 2, 3, 4 и т. д., выясняя каждый раз, сколько всего кубиков получилось. Подобным же образом числа второго десятка составляют из палочек.

Особое внимание должно быть уделено выяснению смысла названий числительных второго десятка (одиннадцать—один-на-десять, двенадцать—два-на-десять и. т. п.). В этих целях, в частности, единицы счетного материала (например, кубики) кладутся не рядом с десятком, а н а десяток.

В дальнейшем при иллюстрировании чисел второго десятка (палочками, кубиками и т. п.) единицы помещаются рядом с десятком, но и здесь желательно класть их не как попало, а так, чтобы они неизменно находились вправо от десятка, в соответствии с поместным значением единиц.

При изучении нумерации следует возможно чаще выяснять десятичный состав рассматриваемых чисел (из скольких десятков и единиц состоит данное число). Здесь применимы различные упражнения:

а) Учитель показывает 11 (затем 12, 13 и т. д.) палочек или кубиков. Учащиеся должны сказать, сколько всего палочек (кубиков), а также, сколько в данном числе десятков и сколько единиц.

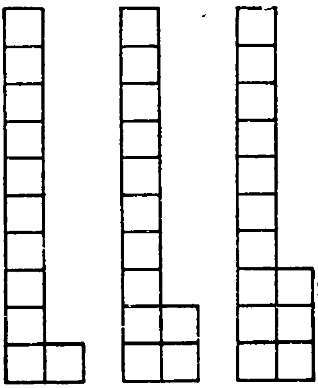
б) По заданию учителя, дети откладывают десяток палочек, и, сверх того, определенное число палочек-единиц и говорят, сколько всего палочек они отложили.

в) Учащимся предлагается отложить указанное число палочек, которое они должны составить из пучка-десятка и единиц.

г) Без помощи наглядных пособий учащиеся определяют, сколько десятков и, сверх того, единиц в данном числе, или, наоборот, какое число состоит из одного десятка и данного числа единиц.

При изучении устной нумерации в пределе второго десятка, как и в пределе 10, уместны упражнения в «прямом» и «обратном» счете, в выяснении взаимного положения чисел в числовом ряде (например: какое число называют при счете перед числом 13? после числа 16? Между какими числами стоит число 18? Какое число больше: 14 или 15? Какое число меньше: 19 или 17? На сколько 13 больше 12? На сколько 20 больше 19?), упражнения в счете группами единиц (двойками, пятерками) и т. п.

**Письменная нумерация.** При изучении письменной нумерации полезно применение счетной таблицы «Первая сотня» (см. стр. 146—147). Вставив в первый вертикальный ряд 10 кружков, а во второй—один кружок, учитель в беседе с детьми выясняет, сколько всего получилось кружков; из скольких десятков и, сверх того, единиц состоит полученное число. Затем он записывает это число под таблицей так, чтобы цифра 1, означающая десяток, стояла под десятью кружками, а цифра 1, означающая единицу — под одним кружком; при этом детям объясняется значение написанных цифр («1 десяток и 1 единица»). Подобным образом объясняется письменная нумерация остальных чисел второго десятка.



11 12 13

Рис 29

Иллюстрировать числа второго десятка можно и с помощью клеток, как показано на рисунке 29.

Полезно также применение нумерационной таблицы:

| Десятки | Единицы |
|---|---|
| | |

Отложив 11 палочек и выяснив десятичный состав числа 11, записывают его сначала в нумерационной таблице, а затем вне таблицы. Примерно так объясняется письменная нумерация и других чисел второго десятка.

Для более отчетливого представления детьми ряда чисел от 1 до 20 полезно, чтобы они записали эти числа в 2 строки так:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |

Такая запись помогает учащимся лучше понять общее в структуре рядов чисел первого и второго десятков.

Усвоению ряда чисел от 1 до 20 может способствовать описанная выше (стр. 150) цифровая касса.

В школьной практике такие кассы обычно содержат карточки с числами только первого десятка. Из карточек с этими цифрами в дальнейшем составляются числа второго десятка. Опыт показывает, что для успешного усвоения нумерации в пределе 20, для формирования отчетливых понятий о натуральном ряде чисел в указанном пределе важно, чтобы учащиеся многократно наблюдали соответствующие числа, расположенные в определенном порядке. Этой цели может служить числовая касса, содержащая числа от 1 до 20.

Полезно также, чтобы дети рассматривали числа от 1 до 20 на сантиметровых линейках, а еще лучше, если каждый ученик изготовит для себя такую линейку длиной в 20 *см*. По заданию учителя, дети читают написанные на линейках числа в прямом и обратном порядке, указывают на них данное число сантиметров, измеряют длину и ширину небольших предметов в сантиметрах.

Использование сантиметровой линейки в качестве наглядного пособия, на котором ряд чисел 1—20 выступает, как на числовой оси, способствует лучшему усвоению данного ряда чисел. Кроме того, раннее ознакомление детей с сантиметром создает условия для более успешного изучения в дальнейшем темы «Метр, сантиметр» и делает возможным проводить различные наблюдения (за ростом комнатных растений в классе и дома, за глубиной снежного покрова и др.), которые без измерений осуществлять нельзя.

## СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ В ПРЕДЕЛЕ 20

**Порядок изучения сложения и вычитания.** Сложение и вычитание в пределе 20 полезно проходить параллельно, рассматривая случаи вычитания вслед за соответствующими случаями сложения, при этом следует выделять в особые ступени лишь те случаи, которые различаются вычислительными приемами.

Возьмем для примера сложение в пределе 20 без перехода через десяток. При изучении этого действия иногда выделяют в особые ступени случай сложения, когда в сумме получается число, меньшее 20 (например, 13+5), и случай, когда в сумме получается 20 (например, 13+7). Иногда здесь допускается разбивка еще на большее число ступеней, например, выделяют в особые ступени прибавление однозначного числа к двузначному (13+5) и прибавление двузначного числа к однозначному (5+13).

При такой системе изучения этого действия учащиеся должны усвоить как бы 4 различных вычислительных приема, тогда как все эти случаи сложения выполняются с помощью одного приема. В самом деле, как при решении примеров 13+5 или 5+13, так и при решении примеров 13+7 или 7+13 единицы первого числа складывают с единицами второго и полученное число прибавляют к 10. То, что двузначное число стоит на первом или втором месте, а также то, что в одном случае в сумме получается 20, а в другом случае меньше 20, не вносит особых трудностей, из-за которых следовало бы выделять каждый из этих случаев в особую ступень. Очевидно, что усвоение одного приема вместо четырех, существенно облегчает изучение этого действия.

По указанным соображениям, к одной ступени следут отнести все случаи сложения с переходом через десяток. Одной ступенью охватываются также все случаи вычитания с переходом через десяток. К одной ступени можно, наконец, отнести все случаи вычитания двузначного числа из двузначного, например, 18—13 и 20—13, так как в том и в другом случае от уменьшаемого обычно сначала отнимают десяток вычитаемого, а затем его единицы.

Сложение и вычитание в пределе 20 целесообразно изучать в следующем порядке:

1. Сложение однозначного числа с 10, например: 10+6; 6+10.
2. Вычитание из двузначного числа единиц одного из двух его разрядов, например: 14—10; 14—4.
3. Сложение без перехода через десяток, например: 12+3; 12+8; 3+12; 8+12.
4. Вычитание однозначного числа без перехода через десяток, например: 15—3.
5. Вычитание однозначного числа из 20, например 20—4.
6. Сложение с переходом через десяток, например: 9+3; 8+5.
7. Вычитание с переходом через десяток, например: 11—2; 14—6.
8. Вычитание двузначных чисел, например: 18—12; 20—12.

**Вычислительные приемы и их изучение.** 1. Прием сложения однозначного числа с 10 основан на знании нумерации и состоит в соединении данных десятичных групп в одно число, например: 10+8=18; 6+10=16.

2. Прием вычитания из двузначного числа его десятка или единиц состоит в разложении уменьшаемого на десятичные группы, от которых затем отнимается одна из групп, например:

$$18-8 = (10+8)-8 = 10;$$
$$13-10 = (10+3)-10 = 3.$$

3. При сложении без перехода через десяток сначала складываются единицы (первого разряда), затем их сумма прибавляется к 10, например:

$$\frac{12+3=15^{1}}{\begin{array}{l}2+3=5\\10+5=15\end{array}} \qquad \frac{3+12=15}{\begin{array}{l}3+2=5\\10+5=15\end{array}}$$

4. При вычитании однозначного числа без перехода через десяток из единиц уменьшаемого вычитают единицы вычитаемого и полученный остаток прибавляют к 10, например:

$$\frac{18-6=12}{\begin{array}{l}8-6=2\\10+2=12\end{array}}$$

5. При вычитании однозначного числа из 20 от 10 отнимают единицы вычитаемого и полученный остаток прибавляют к 10, например:

$$\frac{20-3=17}{\begin{array}{l}10-3=7\\10+7=17\end{array}}$$

6. При сложении с переходом через десяток первое слагаемое дополняют до 10 и к полученному десятку прибавляют остальные единицы второго слагаемого, например:

$$\frac{8+7=15}{\begin{array}{l}8+2=10\\10+5=15\end{array}}$$

7. При вычитании с переходом через десяток от уменьшаемого отнимают единицы (первого разряда), затем от полученного десятка отнимают остальные единицы вычитаемого, например:

$$\frac{15-7=8}{\begin{array}{l}15-5=10\\10-2=8\end{array}}$$

8. При вычитании двузначного числа из двузначного от уменьшаемого отнимают сначала десяток, затем единицы вычитаемого, например:

---

[1] Окончательные результаты действий в данном и последующих примерах записываются после выполнения промежуточных вычислений.

$$\frac{18-13=5}{\begin{array}{r}18-10=8\\8-\ \ 3=5\end{array}}$$

Это действие можно выполнить и по-другому:

$$\frac{18-13=5}{\begin{array}{r}10-10=0\\8-\ \ 3=5\end{array}}$$

При вычитании двузначных чисел в случае, когда уменьшаемое больше вычитаемого на 1—2 единицы, остаток может быть легко найден на основе взаимного положения данных чисел в числовом ряде. Так, дети могут легко сообразить, что 19—18=1, так как число 19 следует за числом 18; 15—13=2, так как 15 удалено от 13 на 2 единицы.

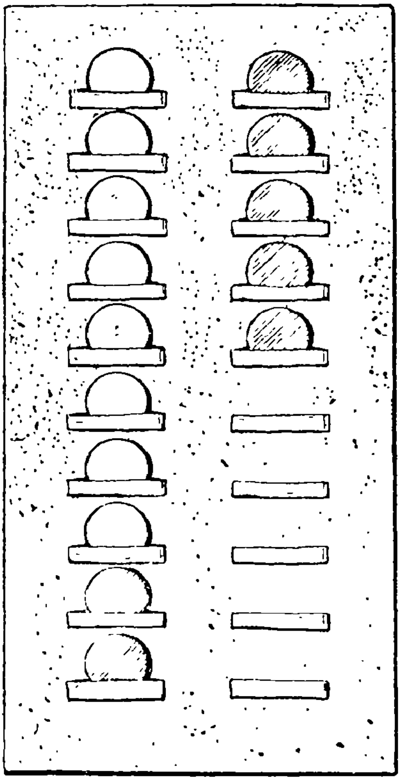


Рис. 30.

Приемы сложения и вычитания необходимо объяснять на *наглядных пособиях*. При изучении случаев сложения и вычитания 10+8; 8+10, 18—8 и подобных им, а также при изучении вычитания двузначных чисел (например: 16—13; 20—12) лучше всего использовать палочки (пучок-десяток и отдельные палочки-единицы). Это пособие целесообразно применять также при изучении сложения и вычитания без перехода через десяток. Поскольку десяток связан в пучок, при пользовании данным пособием исключена возможность пересчитывания детьми единиц суммы или остатка.

При изучении сложения с переходом через десяток в качестве классного пособия целесообразно применить счетную таблицу «Первая сотня». Выставив в левом вертикальном ряду таблицы столько кружков одного цвета, сколько единиц в первом слагаемом, к ним последовательно прибавляют единицы второго слагаемого (кружки другого цвета), сначала столько, сколько требуется для дополнения первого слагаемого до 10, а затем оставшиеся единицы второго слагаемого. Вместо указанного пособия может быть использована счетная таблица «Первый и второй десяток»[1]. (На рис. 30 показано, как иллюстрируется на этом пособии пример 8+7.)

В качестве индивидуального пособия при изучении сложения с переходом через десяток применимы упомянутые (стр. 150) коробочки. (На рисунке 31 показано, как иллюстрируется на данном пособии пример 7+5.)

При изучении вычитания с переходом через десяток наряду с пособиями, рекомендованными для сложения с переходом через десяток, полезно применять палочки. Взяв десяток палочек и несколько единиц (в зависимости от величины уменьшаемого), вычитают сначала единицы, а затем от полученного десятка отнимают остальные единицы вычитаемого. Ввиду того что деся-

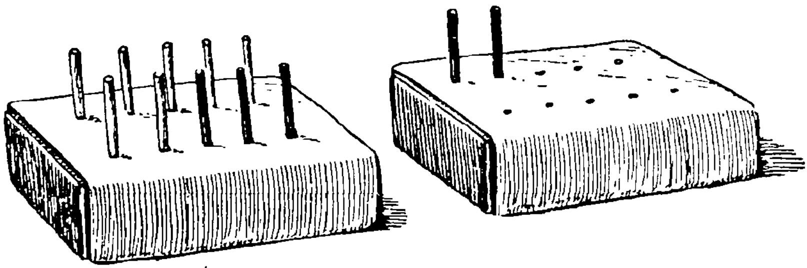


Рис. 31.

ток связан в пучок, единицы вычитаемого приходится отнимать в соответствии с приемом данного действия. Кроме того, здесь легче добиться того, чтобы учащиеся не находили остаток путем пересчитывания. Это пособие может таким образом способствовать усвоению приема этого действия.

Чтобы применение наглядности подготовляло учащихся к выполнению действия без помощи наглядных пособий, а также, чтобы сделать невозможным нахождение результатов путем пересчитывания, полезно широко применять частичную наглядность, так чтобы иллюстрировались не все операции, из которых складывается данное действие, а лишь некоторые из них. Так, при решении примера 13—5 можно при надлежащей подготовке учащихся иллюстрировать лишь операцию 13—3. Что же касается операции 10—2, то можно предложить детям найти остаток без помощи наглядных пособий. Постепенно учащиеся подводятся к выполнению действий без помощи наглядных пособий.

Учащиеся иногда бывают недостаточно активны при использовании классного пособия, в частности, когда действие на нем

[1] Лучше применять счетную таблицу «Первая сотня» — пособие, которое, как уже указывалось, может быть использовано при изучении трех концентров (первого и второго десятков и первой сотни) Труд, затраченный на изготовление его, таким образом, вполне окупается, тем более, что при бережном обращении с ним оно может служить несколько лет.

выполняет не учитель, а ученик. Чтобы повысить познавательную активность учащихся во время таких занятий, полезно одновременно с формулировкой упражнения для ученика, вызванного к классному пособию, давать остальным детям такого рода задание, которое требовало бы от них активной мыслительной работы во время их наблюдений за действиями своего товарища. Так, можно предложить учащимся, чтобы они потом сказали, как вызванный ученик выполнял действие на классном пособии. Иногда полезно оперировать классным пособием молча, предлагая затем учащимся сказать, какое действие выполнялось и как оно было выполнено.

Подобные приемы, направленные против пассивного созерцания, активизируют мыслительную деятельность учащихся даже тогда, когда фактически действует лишь один ученик, выполняющий задание на классном наглядном пособии.

Применяя индивидуальные пособия, некоторые учащиеся **пересчитывают** единицы вместо того, чтобы выполнять действие с помощью объясненного **приема**. Чтобы по возможности не допустить этого, перед тем, как дети приступают к выполнению действий с помощью индивидуальных пособий, следует каждый раз указывать, что они должны выполнять действие на своих пособиях так, как оно выполнялось на классном пособии, при этом полезно предупреждать учащихся, что они должны будут затем объяснять, как решали примеры на своих пособиях. Во время самостоятельной работы учащихся необходимо следить за тем, как они пользуются пособиями.

Чтобы при объяснении нового приема учащимся легче было понять и усвоить, на какие части разбиваются данные числа и в каком порядке выполняются действия над полученными частями, целесообразно устное объяснение приема сопровождать записью промежуточных вычислений. Так, при объяснении вычитания однозначных чисел без перехода через десяток полезно устное объяснение дополнить следующей записью, например:

$$\begin{array}{l} \underline{18-6=\phantom{12}} \\ \phantom{1}8-6=\phantom{1}2 \\ 10+2=12 \end{array}$$

Такая запись отнимает больше времени по сравнению с обычной записью решения примера. Однако трата времени на запись промежуточных вычислений при решении первых примеров вполне оправдывает себя, так как в этом случае учащиеся лучше усваивают новый прием.

Говоря о записи промежуточных вычислений, мы имеем здесь в виду преимущественно запись их учителем на доске. В тетрадях же можно, как правило, ограничиваться обычной записью, так как запись промежуточных вычислений может отнять слишком много времени у учащихся I класса.

Переходя к каждому новому случаю сложения или вычитания следует основательно повторить те из ранее изученных действий, знание которых требуется для успешного усвоения нового материала.

Уместно также напомнить о значении правильного подбора первых примеров на каждый новый случай. Возьмем случай сложения без перехода через десяток в пределе 20. Эта ступень охватывает примеры различной степени трудности. Так, пример 12+7, при решении которого приходится к 2 прибавить 7 единиц, значительно труднее примера 12+2, где к 2 надо прибавить всего лишь 2 единицы.

Если при объяснении этого действия начать с примера 12+7, то, в силу трудности вычислений, внимание многих учащихся может быть отвлечено от способа выполнения данного действия. Гораздо успешнее будет проходить изучение его, если в качестве первых примеров взять 15+1; 18+1; 12+2; 16+2; 14+4 и т. д. так как благодаря легкости вычислений дети смогут более полно сосредоточить внимание на способе выполнения действия.

Рассмотрим для примера плач изучения вычитания однозначных чисел без перехода через десяток

**1. Устный счет.** Объяснению нового материала предпосылаются подготовительные устные упражнения, например:

а) Из скольких десятков и единиц состоит число 12? 15? 19? 14?

| | | | |
|---|---|---|---|
| б) | 6−2 | 5−4 | 7−2 |
| | 10+4 | 10+1 | 10+5 и т п. |

**2. Объяснение вычитания.**

В ларьке у продавца,— говорит учитель,— было 16 карандашей. Сколько десятков и единиц в этом числе?

— Вот карандаши (показывает пучок-десяток и 6 отдельных карандашей).

— Из 16 карандашей продавец продал 2 карандаша Как узнать, сколько осталось карандашей? (Заслушав ответ учащихся, учитель записывает на доске действие: 16—2=.)

— Будем от 16 карандашей отнимать 2 карандаша так, как это делал продавец Пусть К будет продавцом, а Л. — покупателем (Обращаясь к К.) Сколько у тебя карандашей? Сколько карандашей ты должен дать покупателю Л.? Эти 2 карандаша лучше отнимать от десятка или от 6 единиц? (От 6 отнимают 2.)

— Сколько единиц осталось? (4.) Да еще десяток Сколько же всего осталось карандашей? (14.)

(Обращаясь к классу) — Как же мы от 16 карандашей отнимали 2 карандаша?

— Сколько осталось карандашей?

— Отложите каждый у себя на парте 16 палочек.

— Сколько десятков и единиц вы должны положить?

— От 16 палочек отнимите 2 палочки так, как мы отнимали их на классном пособии

— Как же от 16 отнять 2? Сколько останется?

В процессе беседы учитель записывает на доске промежуточные вычисления. На доске получается запись:

$$\frac{16 - 2 = 14}{\begin{array}{r}6 - 2 = 4\\ 10 + 4 = 14\end{array}}$$

— На доске мы подробно записали действие. В тетрадях запишете его кратко: 16 — 2 = 14. Но «в уме» надо подробно объяснять себе решение так, как мы объясняли его вслух и как записывали подробно на доске. Запишите решение в тетрадях. После записи вам надо будет рассказать, как вы объясняли себе действие.

Подобным образом с применением классного и индивидуальных пособий решаются еще 1—2 примера.

При решении нескольких последующих примеров объяснение ведется уже только на классном пособии, при этом постепенно совершается переход к частичной наглядности (иллюстрируется только уменьшаемое и объясняется, как отнимать единицы вычитаемого, но сами эти единицы реально не отнимаются).

По мере того как дети овладевают приемом, переходят к решению задач и примеров без помощи наглядных пособий.

От коллективного решения примеров переходят к индивидуальному полусамостоятельному: решают устно несколько примеров на объясненный случай вычитания (или только выясняют, как они решаются), а затем предлагают детям решить их в тетрадях. Вслед за полусамостоятельным проводится самостоятельное решение примеров.

На изучение данного случая вычитания обычно отводится 3 урока: на первом решаются более легкие примеры, на втором — более трудные, на третьем проводится закрепление пройденного. Наряду с примерами, на каждом уроке решаются задачи.

Помимо указанных выше приемов, сложение и вычитание в пределе 20 можно выполнять с помощью следующих приемов:

1. Перестановка слагаемых, например, вместо действия 3+9, выполняют действие 9+3.

2. Сведение трудных случаев сложения к ближайшим более легким. Так, при решении примера 7+8 складывают 7 и 7 и к полученной сумме прибавляют единицу.

Легко видеть, что учащиеся могут успешно пользоваться этим приемом в том случае, когда они твердо знают суммы двух равных однозначных чисел (6+6; 7+7 и др.). Эти случаи следует особо иметь в виду при изучении сложения в пределе 20 с переходом через десяток.

3. Замена вычитания сложением: 7+8=15, поэтому 15—7=8; 13+5=18, поэтому 18—13=5 и т. д. (Как уже указывалось в разделе «Первый десяток», для подобного выполнения вычитания учащиеся должны хорошо усвоить соответствующие случаи сложения.)

Уделяя большое внимание обучению детей приемам сложения и вычитания, следует в то же время добиваться запоминания детьми таблиц этих действий. Это должно достигаться прежде всего в результате многократных упражнений в выполнении действий, а затем и заучивания. Достаточно, однако, чтобы дети заучили только таблицу сложения, так как, хорошо усвоив ее, они могут находить результаты вычитания как действия, обратного сложению.

Но и таблицу сложения можно заучивать не всю, а лишь основные ее равенства, к которым путем перестановки слагаемых могут быть сведены остальные. Таких основных равенств в пределе второго десятка всего 20, а именно:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $9+2=11$ | $8+3=11$ | $7+4=11$ | $6+5=11$ |
| $9+3=12$ | $8+4=12$ | $7+5=12$ | $6+6=12$ |
| $9+4=13$ | $8+5=13$ | $7+6=13$ | |
| $9+5=14$ | $8+6=14$ | $7+7=14$ | |
| $9+6=15$ | $8+7=15$ | | |
| $9+7=16$ | $8+8=16$ | | |
| $9+8=17$ | | | |
| $9+9=18$ | | | |

## УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ В ПРЕДЕЛЕ 20

Умножение и деление в пределе 20 целесообразно изучать раздельно, рассмотрев сначала все случаи умножения и лишь после этого перейти к делению. Целесообразность раздельного изучения умножения и деления вызывается особенностями этих действий, смысл которых учащимся значительно труднее понять, чем смысл сложения и вычитания.

**Умножение.** Для успешного изучения умножения полезно многократно упражнять детей в «групповом» счете задолго до изучения умножения (в процессе прохождения сложения и вычитания), а также непосредственно перед рассмотрением каждого нового случая умножения. «Групповой» счет ведется на наглядных пособиях и отвлеченно.

Сначала изучается случай умножения, когда множимое равно 2, затем, когда оно равно 3 и т. д. Особо следует изучить случай, когда множимое равно 1 ($1\times2$; $1\times3$; $1\times4$ и т. д.). В этом случае трудно дать детям понятие о счете группами. Поэтому умножение 1 целесообразно рассмотреть после изучения нескольких случаев умножения, когда учащиеся уже имеют понятие об этом действии.

Рассмотрим, как изучается случай, когда множимое равно 2. Помимо упражнения в счете двойками, для подготовки детей к изучению этого случая умножения полезно предложить им взять 2 раза по 2 кружка, 3 раза по 2 кружка и т. д., взять 2 раза по 2 пера, 3 раза по 2 пера и т. д.; при этом сначала можно не находить результат, добиваясь лишь того, чтобы дети правильно откладывали равные группы единиц требуемое число раз.

Ознакомление с записью умножения может быть проведено так. Ученику предлагается взять из коробки 6 раз по 2 карандаша. После выполнения задания ставится вопрос, сколько всего карандашей он взял. Вопрос решается сначала сложением ($2+2+2+2+2+2=12$). Затем учитель объясняет и показывает, как можно это действие записать короче ($2\times6=12$). Запись прочитывается хором всем классом и отдельными учащимися по вызову учителя.

После этого приступают к изучению данного случая умножения в принятой последовательности ($2 \times 2$; $2 \times 3$; $2 \times 4$ и т. д.).

На счетной таблице «Первая сотня» выставляют 2 раза по 2 кружка. Обсуждаются вопросы: сколько получилось всего кружков? Как сосчитали? Действия (сложение и рядом умножение) вместе с соответствующей иллюстрацией (рис. 32) оформляются на доске:

Рис. 32.

$$2+2=4 \qquad 2\times 2=4$$

Объяснение остальных примеров на умножение 2 ведется аналогично. Следует лишь разнообразить наглядный счетный материал, так как иначе дети могут получить одностороннее представление об этом действии. Это необходимо также для того, чтобы у них не ослабевал интерес к занятиям.

Приведем для примера план изучения умножения 3.

1. **Устный счет.**

а) $3+3$, $6+3$; $9+3$; $12+3$; $15+3$;

б) счет тройками до 18.

2. **Упражнения в откладывании данного числа троек** (без нахождения результата).

Учитель предлагает одному ученику взять 2 раза по 3 тетради, другому 4 раза по 3 тетради, третьему 5 раз по 3 тетради, четвертому 6 раз по 3 тетради.

Учитель предлагает всем учащимся, чтобы каждый отложил у себя на парте 2 раза по 3 палочки, 3 раза по 3 палочки; 4 раза по 3 палочки; 5 раз по 3 палочки; 6 раз по 3 палочки.

3. **Объяснение таблицы умножения 3.** На счетной таблице выставляют 2 раза по 3 кружка. Выясняют, сколько всего кружков получилось, как можно записать выполненное действие Учитель записывает на доске:

$$3+3=6 \qquad 3\times 2=6$$

Учащиеся в одиночку и хором прочитывают полученную запись Подобным образом, беря каждый раз кружки другого цвета (положим, один раз красного цвета, другой раз синего и т д), учитель объясняет и записывает на доске следующие случаи данной таблицы:

$$\begin{array}{rl} 3+3+3=9 & \qquad 3\times 3=9 \\ 3+3+3+3=12 & \qquad 3\times 4=12 \\ 3+3+3+3+3=15 & \qquad 3\times 5=15 \\ 3+3+3+3+3+3=18 & \qquad 3\times 6=18 \end{array}$$

Учащиеся переносят в свои тетради записи, сделанные на доске.

4. **Проверка усвоения** (проводится, как описано ниже, на стр. 181).

По мере усвоения детьми данной таблицы переходят к решению смешанных простых примеров на изученные случаи умножения и составных примеров на умножение в соединении со сложением или вычитанием в пределе 20 (например: $3\times 2+5$; $3\times 3+11$; $3\times 6-5$; $3\times 5-12$). Решение примеров чередуется с решением задач.

На изучение умножения 3 обычно отводится 3 урока первый посвящается объяснению нового материала, второй и третий — закреплению пройденного и решению задач.

После изучения всех случаев умножения в пределе 20 полезно ознакомить учащихся с **приемом** умножения, основанным на **переместительном** законе этого действия. Нарисовав 2 ряда клеток, по 5 клеток в каждом ряду (рис. 33), двумя способами находят, сколько всего клеток. $5 \times 2 = 10$ (2 ряда, по 5 клеток в каждом ряду), или $2 \times 5 = 10$ (5 столбцов, по 2 клетки в каждом столбце). При объяснении этого приема можно применить и более действенную наглядность, вызвав к доске учащихся и поставив их в 2 ряда, по 5 человек в каждом ряду. Определение числа вызванных учащихся ведется так же, как определялось выше число клеток в прямоугольнике.

Добиваясь сознательного усвоения учениками приемов умножения, следует также требовать от них заучивания таблицы этого действия. Для лучшего запоминания результатов умножения полезно, чтобы учащиеся каждую вновь изученную таблицу после записи ее в тетради обводили прямоугольной рамкой, пользуясь для этого цветными карандашами. Еще лучше, чтобы они записывали цветными карандашами результаты умножения.

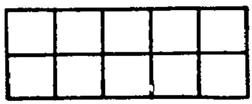


Рис. 33.

Каждый раз после ознакомления учащихся с новым случаем умножения они прочитывают таблицу (вспомогательные записи стираются). Затем учитель завешивает ответы полоской бумаги и, указывая на отдельные примеры (сначала по порядку, а затем вразбивку), спрашивает, сколько получится в результате умножения данных чисел. Таким образом, при первичном опросе учащимся дается возможность зрительно воспринимать сомножители. Затем таблица стирается с доски и начинается чисто устный опрос, во время которого учитель сначала проверяет, знают ли дети таблицу по порядку, а потом вразбивку.

Такая постепенность в переходе от зрительного восприятия сомножителей к слуховому восприятию их, в переходе от заучивания таблицы по порядку к заучиванию ее вразбивку облегчает запоминание результатов умножения. (Вместо записанной на доске, лучше использовать оформленную на бумаге печатную или самодельную таблицу, четкий, крупный шрифт которой может способствовать лучшему запоминанию равенств.)

**Деление.** Из двух основных случаев деления — деления по содержанию и деления на части — в пределе 20 изучается лишь второй как более легкий.

Рассмотрению каждого случая деления на части целесообразно предпослать повторение соответствующего случая умножения. Так, перед изучением деления на 2 следует повторить следующие примеры умножения: $1 \times 2$, $2 \times 2$, $3 \times 2$, $4 \times 2, \ldots$ $10 \times 2$. Изучению деления на 3 следует предпослать повторение примеров: $1 \times 3$, $2 \times 3$, $3 \times 3$, $4 \times 3, \ldots$ $10 \times 3$ и т. д.

Объяснение каждого случая деления проводится наглядно, на предметах. При делении на 2 делят между двумя учениками поровну тетради, карандаши, кружки; раскладывают поровну на 2 кучки (или тарелки) грибы, яблоки, груши (натуральные предметы или нарисованные на бумаге и вырезанные по контуру).

Наряду с выполнением деления на классных пособиях учащиеся на своих индивидуальных пособиях раскладывают указываемое число предметов на нужное число частей (кучек).

Приведем для примера план изучения деления на 2.

**1. Устный счет.**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $1 \times 2$ | $3 \times 2$ | $5 \times 2$ | $7 \times 2$ | $9 \times 2$ |
| $2 \times 2$ | $4 \times 2$ | $6 \times 2$ | $8 \times 2$ | $10 \times 2$ |

Указанные примеры решаются сначала по порядку, затем вразбивку Последнее может проводиться в форме «игры в молчанку» (см. стр. 136).

**2. Объяснение деления.** После обсуждения вопроса, какие действия изучались детьми, учитель сообщает: сегодня начнем изучать новое действие — деление.

Между двумя вызванными учениками делят поровну 2 карандаша (2 тетради, 2 пера, 2 кружка и т. п.) и выясняют, сколько карандашей получил каждый. Затем действие выполняется на индивидуальных пособиях: каждой паре учащихся предлагается разделить между собой 2 палочки, 2 пера и т. п.

Делается вывод, сколько получится, если 2 разделить на 2 равные части. Учитель записывает на доске решение и прочитывает его: $2 : 2 = 1$.

Запись прочитывается всеми учащимися (хором) и отдельными детьми по вызову учителя.

Подобным образом на разнообразном счетном материале объясняется решение остальных примеров деления на 2 в пределе 20. Учащиеся записывают решенные на доске примеры в своих тетрадях.

При изучении данного случая деления обычно на одном уроке рассматривается деление на 2 чисел 2, 4, 6, 8, 10, а на другом — чисел 12, 14, 16, 18, 20.

3. **Проверка усвоения.** Учитель стирает ответы в решенных на доске примерах и, указывая на некоторые из них, предлагает учащимся сказать, сколько получится от деления данных чисел (сколько получится, если разделить 4 на 2? $2 : 2$? $8 : 2$ и т. д.).

Примеры решают сначала только на деление, затем переходят к решению составных примеров — на деление в комбинации со сложением, вычитанием или умножением (например: $8 : 2 + 11$; $18 : 2 - 7$; $12 : 2 \times 3$). Решение примеров чередуется с решением задач.

При изучении деления в пределе 20 сначала предметы раздают или раскладывают по одному. После достаточных упражнений в делении с помощью этого приема постепенно подводят учащихся к пониманию того, что можно делить по-другому, подбирая число единиц, приходящихся на каждую часть, и проверяя его посредством умножения ($8 : 2 = 4$ потому, что $4 \times 2 = 8$). С введением второго приема деления, однако, нельзя спешить, так как раннее установление связи между делением и умножением может повлечь за собой смешение в сознании детей понятий об этих двух действиях.

Полезно упражнять учащихся в делении на равные части полосок бумаги, шпагата и т. п., проверяя равенство частей путем наложения. Полезны также задания обвести карандашом в тетрадях «полоску» (например, «полоску» в 12 клеток) и делить ее на определенное число равных частей (рис. 34). Подобные задания предлагаются после усвоения учащимися второго из указанных выше приемов деления. Разделив 12 на 3 и получив 4 (потому что $4 \times 3 = 12$), дети делят полоску в 12 клеток на 3 части так, чтобы в каждой части было по 4 клетки.

Рис. 34.

Для лучшего усвоения деления, для понимания связи между ним и умножением полезно решение взаимно обратных примеров:

| | | |
|---|---|---|
| $2\times6$ | $3\times5$ | $2\times9$ |
| $6\times2$ | $5\times3$ | $9\times2$ |
| $12 : 2$ | $15 : 3$ | $18 : 2$ |
| $12 : 6$ | $15 : 5$ | $18 : 9$ |

# ГЛАВА СЕДЬМАЯ

# ПЕРВАЯ СОТНЯ

При изучении «Первой сотни» расширяются знания детей о десятке и вводится новая счетная единица — сотня. В этом концентре учащиеся заканчивают изучение таблиц умножения и деления, знакомятся с разнообразными вычислительными приемами, подготовляются к изучению письменных вычислений.

## УСТНАЯ И ПИСЬМЕННАЯ НУМЕРАЦИЯ

Как и в пределах 10 и 20, в пределе 100 сначала изучается устная нумерация, затем письменная.

**Устная нумерация.** Изучение устной нумерации начинают со счета предметов, затем переходят к отвлеченному счету. В качестве наглядных пособий могут быть использованы палочки (отдельные палочки и пучки-десятки), арифметический ящик и «Счетная таблица — первая сотня» (см. стр. 146—147).

Сначала повторяется устная нумерация в пределе 20, затем следуют упражнения в дальнейшем счете по порядку, при этом постепенно расширяется область чисел, в какой ведется счет, вплоть до 100. Цель этих упражнений, выполняемых на указанных наглядных пособиях, дать учащимся представление о ряде чисел первой сотни и о том, как из единиц образуются десятки.

За упражнениями в счете по порядку следуют упражнения в счете десятками, при этом счет ведется двояко: а) один десяток, два десятка, три десятка, четыре десятка и т. д.; б) десять, двадцать, тридцать, сорок и т. д.

При изучении нумерации важно довести до сознания учащихся, что десяток тоже единица, только составная, и что десятками считают так же, как единицами. Чтобы этого добиться, полезно упражнять учащихся в параллельном сосчитывании некоторого числа простых единиц и такого же числа десятков, например, одному ученику предлагается отсчитать 5 палочек, а другому — 5 десятков палочек. Из пучков-десятков и отдельных палочек образуют различные числа, палочки при этом кладутся так, чтобы десятки помещались слева, а единицы — справа.

Вслед за счетом на предметах переходят к отвлеченному счету от 1 до 100. Чтобы поддержать у детей интерес к этим упражнениям, можно предложить им, чтобы они называли числа одного десятка (например, от 20 до 30) громко (обычным голосом), а числа другого десятка (например, от 30 до 40) — тихо или чтобы они произносили числа одного десятка сидя, а числа другого десятка стоя.

Упражнения в счете полезно по возможности связать с жизнью, например, учитель говорит детям: «Садовник укладывает собранные яблоки в ящик. Будем вместе с ним укладывать их и считать». Или: «На птицеферме колхознице поручили укладывать яйца в ящик и считать их. Она насчитала уже до 40. Будем вместе с ней считать дальше».

Наряду со счетом по порядку полезно, чтобы учащиеся вели счет в определенных, ограниченных пределах, например, считали бы от 27 до 35, от 48 до 54 и т. п. Эти задания можно формулировать по-разному, например: какие числа следуют за числом 28? 57? 39? 68? 89? (От учащихся требуется назвать несколько чисел, следующих за данным.) Назовите числа, которые больше 49, но меньше 53, и др.

Полезно также упражнять учащихся в групповом счете (двойками, пятерками, десятками). Вместо отвлеченного счета по 2 можно предложить детям называть по порядку четные, а затем нечетные номера домов на знакомой им улице.

Много внимания следует уделять выяснению десятичного состава чисел. Этой цели могут служить следующие упражнения: сколько десятков и сверх того единиц в числе 37? 81? 69? (Или: Сколько гривенников и сверх того копеек в 37 коп.? 81 коп.? 69 коп.?); назовите число, которое состоит из 7 десятков? из 4 десятков и 7 единиц? из 9 десятков и 1 единицы? и т. п. (Или: Сколько копеек составляют 7 гривенников? 4 гривенника и 7 коп.? 9 гривенников и 1 коп.?)

Особо следует выяснить десятичный состав числа 100. Эта новая счетная единица должна быть четко показана на наглядных пособиях в виде пучка в 100 палочек, или в виде доски арифметического ящика.

**Письменная нумерация.** При изучении письменной нумерации в качестве наглядных пособий (в дополнение к указанным выше) могут быть использованы нумерационная таблица и классные счеты.

Учащимся предлагается отложить определенное число палочек (например 12). Это число откладывается затем на абаке и записывается в нумерационной таблице и вне ее. Некоторые числа одновременно откладываются на счетах. Постепенно круг используемых наглядных пособий сокращается.

В результате упражнений учащиеся приходят к выводу, что единицы пишут на первом, а десятки на втором месте справа.

Особое внимание следует уделять упражнению учащихся в записи таких чисел, в произношении или обозначении которых имеется много общего (например, чисел 16 и 60, 18 и 80, 15 и 51, 17 и 71). Дети составляют такие числа из палочек или показывают их на метровой линейке, а затем записывают.

Полезно, чтобы учащиеся записали в своих тетрадях числа первой сотни (в 10 рядов, по 10 чисел в каждом ряду). Эта работа может быть выполнена ими частично в классе, частично дома.

При изучении письменной нумерации в пределе 100 широкое применение может найти сантиметровая лента (метр, разделенный на 100 *см*). Учащиеся показывают на ленте называемое учителем число сантиметров. Кроме того, лента широко используется для упражнений в измерении.

### ДЕЙСТВИЯ НАД КРУГЛЫМИ ДЕСЯТКАМИ

Действия над круглыми десятками можно выполнять двояко, в зависимости от того, рассматриваем ли мы состав данных чисел из простых единиц или из десятков. Так, для выполнения действия $40 + 20$ можно: а) к 40 единицам прибавить 20 единиц или б) к 4 десяткам прибавить 2 десятка. Второй прием легче первого. Его и следует рассматривать, как основной вычислительный прием при выполнении действий над круглыми десятками. Чтобы облегчить учащимся усвоение этого приема, целесообразно при объяснении каждого действия рассматривать параллельно аналогичные примеры с числами в пределах 10 и 100, например:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $4+2$ | $8-3$ | $2\times4$ | $6:2$ |
| $40+20$ | $80-30$ | $20\times4$ | $60:2$ |

Из действий над круглыми десятками более трудными для учащихся являются последние два, особенно деление. Усвоению этих действий могут содействовать упражнения в групповом счете в связи с прохождением сложения и вычитания, например: к 20 прибавить по 20, пока не получится 100; от 90 отнимать по 30, пока не получится нуль, и т. п.

Полезными могут также оказаться наглядные пособия: десятки полочек и бруски арифметического ящика. Надобность в этих пособиях особенно ощущается при объяснении умножения и деления.

### СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ В ПРЕДЕЛЕ 100

#### Порядок изучения сложения и вычитания

При изучении сложения и вычитания в пределе 100 в первую очередь рассматриваются случаи этих действий, связанные с нумерацией, а именно: а) прибавление однозначного числа к круглым десяткам, например 50 + 6; 6 +50; б) Вычитание из двузначного числа единиц первого разряда или десятков: 48—8; 48—40.

Вслед за этим рассматриваются случаи сложения, а затем вычитания без перехода через десяток и, наконец, случаи каждого из этих действий с переходом через десяток.

Сложение без перехода через десяток охватывает следующие случаи:

1. Сложение двузначного числа с однозначным, когда сумма единиц слагаемых меньше или равна 10, например: 34+3; 3+34; 34+6; 6+34.

2. Сложение двузначного числа с круглыми десятками, например: 56+20; 20+56.

3. Сложение двузначных чисел, когда сумма единиц (первого разряда) слагаемых меньше или равна 10, например: 24+23; 24+26.

При изучении сложения без перехода через десяток мы объединили в одну ступень сложение двузначного числа с однозначным, независимо от того, дают ли единицы слагаемых в сумме число, меньшее или равное 10, поскольку при выполнении этих действий применяется один прием. На этом же основании к одной ступени отнесены аналогичные случаи сложения двузначных чисел, например: 24+23 и 24+26.

Что же касается вычитания, то такие примеры, как 26—4 и 30—4 или 58—23 и 60—23 следует относить к различным ступеням, так как в случае, когда уменьшаемое — круглое число, приходится один десяток его раздроблять в единицы и от 10 отнимать единицы вычитаемого. Здесь используется иной прием, чем в том случае, когда уменьшаемое некруглое число.

Вычитание без перехода через десяток разбивается на большее число ступеней, чем сложение, и охватывает следующие случаи:

1. Вычитание однозначного из двузначного, когда единицы уменьшаемого больше единиц вычитаемого, например: 38 — 2.

2. Вычитание круглых десятков из двузначного числа, например: 56—20.

3. Вычитание двузначных чисел из двузначных, когда единицы уменьшаемого больше единиц вычитаемого или равны им, например: 56—34; 56—36.

4. Вычитание однозначного числа из круглых десятков, например: 60—2.

5. Вычитание двузначного числа из круглых десятков, например: 60—32.

Сложение и вычитание с переходом через десяток разбивается на следующие ступени:

1. Сложение однозначного числа с двузначным, например: 48+6; 6+48.

2. Сложение двузначных чисел, например: 38+34.

3. Вычитание **однозначного числа из двузначного**, например: 42—6.

4. Вычитание двузначных чисел, например: 52—28.

### Вычислительные приемы и их изучение

Некоторые из приведенных выше случаев сложения и вычитания в пределе 100 выполняются так же, как случаи сложения и вычитания в пределе 20. Например, действие 56+3 выполняется в основном так же, как 16+3; 35+7, как 5+7; 80—4, как 20—4; 42—9, как 12—9; 60—12, как 20—12 и т. д. Такие приемы при надлежащем предварительном повторении соответствующих случаев сложения и вычитания в пределе 20 учащиеся, как показывает опыт, легко переносят на новую область чисел.

Новыми (за исключением указанных выше случаев) являются для учащихся приемы сложения и вычитания двузначных чисел. На этих приемах мы остановимся более подробно. В школьной практике применяются следующие два основных приема сложения двузначных чисел:

а) Последовательное прибавление к первому слагаемому десятков и единиц второго слагаемого, например:

$$\begin{array}{l} 42+25= \\ \hline 42+20=62 \\ 62+\ \ 5=67 \end{array}$$

б) Поразрядное сложение (сложение десятков с десятками, единиц с единицами) и последующее объединение двух сумм в одну[1], например:

$$\begin{array}{r} 42+25=\phantom{60} \\ \hline 40+20=60 \\ 2+\ \ 5=\ \ 7 \\ 60+\ \ 7=67 \end{array}$$

Второй прием ценен тем, что он ближе к приему письменного сложения, а потому лучше первого приема подготовляет к этому действию. Использование второго приема при сложении равных слагаемых, например, 26+26+26 может служить подготовкой и к усвоению приема внетабличного умножения, так как учащимся легко будет затем понять, что при замене действия 26+26+26 действием 26×3 надо 20 умножить на 3, потом 6 умножить на 3 и полученные числа сложить.

---

[1] Аналогичные приемы находят применение при вычитании двузначных чисел, например:

$$\begin{array}{l} 48-32= \\ \hline 48-30=18 \\ 18-\ \ 2=16 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 48-32=\phantom{10} \\ \hline 40-30=10 \\ 8-\ \ 2=\ \ 6 \\ 10+\ \ 6=16 \end{array}$$

Но второй прием предъявляет бо́льшие требования к памяти учащихся, особенно в том случае, если приходится выполнять действие чисто устно, без всяких записей. Приступая к сложению десятков, ученик должен «отложить» и держать в памяти единицы каждого слагаемого, а при сложении единиц — сумму десятков. При пользовании же первым приемом ученик, выполняя первую вычислительную операцию, «откладывает», в памяти единицы только второго слагаемого, которые он по получении первой неполной суммы прибавляет к последней.

Преимущество первого приема состоит также в том, что, пользуясь им при сложении, учащиеся затем легко переносят его на вычитание двузначных чисел, где этот прием применим во всех случаях этого действия, тогда как поразрядное выполнение вычислений применимо лишь при вычитании без перехода через десяток.

Здесь уместно указать, что в тех классах, где в качестве основного приема используется поразрядное сложение двузначных чисел, учащиеся, перенося этот прием на вычитание с переходом через десяток, часто допускают грубые ошибки, например:

$$\frac{81 - 37 =}{\begin{array}{r} 80 - 30 = 50 \\ 7 - \ \ 1 = \ \ 6 \\ 50 + \ \ 6 = 56 \end{array}}$$

Чтобы устранить возможность появления подобных ошибок, полезно на первых порах применять первый из указанных выше приемов, приучая детей к тому, чтобы при сложении (а затем вычитании) двузначных чисел они разбивали только второе число, но не первое. Основным приемом сложения (и вычитания) двузначных чисел следует, таким образом, считать последовательное прибавление к первому числу (или вычитание из этого числа) десятков и единиц второго числа.

Однако после того как учащиеся хорошо усвоят этот прием полезно применять и **поразрядное** сложение, которое особенно уместно тогда, когда складывается 3 и более двузначных чисел, например, 28+35+14, а также в том случае, когда слагаемые записаны и вследствие этого не приходится удерживать их в памяти.

При пользовании основным приемом сложения и вычитания двузначных чисел учащихся иногда затрудняет прибавление к первому числу или вычитание из него десятков второго числа. Преодолению этих затруднений могут способствовать подготовительные упражнения вроде следующих: к 11 (12, 13,..., 19) прибавлять по 10 (20), пока не получится 91 (92, 93 ,..., 99); от 91 (92, 93,..., 99) отнимать по 10 (20), пока возможно.

При изучении более трудных случаев сложения и вычитания полезно устное объяснение приема сопровождать записью промежуточных вычислений, например:

$$\frac{38 + 27 =}{\begin{array}{l} 38 + 20 = 58 \\ 58 + \ \ 7 = 65 \end{array}} \qquad \frac{82 - 45 =}{\begin{array}{l} 82 - 40 = 42 \\ 42 - \ \ 5 = 37 \end{array}}$$

В I классе ввиду слабого развития навыков письма учащихся подобные записи при изучении действий применимы в ограниченной мере. Во II классе можно их применять гораздо шире, так чтобы при изучении каждого случая сложения и вычитания двузначных чисел дети решали в тетрадях несколько примеров с подробной записью.

Приведем для примера план изучения вычитания двузначных чисел с переходом через десяток:

1. **Устный счет.** При пользовании основным приемом вычитания двузначных чисел с переходом через десяток требуется умение: а) вычитать круглые десятки из любых двузначных чисел и б) вычитать из таких двузначных чисел однозначные с переходом через десяток. Эти вычисления должны составлять содержание занятий устным счетом, предшествующих изучению указанного случая вычитания:

а) От каждого из следующих чисел отнять 20:

| | | |
|---|---|---|
| 55 | 47 | 86 |
| 69 | 94 | 78 |

От каждого из этих чисел отнять 40;

б) От каждого из следующих чисел отнять 6:

| | | |
|---|---|---|
| 41 | | 82 |
| | 73 | |
| 55 | | 94 |

От каждого из этих чисел отнять 9.

в) От 72 отнять 20, ... от полученного числа отнять 4.

От 84 отнять 30, ... от полученного числа отнять 8 и т. п.

2. **Изучение нового действия.** Сообщив детям, что сегодня предстоит изучение нового случая вычитания двузначных чисел, и призвав их стараться хорошо усвоить его, учитель записывает на доске пример:

$$62 - 34 =$$

На обсуждение учащихся ставятся вопросы:

— Какое число надо отнять от 62?

— Какое число будем сначала отнимать? (По заслушивании ответа детей учитель подчеркивает цифру 3 в числе 34 для того, чтобы отчетливее выступало, какое число будет вычитаться сначала [1].)

[1] Этот прием используется лишь при решении первых примеров.

— Какое число будем потом отнимать? (по указанным соображениям, учитель, заслушав ответ детей, подчеркивает в вычитаемом цифру 4).

— От 62 отнимем 30. (Под записанным примером учитель пишет: 62 — 30 = .) Сколько получится? (Со слов учащихся учитель записывает полученный результат.)

— Сколько осталось еще отнять?

— От 32 отнимем 4. (Учитель записывает на доске: 32 — 4.) Сколько получится? (Учитель записывает названный детьми результат действия.)

— Итак, сколько получится, если от 62 отнять 34?

— Посмотрите, хорошенько, как мы решали этот пример... А теперь запишите решение в тетрадях. Во время письма старайтесь по возможности не глядеть на доску. Когда же кончите писать, посмотрите, правильно ли вы записали решение.

Следующий пример (положим: 81 — 25) решается так же, как и пример 62 — 34. Но предлагая детям записать в тетрадях решенный на доске пример, учитель завешивает бумагой оба или второе из промежуточных вычислений, записанных под примером 81 — 25, с тем, чтобы учащиеся самостоятельно выполнили их в своих тетрадях.

После проверки выполненной работы учитель говорит детям: «Слушайте внимательно, как надо объяснять это действие. Вы должны будете потом также объяснять его. От 81 надо отнять 25. Отнимем от 81 сначала 20, а потом 5. От 81 отнять 20 получится 61, от 61 отнять 5 получится 56. Итак, от 81 отнять 25 получится 56». Вызывая затем учеников к доске, учитель предлагает каждому из них решать примеры с подробным объяснением.

Так решают 2—3 примера, после чего можно перейти к упражнению учащихся в самостоятельном решении примеров на это действие, постепенно усложняя эти работы. Так, вначале примеры решают устно или, если учитель находит такую помощь чрезмерной, только выясняют, как следует их решать (какое число надо отнимать сначала и какое потом), после чего предлагают детям решать эти примеры в тетрадях. Затем задается вполне самостоятельная работа.

После решения нескольких примеров с подробной записью промежуточных вычислений переходят к обычной записи. Сначала решают примеры только на вычитание двузначных чисел, затем начинают решать примеры на новое действие в сочетании с ранее изученными (со сложением в пределе 100, с умножением или делением в пределе 20).

Изучение вычитания двузначных чисел с переходом через десяток обычно занимает 3—4 урока: первый посвящается объяснению нового случая вычитания, остальные уроки — закреплению пройденного. На всех уроках решение примеров чередуется с решением задач.

Сложение и вычитание в пределе 100 после усвоения указанных выше приемов полезно выполнять и с помощью следующих приемов:

а) разложение второго слагаемого на две такие части, чтобы при сложении одной из них с первым слагаемым в сумме получалось круглое число, например:

$$\begin{array}{l} 36 + 47 = \\ \hline 36 + 44 = 80 \\ 80 + \ \ 3 = 83 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l} 36 + 47 = \\ \hline 36 + \ \ 4 = 40 \\ 40 + 43 = 83 \end{array}$$

б) разложение вычитаемого на две такие части, чтобы при вычитании из уменьшаемого одной из них получалось круглое число, например:

$$\frac{62 - 38 =}{\begin{array}{l}62 - 2 = 60\\60 - 36 = 24\end{array}} \qquad \frac{62 - 38 =}{\begin{array}{l}62 - 32 = 30\\30 - 6 = 24\end{array}}$$

в) округление одного из слагаемых, например:

$$\frac{35 + 19 =}{\begin{array}{l}35 + 20 = 55\\55 - 1 = 54\end{array}}$$

г) округление вычитаемого, например:

$$\frac{43 - 19 =}{\begin{array}{l}43 - 20 = 23\\23 + 1 = 24\end{array}}$$

Дополнительные приемы, однако, применимы лишь в той мере и так, чтобы это не сказывалось отрицательно на усвоении основных приемов.

Дети часто допускают ошибки при вычитании: а) двузначного числа из круглых десятков и б) двузначных чисел с переходом через десяток.

В первом случае учащиеся нередко после вычитания десятков вычитаемого прибавляют к полученному числу его единицы, вместо того, чтобы вычитать их. Приведем образцы таких ошибок:

$$80 - 36 = 56; \qquad 60 - 48 = 28.$$

Для предупреждения подобных ошибок полезно тщательно выяснять, сколько десятков и единиц надо отнять, чтó сначала будем отнимать и чтó потом, а после решения примера устанавливать, сколько всего единиц было отнято.

Во втором случае ошибки часто состоят в вычитании из единиц вычитаемого единиц уменьшаемого, например:

$$83 - 67 = 24; \qquad 52 - 28 = 36.$$

Такие ошибки можно предупреждать, если настойчиво прививать детям навык последовательного вычитания из уменьшаемого десятков и единиц вычитаемого.

При изучении сложения и вычитания в пределе 100 следует уделять особое внимание упражнениям, которые способствуют подготовке к изучению умножения и деления в данном пределе:

а) к 8 прибавлять по 8, пока не получится 80;

б) от 60 отнимать по 6, пока не получится 0;

в) $49 + 49$; $27 + 27 + 27$; $23 + 23 + 23 + 23$;

г) к 18 прибавлять по 18, пока не получится 90, и т. д.

## УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ В ПРЕДЕЛЕ 100

В пределе 100 различают табличное и внетабличное умножение и деление. Таблица умножения включает расположенные в определенной последовательности равенства, которые получаются от попарного перемножения чисел первого десятка. Соответствующие случаи деления составляют таблицу деления. Остальные случаи умножения и деления в пределе 100 являются внетабличными.

### Табличное умножение и деление

**Порядок изучения табличного умножения и деления.** В главе шестой мы высказались за раздельное изучение умножения и деления в пределе 20. Что же касается табличного умножения и деления в пределе 100, то раздельное изучение этих действий нецелесообразно, так как детям пришлось бы тогда изучать трудную для них таблицу умножения в течение относительно короткого времени, конденсированно, один случай за другим, что могло бы отрицательно сказаться на качестве усвоения таблицы, могло бы утомить детей. Подобные явления часто наблюдались в дореволюционной школе, в тех случаях, когда практиковалось раздельное изучение табличного умножения и деления.

При параллельном изучении этих действий значительно удлиняется срок, в течение которого изучается таблица умножения. Рассмотрение вслед за таблицей умножения одного числа соответствующих случаев деления способствует лучшему запоминанию детьми результатов таблицы умножения, а с другой стороны, облегчает детям изучение деления. Кроме того, такая система изучения помогает учащимся лучше понять связь между этими действиями, между их данными и искомыми.

Но существует 2 основных случая деления: деление по содержанию и деление на части. Встает вопрос: в какой последовательности рассматривать различные случаи деления при параллельном изучении табличного умножения и деления?

После повторения умножения и деления (на части) в пределе 20 целесообразно познакомить учащихся II класса с делением по содержанию в этом пределе. Введение деления по содержанию до изучения табличного умножения и деления в пределе 100 полезно тем, что учащиеся II класса упражняются в выполнении обоих случаев деления на протяжении почти всего учебного года Кроме того, это подготовляет их к параллельному изучению табличного умножения и деления. Параллельное изучение названных действий целесообразно проводить так, чтобы вслед за данным случаем таблицы умножения, расположенной по постоянному множимому (например, $4\times2$; $4\times3$; $4\times4$; $4\times5$; $4\times6$ и т. д.), рассматривался соответствующий случай деления по содержанию (деление по 4). Затем на основе переместительного свойства данная таблица умножения располагается по постоянному множителю (например, 2×4; 3×4; 4×4; 5×4; 6×4 и т. д.), после чего рассматривается таблица деления на части (деление на 4).

Опора на переместительное свойство при изучении таблицы умножения полезна не только для подготовки к изучению деления, но в неменьшей мере для того, чтобы облегчить детям усвоение таблицы умножения. С переместительным свойством умножения (не формулируя его) полезно знакомить детей уже в I классе, широко применяя средства наглядности. В еще более широких размерах это свойство должно быть использовано при изучении таблицы умножения во II классе. Применяя переместительное свойство, учащиеся в случае, когда множимое равно 3, должны запомнить 8 новых равенств (3×3=9; 3×4=12; 3×5=15 и т. д.). В случае, когда множимое равно 4, надо запомнить 7 новых равенств (4×4=16; 4×5=20; 4×6=24 и т. д.); когда

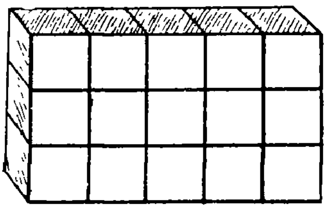


Рис 35.

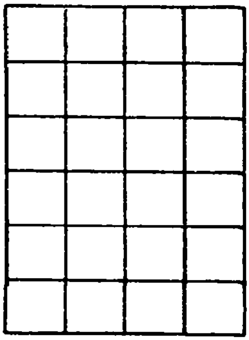


Рис. 36.

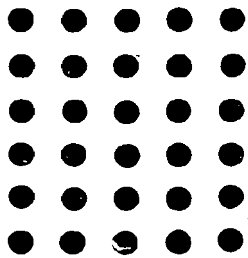


Рис. 37.

умножается число 5, нужно запомнить 6 равенств (5×5=25; 5×6=30 и т. д.), при множимом 6 — пять равенств (6×7=42; 6×8=48 и т. д.), при множимом 7 — четыре равенства (7×7=49; 7×8=56 и т. д.), при множимом 8 — три равенства (8×8=64; 8×9=72 и 8×10=80), а при множимом 10 — всего лишь одно новое равенство (10×10=100). Остальные равенства в каждом случае умножения сводятся на основе переместительного свойства к уже известным. Если же это свойство не используется при изучении табличного умножения, детям приходится в каждом из указанных случаев запоминать по 10 равенств, что намного затрудняет усвоение таблицы.

Но переместительное свойство учащиеся должны применять сознательно, а не формально, для чего следует широко использовать наглядные образы в виде рядов кубиков, палочек, клеток, кружков, точек и т. п. (рис. 35, 36, 37). Сосчитав, сколько кубиков в одном ряду и сколько таких рядов, учащиеся вычисляют, сколько всего кубиков. Затем они сосчитывают, сколько кубиков в каждом столбце, сколько таких столбцов и снова вычисляют, сколько всего кубиков. (Подобным образом они двояким способом вычисляют, сколько всего клеток, кружков или точек.)

На Педагогических чтениях АПН РСФСР в 1957 году А. Я. Котов выступил с докладом о проверенной им на опыте системе изучения табличного умножения и деления [1]. Согласно этой системе после изучения таблицы умножения 3 рассматриваются: а) деление по 3; б) деление чисел 3, 6, 9,..., 30 соответственно на 1, 2, 3,..., 10 равных частей (3 : 1; 6 : 2; 9 : 3 и т. д.). В аналогичной последовательности изучаются и другие случаи табличного умножения и деления.

При изучении умножения и деления по системе, предлагаемой А. Я. Котовым, каждый раз рассматриваются 3 таблицы (таблица умножения и 2 таблицы деления), вместо 4 таблиц (2 таблицы умножения и 2 таблицы деления) в описанной выше системе. Но по системе А. Я. Котова при изучении каждого случая деления на части в частном получаются одинаковые числа, например:

$$3 : 1 = 3$$
$$6 : 2 = 3$$
$$9 : 3 = 3$$
$$12 : 4 = 3 \text{ и т. д.}$$

Можно опасаться, что учащиеся, заметив, что в результате деления получается одно и то же число, начнут решать последующие примеры механически. Поэтому хотя А. Я. Котов получил в своем опыте положительные результаты, требуется дальнейшая, более широкая опытная проверка этой системы, чтобы можно было вынести о ней окончательное суждение.

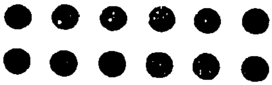
**Умножение.** Изучению каждого случая табличного умножения предпосылаются соответствующие упражнения в групповом счете.

Групповой счет ведется сначала на предметах. Детям предлагается, например, сосчитать, сколько тетрадей (карандашей или перьев) на столе, при этом им рекомендуется считать предметы не по одному, так как это будет очень долго, а группами по 2, по 3, по 4 и т. д., в зависимости от того, какой случай умножения подлежит изучению. Такие упражнения в сложении равных групп единиц являются хорошей подготовкой к формированию понятия об умножении. За счетом предметов следуют упражнения в отвлеченном групповом счёте, сначала в прямом (например, 4; 8; 12; 16; 20; 24; ...; 40), затем в обратном порядке (40; 36; 32; 28; ...; 0). Последние упражнения необходимы для того, чтобы учащиеся могли легко переходить не только к последующим

[1] А. Я. Котов, Система и методы изучения табличного умножения и деления. М., Учпедгиз, 1958.

случаям каждой таблицы (например, от 4×8 к 4×9), но и к предшествующим (например, от 4×8 к 4×7).

При изучении каждого случая табличного умножения сначала используется прием последовательного сложения. Чтобы дети лучше усвоили этот прием и, как следствие, лучше поняли смысл умножения, при объяснении полезно исходить из задачи, например: «Яблоки разложены рядами, по 6 штук в каждом ряду. Сколько яблок в двух рядах?» Задача иллюстрируется: учитель рисует на доске 2 ряда по 6 яблок или выставляет на счетной таблице «Первая сотня» 2 ряда по 6 кружков. В беседе выясняется, как можно сосчитать, сколько всего яблок. Вычисления записываются рядом с нарисованными кружками (рис. 38).



$6 + 6 = 12 \qquad 6 \times 2 = 12$

Рис. 38

Подобным образом объясняются остальные случаи этой таблицы умножения: 6×3; 6×4 и т. д.

После составления равенств каждой таблицы следует выяснять, какие из них уже встречались (вернее, какие равенства можно путем перестановки сомножителей свести к уже известным [1]) и какие встречаются впервые. На последние равенства необходимо обратить особое внимание учащихся. В практике некоторых учителей эти равенства подчеркиваются, например:

$$\begin{array}{l} 6 \times 1 = 6 \\ 6 \times 2 = 12 \\ 6 \times 3 = 18 \\ 6 \times 4 = 24 \\ 6 \times 5 = 30 \\ \underline{6 \times 6 = 36} \\ \underline{6 \times 7 = 42} \\ \underline{6 \times 8 = 48} \\ \underline{6 \times 9 = 54} \\ \underline{6 \times 10 = 60} \end{array}$$

Новые, подчеркнутые равенства учащиеся должны выучить, остальные повторить.

Наряду с приемами последовательного сложения и перестановки сомножителей при изучении табличного умножения следует широко использовать разложение множителя на слагаемые.

[1] Как указывалось выше подобные вопросы должны выясняться при широком использовании наглядности

Этот прием особенно целесообразно применять тогда, когда множитель больше 5, так как здесь трудно найти результат умножения с помощью последовательного сложения.

Из различных комбинаций, на какие может быть разложен множитель, следует отдавать предпочтение равным слагаемым либо таким двум слагаемым, одно из которых равно 5. Так, множитель 4 удобнее всего разложить на 2 и 2, множитель 6 на 3 и 3, множитель 8 на 4 и 4, множитель 7 на 5 и 2, например:

$$7 \times 4 = \underline{7 \times 2} + \underline{7 \times 2} = 14 + 14 = 28.$$

$$9 \times 6 = \underline{9 \times 3} + \underline{9 \times 3} = 27 + 27 = 54.$$

$$6 \times 8 = \underline{6 \times 4} + \underline{6 \times 4} = 24 + 24 = 48.$$

$$8 \times 7 = \underline{8 \times 5} + \underline{8 \times 2} \quad 40 + 16 = 56$$

Что касается множителя 9, то лучше его округлять до 10 и из полученного произведения вычитать множимое, например.

$$7 \times 9 = 7 \times 10 - 7 = 63$$

Разложение множителя на слагаемые, как прием табличного умножения, полезно выяснять на наглядных пособиях, чтобы дети применяли его сознательно. Для этого могут быть использованы ряды клеток, кружков и т. п. Так, нарисовав 6 рядов кружков, по 8 в каждом ряду, учитель разбивает их горизонтальной чертой на 2 равные половины (рис. 39). Вычисляется, сколько кружков над чертой, сколько под нею и сколько всего.

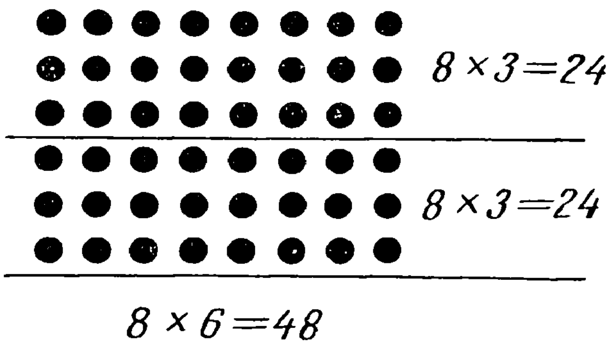



Рис. 39.

Данный прием табличного умножения может быть объяснен и проще. В равенстве $8 \times 6 = \underline{8+8+8} + \underline{8+8+8}$ подчеркиваются одной чертой первые 3 восьмерки и другой чертой — остальные 3 восьмерки. Учащиеся вычисляют, сколько составляют $8 \times 3$ и $8 \times 3$ и складывают полученные числа. Наряду с указанными выше комбинациями применимо разложение множителей и на другие слагаемые Однако работа учащихся, особенно слабоуспевающих, значительно облегчается, если при разложении множителей они применяют определенные сочетания слагаемых.

При изучении рассматриваемого действия из средств наглядности широко и с большой эффективностью может быть использована счетная таблица «Первая сотня», на которой можно иллюстрировать все случаи данного действия. (На рис 40 пока-

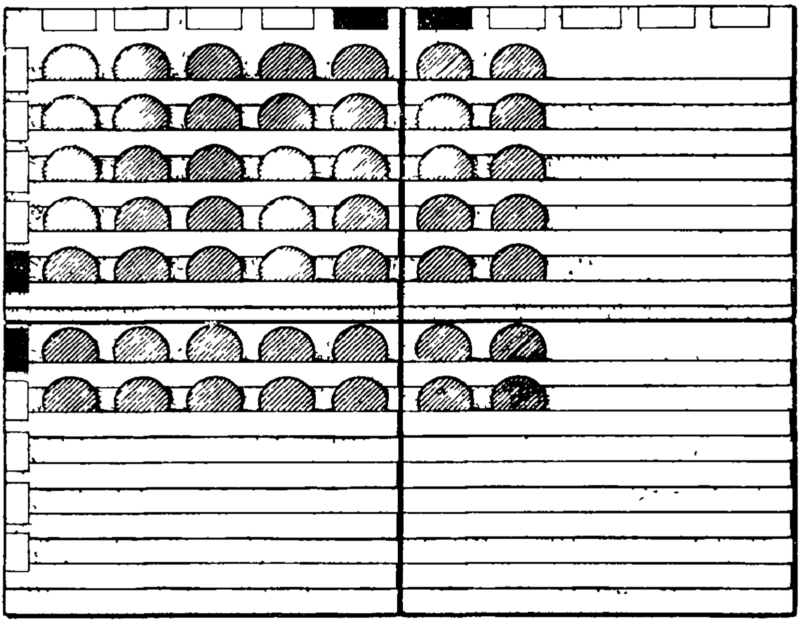


Рис 40

зано, как иллюстрируется на этом пособии пример: 7×7.) Целесообразно также применять черчение рядов клеток на доске и обведение их в тетрадях, а также раскладывание равных рядов кубиков (см рис. 35, стр. 194) и определение их числа посредством умножения. Такие упражнения содействуют не только лучшему усвоению умножения, но и подготовке к измерению площадей и объемов.

Заботясь о сознательном усвоении детьми приемов табличного умножения, следует в то же время добиваться, чтобы учащиеся знали таблицу умножения наизусть и прибегали к помощи приемов лишь в тех случаях, когда забыли тот или иной результат.

Полезно, чтобы каждый ученик сделал себе «Таблицу умножения», записывая каждый раз вновь изучаемые равенства на особом листке бумаги. Заучивание детьми равенств умножения по таким самодельно изготовленным таблицам эффективнее, чем по таблицам, напечатанным, например, на обложках тетрадей. Это легко объяснить тем, что при пользовании своей таблицей ученик невольно вспоминает, как она объяснялась в классе Печатная же таблица может не вызывать таких ассоциаций Положительно сказывается здесь также познавательная активность учащихся при изготовлении ими своих таблиц.

Такие таблицы некоторые учителя используют также при учете знаний Вызванный для ответа ученик сдает учителю свою таблицу умножения. В ходе опроса учитель отмечает условным знаком (скажем, синей «галочкой») примеры, с которыми ученик не справился. Эти пометки дают учителю возможность при последующем опросе проверить, как усвоены учеником равенства, которые раньше его затрудняли Условным знаком (например, красной «галочкой») учитель отмечает те из них, которые на этот раз ученик решил правильно.

Запоминанию равенств может способствовать настенная таблица умножения. Лучше всего, если равенства каждого случая умножения помещены на особом листе бумаги (на одном листе — равенства умножения 2, на другом — умножения 3 и т. д.), так как при этом условии легче фиксировать внимание учащихся на рассматриваемом случае умножения.

Чтобы учащиеся лучше запомнили таблицу, полезно часто упражнять их в записи результатов умножения (только результатов). Вот образец такого упражнения· «Записать числа, которые получаются от умножения числа 8 на 1, 2, 3, 4, 5, ..., 10».

Наибольшее внимание следует при этом уделять записи результатов умножения чисел 6, 7, 8, 9 ввиду трудности соответствующих случаев таблицы. Целесообразно, чтобы при таких записях учащиеся отделяли вертикальной (поперечной) черточкой первые 5 результатов (числа, которые получаются от умножения данного числа на 1, 2, 3, 4, 5) от вторых 5 результатов, например:

8 16 24 32 40 | 48 56 64 72 80

При подобном разграничении результатов детям легче запомнить, от умножения на какое число получается данный результат

После записи результатов умножения полезно каждый раз опрашивать детей, от умножения каких чисел получилось то или иное из записанных ими чисел Сначала при подобных опросах учащимся дается возможность обращаться к своим записям, затем опрос ведется при закрытых тетрадях.

Легко видеть, что при записи результатов умножения в определенном порядке (в одной строке — результаты умножения числа 1, под ними результаты умножения числа 2, затем чисел 3, 4, 5 и т. д.) можно получить таблицу Пифагора.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 | 80 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 | 90 |
| 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |

В готовом виде эта таблица может оказаться непонятной для многих учащихся, а потому может принести мало пользы. Другое дело, когда дети сами составляют такую таблицу. Помимо того, что это помогает запомнить результаты умножения, им легче затем пользоваться ею.

Чтобы фиксировать внимание учащихся на результатах табличного умножения, какие надо особо запомнить, можно — по аналогии с приведенной выше таблицей умножения 6 (стр. 196) — в каждом горизонтальном ряду таблицы Пифагора подчеркнуть цветным карандашом результаты тех равенств, которые в предшествующих рядах не встречались. Так, из результатов умножения 2 учащиеся подчеркивают все, кроме результата равенства $2\times1=2$, поскольку в предшествующем ряду уже встречалось равенство $1\times2=2$. Из результатов умножения 3 подчеркиваются все, кроме первых двух слева, из результатов умножения 4 — все, кроме первых трех слева и т. д. Легко видеть, что из результатов умножения 9 надо будет подчеркнуть только 81 и 90, а из результатов умножения 10 только число 100.

Полезно обратить внимание учащихся на особенность ряда результатов умножения 9 (9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90), где десятки каждого следующего числа больше десятков предшествующего числа на 1, а единицы — меньше на 1. Эту особенность детям легко будет понять, если при групповом счете, предшествующем изучению данного случая умножения, рекомендовать им пользоваться приемом округления, например: $9+9=9+10-1$; $18+9=18+10-1$; $27+9=27+10-1$ и т. д.

Важное значение имеет рациональный опрос учащихся, особенно на первых порах, когда таблица умножения еще слабо усвоена ими. Опрос полезно вначале вести по настенной или написанной на доске таблице с завешенными ответами, так чтобы дети могли каждый раз видеть пример, который им задается для решения. При положительных результатах такой проверки можно затем переходить к опросу, при котором учащиеся лишены возможности видеть задаваемые примеры.

Далее как при опросе по настенной таблице, так и при чисто устном опросе следует предлагать примеры в определенной последовательности, проверяя сначала, знают ли дети данную таблицу по порядку, и только при удовлетворительных результатах этой проверки можно затем задавать им эти примеры вразбивку, сначала из первой половины таблицы (умножение на 1—5), а затем из второй (умножение на 6—10). Такая последовательность в подборе примеров должна соблюдаться лишь на первых порах. В дальнейшем примеры предлагаются в смешанном порядке.

Чтобы избежать однообразия вопросов при проверке усвоения таблицы, целесообразно задавать не только примеры (положим, 7×3? 7×5? 7×8? 7×6?), но и задачи, например: «В неделе 7 дней. Сколько дней в 3 неделях? в 5 неделях? в 8 неделях? в 6 неделях?»

Чтобы учащиеся прочно запомнили таблицу умножения, необходимо повторять ее в течение длительного времени, при этом — для поддержания интереса учащихся и одновременно для их математического развития — полезно постепенно усложнять задания. Так, вместо того, чтобы находить результат умножения по данным сомножителям, от них требуется найти сомножители по данному произведению. Приведем образец такого задания «От умножения каких чисел (имеется в виду табличное умножение) получается 21? 24? 25? 27? 28? 30?» и т. д. Произведения могут при этом предлагаться по порядку или вразбивку.

Полезно, чтобы учащиеся определяли, от умножения какой из данных двух пар чисел получается больший (или меньший) результат, например: «Что больше: 6×6 или 5×7? На сколько 6×6 больше, чем 5×7?»

Примеры из таблицы умножения можно сравнивать не только в разностном, но и в кратном отношении, например: «Во сколько раз 7×6 больше, чем 7×3?»

**Деление.** К изучению каждого случая деления можно приступать после основательного усвоения соответствующего случая умножения. Для подготовки учащихся к изучению деления полезно давать им упражнения не только в нахождении произведений по данным сомножителям (например: 7×3; 7×6; 7×5; 7×4; 7×8 и т. д.), но и в нахождении одного из сомножителей по данному произведению и другому сомножителю (например: сколько раз нужно взять по 7, чтобы получить 28? Сколько раз нужно взять по 7, чтобы получить 42? и т. д.).

Упражнения в нахождении неизвестного сомножителя целесообразно вначале предлагать по настенной таблице умножения с закрытыми множителями (рис. 41). Затем аналогичные упражнения предлагаются в чисто устной форме.

Полезен и такой прием. В решенных на доске примерах на умножение учитель иногда стирает множители, предлагая учащимся восстановить стертые цифры. На первых порах полезно примеру на деление предпосылать соответствующий пример на умножение, положим· 6×7; 42 6. В дальнейшем примеры на деление предлагаются без подготовительных примеров на умножение, но при их решении надо возможно чаще практиковать проверку полученного результата посредством умножения.

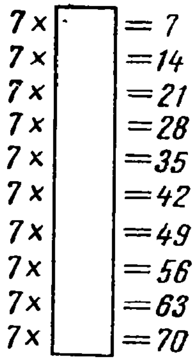


Рис 41

### Внетабличное умножение

Различают два случая внетабличного умножения на однозначное число и на двузначное. В первом случае на однозначное число умножают сначала десятки множимого, затем его единицы и полученные произведения складывают. Во втором случае однозначное число умножают сначала на десятки множителя, затем на его единицы и полученные произведения складывают. Легко видеть, что в обоих случаях по существу применяется один прием.

Но умножение круглых десятков на однозначное число знакомо учащимся, поскольку это действие изучается еще в I классе. Умножение же на круглые десятки — новое для них действие. Поэтому при изучении внетабличного умножения на двузначное число вначале рассматривается случай умножения на круглые десятки, а затем на любые двузначные числа

**Умножение двузначного числа на однозначное.** При изучении данного случая умножения целесообразно вначале брать примеры, в которых произведение единиц множимого на единицы множителя меньше 10 (например 11×9; 12×4; 32×3), затем примеры, в которых это произведение равно 10 или другому круглому числу (например: 12×5; 25×4), и, наконец, примеры, в которых от умножения единиц множимого на множитель получается некруглое двузначное число (например: 12×6; 25×3).

Прием внетабличного умножения обычно не затрудняет учащихся. При умножении 12 на 3 дети легко осмысливают, что 12 умножить на 3 значит 12 повторить 3 раза (12+12+12) Складываем десятки (10+10+10), затем единицы (2+2+2) Сложив затем 30 и 6, получаем 36. Эти действия можно проще выполнить так: 10×3=30; 2×3=6; 30+6=36.

Лучшему пониманию приема данного действия могут способствовать задачи, в особенности, если при их решении применять наглядность Возьмем задачу: «Карандаш стоит 12 коп. Сколько надо уплатить за 4 таких карандаша?»

Показывая детям монеты, которые надо уплатить за 1 карандаш и за 4 карандаша (4 монеты по 10 коп и 4 — по 2 коп.), легко довести их до понимания того, что для нахождения стоимости данной покупки нужно 10 умножить на 4, затем 2 умножить на 4 и полученные числа сложить.

Для лучшего усвоения приема внетабличного умножения полезно решать на доске и в тетрадях несколько примеров с подробной записью промежуточных вычислений, например:

$$\begin{array}{l} 18\times 3= \\ \hline 10\times 3=30 \\ \ \ 8\times 3=24 \\ 30+24=54 \end{array}$$

Для того чтобы внетабличное умножение подготовляло учащихся к внетабличному делению на двузначное число, полезно давать им, например, такие упражнения: умножить 12 (13, 14, 15, и т. д.) на 2, 3, 4, 5 и так далее до тех пор, пока будут получаться числа, меньшие 100.

В результате таких упражнений дети могут запомнить некоторые из этих произведений, что в дальнейшем облегчит им нахождение частного при делении на двузначное число. Следует однако решительно высказаться против заучивания детьми результатов умножения двузначных чисел на однозначные, так как заучивание результатов и табличного и внетабличного умножения может привести к перегрузке памяти учащихся и отрицательно сказаться на усвоении ими таблицы умножения.

**Умножение однозначного числа на круглые десятки.** При объяснении умножения однозначного числа на круглые десятки может быть использована задача: «Для детского дома куплено 30 лимонов по 2 руб. Сколько стоила эта покупка?»

Задача иллюстрируется. учитель рисует на доске 3 десятка лимонов или кружков, расположенных в 3 горизонтальные ряда. В беседе с детьми выясняется, что за первый десяток надо было уплатить 2 руб.$\times$10=20, за второй столько же и за третий столько же. Чтобы узнать, сколько стоила вся покупка, надо 20 руб. умножить на 3, получится 60 руб.

Итак,

$$\begin{array}{r} 2\times 30= \\ \hline 2\times 10=20 \\ 20\times \ \ 3=60 \end{array}$$

*Умножение однозначного числа на двузначное* обычно не представляет особых затруднений для учащихся, поскольку оно выполняется так же, как и умножение двузначного на однозначное.

## Внетабличное деление

Внетабличное деление включает деление: а) на однозначное число и б) на двузначное. Последний случай в свою очередь охватывает деление на круглые десятки и на любое двузначное число.

**Деление на однозначное число.** Различаются 2 случая деления на однозначное число: а) случай, когда и десятки и единицы делимого делятся без остатка на делитель (например: 48 : 2; 69 : 3), и б) случай, когда число десятков делимого не делится нацело на делитель (например: 30 : 2; 36 : 2; 51 : 3).

Первый из указанных случаев не представляет затруднений для учащихся. При решении же примеров на второй случай деления их нередко затрудняет выбор слагаемых, на какие надо разложить делимое. Для преодоления этого затруднения полезно в беседе с детьми предварительно выяснить, какие круглые числа до 100 легко делятся на 2, затем на 3, на 4 и т. д. Соответствующие числа можно для памяти даже записать на доске, например:

Легко делятся:

$$\overbrace{20\quad 40\quad 60\quad 80}^{\text{на } 2}\qquad \overbrace{30\quad 60\quad 90}^{\text{на } 3}\qquad \overbrace{40\quad 80}^{\text{на } 4}\qquad \overbrace{50}^{\text{на } 5}\quad \text{и т. д.}$$

При рассмотрении данного случая деления, например при делении 56 на 2, в беседе с детьми выясняем, какое наибольшее из круглых чисел, которые содержатся в числе 56, легко делится на 2. Делим на 2 сначала 40 (получается 20), затем остальные 16 единиц (получается 8). Складываем 20 и 8, получаем 28.

При изучении внетабличного деления в еще большей мере, чем при изучении внетабличного умножения, применима подробная запись промежуточных вычислений, например:

| 56 . 2 = | 76 : 4 = |
|---|---|
| 40 : 2 = 20 | 40 : 4 = 10 |
| 16 : 2 = 8 | 36 : 4 = 9 |
| 20+8 = 28 | 10+9 = 19 |

После же перехода к краткой записи необходимо, чтобы учащиеся устно объясняли решение многих примеров на это действие, пока не овладеют данным приемом в совершенстве.

**Деление на двузначное число.** Основной прием деления на двузначное число состоит в подборе частного путем умножения его на делитель. Этот прием, применяемый и при табличном делении, не является для детей новым; но применение его при внетабличном делении затрудняет многих учащихся.

При делении на круглые десятки (например, при делении 80 на 20) полезно первые примеры решать на предметах, раздавая, например, 8 десятков палочек нескольким ученикам, по 2 десятка каждому. При этом решение записывается так: 8 дес. : 2 дес. = 4. Целесообразно также проверять частное посредством умножения (60 : 30 = 2; 30×2 = 60).

Особенно большие трудности представляет для учащихся случай, когда делитель — некруглое двузначное число: нахождение частного здесь нередко удается им после многих проб. Целесообразно поэтому изучение его начинать с таких примеров, которые дают в частном числа 2 или 3, например: 32 : 16; 72 : 24, поскольку для нахождения частного здесь требуется мало проб. Затем переходят к решению примеров с бо́льшими частными, причем вначале целесообразно решать небольшие группы примеров с одним и тем же делителем, например: 60 : 12; 96 : 12; 72 : 12 или 52 : 13; 78 : 13; 91 : 13 и т. д. Решению каждой такой группы примеров на деление предпосылается решение соответствующих примеров на умножение, например, до решения приведенных выше примеров с делителем 12 детям предлагаются вопросы: Сколько получится, если 12 умножить на 2? на 3? на 4? на 5? на 6? на 7? на 8?

Переходя затем к изучению деления, берем задачу: «Мать купила детям несколько рубашек, по 12 руб. каждая. За все рубашки она уплатила 60 руб. Сколько рубашек куплено?» Выяснив в беседе с детьми, что для решения задачи надо 60 руб. разделить по 12 руб., подбирают результат посредством умножения. Предполагают, например, что мать купила 4 рубашки, но тогда она истратила бы 48 руб. Значит она купила больше рубашек. Вычисляем, сколько денег она израсходовала бы, если бы купила 5 рубашек. Получается 60 руб. Итак, куплено 5 рубашек.

При решении таких примеров, как 66 : 22, некоторые учащиеся допускают грубые ошибки, получая в частном 33 (вместо 3). Во избежание таких ошибок при внетабличном делении на двузначное число полезно проверять каждое частное путем умножения его на делитель. Целесообразно также при решении некоторых примеров применять наглядность. Можно, например, взять полоску бумаги длиной 66 *см* и предложить детям узнать, сколько полосок, длиной 22 *см* каждая, выйдет из большой полоски. Задача решается практически, затем записывают ее решение.

### Деление с остатком

Для успешного изучения деления с остатком сначала решают примеры с делителем 2, затем с делителем 3 и т. д. до 9. После этого переходят к решению смешанных примеров с разными делителями. Чтобы облегчить детям нахождение частного при рассмотрении каждого из указанных случаев, вначале подряд решают по 2 примера с одинаковыми частными: один пример на деление без остатка, а другой на деление с остатком. Лишь после решения нескольких таких примеров учащимся предлагаются смешанные примеры с данным делителем, без подготовительных примеров на деление без остатка. Приведем образцы примеров с делителем 2:

$$\begin{array}{cccc} 12:2 & 16:2 & 9:2 & 7:2 \\ 13:2 & 17:2 & 15:2 & 11:2 \end{array}$$

Подобным образом располагаются примеры с другими делителями. На более трудные случаи деления, разумеется, решается и больше примеров.

Для подготовки учащихся к решению примеров с данным делителем (например, с делителем 7) полезно предложить им предварительно такие вопросы:

Какие числа от 1 до 70 делятся без остатка на 7?

Какие числа от 20 до 30 делятся без остатка на 7? Какие числа от 30 до 40 делятся без остатка на 7? и т. д.

Какое ближайшее к 37 (45, 52 и т.д.) меньшее число делится без остатка на 7?

Учащиеся получают иногда в остатке число, большее делителя. Так, при делении 52 на 8 некоторые дети получают в частном 5 и в остатке 12. Для предупреждения таких ошибок следует разъяснять учащимся, что при делении надо искать наибольшее число, которое приходится на каждую из равных частей, на какие делится данное число, и что остаток должен быть меньше делителя. Полезно также выяснять, какие числа могут получиться в остатке при делении на данное число, какой наибольший остаток может быть получен, например: может ли при делении на 8 получиться в остатке 9? 7? 11? 5? Какой наибольший остаток может получиться при делении на 7? на 5? на 9?

При делении с остатком в школьной практике иногда применяется следующая форма записи:

$$43 : 5 = 8\ (3)$$

В частном здесь как бы получилось 8 и 3 в периоде. Подобные записи совершенно недопустимы Вместо этого запись деления с остатком следует оформлять так:

$$43 : 5 = 8\ (\text{ост}\ \ 3).$$

Наряду с этой формой записи полезно при решении некоторых примеров на деление с остатком в пределе 100 использовать запись, аналогичную той, какая применяется при письменном делении, например:

$$\begin{array}{r|l} -43 & 5 \\ \cline{2-2} 40 & 8 \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

Такая запись может существенно облегчить детям изучение письменного деления в пределе 1 000.

## ГЛАВА ВОСЬМАЯ

# ПЕРВАЯ ТЫСЯЧА

Первая тысяча выделяется в особый концентр потому, что здесь изучается нумерация чисел первого класса и вводятся письменные вычисления. Этот концентр подготовляет детей к изучению многозначных чисел и действий над ними.

### НАГЛЯДНЫЕ ПОСОБИЯ

В школьной практике при изучении концентра «Первая тысяча» широко применяются классные счеты и арифметический ящик.

Проверенные в течение многих десятилетий, классные счеты оказались высоко эффективным наглядным пособием по арифметике. Необходимо, однако, иметь в виду следующее:

а) наглядность, достигаемая с помощью этого пособия, является условной, поскольку на счетах числа иллюстрируются единицами (косточками), значение которых условно зависит от того места, на котором они находятся;

б) в силу горизонтального положения проволок получается несоответствие между расположением цифр при записи числа и расположением косточек на счетах. Так, отложив на счетах 2 сотни, 3 десятка и 5 единиц, ученик при записи числа пишет цифры 235 рядом, а не одну под другой, как отложены на счетах косточки.

Что касается арифметического ящика, то малые размеры кубиков и брусков снижают их эффективность в качестве классного пособия.

Отсюда возникает необходимость в наглядном пособии, которое могло бы быть использовано в дополнение к классным счетам и арифметическому ящику. Таким пособием может быть сконструированный нами и проверенный на практике «Предметный абак» (рис. 42).

Это пособие представляет собой лист картона (размером 70×30 *см*), разделенный вертикальными линиями на 3 равные части первая часть справа предназначена для иллюстрирования простых единиц, вторая — десятков и третья — сотен. В каждом из трех отделений абака на равном расстоянии друг от друга прикреплены (пришиты) одежные крючки (если нет готовых крючков, можно их сделать из проволоки). Крючки предназначены для того, чтобы на них вешать демонстрируемый счетный материал. Плоскость абака разрезана по горизонтали на 2 равные части, которые скреплены между собой матерчатым корешком. Последний дает возможность складывать абак вдвое, что облегчает его хранение. Главное же назначение корешка — четко разграничить 5 крючков-вешалок в верхней части каждой из 3 колонок абака и 5 крючков нижней части. Благодаря этому легче сосчитать демонстрируемое число единиц отдельных разрядов.

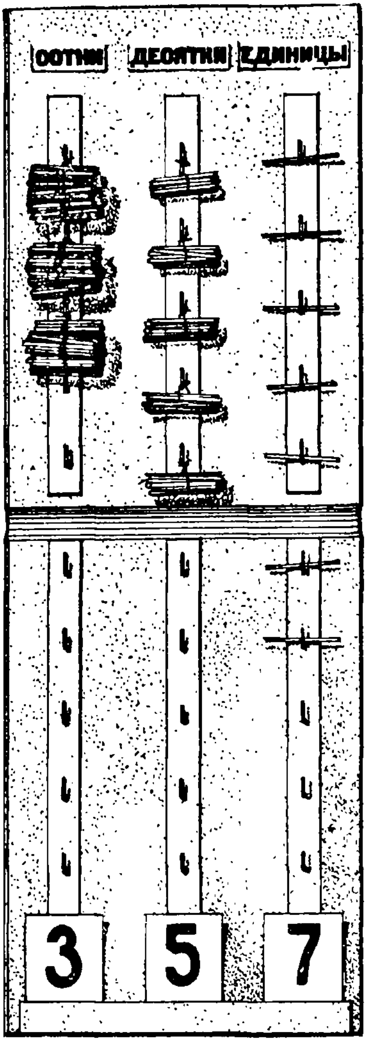


Рис. 42.

В качестве демонстрационного материала на предметном абаке используются палочки и кружки. Палочки, представляющие собой очищенные от серы спички, связываются при помощи мягкой тонкой проволоки в пучки-десятки, а последние — в пучки-сотни[1]. Конец проволоки изгибается так, чтобы можно было подвешивать пучки палочек на упомянутые выше крючки[2]. Отдельные палочки-единицы не вешаются на крючки, а вставляются в них в горизонтальном положении. Так как палочка слегка прижимается крючком, то она в достаточной мере устойчива.

[1] Для изготовления палочек можно привлечь учащихся, предлагая каждому из них принести из дому 30—40 очищенных от серы спичек. Спички дети связывают дома в пучки-десятки.

[2] Вместо проволоки для связывания десятков и сотен палочек можно использовать нитки. В последнем случае из ниток делаются петельки, при помощи которых пучки палочек вешаются на крючки абака.

К нижнему краю пособия приклеена полоска картона так, что между верхней ее частью и плоскостью абака образуется паз, в который вставляются карточки с цифрами, соответствующими демонстрируемым на абаке единицам отдельных разрядов. (Паз образуется благодаря тому, что полоска картона приклеивается к плоскости абака лишь снизу и с боков, верхний же ее край остается свободным.)

С помощью сотен, десятков и отдельных палочек можно на предметном абаке иллюстрировать любое одно-дву- или трехзначное число. Так, надлежащим образом выставив 3 сотни, 5 десятков и 7 единиц, получаем 357 (рис. 42).

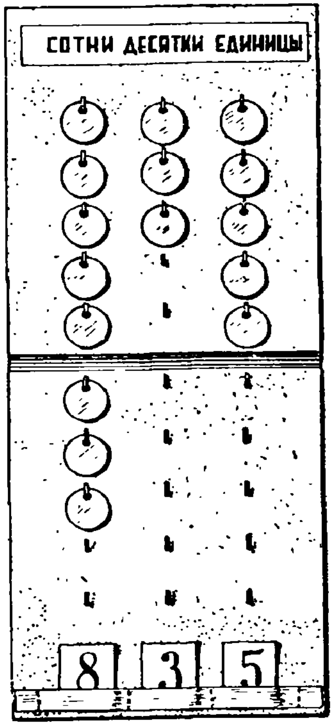


Рис. 43

При изучении нумерации на предметном абаке в качестве демонстрационного материала вначале используются палочки, а затем кружки. При пользовании последними постепенно совершается переход от реальной наглядности к условной. Так, числа 20, 30, 40 и т. д. вначале иллюстрируют соответствующим числом кружков, связанных десятками; потом детям разъясняют, что потребовалось бы слишком много кружков и что поэтому условно во втором ряду (на втором месте справа) каждый кружок будет означать д е с я т о к. Переход от реальной к условной наглядности облегчается здесь тем, что зрительное восприятие одного кружка на абаке незначительно разнится на расстоянии от зрительного восприятия скрепленных вместе 10 кружков. Таким же образом выясняется, что каждый кружок на третьем месте справа условно означает с о т н ю.

Предметный абак может быть использован при изучении не только нумерации, но и некоторых действий в пределе 100 и 1 000.

Вместо описанного предметного абака, в школьной практике нередко ограничиваются применением абака, на котором числа изображаются только кружками. В зависимости от того, в каком вертикальном ряду абака вешаются кружки, они условно означают единицы, десятки, сотни (рис. 43). На таком абаке, как и на предметном, демонстрационный материал располагается вертикально, благодаря чему достигается соответствие между письменным изображением числа и его изображением на пособии. Но на обычном абаке применяется исключительно условная наглядность. Предметный же абак, как было показано выше, позволяет постепенно переводить учащихся от реальной к условной наглядности. В этом его несомненное достоинство.

Предметный абак сложнее изготовить. Зато применение его способствует более успешному формированию понятия о нумерации целых чисел, одного из основных понятий курса начальной арифметики. Однажды изготовленный, предметный абак может быть использован в течение многих лет. Не следует поэтому жалеть сил на изготовление этого пособия, в чем, в частности, могут принять активное участие дети. Необходимо, однако, помнить, что предметный абак является лишь дополнением к основному наглядному пособию, каким являются классные счеты.

Полезным пособием является также 10-и метровая рулетка, на ленте которой можно показать любое число сантиметров в пределе 1 000.

## УСТНАЯ И ПИСЬМЕННАЯ НУМЕРАЦИЯ

В пределе 1 000, как и в пределе 100, сначала изучается устная нумерация, а затем письменная.

**Устная нумерация.** Изучению устной нумерации в пределе 1 000 предпосылается повторение нумерации в пределе 100. Счет сотнями вводится примерно так Учащимся предлагается сосчитать данные им палочки, связанные пучками десятками. Сначала счет ведется десятками. Затем выясняется, что легче сосчитать палочки, если каждые 10 десятков объединить в сотню. Счет сотнями ведется двояко: а) одна сотня, две сотни, три сотни и т. д.; б) сто, двести, триста и т. д. При счете сотнями внимание учащихся обращается на то, что сотня, как и десяток, составная единица и что сотнями считают так же, как единицами

Соотношение между рассмотренными счетными единицами полезно записать так:

10 единиц составляют 1 десяток.
10 десятков » 1 сотню.
10 сотен » 1 тысячу.

Чтобы сделать понятие о сотне, как счетной единице, возможно более четким полезно давать упражнения в отсчитывании 5 сотен. 5 десятков и 5 единиц, палочек; 3 сотен, 3 десятков, 3 единиц; 7 сотен, 7 десятков, 7 единиц и т. п.

После ознакомления учащихся с сотнями надо дать им понятие о ряде чисел первой тысячи. Счет ведется сначала по одному: сто, сто один, сто два и т. д. положим, до 120. Но так считать долго и утомительно. Поэтому переходят затем к счету группами, положим, к 120 прибавляют по 10, пока не получится 200, к 200 прибавляют по 20, пока не получится 400, к 400 прибавляют по 50, пока не получится тысяча. Счет следует по возможности связывать с жизнью. Можно, например, сказать учащимся: «Надо пробежать 500 *м* (800 *м*, 1000 *м*). Будем через каждые 5 *м* (10 *м*, 20 *м*, 50 *м*) считать, сколько метров мы уже пробежали».

(Аналогичным образом можно вести счет в связи с плаванием, хождением на лыжах, ездой в автомобиле и др.)

Указанные упражнения в счете дополняются счетом по одному в определенных узких пределах. Образцы таких упражнений:

Считать по одному от 488 до 501, от 796 до 804 и т. п.

Назвать 5 чисел, следующих за числом 698.

Считать в обратном порядке от 904 до 896.

При изучении устной нумерации следует уделять много внимания также упражнениям: а) в образовании чисел из сотен, десятков и единиц и б) в разложении трехзначных чисел на входящие в их состав счетные единицы.

Учащимся, например, предлагается: а) образовать и назвать число, которое состоит из 3 сотен, 2 десятков и 8 единиц; из 4 сотен, 6 десятков; из 5 сотен, 2 единиц и т. п.; б) сказать, из скольких сотен, десятков и единиц состоит число 526, 713, 806, 940, и т. п.

Упражнения в образовании чисел из счетных единиц выполняются сначала на палочках, затем без применения наглядности При иллюстрировании чисел с помощью наглядного счетного материала единицы кладутся на первом месте справа, десятки — на втором и сотни — на третьем Еще лучше размещать их в соответствующих отделениях предметного абака.

**Письменная нумерация**. В начале изучения письменной нумерации берутся числа, в изображении которых нет нулей, например, 236, 325, 542. Первые числа составляются из палочек (сотен десятков и единиц) и демонстрируются на предметном абаке Под палочками на абаке цифрами обозначается, сколько сотен десятков и единиц в данном числе (рис 42). Далее начинают иллюстрировать числа на абаке с помощью кружков, постепенно переходя при этом от реальной к условной наглядности (на рис. 43 показано, как условно демонстрируется на абаке число 835)

После нескольких таких упражнений начинают одновременно с иллюстрированием чисел на абаке откладывать их на счетах, записывать цифрами в нумерационной таблице и вне ее. Вызываются, например, три ученика один составляет число (например, 548) на абаке с помощью кружков, другой откладывает его на счетах, третий записывает число в нумерационной таблице или вне ее, на доске.

Постепенно переходят к чтению и записи чисел без помощи наглядных пособий, при этом выясняют десятичный состав данных чисел (из скольких сотен, десятков и единиц состоит каждое из них)

После усвоения нумерации чисел, в изображении которых нет нулей, переходят к записи чисел, в изображении которых имеется один или два нуля, при этом соблюдается примерно та же последовательность, какая была указана выше.

Особое внимание при изучении письменной нумерации следует уделять числам, в названии которых много общего (например: 319 и 390; 32, 302 и 320; 806, 86 и 860), вследствие чего дети нередко допускают ошибки при обозначении их цифрами. Полезно, чтобы учащиеся составляли одну-две группы таких чисел из палочек (или кубиков), прежде чем записывать их цифрами.

Целесообразны также упражнения вроде следующих:

Придумать и записать трехзначное число, в котором: а) цифра 2 означала бы сотни; б) цифра 2 означала бы десятки; в) цифра 2 означала бы единицы. Написать наибольшее трехзначное число, которое можно обозначить с помощью цифр 2, 7, 0. Написать наименьшее трехзначное число, которое можно обозначить с помощью этих цифр.

Чтобы дети лучше поняли выгоду, какую дает поместное значение цифр, целесообразно несколько чисел записать двояко, так:

5 сотен 8 десятков 4 единицы; 584.

Учитель разъясняет детям, что вместо того, чтобы записывать названия счетных единиц, условились: на первом месте справа писать единицы, на втором — десятки, на третьем — сотни.

Помимо упражнений в чтении и записи чисел, проводятся упражнения: а) в образовании чисел из данных счетных единиц и б) в разложении данных чисел на счетные единицы. Образцы таких упражнений:

а) 3 сот. 2 дес. 8 ед.$=$328;

б) 256$=$2 сот. 5 дес. 6 ед.

Полезны также упражнения в раздроблении и превращении счетных единиц. При этом уместно знакомить учащихся лишь с термином «раздробить», которым пользуются при объяснении деления. Термин «превратить» пока можно не употреблять, формулируя соответствующие задания примерно так: «Сколько десятков составляют 120 единиц? Сколько сотен составляют 30 десятков?» и т. п.

Раздробление и превращение вначале выполняется на палочках или кубиках, например: при раздроблении 3 сотен в десятки учащиеся берут 3 сотни палочек и, развязав пучки, получают из каждого 10 десятков, а всего 30 десятков.

Наряду с раздроблением и превращением счетных единиц проводятся упражнения в раздроблении рублей в копейки и метров в сантиметры, а также соответствующие упражнения в превращении, причем полезно вначале применять наглядность. По заданию учителя, дети показывают на рулетке какое-либо число метров (например, 3 *м*) или метров и сантиметров (например, 2 *м* 30 *см*) и вычисляют, сколько сантиметров составляет каждое из этих чисел.

Учащимся предлагают показать 300 *см* (145 *см*, 560 *см*) и записать, сколько метров и сверх того сантиметров содержится в каждом числе.

После ряда упражнений с применением наглядности переходят к раздроблению и превращению данных мер без помощи наглядных пособий.

## СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ В ПРЕДЕЛЕ 1000

Легкие случаи сложения и вычитания (как и других действий) в пределе 1 000 выполняются с помощью устных приемов вычислений, более трудные — с помощью письменных.

### Устное сложение и вычитание

Устные вычислительные приемы легко применимы во всех случаях сложения и вычитания без перехода через сотню и в более легких случаях с переходом через сотню.

Сложение без перехода через сотню аналогично сложению в пределе 10, 20 и 100. Так, случаи 300+500, 204+3, 408+2 или 204+103, 408+302 аналогичны случаям сложения в пределе 10. Случаи 310+6, 512+5, 409+8 или 310+206, 512+305, 409+108 аналогичны случаям сложения в пределе 20. Случаи 230+50 или 230+450, а также 250+6; 521+43; 657+5 или 250+106, 521+443, 657+205, 836+128 аналогичны случаям сложения в пределе 100.

Точно так же случаи вычитания в пределе 1000 без перехода через сотню аналогичны случаям вычитания в пределе 10, 20 и 100.

Легко видеть, что новым при решении примеров на сложение и вычитание в пределе 1000 без перехода через сотню является сложение или вычитание сотен. В остальном решение этих примеров сводится к сложению или вычитанию в пределе 10, 20 или 100. На сложение и вычитание сотен, например: 600+300; 800−600 сводится к сложению и вычитанию в пределе 10 (6 сот.+3 сот.=9 сот., или 900; 9 сот.— 6 сот.=3 сот., или 300). При сложении и вычитании в пределе 1 000 без перехода через сотню, таким образом, в основном используются те же приемы вычислений, что и в пределе 100.

Но при устном выполнении действий в пределе 1 000 учащимся приходится удерживать в памяти значительно больше чисел, чем в пределе 100. Это делает некоторые из рассмотренных случаев сложения и вычитания трудными для устного выполнения. Такие более трудные примеры на сложение и вычитание можно на первых порах решать письменно, предлагая их для устного решения значительно позже.

Что касается сложения и вычитания с переходом через сотню, то с помощью устных приемов они легко выполнимы лишь в немногих случаях. К таким случаям относятся:

а) сложение или вычитание круглых двузначных и трехзначных чисел, например:

| | | |
|---|---|---|
| 80 + 40; | 280 + 40; | 280 + 140; |
| 130 — 50; | 430 — 50; | 480 — 250. |

б) Сложение двузначных и трехзначных чисел с однозначными числами, круглыми десятками или круглыми сотнями, например:

| | | |
|---|---|---|
| 95 + 8 | 84 + 50 | 156 + 200 |
| 295 + 8 | 184 + 50 | 300 + 145 |

в) Вычитание однозначных чисел, круглых десятков или круглых сотен из трехзначных, например:

104 — 6;   304 — 6;   125 — 40;   568 — 300.

Приемы устного сложения и вычитания в пределе 1000 с переходом через сотню в определенной мере также аналогичны приемам этих действий в пределе 100. Так, при решении примера 80+60 обычно число 80 дополняют до 100 и к полученной сотне прибавляют оставшиеся единицы второго слагаемого. Нетрудно видеть, что используемый здесь прием имеет много общего с приемом решения примера 8+6, где первое слагаемое также дополняют до ближайшего круглого числа, к которому затем прибавляют оставшиеся единицы второго слагаемого. Пример 80+60 можно решать и так: 8 дес.+6 дес.=14 дес., или 140. В этом случае его решение сводится непосредственно к сложению в пределе 20.

Рассмотрению каждого случая устного сложения или вычитания в пределе 1 000 полезно предпослать повторение соответствующего случая этих действий в пределе 100. Опыт показывает, что этого обычно достаточно, чтобы учащиеся легко перенесли данный прием на соответствующий случай сложения или вычитания в пределе 1 000.

При сложении и вычитании в пределе 1 000 используются не только общие, но и частные вычислительные приемы, а именно:

а) Округление данных чисел, например:

$$299 + 57 = 300 + 57 - 1 = 356,$$
$$256 - 99 = 256 - 100 + 1 = 157.$$

б) Перестановка и группировка слагаемых, например:

$$186 + 58 + 14 = (186 + 14) + 58 = 200 + 58 = 258.$$

Указанные выше случаи устного сложения и вычитания в пределе 1 000 вводятся не сразу При изучении концентра «Первая тысяча» рассматриваются сложение и вычитание круглых сотен и круглых десятков Остальные случаи устного сложения и вычитания в пределе 1 000 вводятся параллельно с изучением сложения и вычитания многозначных чисел в III и IV классах.

## Письменное сложение

Для успешного выполнения письменного сложения надо уметь: а) правильно и бегло складывать однозначные числа и б) превращать единицы одного разряда в единицы следующего высшего разряда. Изучению письменного сложения должны поэтому предшествовать упражнения в устном сложении единиц отдельных разрядов, например:

$$5 + 3 + 7 + 4 + 9; \quad 20 + 60 + 30 + 70; \quad 300 + 200 + 400.$$

При этом сложение десятков и сотен полезно свести к сложению единиц, например:

$$50 + 60 + 70 = 5 \text{ дес.} + 6 \text{ дес.} + 7 \text{ дес.} = 18 \text{ дес.} =$$
$$= 1 \text{ сот. } 8 \text{ дес.} = 180;$$
$$300 + 200 + 400 = 3 \text{ сот.} + 2 \text{ сот.} + 4 \text{ сот.} = 9 \text{ сот.} = 900$$

Особое внимание следует уделять примерам, в которых одно из слагаемых — нуль, например: 6+0; 0+4, поскольку такие случаи часто встречаются при письменном сложении.

Для подготовки к письменному сложению полезны также упражнения в превращении разрядных единиц, например: сколько десятков и сверх того единиц содержится в числах 13? 24? 32? Сколько сотен и сверх того десятков составляют 14 десятков? 17 десятков? 23 десятка?

Письменное сложение целесообразно проходить в такой последовательности:

1. Сумма единиц каждого разряда меньше 10, например: 458+231; 241+56; 347+50.

2. Сумма единиц первого разряда равна 10, например: 347+23; 218+532.

3. Сумма единиц первого разряда больше 10, например: 524+38; 238+157.

4. Сумма единиц второго разряда равна 10, например: 235+72; 314+292.

5. Сумма единиц второго разряда больше 10, например: 364+65; 563+284.

6. От сложения единиц и первого и второго разряда получается 10 или больше 10, например: 326+74; 418+382; 257+84; 632+189.

Изучение первого из указанных случаев начинают со сложения двух трехзначных чисел и лишь затем переходят к сложению трехзначного числа с двузначным или однозначным, поскольку здесь учащимся труднее правильно подписывать слагаемые, чем при сложении трехзначных чисел. В остальных же случаях представляется целесообразным начинать со сложения трехзначных чисел с двузначным, а при введении второй и третьей ступени—даже с однозначными, так как эти случаи легче, чем сложение трехзначных чисел; подписывание же слагаемых с неравным числом знаков обычно здесь уже не затрудняет учащихся. Так, при введении второго из указанных выше случаев полезно начать с таких примеров, как 324+6, 572+8 и т. п., затем решить такие примеры, как 214+36, 643+27 и т. п., и лишь после этого перейти к примерам, в которых оба слагаемых — трехзначные числа.

При введении первого из указанных выше случаев сложения данный пример (положим, 231+458) решают сначала устно (200+400=600; 30+50=80; 1+8=9; 600+80+9=689). Затем этот пример решают письменно: учитель записывает его «столбиком», предлагает учащимся сложить единицы и записывает с их слов полученный результат под единицами. Затем также складываются десятки и сотни. В беседе с детьми выясняют, что при устном решении этого примера складывали сотни с сотнями, десятки с десятками и единицы с единицами. При письменном решении делали то же, только начинали сложение с единиц. П и с ь м е н н о е  с л о ж е н и е  н а ч и н а ю т  с  е д и н и ц. При рассмотрении данного случая письменного сложения не представляется возможным объяснить детям, почему удобнее начинать действие с единиц. Соответствующее объяснение дается позже, при изучении более трудных случаев сложения, где сначала пример решают, начиная с единиц, а затем, начиная с сотен. В беседе выясняют, почему данное действие лучше начинать с единиц.

Изучение первого из указанных выше случаев сложения возможно без наглядных пособий. В случаях же, когда сумма единиц отдельных разрядов равна или больше 10, применяется наглядность. Данные числа (например: 238 и 327) иллюстрируются с помощью палочек на предметном абаке. Сначала выставляют число палочек, равное первому слагаемому. К 8 палочкам прибавляют 7 палочек, из полученных 15 палочек выделяют 1 десяток, прибавляют его к десяткам и т. п. После выполнения действия на палочках записывают его на доске и в тетрадях.

При решении первых примеров на более трудные случаи сложения, как и других действий в пределе 1 000, полезно над цифрами каждого разряда записывать название единиц, например:

$$\begin{array}{rccc} & \text{с.} & \text{д.} & \text{ед.} \\ + & 5 & 7 & 8 \\ & 3 & 1 & 9 \\ \hline & 8 & 9 & 7 \end{array}$$

Такая запись помогает учащимся лучше осознать, под единицами каких разрядов они каждый раз выполняют действие, и, следовательно, лучше понять действие в целом.

В начале изучения сложения от учащихся требуется подробное объяснение действия, например: надо сложить 275 и 468. Подпишем данные числа так, чтобы единицы стояли под единицами, десятки под десятками и сотни под сотнями. Проведем черту. Слева поставим знак сложения:

$$\begin{array}{r} +\,275 \\ 468 \\ \hline \end{array}$$

Начнем сложение с единиц. 5 да 8 — будет 13 единиц; 13 единиц составляют 1 десяток и 3 единицы; 3 единицы пишем под единицами, а 1 десяток прибавим к десяткам; 1 десяток да 7 десятков — 8 десятков, да еще 6 десятков — 14 десятков; 14 десятков составляют 1 сотню и 4 десятка; 4 десятка пишем под десятками, а 1 сотню прибавим к сотням; 1 сотня да 2 сотни будет 3 сотни, да еще 4 сотни — всего 7 сотен; записываем их под сотнями. Получилось 743.

В дальнейшем переходят к более краткому объяснению сложения, например: 5 да 8 — 13. 3 пишу, 1 запоминаю; 1 да 7 — 8, да 6 — 14, 4 пишу, 1 запоминаю; 1 да 2 — 3, да 4 — 7. Получилось 743.

К краткому объяснению, однако, можно переходить тогда, когда учащиеся вполне усвоили действие и умеют хорошо объяснять его подробно, когда можно быть уверенным, что и при кратком объяснении они будут выполнять вычисления сознательно, а не механически. Но и после перехода к краткому объяснению полезно время от времени требовать от учащихся подробного объяснения действия в особенности, если возникает сомнение, выполняют ли они его осмысленно. Сказанное здесь о подробном и кратком объяснении относится не только к сложению, но и к другим действиям и не только в пределе 1 000, но и в любом пределе.

### Письменное вычитание

Для успешного изучения письменного вычитания учащиеся должны уметь: а) безошибочно и бегло выполнять табличное вычитание и б) раздроблять единицы высшего разряда в единицы следующего низшего разряда. Для подготовки к письменному вычитанию поэтому полезны такие устные упражнения, как 13 — 9; 17 — 8; 150 — 60; при этом вычитание десятков и сотен сводят к вычитанию единиц, например. 150 — 60 = 15 дес. — 6 дес. = = 9 дес., или 90; 900—700 = 9 сот. — 7 сот. = 2 сот., или 200.

Целесообразны также упражнения в раздроблении единиц высших разрядов в единицы следующего низшего разряда, например: сколько десятков составляет 1 сотня и 1 десяток? 1 сотня и 6 десятков? 1 сотня и 4 десятка?

При решении таких примеров, как 684 — 360; 753 — 201; 807—503, учащиеся встречаются с новым для них случаем вычитания нуля. Некоторых учащихся затрудняет также случай, когда в результате вычитания единиц отдельных разрядов получается 0, например: 586 — 236. Для подготовки к письменному вычитанию поэтому полезны упражнения в решении таких примеров, как 7 — 0; 9 — 0; 1 — 0; 8 — 8; 0 — 0.

Письменное вычитание изучается в такой последовательности:

1. При вычитании не приходится занимать единицы какого-либо разряда уменьшаемого, например: 685 — 324; 487 — 52; 756 — 326; 928 — 705.

2. Приходится занимать десяток в случае, когда единицы уменьшаемого равны нулю, например: 380 — 25; 760 — 316.

3. Приходится занимать десяток в случае, когда единицы уменьшаемого не равны нулю, например: 652 — 24; 872 — 246.

4. Приходится занимать сотню в случае, когда десятки уменьшаемого равны нулю, например:

608 — 54; 907 — 246.

5. Занимать приходится сотню в случае, когда десятки уменьшаемого не равны нулю, например:

725 — 42; 618 — 254.

6. Занимать приходится и десяток и сотню в случае, когда уменьшаемое оканчивается нулем или изображено не равными нулю цифрами, например: 840 — 68; 920 — 154; 721 — 47; 456 — 288.

7. Занимать приходится и десяток и сотню в случае, когда уменьшаемое оканчивается двумя нулями или когда в середине уменьшаемого стоит нуль, например:

400 — 52; 800 — 347; 601 — 48; 904 — 786.

По соображениям, указанным выше в отношении сложения, при изучении первого случая вычитания решают примеры на вычитание из трехзначных чисел сначала трехзначных чисел, а затем двузначных и однозначных.

При рассмотрении второго, третьего и седьмого случаев лучше начинать с вычитания однозначных чисел, а при введении четвертого, пятого и шестого случаев — с вычитания двузначных. Так, при изучении седьмого случая полезно начать с решения таких примеров, как 200 — 4, 500 — 6 и т. п., затем перейти к вычитанию двузначных чисел, а потом трехзначных. Объяснение первого из указанных выше случаев вычитания проводится по аналогии с соответствующим случаем сложения.

При объяснении более трудных случаев вычитания применима наглядность. Целесообразно также исходить из задачи. Так, при введении седьмой ступени можно взять задачу:

«В ларьке было 300 карандашей. Одному покупателю продали 6 карандашей. Сколько карандашей осталось?»

Задача инсценируется: один ученик изображает продавца, другой — покупателя. Первый ученик берет 3 сотни палочек и, раздробляя (развязывая) сначала 1 сотню в десятки, а затем 1 десяток — в единицы, дает «покупателю» 6 карандашей, после чего у него остается 2 сотни 9 десятков 4 единицы, или 294. После выполнения действия на палочках пример решают на доске и в тетрадях.

При письменном вычитании над цифрой того разряда, у которого занимают единицу, ставят точку, так как без этого учащиеся могут забыть, где они заняли единицу, и допустить ошибку в вычислении.

Письменное вычитание дети вначале объясняют подробно, примерно так: «От 574 надо отнять 248. Подпишем меньшее число под бо́льшим так, чтобы единицы стояли под единицами, десятки под десятками и сотни под сотнями. Слева ставим знак вычитания и начинаем вычитание с единиц.

$$\begin{array}{r} 574 \\ -\,248 \\ \hline \end{array}$$

От 4 единиц отнять 8 единиц нельзя. Занимаем один десяток, а чтобы не забыть, что мы заняли десяток, ставим точку над цифрой 7. Десяток раздробляем в единицы, 10 единиц да 4 единицы будет 14. От 14 единиц отнимаем 8 единиц, получается 6 единиц; пишем их под единицами. От 6 десятков отнимаем 4 десятка, получаем 2 десятка; пишем их под десятками. От 5 сотен отнимаем 2 сотни, получаем 3 сотни; пишем их под сотнями. Получилось 326».

В дальнейшем переходят к более краткому объяснению вычитания, например: «От 4 отнять 8 нельзя. Занимаем 1 десяток. От 14 отнять 8, получится 6. От 6 отнять 4, получится 2, от 5 отнять 2, получится 3. Получилось 326».

При закреплении навыков сложения и вычитания для лучшего осознания детьми зависимости между данными и результатами этих действий полезно решать такие взаимно обратные примеры, как:

| | | | |
|---|---|---|---|
| а) | $236 + 478 = 714$; | $714 - 236$; | $714 - 478$; |
| б) | $520 - 348 = 172$; | $348 + 172$. | $520 - 172$ |

## УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ В ПРЕДЕЛЕ 1000

### Устное умножение и деление

Устное умножение и деление в пределе 1 000 охватывает следующие случаи:

1. Умножение круглых сотен на однозначное число, например $200 \times 3$, и соответствующие случаи деления, например $600 : 3$.

2. Умножение двузначных чисел, оканчивающихся нулем, на однозначное число, например $80 \times 7$, и соответствующие случаи деления, например $560 : 7$.

3. Умножение трехзначных чисел, оканчивающихся нулем, на однозначное число, например $120 \times 6$, и соответствующие случаи деления, например $720 : 6$.

Приемы устного умножения и деления в пределе 1 000 аналогичны тем, какие используются при выполнении этих действий в пределе 100. Так, умножение 200 на 3 сводится к умножению 2 на 3 (2 сот.$\times 3 = 6$ сот., или 600), умножение 80 на 6 сводится к умножению 8 на 6 (8 дес.$\times 6 = 48$ дес., или 480), деление 720 на 4 сводится к делению 72 на 4 (72 дес.$: 4 = 18$ дес., или 180) и т. д. При делении 720 на 4 можно использовать и такой прием:

$$\begin{array}{l} 720 : 4 = \\ \hline 400 : 4 = 100 \\ 320 : 4 = \ \ 80 \\ 100 + 80 = 180 \end{array}$$

Но и этот прием аналогичен приему деления 72 на 4.

Рассмотрению каждого случая устного умножения и деления в пределе 1 000 следует поэтому предпосылать повторение приема соответствующего действия в пределе 100, добиваясь, чтобы учащиеся самостоятельно перенесли этот прием на числа первой тысячи.

Сознательному усвоению рассматриваемых действий могут способствовать задания: взять, например, 3 раза по 5 палочек, а затем 3 раза по 5 десятков палочек или разделить на 2 равные части сначала 12 палочек, а потом 12 десятков палочек. Это помогает детям понять, что действия над десятками выполняются так же, как над единицами.

### Письменное умножение

Для успешного изучения письменного умножения требуется знание таблицы умножения, умение безошибочно и бегло производить сложение в пределе 100, превращать единицы низшего разряда в единицы следующего высшего разряда. Таблицу умножения нужно при этом знать в применении не только к простым единицам, но и к составным (десяткам, сотням), например, надо знать, сколько будет не только $4 \times 8$, но и 4 дес.$\times 8$. Для подготовки к письменному умножению поэтому полезны соответствующие подготовительные упражнения в устном счете.

При письменном решении таких примеров, как $102 \times 4$; $108 \times 3$; $109 \times 7$ и т. п., учащиеся встречаются с умножением нуля — действием им незнакомым, поскольку при изучении табличного умножения этот случай обычно не рассматривается.

Умножение нуля может быть объяснено так: умножаем, например, 8 на 5, при этом записываем действие подробно:

$$8 \times 5 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 40$$

Умножаем затем с подробной записью 0 на 5, получаем:

$$0 \times 5 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

Письменное умножение целесообразно изучать в такой последовательности:

1. Умножение без перехода через десяток, например, $123 \times 3$; $102 \times 4$.

2. Умножение с переходом через десяток: а) в одном случае, например $128 \times 3$; б) в двух случаях, например $236 \times 4$.

3. Умножение с переходом через десяток, когда в середине множимого стоит нуль, например $108 \times 3$

Для того чтобы учащиеся лучше усвоили смысл умножения, как действия, заменяющего сложение равных слагаемых, полезно первым примерам на умножение предпосылать соответствующие примеры на сложение, положим:

$$\begin{array}{r} 246 \\ +246 \\ 246 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 246 \\ \times \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

Параллельное решение подобных примеров способствует также лучшему пониманию приема письменного умножения.

Письменное умножение учащиеся вначале объясняют подробно, например: «Надо умножить 184 на 3. Подписываем числа так, чтобы единицы стояли под единицами. Проводим черту. Слева ставим знак умножения и начинаем умножение с единиц. 3 раза по 4 единицы — 12; 12 единиц составляют 1 десяток и 2 единицы; 2 единицы пишем, а 1 десяток запоминаем. 3 раза по 8 десятков — 24 десятка, да еще 1 десяток, получится 25 десятков; 25 десятков составляют 2 сотни и 5 десятков; 5 десятков пишем под десятками, а 2 сотни запоминаем. 3 раза по 1 сотне — 3 сотни, да еще 2 сотни, 5 сотен, пишем их под сотнями. Получилось 552».

В дальнейшем переходят к краткому объяснению данного действия, например: «Трижды четыре — 12, 2 пишем, 1 запоминаем; трижды восемь — 24 да 1 — 25; 5 пишем, 2 запоминаем; трижды один — 3, да 2 — 5. Получилось 552».

### Письменное деление

Для успешного изучения письменного деления учащиеся должны уметь правильно и бегло выполнять табличное деление, при этом они должны уметь делить не только единицы (например, 8 на 4; 28 на 7), но также сотни и десятки (например, 8 сот. : 4; 28 дес.: 7), должны уметь выполнять деление не только без остатка, но и с остатком.

При письменном решении таких примеров, как 608 : 2; 906 : 3 и т. п. учащиеся встречаются с новым для них случаем деления нуля. Этот случай деления должен быть предварительно объяснен детям. Можно предложить учащимся задачу: «24 тетради надо разделить между 4 мальчиками поровну. Сколько тетрадей получит каждый мальчик?»

После решения задачи и проверки полученного ответа посредством умножения учащимся может быть предложен вопрос. «А сколько тетрадей получит каждый из 4 мальчиков, если разделить между ними 0 тетрадей?» В результате беседы на доске делается запись $0:4=0$. Здесь, как и в предшествующем случае, полученный ответ проверяется умножением.

Учащихся затрудняют и такие случаи деления, как 3 : 3; 8 : 8; 5 : 5, с которыми они встречаются, например, при делении 513 на 3, 968 на 8, 655 на 5 и т. д. По аналогии со случаями вычитания 3 — 3, 8 — 8, 5 — 5 некоторые дети при делении 3 на 3, 8 на 8, 6 на 6 получают в частном 0 вместо 1. Этот случай деления следует предварительно разъяснить. Лучше всего исходить из задачи, например: «8 карандашей надо разделить между 8 учениками поровну. Сколько карандашей получит каждый ученик?» Полученный ответ проверяется умножением.

Указанные выше подготовительные упражнения следует давать на протяжении сравнительно большого промежутка времени с тем, чтобы к моменту изучения письменного деления учащиеся умели правильно и бегло выполнять вычислительные операции, которые требуются при производстве данного действия.

Письменное деление на однозначное число целесообразно изучать в такой последовательности:

1. Единицы каждого разряда делимого делятся нацело на делитель, например: 864 : 2; 960 : 3.

2. При делении десятков получается остаток, который приходится раздроблять в единицы, например: 872 : 4; 684 : 6.

3. Остаток, получаемый при делении сотен, или сами сотни делимого приходится раздроблять в десятки, например: 742 : 2; 368 : 4.

4. В единицы низшего разряда приходится раздроблять и сотни и десятки, например: 350 : 2; 378 : 6.

5. В середине частного получается нуль, например: 318 : 3; 756 : 7.

Объяснение письменного деления, особенно более трудных случаев его, целесообразно проводить на наглядном счетном материале. Так, при объяснении четвертого из указанных выше случаев деления можно поставить перед учениками задачу разделить 350 палочек («карандашей») на две равные части (поровну между 2 школами). Сначала делят между 2 школами 3 сотни палочек, получается по 1 сотне на каждую школу. Оставшуюся сотню раздробляют в десятки, получается 10 десятков, да еще было 5 десятков, всего 15 десятков. Делят 15 десятков на 2, получается 7 десятков. Оставшийся десяток раздробляют в единицы, полученные 10 единиц делят на 2, получается 5. Итак, на каждую часть (каждую школу) приходится 1 сотня 7 десятков 5 единиц, или 175 единиц («карандашей»).

Письменное деление — сложное действие. Чтобы учащиеся хорошо поняли его, следует четко выяснять смысл каждой вычислительной операции, например: для чего при делении 350 на 2 умножаем 7 десятков на 2 (для того чтобы узнать, сколько десятков карандашей мы разделили), для чего мы вычитаем 14 десятков из 15 (для того чтобы узнать, сколько десятков осталось неразделенных).

При введении более трудных случаев деления полезно писать названия разрядных единиц не только в делимом, но и в частном, например:

```
 с. д. ед. |
 7  3  5   |   3
-6         |-------
---        | 2 4 5
 13        | с. д. ед.
-12
----
   15
  -15
  ----
    0
```

Деление на однозначное число учащиеся должны в дальнейшем записывать кратко, не подписывая частных произведений, например:

```
882 | 6
--- |----
28  | 147
----
 42
----
  0
```

На первых же порах, в целях лучшего понимания действия, целесообразно подробно записывать вычисления. Для облегчения перехода к краткой записи и одновременно для развития навыков устного счета необходимо настойчиво добиваться, чтобы учащиеся вычитали частные произведения из делимого устно, а не письменно.

Письменное деление в пределе 1 000 учащиеся объясняют примерно так: «Разделим 375 на 5; 3 сотни делим на 5; сотен в результате не получится. Раздробим 3 сотни в десятки, получим 30 десятков; 30 десятков да 7 десятков составляют 37 десятков; 37 десятков разделим на 5, получим 7 десятков. Узнаем, сколько всего десятков мы разделили. Для этого умножим 7 десятков на 5, получим 35 десятков. Узнаем, сколько десятков осталось разделить. Для этого от 37 десятков отнимем 35 десятков, получим 2 десятка. Раздробим их в единицы, получим 20, да еще 5, всего 25 единиц. Разделим 25 на 5, получим 5 единиц. Итак, всего получилось 7 десятков и 5 единиц, или 75».

Чтобы обратить внимание учащихся на зависимость между данными и результатами умножения и деления, полезно предлагать им такие взаимно обратные примеры, как $732:4=183$; $183\times4=732$.

Выполняя деление, учащиеся нередко допускают ошибки, вызываемые тем, что в остатке у них получается число, большее делителя. Для предупреждения таких ошибок полезно на примерах с небольшими числами разъяснить учащимся, что о с т а т о к должен быть всегда м е н ь ш е д е л и т е л я. Иначе получатся очень грубые ошибки. Так, при делении 34 на 4 в частном, вместо 8 может получиться 71.

Правильное решение: Неправильное решение:

$$\begin{array}{r|l} -\,34 & 4 \\ \underline{32} & \overline{8} \\ 2 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} -\,34 & 4 \\ \underline{28} & \overline{71} \\ -\,6 & \\ \underline{4} & \\ 2 & \end{array}$$

Следует рекомендовать учащимся, чтобы при делении они старались находить наибольшее число раз, какое делитель содержится в делимом, а при получении остатка сопоставляли его с делителем, чтобы убедиться в том, что остаток меньше делителя, и лишь после этого продолжали деление.

Ввиду сложности письменного деления требуется строго постепенный переход к самостоятельному выполнению детьми данного действия с тем, чтобы по возможности предупредить ошибочные решения. На первых порах самостоятельная работа может состоять лишь в завершении начатого на доске решения Так, можно предложить учащимся закончить решение примера:

$$\begin{array}{r|l} -\,735 & 3 \\ \underline{6\phantom{5}} & \overline{2} \\ 13\phantom{5} & \end{array} \qquad \text{или} \qquad \begin{array}{r|l} 236 & 4 \\ \underline{20\phantom{6}} & \overline{5} \end{array}$$

Лишь после того как дети удовлетворительно справляются с такими заданиями, переходят к упражнениям в полном самостоятельном решении примеров на это действие.

Сказанное здесь относится к делению не только трехзначных, но и многозначных чисел и не только на однозначные, но и на дву- и трехзначные делители.

## ГЛАВА ДЕВЯТАЯ

# МНОГОЗНАЧНЫЕ ЧИСЛА

Нумерация многозначных чисел и действия над ними изучаются двумя концентрами: а) числа в пределе миллиона; б) числа любой величины, включая класс миллиардов.

Учитывая, что действия над числами любой величины выполняются в основном так же, как и над числами в пределе миллиона, ограничимся в данной главе рассмотрением действий в указанном пределе. Зато мы включим в эту главу ряд вопросов (зависимость между данными и результатами действий, проверка действий и др.), которые в школьной практике обычно рассматриваются в связи с изучением действий над многозначными числами.

## НУМЕРАЦИЯ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

Действия над многозначными числами, как и действия в пределах 10, 20, 100 и 1000, могут быть успешно изучены детьми тогда, когда ими хорошо усвоена нумерация соответствующих чисел. Изучение нумерации многозначных чисел должно дать детям не только умение читать и записывать числа, но и четкие понятия о разрядах и классах, о соотношении между единицами различных разрядов, о десятичной основе нашей системы счисления.

В начальной школе изучается нумерация двенадцатизначных чисел. Ввиду сложности этого материала, усвоение его детьми в течение одного года было бы непосильно. Данный материал поэтому разбивается на 2 концентра: в III классе изучается нумерация шестизначных чисел, в IV классе — двенадцатизначных.

### Нумерация шестизначных чисел

Переход от нумерации трехзначных чисел сразу к нумерации шестизначных мог бы затруднить учащихся. Поэтому нумерацию шестизначных чисел целесообразно изучать в такой последовательности: 1) нумерация четырехзначных чисел; 2) нумерация пятизначных чисел; 3) нумерация шестизначных чисел; 4) понятие о разрядах и классах; 5) обращение единиц высшего разряда в единицы низшего, и наоборот (раздробление и превращение разрядных единиц).

**Нумерация четырехзначных чисел.** При изучении нумерации четырехзначных чисел следует прежде всего уточнить представление учащихся о тысяче и ее соотношении с сотней, десятком и единицей. Здесь могут быть эффективно использованы палочки (тысяча, сотня, десяток и единица).

Чтобы дети осознали, что счет тысячами ведется так же, как единицами, полезно счет единицами (1 единица, 2 единицы, 3 единицы и т. д.) проводить параллельно со счетом тысячами (1 тысяча, 2 тысячи, 3 тысячи и т. д.).

Полезны также упражнения в образовании чисел из счетных единиц (например, из 8 тысяч и 2 сотен, из 3 тысяч и 4 десятков и т. п.). Числа при этом иллюстрируются кружками на абаке, который должен иметь 6 отделений. Для этого достаточно к абаку «класс единиц» присоединить слева еще один такой абак «класс тысяч». Наряду с абаком широкое применение находят счеты.

При изучении письменной нумерации сначала берутся числа, в изображении которых нет нулей, например: 1 375; 2 486; 3 147; затем переходят к записи чисел, в обозначении которых имеются нули — сначала в конце (например: 3 000; 4 200; 2 680), а потом в середине или в середине и в конце (например: 1 028; 5 006; 4 060). В каждом из этих случаев первые числа иллюстрируются на абаке с помощью кружков, под которыми помещаются карточки с соответствующими цифрами; затем начинают иллюстрировать числа с помощью кружков на абаке и одновременно откладывать их на счетах. Запись чисел цифрами при этом производится в нумерационной таблице.

Постепенно средства наглядности убавляют: откладывают число на счетах и записывают его в нумерационной таблице, затем, не прибегая к счетам, записывают числа в нумерационной таблице и вне ее, и, наконец, записывают числа, не прибегая ни к каким наглядным пособиям.

В процессе изучения нумерации полезны упражнения в счете, при этом наряду с присчитыванием по единице проводится присчитывание группами единиц, в частности десятками и сотнями. Так, можно предложить детям считать по порядку от тысячи до тысячи двадцати, затем к последнему числу присчитывать по 20, пока не получится тысяча сто. К тысяче ста присчитывать по 100, пока не получится 9 тысяч пятьсот. Такие упражнения желательно связывать с жизнью, придавая им форму задач, например: «Самолет отправился в дальний путь и летит со скоростью 500 *км* в час. Через каждый час летчик считает, сколько всего километров он пролетел. Давайте вместе с летчиком вести этот счет».

Присчитывание по единице целесообразно начинать не только с тысячи, но и с других чисел. Последние упражнения особенно полезны, когда счет связан с переходом через сотню или тысячу, например, когда считают по порядку от 6496 до 6510, от 2990 до 3005 и т. д. Применимы также упражнения в отсчитывании, например: от 5 тысяч отсчитывать по 1 единице, пока не получится 4986. Указанные упражнения в счете проводятся устно или письменно (с записью результатов счета).

Наряду с упражнениями в присчитывании и отсчитывании полезны упражнения в устном выполнении легких действий над тысячами, например:

$$2\,000 + 5\,000; \qquad 8\,000 - 3\,000; \qquad 2\,000 \times 4; \qquad 6\,000 : 3.$$

Следует возможно чаще выяснять десятичный состав чисел (из скольких тысяч, сотен, десятков и единиц состоит число). Для этого, в частности, полезны упражнения в разложении данных чисел на разрядные слагаемые, например:

$$3\,725 = 3\,000 + 700 + 20 + 5;$$
$$4\,086 = 4\,000 + 80 + 6.$$

Полезны и обратные упражнения, состоящие в соединении данных разрядных слагаемых в одно число, например:

$$6\,000 + 500 + 80 + 9 = 6\,589;$$
$$7\,000 + 20 + 4 = 7\,024$$

**Нумерация пяти- и шестизначных чисел.** Тысячу можно иллюстрировать палочками. Десяток тысяч (а тем более сотню тысяч) палочками иллюстрировать трудно. Здесь приходится ограничиваться иллюстрацией чисел с помощью кружков на абаке и откладыванием их на счетах. Однако при счете десятками (а позже сотнями) тысяч полезно часто показывать тысячу палочек, чтобы дети видели, какими единицами здесь ведется счет.

С помощью кружков на абаке или косточек на классных счетах ведется счет единицами до 10, десятками до 100 и сотнями до 1 000, затем единицами тысяч до 10 тысяч. Состав десятка тысяч сопоставляется с составом соответствующих единиц первого класса: как из 10 простых единиц составляется 1 десяток, так из 10 тысяч составляется 1 десяток тысяч.

Из десятков тысяч в сочетании со счетными единицами младших разрядов (например, из 3 десятков тысяч и 4 единиц тысяч, из 7 десятков тысяч и 5 сотен и т. п.) составляют различные числа.

Вначале дети учатся записывать числа, в изображении которых нет нулей, а затем — числа, в изображении которых имеются нули. Первые числа иллюстрируются на абаке и откладываются на счетах. Пятизначные числа, как и четырехзначные, изображаются цифрами сначала в нумерационной таблице, а затем вне ее.

Упражнения в счете при изучении нумерации пятизначных чисел могут состоять в присчитывании по 1 единице, большей же частью в присчитывании групп единиц, например: к 10 000 присчитывают по 1 тысяче, пока не получится 20 000, к 20 000 присчитывают по 500, пока не получится 30 000, к 30 000 присчитывают по 5 000, пока не получится 70 000, и т. д.

Для того чтобы учащиеся возможно лучше поняли, что тысячами считают так же, как единицами, полезен счет группами простых единиц и аналогичными группами тысяч, например, дети считают по 3 (3, 6, 9, 12, 15, ...), а затем по 3 тысячи (3 тысячи, 6 тысяч, 9 тысяч, 12 тысяч, 15 тысяч,...). Подобным образом они параллельно считают, например, по 8 единиц и по 8 тысяч, по 20 единиц и по 20 тысяч, ведут счет от 1 до 25 и от 1 тысячи до 25 тысяч, от 38 до 45 и от 38 тысяч до 45 тысяч и т. п.

Полезно также решение аналогичных примеров на действия с простыми единицами и тысячами:

а) 18+14; 18 тыс.+14 тыс.;

б) 40 — 16; 40 тыс. — 16 тыс.;

в) 8×9; 8 тыс.×9;

г) 45:3; 45 тыс.:3.

Здесь, как и при изучении нумерации четырехзначных чисел, полезны также упражнения в разложении данных чисел на разрядные слагаемые и в соединении данных разрядных слагаемых в одно число (см. стр. 227).

Аналогично нумерации пятизначных чисел изучается нумерация шестизначных чисел. В связи с изучением последней учащимся дается понятие о миллионе.

**Понятие о разрядах и классах.** Чтобы понятие о *разрядах* могло быть хорошо осмыслено учащимися, при введении его полезно применить наглядность. На предметном абаке вешается 1 единица, 1 десяток, 1 сотня и 1 тысяча палочек. В беседе выясняется, что предметы можно считать простыми единицами и составными (десятками, сотнями, тысячами и т. д.). Десяток состоит из 10 единиц, сотня — из 10 десятков, тысяча — из 10 сотен и т. д. Десяток в 10 раз больше единицы, сотня в 10 раз больше десятка, тысяча в 10 раз больше сотни и т. д. Простые единицы называются единицами 1-го разряда, десятки — единицами 2-го разряда и т. д.

В беседе, далее, выясняется, что простые единицы, или единицы 1-го разряда, пишутся на первом месте справа; десятки, или единицы 2-го разряда, — на втором месте справа; сотни, или единицы 3-го разряда, — на третьем месте справа и т. д.

Результаты этой беседы оформляются в нумерационной таблице:

| 6-й разряд | 5-й разряд | 4-й разряд | 3-й разряд | 2-й разряд | 1-й разряд |
|---|---|---|---|---|---|
| сотни тысяч | десятки тысяч | единицы тысяч | сотни | десятки | единицы |

Для закрепления понятий учащихся о месте, занимаемом единицами отдельных разрядов, полезны вопросы: какое место должна занимать (или на каком месте справа должна стоять) цифра 5, чтобы обозначить 5 сотен? 5 десятков? 5 тысяч? 5 сотен тысяч? Полезно также переставить в данном числе его цифры и затем выяснить, какое новое значение получила каждая из них.

После усвоения понятия о разрядах вводится понятие о к л а с с а х. Выше приводились образцы упражнений, которые могут способствовать выяснению общности в счете единицами и тысячами. В дополнение к этим упражнениям полезна запись в нумерационной таблице шестизначных чисел, у которых тысячи обозначаются такими же цифрами, как и единицы, например: 248 248; 306 306; 640 640 и т. д.

В результате таких упражнений делается вывод: разряды группируются в классы, по 3 разряда в каждом классе: единицы, десятки и сотни составляют к л а с с е д и н и ц, или первый класс; единицы тысяч, десятки тысяч и сотни тысяч составляют к л а с с т ы с я ч, или второй класс. Нумерационная таблица принимает после этого следующий вид:

| Второй класс—тысячи | | | Первый класс—единицы | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6-й разряд | 5-й разряд | 4-й разряд | 3-й разряд | 2-й разряд | 1-й разряд |
| сотни тысяч | десятки тысяч | единицы тысяч | сотни | десятки | единицы |

Эта нумерационная таблица, как и предшествующие, используется для чтения и записи чисел. Числа записываются вначале только в нумерационной таблице, затем в таблице и вне ее и, наконец, только вне ее; при этом полезно сравнительно часто одновременно с записью числа откладывать его на счетах или на абаке.

Подлежащие записи числа следует диктовать по-разному, добиваясь, чтобы учащиеся умели записывать число при любом данном составе его (из единиц отдельных классов, из единиц отдельных разрядов и т. д.), например: записать цифрами число: триста восемь тысяч шестьсот. Записать цифрами число, которое содержит 5 десятков тысяч 8 единиц тысяч и 5 простых единиц. Записать цифрами число, которое состоит из 2 единиц пятого разряда, 3 единиц третьего разряда и 8 единиц первого разряда. Записать цифрами число, которое содержит 125 единиц второго класса и 80 единиц первого класса.

При записи многозначных чисел следует отделять единицы одного класса от единиц другого класса интервалом (например: 325 470), а не точками или запятыми, как это иногда имеет место в школьной практике.

При записи многих чисел полезно, чтобы учащиеся записывали каждое следующее число под предыдущим так, чтобы единицы стояли под единицами, десятки — под десятками, сотни — под сотнями и т. д., например:

$$\begin{array}{r} 485\,360 \\ 28\,072 \\ 136\,408 \\ 5\,002 \end{array}$$

Такая запись может уберечь учащихся от пропуска нулей. Кроме того, она подготовляет их к изучению действий над многозначными числами, где подобное подписывание чисел требуется во многих случаях.

**Обращение единиц высшего разряда в единицы низшего и наоборот.** Для сознательного усвоения действий над многозначными числами требуется умение обращать единицы высшего разряда в единицы низшего разряда и наоборот. Раздробление лучше всего начать с обращения тысяч в единицы (например: вычислить, сколько единиц составляют 8 тысяч? и т. п.). С подобными упражнениями учащиеся по существу имели дело при записи чисел. Поэтому им нетрудно понять, что при раздроблении 8 тысяч в единицы надо справа от цифры 8 написать 3 нуля, поскольку здесь нет сотен, десятков и единиц.

Переходя далее к раздроблению десятков, потом сотен, затем десятков тысяч и т. д. в единицы, рассуждаем каждый раз по аналогии с раздроблением тысяч. Так, при раздроблении 128 десятков в единицы в беседе с детьми выясняем, что за десятками следуют единицы. В числе 128 десятков нет единиц первого разряда, на месте единиц пишем нуль. Получаем 128 дес. = 1 280.

Полезно также ознакомить учащихся с приемом последовательного раздробления. Так, при обращении 76 сотен в единицы сначала раздробляем 76 сотен в десятки, получаем 760 десятков, а затем раздробляем 760 десятков в единицы, получаем 7 600.

Последовательное раздробление особенно применимо тогда, когда требуется раздробить единицы высших разрядов не в простые единицы, а в составные, например раздробить 48 десятков тысяч в сотни. Пользуясь данным приемом, получаем:

48 дес. тыс. = 480 тысяч = 4 800 сотен.

Данный прием можно использовать для **превращения** единиц низшего разряда в единицы высшего разряда. Пусть требуется узнать, сколько всего десятков в числе 3760; 3 тысячи составляют 30 сотен. К 30 сотням прибавляем 7 сотен, получаем 37 сотен. 37 сотен обращаем в десятки, получается 370 десятков; 370 дес. + 6 дес. = 376 дес.

После изучения деления многозначных чисел (в частности, случая деления на числа, обозначаемые единицей с нулями) подобные преобразования выполняются посредством деления (например, деления 3 760 на 10). При изучении же нумерации приходится пользоваться указанным выше приемом. Последний имеет свои достоинства. Он помогает учащимся усвоить соотношение между единицами различных разрядов. Кроме того, он способствует подготовке учащихся к делению многозначных чисел, где раздробление единиц высших разрядов в единицы низшего разряда выполняется посредством данного приема.

В связи с изучением превращения полезно, чтобы учащиеся многократно упражнялись в определении числа единиц низших разрядов, содержащегося в единицах высшего разряда (например, сколько десятков в тысяче? сколько сотен в десятке тысяч? и т. п., а позже — сколько десятков, сотен или тысяч в миллионе? сколько миллионов в миллиарде и т. п.). Такие упражнения углубляют знания учащихся о нумерации.

Раздроблению и превращению разрядных единиц следует уделять внимание не только при изучении нумерации, но и в дальнейшем, при изучении действий над многозначными числами, в особенности при изучении умножения и деления, с которыми эти преобразования соответственно связаны.

### Нумерация двенадцатизначных чисел

Класс тысяч изучался нами постепенно: сначала четырехзначные числа, затем пятизначные и, наконец, шестизначные. Класс же миллионов целесообразно ввести сразу, т. е. все три его разряда одновременно; тогда учащимся легче понять общее в структуре этого класса и ранее рассмотренных. Аналогично изучается класс миллиардов.

При введении класса миллионов (а в дальнейшем класса миллиардов) в качестве наглядных пособий используются главным образом счеты и нумерационная таблица.

В порядке повторения ранее рассмотренных нумерационных классов на счетах ведется счет единицами до 10, десятками до 100, сотнями до 1 000 и так далее до миллиона. Затем аналогичным образом ведется счет единицами миллионов до 10 млн., десятками миллионов до 100 млн. и сотнями миллионов до 1 000 млн., или миллиарда. Делается вывод, что миллион тоже единица, только составная, и что миллионами считают так же, как единицами.

Далее, как и при изучении нумерации шестизначных чисел, учащиеся упражняются в присчитывании отдельных единиц и групп единиц, в чтении и записи чисел сначала в нумерационной таблице, а затем вне ее, в разложении чисел на разрядные слагаемые и в объединении таких слагаемых в одно число, в обращении единиц высшего разряда в единицы низшего разряда, и наоборот.

Примерно так же изучается класс миллиардов.

Запись больших многозначных чисел затрудняет многих учащихся, которые нередко допускают при этом грубые ошибки. Для предупреждения последних следует прежде всего давать детям много упражнений в записи чисел в нумерационной таблице (таблице классов и разрядов). Далее, так как переход от записи чисел в таблице к записи их без таблицы трудно дается многим учащимся, полезно применить в качестве вспомогательного пособия горизонтальные черточки, над которыми учитель записывает названия нумерационных к л а с с о в, а в дальнейшем их номера, а под ними дети записывают диктуемые учителем многозначные числа, например:

| млрд. | млн. | тыс. | ед. |
|---|---|---|---|
| 3 | 056 | 400 | 805 |
| 28 | 720 | 000 | 009 |

| IV | III | II | I |
|---|---|---|---|
| 127 | 020 | 804 | 000 |
| 60 | 000 | 280 | 305 |

В дальнейшем можно над черточками не писать даже номеров классов, например:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 58 | 376 | 000 | 800 |
| 100 | 000 | 006 | 075 |

Так, постепенно убавляя средства наглядности, подводят учащихся к записи больших чисел без вспомогательных пособий.

При изучении нумерации многозначных чисел наряду с термином «нумерация» полезно употреблять термин «система счисления». Главное же, следует многократно обращать внимание детей на значение числа 10 в нашей системе счисления, которая ввиду этого называется д е с я т и ч н о й.

## ОКРУГЛЕНИЕ ЧИСЕЛ

В IV классе полезно дать учащимся понятие об округлении чисел. Это может быть объяснено так. Учитель говорит детям: «В одном городе при переписи оказалось 76 148 жителей. Число жителей большого города изменяется с каждым днем, так как люди приезжают и уезжают, рождаются и умирают. Как же ответить на вопрос: сколько жителей в этом городе? Сказать, что в нем живет 76 148 человек, как оказалось при переписи, будет неточно. Правильнее будет округлить это число. Кроме 76 тысяч человек, в городе при переписи было еще 148 человек, которые не могут составить ни одной тысячи. Отбросим в числе 76 148 последние три цифры и заменим их нулями. Получим округленное число 76 000. Число 76 148 мы округлили до тысячи и получили 76 000».

Учащимся даются упражнения в округлении чисел до тысячи (например, чисел 9 308, 88 460, 175 397 и др.).

Затем учитель продолжает объяснение: «Представим себе, что при переписи в городе оказалось 84 956 человек. Как ответить на вопрос: сколько жителей в этом городе? В числе 84 956 содержится 84 тысячи и сверх того 956 единиц. 956 единиц составляют почти тысячу. Поэтому при округлении числа 84 956 точнее будет взять не 84 000, а 85 000».

После ряда упражнений в округлении чисел до тысячи переходят к округлению до сотен, затем до десятков.

Вывод правила делается после достаточных упражнений, когда учащиеся могут его понять и сознательно усвоить. П р а в и л о можно формулировать примерно так: «При округлении числа заменяют нулями несколько низших разрядов его, при этом, если первая из отбрасываемых цифр больше 5, то последнюю из оставляемых цифр увеличивают на одну единицу».

Правило округления чисел в случае, когда отбрасывается только одна цифра 5, непосильно для учащихся начальной школы. Поэтому этот случай можно здесь опустить.

## СЛОЖЕНИЕ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

Прием сложения многозначных чисел в основном совпадает с приемом письменного сложения в пределе 1 000. Учащимся приходится здесь лишь распространить известный им вычислительный прием на числа большей значности (на четырехзначные, пятизначные и т. д. вместо трехзначных), или на большее число слагаемых (4, 5, 6 слагаемых и т. д.) вместо 2—3 слагаемых, с которыми они обычно встречаются в пределе 1 000.

Очевидно, если систематически повторять с учащимися сложение в пределе 1 000, а затем постепенно от сложения трехзначных чисел перейти к сложению четырехзначных, потом пятизначных и т. д., одновременно соблюдая последовательность в переходе от 2—3 слагаемых к большему числу их, — усвоение сложения многозначных чисел не представит затруднений для учащихся.

При изучении сложения (как и вычитания, умножения и деления) многозначных чисел вводятся названия членов действия. Для лучшего запоминания этих названий они записываются на доске и в тетрадях рядом с данными и результатом, например:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 328 \\ 152 \end{array} \left.\vphantom{\begin{array}{r} 328 \\ 152 \end{array}}\right\} \text{слагаемые} \\ \hline 480 \text{ — сумма.} \end{array}$$

Подобные записи целесообразно оформить также в настенной таблице, к которой учащиеся могли бы обращаться в случае необходимости [1].

Полезно, чтобы данные термины возможно чаще фигурировали в заданиях, предлагаемых детям при обучении устным и письменным вычислениям, например: а) одно слагаемое 25, другое 15. Найти сумму этих чисел; б) чему равна сумма чисел 3 718 и 6 125?

(Аналогичные приемы используются при изучении названий членов и других действий.)

При сложении многозначных чисел учащиеся встречаются с необходимостью складывать не только единицы, десятки и сотни, как при сложении трехзначных чисел, но и тысячи, десятки тысяч, сотни тысяч и т. д. Чтобы подготовить детей к сложению единиц этих более высоких разрядов, в частности, превращению единиц этих разрядов в единицы следующего высшего разряда, полезно упражнять их в решении примеров на сложение круглых тысяч, круглых десятков тысяч и т. д. Такие примеры могут предлагаться как для устного решения, например: 8 тыс.+9 тыс.; 5 тыс.+7 тыс.+4 тыс.; 7 дес. тыс.+6 дес. тыс. и т. п., так и для письменного, например:

$$+\begin{array}{r} 600 \\ 800 \\ 500 \\ 300 \\ \hline \end{array} \qquad +\begin{array}{r} 5\,000 \\ 7\,000 \\ 4\,000 \\ 9\,000 \\ 3\,000 \\ \hline \end{array} \qquad +\begin{array}{r} 40\,000 \\ 70\,000 \\ 30\,000 \\ 50\,000 \\ \hline \end{array}$$

Сложение многозначных чисел изучается в такой последовательности:

1. Сумма единиц отдельных разрядов меньше 10, например: 3 724+5 143; 216 234+172 625.

2. Сумма единиц отдельных разрядов равна или больше 10 в одном случае, например: 5 346+4 234; 25 410+132 886.

[1] При достаточном развитии учащихся можно знакомить их с этими терминами — или хотя бы с названием результатов действий — при изучении первой тысячи.

3. Сумма единиц отдельных разрядов равна или больше 10 в двух и более случаях, например: 4 562+7 495; 538 724+40 986.

При изучении сложения, как и других действий над многозначными числами, следует в максимальной мере опираться на знания и навыки, приобретенные детьми при изучении соответствующих действий в пределе 1 000. Так, при введении отдельных случаев сложения полезно, чтобы учащиеся сами складывали единицы, десятки, а там, где это доступно для них, и сотни, поскольку сложение единиц этих разрядов знакомо им (со слов учащихся учитель лишь записывает результаты на доске). Объясняется детям только новое для них сложение высших разрядов Но и при этих объяснениях следует добиваться, чтобы они по возможности сами переносили приемы действия в пределе 1 000 на числа большей значности.

При сложении многозначных чисел, как и при сложении в пределе 1 000, дети вначале подробно объясняют выполняемое действие, а затем переходят к краткому объяснению.

В школьной практике иногда не уделяют достаточно внимания сложению нескольких слагаемых, ограничиваясь упражнением учащихся в сложении преимущественно двух чисел. В результате дети нередко допускают много ошибок при сложении нескольких чисел. Некоторые учащиеся сначала складывают два данных числа, к полученной сумме прибавляют третье число и т. д. В жизненной практике сложение нескольких чисел встречается весьма часто. Следует поэтому в школе давать детям достаточно упражнений в решении таких примеров.

В IV классе при сложении нескольких чисел следует использовать сочетательный закон, решая некоторые примеры различными способами. Приведем образцы таких упражнений:

1. Дано: 5678+275+459+4327+680+3275+3096+960.

Найти сумму этих чисел следующими двумя способами:

а) сложить первые 4 числа, затем следующие 4 числа, а потом сложить обе суммы;

б) сначала сложить все четырехзначные числа, затем трехзначные, а потом сложить обе суммы.

Какими еще способами можно найти сумму данных чисел?

2. Найти двумя способами сумму данных чисел:

| | | |
|---|---|---|
| 248 | 356 | 152 |
| 420 | 275 | 304 |
| 112 | 128 | 236 |

а) Сложить числа каждого ряда (248, 356 и 152, потом 420, 275 и 304, наконец 112, 128 и 236), записывая каждую сумму справа от слагаемых; затем сложить все 3 суммы.

б) Сложить числа каждого столбца (152, 304 и 236, потом 356, 275 и 128, наконец 248, 420 и 112), записывая каждую сумму под слагаемыми; затем сложить все 3 суммы.

Подобные упражнения могут способствовать формированию в сознании учащихся понятия о сочетательном законе сложения, который благодаря накопленным наблюдениям им в дальнейшем нетрудно будет выразить словами.

## ВЫЧИТАНИЕ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

Для подготовки учащихся к письменному вычитанию многозначных чисел полезны упражнения в устном решении примеров на вычитание единиц высших разрядов. Вот образцы таких примеров: от 12 тысяч отнять 4 тысячи; из 14 тысяч вычесть 9 тысяч; от 13 дес. тысяч отнять 5 дес. тысяч и т. п.

Вычитание многозначных чисел изучается в такой последовательности.

1. При вычитании не приходится занимать единицы какого-либо разряда уменьшаемого, например: 7 568 — 3 405; 68 075 — — 43 050; 328 400 — 20 300.

2. При вычитании приходится занимать единицы соседнего высшего разряда уменьшаемого:

а) в одном случае, например: 5 823 — 3 608; 65 606 — 13 072; 827 308 — 509 105;

б) в двух случаях, например: 6 326 — 1 809; 37 054 — 23 849; 635 403 — 287 300;

в) в трех и более случаях, например: 4 817 — 3 928; 35 420 — — 18 756; 254 028 — 127 056.

3. Из-за отсутствия единиц соседних высших разрядов (одного или нескольких) приходится занимать единицу следующего высшего разряда, например:

3 502 — 1 256; 43 028 — 12 576; 535 004 — 280 754.

Анализ письменных работ учащихся показывает, что чаще всего дети допускают ошибки при вычитании единиц высших разрядов. Так, нередко учащиеся первые 2—3 цифры разности находят правильно, а затем начинают ошибаться. Обычно чем выше разряд, тем больше ошибок встречается в разности. Это обязывает учителя при изучении каждого случая вычитания соблюдать строгую последовательность в переходе от действий над трехзначными числами к действиям над четырехзначными, затем над пятизначными и т. д., не переходя к числам большей значности (например, к пятизначным) до тех пор, пока учащиеся не усвоят вычитания чисел меньшей значности (четырехзначных). При изучении более трудных случаев вычитания, кроме того, полезно вначале брать одно- двузначные вычитаемые и лишь затем переходить к вычитанию чисел с бо́льшим числом знаков. Постепенное увеличение числа знаков в уменьшаемом, сочетаемое с еще более постепенным увеличением их числа в вычитаемом, может существенно облегчить детям усвоение данного действия.

Вычитание многозначных чисел, как и вычитание в пределе 1 000, учащиеся вначале объясняют подробно, затем более сжато.

В процессе изучения вычитания следует обращать внимание детей на то, что вычитание возможно в тех случаях, когда вычитаемое не больше уменьшаемого.

### УМНОЖЕНИЕ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

Хотя понятие об умножении, как действии, заменяющем сложение равных слагаемых, дается учащимся при изучении умножения в пределах 20, 100 и 1000, при изучении многозначных чисел следует снова остановиться на этом, чтобы уточнить и углубить понятие об умножении.

В этих целях полезны упражнения в сложении равных слагаемых и в последующей замене сложения умножением, например выполнить сложение: 3 212 + 3 212 + 3 212. Решить тот же пример с помощью умножения.

После решения каждого из таких примеров внимание детей обращается на удобства, какие представляет умножение по сравнению со сложением. Одновременно выясняется, что означает каждое число при умножении, например 3 212 — число, которое повторяется слагаемым, число 3 показывает, сколько раз 3 212 повторяется слагаемым.

Иногда уместно предложить учащимся такой пример на сложение, как 216 + 235 + 216, и спросить у них, можно ли решить его с помощью умножения, каким числом надо заменить второе слагаемое, чтобы полученный пример можно было решить умножением. Это поможет им лучше понять, что замена умножения сложением возможна лишь в случае сложения равных чисел.

Целесообразен и такой прием: предложив детям пример на умножение, скажем, $358 \times 9$, учитель затем спрашивает у них, как можно было решать этот пример с помощью сложения. Для формирования понятия об умножении полезны и такие упражнения. Число 214 повторить слагаемым 6 раз. Найти сумму 9 слагаемых, каждое из которых равно 256.

Подобные упражнения уместны при изучении умножения не только на однозначные, но и на многозначные числа, так как они помогают уточнению понятия об умножении и лучшему уяснению значения каждого члена этого действия.

Для успешного изучения умножения многозначных чисел следует давать детям соответствующие подготовительные упражнения в устном счете. Образцы таких упражнений:

$4\times7+5$; $3\times9+6$; $7\times7+4$; $0\times8+3$, $0\times9+6$ и т. п.

Подготовка, о которой идет здесь речь, должна вестись на протяжении длительного времени, предшествующего изучению этого действия, а также в процессе его изучения, во время занятий устным счетом.

Умножение многозначных чисел изучается в такой последовательности:

1. Умножение на однозначное число.

2. Умножение на 10 и на 100.

3. Умножение на круглые десятки и на круглые сотни.

4. Умножение на двузначное число.

5. Умножение на трехзначное число (общий и частные случаи).

6. Общий и частные случаи умножения на многозначные числа.

### Умножение на однозначное число

числа.

Изучению умножения многозначного числа на однозначное предпосылается повторение этого случая умножения в пределе 1000. Затем постепенно переходят к умножению на однозначное число четырехзначных чисел, пятизначных и т. д. Сначала решают примеры на общий случай умножения, затем переходят к решению примеров на частный случай этого действия (случай, когда в середине множимого имеются один или несколько нулей).

Опыт показывает, что при таком постепенном переходе от легких к более трудным примерам учащиеся без особого труда переносят знакомый им прием письменного умножения в пределе 1000 на многозначные числа.

### Умножение на 10 и на 100

Изучение умножения на 10, как и на 100, начинают с рассмотрения примеров с однозначным множимым, затем постепенно переходят к примерам с двузначным, трехзначным множимым и т. д. Берем пример. $8 \times 10$. В беседе с детьми выясняем, что от умножения каждой единицы на 10 (или от увеличения каждой единицы в 10 раз) получается десяток. Поэтому от умножения 8 единиц на 10 получится 8 десятков, или 80. Аналогичным образом рассуждаем при умножении на 10 двузначных, трехзначных чисел и т. д.

Решая примеры на данный случай умножения, полезно часто сравнивать значение отдельных цифр множимого и соответствующих цифр произведения. Так, после решения примера $236 \times \times 10 = 2\,360$ сопоставляют множимое с произведением и устанавливают, что цифра 6 во множимом обозначала единицы, а в произведении она обозначает десятки; цифра 3 обозначала во множимом десятки, а в произведении эта цифра обозначает сотни и т. д. Каждое разрядное слагаемое увеличилось в 10 раз. Оттого и все число увеличилось в 10 раз.

Решение ряда примеров с подобным объяснением поможет детям понять, что от умножения на 10 единицы каждого разряда обращаются в единицы следующего высшего разряда: единицы обращаются в десятки, десятки — в сотни, сотни — в тысячи и т. д. и, как следствие, поможет им лучше понять десятичную основу системы счисления.

Вывод («Чтобы умножить число на 10, надо приписать к нему справа нуль») делается после решения достаточного числа примеров, когда учащиеся вполне подготовлены к формулированию и сознательному восприятию этого правила.

Мы рассмотрели случай умножения на 10. Аналогичным образом изучается умножение на 100, на 1000 и т. д.

### Умножение на круглые десятки и круглые сотни

Изучение умножения на круглые десятки, как и умножения на 10, начинают с решения примеров, в которых множимое однозначное число; затем переходят к примерам, в которых множимое изображено двумя и бо́льшим числом знаков.

Как известно, прием выполнения данного случая умножения основан на сочетательном законе умножения. Понимание этого закона обычно дается учащимся труднее других законов умножения (переместительного и распределительного). Следует поэтому с большой тщательностью и четкостью объяснить им этот случай умножения.

При объяснении умножения на круглые десятки исходим из задачи, например: «В коробке 6 мячей. Сколько мячей в 20 таких коробках?» Выяснив, что для решения этой задачи надо 6 умножить на 20, или повторить 20 раз, мы иллюстрируем ее графически примерно так:

| | |
|---|---|
| 6 | 6 |
| 6 | 6 |
| 6 | 6 |
| 6 | 6 |
| 6 | 6 |
| 6 | 6 |
| 6 | 6 |
| 6 | 6 |
| 6 | 6 |
| 6 | 6 |

Подсчитываем, что в двух коробках каждого ряда 12 мячей, а всего таких рядов 10; чтобы узнать, сколько мячей в 20 коробках, надо 12 умножить на 10, получим 120. Итак,

$$6 \times 20 = 6 \times 2 \times 10 = 12 \times 10 = 120$$

При умножении 8 на 30 мы, выяснив, что 8 надо повторить слагаемым 30 раз, начинаем записывать слагаемые так.

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 8 | 8 |
| 8 | 8 | 8 |
| 8 | 8 | 8 |

и т. д.

Числа каждого ряда дают в сумме 24, а таких рядов 10. Умножаем 24 на 10, получаем 240. Итак:

$$8\times 30=8\times 3\times 10=24\times 10=240.$$

Аналогично объясняется решение первых примеров на этот случай умножения.

Переходя после решения нескольких примеров с однозначным множимым к решению примеров с двузначным и многозначным множимым, начинают записывать действие столбиком, например:

$$\begin{array}{r} \times\ \begin{array}{r} 38 \\ 60 \end{array} \\ \hline 2280 \end{array}$$

Однако и после перехода к такой записи полезно, чтобы учащиеся на первых порах объясняли действие так же, как и при записи «в строчку», например, чтобы умножить 380 на 6, надо 38 умножить на 6 и полученное число умножить на 10. Умножаем 38 на 6. Получаем 228. Умножаем 228 на 10. Получаем 2 280.

После решения ряда примеров с подобным объяснением учащиеся формулируют соответствующее правило.

Аналогично умножению на круглые десятки проводится изучение случаев умножения на круглые сотни, круглые тысячи и т. д. Во всех этих случаях множитель следует подписывать под множимым так, чтобы значащая цифра множителя стояла под единицами множимого, например:

$$\begin{array}{r} \times\ \begin{array}{r} 156 \\ 200 \end{array} \\ \hline 31200 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ \begin{array}{r} 28 \\ 3000 \end{array} \\ \hline 84000 \end{array}$$

### Умножение на двузначное число

Умножение на двузначное число легче выполнять в том случае, когда сомножители состоят из первых 5 цифр. Поэтому при введении этого случая умножения сначала берутся сомножители, состоящие преимущественно из цифр 1—5, например: $32\times 24$; $43\times 52$; $61\times 34$ и т. д. Постепенно переходят к сомножителям, в изображении которых преобладают цифры 5—9, например: $39\times 76$; $78\times 94$ и т. п. Следует также строго постепенно переходить от умножения двузначных чисел к умножению чисел большей значности.

Прием письменного, как и устного, умножения на двузначное число основывается на распределительном законе. Поэтому изучению данного случая письменного умножения полезно предпослать повторение устного умножения на двузначное число. Для устного решения вначале берутся примеры с однозначным множимым ($5\times14$; $6\times13$ и т. д.), а затем легкие случаи умножения двузначного числа на двузначное ($13\times12$; $25\times14$ и т. д.). Примеры решаются с подробным объяснением. Делается вывод: при устном умножении на двузначное число множимое умножают на десятки, затем на единицы множителя и полученные числа складывают.

Объяснение письменного умножения лучше вести, исходя из задачи, например: «Стул стоит 32 руб. Сколько стоят 24 таких стула?» В беседе с детьми выясняется, что задача решается посредством умножения. Устно выполнить данное действие трудно. Поэтому будем выполнять его письменно. Записываем:

$$\begin{array}{r@{\ }l} \times\ 32 & \text{руб.} \\ 24 & \\ \hline \end{array}$$

При устном умножении 32 на 24 мы умножали бы 32 сначала на 20, затем на 4. При письменном умножении удобнее умножать сначала на единицы, затем на десятки. Умножая 32 на 4, получаем 128. Теперь надо умножить 32 на 20. Для этого умножим 32 на 2 и справа припишем нуль, получаем 640. Остается сложить полученные числа. В результате решения получается запись:

$$\begin{array}{r@{\ }l} \times\ 32 & \text{руб.} \\ 24 & \\ \hline 128 & \\ +\ 640 & \\ \hline 768 & \text{руб.} \end{array}$$

В беседе с детьми выясняется, что, умножив 32 на 4, мы узнали, сколько стоят 4 стула. Умножив 32 на 20, мы узнали, сколько стоят 20 стульев, а сложив затем полученные числа, мы узнали, сколько стоят 24 стула.

Как видно, во втором неполном произведении на месте единиц поставлен нуль. Такая форма записи умножения на двузначное число содействует более сознательному усвоению действия, а потому целесообразно применять ее при решении первых примеров. В дальнейшем переходят к общепринятой форме записи этого действия, при которой во втором неполном произведении нуль на месте единиц не ставится. Учащимся предлагается решить пример на умножение (положим, пример $76 \times 23$). Вначале пример решается так:[1]

$$
\begin{array}{r}
\times \begin{array}{r} 76 \\ 23 \end{array} \\
\hline
+ \begin{array}{r} 228 \\ 1520 \end{array} \\
\hline
1748
\end{array}
$$

Затем учитель разъясняет детям, что обычно не пишут нуля во втором неполном произведении справа, так как лишний нуль может иногда привести к ошибкам. Нуль во втором неполном произведении стирается. Снова выполняется сложение и учащиеся убеждаются, что от того что в этом произведении не пишется нуль справа, общее произведение не изменяется. В дальнейшем при умножении на двузначное число применяется общепринятая форма записи, например:

$$
\begin{array}{r}
\times \begin{array}{r} 84 \\ 36 \end{array} \\
\hline
+ \begin{array}{r} 504 \\ 252\phantom{0} \end{array} \\
\hline
3024
\end{array}
$$

При решении первых примеров на данный случай умножения полезно после выяснения плана выполнения действия предложить учащимся, чтобы они сами выполнили знакомое им умножение на единицы множителя. Учащиеся с места рассказывают, как выполнять эти вычисления в записанном на доске примере, а учитель записывает с их слов результаты. Объясняется только новое для детей умножение на десяток и сложение неполных произведений.

В ответ на вопрос, какое из двух неполных произведений больше, дети часто дают неверный ответ, говоря, например, что первое произведение (504) больше второго. Некоторые учащиеся подписывают десятки второго неполного произведения под единицами первого. Иногда при умножении на двузначное число они ограничиваются умножением на единицы множителя и на этом заканчивают выполнение действия. Для предупреждения подобных ошибок полезно, чтобы на первых порах учащиеся пред-

---

[1] В письменном умножении на двузначные и многозначные числа обычно ставится только знак основного действия. Знак + при сложении неполных произведений здесь обычно не ставится. Однако при введении этих случаев умножения в целях лучшего осмысления детьми способа выполнения действий на первых порах полезно ставить и знак +. Аналогично этому, в письменном делении знак — при вычитании произведений из неполных делимых ставится только на первых порах.

варительно объясняли, как они будут выполнять действие, а после вычисления каждого неполного произведения называли, какие единицы получены.

Приведем образец такого объяснения. Надо 76 умножить на 23. Для этого умножим 76 на 3 единицы, затем 76 на 2 десятка и сложим полученные числа. Умножаем 76 на 3. Трижды 6 — 18 и т. д. Получилось 228 единиц. Умножаем 76 на 2 десятка. Дважды 6 — 12 и т. д. Получилось 152 десятка. Сложим полученные числа. В произведении получилось 1748. Целесообразно также спрашивать учащихся, как можно было по-иному (или более полно) записать второе неполное произведение?

Умножение на двузначное число нелегко дается некоторым учащимся. Поэтому, переходя к упражнениям в самостоятельном решении примеров, уместно на первых порах предлагать детям лишь заканчивать начатые решения, положим, закончить решение примера:

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times\ 47 \\ \hline 392 \\ 4\phantom{0} \end{array}$$

По мере усвоения детьми способа выполнения умножения им задаются примеры для вполне самостоятельного решения.

Указанный прием годится для умножения не только на двузначные, но и на многозначные числа.

### Умножение на трехзначное число

При изучении умножения на трехзначное число сначала рассматривается общий случай этого действия, а затем частные случаи, когда в середине или в конце сомножителей имеются нули.

**Общий случай умножения.** Умножение на трехзначное число тем легче, чем больше цифр первого пятка в изображении данных чисел. Поэтому целесообразно вначале брать примеры, в которых сомножители изображены преимущественно такими цифрами. Приведем образцы подобных примеров: $312 \times 124$; $541 \times 322$; $644 \times 213$. После того как дети научатся решать такие примеры, для умножения берутся числа, в изображении которых преобладают цифры 5—9; например: $738 \times 466$; $947 \times 685$; $786 \times 398$; $699 \times 876$.

Как и при введении умножения на двузначное число, изучению письменного умножения на трехзначное число предпосылается устное решение примеров на этот случай умножения, положим: $3 \times 123$; $2 \times 435$; $4 \times 215$. В результате решения таких примеров делается вывод: при устном умножении на трехзначное число множимое умножают на сотни, затем на десятки и на единицы множителя и складывают полученные числа.

ливаем, что 214 сеялок надо сначала умножить на 7 единиц (чтобы узнать, сколько сеялок завод выпустил за 7 дней), затем на 3 сотни (чтобы узнать, сколько он выпустил их за 300 дней) и сложить полученные числа (чтобы узнать, сколько сеялок выпустил он за 307 дней). Действие при этом записывается так:

$$\begin{array}{rl}
\times\ 214 & \text{сеялок} \\
307\ \, & \\
\hline
1498 & \\
+\ 642\ \ \ \, & \\
\hline
65698 & \text{сеялок}
\end{array}$$

Иногда в школьной практике встречаются такие записи:

$$\begin{array}{r}
245 \\
\times\ 107 \\
\hline
1\,715 \\
2450\ \\
\hline
26215
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
245 \\
\times\ 107 \\
\hline
1715 \\
000\ \ \\
245\ \ \ \ \\
\hline
26215
\end{array}$$

Эти формы записи должны быть решительно отвергнуты, так как лишние нули могут вести к ошибкам.

Случай умножения, когда нули стоят *в середине обоих сомножителей*, представляет собой комбинацию предшествующих двух случаев и не требует специального объяснения. Мы не будем здесь также останавливаться на случае, когда нули стоят в конце множителя, поскольку это было рассмотрено выше, в связи с умножением на круглые десятки и сотни.

Рассмотрим случай умножения, когда *множимое оканчивается нулями*. Учащимся предлагается несколько примеров для устного решения, положим: $40 \times 7$, $600 \times 4$, $140 \times 4$. Эти примеры решаются следующим образом:

| | | |
|---|---|---|
| $40 \times 7 = ?$ | $600 \times 4 = ?$ | $140 \times 4 =$ |
| 4 дес. $\times 7 = 28$ дес. | 6 сот. $\times 4 = 24$ сотни | 14 дес. $\times 4 = 56$ дес. |
| 28 дес. $= 280$ ед. | 24 сот. $= 2\,400$ ед | 56 дес. $= 560$ |

Устное решение примеров с помощью данного приема поможет учащимся понять прием, используемый в соответствующем случае письменного умножения. Так, при письменном решении примера $1380 \times 6$ мы умножаем 138 десятков на 6. Получаем 828 десятков, или 8280. Решение этого примера записывается так:

$$\begin{array}{r}
1380 \\
\times\ \ \ 6\ \ \\
\hline
8280
\end{array}$$

Подобным образом объясняется решение примеров, в которых множимое оканчивается двумя и большим числом нулей.

Остается рассмотреть наиболее трудный случай, когда **оба сомножителя оканчиваются нулями**. К этому лучше всего подвести учащихся, отправляясь от общего случая умножения. Так, после решения примера $34 \times 28$ или $76 \times 8$ мы приписываем справа один или несколько нулей сначала к множимому, затем к множителю и каждый раз вносим соответствующие коррективы в произведение.

Пусть к множимому 34 приписан справа нуль. Так как во множимом уже не 34 единицы, а 34 десятка, то в произведении получится не 952 единицы, а 952 десятка, или 9520. После следующей приписки нуля к множителю 28 выясняем, что $280 = 28 \times \times 10$. Поэтому произведение надо умножить на 10, или приписать к нему справа нуль.

В рассматриваемом случае умножения учащиеся забывают иногда приписывать нули к полученному произведению. Некоторые учителя в своей практике добиваются предупреждения таких ошибок тем, что они рекомендуют учащимся не ставить черты под нулями, которыми оканчиваются сомножители, например:

$$\begin{array}{r} 360 \\ \times\; 280 \\ \hline \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 790 \\ \times\; 600 \\ \hline \end{array}$$

При такой записи нули, которыми оканчиваются сомножители, четче выделяются, благодаря чему дети реже забывают приписывать их к произведению. С другой стороны, здесь яснее выступают числа, которые надо перемножить, что облегчает выполнение действия. Этот прием полезно применять на первых шагах изучения этого случая умножения.

При решении примеров на данный случай умножения учащиеся нередко допускают ошибки, проистекающие от неверного подписывания сомножителей. Для предупреждения таких ошибок полезно наряду с полным решением примеров упражнять учащихся только в записи сомножителей (одного под другим), не требуя от них решения записанных примеров, а лишь устного объяснения действия. Пусть дан пример $380 \times 700$. Вызванный ученик записывает его на доске:

$$\begin{array}{r} 380 \\ \times\; 700 \\ \hline \end{array}$$

Затем он объясняет, как надо выполнять умножение, но самого действия не выполняет Такие упражнения фиксируют внимание детей на том, как надо подписывать сомножители, оканчивающиеся нулями, и тем содействуют предупреждению ошибок.

В процессе изучения умножения многозначных чисел целесообразно давать учащимся примеры, при решении которых используются **сочетательный** и **распределительный** законы. Приведем образцы таких примеров:

1. Решить различными способами:

$$5\times7\times13\times2;\quad 2\times3\times5\times11\times17;\quad 32\times16+32\times4;$$
$$10\times24+18\times6;\quad 35\times90+35\times10.$$

Первый пример можно решить несколькими способами:

$$(5\times7)\times(13\times2);\quad (5\times13)\times(7\times2);\quad (7\times13)\times(5\times2).$$

Последний пример можно решать следующими двумя способами:

$$(35\times90)+(35\times10)=3150+350=3500;$$
$$35\times(90+10)=35\times100=3500.$$

2. Проверить равенства:

$$45\times7\times9=45\times63;$$
$$5\times7\times11\times13=(5\times7)\times(11\times13).$$
$$36\times92+36\times8=36\times100.$$

Решение таких примеров может способствовать формированию понятий о названных законах умножения. Проверка равенств полезна еще тем, что дает учащимся возможность контролировать себя: если вычисления сделаны верно, то в результате каждой части равенства должны получиться одинаковые числа.

## ДЕЛЕНИЕ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

Деление многозначных чисел целесообразно изучать в такой последовательности:

1. Деление на однозначное число (общий и частные случаи).
2. Деление на 10 и на 100.
3. Деление на круглые десятки и круглые сотни.
4. Деление на двузначное число.
5. Деление на трехзначное число.
6. Деление на многозначные числа.

### Деление на однозначное число

Перед изучением деления многозначных чисел следует повторить письменное деление в пределе 1000, а затем перейти к делению на однозначное число сначала четырехзначных чисел, потом пятизначных и т. д. Единицы высшего разряда при этом вначале подбирают так, чтобы они делились нацело на делитель, затем берут примеры, где требуется раздробить в единицы низшего разряда одну, а потом несколько единиц высшего разряда. Так, при введении деления четырехзначных чисел, где новым для учащихся является деление тысяч, можно взять следующие примеры:

| | | |
|---|---|---|
| 8 564 : 2 | 1 276 : 2 | 2 472 : 3 |
| 6 729 : 3 | 7 428 : 2 | 8 196 : 3 |
| 8 468 : 4 | 1 845 : 3 | 3 256 : 4 |
| 5 625 : 5 | 7 251 : 3 | 7 692 : 4 |

В примерах первого столбика тысячи делятся нацело на делитель. В примерах второго столбика приходится раздроблять в сотни 1 тысячу, а в примерах третьего столбика — две и более тысяч. При таком подборе примеров трудность деления тысяч нарастает постепенно. Деление же сотен, десятков и единиц не представляет здесь ничего нового по сравнению с изученным раньше делением трехзначных чисел. Аналогичным образом подбирают примеры на деление пятизначных и шестизначных чисел.

Деление многозначных чисел учащиеся объясняют примерно так же, как письменное деление в пределе 1000. Объяснение деления многозначных чисел необходимо лишь дополнить предварительным (после нахождения первой цифры частного) определением, сколько знаков получится в частном. Дети должны быть приучены делать это без напоминания со стороны учителя. Так, деление 7 548 на 2 объясняется примерно так: 7 тысяч разделить на 2 равные части, получится 3 тысячи. Всего в частном будет 4 цифры. Узнаем, сколько всего тысяч мы разделим. Для этого умножим 3 тысячи на 2, получится 6 тысяч. Узнаем, сколько тысяч осталось разделить. Для этого от 7 тысяч отнимаем 6 тысяч, получится 1 тысяча и т. д.

В отличие от других действий, где от подробного объяснения скоро переходят к краткому, при изучении деления краткие объяснения следует вводить возможно позже и практиковать их не слишком часто. Но и при кратком объяснении деления учащиеся должны указывать, единицы какого разряда делимого они делят каждый раз и какие единицы получаются при этом в частном; они должны также предварительно определять, сколько знаков будет в частном. (Сказанное здесь об объяснении деления относится к делению не только на однозначные, но и на другие числа.)

При делении многозначных чисел учащиеся иногда забывают снести одну из цифр делимого. Особенно часто это происходит, если в делимом стоят рядом несколько одинаковых цифр. Во избежание таких ошибок следует приучать детей располагать каждую цифру, которую они сносят к остатку, точно под соответствующей цифрой делимого. На первых порах можно допускать, чтобы они в делимом отмечали сверху черточкой (штрихом), какое число отделено в нем для деления, или какая цифра снесена к остатку.

При записи частного полезно отделять небольшими интервалами нумерационные классы. Покажем это на примере:

$$
\begin{array}{r|l}
30992 & \underline{\;8\;} \\
-\underline{24\phantom{992}} & 3\,874 \\
69\phantom{92} & \\
-\underline{64\phantom{92}} & \\
59\phantom{2} & \\
-\underline{56\phantom{2}} & \\
32 & \\
-\underline{32} & \\
0 &
\end{array}
$$

Необходимость отделения интервалом нумерационных классов в частном побуждает детей отдавать себе отчет в том, единицы каких разрядов они каждый раз делят и получают, что в определенной мере может уберечь их от пропуска знаков в частном.

**Частные случаи деления.** Сначала изучается общий случай деления на однозначное число, а затем частные. К последним относятся случаи:

а) когда при делении без остатка получаются нули в конце частного (например, 13 600 : 8);

б) когда получаются нули в середине частного (например, 19230 : 6);

в) когда при делении с остатком в конце частного получается нуль (например, 35 642 : 6).

Первый из указанных случаев обычно не затрудняет учащихся. Поэтому его обычно рассматривают попутно с общим случаем деления.

Что же касается второго и особенно третьего случая деления, то для многих учеников они представляют серьезные трудности. Предупреждению ошибок в частных случаях деления могут способствовать подробные объяснения при выполнении действий, включающих предварительное определение числа знаков, которое должно получиться в частном. Такие объяснения должны практиковаться здесь чаще, чем при решении примеров на общий случай деления. Некоторые учителя рекомендуют детям до выполнения деления ставить в частном столько точек, сколько должно в нем получиться знаков. Этот прием заслуживает одобрения. Следует, наконец, упомянуть о полезности соблюдения небольших интервалов между нумерационными классами при записи цифр в частном, на чем мы останавливались выше.

Случай, когда при делении с остатком получаются нули в конце частного, как особо трудный, обычно рассматривается в IV классе. При изучении его вначале берутся примеры с однозначным делителем. Затем постепенно переходят к решению аналогичных примеров с двузначными и многозначными делителями. Тут уместно сказать, что многие приемы, указанные выше в отношении деления на однозначное число, применимы при делении на числа с двумя, тремя и большим числом знаков.

В приведенных выше образцах деления на однозначное число была применима полная запись, включающая произведения делителя на отдельные числа частного. Такая запись, однако, применима лишь на первом этапе изучения этого действия, поскольку она способствует более сознательному усвоению деления. В дальнейшем вводится более краткая форма записи. Покажем это на примере 57 465 : 9.

$$\begin{array}{r|l} 57465 & 9 \\ \cline{2-2} \underline{34\phantom{0}\phantom{0}} & 6\,385 \\ \underline{76\phantom{0}} & \\ \underline{45} & \\ 0 & \end{array}$$

### Деление на 10 и 100

При изучении деления на 10 в качестве делимых берут сначала двузначные числа, затем трехзначные и т. д. Делим 70 на 10 (7 десятков на 10). От деления каждого десятка на 10 получается единица. Поэтому от деления 7 десятков на 10 получится 7 единиц. Подобным образом объясняется решение таких примеров, как 40 : 10, 90 : 10 и др.

При делении 300 на 10 (3 сотен на 10) рассуждают так: от деления сотни на 10 получается десяток, поэтому от деления 3 сотен на 10 получится 3 десятка, или 30. Аналогичным путем объясняется решение примеров 500 : 10, 800 : 10 и др.

При делении 350 на 10 объяснение ведется так: от деления 3 сотен на 10 получается 3 десятка, от деления 5 десятков на 10 получается 5 единиц. Всего получится 3 десятка и 5 единиц, или 35.

Решение ряда примеров с подобным объяснением поможет учащимся понять, что при делении на 10 единицы каждого разряда уменьшаются в 10 раз, а потому обращаются в единицы следующего низшего разряда. Так, при делении 2 460 на 10 две тысячи обращаются в 2 сотни, 4 сотни — в 4 десятка и 6 десятков — в 6 единиц.

Деление на 10 полезно сопоставлять с умножением на 10 путем решения взаимно обратных примеров ($18 \times 10$ и 180 : 10; $32 \times 10$ и 320 : 10; $125 \times 10$ и 1250 : 10 и т. п.). Это может способствовать не только лучшему усвоению деления на 10, но и углублению знаний детей о нумерации многозначных чисел.

После упражнений в делении круглых чисел на 10 переходят к делению некруглых. К последнему случаю подводят учащихся, отправляясь от деления круглых чисел. Так, делят 80 на 10, а затем 83 на 10; делят на 10 число 120, затем 127; 450, затем 459 и т. д. В дальнейшем переходят к делению некруглых чисел без подготовительных примеров. Но и здесь мысленно округляют делимое, разлагая его на два слагаемых, из которых первое содержит данное число без единиц первого разряда, а второе — эти единицы. Так, при делении 768 на 10 мысленно разлагают 768 на 760 и 8. Делят 760 на 10, получается 76 и 8 в остатке.

Аналогично проводится изучение деления на 100, а в дальнейшем (в IV классе) на 1000, на 10 000 и т. д.

### Деление на круглые десятки и круглые сотни

При изучении деления на круглые десятки и сотни сначала рассматривают случай, когда в частном получается однозначное число, а затем, когда в частном получается 2 и более знаков.

Деление на круглые десятки при однозначном частном сначала рассматривается как деление по содержанию. Так, при делении 120 на 40 узнают, сколько раз 4 десятка содержатся в 12 десятках. Действие выполняется наглядно: берут 12 десятков палочек и раскладывают их по 4 десятка.

Деление на круглые десятки следует рассматривать и как деление на части, поскольку в задачах встречаются оба случая этого действия. Главное же то, что деление при многозначном частном приходится объяснять как деление на части.

Деление на равные части, например 160 на 20, можно объяснять так: делим 160 сначала на 10 равных частей (получается 16). Каждую из этих частей делим затем на 2 равные части (рис. 44). Число 160 разделилось на 20 частей, каждая часть равна 8.

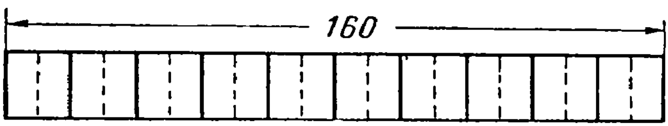



Рис. 44.

В случае деления на круглые десятки с однозначным частным следует уделять много внимания делению с остатком, так как от умения решать такие примеры в значительной степени зависит успешность изучения деления круглых десятков при многозначных частных.

Примеры на деление на круглые десятки при **однозначном частном с остатком** располагаются по степени трудности в такой последовательности: сначала решают примеры, дающие в остатке однозначные числа (248 : 40; 356 : 50), затем примеры, при решении которых в остатке получается круглое двузначное число (270 : 60; 390 : 70), и, наконец, примеры, дающие в остатке некруглое двузначное число (178 : 50; 196 : 40 и т. п.).

Лишь после усвоения указанных случаев деления можно перейти к делению круглых десятков при **многозначном частном**. Чтобы облегчить детям изучение этого случая деления, вначале решают подготовительные примеры с однозначным частным, например 128 : 40, а затем 1280 : 40. Подобным образом решают подряд примеры: 162 : 30 и 1620 : 30, 265 : 50 и 2650 : 50 и т. п. Решение подготовительного примера облегчает детям нахождение цифры частного в основном примере, помогает им лучше понять, почему эта цифра здесь означает десятки (делим десятки, а потому и в частном получаются десятки). Подготовительные примеры, однако, уместны лишь при введении данного случая деления.

При делении на **круглые сотни**, как и на круглые десятки, целесообразно первые примеры решать наглядно. Так, при решении примера 600 : 200 берут 6 сотен палочек и раскладывают их по 2 сотни. Сначала решаются примеры деления на круглые сотни с однозначным частным, а затем с многозначным, при этом в основном используются приемы, аналогичные тем, какие были указаны выше в отношении деления на круглые десятки.

В начальной школе нецелесообразно зачеркивать нули, которыми оканчиваются делимое и делитель, так как при зачеркивании нулей дети часто допускают ошибки, не приписывая нулей к получаемому остатку. Покажем, как следует записывать решение таких примеров:

$$
\begin{array}{r|l}
-\,3960 & 70 \\
\underline{350\phantom{0}} & \overline{56} \\
-\,460 & \\
\underline{420} & \\
40 &
\end{array}
$$

## Деление на двузначное число

**Нахождение цифр частного.** В школьной практике при отыскании цифр частного нередко двузначный делитель в одних случаях округляют до меньшего круглого числа, а в других — до большего круглого числа, в зависимости от того, к какому из этих чисел делитель ближе. Так, делитель 42 округляют до 40, а делитель 48 — до 50.

Наблюдения показывают, что округление делителя в сторону большего круглого числа слишком сложно для учащихся. При округлении делителя в сторону меньшего круглого числа для проверки пробных цифр частного, получаемых от деления единиц высшего разряда делимого на десятки делителя, достаточно одного действия — умножения делителя на пробную цифру. Сопоставляя полученное при этом произведение с делимым, мы узнаем, пригодно ли частное или надо его уменьшить.

При округлении же делителя в сторону большего круглого числа необходимо не только умножить делитель на пробную цифру частного, но и вычесть полученное произведение из делимого, чтобы убедиться в том, не получился ли остаток, больший делителя. В последнем случае приходится пробную цифру увеличивать на 1 и снова подвергать ее проверке с помощью двух действий: умножения и вычитания.

Кроме того, при получении остатков, бо́льших делителя, учащиеся могут здесь допустить ошибки. Так, при делении 199 на 28 ученик, округлив делитель до 30 и получив от деления 19 на 3 число 6, может выполнить действие так:

$$\begin{array}{r|l} -\,199 & 28 \\ \underline{168} & \overline{61} \\ -\,31 & \\ \underline{28} & \\ 3 & \end{array}$$

Далее, при округлении делителя в сторону меньшего круглого числа делитель не подвергается никаким изменениям, при округлении же в сторону большего круглого числа приходится число десятков делителя увеличивать на единицу. Все это делает второй прием более трудным для учащихся, чем первый. Вообще же необходимость усвоения двух существенно отличающихся друг от друга способов нахождения цифр частного усложняет изучение данного действия. Некоторым учащимся даже нелегко определять, какой прием округления подходит для данного делителя. Поэтому мы считаем целесообразным округлять делители в сторону *меньших* круглых чисел. Если же применять второй способ, то вводить его можно только после усвоения детьми первого способа.

При делении на двузначное число умножение делителя на пробные цифры частного учащиеся должны, как правило, выполнять устно. При этом можно не доводить действие до конца, если в процессе его выполнения выясняется, что в произведении получится число, большее делимого. Так, при делении 295 на 48 мы, разделив 29 на 4 и умножая затем делитель 48 на полученную пробную цифру 7, можем в процессе умножения не складывать 280 (результат умножения 40 на 7) и 56 (результат умножения 7 на 8), так как видно, что получится число, большее 300, тогда как делимое равно 295. Вообще при умножении делителя на пробную цифру частного следует все время иметь в виду делимое с тем, чтобы по возможности избегать лишних вычислений.

Задолго до изучения деления на двузначное число следует упражнять учащихся в устном умножении двузначных чисел на однозначные, чтобы соответствующие вычисления не затрудняли их при выполнении деления.

В школьной практике при делении на двузначное число иногда испытывают цифры частного таким образом (берем пример 295 : 48): делят 29 на 4, умножают 4 десятка делителя на 7 и полученные 28 десятков вычитают из 29 десятков делимого. Получается 1 десяток; 1 дес. + 5 ед. = 15. Итак, в запасе 15. Умножают 8 единиц делителя на 7, получается 56. Значит, 7 много.

Подобным образом подвергают затем испытанию цифру 6: 4 дес. $\times 6 = 24$ дес.; 29 дес. — 24 дес. = 5 дес.; 5 дес. + 5 ед. = 55; $6 \times 8 = 48$. Значит, частное 6.

Из рассмотренных на примере деления 295 на 48 двух способов испытания цифр частного второй хорош тем, что вычисления не выходят за пределы 100, тогда как при первом способе учащимся приходится умножать устно двузначные числа на однозначные, что затрудняет некоторых из них. Зато первый способ проще и понятнее для учащихся, чем второй. Последний способ заслуживает внимания, но нуждается в дальнейшей опытной проверке.

**Порядок изучения деления на двузначное число.** Чем больше цифра единиц и чем меньше цифра десятков двузначного делителя, тем больше проб приходится делать при отыскивании цифр частного, а следовательно, тем труднее выполнять деление. Поясним это на примерах. Возьмем делители 23 и 27, у которых *одинаковые цифры десятков* и разные цифры единиц. Сравним примеры:

$$\begin{array}{r|l} -139 & 23 \\ \underline{138} & \overline{6} \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} -139 & 27 \\ \underline{135} & \overline{5} \\ 4 & \end{array}$$

В том и другом примере для отыскания цифры частного делили 13 на 2. Но в то время как от умножения 3 единиц первого делителя на пробное частное 6 получилось число (18), меньшее числа десятков делителя (2 дес.), от умножения 7 единиц второго делителя на 6 получилось число (42), большее числа десятков делителя в 2 с лишним раза. Вследствие этого результат умножения 27 на 6 оказался больше делимого и пришлось уменьшить пробную цифру частного на единицу. Таким образом, для нахождения частного во втором примере потребовались 2 пробы, вместо одной в первом примере. По указанным соображениям, для отыскания цифр частного обычно приходится делать больше проб при делении на 37, чем на 31; на 26, чем на 22; на 55, чем на 52; на 48, чем на 44, и т. п.

Сравним теперь делители 76 и 26, у которых *одинаковые цифры единиц* и разные цифры десятков. Умножим каждый из этих делителей на одно и то же число, например на 8. Получим 608 и 208. От умножения 6 единиц первого делителя на 8 получится 48 — число, намного меньшее числа десятков делителя (7 дес.). От умножения же 6 единиц второго делителя на 8 получается число, большее числа десятков этого делителя (2 дес.) в 2 с лишним раза. Вследствие этого при делении 608 на 76 мы, разделив 60 на 7, сразу получаем подходящую цифру частного. При делении же 208 на 26 для отыскания цифры частного приходится делать 3 пробы (умножать 26 на 10, на 9 и на 8). По указанным соображениям, для нахождения цифры частного приходится, как правило, делать больше проб при делении, скажем, на 24, чем на 84; на 46, чем на 96; на 35, чем на 65; на 28, чем на 78, и т. д.

Особенно много проб приходится делать при нахождении цифр частного в случае, когда число десятков двузначного делителя равно 1, иначе говоря, когда делители — числа второго десятка (исключение составляет делитель 11). Возьмем пример 110 : 18. В результате деления 11 на 1 получается 11, но легко видеть, что делитель должен здесь быть меньше 10, поскольку от умножения 18 на 10 получается 180. Итак, первая пробная цифра 9. Умножаем 18 на 9, получается 162. Значит, 9 — много. Умножаем 18 на 8, получается 144. И 8—много. Умножаем 18 на 7, получается 126. И 7 — много. Умножаем, наконец, 18 на 6, получается 108. Значит, частное 6.

Облегчить детям отыскание цифр частного при делении на числа 12—19 может таблица результатов умножения этих чисел на однозначные числа. Приведем образец такой таблицы:

| | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 24 | 26 | 28 | 30 | 32 | 34 | 36 | 38 |
| 3 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 | 51 | 54 | 57 |
| 4 | 48 | 52 | 56 | 60 | 64 | 68 | 72 | 76 |
| 5 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 |
| 6 | 72 | 78 | 84 | 90 | 96 | 102 | 108 | 114 |
| 7 | 84 | 91 | 98 | 105 | 112 | 119 | 126 | 133 |
| 8 | 96 | 104 | 112 | 120 | 128 | 136 | 144 | 152 |
| 9 | 108 | 117 | 126 | 135 | 144 | 153 | 162 | 171 |

Упражнения в устном умножении с последующей проверкой полученных результатов по таблице, оформленной детьми в тетрадях или вывешенной в классе, могут способствовать запоминанию детьми некоторых результатов умножения чисел 12 — 19 на однозначные числа, и, как следствие, могут облегчить им отыскание частных в соответствующих случаях. Кроме того, в процессе деления учащиеся могут иногда обращаться к этой таблице за справками, чтобы проверить, не допустили ли они ошибки в устном умножении при испытании цифр частного.

Трудность письменного деления на двузначное число в значительной мере зависит от того, сколько проб приходится делать для нахождения цифры частного. Очевидно, что наиболее легким является случай, когда цифру частного находят в результате одной пробы, например: 124 : 31; 260 : 52; 178 : 43. С этого случая и следует начинать изучение деления на двузначное число. Лишь после того, как дети научатся легко находить здесь сначала однозначные, а затем многозначные частные, переходят к рассмотрению случая, когда для нахождения частного приходится делать две пробы, например: 270 : 56; 230 : 34; 385 : 65. После достаточных упражнений в нахождении таких однозначных, а затем многозначных частных переходят к случаю деления, когда для нахождения цифры частного приходится делать более двух проб, например: 212 : 36; 188 : 24; 192 : 27. И здесь учащиеся упражняются в нахождении сначала однозначных, а затем многозначных частных.

Как видно из сказанного выше, в каждом случае деления сначала решаются примеры с однозначными частными и лишь затем с многозначными. Такая последовательность в расположении примеров вызывается тем, что нахождение многозначных частных посильно для учащихся лишь в том случае, когда они умеют решать соответствующие примеры с однозначным частным.

Так как в случае деления, когда в частном получается многозначное число, делимые чаще всего делятся с остатком, то для лучшей подготовки учащихся к этому случаю деления целесообразно при нахождении однозначных частных решать примеры преимущественно с остатком.

Примеры на деление с остатком при однозначном частном должны преобладать еще потому, что при решении многих примеров на деление без остатка некоторые учащиеся начинают подбирать однозначные частные путем сопоставления единиц делимого и единиц делителя, вместо того чтобы отыскивать частное путем деления единиц высших разрядов делимого на единицы высшего разряда делителя. Привыкнув в результате решения предшествовавших примеров к тому, что от умножения единиц делителя на цифру частного получаются числа, оканчивающиеся такой же цифрой, как и делимое, некоторые дети при отыскивании частного стараются подбирать число, которое удовлетворяло бы этому требованию. Так, пример 192 : 47, если этому предшествовало решение многих примеров на деление без остатка, некоторые учащиеся решают таким образом:

$$\begin{array}{r|l} -\,192 & 47 \\ \underline{192} & \overline{6} \\ 0 & \end{array}$$

Эти дети выбрали здесь в качестве частного число 6, очевидно, потому, что произведение 42, получаемое от умножения 6 на 7, оканчивается цифрой 2, как и делимое 192. Далее, не умножая делитель на найденную цифру частного, они подписали под делимым число, равное ему, поскольку в предшествующих примерах неизменно так получалось. Решение многих примеров на деление без остатка при однозначном частном может, таким образом, привить учащимся неверный навык отыскивания частного.

Дети должны отыскивать частное путем деления единиц высших разрядов делимого на единицы высшего разряда делителя, и все, что может мешать приобретению ими такого навыка, должно быть устранено. Поэтому решение примеров на деление б е з о с т а т к а должно здесь практиковаться в ограниченной мере. Большинство же примеров должно даваться на деление с о с т а т к о м. Это относится главным образом к случаю, когда частное однозначное. При многозначном же частном можно давать примеры преимущественно на деление без остатка.

Для того чтобы облегчить решение первых примеров с двузначным частным, можно давать детям подготовительные примеры с однозначным частным. Последние легко получить путем отбрасывания цифры единиц в делимом. Так, если учитель наметил для решения пример 1152 : 16, он может, отбросив в делимом цифру 2, предложить сначала пример 115 : 16.

Деление многозначного числа на двузначное учащиеся объясняют примерно так: пусть требуется разделить 38 385 на 45; 38 тысяч разделить на 45, тысяч в частном не получится. Делим 383 сотни на 45. 38 разделить на 4, получится 9. Умножаем 45 на 9. Получится 405. Значит 9—много. Умножаем 45 на 8, получится 360. Итак, 383 сотни разделить на 45, получится 8 сотен. В частном будет 3 знака и т. д.

Решение примера записывается так:

$$\begin{array}{r|l} -\,38385 & 45 \\ \underline{360\phantom{00}} & \overline{853} \\ -\,238\phantom{0} & \\ \underline{225\phantom{0}} & \\ -\,135 & \\ \underline{135} & \\ 0 & \end{array}$$

При делении на двузначное, как и при делении на однозначное число, сначала рассматривается общий случай деления, а затем случай, когда в середине частного получаются один или несколько нулей. При этом для предупреждения ошибок используются приемы, аналогичные тем, какие применялись в соответствующем случае деления на однозначное число.

## Деление на трехзначное число

По соображениям, которые были высказаны выше в отношении двузначных делителей, для отыскания цифр частного трехзначные делители также целесообразно округлять лишь в сторону меньшего круглого числа. Цифры частного здесь также отыскиваются путем деления единиц одного или двух высших разрядов делимого на единицы высшего разряда делителя (на число сотен). Так, при делении 897 на 218 для нахождения частного делят 8 на 2, при делении 4 328 на 536 частное находят путем деления 43 на 5.

Но как тут проверять, пригодна ли найденная цифра частного? От умножения единиц делителя на пробное частное получается небольшое число по сравнению с полным произведением делителя на это частное. Поэтому в большинстве случаев для суждения о пригодности частного достаточно умножить его пробную цифру на двузначное число, включающее сотни и десятки делителя. Так, при решении примера 3240 : 745 можно, разделив 32 на 7 и получив 4, умножать на это число не 745, а 74. Получится 296 десятков, или 2 960. Так как 3 240 намного больше 2 960, чем 20 (результат умножения единиц делителя на 4), то можно считать, что число 4 пригодно как частное от деления 3 240 на 745.

Однако в сомнительных случаях следует умножать на пробную цифру частного **весь** делитель. Последнее, как правило, выполняется устно. Лишь когда это непосильно для учащихся, можно разрешать им выполнять умножение письменно. Чтобы дети при этом не пользовались черновиками, что нередко влечет за собой ошибки в вычислениях, можно разрешать им выполнять умножение в тетрадях.

Хотя действие выполняется здесь с помощью приема письменных вычислений, данные числа и результаты лучше записывать в строчку, например:

$$5238 \,|\, \underline{876} \qquad\qquad 876 \times 6 = 5\,256.$$

От деления 52 на 8 получается 6. Для испытания цифры частного надо 876 умножить на 6. Это можно выполнить устно (87 дес.$\times$6=522 дес., или 5 220; 6$\times$6=36; 5 220+36=5 256). Но если устное умножение непосильно для ученика, можно позволить ему выполнить действие письменно так: шестью шесть — 36, 6 пишем, 3 в уме; шестью семь — 42 да 3 — 45, 5 пишем, 4 в уме; шестью восемь — 48 да 4 — 52 (решение записывается «в строчку»). Получилось 5 256. Значит, 6 — много. Так как 5 256 не намного больше делимого, то, очевидно, частное равно 5. При умножении 876 на 5 произведение уже записывается под делимым:

$$\begin{array}{r|l} -\,5\,238 & 876 \\ 4\,380 & \overline{5} \\ \hline 858 & \end{array}$$

Запись умножения «в строчку» прививает учащимся такой навык выполнения умножения, который часто применяется в V — VI классах в действиях над дробями. Кроме того, запись в строчку занимает мало места. Уместно, однако, еще раз указать, что при испытании цифр частного следует прибегать к письменному умножению лишь в отдельных немногих случаях.

При изучении деления на трехзначное число так же, как и на двузначное, начинают со случая, когда в результате деления единиц одного или двух высших разрядов делимого на единицы высшего разряда делителя сразу получается истинное частное, при этом сначала решают примеры с однозначным, а затем с многозначным частным. После того как дети научатся решать такие примеры, переходят к случаю деления, когда для нахождения цифр частного приходится делать 2 пробы, а затем — более двух проб. В каждом из этих случаев также сначала решают примеры с однозначным, а потом с многозначным частным.

Примерам с однозначным частным здесь, как и при делении на двузначное число, следует уделять много внимания, так как без этого трудно рассчитывать на успешное изучение деления с многозначным частным. Примеры с однозначным частным (по соображениям, которые приводились выше в отношении деления на двузначные числа) подбираются преимущественно с остатком.

Выше уже указывалось, что от умножения пробной цифры частного на единицы трехзначного делителя получается небольшое по сравнению с полным произведением число. Поэтому единицы делителя здесь в весьма незначительной мере влияют на число проб, которое приходится делать при испытании цифр частного. Число этих проб зависит главным образом от цифр сотен и десятков делителя, иначе говоря, от двузначного числа, изображаемого этими цифрами. Для трехзначных делителей поэтому в основном остается в силе положение, которое было высказано выше в отношении двузначных делителей. Здесь это положение может быть сформулировано так: чем меньше цифра сотен и чем больше цифра десятков делителя, тем больше проб приходится делать при отыскивании цифр частного. Так, например, для нахождения цифр частного приходится делать больше проб при делении на 275, чем на 875; на 356, чем на 756 и, далее, на 684, чем на 634; на 591, чем на 521, и т. п. При делении на трехзначное число (аналогично делению на двузначное) особенно много проб приходится делать для нахождения цифр частного в случае, когда делителями являются числа второй сотни от 121 до 199 Здесь, как и при делении на числа 12—19, может быть использована приведенная выше (стр. 256) таблица результатов умножения чисел 12—19 на однозначные числа.

Вслед за общим случаем деления на трехзначное число рассматривается частный случай деления, когда в середине частного получаются нули. В дальнейшем, в IV классе, кроме того, вводится случай деления, когда при делении с остатком получаются нули в конце частного, например:

604 | 12    82524 | 25    52508 | 175

## ВЫЧИСЛЕНИЯ НА СЧЕТАХ

Вычисления на счетах широко применяются в жизненной практике, и школа в этом отношении должна дать детям надлежащую подготовку.

С поместным значением косточек на различных проволоках классных счетов учащиеся знакомятся при изучении нумерации в пределе 100, а затем нумерации трехзначных и многозначных чисел. Что касается вычислений на счетах, то в пределах 100 и 1000 уместно упражнять детей в сложении и вычитании без перехода через разрядные единицы. С приемами же выполнения этих действий в более трудных случаях целесообразно знакомить учащихся после того, как они усвоят приемы письменного сложения и вычитания, так как одновременное введение действий на счетах и письменных вычислений может отрицательно сказаться на успешности обучения. Сложение и вычитание на счетах — в случаях перехода через разрядные единицы — уместно ввести после изучения соответствующих действий над многозначными числами.

Рассмотрим, как обучать сложению и вычитанию на счетах **без перехода**, а затем **с переходом** через разрядные единицы.

Несмотря на легкость первого случая сложения и вычитания на счетах, при первичном ознакомлении с каждым из этих действий вначале берутся небольшие числа. Пусть требуется сложить 56 и 42 ( или от 56 отнять 42). Отложив на счетах первое число (5 косточек на второй проволоке и 6 на первой), прибавляют к нему (или отнимают от него) сначала десятки, а затем единицы второго числа. После ряда подобных упражнений делается вывод, что действия на счетах, как и устные вычисления, начинают с единиц высших разрядов. От сложения (вычитания) двузначных чисел постепенно переходят к соответствующим действиям над трехзначными числами, а в дальнейшем — над многозначными.

По мере овладения детьми сложением на счетах **без перехода** через разрядные единицы постепенно вводится случай, когда от сложения единиц какого-либо разряда (сначала простых единиц, а затем десятков) получается 10. Такие 10 косточек дети сбрасывают, заменяя их одной косточкой на следующей верхней проволоке.

При введении сложения с переходом через разрядные единицы берем вначале однозначные слагаемые. Первые примеры к тому же подбираем так, чтобы второе слагаемое было ближе к 10. Пусть требуется к 6 прибавить 9. Откладываем на первой проволоке 6 косточек. К 6 надо прибавить 9. Прибавим 10 (вместо 9), отложив 1 косточку на второй проволоке. Прибавленную лишнюю единицу отнимаем затем от 16. Получается 15.

После достаточного числа упражнений в сложении простых единиц переходят к сложению круглых десятков (например, 40 и 80; 70 и 90 и т. п.), а затем некруглых чисел — двузначных, а потом трехзначных. При сложении последних берутся примеры сначала с переходом в одном случае (357+208, 472+156), а затем в двух (145+588; 289+674).

Чтобы сложить 289 и 674, откладываем на счетах слагаемое 289. Прибавляем к нему 6 сотен, откладывая 6 косточек на третьей проволоке. Отложить 7 десятков на второй проволоке мы не можем, так как на ней нет стольких косточек. Прибавляем 1 сотню, откладывая 1 косточку на третьей проволоке. Мы прибавили 1 сотню, или 10 десятков, а надо было прибавить только 7 десятков. Лишние 3 десятка сбрасываем со второй проволоки. Осталось прибавить единицы. Отложить 4 единицы на первой проволоке не можем. Прибавляем 1 десяток, откладывая 1 косточку на второй проволоке. Но отложив 1 десяток вместо 4 единиц, мы прибавили лишних 6 единиц. Сбрасываем 6 единиц с первой проволоки. В сумме получилось 963.

Вычитание на счетах в случае перехода через разрядные единицы начинают с вычитания однозначных чисел из чисел второго десятка. Пусть требуется от 13 отнять 7. Откладываем на счетах 13 (1 косточку на второй проволоке и 3—на первой). От 3 единиц отнять 7 нельзя. Отнимаем 1 десяток (сбрасываем косточку со второй проволоки). Надо было отнять 7 единиц, а мы отняли 10, или на 3 единицы больше. Прибавим излишне отнятые 3 единицы, отложив 3 косточки на первой проволоке. Получится 6.

От вычитания простых единиц переходят к вычитанию круглых десятков, а потом к вычитанию некруглых чисел, сначала двузначных, а потом трехзначных. Возьмем пример: 643 — 478. Откладываем на счетах уменьшаемое 643. От 6 сотен отнимаем 4 сотни. Отнять 7 десятков от 4 десятков мы не можем. Отнимем 1 сотню и прибавим излишне отнятые 3 десятка. От 3 единиц отнять 8 мы не можем. Отнимем 1 десяток и прибавим излишне отнятые 2 единицы. В результате получится 165.

После усвоения детьми вычитания трехзначных чисел постепенно переходят к вычитанию чисел большей значности, сначала круглых, затем некруглых. При вычитании трехзначных, а затем многозначных чисел особое внимание уделяется примерам, где в середине или в конце уменьшаемого имеются нули.

Вычисления на счетах иногда целесообразно проводить в целях проверки решения примеров или задач, выполненных устно или письменно. Для усовершенствования навыков учащихся в вычислениях на счетах полезно, помимо многочисленных упражнений на уроках, организовать кружок, где под руководством учителя дети занимались бы вычислениями на счетах во внеклассное время.

## ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ЧЛЕНАМИ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ. ПРОВЕРКА ДЕЙСТВИЙ

При изучении действий в пределах 10, 20, 100 и 1000 учащиеся многократно наблюдают зависимость между данными и результатами каждого действия. В III и IV классах, в связи с изучением действий над многозначными числами, надлежит углубить знания детей в данной области так, чтобы они усвоили соответствующие правила и умели применять их на практике.

**Зависимость между слагаемыми и суммой.** Зависимость между данными и результатами сложения (как и других действий) целесообразно выяснять на задачах и примерах с небольшими числами, чтобы эта зависимость выступала возможно более отчетливо.

При выяснении зависимости между слагаемыми и суммой можно использовать задачу: «Пионеры отправились в двухдневный поход. В первый день они собирались пройти 12 *км*, а во второй день 9 *км*. Сколько всего километров им надо было пройти?»

После записи решения выясняется, что числа 12 и 9 — слагаемые (12 первое слагаемое, 9 второе), а число 21 — сумма. Названия членов сложения записываются над соответствующими числами. Получается запись:

| Первое слагаемое | | Второе слагаемое | | Сумма |
|---|---|---|---|---|
| 12 *км* | + | 9 *км* | = | 21 *км* |

Затем учащимся предлагается обратная задача: «Пионерам надо было за два дня пройти 21 *км*. В первый день они прошли 12 *км*. Сколько километров им осталось пройти во второй день?»

Условие задачи записывается кратко так:

$$12 \text{ км} + x = 21 \text{ км}.$$

Над данными и искомыми числами записывают названия членов сложения:

| Первое слагаемое | | Второе слагаемое | | Сумма |
|---|---|---|---|---|
| 12 *км* | + | $x$ | = | 21 *км*. |

После записи решения задачи выясняют, каким действием было найдено неизвестное слагаемое. Затем учитель стирает число «12 *км*» и пишет на его месте $x$, а на месте прежнего $x$ пишет «9 *км*» и спрашивает детей:

— А каким действием можно узнать, сколько километров пионеры собирались пройти в первый день, если во второй они хотели пройти 9 *км*, а всего 21 *км*?

После решения указанных задач переходят к решению примеров с $x$. Учащимся предлагается пример: $25+x=40$.

Обсуждаются вопросы: что здесь дано и что надо найти. (Даны первое слагаемое и сумма, а надо найти второе слагаемое.) Над членами действия записываются их названия. Получается запись:

| Первое слагаемое | | Второе слагаемое | | Сумма |
|---|---|---|---|---|
| 25 | + | $x$ | = | 40. |

После решения примера выясняют, как было найдено неизвестное слагаемое. Под первым примером записывают второй: $x+36=60$. Снова обсуждают, что здесь известно и что ищется, а затем выясняют, как было найдено неизвестное слагаемое. Подобное решение нескольких примеров подготовляет учащихся к самостоятельной формулировке правила, как найти неизвестное слагаемое.

В примерах на нахождение неизвестного слагаемого постепенно увеличивают числовые данные и по возможности разнообразят формулировки заданий, например:

Найти $x$, если $356+x=820$.

Сумма двух слагаемых 946, первое слагаемое 250. Найти второе слагаемое.

Сумма двух чисел 1020, одно из них 756. Найти второе число.

Изучение зависимости между слагаемыми и суммой следует использовать для уточнения понятий учащихся о связи между сложением и вычитанием, в частности понятия о вычитании как действии, посредством которого по сумме двух слагаемых и одному из них отыскивается другое слагаемое.

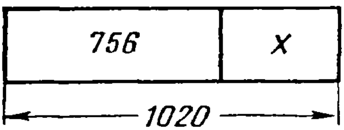


Рис. 45.

Достижению этой цели может, в частности, способствовать применение графической наглядности при выполнении приведенных выше заданий. На рисунке 45 показано, как можно графически иллюстрировать последнее задание.

Чертеж поможет детям лучше понять, что 1020 — сумма числа 756 и второго неизвестного слагаемого и что если от суммы отнять первое слагаемое, получится второе слагаемое.

Для того чтобы учащиеся отчетливо осознавали, посредством какого действия отыскивается неизвестный компонент, целесообразно даже при решении примеров с небольшими числами записывать вычисления. Кроме того, после нахождения $x$ полезно подставить в пример полученное число на место $x$ с тем, чтобы проверить, правильно ли найден искомый компонент. Эта проверка может проводиться устно или письменно. В последнем случае запись решения примера $x+40=200$ примет следующую форму:

$$x + 40 = 200$$
$$200 - 40 = 160$$
$$x = 160$$

Проверка: $160+40=200$.

В школьной практике примеры с $x$ обычно записываются так, что $x$ входит в левую часть равенства, например:

$$x + 50 = 70; \quad 180 + x = 230.$$

Наряду с такой формой записи в IV классе полезно иногда записывать эти примеры так, чтобы $x$ входил в правую часть равенства, например:

$$70 = x + 50; \quad 230 = 180 + x.$$

**Проверка сложения.** Как известно, сложение можно проверять сложением и вычитанием. Первый способ основан на переместительном законе сложения, второй — на зависимости между суммой и слагаемыми. Рассмотрению первого способа проверки сложения должно предшествовать выяснение переместительного закона, рассмотрению второго способа — выяснение зависимости между суммой и слагаемыми.

Начиная с I класса, учащиеся имеют возможность многократно наблюдать, что результат сложения не изменяется от перемены мест слагаемых. В старших классах начальной школы поэтому достаточно немногих наблюдений, чтобы подвести детей к самостоятельной формулировке соответствующего вывода.

С проверкой сложения с л о ж е н и е м знакомят учащихся при изучении сложения многозначных чисел. Решив пример (положим, $356+270+168$), для проверки его записывают слагаемые в другом порядке и снова складывают их. Если действия выполнены верно, то должна получиться та же сумма. Записи при этом ведутся так:

Проверка:

$$\begin{array}{r} 356 \\ +\,270 \\ 168 \\ \hline 794 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 168 \\ +\,270 \\ 356 \\ \hline 794 \end{array}$$

В результате подобного решения нескольких примеров формулируется соответствующий вывод о проверке сложения.

Слагаемые записывают в другом порядке лишь на первых порах. В дальнейшем при проверке складывают данные числа в ином порядке, не переписывая их, например, в первый раз складывают числа «сверху вниз», а во второй раз — «снизу вверх».

Способ проверки сложения многозначных чисел вычитанием вводится после усвоения детьми соответствующих случаев вычитания. Пусть решен пример:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}298\\347\end{array}\\ \hline 645\end{array}$$

Каждое слагаемое равно сумме без другого слагаемого. Вычитаем из суммы 645 слагаемое 298. Если действия выполнены верно, то должно получиться 347.

Способ проверки сложения вычитанием вначале применяется в случае, когда число слагаемых не превышает двух, а в дальнейшем, в IV классе, когда число слагаемых больше двух, например:

Проверка:

$$\begin{array}{r} 7480\\ +\,9764\\ 4075\\ \hline 21\,319\end{array} \qquad \begin{array}{r} +\begin{array}{r}7480\\9764\end{array}\\ \hline 17\,244\end{array} \qquad \begin{array}{r} -\begin{array}{r}21319\\17244\end{array}\\ \hline 4\,075\end{array}$$

Понимание этого способа проверки может быть облегчено с помощью графической иллюстрации (рис. 46).

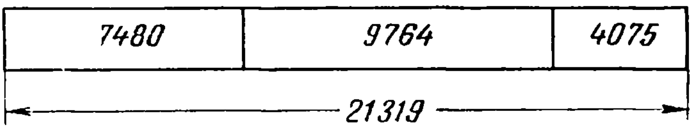



Рис. 46.

Из чертежа видно, что если от суммы трех чисел отнять сумму двух чисел, в результате получится третье число.

**Зависимость между уменьшаемым, вычитаемым и разностью.** При изучении данной темы сначала выясняют, как найти неизвестное уменьшаемое, а затем, как найти неизвестное вычитаемое.

Для выяснения правила нахождения неизвестного уменьшаемого берем задачу: «Из собранных для классной библиотечки книг выдали 35. После этого в ней осталось 60 книг. Сколько книг было собрано?» На основе условия пишем: $x—35$ кн. $=$ $= 60$ кн. (от неизвестного числа собранных книг отняли 35 и осталось 60). На обсуждение детей ставятся вопросы: что здесь дано? (Даны вычитаемое и разность.) Что неизвестно? (Неизвестно уменьшаемое.) Над членами вычитания записываются их названия:

| Уменьшаемое | | Вычитаемое | | Разность |
|---|---|---|---|---|
| $x$ | — | 35 кн. | = | 60 кн. |

— От какого числа надо отнять 35, чтобы осталось 60?

— Как можно это узнать?

После решения задачи выясняют, как было найдено неизвестное уменьшаемое. Так решают затем несколько примеров, после чего делается вывод, как найти неизвестное уменьшаемое. От решения примеров с небольшими числами постепенно переходят к решению примеров с многозначными числами. Аналогичным образом выясняют, как находить неизвестное вычитаемое.

**Проверка вычитания.** Вычитание можно проверять двояко: сложением и вычитанием. Из этих двух способов на практике обычно применяется первый, как более легкий. Этот способ должен найти преимущественное применение и в процессе обучения. Полезно, однако, ознакомить учащихся и со вторым способом, применение которого может способствовать лучшему усвоению детьми зависимости между данными и результатами вычитания. Этот способ проверки применим преимущественно в IV классе.

Решим пример:

$$\begin{array}{r} 932 \\ -\,578 \\ \hline 354 \end{array}$$

Рассуждаем так: уменьшаемое равно вычитаемому плюс разность. Сложим вычитаемое 578 с разностью 354. Если действия выполнены правильно, то должно получиться 932.

Вычитание можно проверить и по-другому. Вычитаемое равно уменьшаемому без разности. Вычтем из уменьшаемого 932 разность 354. При правильном выполнении действий должно получиться 578.

Проверяя вычитание сложением, вначале применяют дополнительные записи (запись вычитаемого, разности и их суммы), например,

Проверка:

$$\begin{array}{r} 9024 \\ -\,6895 \\ \hline 2129 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6895 \\ +\,2129 \\ \hline 9024 \end{array}$$

В дальнейшем не прибегают к дополнительным записям, а лишь следят глазами, получается ли в результате сложения вычитаемого с разностью число, равное уменьшаемому.

**Зависимость между множимым, множителем и произведением.** При выяснении зависимости между членами умножения можно взять задачу: «Для детского дома куплено 3 куска материи, по 40 *м* в каждом куске. Сколько всего метров материи куплено?»

Записав решение задачи, выясняют, что число 40 — множимое, 3 — множитель, а 120 — произведение. Над членами умножения записывают их названия:

| Множимое | | Множитель | | Произведение |
|---|---|---|---|---|
| 40 *м* | $\times$ | 3 | $=$ | 120 *м*. |

Затем решают обратную задачу: «Для детского дома куплено 3 одинаковых куска материи, всего 120 *м*. Сколько метров было в каждом куске?» Условие этой задачи записывают под решением предыдущей:

$$x \times 3 = 120 \text{ м}.$$

В беседе выясняют, что здесь известны множитель и произведение, а неизвестно множимое. Записывают решение задачи (120 *м* : 3 = 40 *м*), а затем обсуждают, как было найдено неизвестное множимое.

Аналогичным образом решают вторую обратную задачу: «Для детского дома куплено несколько кусков материи, по 40 *м* в каждом куске, а всего куплено 120 *м*. Сколько кусков материи куплено?»

После решения задач переходят к решению примеров. Вначале решают примеры на нахождение неизвестного множимого и после достаточных упражнений формулируют соответствующий вывод. Таким же образом подводят учащихся к выводу, как найти неизвестный множитель. В дальнейшем формулируется общий вывод, как найти неизвестный сомножитель.

Изучение зависимости между членами умножения используется для уточнения понятий о связи между умножением и делением, в частности понятия о делении как действии, посредством которого по данному произведению двух сомножителей и одному из них отыскивается другой сомножитель.

**Проверка умножения.** Из двух способов проверки умножения сначала вводится проверка умножения у м н о ж е н и е м. Так как учащиеся с I класса многократно наблюдали, что результат умножения не изменяется от перестановки данных чисел, им нетрудно понять этот способ проверки. Проверка умножения многозначных чисел данным способом оформляется так (покажем это на примере 246×128):

Проверка:

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r}246\\128\end{array}\\ \hline 1968\\ +\ 492\phantom{0}\\ 246\phantom{00}\\ \hline 31488 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\begin{array}{r}128\\246\end{array}\\ \hline 768\\ +\ 512\phantom{0}\\ 256\phantom{00}\\ \hline 31488 \end{array}$$

Второй способ проверки умножения — **делением** — намного труднее первого. Но проверка умножения делением способствует закреплению и развитию навыков деления, и, кроме того, помогает детям лучше усвоить зависимость между данными и результатами умножения. Решим пример:

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 124 \\ 32 \end{array} \\ \hline + \begin{array}{r} 248 \\ 372\phantom{0} \end{array} \\ \hline 3968 \end{array}$$

Рассуждаем так: каждый сомножитель равен произведению, деленному на другой сомножитель. Разделим произведение 3968 на один из сомножителей (например, на 32). При верном выполнении действий в результате должен получиться другой сомножитель (124).

**Зависимость между делимым, делителем и частным.** Зависимость между членами деления выясняется по аналогии с зависимостью между членами вычитания. Сначала выясняют, как найти неизвестное делимое. Берем задачу: «Собранные ягоды садовник разложил в 6 корзин поровну. В каждой корзине получилось 15 *кг*. Сколько килограммов ягод собрал садовник?» По условию имеем:

$$x : 6 = 15 \text{ кг.}$$

Устанавливаем, что здесь даны делитель и частное, а неизвестно делимое. Над членами деления записываем их названия:

$$\begin{array}{ccccc} \text{Делимое} & & \text{Делитель} & & \text{Частное} \\ x & : & 6 & = & 15 \text{ кг.} \end{array}$$

Так решают еще несколько примеров, обсуждая каждый раз, как было найдено неизвестное делимое, чем подготовляют учащихся к самостоятельной формулировке соответствующего вывода. После этого переходят к решению примеров с многозначными числами. Аналогичным образом выясняют, как находить неизвестный делитель.

**Проверка деления.** Из двух способов проверки деления (проверки умножением и делением) в жизненной практике обычно применяется первый. Этот способ проверки должен преобладать и в процессе обучения. Однако по соображениям, указанным выше в отношении проверки вычитания и умножения, полезно применять и второй способ проверки деления. Этот способ вводится значительно позже первого, преимущественно в IV классе.

...125 = 31.
...ному на частное. Умножим
...ное 31. Если действия выполнены верно, то
...жно получиться 3 875.

В дальнейшем, преимущественно в IV классе, уместно ознакомить учащихся с проверкой деления с остатком. Решим пример:

$$
\begin{array}{r|l}
3268 & 72 \\ \cline{2-2}
-\underline{288} & 45 \\
388 & \\
-\underline{360} & \\
28 &
\end{array}
$$

Рассуждаем так: при делении с остатком делимое равно делителю, умноженному на частное, плюс остаток. Умножим 72 на 45 и к полученному произведению прибавим остаток 28. При правильном выполнении действий должно получиться 3 268.

Что касается проверки деления д е л е н и е м, то достаточно ограничиться применением ее в случае деления без остатка, так как при делении с остатком этот способ слишком сложен для учащихся начальной школы.

## ПОРЯДОК ДЕЙСТВИЙ. СКОБКИ

Порядок выполнения арифметических действий — одна из более трудных тем программы начальной школы по арифметике. Изучение ее должно вестись в строгой методической последовательности.

Примерный п л а н изучения данной темы:

1. Выяснение понятия о действиях первой и второй ступени.
2. Порядок выполнения действий в случае, когда в примере без скобок указаны действия одной ступени.
3. Порядок выполнения действий в случае, когда в примере без скобок указаны действия различных ступеней.
4. Употребление скобок.

**Понятие о действиях первой и второй ступени.** Прежде чем выяснить, какие действия первой ступени и какие — второй, необходимо, чтобы дети твердо знали, сколько арифметических действий и как они называются. При этом никакие «вольные» названия арифметических действий, вроде «прибавление», «отнимание» и т. п., недопустимы.

При изучении вопроса, какие действия называют действиями первой ступени и какие — второй, в беседе с детьми выясняют, что сложение и вычитание изучаются в школе раньше, чем умно-

... учитель говорит детям, что сложение и вычитание и придуманы были людьми раньше, чем умножение и деление. Далее учитель сообщает, что сложение и вычитание назвали действиями первой ступени, а умножение и деление — действиями второй ступени, и записывает это на доске.

В целях закрепления сообщенных знаний учитель записывает на доске несколько примеров, предлагая детям решить их устно. Проверяя решение, учитель спрашивает детей, действия какой ступени им приходилось выполнять в каждом примере.

Учащимся предлагается составить пример на действие первой ступени. Заслушиваются ответы нескольких учащихся, при этом учитель записывает на доске придуманные детьми примеры. В беседе выясняется, правильно ли они составлены (действительно ли примеры содержат действия только первой ступени). Аналогично проводятся упражнения в составлении примеров на действия второй ступени.

**Порядок действий в примерах, содержащих действия одной ступени.** В примерах, содержащих действия одной ступени, могут встречаться действия первой или второй ступени. Эти два случая целесообразно рассмотреть каждый в отдельности и формулировать правило для каждого из них.

Начинаем с примеров, содержащих действия первой ступени. Учитель записывает на доске пример 120+50—90, предлагая учащимся решить его в тетрадях. После проверки решения выясняется, действия какой ступени и в каком порядке приходилось выполнять.

После решения нескольких подобных примеров в беседе с детьми выясняют, что если в примере указаны действия только первой ступени, то они выполняются в том порядке, в каком записаны (слева направо). Вывод формулируется устно и прочитывается по учебнику, после чего учитель проверяет, как дети усвоили это правило. Затем проводятся упражнения в применении полученных знаний.

При рассмотрении порядка действий в примерах, содержащих действия только второй ступени, учитель разъясняет детям, что в таких примерах также принято выполнять действия в том порядке, в каком они написаны. После решения нескольких примеров формулируется соответствующий вывод.

Сделанные два вывода в дальнейшем объединяются в один: «Если в примере указаны действия только первой или только второй ступени, то они выполняются в том порядке, в каком они написаны (слева направо)».

Возьмем пример: 160—40+30—80+100—50. Этот пример можно решать двояко:

а) выполнить действия в том порядке, в каком они написаны

$$(160-40=120;\ 120+30=150;\ 150-80=70;\ 70+100=170;\ 170-50=120);$$

б) сложить 160, 30 и 100, затем 40, 80 и 50 (чтобы узнать, сколько всего единиц надо отнять), а потом от первой суммы (290) отнять вторую (170). Получится 120.

Как уже указывалось, применение различных способов решения полезно для развития мышления детей. Однако, учитывая возрастные особенности учащихся начальной школы, при решении таких примеров следует здесь ограничиваться применением только первого из приведенных выше способов, так как при пользовании вторым способом дети могут допустить ошибки, особенно при решении сложных примеров со скобками.

**Порядок действий в примерах, содержащих действия различных ступеней.** При объяснении порядка действий в выражениях, включающих действия различных ступеней, представляется целесообразным начать с задач и лишь после вывода правила перейти к примерам, но и в дальнейшем полезно чередовать решение примеров и задач.

Берем задачу: «Для детского сада купили 10 *кг* конфет по 20 руб. и 6 *кг* печенья по 15 руб. за килограмм. Сколько всего денег уплатили?»

После повторения детьми условия учитель предлагает им решить задачу, а затем путем опроса выясняет, как они решали ее. Затем учитель объясняет учащимся, что вместо записи каждого из 3-х действий в отдельности можно записать их в одну строчку:

$$20\times 10+15\times 6=$$

В беседе с детьми выясняется, какое действие нужно выполнить сначала и что мы этим узнаем; данное действие записывается учителем на доске. Подобным образом выясняют, какое действие нужно выполнить вторым, что мы при этом узнаем, и записывают его на доске и т. д. На доске получается запись:

$$20\times 10+15\times 6=290 \text{ (руб.)}$$

1. $20\times 10=200$
2. $15\times 6\ \ =90$
3. $200+90=290.$

После этого учитель в беседе с детьми выясняет, действия какой ступени приходилось здесь выполнять, какие действия выполнялись сначала и какие — потом.

Детям предлагается решить пример: $40\times 7+30\times 4$. В беседе выясняется, что в таких примерах принято выполнять сначала умножение, а потом сложение (во избежание ошибок можно обозначить римскими цифрами порядок выполнения действий, например: $40\overset{\text{I}}{\times}7\overset{\text{III}}{+}30\overset{\text{II}}{\times}4$, или подчеркнуть действия второй ступени, например: $\underline{40\times 7}+\underline{30\times 4}$. В процессе проверки правильности решения учитель со слов учащихся записывает решение на доске:

$$\begin{aligned} &1.\quad 40\times\ \ 7 = 280.\\ &2.\quad 30\times\ \ 4 = 120.\\ &3.\ 280+120 = 400.\end{aligned}$$

Подобно приведенным выше решаются следующие задача и пример:

Задача. Один грузовик прошел 360 *км* за 6 часов, а другой 250 *км* за 5 часов. На сколько километров первый грузовик проходил в час больше, чем второй?

Пример. $600 : 2 - 800 : 4$.

После этого формулируется правило о порядке выполнения действий различных ступеней («Если в примере указаны действия и первой и второй ступени, то сначала выполняются действия второй ступени, а потом действия первой ступени».) Правило излагается сначала в устной форме, а затем прочитывается по учебнику. После проверки усвоения правила проводятся упражнения в применении полученных знаний.

При решении таких примеров, как $200 - 180 : 2 + 140 : 7$, некоторые учащиеся вместо того, чтобы после выполнения деления сначала сделать вычитание $(200 - 90)$, а потом сложение $(110+ +20)$ так, как это требуется при выполнении действий одной ступени, сначала выполняют сложение $(90 + 20)$, а затем вычитание $(200 - 110)$, что неверно. Во избежание таких ошибок целесообразно, чтобы после выполнения действий второй ступени учащиеся записывали полученное тождество, например:

$$200 - 180 : 2 + 140 : 7 = 200 - 90 + 20.$$

При такой записи ясно, что после деления осталось произвести действия первой ступени, которые выполняются в том порядке, в каком они написаны. Кроме того, подобные записи подготовляют учащихся к тождественным преобразованиям, закладывают основу для формирования в дальнейшем понятия о тождестве.

**Употребление скобок.** Если нужно выполнить действия не в том порядке, какой установлен приведенными выше правилами, то, как известно, употребляются скобки. При решении примера, в котором даны скобки, сначала выполняются действия над числами, записанными в скобках.

При выяснении значения скобок полезно исходить из задачи, например: «Две бригады школьников, работая одновременно, посадили 180 фруктовых деревьев. Ежедневно одна бригада сажала по 18 деревьев, а другая по 12 деревьев. Сколько дней школьники сажали деревья?»

Решение задачи записывают формулой: $180 : (18 + 12)$ при этом выясняют, что если бы мы не поставили скобок, то 180 нужно было бы делить на 18 и к полученному результату прибавить 12, что расходилось бы со способом решения задачи.

Выяснению значения скобок может содействовать решение таких примеров:

$$42-30:3 \quad \text{и} \quad (42-30):3;$$
$$60+10\times 2 \quad \text{и} \quad (60+10)\times 2;$$
$$90:(10-4) \quad \text{и} \quad 90:10-4 \ \text{и т. п.}$$

Несмотря на то что в начальной школе согласно программе применяются только круглые скобки, правильное использование скобок при записи решения задач формулой нелегко дается многим учащимся. Поэтому следует здесь ограничиваться несложными задачами и во многих случаях проводить запись формулой после обычной записи решения. П р и м е р ы со скобками вначале также берутся несложные, но затем постепенно увеличивают в них число действий. После выполнения действий, указанных в скобках, как и после действий второй ступени, полезно записывать полученные тождества, например:

$$30\times(410-360)+600:(216-176)\times 10=30\times 50+600:40\times 10=$$
$$=1500+150=1650.$$

Примеры на порядок действий целесообразно решать не только письменно, но и устно. При п и с ь м е н н о м решении заданный пример записывается в строчку, а под ним записываются действия. Последние при этом обязательно нумеруются. Если подлежащие выполнению действия легко выполнить устно, то они записываются в строчку. Если же они трудны для устного решения, то записываются столбиком. Приведем образец решения двух примеров.

$70\times 8+360:20=578.$

а) $70\times 8=560$

б) $360:20=18$

в) $560+18=578.$

2. $280\times 74+18\,900:25=21\,476.$

а) $\begin{array}{r} 280 \\ \times\ 74 \\ \hline 112 \\ +\ 196\phantom{0} \\ \hline 20720 \end{array}$ б) $\begin{array}{r|l} 18900 & 25 \\ \cline{2-2} -175\phantom{00} & 756 \\ \cline{1-1} 140\phantom{0} & \\ -125\phantom{0} & \\ \cline{1-1} 150 & \\ -150 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$ в) $\begin{array}{r} 20720 \\ +\ 756 \\ \hline 21476 \end{array}$

Следует добиваться того, чтобы учащиеся правильно формулировали план решения примеров. Так, желательно, чтобы они устно формулировали план решения приведенных выше примеров следующим образом:

1. Найти произведение чисел 70 и 8 (или 280 и 74).
2. Найти частное от деления 360 на 20 (или 18 900 на 25).
3. Чему равна сумма чисел 560 и 18 (или 20 720 и 756).

При **устном** решении примеров на порядок действий необходимо записывать примеры на доске, так как без этого учащимся трудно уловить, действия каких ступеней входят в данный пример. А при проверке таких примеров во многих случаях полезно, чтобы учитель со слов учащихся записывал действия, которые выполнялись ими. Такая запись особенно полезна для тех учеников, которые допустили ошибки в решении и которым при одной устной проверке, не сопровождаемой записью действия, часто трудно понять, в чем состояла допущенная ими ошибка и как нужно было решать данный пример.

## ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ ОШИБОК В ПИСЬМЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ

Учащиеся нередко допускают ошибки в письменных вычислениях. С этим следует решительно бороться. В жизненной практике требуется безошибочное выполнение вычислений. Необходимо этого добиваться и в школьном преподавании. В дополнение к тому, что говорилось о факторах успешного обучения в настоящей и второй главах, мы намерены остановиться еще на нескольких вопросах.

Во избежание ошибок в вычислениях счетные работники **проверяют** каждое выполняемое действие. Такой навык следует настойчиво прививать и учащимся. Но общепринятые способы проверки действия обычно связаны с выполнением дополнительных письменных вычислений. Так, для проверки действия $528 \times 125 = 66\,000$ необходимо 125 умножить на 528 либо 66 000 разделить на один из сомножителей. Подобная проверка действий применима не всегда, так как она требует относительно большой затраты времени. При решении же задач ее нецелесообразно применять потому, что излишние действия могут запутать учащихся.

Наряду с проверкой действия, проводимой на основе зависимости между данными и результатом, полезно, чтобы учащиеся широко применяли **самоконтроль**, сущность которого состоит в повторном устном выполнении вычислительных операций, не прибегая при этом ни к каким записям.

Так, при умножении на трехзначное число учащиеся после получения первого неполного произведения снова проделывают в уме только что выполненные вычислительные операции с тем, чтобы по сделанной записи проверить, не допущена ли ошибка в этом произведении. Лишь после этого они переходят к умножению на число десятков множителя. Получив второе неполное произведение, они путем повторения в уме только что выполненных операций опять проверяют результат. Подобным же образом после получения третьего неполного произведения учащиеся проверяют, не допустили ли они ошибки в вычислениях, а после получения полного произведения проверяют, правильно ли они выполнили сложение.

Дополнительное время на такого рода самоконтроль незначительно, поскольку ученик ведет проверку по выполненному решению, не делая никаких новых записей. Особенно мало времени уходит на самоконтроль после того, как он входит в привычку.

Следует также принять во внимание, что самоконтроль помогает выявлению ошибок сразу после того, как они сделаны. Поэтому на исправление ошибок тратится значительно меньше времени, чем при отсутствии самоконтроля, когда ошибка, допущенная в первой операции, нередко влечет за собой неверное выполнение следующих операций.

Самоконтроль должен стать настолько привычным для учащихся, чтобы они применяли его без напоминания со стороны учителя и при всех вычислениях, независимо от того, выполняются ли они в классе или дома, является ли данная работа проверочной или нет. Чтобы этого добиться, следует систематически и настойчиво прививать учащимся этот навык.

Ошибки в письменных работах по арифметике иногда возникают в результате переутомления учащихся, вызываемого длительной вычислительной работой. Для предупреждения таких ошибок не следует задавать слишком много упражнений для самостоятельного выполнения ни в классе, ни на дом.

Нередко ошибки являются результатом неряшливых записей, в частности неразборчивого начертания цифр, когда ученик иногда сам не может потом разобрать, какую цифру он написал. Чаще всего такие записи встречаются в черновиках. Чистовые тетради проверяются учителем. Поэтому ученики стараются вести в них записи более или менее аккуратно. Черновики же обычно не контролируются учителем, а потому учащиеся позволяют себе писать здесь, как попало — неряшливо, неразборчиво, нередко сливая одно вычисление с другими. Если еще принять во внимание, что для черновых записей некоторые ученики используют бумагу, малопригодную для письма, в частности промокательную, то станет ясным, как много ошибок возникает из-за черновиков. Можно без преувеличения сказать, что черновики являются рассадником ошибок.

Пользование черновиками можно допускать лишь при выполнении некоторых контрольных работ, преимущественно в IV классе. Такое разрешение дается учителем каждый раз, когда он находит это нужным. Во всех остальных случаях учащиеся сразу выполняют работу в чистовых тетрадях, не пользуясь при этом никакими черновиками, что строго контролируется учителем.

Но и в тех немногих случаях, когда разрешается пользоваться черновиками, последние подконтрольны. На черновом листке каждого ученика учитель ставит свою фамилию или инициалы и предлагает учащимся выполнять черновые записи только на этих листках, которые должны затем быть сданы вместе с чистовыми работами. Зная, что черновые листки будут просматриваться учителем, ученики стараются писать в них ясно, разборчиво, и это в определенной мере оберегает их от ошибок. Кроме того, такие черновики полезны тем, что по ним учитель может установить, как ученик пришел к верному решению — сразу или после ряда попыток и каких именно, а нередко выяснить и причину ошибок. Нечего говорить о том, что необходимо требовать от учащихся ясных, аккуратных записей в чистовых тетрадях.

## ГЛАВА ДЕСЯТАЯ

# ИМЕНОВАННЫЕ ЧИСЛА

Измерения находят широкое применение в жизни, в трудовой деятельности людей. Школа, призванная готовить учащихся к жизни, должна дать им надлежащую подготовку в данной области. Изучение мер, упражнения в измерении, изучение действий над именованными числами расширяют знания детей, способствуют их умственному развитию, их политехнической подготовке. В начальной школе изучают метрическую систему мер и меры времени.

### МЕТРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА МЕР

Для успешного изучения действий над составными именованными числами метрической системы мер (как и мер времени) учащиеся должны хорошо знать соответствующие меры, отношения между ними, должны уметь раздроблять и превращать их. Поэтому изучению действий над составными именованными числами предпосылается изучение мер, а также их раздробление и превращение.

Метрические меры, введенные в нашей стране в 1918 году, несравненно проще применявшихся до этого русских мер. Все же изучение метрической системы мер в полном объеме слишком сложно для учащихся начальной школы. В этой школе изучаются таблицы не всех метрических мер, а лишь наиболее употребительных. При этом, как уже указывалось во «Введении», меры вводятся не сразу, а постепенно, чтобы учащиеся могли основательно изучить каждую из них.

Изучение каждой меры должно вестись так, чтобы дети получали конкретное представление о ней и упражнялись в измерении ею. Полезно, кроме того, выяснить, когда данная мера применяется в жизни. Так, при ознакомлении учащихся I класса с метром в беседе с ними выясняется, что длину предметов, например длину комнаты, иногда измеряют шагами, но шаги неточная мера, в чем дети убеждаются, измеряя шагами длину своего класса. Поэтому вместо измерения шагами длину или ширину комнат обычно измеряют метром. Учащиеся измеряют метром длину и ширину классной комнаты, длину доски. В беседе выясняют, что́ еще измеряют метром. Проводятся упражнения в измерении метром длины ленты, шнура, бечевки и т. п. Каждый ученик изготовляет для себя метр, которым он пользуется затем для измерений в классе и дома.

Нередко упражнения в измерении проводятся лишь при первичном ознакомлении учащихся с новой мерой, в дальнейшем же измерения ею в процессе обучения не практикуются. В результате навыки учащихся в пользовании данной мерой не только не закрепляются, но все более и более ослабевают. Сами представления о мере могут стать менее ясными при такой постановке обучения. В противовес такой практике следует упражнять учащихся в пользовании изученными мерами не только при их введении, но и в дальнейшем, всегда, когда это возможно. Так, упражнения в измерении метром могут проводиться на школьном дворе при проведении физкультурных занятий и игр (измерение расстояния до определенной цели, например до места, куда надо бросить мешочек с песком или добежать). Измерение этой мерой может практиковаться во время экскурсий в природу (в лес, парк, на луг и т. п.).

Сказанное выше относится не только к измерению метром, но и другими мерами. Следует постоянно практиковать упражнения в измерении сантиметром, дециметром или миллиметром. Здесь можно измерять предметы школьного обихода, рост детей, их одежду, рост имеющихся в классе комнатных растений. Измерения названными мерами могут, в частности, найти широкое применение на уроках труда. Особое внимание должно уделяться измерению в миллиметрах, поскольку эта мера широко применяется во многих отраслях промышленного производства.

При ознакомлении учащихся с мерами веса и в дальнейшем, в целях закрепления их знаний проводится взвешивание продуктов, семян, собранных овощей и т. п. Аналогичным образом не только при первичном изучении, но и в дальнейшем проводятся упражнения в измерении литром.

Среди мер имеются такие, которые не могут быть иллюстрированы в классе, например, километр, центнер, тонна. Но и об этих мерах учащиеся должны по возможности получить конкретное представление

При ознакомлении с километром полезно отметить на местности 100 *м* и сообщить детям, что 10 таких расстояний составляют 1 *км*. Можно также измерить расстояние между двумя телеграфными столбами и вычислить, сколько таких столбов на протяжении 1 *км*. Здесь уместны и такие вычисления: 2 шага ребенка приблизительно равны 1 *м*. Значит, чтобы пройти километр, ребенку надо сделать около 2000 шагов. Полезно, чтобы дети могли указать место, которое находится на расстоянии 1 *км* от школы, а также знали бы, сколько километров от их города или деревни до ближайших населенных пунктов.

Понятие о центнере можно конкретизировать, сообщая детям, что мешок сахарного песку или 2 мешка картофеля весят 1 *ц*. Вес 10 мешков сахарного песку или 20 мешков картофеля равен тонне.

Учащихся следует учить, как измерять мерами. Без этого многие дети, неумело пользуясь ими, допускают при измерении грубые ошибки. Так, при измерении длины предметов с помощью сантиметровой линейки некоторые учащиеся ведут счет не от нуля, а от единицы (от 1 *см*), прикладывая линейку к измеряемой линии так, что начальная точка линии совпадает не с 0 а с 1 на линейке. В результате такого измерения длина предмета получается на 1 *см* больше истинной. Некоторые дети при измерении сантиметровой линейкой стараются, чтобы с начальной точкой измеряемой линии совпадала не нулевая метка, а край линейки. Между тем последние обычно изготовляются так, что метка 0 отстоит от края линейки на несколько миллиметров. Следовательно, и при таком применении линейки получаются неточные измерения.

Надо также учить детей пользоваться мерами веса и жидкостей. Учащиеся должны усвоить, что до взвешивания предмета надо проверить, находятся ли весы в равновесии. Следует показать, как уравновешивать весы при взвешивании, для чего, в частности, полезны такие упражнения: на одну чашку весов кладут, например, гири в 1 *кг*, 2 *кг* и 2 *кг* и предлагают учащимся положить на другую чашку такую гирю, чтобы весы пришли в равновесие. На одну чашку весов кладется гиря в 2 *кг*, а на другую в 1 *кг*. Учащимся предлагается положить на вторую чашку такую гирю, чтобы весы пришли в равновесие.

Большое внимание следует уделять развитию глазомера учащихся. В этих целях после ознакомления детей с отдельными мерами длины полезно упражнять их в определении на глаз данной длины. Так, после ознакомления с метром целесообразно предложить учащимся показать на доске две точки, которые были бы удалены одна от другой на 1 *м*. Отмечаемое расстояние измеряется, чтобы узнать, правильно ли оно показано, какая допущена ошибка.

Можно поступить и так. На планке с одного конца ее откладывается метр и на одной стороне ее делается отметка, где он кончается. Учитель держит планку горизонтально так, чтобы сторона, на которой сделана отметка, была обращена к классу. Вызываемый ученик, подходя сзади, должен показать, где конец метра. Остальные учащиеся видят, насколько ошибся их товарищ.

Наряду с указанными упражнениями следует предлагать детям определять размеры данного предмета сначала на глаз, а затем измерять их соответствующей мерой. Полезно, чтобы учащиеся знали длину и ширину своей классной комнаты, доски, длину карандаша (целого), длину и ширину тетради, длину своего шага. Такие знания могут им оказать помощь при определении на глаз размеров других предметов, поскольку они смогут сопоставлять определяемые размеры с соответствующими известными им размерами.

Этой цели может также служить прикрепленный на продолжительное время к верхней раме классной доски бумажный, матерчатый или деревянный метр, разделенный на дециметры, сантиметры и миллиметры. Постоянное наблюдение этих мер может способствовать уточнению соответствующих представлений детей и облегчить им глазомерное определение расстояний. Целесообразно также упражнять учащихся в определении приблизительного веса предметов по ощущению мускульной тяжести.

Наряду с практическими упражнениями закреплению знаний детей о мерах может содействовать решение соответствующих примеров и задач. Так, для лучшего усвоения единичного отношения между метром и сантиметром полезны упражнения: а) «От метра отнимать по 10 *см* (20 *см*, 5 *см*), пока ничего не останется»; б) «От метра шелка отрезали 40 *см* на платок. Сколько сантиметров шелка осталось?» в) «Из 1 *м* материи сделали 2 одинаковые занавески. Сколько сантиметров материи пошло на каждую занавеску?»

Для лучшего усвоения детьми отношения между километром и метром могут быть использованы следующие примеры и задачи: а) «От километра отнимать по 100 *м* (50 *м*, 200 *м*, 500 *м*, 250 *м*), пока ничего не останется»; б) «Нужно было отремонтировать 1 *км* шоссе. В первый день рабочие отремонтировали 400 *м*, а во второй 500 *м*. Сколько метров шоссе им осталось еще отремонтировать?»

При решении задач следует широко практиковать измерение и взвешивание, по возможности наглядно демонстрируя данные в условии или полученные в результате простые и составные именованные числа. Так, полезно показывать на метре, сколько останется, если от него отнимут данное число сантиметров, сколько получится, если разделить его на 2 равные части, и т. д.

Для того чтобы учащиеся получали основательные знания о мерах, следует по возможности разносторонне выяснять отношения между изучаемыми мерами, не ограничиваясь только теми отношениями, которые даются в таблицах мер. Так, при изучении таблицы мер длины полезно, помимо основных единичных отношений, содержащихся в этой таблице, выяснить: а) сколько миллиметров в метре? в дециметре? б) во сколько раз одна мера больше или меньше другой, например: во сколько раз километр больше метра, дециметр меньше метра, сантиметр больше миллиметра? и т. д.

Отношения между мерами полезно выяснять по возможности наглядно; например, при рассмотрении вопросов, во сколько раз дециметр меньше метра, во сколько раз сантиметр больше миллиметра, какую часть метра составляет дециметр, сколько сантиметров в $\frac{1}{2}$ *м* и т. п., целесообразно наглядно сопоставлять сравниваемые меры. Аналогично мерам длины разносторонне выясняются отношения между другими мерами.

### Раздробление и превращение именованных чисел

В полной мере раздробление и превращение изучаются в IV классе. Однако подготовительные упражнения в преобразовании мер полезно практиковать, начиная со II класса. В этом и в следующем классе такие упражнения обычно проводятся в связи с изучением нумерации, поскольку метрическая система мер, как и нумерация целых чисел, построена на десятичной основе.

Прежде чем приступить к изучению раздробления и превращения, надо дать учащимся IV класса понятия об именованных числах, о простом и составном именованном числе. Для лучшего уяснения этих понятий полезно, чтобы простые и составные именованные числа учащиеся получали в результате измерений. Для этого следует подобрать для измерения предметы (карандаши, гвозди и т. п.), длина которых выражается: а) простым именованным числом и б) составным именованным числом.

Практические упражнения в измерении полезно применять и при введении понятий о раздроблении и превращении. Можно, например, измерить длину гвоздя. Допустим, что его длина равна 7 *см*. Учитель говорит детям, что в жизни длина гвоздей, винтов, шурупов и т. д. обычно выражается в миллиметрах. Учащиеся вычисляют, сколько миллиметров в 7 *см*, пользуясь при этом в качестве наглядного пособия сантиметровой линейкой. Применение такой наглядности поможет учащимся лучше понять, что при раздроблении мы выражаем именованное число в более мелких мерах, а при превращении — в более крупных.

Для того чтобы учащиеся понимали, для чего необходимо раздроблять и превращать именованные числа, целесообразно наряду с упражнениями в измерении, о которых шла речь выше, использовать задачи, например: «Рабочие отремонтировали 3 *км* шоссе. За ремонт 1 *м* шоссе им платили 2 руб. Сколько денег они должны были получить за свою работу?» «Колхоз продал на рынке 4 *ц* ягод, по 3 руб. за килограмм. Сколько денег выручил колхоз за проданные ягоды?»

При изучении раздробления сначала берутся примеры, в которых требуется раздробить в меры низшего наименования простые именованные числа (например, раздробить 5 *км* в метры), а затем составные именованные числа (например, раздробить в метры 7 *км* 250 *м*). В аналогичном порядке располагаются примеры на превращение именованных чисел.

При раздроблении и превращении именованных чисел метрической системы мер вычисления легко выполнить устно. Запись этих преобразований обычно оформляется «в строчку», например:

$$7\ \text{м}\ 56\ \text{см} = 756\ \text{см}; \qquad 3\,180\ \text{кг} = 3\ \text{т}\ 180\ \text{кг}.$$

Но при таких записях учащиеся нередко плохо осмысливают, с помощью какого действия выполняется раздробление или превращение. Эти преобразования особенно при их введении полезно выполнять с подробным устным объяснением, фиксируя внимание детей на применяемых действиях.

Учащиеся иногда считают, что раздробление и превращение такие же действия, как сложение, вычитание, умножение и деление. Чтобы дети поняли, что раздробление и превращение не действия, полезно сопоставить эти преобразования с соответствующими преобразованиями единиц одного разряда числа в единицы другого разряда. Учащимся предлагается, например, раздробить 16 сотен в единицы и рядом 16 *м* в сантиметры или превратить 170 единиц в десятки и рядом 170 *мм* в сантиметры. Такие упражнения помогут им понять, что как раздробление сотен в единицы или превращение единиц в десятки не действия, а лишь преобразования, так и раздробление метров в сантиметры, превращение миллиметров в сантиметры и т. п. не действия, а преобразования числа, выраженные в одних единицах, мы лишь выражаем в других.

Кроме того, сопоставление раздробления и превращения мер с соответствующими преобразованиями разрядных единиц показывает учащимся связь между отвлеченными и именованными числами, что полезно для их математического развития.

### Сложение составных именованных чисел

На сложение сначала решают примеры, где не приходится выполнять превращение, а затем примеры, где требуется применять превращение. (Аналогично подбираются примеры на умножение составных именованных чисел.)

Сложение составных именованных чисел целесообразно выполнять в два приема: сначала найти суммы чисел каждого наименования, а затем, если возможно, превратить меры низшего в меры высшего наименования. Покажем это на примерах:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r} 18\ \text{км}\ 175\ \text{м} \\ 14\ \text{км}\ 268\ \text{м} \end{array} \\ \hline 32\ \text{км}\ 443\ \text{м} \end{array} \qquad \begin{array}{r} +\begin{array}{r} 149\ \text{т}\ 96\ \text{кг} \\ 38\ \text{т}\ 85\ \text{кг} \end{array} \\ \hline 187\ \text{т}\ 181\ \text{кг} \end{array} \qquad \begin{array}{r} +\begin{array}{r} 25\ \text{м}\ 8\ \text{см} \\ 16\ \text{м}\ 96\ \text{см} \end{array} \\ \hline 41\ \text{м}\ 104\ \text{см} \\ \hline 42\ \text{м}\ 4\ \text{см} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r} 137\ \text{кг}\ 780\ \text{г} \\ 125\ \text{кг}\ 590\ \text{г} \end{array} \\ \hline 262\ \text{кг}\ 1370\ \text{г} \\ \hline 263\ \text{кг}\ 370\ \text{г} \end{array}$$

Как видно из этих образцов, при решении 3-го и 4-го примеров сумма была записана сначала в неприведенном виде, а затем, после превращения мер низшего наименования, в приведенном. Такое двуступенчатое выполнение сложения может уберечь учащихся от ошибок, которые они нередко допускают при выполнении превращения одновременно со сложением. Так, ученики, пользующиеся таким приемом сложения, при решении примера 149 *т* 96 *кг*+38 *т* 85 *кг* вместо 187 *т* 181 *кг* нередко получают 188 *т* 81 *кг*.

Действия над основными именованными числами сводятся к действиям над отвлеченными числами. Поэтому при изучении действий над именованными числами легко добиться, чтобы учащиеся в основном сами находили способ их выполнения. Возьмем четвертый из приведенных выше примеров. Записав слагаемые на доске, учитель в беседе с детьми выясняет, что сначала надо сложить 780 *г* и 590 *г*, а потом 137 *кг* и 125 *кг*. Учащийся с места объясняет, как складывать числа 780 *г* и 590 *г*, а учитель с его слов записывает результаты на доске, другой ученик по вызову учителя складывает числа 137 *кг* и 125 *кг*. Учитель записывает и эти результаты. После получения в сумме 262 *кг* 1370 *г* выясняют, что 1370 *г* можно превратить в килограммы. Учащиеся с места говорят, какой получится окончательный результат, а учитель записывает его.

Сказанное здесь относится не только к сложению, но и к другим действиям над составными именованными числами.

Наряду с письменными вычислениями полезно упражнять учащихся в устном выполнении действий над составными именованными числами (в посильных для них случаях), а также в выполнении на счетах сложения и вычитания в случае, когда единичное отношение между мерами равно 100, например: сложить на счетах 156 руб. 75 коп. и 208 руб. 60 коп., из 72 руб. 40 коп. вычесть 45 руб. 60 коп.

### Вычитание составных именованных чисел

На вычитание вначале берутся примеры, где не требуется занимать единицы мер высшего наименования, а затем примеры, где приходится занимать такие единицы. Вычитание составных именованных чисел целесообразно выполнить так (покажем это на примерах):

$$\begin{array}{rrrr} & & & 172 \\ - & 48 & м & 72\ см \\ & 19 & м & 87\ см \\ \hline & 28 & м & 85\ см \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & & & 1045 \\ - & 64 & т & 45\ кг \\ & 27 & т & 63\ кг \\ \hline & 36 & т & 982\ кг \end{array}$$

Занимая единицы высшего наименования, над уменьшаемым записываем число мер низшего наименования, от которого надо отнять соответствующее число вычитаемого. Такие надписи над уменьшаемым необходимы потому, что без них дети часто допускают ошибки в вычитании, решая второй из приведенных выше примеров так:

$$
\begin{array}{r}
-\begin{array}{r} 64\ \textit{т}\ 45\ \textit{кг} \\ 27\ \textit{т}\ 63\ \textit{кг} \end{array} \\
\hline
36\ \textit{т}\ 82\ \textit{кг}
\end{array}
$$

### Умножение составных именованных чисел

При умножении на отвлеченное число составных именованных чисел, выраженных в метрических мерах, множимое раздробляют в единицы низшего наименования, выполняют действие, как над отвлеченными числами, а затем, если возможно, превращают полученные единицы низшего в единицы высшего наименования. Возьмем пример 6 *км* 75 *м*$\times$15:

$$
\begin{array}{r}
\times\begin{array}{r} 6075\ \textit{м} \\ 15 \end{array} \\
\hline
+\begin{array}{r} 30375 \\ 6075\phantom{0} \end{array} \\
\hline
91125\ \textit{м}
\end{array}
\qquad 6\ \textit{км}\ 75\ \textit{м} \times 15 = 91\ \textit{км}\ 125\ \textit{м}.
$$

### Деление составных именованных чисел

Деление именованных чисел включает два случая: а) деление именованного числа на отвлеченное и б) деление именованного числа на именованное.

При изучении деления **именованного числа на отвлеченное** целесообразно рассмотреть сначала деление простого именованного числа, а затем составного. Покажем на примерах, как выполняются эти действия.

$$
\begin{array}{r|l}
40\ \textit{м} & 32 \\
\cline{2-2}
8\ \textit{м} & 1\ \textit{м}\ 25\ \textit{см} \\
\hline
800\ \textit{см} & \\
\hline
160 & \\
\hline
0 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
48\ \textit{ц} & 64 \\
\cline{2-2}
4800\ \textit{кг} & 75\ \textit{кг} \\
-448\phantom{\ \textit{кг}} & \\
\hline
-\begin{array}{r} 320 \\ 320 \end{array} & \\
\hline
0 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
20\ \textit{км}\ 176\ \textit{м} & 16 \\
\cline{2-2}
4\ \textit{км} & 1\ \textit{км}\ 261\ \textit{м} \\
\hline
4176\ \textit{м} & \\
\hline
97 & \\
\hline
16 & \\
\hline
0 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
4\ \textit{т}\ 50\ \textit{кг} & 18 \\
\cline{2-2}
4050\ \textit{кг} & 225\ \textit{кг} \\
\hline
45 & \\
\hline
90 & \\
\hline
0 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l|l}
63\ \text{кг}\ 60\ \text{г} & 15 \\
\hline
3\ \text{кг} & 4\ \text{кг}\ 204\ \text{г} \\
\hline
3060\ \text{г} & \\
\hline
60 & \\
\hline
0 &
\end{array}
$$

Деление именованного числа на именованное целесообразно изучать в такой последовательности:

а) деление простого именованного числа на простое именованное. например, 15 *м* : 60 *см*;

б) деление составного именованного числа на простое именованное, например: 5 *т* 220 *кг* : 180 *кг*;

в) деление простого именованного числа на составное именованное, например: 96 *км* ; 4 *км* 800 *м*;

г) деление составного именованного числа на составное именованное, например, 8 *ц* 75 *кг* : 1 *ц* 25 *кг*.

При решении каждого из указанных примеров делимое и делитель раздробляют в меры одного наименования и выполняют действия, как над отвлеченными числами. Покажем на примерах, как выполняется каждый из указанных случаев деления:

а) 72 *м* : 96 *см* = 75;

$$
\begin{array}{r|l}
-\ 7200\ \text{см} & 96\ \text{см} \\
672\phantom{\ \text{см}} & \overline{75} \\
\hline
-\ 480\phantom{\ \text{см}} & \\
480\phantom{\ \text{см}} & \\
\hline
0\phantom{\ \text{см}} &
\end{array}
$$

б) 7 *ц* 28 *кг* : 26 *кг* = 28;

$$
\begin{array}{r|l}
-\ 728\ \text{кг} & 26\ \text{кг} \\
52\phantom{\ \text{кг}} & \overline{28} \\
\hline
-\ 208\phantom{\ \text{кг}} & \\
208\phantom{\ \text{кг}} & \\
\hline
0\phantom{\ \text{кг}} &
\end{array}
$$

в) 75 *км* : 3 *км* 125 *м* = 24;

$$
\begin{array}{r|l}
-\ 75000\ \text{м} & 3125\ \text{м} \\
6250\phantom{\ \text{м}} & \overline{24} \\
\hline
-\ 12500\phantom{\ \text{м}} & \\
12500\phantom{\ \text{м}} & \\
\hline
0\phantom{\ \text{м}} &
\end{array}
$$

г) 28 *м* 8 *см* : 1 *м* 8 *см* = 26

$$
\begin{array}{r|l}
-\ 2808\ \text{см} & 108\ \text{см} \\
216\phantom{\ \text{см}} & \overline{26} \\
\hline
-\ 648\phantom{\ \text{см}} & \\
648\phantom{\ \text{см}} & \\
\hline
0\phantom{\ \text{см}} &
\end{array}
$$

При делении именованного числа на именованное некоторые дети получают в частном именованное число вместо отвлеченного, например 72 *м* : 96 *см* = 75 *см*. Иногда в дополнение к этому учащиеся не раздробляют делимое и делитель в меры одного наименования, например 96 *м* : 32 *см* = 3 *м*. Для предупреждения подобных ошибок изучению данного случая деления полезно предпослать повторение двух основных случаев деления (деления на части и деления по содержанию), с которыми дети многократно встречались, начиная со II класса.

Далее, изучение деления именованного числа на именованное целесообразно начинать с деления чисел с одинаковыми наименованиями, например 375 *г*: 15 *г*; 960 *м* : 80 *м* и т. п., решая вслед за каждым из таких примеров соответствующий пример на деление чисел с разными наименованиями. Так, после решения примера 375 *г* : 15 *г* предлагается пример: 3 *кг* : 15 *г*; после решения примера 960 *м* : 80 *м* дается пример: 4 *км* : 80 *м* и т. п. При таком переходе от деления чисел с одинаковыми наименованиями к делению чисел с разными наименованиями учащимся легко будет понять, что при делении именованного числа на именованное необходимо делимое и делитель выражать в мерах одного наименования и что в частном здесь получается отвлеченное число.

Для выяснения различия между делением именованного числа на отвлеченное и делением именованного числа на именованное полезно, чтобы учащиеся на дидактическом материале практически выполнили указанные случаи деления, разделив, например, одну полоску бумаги длиной 1 *дм* на 2 равные части, а другую полоску такой же длины разделив по 2 *дм*.

Для сопоставления деления именованного числа на именованное и на отвлеченное полезно решение таких примеров:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 45 *м* : 3 | 1 руб. : 5 | 2 *м* : 10 *см* | 3 *км* : 75 |
| 45 *м* : 3 *м* | 1 руб. : 5 коп. | 2 *м* : 10 | 3 *км* : 75 *м* |

Более легкие примеры такого рода решаются устно, более трудные — письменно.

В опыте некоторых учителей при записи составных именованных чисел метрической системы мер иногда практикуется постановка нулей на месте отсутствующих разрядов, например: 3 *м* 08 *см*; 9 *км* 005 *м*; 7 *т* 020 *кг* и т. п.[1]. Указанный прием имеет ряд достоинств. «Полная» запись составных именованных чисел (будем так условно называть ее) может способствовать предупреждению ошибок в раздроблении, превращении и в действиях над составными именованными числами. Она может содействовать предупреждению ошибок также при замене составных именованных чисел простыми именованными в процессе изучения десятичных дробей в V классе. Такая запись может, таким образом, способствовать установлению преемственности в изучении именованных чисел между IV и V классами.

Но «полная» запись составных именованных чисел дело трудное для учащихся начальной школы. Если бы в этой школе изучались п о л н ы е таблицы метрических мер, правильная по-

---

[1] См. статью С. В. Пантелеевой «Методика изучения именованных чисел» в сборнике «Из опыта преподавания арифметики в начальной школе». Под редакцией М. И. Моро, М., изд. АПН РСФСР, 1958.

становка нулей при записи именованных чисел представляла бы для учащихся приблизительно такие же трудности, как правильная постановка их при изучении нумерации многозначных чисел.

Так, при записи числа «пять километров семь метров» ученик рассуждал бы примерно так: «в заданном числе нет гектометров и декаметров, на их месте надо ставить нули», и писал бы: 5 *км* 007 *м*.

Но в начальной школе изучаются таблицы лишь наиболее употребительных мер. Поэтому учащимся нелегко понять, когда не надо писать нули, когда надо ставить 1 нуль, когда 2 нуля. Вследствие этого можно опасаться, что они будут допускать много ошибок при записи составных именованных чисел и, как следствие, в действиях над ними.

Упомянутая выше система записи составных именованных чисел требует дальнейшей опытной проверки.

## МЕРЫ ВРЕМЕНИ

С мерами времени, как и с метрическими мерами, учащиеся знакомятся в трех младших классах. Преобразование же мер и действия над ними изучаются в IV классе.

В I классе следует исподволь знакомить учащихся в доступной для них форме с такими мерами времени, как день, неделя, месяц, год, времена года. Каждый день в начале занятий выясняют, какое сегодня число, какого месяца, какой день недели. Дата (месяц и число) ежедневно записывается на доске и в тетрадях. Полезно также выяснять не только, какой день сегодня, но и какой день недели был вчера, какой день будет завтра. Ценным пособием при изучении мер времени в первом и последующих классах является отрывной календарь.

Некоторые дети при поступлении в школу имеют неясные представления о временах года, не знают, в каком порядке они следуют одно за другим. Для уточнения таких представлений должны быть использованы наблюдения детей над природой и беседы с ними.

Учащиеся II и даже I класса легко усваивают, что в году 12 месяцев. Они обычно также знают названия месяцев. Но сколько дней имеет каждый месяц, это слабо знают учащиеся не только второго, но и более старших классов.

Как известно, из 12 месяцев года 4 месяца имеют по 30 дней, 7 месяцев по 31 дню и 1 месяц (февраль) 28 или 29 дней. Легче всего, очевидно, запомнить месяцы, имеющие по 30 дней, поскольку таких месяцев всего четыре. Для того чтобы учащиеся могли их лучше запомнить, полезно при записи названий месяцев и числа дней в каждом из них подчеркивать цветным карандашом или взять в рамки названия месяцев — апрель, июнь, сентябрь и ноябрь,— которые имеют по 30 дней. Приведем образец такой записи:

| | |
|---|---|
| Январь — 31 день | Июль — 31 день |
| Февраль — 28 или 29 дней | Август — 31 день |
| Март — 31 день | Сентябрь — 30 дней |
| Апрель — 30 дней | Октябрь — 31 день |
| Май — 31 день. | Ноябрь — 30 дней |
| Июнь — 30 дней | Декабрь — 31 день. |

Следует рекомендовать учащимся, чтобы они заучили названия 4 месяцев, имеющих по 30 дней, и часто проверять, знают ли они это. В качестве мнемонического средства можно указать детям, что апрель и июнь являются соседями мая, а сентябрь и ноябрь — соседями октября. Таким образом, по 30 дней имеют соседи мая и октября.

Понятия о сутках, часе и минуте и умение определять время по часам даются детям нелегко. Уже в I классе следует постепенно знакомить учащихся с часами, добиваясь, чтобы они по крайней мере умели определять по ним время с точностью до 1 часа. В качестве пособий здесь используются имеющиеся в классе часы и модель часов (самодельный или фабричный циферблат со стрелками). Во II классе изучается движение не только часовой, но и минутной стрелки.

Представления о времени вследствие их отвлеченности развиваются у детей медленно. Поэтому здесь требуются длительные многократные упражнения. В частности, однократным объяснением и показом времени по часам можно достигнуть немногого. Только систематические упражнения на протяжении длительного времени могут дать умение определить время по часам. Систематическими и длительными должны быть также упражнения, направленные на выработку и других понятий о мерах времени; лишь при этом условии можно рассчитывать на успешность обучения.

Желательно, чтобы дети часто упражнялись в определении времени по часам не только в школе (определении начала и конца урока, начала и конца занятий в школе, отдельных занятий на уроке, начала и конца экскурсий и т. п.), но и дома. Для этого во втором и последующих классах полезно время от времени давать детям соответствующие задания на дом, например, в течение недели ежедневно записывать, когда они начинали приготовление домашних уроков по данному предмету (русскому языку, арифметике и др.) и когда кончали. Такие записи полезны не только для упражнения детей в определении времени по часам, но и для того, чтобы учителю знать, сколько времени они тратят на приготовление домашних заданий, не следует ли внести коррективы в дозировку этих заданий.

На экскурсиях в природу (в лес, парк, поле и т. п.) полезно отмерить, например, 100 *м* и проверить, за сколько минут отдельные учащиеся могут пройти это расстояние. Путем вычислений определяется, за сколько минут они могут при такой скорости движения пройти 1 *км*, сколько километров они могут пройти за 1 час.

Знакомя учащихся с сутками, как мерой времени, надо дать им понятие не только о том, что сутки равны 24 часам, но и о том, когда начало и конец суток. На циферблате стрелки устанавливаются так, чтобы они показывали 12 часов. Учитель предлагает детям представить себе, что это 12 часов ночи. Это полночь, или начало суток. Стрелки передвигают так, чтобы они показывали 1 час. Это час ночи. Так, на циферблате показывают 2 часа ночи, 3 часа ночи и т. д., пока не получается 12 часов дня. Это полдень. Далее, на циферблате показывают 1 час дня, 2 часа дня и т. д. до 12 часов ночи. От полуночи до полудня 12 часов и от полудня до полуночи 12 часов. Всего, таким образом, в сутках 24 часа.

В дальнейшем следует ознакомить учащихся с двойным обозначением времени, сообщая им, что по радио принято говорить не 1 час дня, а 13 часов, не 2 часа дня, а 14 часов и т. д. Так обозначается время и в расписаниях поездов, самолетов и др.

В старших классах начальной школы ведется систематическая работа по закреплению и развитию знаний детей о мерах времени, полученных ими в двух младших классах. Здесь, в частности, вводятся такие меры времени, как секунда и столетие. С секундой учащихся знакомят по часам с секундной стрелкой. Чтобы дети получили конкретное представление о секунде и минуте, можно предложить им вести счет в течение минуты.

Сложным для учащихся начальной школы является понятие о веке (столетии). Это понятие развивается у детей постепенно, по мере расширения их знаний об исторических событиях.

Учащихся старших классов начальной школы следует научить пользоваться т а б е л е м - к а л е н д а р е м, например, по месячному календарю сентября определить, какого числа будет первое воскресенье сентября, второе воскресенье, третье и т. д., какой день недели будет 7 сентября, 15 сентября, 24 сентября, 29 октября и т. п.

Как указывалось выше, раздробление и превращение мер времени изучается в IV классе, но уже во II, а тем более в III классе полезно давать детям легкие упражнения в преобразовании мер времени с тем, чтобы они лучше усвоили единичные отношения между ними. Например, для того чтобы учащиеся II класса лучше запомнили, сколько часов в сутках, можно предложить им задачи:

«Поезд прошел расстояние между двумя городами за двое суток. За сколько часов прошел он это расстояние?»

«Пассажир был в пути двое суток и 8 часов. Сколько всего часов был он в пути?»

Полезны и такие упражнения. от суток отнять 1 час (2 часа, 3 часа и т. п.).

Подобные задачи и примеры полезно решать в связи с изучением и других мер времени.

В IV классе при изучении раздробления и превращения мер времени, как и при изучении действий над ними, следует избегать громоздких вычислений. Приведем образцы упражнений в раздроблении и превращении. Раздробить 12 часов 30 минут в минуты:

$$\begin{aligned} 60 \text{ мин.} \times 12 &= 720 \text{ мин.}; \\ 720 \text{ мин.} + 30 \text{ мин.} &= 750 \text{ мин.}; \\ 12 \text{ час. } 30 \text{ мин.} &= 750 \text{ мин.} \end{aligned}$$

Превратить в меры высшего наименования 980 секунд:

$$\begin{array}{l|l} \underline{980 \text{ сек.}} & \underline{60 \text{ сек.}} \\ \underline{380} & 16 \text{ (мин.)} \\ \ \ 20 \text{ сек.} & \end{array}$$

980 сек. = 16 мин. 20 сек.

А теперь покажем на примерах, как выполняются действия над числами, выраженными в мерах времени.

Сложение:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 13 \text{ час. } 48 \text{ мин.} \\ 9 \text{ час. } 56 \text{ мин.} \end{array} \\ \hline 22 \text{ час. } 104 \text{ мин.} \\ \hline 23 \text{ час. } 44 \text{ мин.} \end{array}$$

Вычитание:

$$\begin{array}{r} - \begin{array}{r} 36 \text{ мин. } 25 \text{ сек.} \\ 24 \text{ мин. } 47 \text{ сек.} \end{array} \\ \hline 11 \text{ мин. } 38 \text{ сек.} \end{array}$$

Умножение:[1]

$$\underline{17 \text{ мин. } 28 \text{ сек.} \times 16 = 4 \text{ час. } 39 \text{ мин. } 28 \text{ сек.}}$$

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 28 \text{ сек.} \\ 16 \end{array} \\ \hline + \begin{array}{l} 168 \\ 28 \end{array} \\ \hline 448 \text{ сек.} \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} \underline{448 \text{ сек.}} & \underline{60 \text{ сек.}} \\ 28 \text{ сек.} & 7 \text{ (мин.)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 17 \text{ мин.} \\ 16 \end{array} \\ \hline + \begin{array}{l} 102 \\ 17 \end{array} \\ \hline 272 \text{ мин.} \end{array}$$

$$272 \text{ мин.} + 7 \text{ мин.} = 279 \text{ мин.}$$

$$\begin{array}{l|l} \underline{279 \text{ мин.}} & \underline{60 \text{ мин.}} \\ 39 \text{ мин.} & 4 \text{ (час.)} \end{array}$$

[1] Умножение и деление составных именованных чисел, выраженных мерами времени, ввиду трудности этих действий не изучаются в начальной школе.

Этот пример может быть решен по-другому так:

$$\underline{17\text{ мин. } 28\text{ сек.} \times 16 = 4\text{ час. } 39\text{ мин. } 28\text{ сек.}}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 17\text{ мин.} \\ 16\phantom{\text{ мин.}} \\ \hline +\ 102\phantom{\text{ мин.}} \\ 17\phantom{0\text{ мин.}} \\ \hline 272\text{ мин.} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 28\text{ сек.} \\ 16\phantom{\text{ сек.}} \\ \hline +\ 168\phantom{\text{ сек.}} \\ 28\phantom{0\text{ сек.}} \\ \hline 448\text{ сек.} \end{array} \quad \Bigg| \quad \begin{array}{r|l} 448\text{ сек.} & 60\text{ сек.} \\ \cline{2-2} \phantom{0} & 7\text{ (мин.)} \\ \hline 28\text{ сек.} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 279\text{ мин.} & 60\text{ мин.} \\ \cline{2-2} \hline 39\text{ мин.} & 4\text{ (час.)} \end{array}$$

$$272\text{ мин.} + 7\text{ мин.} = 279\text{ мин.}$$

Как видно, в первом решении после умножения мер каждого наименования производится превращение полученного результата в меры высшего наименования. Во втором же решении к превращению приступают после умножения всех данных мер (сначала низшего, затем высшего наименования). В показанном выше образце превращение даже отделено вертикальной чертой от собственно умножения.

При выполнении превращения вперемежку с умножением внимание учащихся раздваивается. В этом отношении второе решение, в котором превращение отделено от умножения, проще и доступнее для детей по сравнению с первым.

Деление:

$$\begin{array}{l|l} \underline{20\text{ час.}}\ 15\text{ мин.} & \underline{\ 9\qquad\quad} \\ \underline{\phantom{0}2\text{ час.}} & 2\text{ час. } 15\text{ мин.} \\ \underline{135\text{ мин.}} & \\ \underline{45\phantom{\text{ мин.}}} & \\ \phantom{0}0 & \end{array}$$

$$\underline{13\text{ сут.} : 2\text{ сут. } 4\text{ час.} = 6}$$

а) $\begin{array}{r} \times\ 24\text{ час.} \\ 13\phantom{\text{ час.}} \\ \hline +\ 72\phantom{\text{ час.}} \\ 24\phantom{0\text{ час.}} \\ \hline 312\text{ час.} \end{array}$ б) $2\text{ сут. } 4\text{ час} = 52\text{ час.}$

в) $\begin{array}{r|l} -\ 312\text{ час.} & 52\text{ час.} \\ \cline{2-2} 312\phantom{\text{ час.}} & 6 \\ \hline 0\phantom{\text{ час.}} & \end{array}$

## Задачи на вычисление времени

Задачи на вычисление времени бывают трех видов:

1. Задачи на вычисление продолжительности события по данным началу и концу его, например: «Пионеры отправились на прогулку в лес в 9 часов утра и вернулись домой в 2 часа дня. Сколько часов продолжалась прогулка?»

2. Задачи на вычисление конца события, если даны его начало и продолжительность, например: «Пионеры отправились на прогулку в лес в 9 часов утра и вернулись домой через 5 часов. В котором часу вернулись они домой?

3. Задачи на вычисление начала события, если даны его продолжительность и конец, например: «Пионеры отправились на прогулку в лес и пробыли там 5 часов. Домой они вернулись в 2 часа дня. Во сколько часов отправились они на прогулку?»

В указанных видах задач может требоваться вычисление времени в пределах: а) суток; б) месяца; в) года; г) столетия.

Задачи на вычисление времени в пределах суток решаются различно в зависимости от того, знакомы ли дети с двойным обозначением времени или нет. Так, приведенная выше задача 1-го вида до ознакомления учащихся с двойным обозначением времени решается следующим образом:

а) 12 час. — 9 час. = 3 час.
б) 3 час. + 2 час. = 5 час. Ответ. 5 час.

Объяснение решения. До 12 часов дня пионеры пробыли в лесу 3 часа да еще 2 часа после этого. Всего, таким образом, прогулка продолжалась 5 часов.

После же того как учащиеся хорошо осмыслят двойное обозначение времени, можно задачу решать так:

14 час. — 9 час. = 5 час. Ответ. 5 час.

Объяснение решения. Пионеры отправились в лес в 9 часов, а вернулись домой в 2 часа дня, то есть в 14 часов. Чтобы узнать, сколько часов продолжалась прогулка, надо от 14 часов отнять 9 часов. Получится 5 часов.

Аналогичным образом можно двояко решать остальные 2 вида задач на вычисление времени в пределах суток.

Возьмем задачу: «Юннаты приступили к работе в школьном саду в 10 час. 30 мин. утра и проработали там 2 час. 45 мин. В котором часу они закончили работу?» Приведем 2 способа решения этой задачи.

Первый способ:

1) 12 час — 10 час. 30 мин. = 1 час. 30 мин.
2) 2 час. 45 мин. — 1 час. 30 мин. = 1 час. 15 мин.

Ответ. В 1 час. 15 мин. дня.

Второй способ:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r} 10 \text{ час. } 30 \text{ мин.} \\ 2 \text{ час. } 45 \text{ мин.} \end{array} \\ \hline 12 \text{ час. } 75 \text{ мин.} \\ \hline 13 \text{ час. } 15 \text{ мин.} \end{array}$$

Ответ. В 13 час. 15 мин., или в 1 час. 15 мин. дня.

Возьмем еще одну задачу и покажем, как она решается. «В День леса школьники сажали деревья 3 часа 30 мин. и закончили работу в 1 час дня. Когда они приступили к работе?»

Первый способ решения:

1) 3 час. 30 мин. — 1 час. = 2 час. 30 мин.

2) 12 час — 2 час. 30 мин. = 9 час. 30 мин.

Ответ. В 9 час. 30 мин. **утра.**

**Второй способ:**

1) 13 час. — 3 час. 30 мин. = 9 час. 30 мин.

Ответ В 9 час. 30 мин.

При введении задач на вычисление времени в пределах суток полезно первые задачи каждого вида решать с применением наглядности, показывая на модели часов то, что требуется в соответствии с содержанием задачи и способом ее решения. Так, при решении последней задачи можно на такой модели показать 1 час. (или 13 час.), потом перевести стрелки назад; при пользовании первым способом сначала на 1 час, затем на 2 час. 30 мин., а при пользовании вторым способом — сразу на 3 час. 30 мин.

При решении задач на вычисление времени в пределах месяца, года или столетий следует различать календарные числа и арифметические. Календарное число, или дата, показывает, когда произошло то или иное событие. Арифметическое число показывает, сколько времени прошло до данного события от момента, который принято считать начальным. В задачах на вычисление времени в пределах месяца за начальный момент принимается начало месяца, при вычислении времени в пределах года таким моментом является начало года, а при вычислении времени в пределах столетий — начало летосчисления.

Так как над календарными числами нельзя выполнять действия, то такие числа переводятся в арифметические. С другой стороны, в задачах на время приходится переводить арифметические числа в календарные, если требуется узнать, когда произошло данное событие. Решению задач на вычисление времени в каждом из указанных выше пределов полезно предпослать подготовительные упражнения в переводе календарных чисел в арифметические и наоборот. Приведем образцы таких упражнений, которые целесообразно предпослать задачам на время в пределах года:

Сколько месяцев и дней прошло от начала года до Международного женского дня — 8 марта? до Дня Конституции — 5 декабря?

Сколько месяцев и дней прошло от начала года до 9 мая? до 15 ноября? до 6 апреля? до 28 сентября? и т. п.

Какой месяц и какое число этого месяца наступили, если от начала года прошло: 2 месяца 5 дней? 4 месяца 16 дней? 7 месяцев 12 дней? 9 месяцев 20 дней? и т. п.

Рассмотрим несколько задач на вычисление времени в пределах месяца, в пределах года и в пределах столетий:

З а д а ч а. Грачи прилетели 7 марта, а скворцы через 20 дней после грачей. Когда прилетели скворцы?

Р е ш е н и е. От начала марта до прилета грачей прошло 6 дней. К 6 дням прибавить 20 дней, получится 26 дней. От начала марта до прилета скворцов прошло 26 дней. Скворцы прилетели 27 марта.

З а д а ч а. Ученик пробыл в лесной школе с 10 февраля до 3 июля. Сколько времени пробыл он в лесной школе?

Р е ш е н и е. От начала года до 3 июля прошло 6 месяцев 2 дня; от начала года до 10 февраля прошло 1 месяц 9 дней.

$$\begin{array}{r} -\ 6 \text{ мес. } 2 \text{ дн.} \\ 1 \text{ мес. } 9 \text{ дн.} \\ \hline 4 \text{ мес. } 23 \text{ дня.} \end{array}$$

Эту задачу можно решить другим способом, путем подсчета дней по календарю. В феврале ученик пробыл в школе 19 дней, в марте 31 день, в апреле 30 дней, в мае 31 день, в июне 30 дней и в июле 2 дня, всего 143 дня, или 4 месяца 23 дня.

З а д а ч а. Куликовская битва произошла в 1380 году, а Бородинское сражение в 1812 году. Через сколько лет после Куликовской битвы произошло Бородинское сражение?

Р е ш е н и е. От начала летосчисления до Бородинского сражения прошло 1811 лет, а от начала летосчисления до Куликовской битвы прошло 1379 лет.

$$\begin{array}{r} -\ 1811 \text{ лет} \\ 1379 \text{ лет} \\ \hline 432 \text{ года.} \end{array}$$

Изучение мер времени должно быть использовано для привития детям умения ориентироваться во времени, правильно распределять свое время. На доступных пониманию детей задачах, взятых из различных областей промышленности и сельского хозяйства, полезно довести до их сознания, как важно беречь каждую минуту.

## ГЛАВА ОДИННАДЦАТАЯ

# ЭЛЕМЕНТЫ НАГЛЯДНОЙ ГЕОМЕТРИИ

В программе начальной школы по арифметике на изучение геометрического материала отведено немного уроков в I, II, III и IV классах. Было бы, однако, неверно, если бы элементы геометрии изучались в начальной школе только на этих уроках. Наряду с изучением количественных соотношений начальная школа должна уделить большое внимание развитию пространственных представлений учащихся, так как оно имеет важное значение для их подготовки к успешному изучению геометрии в средней школе, а также к практической деятельности.

Развития пространственных представлений детей следует добиваться в процессе изучения не только геометрического, но и арифметического материала, широко используя геометрические образы там, где это возможно. С первых шагов изучения арифметики такие образы в виде кубиков, кружков, квадратов, треугольников можно широко применять для иллюстрирования чисел и действий в пределе 10, а затем 20. Особо уместно здесь напомнить о полезности применения рядов клеток (квадратов) и кубиков при изучении умножения в пределе 20. Эта форма наглядности, которая может быть еще более широко применена при изучении таблицы умножения во II классе, способствует подготовке учащихся к вычислению площадей и объемов.

Геометрические образы полезно применять при решении многих видов простых задач, в частности, когда требуется разграничить близкие понятия, например, увеличение или уменьшение на несколько единиц и в несколько раз, разностное и кратное сравнение, деление на части и по содержанию.

Геометрические образы следует широко применять не только при решении указанных, но и других видов простых и составных задач, при выяснении законов действий, зависимости между данными и результатами арифметических действий и т. д.

Особого внимания заслуживают задачи на движение, полезные для развития пространственных представлений учащихся. В программе начальной школы указаны задачи на встречное движение двух тел. Наряду с этими задачами полезно решать доступные для учащихся начальной школы разнообразные задачи на движение двух и одного тела в разных направлениях.

Возьмем задачи:

1) Расстояние между столом и шкафом 3 *м* (рис. 47). Сколько метров будет между ними:

а) если стол передвинуть на 2 *м* влево, а шкаф на 2 *м* вправо?

б) если стол и шкаф передвинуть на 2 *м* вправо?

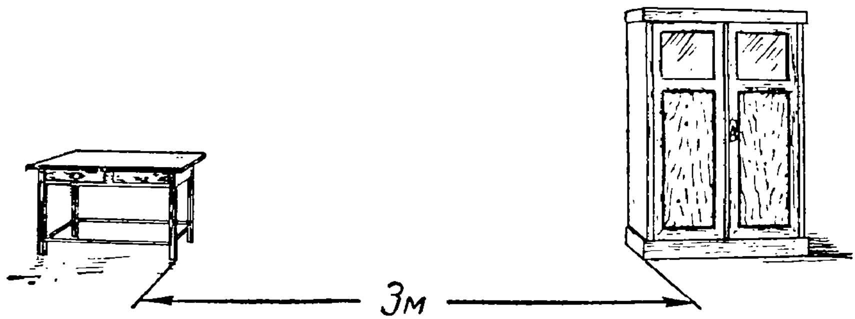



Рис. 47.

2) Расстояние от Ольховки до Колосова 19 *км*, а до Марьина 35 *км*. Грузовик прошел от Колосова до Марьина и обратно от Марьина до Ольховки (рис. 48). Сколько всего километров прошел он?

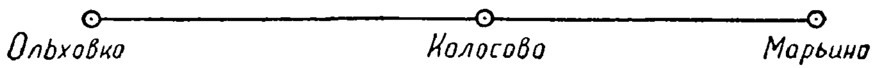



Рис. 48.

3) От пристани одновременно отправились в противоположные стороны два парохода: один со скоростью 40 *км*, другой со скоростью 35 *км* в час. На каком расстоянии друг от друга будут пароходы через 3 часа после своего отправления?

4) Из города вышли одновременно и в одном направлении два поезда: один со скоростью 56 *км*, другой со скоростью 48 *км* в час. На каком расстоянии друг от друга будут поезда через час (через 3 или 4 часа) после своего отправления?

При решении каждой из этих задач приходится представлять себе движущиеся тела, их взаимоположение, направление, в каком они движутся. Благодаря этому такие задачи, как и рассмотренные в третьей главе задачи на встречное движение, могут содействовать развитию пространственных представлений.

Особо следует сказать о задачах на движение в одном направлении. В том сложном виде, в каком эти задачи давались в прежних задачниках, они оказались трудными для учащихся, а потому были исключены из программы начальной школы. Задачи же, подобные последней из приведенных выше, вполне посильны для детей. Наряду с задачами на движение следует решать и другие задачи, которые могут способствовать развитию пространственных представлений.

Умение читать чертежи требуется в любой отрасли техники, в любом производстве. Школа должна прививать детям соответствующие навыки. В меру сил и возможностей учащихся элементарные навыки в данной области должна давать и начальная школа. В работе по арифметике достижению этой цели может в определенной мере способствовать применение чертежей при решении задач. При этом следует, не ограничиваясь выполнением чертежей на классной доске, предлагать учащимся, чтобы они делали соответствующие чертежи и в своих тетрадях.

Желательно, чтобы и при выполнении домашних уроков дети иллюстрировали решение некоторых задач чертежами. Соответствующие задания должны даваться детям с учетом их сил и возможностей и лишь после того, как они на уроках научились делать подобные чертежи. Следует возможно чаще ставить на обсуждение класса, кто из учащихся сделал лучший чертеж к данной задаче, уделяя при этом главное внимание вопросу о том, какой чертеж помогает лучшему пониманию условия. После же ознакомления детей с масштабом необходимо, кроме того, учитывать, выполнен ли чертеж правильно в соответствии со взятым или данным масштабом.

Для того чтобы дети учились читать чертежи, иногда полезно давать числовые данные задачи не в условии, а предлагать их посредством соответствующего чертежа. Например: «За сколько часов грузовик пройдет расстояние от совхоза до города, если первую половину пути он будет двигаться со скоростью 60 *км* в час, а вторую — 40 *км* в час?» (рис. 49).

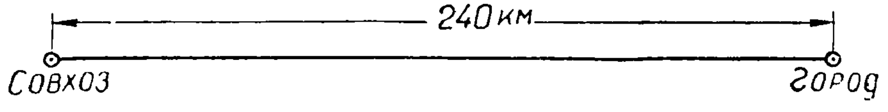



Рис. 49.

«Ученик хочет сделать такие салазки, какие указаны на рисунке. Сколько метров досок потребуется на их изготовление?» (рис. 50).

Известно, какое широкое применение находят в жизни планы (планы местности, земельных угодий и т. п.). Школа должна в той мере, в какой это посильно для детей, учить их пользоваться планом.

С изображением протяжений в уменьшенном виде можно знакомить учащихся в связи с измерениями на местности и с решением задач.

Пусть в задаче требуется разделить 8 *м* сукна между двумя покупателями, один из которых дал на эту покупку 225 руб., а другой 375 руб. В беседе с детьми устанавливают, что для

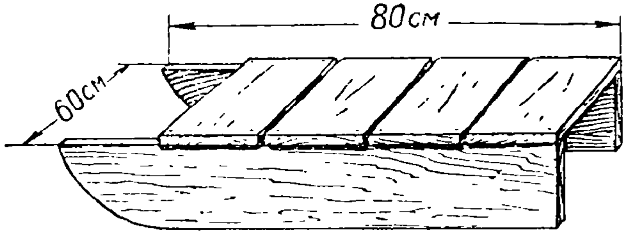
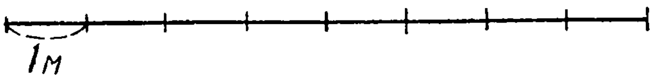



Рис. 50.

лучшего понимания способа решения задачи надо сделать к ней чертеж. Но линия длиной в 8 *м* на доске не уместится. Изображаем эту величину в уменьшенном виде (рис. 51).




.Рис. 51.

Подобным образом в уменьшенном виде изображают числовые данные других задач, а также результаты проведенных измерений, например, длину беговой дорожки, измеренное расстояние между двумя телеграфными столбами и др.

Полезно также решать задачи, в которых по изображению протяжения в уменьшенном виде требуется определить действительное расстояние. Приведем образец таких задач. «Расстояние от школы до кирпичного завода, куда дети ходили на экскурсию, показано на чертеже в уменьшенном виде (рис. 52). Сколько метров от школы до кирпичного завода?»


Рис. 52.

Как видно, на рисунках 51 и 52 масштаб дается на основном чертеже. В дальнейшем, как это принято на планах, масштаб дается особо, например: «Длина беговой дорожки изображена на чертеже в уменьшенном виде (рис. 53). Какова длина дорожки?»

От изображения в уменьшенном виде протяжений переходят к подобному изображению поверхностей, например изображают в уменьшенном виде спортивную площадку, школьный двор, сад, огород и т. п. Одновременно с развитием пространственных представлений применение чертежей и планов способствует практической подготовке учащихся, а потому оно должно широко применяться в процессе преподавания арифметики.

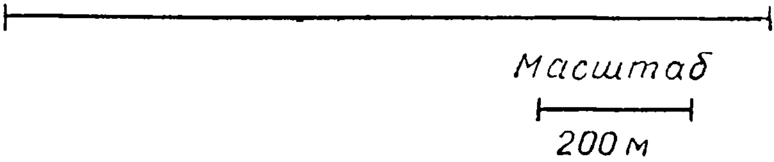



Рис 53.

Переходим к рассмотрению вопросов, связанных с изучением указанного в программе геометрического материала.

### ПРЯМАЯ ЛИНИЯ И ОТРЕЗОК

Для формирования понятия о прямой линии полезно ее сопоставить с кривой линией. На доске чертят несколько кривых и прямых линий. Учащимся предлагается показать, какие из начерченных линий прямые.

Дети показывают прямые линии на окружающих предметах. По заданию учителя они натягивают нитку так, чтобы она изображала прямую линию; перегибают лист бумаги так, чтобы сгиб имел вид прямой линии.

На прямой линии начерченной на доске, берут часть ее между точками *А* и *Б*. Получается отрезок *АБ*. Дети учатся чертить отрезки прямой линии с помощью линейки.

Наклонно расположенные прямые линии некоторые учащиеся считают непрямыми. Целесообразно поэтому, чтобы дети чертили прямые линии в разных направлениях. Учитель отмечает на доске 2 точки, каждый раз в новом направлении, и предлагает учащимся соединять их прямой линией. Черчение отрезков прямой полезно сочетать с упражнениями в измерении.

Наряду с черчением прямых линий с помощью линейки следует ознакомить учащихся с тем, как проводят прямые линии на бревнах или досках и на земле. В беседе с детьми выясняют, не видели ли они, как плотники проводят прямые линии на бревнах или досках, для чего требуется проводить такие линии, почему нельзя проводить их с помощью линейки. С помощью шнура, натертого мелом, дети проводят прямые линии на классной доске. При рассмотрении вопроса, как проводятся прямые линии на земле, также полезно выяснить, для чего требуется проводить на земле такие линии, почему нельзя их проводить с помощью линейки или шнура.

Для подготовки учащихся к провешиванию прямых линий на местности полезно предварительно объяснить им на уроке, как оно проводится. Полезны также подготовительные упражнения в провешивании прямых линий в классе с помощью карандашей. По заданию учителя каждый из учащихся, сидящих в одном ряду, поднимает высоко карандаш. Ученик, вызываемый к столу учителя, должен добиться, чтобы поднятые карандаши были расположены по одной прямой линии, для чего он дает учащимся, держащим карандаши, соответствующие указания (держать карандаш правее или левее).

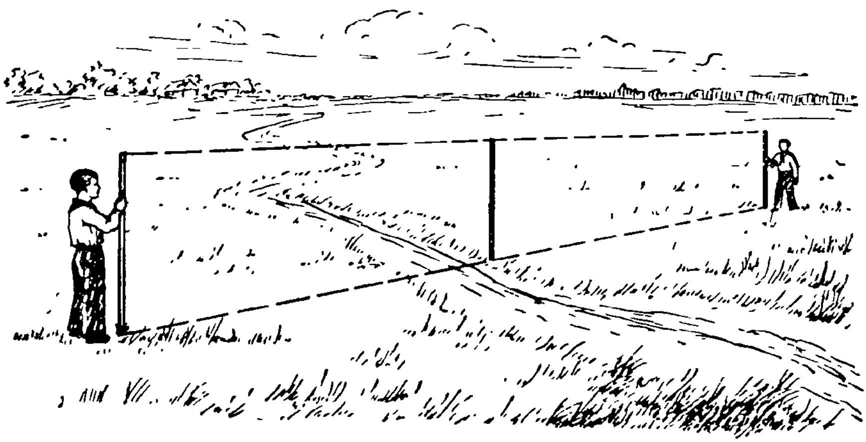


Рис. 54.

Чтобы дети могли лучше понять, как провешиваются линии, полезно также показать им соответствующий рисунок (рис. 54).

К провешиванию прямых линий на местности следует тщательно подготовиться. Нужно выбрать место, где будет проводиться эта работа, подготовить вехи (минимум 5—6 штук, высотой $1^1/_2$ *м* каждая), рулетку, мерную веревку или полевой циркуль. Главное же, необходимо основательно продумать план работы. Начинать следует с провешивания прямой линии длиной 25—30 *м* с таким расчетом, чтобы одна веха отстояла от другой приблизительно на 5 *м* (на 10 шагов).

Чтобы учащиеся лучше поняли смысл работы, задание можно формулировать так: представьте себе, что здесь надо построить забор (между конечными вехами). Как ставить столбы, чтобы они были расположены по прямой линии?

После провешивания указанной прямой и измерения ее длины (с помощью мерной веревки, рулетки или полевого циркуля) аналогичным образом проводится провешивание прямой линии длиной в 50 *м* (вехи ставятся приблизительно на расстоянии 20 шагов, или 10 *м* одна от другой). Последнюю линию, если позволяет время, полезно продлить на 50 *м* так, чтобы получилась прямая линия длиной 100 *м*.

После провешивания каждой прямой внимание учащихся обращается на то, что другой прямой между данными конечными точками провести нельзя, что между двумя точками можно провести только одну прямую.

## ПРЯМОУГОЛЬНИК И КВАДРАТ

Прежде чем знакомить учащихся с прямоугольником и квадратом, необходимо дать им понятие о прямом угле.

На раздвижном угле, состоящем из двух соответствующим образом соединенных между собой планок или полосок картона, учащимся показывают небольшой (острый) угол, затем его постепенно увеличивают, пока не получится прямой угол. На указанной модели затем образуют углы, бо́льшие прямого.

Углы на этой модели сначала образует учитель, затем учащиеся. Задания формулируются примерно так: «Покажите прямой угол. Покажите угол меньше прямого. Покажите угол больше прямого». Наряду с образованием углов на модели учащиеся показывают их на окружающих предметах.

Особое внимание следует уделить обучению детей черчению и проверке прямых углов с помощью угольника. В беседе с детьми полезно выяснить, кому (лицам каких профессий) и для чего приходится чертить и проверять прямые углы.

Представления о п р я м о у г о л ь н и к е и к в а д р а т е учащиеся получают в I и II классах. В III классе эти представления уточняются.

Учитель чертит на доске несколько четырехугольных фигур, например параллелограмм, трапецию и прямоугольник. Учащимся предлагается показать прямоугольник. Эту фигуру они показывают также на окружающих предметах.

В беседе с детьми выясняют, сколько у прямоугольника углов, какие они, сколько у него сторон. Учащимся предлагается показать противоположные стороны прямоугольника. Эти стороны измеряются. В результате измерений делается вывод, что противоположные стороны прямоугольника попарно равны между собой.

По мере выяснения особенностей данной фигуры учитель делает под начерченным на доске прямоугольником соответствующие записи, например: «У прямоугольника 4 угла. Все углы прямые. 4 стороны. Противоположные стороны попарно равны».

Чтобы проверить, как усвоены сделанные выводы, учитель предлагает вызванному ученику стать спиной к доске и рассказать то, что он знает об углах и сторонах прямоугольника. Остальные учащиеся по записям на доске следят за правильностью ответов своего товарища. Так опрашивается несколько учеников.

Затем записи стираются с доски и учитель проводит опрос учащихся.

На доске и в тетрадях учащиеся чертят прямоугольники по заданным размерам (с помощью линейки, угольника и циркуля). Полезно также решать задачи на нахождение суммы сторон прямоугольника, например: «Длина огорода прямоугольной формы 60 *м*, ширина его 40 *м*. Какова длина изгороди вокруг огорода?» Решение подобных задач способствует закреплению знаний учащихся о равенстве противоположных сторон прямоугольника.

Ознакомление с к в а д р а т о м проводится примерно так же, как и с прямоугольником.

Среди нескольких начерченных на доске четырехугольных фигур (например, прямоугольника, квадрата, ромба, трапеции) учащиеся находят квадрат. В беседе с детьми выясняют, сколько у квадрата углов, каковы они, сколько у него сторон. Последние измеряются. Устанавливается, что у квадрата все стороны равны.

Проводится проверка, как учащиеся усвоили выводы о сторонах и углах квадрата. Дети чертят квадраты по заданным размерам, решают задачи на вычисление суммы сторон квадратов. Чтобы учащиеся лучше осознали особенности прямоугольника и квадрата, полезно сопоставить эти фигуры, выясняя в беседе, сколько углов у прямоугольника и сколько их у квадрата, какие углы у прямоугольника и какие у квадрата, и т. д.

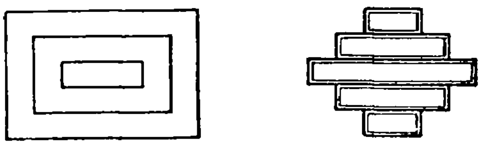


Рис. 55.

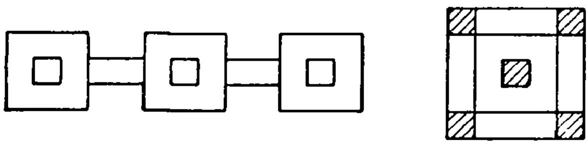


Рис. 56.

В целях усиления интереса детей к черчению прямоугольников и квадратов целесообразно упражнять их в составлении орнаментов из этих фигур. Приведем образцы таких заданий: «Нарисовать в тетрадях такие рисунки (орнаменты) из прямоугольников (рис. 55)». «Нарисовать такие орнаменты из квадратов и прямоугольников (рис. 56)».

В школьной практике при черчении геометрических фигур их размеры нередко выражаются «в клетках», например, предлагают детям начертить полоску в 8 клеток, начертить квадрат со стороной, равной длине 6 клеток, и т. п. При ознакомлении с геометрическими фигурами это на первых порах допустимо. Однако в дальнейшем размеры фигур, которые предлагается чертить в тетрадях, следует давать в общепринятых мерах (сантиметрах, миллиметрах и др.).

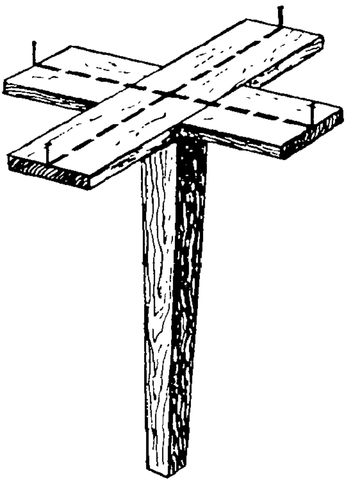


Рис. 57.

В связи с изучением прямоугольника и квадрата полезно ознакомить учащихся с черчением этих фигур не только на доске и в тетрадях, но и с построением их на местности, с помощью эккера. Предварительно в беседе с детьми выясняют, когда приходится обозначать прямые углы на земле, можно ли это делать с помощью угольника. Затем учащихся знакомят с эккером (рис. 57). Чтобы на эккере четче выступал прямой угол, полезно наложить угольник так, чтобы его прямой угол совпал с прямым углом эккера. В беседе выясняют, что при черчении прямого угла с помощью угольника прямые линии проводят вдоль сторон угольника, а при черчении прямого угла с помощью эккера прямые линии провешивают на земле вдоль брусков эккера: вдоль одного бруска по направлению булавок провешивается одна прямая, а вдоль другого — вторая.

## ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОЩАДИ ПРЯМОУГОЛЬНИКА И КВАДРАТА

Прежде чем знакомить учащихся с вычислением площадей, надо дать им понятие о площади.

Рассматривая с детьми прямоугольные фигуры, которые можно видеть в классе, устанавливают, что каждая такая фигура занимает определенную поверхность. Учащимся предлагается показать поверхность некоторых из этих фигур. Затем начинают сравнивать поверхность фигур, например: поверхность классной доски и поверхность крышки стола (что больше? что меньше?), поверхность пола в классной комнате и в школьном зале, поверхность передней и задней стенки коробки, передней и задней стены классной комнаты и т. п. В результате сравнения устанавливают, что величина поверхности, или площадь, одной фигуры может быть больше или меньше величины поверхности, или площади, другой фигуры, что могут быть и равные площади.

Для измерения площади служат квадратные меры: квадратный метр, квадратный дециметр, квадратный сантиметр и др. Каждая из этих мер показывается учащимся и определяется. (Квадратный метр — это площадь квадрата, сторона которого равна 1 *м*; квадратный дециметр — это площадь квадрата, сторона которого равна 1 *дм*, и т. д.). На доске и в тетрадях чертят квадратный дециметр и квадратный сантиметр. Из большого листа бумаги вырезают квадратный метр.

Ознакомление с измерением площади прямоугольника может проводиться так: учитель чертит на доске два прямоугольника, например, один длиной 6 *дм* и шириной 1 *дм*, а другой длиной 3 *дм* и шириной 2 *дм*. На глаз трудно установить, какая площадь больше. Чтобы узнать это, надо измерить площадь каждого прямоугольника. Площадь этих прямоугольников измеряют квадратными дециметрами. Путем наложения узнаем, сколько квадратных дециметров уложится на поверхности каждого из упомянутых выше прямоугольников. В каждом из них укладывается 6 квадратных дециметров. Значит, площади этих прямоугольников равны.

При ознакомлении с измерением площади прямоугольника полезно также решать доступные детям задачи, например: «Куплено стекло таких размеров (учитель чертит на доске прямоугольник длиной 4 *дм* и шириной 2 *дм*); 1 *кв. дм* стекла стоит 12 коп. Сколько стоит купленное стекло?»

Из условия задачи ясно, что для определения стоимости стекла надо предварительно узнать, сколько в нем квадратных дециметров. Это узнается путем наложения квадратного дециметра на поверхности начерченного на доске прямоугольника. По длине прямоугольника укладывается 4 *кв. дм*, а таких рядов 2. Площадь стекла, таким образом, равна 8 *кв. дм*.

Так, путем наложения измеряется площадь нескольких прямоугольников. При этом внимание учащихся обращается каждый раз на то, что сколько дециметров составляет длина прямоугольника, столько квадратных дециметров укладывается по его длине в один ряд, а таких рядов получается столько, сколько дециметров в ширине прямоугольника.

Затем постепенно убавляют применяемые средства наглядности.

Сначала стороны прямоугольника, площадь которого нужно измерить, делят на части, равные линейной единице, и точки деления противоположных сторон соединяют прямыми линиями. В результате данный прямоугольник разбивается на квадратные единицы (рис. 58). В дальнейшем делят стороны прямоугольника на линейные единицы, но соединяют линиями лишь точки деления боковых сторон (высот); что же касается точек деления оснований, то их не соединяют линиями (рис. 59). Затем еще больше убавляют средства наглядности, разбивая стороны прямоугольника точками на линейные единицы, но не соединяют их ни горизонтальными, ни вертикальными линиями. Иногда здесь отделяют линиями лишь 1 квадратную единицу (рис. 60). В дальнейшем после измерения сторон прямоугольника записывают на чертеже полученные размеры, но не разбивают стороны на части.

Выясняя после вычисления площади каждого прямоугольника, от перемножения каких чисел получился результат действия, учитель постепенно подводит детей к выводу правила вычисления площади прямоугольника.

Вслед за измерением площади прямоугольников квадратными дециметрами проводится измерение квадратными сантиметрами, а затем квадратными метрами. При измерении последними можно ограничиться наложением на измеряемую поверхность лишь

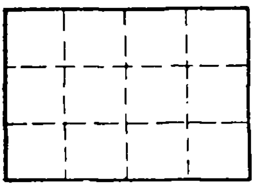


Рис. 58.

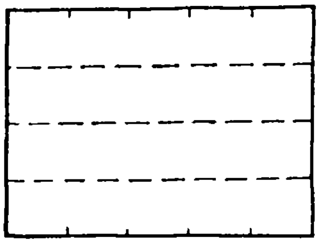


Рис. 59.

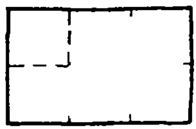


Рис 60.

1 *кв. м*. Затем путем рассуждений определяют, сколько квадратных метров уложится в один ряд по длине прямоугольника (например, пола), сколько получится таких рядов, сколько всего квадратных метров уложится в данной площади.

Необходимо, чтобы учащиеся понимали, когда и для чего приходится вычислять площадь, например: площадь пола определяется, чтобы знать, сколько следует начислить квартирной платы или сколько требуется для него краски; площадь огорода вычисляется, чтобы знать, сколько требуется семян, и т. д.

При нахождении площади прямоугольника применимы различные формы записи, из которых наиболее распространенными являются следующие (берем для примера прямоугольник длиной 6 *см* и шириной 4 *см*):

$$6 \textit{ см} \times 4 \textit{ см} = 24 \textit{ кв. см}$$
$$6 \textit{ кв. см} \times 4 = 24 \textit{ кв. см}.$$

Первая запись правильна, но она малодоступна для понимания учащихся начальной школы, поскольку они не имеют понятия о размерности величин. Вторая запись непосредственно вытекает из рассуждений, применяемых детьми при измерении площади. («По длине прямоугольника в один ряд укладывается 6 *кв. см*, а таких рядов 4. Поэтому чтобы узнать, сколько всего квадратных сантиметров уложится в площади прямоугольника, надо 6 *кв. см* умножить на 4. Получится 24 *кв. см».)* Благодаря этому данная запись больше всего подходит для **начальной** школы.

После того как дети научатся определять площадь прямоугольника, вычисление площади **квадрата** не представляет для них затруднений. Все же при первичном нахождении площади квадрата целесообразно делать это путем наложения. Пусть требуется найти площадь квадрата, сторона которого равна 4 *дм*. Начертив на доске такой квадрат, накладывают на его поверхность квадратный дециметр. Поскольку учащиеся уже знакомы с вычислением площадей, можно здесь ограничиться частичным наложением.

Ознакомление учащихся с вычислением площади квадрата следует широко использовать для выяснения единичных отношений между квадратными мерами (сколько квадратных дециметров в квадратном метре, сколько квадратных сантиметров в квадратном дециметре и т. д.). Эти отношения полезно выяснять наглядно (на квадратном метре, разделённом на квадратные дециметры; квадратном дециметре, разделённом на квадратные сантиметры; квадратном сантиметре, разделённом на квадратные миллиметры).

Таблицы, на которых изображены названные квадратные меры, полезно вывесить в классе, как наглядные пособия, и пользоваться ими возможно чаще. Эффективным пособием может явиться квадратный метр миллиметровой бумаги, на которой можно наглядно выяснить отношения между названными квадратными мерами — видеть, в частности, миллион квадратных миллиметров, содержащихся в квадратном метре.

До изучения единичных отношений между квадратными мерами дети находят площадь только таких прямоугольников и квадратов, размеры которых выражены одноименными простыми именованными числами (например, длина прямоугольника 8 *м*, а ширина 3 *м*; сторона квадрата равна 6 *дм*). После же ознакомления учащихся с единичными отношениями квадратных мер можно перейти к нахождению площади названных фигур, размеры которых выражены составными именованными числами (например, длина прямоугольника 2 *дм* 8 *см*, а ширина 1 *дм* 2 *см*) или разноименными простыми именованными (например, длина 2 *м*, а ширина 6 *дм*).

Следует довести до сознания учащихся, почему при вычислении площади прямоугольника и квадрата необходимо длину и ширину выражать в одинаковых мерах. На доске чертят прямоугольник, размеры которого выражены составными именованными числами (например, длина 3 *дм* 4 *см*, а ширина 2 *дм* 5 *см*). При нахождении площади этого прямоугольника путем наложения квадратного дециметра учащиеся убеждаются в том, что квадратными дециметрами нельзя покрыть всю поверхность фигуры. Другое дело, если длину и ширину ее выразить в сантиметрах и измерять ее квадратными сантиметрами. Тогда по длине прямоугольника в один ряд уложится 34 *кв. см*, а таких рядов будет 25. Отсюда площадь прямоугольника вычисляется так:

34 *кв. см* × 25 = 850 *кв. см* = 8 *кв. дм* 50 *кв. см*.

Аналогичным образом выясняется необходимость выражения в одинаковых мерах сторон прямоугольника, которые, например, равны: длина 2 *дм*, а ширина 6 *см*.

При изучении темы «Измерение площадей» большое внимание следует уделить измерению площади земельных участков прямоугольной формы. Этому должно предшествовать ознакомление учащихся с мерами земельных площадей, которое лучше всего осуществить на местности, например на школьном дворе. Построив на земле ар (квадрат со стороною 10 *м*), выясняют, что ар равен 100 *кв. м*.

Полезно построить на земле и гектар или, по крайней мере, показать детям участки земли площадью в 1 *а* и в 1 *га*. При введении понятия о гектаре уместно, в частности, ознакомить детей со значением слов «гекто» (сто) и «гектар» (100 *а*). Следует довести до сознания учащихся, что ару равна площадь не только квадрата со стороной 10 *м*, но и площадь любого прямоугольника, произведение длины и ширины которого равно 100 *кв. м*, например, площадь прямоугольника, у которого: а) длина 20 *м*, а ширина 5 *м*; б) длина 25 *м*, а ширина 4 *м*; в) длина 50 *м*, а ширина 2 *м*. Аналогичные разъяснения учащиеся должны получить и в отношении гектара.

После ознакомления учащихся с мерами земельных площадей и с единичными отношениями между ними проводятся соответствующие измерительные работы на местности (измерение площади школьного двора, сада, огорода и т. п.).

При решении задач на вычисление площадей некоторые учащиеся недостаточно четко понимают, для чего требуется вычислять площадь, иногда даже неясно представляют себе, что они здесь находят. Для того чтобы дети сознательно решали задачи на вычисление площадей, следует брать содержание этих задач из ближайшего окружения, опираясь при этом на опыт и наблюдения учащихся. Передовые учителя, в частности, широко практикуют составление задач детьми, призывая их вспомнить, где им приходилось наблюдать измерение площадей, и составить об этом задачи. Опыт показывает, что при правильном руководстве со стороны учителя дети могут составить много различных задач на данную тему.

Задачи на вычисление площадей, решаемые в школьной практике, нередко однообразны по своей структуре. Чаще всего в них требуется нахождение площади названных фигур по данным размерам. Однообразие структуры задач влечет за собой ослабление интереса учащихся к занятиям, а главное, отрицательно сказывается на подготовке их к жизни, где задачи на вычисление площади прямоугольных фигур очень разнообразны.

Прежде всего следует уделять внимание решению таких задач на вычисление площади, в которых размеры измеряемых фигур не даются в готовом виде, а должны быть найдены учащимися путем измерения, например: найти площадь данного на доске прямоугольника, страницы тетради, листа бумаги или картона, классной доски, школьного двора, сада, огорода и т. п.

Полезно также упражнять детей в решении задач по данным планам, что находит широкое применение в жизни, при этом в ряде случаев целесообразно не указывать на планах никаких размеров, предлагая учащимся найти требуемые размеры по данному масштабу, например: «Длина и ширина цветника уменьшены на плане в 50 раз. Найти длину, ширину и площадь цветника (рис. 61)».

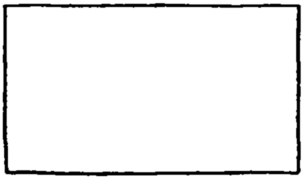


Рис. 61.

При решении подобных задач в случае, когда требуется найти только площадь, учащиеся нередко измеряют стороны фигуры на плане, перемножают полученные числа и результат действия умножают на данный численный масштаб. Для предупреждения таких ошибок следует указывать учащимся,

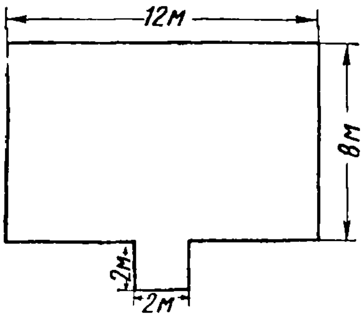



Рис. 62.

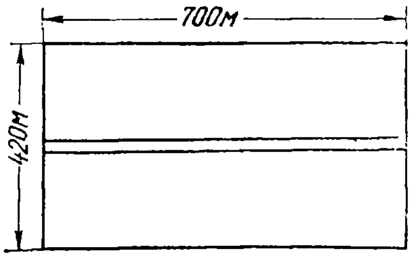



Рис. 63.

что сначала надо найти действительные размеры участка и лишь после этого определить его площадь.

В жизни часто приходится находить площадь таких фигур, которая составляет сумму или разность площадей прямоугольников и квадратов. Следует поэтому и учащихся упражнять в нахождении площади таких фигур. Приведем образцы задач.

1. По плану дома найти его площадь (рис. 62).

2. Поле прямоугольной формы пересекается дорогой, шириной 20 *м*. Оно засеяно пшеницей. По размерам, указанным на

плане, вычислить, сколько зерна можно собрать с этого поля при урожае в 24 *ц* с *га* (рис. 63).

Подобные задачи, разнообразие которых далеко не исчерпано данными образцами, способствуют политехнической подготовке учащихся, развитию их пространственных представлений.

Полезны также задачи, в которых требуется узнать, как изменится площадь прямоугольной фигуры от увеличения или уменьшения одной из ее сторон, например: «Огород, длиной 85 *м* и шириной 56 *м*, удлинили на 2 *м* (или в 2 раза). На сколько (или во сколько раз) увеличилась площадь огорода?»

В случае, когда сторона прямоугольной фигуры увеличивается (или уменьшается) в несколько раз, мы при решении таких задач имеем дело с изменением произведения от изменения одного из сомножителей. Изображая первоначальную и измененную фигуру, положим, прямоугольника длиной 4 *см* и шириной 3 *см* и рядом прямоугольника, ширина которого осталась прежней, а длина увеличена втрое (рис. 64), мы даем детям возможность видеть, что от увеличения (уменьшения) одного из сомножителей в несколько раз произведение увеличивается (уменьшается) во столько же раз. Решение подобных задач следует признать очень полезным.

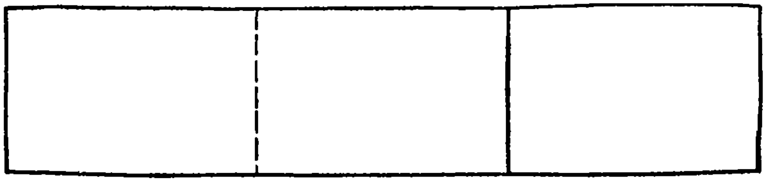


Рис. 64.

## КУБ И КУБИЧЕСКИЕ МЕРЫ

Кубики широко используются детьми дошкольного возраста в качестве строительного и игрового материала. Как дидактический материал кубики находят частое применение в школьном обучении, начиная с I класса. Форма куба поэтому хорошо знакома учащимся. Необходимо лишь уточнить их представления об этом геометрическом теле.

Дав каждому ученику по 1 кубику из арифметического ящика, учитель на имеющейся у него модели большого куба показывает детям грани этого тела. По заданию учителя, учащиеся показывают грани куба на своих моделях. Ставится вопрос, сколько у куба граней. Чтобы учащиеся не сбились при счете, следует советовать им считать грани в определенном порядке: верхняя, нижняя и 4 боковых — передняя, задняя, правая, левая.

В дальнейшей беседе выясняют, что каждая грань куба имеет форму квадрата. Приложив одну грань куба к доске и обведя ее стороны мелом, прикладывают к полученному квадрату каждую из остальных граней куба и убеждаются, что все грани куба равны между собой.

Указывая на прямую линию, по которой пересекаются две грани, учитель говорит детям: «Это ребро куба. Вот еще ребра куба». Учащиеся показывают ребра куба на своих моделях. Выясняется, сколько у куба ребер. Счет целесообразно вести так: 4 ребра сверху, 4 сбоку и 4 снизу — всего 12 ребер. Путем измерения убеждаются, что все ребра куба равны между собой.

Учитель указывает детям на точку, в которой сходятся 3 грани, и говорит им: «Это вершина куба. Вот еще вершины куба». Дети показывают вершины куба на своих моделях и сосчитывают, сколько у куба вершин.

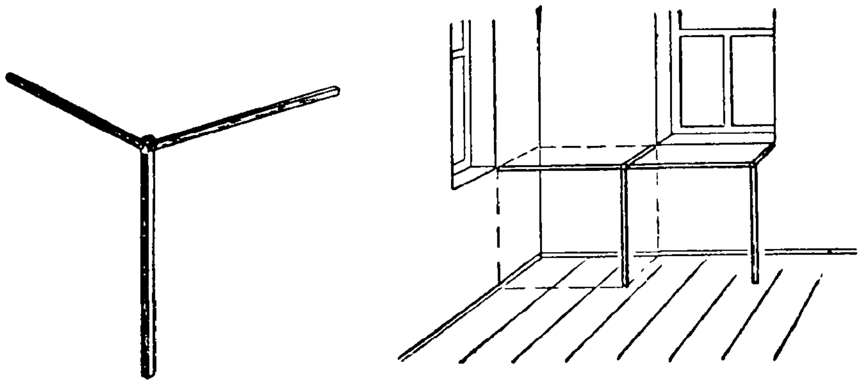


Рис. 65.

Далее, учащихся знакомят с кубическим сантиметром (кубом, ребро которого равно 1 *см*), кубическим дециметром и кубическим метром. Необходимо, чтобы не только первые две кубические меры, но и последняя были показаны детям в натуре. В каждой школе должна иметься модель кубического метра, сделанная из 12 скрепленных между собой планок, либо в крайнем случае из скрепленных винтом трех метровых палок. Когда последняя модель ставится в угол комнаты, то получается кубический метр (рис. 65). Если представляется возможным, полезно также сложить с учащимися кубический метр дров.

Учитель знакомит детей с разверткой куба и предлагает каждому ученику сделать кубический дециметр из плотной бумаги. Эти модели широко используются в дальнейшем при измерении объемов.

Показав детям 2 коробочки, учитель спрашивает, какая из них имеет бо́льшую вместимость. Ответ детей проверяется: песок, которым наполнена одна из коробочек, пересыпается в другую.

Вторая коробочка остается незаполненной. Итак, вторая коробочка имеет бо́льшую вместимость, или больший объем. Две другие коробочки, оказывается, имеют равные объемы.

Более точно объемы тел измеряются с помощью кубических мер: кубического сантиметра, кубического дециметра и кубического метра.

Из моделей кубических дециметров, изготовленных учащимися, начинают составлять брусья (прямоугольные параллелепипеды) и определять их объемы. Вызванным ученикам предлагается уложить в ряд 2 (4, 5, 7) кубических дециметров, а затем сказать, какой длины, ширины и высоты получился брус.

Затем дают задания: а) из кубических дециметров составить брус, длина которого 3 *дм*, ширина 2 *дм*, а высота 1 *дм;* б) составить брус, длина которого 4 *дм,* ширина 3 *дм,* а высота 2 *дм,* и т. д. После выполнения каждого задания вычисляется, сколько кубических дециметров пошло на данный брус, и записывается выполненное действие.

Вслед за составлением брусьев из кубических дециметров, что выполняется вызываемыми учениками у доски, переходят к составлению таких тел из кубических сантиметров каждым учеником на своей парте. Кубические сантиметры предварительно вырезаются детьми из картофеля, брюквы или репы, а частично берутся из арифметического ящика.

Наряду с упражнениями в составлении брусьев из кубических сантиметров учащимся даются задания узнать, сколько кубических сантиметров уложится в данную коробку, если длина ее равна, например, 5 *см,* ширина 3 *см* и высота 2 *см.* После практического выполнения нескольких таких заданий переходят к решению аналогичных задач без наглядных пособий.

Как видно из сказанного выше, прямоугольные параллелепипеды составляются сначала из кубических дециметров и лишь во вторую очередь из кубических сантиметров. При составлении таких тел только из кубических сантиметров, что иногда имеет место в школьной практике, составляемые у доски тела плохо видны учащимся класса, вследствие чего снижается эффективность обучения.

Вслед за измерением объемов с помощью кубических дециметров и кубических сантиметров переходят к измерению объемов с помощью кубических метров. Учащимся предлагается задача: «В магазине два склада. Первый склад имеет такие размеры, как наша классная комната, а именно 8 *м* в длину, 6 *м* в ширину и 3 *м* в высоту. Длина второго склада 7 *м,* ширина 5 *м*, а высота 4 *м*. Какой склад имеет больший объем?»

Первый склад такого же размера, как классная комната. Чтобы узнать объем этого склада, измерим объем классной комнаты. Ставим кубический метр в угол классной комнаты. Так как длина комнаты 8 *м*, то в одном ряду вдоль этой стены уложится 8 *куб. м,* а так как ширина комнаты 6 *м,* то в один слой на полу уложится 48 *куб. м.* Таких слоев получится 3, поскольку высота комнаты 3 *м*. Всего, таким образом, получится 144 *куб. м.* Итак, объем комнаты равен 8 *куб. м*$\times 6 \times 3 = 144$ *куб. м.* Значит, объем первого склада равен 144 *куб. м.* Объем второго склада находят без применения наглядности, путем вычислений.

После решения нескольких задач на измерение объемов с помощью кубических дециметров, кубических сантиметров и кубических метров выясняют единичные отношения между этими мерами (сколько кубических сантиметров в кубическом дециметре, сколько кубических дециметров в кубическом метре). Эти отношения выясняются по возможности наглядно. Так, в полый кубический дециметр начинают укладывать кубические сантиметры. Уложив на его основании в 1 ряд 10 *куб. см*, вычисляют, что всего в один слой уложится 100 *куб. см*, а таких слоев получится 10. Всего, таким образом, в кубическом дециметре уложится 1000 *куб. см.* Аналогично выясняют, сколько кубических дециметров содержится в кубическом метре.

При выяснении единичного отношения между кубическим дециметром и кубическим сантиметром целесообразно также использовать рисунок, на котором изображен кубический дециметр, разбитый на кубические сантиметры. (Такой рисунок обычно дается на печатной таблице кубических мер.) Кроме того, полезно, чтобы на применяемых в классе моделях кубического дециметра его ребра были разделены на сантиметры, а ребра кубического метра на дециметры.

Некоторые учащиеся слабо различают линейные, квадратные и кубические меры, получая при вычислении площадей линейные или кубические меры, а при вычислении объемов линейные или квадратные меры. Для предупреждения таких ошибок следует возможно четче довести до сознания учащихся, что для измерения длины служат меры длины, для измерения площадей — квадратные меры, для измерения объемов — кубические меры. Достижению этой цели может способствовать наглядное сопоставление линейных, квадратных и кубических мер (например, линейного, квадратного и кубического сантиметра, дециметра, метра). При этом полезно выяснить, для измерения чего служат те или иные меры, положим, какими мерами измеряется длина гвоздей, шурупов, длина забора, длина и ширина дома; площадь листа бумаги или картона, доски, площадь пола, огорода, сада; вместимость коробки, склада, зернохранилища и т. п.

При сопоставлении линейных, квадратных и кубических мер следует уделять особое внимание сравнению единичных отношений между соответствующими мерами, положим, сравнивать, сколько дециметров в метре, сколько квадратных дециметров в квадратном метре, сколько кубических дециметров в кубическом метре, и т. д. Для лучшего усвоения детьми единичных отношений полезны упражнения в раздроблении и превращении линейных, квадратных и кубических мер, в определении, сколько меньших мер содержится в части той или иной большей меры, положим, сколько квадратных метров в $\frac{1}{2}$ *га*? в $\frac{1}{4}$ *га*? Сколько кубических дециметров в $\frac{1}{2}$ *куб. м*? и т. п.

Желательно, чтобы изображения линейного, квадратного и кубического дециметров были оформлены на таблице и чтобы последняя была вывешена в классе на продолжительное время. Изображения этих мер, а также таблицы линейных, квадратных и кубических мер учащимся полезно оформить и в тетрадях. Главное здесь, не ограничиться однократным выяснением различий между данными мерами, а возможно чаще на протяжении длительного времени при каждом подходящем случае фиксировать внимание учащихся на этих различиях.

Если при решении задач встречаются линейные, квадратные или кубические меры, следует, чтобы учащиеся показывали соответствующие меры на моделях или изображениях. Так, если при решении задачи получается 48 *кв. м* 70 *кв. дм*, то учащиеся должны на вывешенных в классе изображениях квадратных мер показать, каких мер получилось 48 и каких 70. В том случае, когда квадратный метр разбит на квадратные дециметры, полезно, чтобы учащиеся показали все 70 *кв. дм*.

Особо остановимся на практических работах, связанных с изучением геометрического материала. Прежде всего следует широко использовать возможности, какие представляют в данном отношении уроки труда, работа детей на пришкольном участке, учебные экскурсии. На основе данных измерений и собираемого детьми числового материала можно решать задачи о количестве того или иного материала (бумаги, дерева и т. п.), которое требуется на те или иные изделия, о площади, занимаемой сельскохозяйственными культурами, о числе заготовленных школой кубометров дров, об объеме жилых и хозяйственных строений (например, сенного сарая колхоза, овощехранилища, коровника и т. п.).

Полезно широко практиковать конструирование детьми различных прямоугольных тел и последующее вычисление их поверхностей или объемов. Ввиду ограниченных возможностей, какие представляет в этом отношении арифметический ящик, желательно в дополнение к нему использовать для конструктивных упражнений имеющийся в продаже строительный материал для дошкольников. Учитель может предложить детям построить из названных материалов «стену» или «фундамент» определенных размеров, «комнату» с данным числом окон и дверей (например, «комнату» с двумя окнами и одной дверью) и др.

Необходимо проводить измерительные работы на местности.

При этом после того, как дети научатся провешивать прямые и строить на земле прямоугольные фигуры, упражнять их в делении отрезков прямой и прямоугольников на данное число частей или в данном отношении, например: разделить провешенную прямую (или построенный на земле прямоугольник) на 2 (3, 4...) равные части или так, чтобы одна часть была в 2 (3, 4...) раза больше другой. При выполнении таких упражнений дети, измерив длину отрезка прямой (или одной из сторон прямоугольника), находят путем вычислений, чему будет равна каждая требуемая часть, и отмечают на земле точки деления.

Указанные измерительные работы следует проводить так, чтобы каждый ученик активно участвовал в них, а не только наблюдал, как другие измеряют. Для этого необходимо четко определять задание для отдельных небольших групп учащихся, предусматривая участие каждого члена группы в непосредственном измерении.

Задачи с геометрическим содержанием нередко занимают небольшое место в курсе начальной арифметики. Учитывая большое образовательно-воспитательное и практическое значение этих задач, следует значительно увеличить их удельный вес в числе задач, решаемых в начальной школе.

# ГЛАВА ДВЕНАДЦАТАЯ

# ПРОСТЕЙШИЕ ДРОБИ

Уже в дошкольном возрасте многие дети знакомятся с некоторыми долями единицы. Это делает возможным наряду с изучением целых чисел, составляющих основу курса арифметики в начальной школе, дать учащимся этой школы элементарные знания о дробном числе и тем расширить их понятия о числах и в определенной мере подготовить к изучению систематического курса дробей в V классе.

Элементы дробей вводятся в начальной школе, начиная со II класса, где в связи с решением задач на нахождение части числа учащиеся получают первичные понятия о долях единицы, преимущественно о половине, четвертой и восьмой. В III и IV классах дети знакомятся еще с некоторыми долями единицы. Вначале дробные числа записываются словами (половина, четвертая часть и т. п.), а в дальнейшем вводится общепринятая запись дробей.

## ПОНЯТИЕ О ДРОБИ

Понятие о дроби дается на наглядных образах, при этом учащихся сначала знакомят с дробью, составленной из одной, а затем из нескольких равных долей единицы.

Учитель делит круг на 2 равные части. Учащиеся так же делят круги, выданные каждому из них. Дети показывают половину круга, объясняют, как получилась половина круга, говорят, сколько половин в целом круге.

Учитель делит круг на 2 равные части, получаются 2 половины. Затем каждая половина делится пополам. Круг делится, таким образом, на 4 равные части. Каждая из полученных частей составляет четвертую часть, или четверть круга. Учащиеся проделывают то же самое с небольшими кругами. Дети показывают четвертую часть круга. Выясняется, сколько четвертых долей в целом круге. Аналогичным образом выясняется понятие о восьмой доле круга.

Начерченный на доске прямоугольник делим на 2 равные части. Каждая из полученных частей составит половину прямоугольника. Начертив под первым прямоугольником второй, равный ему, делим его на 3 равные части. Каждая из полученных частей составит треть прямоугольника. Третий прямоугольник делим на 4 равные части. Получаются четвертые доли прямоугольника. Разделив следующий прямоугольник на 5 равных частей, получим пятые доли прямоугольника.

По заданию учителя, дети показывают половину, четвертую, третью, пятую часть прямоугольника. В беседе выясняют, что если прямоугольник разделить на 6 (8, 9...) равных частей, то каждая из полученных частей составит шестую (восьмую, девятую...) долю прямоугольника.

На второй половине доски (а затем в тетрадях) делят один отрезок прямой на 2 равные части, другой (равный первому) на 3 равные части, третий на 4 равные части и т. д. При этом каждый раз выясняют, какие получились доли единицы и как записывается соответствующая доля $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}...\right)$. На прямоугольниках и отрезках прямой, начерченных на доске, учащиеся показывают, например, $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ единицы и т. д. и записывают цифрами соответствующие дроби. Они показывают те или иные доли полоски бумаги, тесемки, шнура, метра, записывают дробью полученные числа, а также решают устно такие, например, задачи: «Мать разделила арбуз на 8 равных частей и дала сыну одну такую часть. Какую часть арбуза дала она сыну?» «Участок земли разделили на 4 равные части и одну часть засеяли морковью, а 3 части — свеклой. Какую часть участка засеяли морковью и какую часть свеклой?»

После достаточных упражнений, выясняющих понятие о дроби, делается вывод: число, составленное из одной или нескольких равных долей единицы, называется дробью.

Полезно выяснить, что дроби могут получаться не только при делении, но также при измерении и взвешивании. Так, бечевка или лента могут быть длиной в $\frac{1}{2}$ *м*, в $\frac{1}{4}$ *м*, в $\frac{3}{4}$ *м* и др., продукты, например, масло, колбаса, сыр могут быть весом в $\frac{1}{2}$ *кг*, в $\frac{1}{4}$ *кг*, в $\frac{3}{4}$ *кг* в $\frac{1}{10}$ *кг* и др., площадь участка может равняться $\frac{1}{2}$ *га*, $\frac{1}{4}$ *га*, $\frac{1}{5}$ *га*, $\frac{1}{10}$ *га* и т. д.

Доли названных мер должны по возможности демонстрироваться наглядно и не только учителем, но и учащимися, которые, по заданию педагога, показывают, например, $\frac{1}{2}$ или $\frac{1}{10}$ линейного и квадратного метра, дециметра, сантиметра, $\frac{1}{2}$ *кг* $\frac{1}{5}$ *кг*, и т. д

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ДРОБЕЙ

Уже при ознакомлении учащихся с образованием долей полезно выяснять не только, сколько данных долей в 1 (в целом круге, квадрате и т. п.), но и сколько четвертых или восьмых долей в $\frac{1}{2}$ (в $\frac{1}{2}$ круга, $\frac{1}{2}$ квадрата и т. п.), сколько восьмых долей в $\frac{1}{4}$ (в $\frac{1}{4}$ круга, $\frac{1}{4}$ квадрата и т. п.).

Этого, однако, недостаточно, чтобы дети умели хорошо преобразовывать дроби. Требуются специальные упражнения в раздроблении и превращении долей.

<table>
<tr><td colspan="8" align="center">$1$</td></tr>
<tr><td colspan="4" align="center">$\frac{1}{2}$</td><td colspan="4" align="center">$\frac{1}{2}$</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">$\frac{1}{4}$</td><td colspan="2" align="center">$\frac{1}{4}$</td><td colspan="2" align="center">$\frac{1}{4}$</td><td colspan="2" align="center">$\frac{1}{4}$</td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{8}$</td><td>$\frac{1}{8}$</td><td>$\frac{1}{8}$</td><td>$\frac{1}{8}$</td><td>$\frac{1}{8}$</td><td>$\frac{1}{8}$</td><td>$\frac{1}{8}$</td><td>$\frac{1}{8}$</td></tr>
</table>

Рис. 66.

Для преобразования долей может быть использовано изображенное на рисунке 66 наглядное пособие, оформляемое на доске или таблице и в уменьшенном виде в тетрадях учащихся. Так же эффективно могут быть использованы доли круга, преобразуемые детьми в соответствии с предлагаемым заданием, что видно из иллюстрируемых примеров (рис. 67).

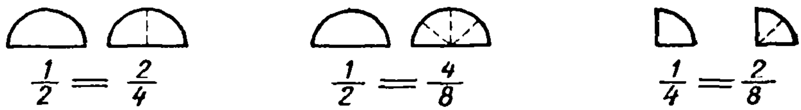



Рис. 67.

На основе наглядных образов определяют, сколько половин, четвертых и восьмых долей в 1? Сколько четвертых долей в половине? Сколько в половине восьмых долей? Сколько таких долей в $\frac{1}{4}$? Сколько восьмых долей в $\frac{3}{4}$? После выяснения каждого из этих вопросов на доске и в тетрадях записывается соответствующее равенство. В результате получается запись:

$$1 = \frac{2}{2} \qquad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \qquad \frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$

$$1 = \frac{4}{4} \qquad \frac{1}{2} = \frac{4}{8} \qquad \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

$$1 = \frac{8}{8}$$

Когда усвоено **раздробление** крупных долей в мелкие, переходят к **превращению** долей, выясняя на наглядных образах, сколько половин составляют $\frac{2}{1}$, сколько четвертых долей составляют $\frac{2}{8}$ и т. д. Эти равенства также записываются, например: $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$; $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$ и т. д.

Аналогичным образом выясняется преобразование третьих долей в шестые и девятые, пятых долей в десятые и обратно и др.

## НАХОЖДЕНИЕ ОДНОЙ ИЛИ НЕСКОЛЬКИХ ЧАСТЕЙ ДАННОГО ЧИСЛА

С нахождением части данного числа дети впервые знакомятся во II классе. Решению таких задач предпосылается ознакомление учащихся с соответствующей долей единицы, при этом широко применяются наглядные пособия в виде кругов, квадратов, прямоугольников, полосок бумаги, тесемок и т. п., которые делятся на соответствующее число частей.

Усвоив, что надо сделать, чтобы получить половину круга, квадрата или прямоугольника, учащимся нетрудно затем понять, что и для нахождения половины числа надо разделить его на 2 равные части. Это действие при решении первых задач на нахождение половины числа проделывается детьми реально, на наглядных пособиях. Аналогичным образом знакомят учащихся с нахождением любой части данного числа.

Возьмем задачу (II класса): «Ученик купил 12 тетрадей. Четвертую часть их он дал сестре. Сколько тетрадей дал он сестре?» Для выяснения способа решения этой задачи проводится беседа:

— Что надо сделать, чтобы получить четвертую часть круга или квадрата?

— А что надо сделать, чтобы получить четвертую часть от 12 тетрадей?

12 тетрадей делят затем на 4 равные части.

При решении в III классе задачи: «Для осушения болота нужно было вырыть канаву длиной 360 *м*. В первый день вырыли пятую часть всей канавы. Сколько метров канавы осталось еще вырыть?» — в беседе с учащимися выясняют, как они получали пятую часть прямоугольника (последнее предшествовало решению задачи) и что надо сделать, чтобы получить пятую часть от 360 *м*. Нахождение пятой части от 360 *м* графически изображается так, как на рисунке 68.

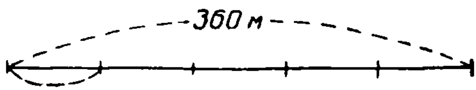



Рис. 68.

При решении в IV классе задачи: «На зиму фабрика заготовила 1520 *т* торфа. К весне осталось $\frac{3}{8}$ заготовленного торфа. Сколько тонн торфа было израсходовано за зиму?» — выясняют, что́ надо делать, чтобы получить $\frac{5}{8}$ единицы (круга, квадрата и т. п.). Из этого делают вывод, что́ надо делать, чтобы найти $\frac{3}{8}$ от 1520 *т*.

Наряду с этим приемом полезно давать учащимся практические упражнения в нахождении части числа. Так, во II классе можно предложить ученику взять половину (четвертую или восьмую часть) лежащих на столе 16 карандашей (перьев, кубиков и т. п.). В III и IV классах подобные задания усложняются тем, что учащемуся предлагается взять не $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{8}$ или $\frac{1}{10}$, а, положим, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{10}$ данного числа предметов.

К практическим упражнениям можно отнести и такие задания, как например: показать на метровой ленте и найти, сколько сантиметров составляют $\frac{1}{2}$*м*, $\frac{1}{4}$*м*, $\frac{3}{4}$*м*, $\frac{1}{5}$*м*, $\frac{3}{5}$*м*, $\frac{1}{10}$*м*, $\frac{7}{10}$ *м*; показать на циферблате часов и найти, сколько минут составляют $\frac{1}{2}$часа, $\frac{1}{4}$ часа, $\frac{3}{4}$ часа.

Широкое применение при решении задач на нахождение части числа может найти графическая наглядность. Рассмотрим несколько задач.

1. «В куске было 20 *м* материи. Покупателю продали четвертую часть всего куска. Сколько метров материи осталось в куске?» (II класс).

Обведя полоску в 20 клеток, учащиеся делят ее на 4 равные части, чтобы найти четвертую часть ее. Получается 5 клеток (рис. 69). Итак, чтобы узнать, сколько метров материи продали покупателю, надо 20 *м* разделить на 4 равные части. Получится 5 *м*. Теперь нетрудно узнать, сколько метров материи осталось в куске.

Рис. 69.

2. «Магазин получил 160 *кг* конфет ценой 18 руб. за килограмм. К концу дня в магазине осталась пятая часть конфет. Сколько денег выручил магазин за проданные конфеты?» (III класс).

Изобразив все конфеты в виде прямоугольника, находят пятую часть их, для чего делят его на 5 равных частей. Пятую часть прямоугольника, изображающую оставшиеся конфеты, заштриховывают (рис. 70).

3. Длина прямоугольного участка земли 96 *м*, ширина 60 *м*; $\frac{1}{2}$ этого участка занята огородом, а $\frac{3}{4}$ остальной части — садом. Сколько квадратных метров земли отведено под сад?»

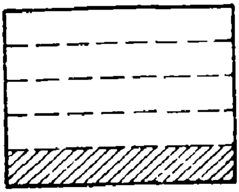


Рис. 70.

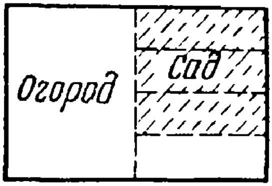



Рис. 71.

Эту задачу можно иллюстрировать так, как указано на рисунке 71. Желательно, чтобы учащиеся, особенно IV класса, иллюстрировали чертежами большинство решаемых ими задач на нахождение части данного числа.

В пятом и последующих классах дробь от числа находят одним действием, а именно, умножением данного числа на искомую дробь его. В начальной же школе такие задачи (в случае, когда числитель дроби больше единицы) решаются двумя действиями — делением и умножением. Эти действия, однако, целесообразно записывать под одним вопросом, чтобы записи при решении таких задач в начальной школе как можно меньше расходились с записями их в V классе. Так, если в задаче говорится, что поезд прошел за день $\frac{3}{8}$ от 1920 *км*, и требуется узнать, сколько километров прошел он за это время, то план и решение задачи можно записать так:

Сколько километров прошел поезд за день?

1920 *км* : 8 = 240 *км*; 240 *км* × 3 = 720 *км*.

При этом следует требовать от учащихся устного объяснения, для чего они делили 1920 *км* на 8 (чтобы узнать, чему равна одна восьмая от 1920 *км*), и для чего умножали 240 *км* на 3 (чтобы узнать, чему равны $\frac{3}{8}$ от 1920 *км*, или сколько километров прошел поезд за день). Необходимость таких устных объяснений в дополнение к письменному вопросу диктуется тем, что без этого дети могут выполнять действия механически, не вполне сознавая, для чего выполняется каждое из них.

## ГЛАВА ТРИНАДЦАТАЯ

# ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА ЗНАНИЙ УЧАЩИХСЯ

Правильно поставленный учет знаний учащихся имеет важное значение для успешности обучения, так как эффективное проведение учебных занятий возможно лишь тогда, когда учитель знает, как дети усваивают учебный материал, что их затрудняет в нем, какие недочеты и пробелы имеются в их знаниях.

Учет знаний и навыков должен сопровождать весь процесс обучения так, чтобы на каждом уроке проверялось, как учащиеся усваивают материал, составляющий содержание данного урока. Учитель может это выявлять по ответам учащихся с места и у доски, по данным наблюдений за их самостоятельной работой на уроке и проверки ученических тетрадей. Для этой цели следует, в частности, широко практиковать на уроках учет усвоения, как это рекомендовалось выше (стр. 89, 167, 180 и др.).

Выявив, что́ и кем плохо понято и усвоено, учителю следует по возможности сразу принимать меры к восполнению обнаруженных пробелов. Анализируя причины пробелов, он должен также задумываться над тем, нельзя ли было их предупредить, и стараться проводить следующий урок лучше, эффективнее. Легко видеть, что при такой постановке учета он может оказать большое положительное влияние на успешность учебного процесса.

Если проверку знаний по арифметике проводить только на специально для этого выделяемых уроках, пробелы в знаниях детей будут выявляться с большим опозданием, что обычно влечет за собой отставание многих из них, тормозящее успешное изучение дальнейшего материала.

Учет должен охватывать **все разделы** курса арифметики: вычисления, решение задач, теоретические сведения, элементы наглядной геометрии и др. При этом необходимо особое внимание уделять проверке **практических навыков** учащихся: их умений вычислять устно, письменно и на счетах, решать жизненно-практические задачи, измерять длину, поверхность и объем, определять время по часам, с помощью весов определять вес предметов и т. д.

Устные вычисления и вычисления на счетах, а также измерительные навыки иногда игнорируются при учете знаний учащихся. Это отрицательно сказывается на их успеваемости. Наблюдая, что навыки по этим разделам курса не оцениваются учителем, дети начинают смотреть на соответствующие занятия как на маловажные. Эффективность этих занятий при таком отношении учащихся, естественно, снижается.

Задачи, примеры и другие задания, используемые для проверки знаний, не должны выходить за пределы программы. Задания необходимо формулировать правильно, четко, ясно. Содержание и словарь контрольных задач должны быть знакомы и понятны детям, иначе могут требоваться объяснения со стороны учителя, что во время проверочных работ нежелательно.

Контрольные задачи должны быть несколько легче тех, какие учащиеся решают под руководством учителя, так как в последнем случае они получают от него ту или иную помощь. Проверочные же работы они должны выполнять вполне самостоятельно.

Проверка знаний может проводиться на основе: а) ответов учащихся при опросе их учителем и б) их письменных контрольных работ. По письменным контрольным работам иногда трудно судить, в какой мере ученик сознательно выполнял то или иное действие, нередко даже трудно установить, как он его выполнял. Пусть ученик I класса правильно решил все примеры на сложение однозначных чисел в пределе 20, включенные в контрольную работу. Судя по результатам, его работу следует оценить как отличную. Между тем он мог получить правильные ответы, прибегая к изображению каждого слагаемого с помощью черточек и сосчитывая затем, сколько всего черточек получилось. При устном ответе ученика использование подобного приема вряд ли может остаться скрытым от учителя. Использование же этого приема при выполнении письменной контрольной работы может быть не выявлено учителем.

Одновременно с этим письменные работы имеют много достоинств. Устный опрос всех учащихся требует много времени. Письменные же работы позволяют выявить знания всех учащихся класса в течение одного урока или даже части его. При устном опросе учитель нередко вмешивается в ответы учащихся и тем — иногда даже незаметно для себя — оказывает им определенную помощь. При письменных же работах дети предоставлены самим себе. Следует, наконец, упомянуть о воспитательном значении письменных контрольных работ, требующих от учащихся мобилизации их знаний и усилий воли для преодоления стоящих перед ними трудностей.

Указанные выше две основные формы учета следует применять так, чтобы они взаимно дополняли друг друга. Остановимся сначала на опросе учащихся, а затем на письменных проверочных работах.

## ОПРОС УЧАЩИХСЯ

При опросе от вызванного ученика может требоваться ответ на один какой-нибудь вопрос или письменное выполнение на доске какого-либо одного небольшого задания, положим, запись числа или решение примера. Опрос ученика может вестись и более обстоятельно, например, можно требовать от ученика ответа на несколько вопросов, решения задачи или сложного примера, а иногда того и другого вместе.

В начальной школе, где преобладает вопросо-ответная форма преподавания, первая форма опроса обычно находит более широкое применение. Как при изучении нового материала, так и при повторении пройденного здесь на каждом уроке опрашивается много учащихся, что позволяет учителю постепенно накопить данные для оценки их успеваемости. На этом основании некоторые учителя начальной школы ограничиваются такой формой опроса, дополняя ее письменными проверочными работами, проводимыми через определенные промежутки времени, несколько раз на протяжении каждой четверти учебного года. Такую практику нельзя признать правильной.

Верно, что в силу особенностей системы преподавания указанная выше первая форма опроса применяется в начальной школе в столь широких размерах, что на протяжении четверти каждый ученик отвечает в общей сложности на большое число вопросов. Но каждый раз он отвечает обычно только на один вопрос. Вследствие этого, при данной форме опроса знания каждого учащегося ни разу не выявляются с достаточной полнотой.

Следует также принять во внимание, что, поскольку ответ на один вопрос не дает достаточных оснований для оценки знаний ученика, учитель обычно не оценивает такие ответы опрашиваемых учащихся и при учете их успеваемости за четверть вынужден — в части, касающейся их устных ответов, — полагаться на свою память. Очевидно, что тут возможны большие просчеты. Кроме того, такая постановка учета, когда учащиеся не получают оценок за свои ответы на уроках, не стимулирует их к повышению качества этих ответов. В классах, где применяется такая система учета, отметки за четверть нередко выводятся главным образом на основе письменных проверочных работ, а эти показатели, как уже отмечалось выше, недостаточно надежны для суждения о знаниях детей.

При правильной постановке учета опрос учащихся должен занимать ведущее место в проверке знаний, при этом полезно, хотя бы периодически, практиковать более или менее обстоятельный опрос вызываемого ученика. Для более полного выявления знаний ученика, вызванного для решения примера на доске, после выполнения им основного задания ему предлагаются дополнительные вопросы. Ответы на эти вопросы плюс выполненное на доске основное задание дают учителю возможность более или менее достоверно оценить знания ученика.

Дополнительные вопросы в указанных целях могут предлагаться ученику, вызванному для выполнения и другого какого-либо задания на доске, в частности, для решения задачи или примера, которые были заданы на дом. Но дополнительные вопросы могут иногда отвлечь внимание класса от основного учебного материала данного урока. Так, если на уроке, на котором изучается новое действие, при первых упражнениях в выполнении его предлагать дополнительные вопросы, не относящиеся к данной теме, это может повлечь за собой рассеивание внимания детей, уменьшение времени на изучение нового материала и, как следствие, может отрицательно сказаться на усвоении этого материала. Дополнительные вопросы следует применять в разумных пределах, так чтобы это не мешало достижению основной цели урока.

Для более полного выявления знаний учащихся некоторые учителя практикуют специально для этого проводимый индивидуальный опрос. Вызвав ученика к доске, учитель предлагает ему несколько заданий и по тому, как учащийся справляется с ними, судит о его знаниях. В целях экономии времени задания иногда заранее записываются учителем: вместо того чтобы на уроке диктовать задачу или примеры, он дает ученику готовый листок, на котором они написаны.

Чтобы с возможно большей полнотой выявлять знания и навыки детей, полезно включать в такие задания новый учебный материал и ранее пройденный, собственно арифметический и геометрический. Полезно предлагать также вопросы, связанные с изучаемыми в данном классе элементами теории, а также задания практического характера, чтобы проверить, умеют ли дети применять свои знания на практике. Однако задание для каждого ученика должно быть невелико по объему. Иначе выполнение его может утомить учащегося, а опрос его отнимет много времени на уроке.

Задачи и примеры для проверочных заданий учитель берет из учебника арифметики или составляет сам. Возможны и такие задания, которые одновременно содержат материал, взятый из учебника и составленный учителем. Из учебника берутся задачи и примеры, которые не решались в классе и дома, либо такие, которые решались давно, чтобы учащиеся не могли решать их по памяти. Задачи желательно брать с относительно небольшими числовыми данными, чтобы выполнение вычислений не требовало много времени. Приведем образцы заданий, предназначенных для проверки знаний учащихся II—IV классов.

### Задание для ученика II класса

1. Решить задачу № 333[1]
2. Сколько времени показывают часы?

[1] Здесь и ниже указаны номера задач из учебника арифметики А. С. Пчелко и Г. Б. Поляка, издания 1958 года для соответствующих классов.

... отрезок прямой линии длиной 3 *дм* 8 *см*.

**Задание для ученика IV класса**

1. Решить задачу: «Две бригады колхозников вместе посадили 270 яблонь. Первая бригада посадила в 2 раза больше яблонь, чем вторая. Первая бригада сажала по 15 яблонь, а вторая — по 18 яблонь в каждом ряду. Сколько рядов яблонь посадила каждая бригада?»
2. Как найти неизвестное вычитаемое?

Приведенные выше задания содержат по 2 вопроса. Но если учитель находит нужным, он может включить в задание иное число их. Чтобы учащимся не приходилось затрачивать много времени на выполнение заданий, им обычно рекомендуется решать задачи без записи плана, записывая только действия. Вопросы плана ученик формулирует устно при объяснении решения задачи.

Выше говорилось о полезности предварительной записи на листочках заданий для опроса с тем, чтобы на уроке не тратить времени на сообщение этих заданий. В целях еще большей экономии времени полезно, чтобы, пока вызванный ученик выполняет задание на доске, учитель занимался с остальными учащимися, а ответ этого ученика заслушивал после того, как тот закончит заданную работу.

Учебные занятия обычно проводятся здесь так. Вызвав в начале урока 1—2 учащихся и дав каждому из них написанное на листке задание, учитель предлагает им выполнить эти задания на доске, а с остальными учащимися приступает к проверке домашнего задания. Если по окончании проверки оказывается, что ученики, выполнявшие задания на доске, закончили свою работу, класс заслушивает их ответы. Если же нет, то учитель приступает к занятиям устным счетом, а ответы проверяемых учеников заслушиваются по окончании этих занятий.

Но опрашиваемые ученики выключаются на время из общеклассной учебной работы. Чтобы избежать пробелов в их знаниях, следует проводить в это время такие общеклассные занятия, неучастие в которых не может принести ущерба знаниям учеников, выполняющих индивидуальные задания на доске. К таким занятиям можно отнести проверку домашних заданий и устный счет, поскольку обычно дети не получают здесь новых знаний. Однако в тех случаях, когда при проверке домашнего задания или во время занятий устным счетом выясняются какие-либо новые понятия, например, новый прием устного счета, индивидуальная проверка знаний не проводится, чтобы ни одного учащегося не выключать из общеклассной работы.

Следует принять во внимание, что при указанной выше системе проверки знаний обычно каждый ученик выключается из общеклассной работы всего 2—3 раза на протяжении четвер учебного года, каждый раз на несколько минут, и это врем используется им для другой, не менее важной для него работы. Кроме того, нередко ученик, знания которого проверяются н уроке, заканчивает выполнение своего задания до того, как в классе закончены проверка домашнего задания или занятия устным счетом. В этом случае он по окончании своего задания немедленно включается в общеклассную работу. Потери такого ученика от неучастия в общеклассном занятии бывают совсем незначительны.

Обстоятельная проверка знаний, достигаемая при описанной выше системе опроса, способствует повышению познавательной активности учащихся, их ответственности в процессе учения. Сознание, что надо держать ответ перед учителем и ученическим коллективом, что надо отчитываться перед ними в своих знаниях, стимулирует детей серьезно относиться к учебным занятиям. Кроме того, такая система проверки знаний, приближающаяся к той, которая применяется в средней школе, способствует подготовке учащихся к прохождению курса математики в этой школе.

Остановимся теперь на проверке навыков устного счета. Занятия устным счетом нередко проводятся исключительно в форме фронтального опроса учащихся. Такой опрос не дает возможности в достаточной мере выявлять вычислительные навыки отдельных учеников. В результате ответы учащихся во время занятий устным счётом оцениваются очень редко.

Для того чтобы правильно учитывать навыки учащихся в устном счёте, необходимо наряду с фронтальным опросом практиковать индивидуальный опрос отдельных учеников. Это можно проводить по-разному.

Во время занятий устным счётом учитель после решения нескольких примеров со всем классом проводит индивидуальный опрос одного-двух учеников, задавая каждому из них по несколько примеров и оценивая при этом их ответы. Как видно, индивидуальная проверка навыков устного счёта не вытесняет фронтального опроса, а лишь дополняет его.

Проверять навыки учащихся в устном счёте можно также при вызове их к доске для письменного решения примера или задачи, задавая им после выполнения письменной работы несколько примеров для устного решения.

В школьной практике иногда используется и такой прием. Перед началом занятий устным счетом учитель вызывает одного из учащихся к своему столу, дает ему чистый листок бумаги и карандаш. От этого ученика требуется, чтобы, решая вместе с остальными учащимися задаваемые учителем устные при...
он каждый раз записывал на данном ему ...
ответ. Последнее ученик ...
учителя, не ...

рый записал ученик на своем листке, учитель затем начинает выяснять, какие ответы получились у других учащихся. Письменные ответы, а в случае необходимости, дополнительный устный опрос дают учителю возможность более или менее объективно оценивать навыки ученика в устном счете. Таким образом, учитель может в течение четверти года опросить всех учащихся класса по одному разу, а некоторых и по два раза.

Учет навыков устного счета иногда проводится так: учитель диктует пример, учащиеся решают его устно и записывают ответ (только ответ) в своих тетрадях или на листочках бумаги. Так решается несколько примеров. Для того чтобы ясно было, к какому примеру относится тот или иной ответ ученика, обычно до проведения проверочной работы детям предлагается записать в тетрадях (или на листочках) номера, по числу примеров, намеченных для устного решения. Так, если учитель наметил 8 примеров для проверочной работы, дети пишут в своих тетрадях номера:

| | |
|---|---|
| 1) | 5) |
| 2) | 6) |
| 3) | 7) |
| 4) | 8) |

Диктуя затем первый пример, учитель предлагает детям записать ответ под первым номером. Ответ ко второму примеру они записывают под вторым номером и т. д.

Эта форма учета не дает возможности выявить, как дети решали примеры, зато она позволяет в течение короткого времени проверить — пусть не вполне совершенно — счетные навыки всех учащихся класса. Не следует, однако, злоупотреблять данной формой: наряду с нею необходимо широко применять те формы учета навыков устного счета, которые были указаны выше.

Учет должен служить не только проверке знаний, но и целям обучения. Поэтому опрос следует проводить так, чтобы наряду с проверкой знаний достигалось их уточнение и усовершенствование, притом не только у опрашиваемого ученика, но и у всех учащихся. Ответы ученика должны рассматриваться как его отчет не только перед учителем, но и перед всем классом.

Для того чтобы учет служил указанным целям, следует привлекать внимание всех учащихся к предстоящей проверке знаний вызванного ученика, предупреждая их, чтобы они внимательно слушали, как будет отвечать их товарищ, и потом сказали, было ли им все понятно в ответе, отвечал ли ученик правильно, а если нет, то исправили бы его ответ.

Этот прием, как показывает опыт, содействует значительному повышению активности учащихся во время таких занятий. Предупрежденные о том, что им нужно будет потом сказать, чтó было в ответе неверного, и внести в него необходимые исправления, дети обычно с бо́льшим вниманием слушают ответы опрашиваемого ученика и проявляют бо́льшую активность при анализе и корректировании его ответов. Это не может не сказаться положительно на их знаниях, которые в результате такой работы закрепляются, становятся точнее, совершеннее.

Чтобы еще более повысить активность класса при проверке знаний, некоторые учителя не только привлекают учащихся к анализу и исправлению ответов опрашиваемого ученика, но и стимулируют их к задаванию ему вопросов. Последние могут касаться ответа ученика в случае, если он был непонятен детям. Кроме того, учащиеся, по предложению учителя, могут задавать ученику новые вопросы, дополнительно к тем, какие были включены в основное задание. Учителю следует каждый раз указывать детям, по какой теме или разделу курса могут они задавать вопросы. Так, в I и II классах можно предлагать детям задавать опрашиваемому ученику примеры на определенное действие, положим, на сложение до 20 (в I классе), на табличное умножение (во II классе) и т. д. В III и IV классах можно им рекомендовать задавать вопросы на определенную тему, например, вопросы, связанные с нумерацией многозначных чисел, с каким-либо действием над этими числами, с вычислением площадей или объемов и т. п.

Учителю следует регулировать не только круг вопросов, но и их число. Надо следить за тем, чтобы одному ученику задавалось в общей сложности немного вопросов, так как большое число их может его утомить и чрезмерно затянуть опрос. В случае если кто-либо из учащихся предлагает вопрос, выходящий за пределы указанного круга, учитель отводит этот вопрос. Кроме того, учитель вносит необходимые исправления в формулировку вопросов.

Задавая вопросы, учащиеся вспоминают и тем самым в определенной мере повторяют пройденное. Этот прием повышает познавательную активность детей, усиливает их интерес к учебным занятиям.

## ПИСЬМЕННЫЕ ПРОВЕРОЧНЫЕ РАБОТЫ

Письменные проверочные работы должны составляться и проводиться с большой тщательностью. Необходимо помнить, что неудачно поставленный устный вопрос может в ходе опроса легко быть исправлен учителем, замена же неправильно подобранного задания в письменной контрольной работе связана с большими неудобствами.

Письменная работа по арифметике может состоять только из примеров или только из задач, она может быть и комбинированной, т. е. включать в себя и примеры и задачу. Преимущество однородных по своему содержанию работ, состоящих только из примеров или только из задач, состоит в том, что «внимание учащихся не разбрасывается на выполнение работ, различных по форме и содержанию, что дает возможность учащимся полнее выявить свои знания, а оценка в таких условиях приобретает бóльшую определенность» [1].

Задачи для проверочных работ должны соответствовать программе и задачнику для каждого класса.

В **первом** классе согласно программе решаются задачи в 1—2 действия (в I четверти в 1 действие, во II, III и IV четвертях в 1—2 действия). Так подобраны задачи и в задачнике. Этим и следует руководствоваться при выборе задач для проверочных работ.

Учитывая, что в первом полугодии учащиеся I класса еще слабо владеют техникой чтения, включение задач в контрольные работы следует практиковать, начиная со второго полугодия, при этом вначале задачи даются в одно, а затем в 1 или 2 действия — в 2 действия на сложение и вычитание, а в 1 действие на умножение или деление.

Во **втором** классе, согласно программе, решаются задачи в 1—3 действия. Для контрольных работ здесь берутся в первом полугодии задачи преимущественно в 2 действия, а во втором — в 2—3 действия. Эти задачи должны охватывать различные знакомые детям виды простых задач.

В III и IV классах, согласно программе и задачникам, решаются нетиповые и типовые задачи. Учитывая, что с помощью нетиповых задач можно лучше проверить навыки учащихся в решении задач, чем с помощью типовых, решаемых некоторыми учениками по усвоенным ими готовым шаблонам, следует нетиповые задачи включать в проверочные работы значительно чаще, чем типовые. Задачи для третьего класса преимущественно в 3—4 действия, а для четвертого в 4—5 действий должны быть средней степени трудности.

В условия типовых задач желательно возможно чаще вводить дополнительные данные для того, чтобы затруднить пользование готовыми шаблонами при их решении. Приведем образец усложненной дополнительными условиями задачи на нахождение двух чисел по их сумме и отношению: «Летчик пролетел 4480 *км* за два дня. Во второй день он пролетел в 3 раза большее расстояние, чем в первый. Сколько часов летчик был в полете во второй день, если самолет летел со скоростью 420 *км* в час?» Как видно, здесь помимо нахождения расстояния, покрываемого самолетом в каждый день (нахождения чисел по сумме и отношению), требуется еще найти время его движения во второй день.

Дополнительными условиями следует также усложнять включаемые в контрольные работы задачи на вычисление площадей

---

[1] Нормы оценки успеваемости учащихся по арифметике. Министерство просвещения РСФСР, 1952.

и объемов. Приведем образец усложненной задачи на вычисление площадей: «Длина огорода прямоугольной формы 90 *м*, ширина составляет половину длины. Длина сада прямоугольной формы 72 *м*, ширина в 3 раза меньше длины. Что больше: площадь огорода или сада и на сколько больше?» Как видно вычисление площадей усложнено здесь несколькими дополнительными условиями.

При подборе заданий для контрольной работы, состоящей только из примеров, следует по возможности охватить различные случаи того действия или тех действий, усвоение которых учитель хочет проверить, уделяя при этом особое внимание более трудным случаям.

Контрольная работа, проводимая по окончании темы или раздела, должна включать примеры главным образом из данной темы или раздела. Однако целесообразно в каждую контрольную работу включать небольшое число примеров и на ранее изученные действия, при этом следует особо иметь в виду те действия, которые не входят, как элемент, в только что изученное. Так, в контрольную работу на сложение и вычитание в пределе 100 (во II классе) незачем включать примеры на сложение и вычитание в пределе 20, но обязательно включение некоторого числа примеров на умножение и деление в пределе 20, так как последние действия не находят никакого применения при сложении и вычитании и поэтому не могут быть проверены с помощью примеров на эти действия.

Примеры, включаемые в контрольную работу, должны, как правило, быть в одно действие, так как при этом легче подобрать нужные случаи отдельных действий, главное же, легче затем установить, какие случаи усвоены и какие не усвоены учениками. В IV классе, однако, целесообразно включать в контрольную работу и составные примеры (в несколько действий) для того, чтобы проверить, как усвоен учениками порядок действий.

Пусть требуется составить проверочную работу на умножение и деление в пределе 20. Прежде всего следует свести к минимуму особо легкие случаи этих действий (скажем, случаи умножения и деления в пределе 10). Следует, далее, уделить в работе больше места примерам на деление, так как из двух действий, усвоение которых проверяется данной работой, последнее труднее первого и в то же время по качеству усвоения деления можно судить об усвоении умножения. При подборе примеров следует, наконец, избегать повторения тождественных или взаимно обратных случаев данного действия (скажем, случаев $3\times4$ и $4\times3$; $2\times9$ и $18:2$).

Руководствуясь указанными положениями, можно на умножение 2 и деление на 2 взять такие примеры, как $2\times8$; $14:2$ и $18:2$ (или $2\times7$; $18:2$ и $12:2$), на умножение 3 и деление на 3 можно взять такие примеры как $3\times4$; $9:3$ и $18:3$, на умножение 4 и деление на 4 можно взять примеры $4\times4$; и $20:4$, на умножение 5—10 и деление на 5—10 можно взять примеры $5\times3$; $10:5$; $16:8$; $9:9$.

Следует также включить несколько примеров на изученные ранее сложение и вычитание в пределе 20 (положим: $4+9$; $18-3$; $20-17$; $11-8$). Контрольная работа может, таким образом, быть составлена так (даем один из возможных вариантов):

| | | | |
|---|---|---|---|
| $3\times4$ | $12:2$ | $20:4$ | $18:3$ |
| $18:2$ | $15:3$ | $16:8$ | $11-8$ |
| $10:5$ | $4\times4$ | $2\times7$ | $20-17$ |
| $9:3$ | $9:9$ | $18-3$ | $4+9$ |

Приведем примерный вариант контрольной работы для проверки навыков умножения на двузначное число в III классе.

1. $324\times60$
2. Найти произведение чисел 65 и 74
3. $526\times34$
4. $786\times59$
5. 805 увеличить в 37 раз.
6. $342\,157-90\,648$
7. $600\,104-539\,078$
8. $768:8$.

Приведенная контрольная работа содержит умножение на круглые десятки (1 пример), умножение двузначных чисел на двузначные (2 пример) и трехзначные на двузначные (3 примера — один легкий и два более трудных). В нее также входят 3 примера на ранее изученные действия (2 примера на вычитание многозначных чисел и 1 пример на деление в пределе 1 000).

Приведенные выше образцы проверочных работ рассчитаны на урок. Такие работы обычно проводятся через каждые 2—3 недели, чаще всего по окончании темы. Нельзя, однако, ограничиваться только такими контрольными работами, так как ошибки и пробелы могут здесь выявляться с опозданием. В дополнение к ним полезно сравнительно часто (1—2 раза в неделю) проводить небольшие самостоятельные работы для проверки того, как усваивается детьми текущий учебный материал. В этих целях следует в определенной мере использовать также самостоятельные работы тренировочного характера, проводимые на каждом уроке.

Полезно, чтобы письменные контрольные работы содержали помимо примеров и задач, также практические задания, например, измерение длины и ширины или вычисление площади страницы тетради, черчение отрезка прямой определенной длины, определение на глаз длины и ширины висящей на стене таблицы, школьной спортивной площадки или школьного участка, вычисление площади данного прямоугольника или квадрата, вычисление объема данного бруска или куба и др.

Письменные проверочные работы предлагаются в нескольких вариантах (чаще всего, в двух), чтобы учащиеся, сидящие по соседству, решали разные примеры и задачи. Два варианта заданий полезно применять не только при проведении письменных проверочных работ, рассчитанных на целый урок, но и при небольших самостоятельных работах проверочного характера, а нередко и при тренировочных упражнениях с тем, чтобы обеспечить вполне самостоятельное выполнение их каждым учеником.

Письменные проверочные работы можно иногда проводить экспромтом, неожиданно для учащихся. Как правило же, следует заблаговременно (за несколько дней) предупреждать детей о предстоящей проверочной работе с тем, чтобы они могли повторить соответствующие разделы курса. Так, учитель III класса сообщает детям, что в ближайшие дни будет проведена письменная контрольная работа для проверки того, как они усвоили умножение на круглые десятки и на любые двузначные числа, а также не забыли ли они, как выполняются ранее изученные действия, например, вычитание многозначных чисел, деление на однозначное число в пределе 1 000. (Имеется в виду приведенный выше текст контрольной работы для III класса.) При этом учитель советует детям, чтобы дома каждый из них сам проверял себя, хорошо ли он усвоил эти действия, и на следующем уроке сказал бы, какие примеры на указанные действия его затрудняют. (В таких случаях ничего больше не задается на дом по арифметике.) Заслушав на следующий день сообщения детей, учитель принимает необходимые меры к восполнению названных пробелов на уроке или на дополнительном занятии во внеурочное время.

Самопроверка, о которой говорилось выше, может иногда проводиться на уроке. В специально для этого отведенное время каждый ученик решает те задачи или примеры, какие он считает необходимым для лучшей подготовки к предстоящей контрольной работе, и сообщает затем учителю, какие затруднения он встретил. Как показывает опыт, решение задач и примеров по свободному выбору вызывает у учащихся большой интерес к занятиям, развивает их инициативу, повышает их познавательную активность. Необходимо, однако, помнить, что основной формой упражнений по данному предмету должно быть решение задач и примеров, выбираемых учителем. Занятия, во время которых дети сами выбирают задачи и примеры, могут поэтому практиковаться в ограниченной мере.

## ОЦЕНКА ЗНАНИЙ

Письменные проверочные работы, как и ответы учащихся при устном опросе, оцениваются на основе норм оценки успеваемости по арифметике, установленных Министерством просвещения.

При оценке знаний следует учитывать не только правильность ответов, но и в какой мере ученик сознательно и прочно усвоил учебный материал, в частности, подкрепляет ли правила и определения своими примерами, умеет ли связно объяснять действия и решение задач, выбрал ли лучший способ решения. Необходимо также учитывать уровень его навыков в учебном труде: умеет ли аккуратно и экономно располагать записи, четко и красиво оформлять их и т. д.

Оценивая знания ученика той или иной отметкой, учитель должен позаботиться, чтобы ученик знал, за что ему поставлена такая отметка, какие пробелы имеются в его знаниях, на что ему надо обратить внимание в своей дальнейшей учебе. Сообщение об оценке и мотивировку последней следует проводить так, чтобы это стимулировало учащихся к лучшей успеваемости. Даже в том случае, когда ответ ученика оценивается отметкой «4», полезно призвать его стараться в дальнейшем учиться еще лучше, указывая ему при этом, как он может этого добиться. Тем более это полезно делать в тех случаях, когда ответы учащихся оцениваются посредственными или плохими отметками. Таких учеников следует ободрять, укреплять у них веру в свои силы, оказывать им необходимую помощь. Объективная оценка знаний должна сочетаться с гуманным, чутким отношением к детям.

## ГЛАВА ЧЕТЫРНАДЦАТАЯ

# УСТРАНЕНИЕ ПРОБЕЛОВ В ЗНАНИЯХ УЧАЩИХСЯ

Чаще всего пробелы возникают в знаниях детей, которые по той или иной причине пропустили учебные занятия. Нередко, однако, они обнаруживаются и у тех учащихся, которые регулярно посещают занятия в школе. Недостаточное внимание на уроках, недоходчивые объяснения учителя и некоторые другие причины приводят к тому, что ученик иногда не усваивает или слабо усваивает отдельные элементы изучаемого материала. В результате получается пробел в его знаниях, который нередко влечет за собой новые пробелы, поскольку из-за слабого усвоения ранее изученного ему трудно понять новый учебный материал. Учитель должен стараться по возможности своевременно, без запоздания выявлять пробелы в знаниях детей и так же своевременно принимать меры к их преодолению.

Но чтобы правильно наметить меры для восполнения пробела, надо знать, в чем он состоит. Так, неверное решение примера на умножение многозначных чисел может быть вызвано в одном случае незнанием алгорифма действия, в другом — незнанием таблицы умножения, в третьем — неправильным списыванием примера из задачника и т. д. Очевидно, что в каждом из этих случаев надо принимать особые меры для преодоления допущенных ошибок. Отсюда ясно значение точного определения причин пробелов для успешного их преодоления.

## ВОСПОЛНЕНИЕ ПРОБЕЛОВ НА УРОКАХ

Работу по восполнению пробелов в знаниях учащихся следует проводить главным образом на уроках, прибегая к дополнительным занятиям и индивидуальным заданиям в весьма ограниченной мере. Восполнение на уроках пробелов в знаниях одного ученика необходимо сочетать с общеклассной работой, привлекая к ней по возможности всех учащихся. При такой постановке преподавания одновременно с преодолением пробела в знаниях одного ученика закрепляются знания остальных учащихся, а нередко при этом выявляются и восполняются аналогичные пробелы еще у некоторых учащихся. Кроме того, отстающий ученик не подвергается здесь продолжительному беспрерывному опросу, что утомляет его и тем отрицательно сказывается на успешности восполнения пробела. Отстающий ученик опрашивается наряду с другими, но чаще последних. Таким образом, он получает передышки, облегчающие его работу.

Проводя работу по восполнению пробелов преимущественно на уроках, следует стремиться к тому, чтобы она отнимала мало времени и не мешала достижению основной цели урока. Необходимо добиваться осознания учеником каждой допущенной им ошибки и исправления ее в такой мере, чтобы в дальнейшем подобные ошибки, как правило, у него не повторялись.

Приведем пример из школьной практики. В I классе в процессе повторения сложения в пределе 20 с переходом через десяток при устном решении примера 7+6 ученик К. получил в ответе 12. На вопрос учителя, как он решал пример, ученик ответил. «Я считал: 8, 9, 10, 11, 12». Стало ясно, что ученик не знает общепринятого приема этого случая сложения. Недостаточно твердо знали этот прием еще несколько учащихся. Учитель записал тогда пример 7+6 на доске и выставил на счетной таблице 7 красных кружков. Затем он, призвав учащихся класса внимательно слушать и предупредив их, что они также будут спрошены, последовательно, предложил ряд вопросов, на которые отвечали отстающие ученики вперемежку с другими учащимися.

— Сколько кружков выставлено здесь?

— 7 кружков.

— Сколько единиц надо прибавить к 7?

— 6 единиц.

— Вот 6 кружков (учитель взял со стола 6 зеленых кружков). Сколько кружков надо прибавить к 7, чтобы получилось 10?

— 3 кружка (учитель добавляет к 7 красным кружкам 3 зеленых).

— Сколько получилось кружков?

— 10 кружков.

— Сколько кружков осталось еще прибавить?

— 3 кружка (учитель выставляет на счетной таблице 3 зеленых кружка).

— Сколько всего кружков получилось?

— Всего получилось 13 кружков.

— Итак, сколько получится, если к 7 прибавить 6?

— К 7 прибавить 6, получится 13.

Обратившись затем к ученику К., учитель спросил у него:

— Сколько единиц надо было прибавить к 6? Сколько единиц мы сначала прибавили? А сколько потом прибавили? Сколько всего получилось?

При последующем решении примеров на сложение с переходом через десяток на этом уроке учитель старался часто спрашивать ученика К. Кроме того, последний был предупрежден, что и в следующие дни будет проверяться, как он усвоил сложение.

— Если хочешь,— добавил учитель,— останься ненадолго после уроков и мы решим с тобой несколько примеров на сложение, чтобы ты хорошо усвоил это действие.

Учителю пришлось на данном уроке повторить объяснение, которое в свое время давалось при введении этого случая сложения. Необходимость этого вызывалась здесь тем, что ученик обнаружил полное незнание приема данного действия. Но учитель старался провести это объяснение сжато и возможно более экономно во времени. Для этого, как видно из приведенного выше, он сам записал на доске пример, а также сам брал кружки и выставлял их на стенной таблице, так как если бы все это делал ученик, то на объяснение решения примера ушло бы значительно больше времени. От ученика здесь требовалось лишь выполнение вычислений.

Здесь уместно указать, что хотя пример был дан для устного решения, учитель счел необходимым записать его на доске, так как без этого отставшему ученику трудно было бы усвоить способ его решения.

Далее, восполнение пробела в знаниях одного ученика сопровождалось работой с остальными учащимися, которые, как мы видели, были призваны внимательно слушать объяснение, а затем также давали ответы на некоторые вопросы учителя.

Для того чтобы по возможности полностью преодолеть указанный пробел, учитель, не ограничиваясь объяснением приема сложения и закреплением его на данном уроке, и в последующие дни уделял внимание проверке и закреплению знаний ученика К. Учитель счел необходимым прибегнуть и к дополнительному занятию. Но последнее было непродолжительным, а главное, необязательным. Предупреждением ученика о предстоящей проверке его знаний учитель старался возбудить в нем желание преодолеть свое отставание, в частности, вызвать у него интерес к дополнительному занятию.

Приведем теперь пример из практики IV класса. При устном решении задачи на вычисление площади квадрата со стороною 5 *дм* двое учащихся находили искомую площадь путем умножения 5 *дм* на 4. Слабо различали задачи на нахождение площади квадрата и суммы его сторон еще некоторые учащиеся. Начертив на доске квадрат со стороною 5 *дм*, учитель разбил его стороны черточками на дециметры. Затем была проведена беседа, в которой наряду с упомянутым учеником, по вызову учителя, приняли участие еще некоторые дети.

Прежде всего в беседе было выяснено, что если 5 *дм* умножить на 4, то получится сумма сторон квадрата (по заданию учителя ученик показал эти стороны). Затем учащимся были последовательно предложены следующие вопросы и задания:

— Что требовалось узнать в задаче?

— Какой мерой будем измерять площадь данного квадрата?

— Сколько квадратных дециметров уложится по одной стороне квадрата?

— Сколько всего таких рядов получится?

— Сколько всего квадратных дециметров уложится в площади квадрата?

— Как вы это сосчитали?

— Как записать решение задачи?

— Итак, как вычислить площадь квадрата?

В процессе этой беседы учитель в соответствии с ходом последней постепенно разбил площадь квадрата на квадратные дециметры.

Для закрепления знаний учащихся и одновременно в целях контроля им было предложено устно вычислить сначала сумму сторон, а затем площадь квадрата, сторона которого равна 7 *см*, при этом в первую очередь был спрошен отставший ученик. Кроме того, в дополнение к общеклассному домашнему заданию, ему было задано на дом решить задачу № 552 из учебника арифметики для IV класса.

Здесь, как и в описанном выше случае, учителю ввиду серьезности обнаруженного пробела пришлось провести объяснение данной темы. К тому же надо было разграничить понятия: сумма сторон (периметр) и площадь. Чтобы восполнение пробела отняло возможно меньше времени, учитель сам делал чертеж на доске. Больше всего во время этого занятия опрашивался отставший ученик, но вопросы предлагались и другим учащимся. Помимо объяснения были проведены: а) закрепление знаний путем общеклассного решения задачи на уроке и небольшого индивидуального задания на дом; б) проверка знаний на данном и на следующем уроке.

Выше были рассмотрены случаи, когда пробелы обнаруживались в ответах учащихся на уроках. Рассмотрим теперь, как восполняются пробелы, выявляемые в письменных работах детей.

В III классе после изучения письменного деления на двузначное число была проведена контрольная работа. Она состояла из шести примеров на деление и двух примеров на умножение. Учащиеся допустили в ней 14 ошибок в делении и 3 в умножении.

Анализ показал, что ошибки в делении состояли: а) в пропуске нулей в частном и б) в том, что при нахождении цифры частного некоторые дети брали число, на единицу меньшее истинного, и, получив затем в остатке число, большее делителя, делили остаток на делитель. В результате в частном у них получалось 41, вместо 5. Так, в результате деления 29 792 на 56 у некоторых детей в частном получилось 4132 вместо 532.

Из трех ошибок в умножении две были допущены в случае, когда нули были в середине множимого. В третьем же ошибочном решении трудно было уяснить, как ученик решал пример. Таким было также решение одного примера на деление.

Учитывая результаты контрольной работы, учитель наметил следующий план восполнения выявленных пробелов:

1. Ближайший урок арифметики посвятить восполнению указанных выше двух пробелов в делении.

2. Двум ученикам, допустившим ошибки, происхождение которых трудно было установить, предложить остаться после уроков для того, чтобы выяснить, как они выполняли решение, и на основе этого принять соответствующие меры.

3. Учащимся, допустившим ошибки в умножении, дать индивидуальные задания. Для ученика, неверно решившего пример с нулем в середине множимого, задание было написано на карточке и состояло в следующем:

$$0 \times 4 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

1. Решить устно: $0 \times 7$, $0 \times 9$, $0 \times 5$.
2. Закончить решение примеров (в тетради):

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 308 \\ 34 \end{array} \\ \hline 1232 \\ 924\phantom{0} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 4007 \\ 53 \end{array} \\ \hline 12021 \\ 5\phantom{0} \end{array}$$

3. Решить примеры:

$$406 \times 28;\ 2009 \times 83;\ 6004 \times 95.$$

На следующем уроке арифметики учительница ознакомила детей с результатами проверочной работы, разъяснила двум ученикам, которым надлежало остаться на дополнительное занятие, почему это требуется от них, поставила в известность двух учащихся о намеченных для них заданиях, а затем приступила к занятию по восполнению пробелов в делении.

Учительница спросила у детей, правильно ли будет, если ученик решит пример на деление так:

$$\begin{array}{r|l} -\,78 & 12 \\ \cline{2-2} 60 & 51 \\ \cline{1-1} -\,18 & \\ 12 & \\ \cline{1-1} 6 & \end{array}$$

— В чем состоит здесь ошибка?

— Как правильно решить этот пример? (Неверное решение было зачеркнуто и рядом с ним написано правильное.)

Указав на неверное решение, учительница сказала детям, что некоторые из них допустили подобные ошибки в контрольной работе.

Учащимся были затем последовательно предложены вопросы:

— Может ли остаток быть больше делителя?

— Может ли остаток быть равен делителю?

— Каким должен быть остаток по сравнению с делителем?

— Какой наибольший остаток может получиться при делении на 12? на 25? на 47? на 76?

Написав затем на доске пример на частный случай деления, подобный одному из тех, которые входили в состав контрольной работы, учительница в беседе с детьми, преимущественно слабоуспевающими, выяснила, как следует его решать. При этом она со слов учащихся записывала решение на доске. Особое внимание здесь обращалось на то, чтобы учащиеся объясняли, какие единицы делимого они каждый раз делят и какие единицы получаются в частном. Кроме того, после нахождения первой цифры частного было определено, сколько всего знаков должно в нем получиться. Каждый раз проверялось, получилось ли в остатке число, меньшее делителя.

Когда решение примера было закончено, учительница стерла его, оставив на доске лишь запись делимого и делителя, и предложила детям решить пример в своих тетрадях. После выполнения детьми этой работы и коллективной проверки ее учительница обратила внимание учащихся на то, какую ошибку допустили некоторые из них в подобном примере в контрольной работе.

Учительница вызвала затем к доске одного из учащихся, плохо справившихся с контрольной работой, и предложила ему решить с объяснением пример на деление. Так был решен еще один пример на доске. Кроме того, учительница записала на доске 3 примера на деление. Эти примеры не решались, но в отношении каждого из них в беседе с детьми выяснялось, сколько знаков должно получиться в частном, какое наибольшее число может получиться в остатке.

После этого классу были заданы 2 примера на деление для самостоятельного решения. Часть урока, оставшаяся после проверки этой работы, была использована для переделки неверных решений, допущенных в контрольной работе: каждый ученик, неверно решивший те или иные примеры, должен был их решить снова. Следует еще указать, что большинство примеров, которые решались на данном уроке, были подобраны так, чтобы в середине частного получались нули.

Как видно, учителю пришлось здесь применить и общеклассную фронтальную работу, и индивидуальные задания, и дополнительные занятия. Многообразие форм работы вызывалось особенностями выявленных пробелов и их частотой. Для преодоления ошибок, допущенных несколькими учащимися, была применена фронтальная работа. Пробелы, выявленные у одного ученика, предлагалось восполнить самому путем выполнения предложенного ему индивидуального задания. Выяснение причины ошибок, происхождение которых невозможно было установить по письменной работе, было проведено на дополнительном занятии.

Как мы видели, на уроке, где восполнялись пробелы в делении, вначале решались не те примеры, в которых были допущены ошибки, а лишь подобные им. Это целесообразно, так как фронтальное решение примеров, в которых лишь немногие допустили ошибки, не представляет интереса для детей, правильно решивших данные примеры. При решении же подобных примеров последние являются новыми для учащихся и их решают с бо́льшим интересом и пользой. Учащиеся, допустившие ошибки в контрольной работе, должны сами переделать неверно решенные примеры, что полезно в воспитательном отношении, а кроме того, дает возможность проверить, в какой мере преодолены допущенные ошибки.

Покажем теперь, как восполнялись пробелы, выявленные в контрольной работе, состоявшей только из задач. В IV классе была проведена следующая контрольная работа:

Первый вариант

Совхоз должен был убрать 8105 *га* пшеницы. В течение 5 дней убирали по 845 *га* в день, а затем стали убирать в день по 970 *га*. По плану совхоз должен был убрать пшеницу за 11 дней. На сколько дней раньше срока совхоз закончил уборку пшеницы?

Второй вариант

Для детского дома куплено 2 ящика печенья одного сорта Первый ящик стоил 480 руб., второй — 384 руб. В первом ящике было на 6 *кг* печенья больше, чем во втором. Сколько килограммов печенья было в двух ящиках вместе?

Анализ контрольной работы показал, что пять учащихся (из 19) неверно решили первую задачу, из них три ученика правильно выбрали всего 2 действия, один ученик 3 действия и один 4 действия. Кроме того, одна ученица, хоть и правильно выполнила действия, но неверно формулировала вопросы плана. Вторая задача была правильно решена всеми детьми, но четверо из них решили ее пятью действиями, тогда как лучше решать ее четырьмя действиями.

На ближайшем уроке арифметики учитель ознакомил учащихся с результатами контрольной работы и сообщил им цель урока, состоявшую в том, чтобы все учащиеся хорошо поняли способ решения задач, подобных тем, какие входили в контрольную работу.

Учитель предложил детям следующую задачу для устного решения (условие задачи учитель кратко записал на доске): «Колхозная кузница должна была отремонтировать 38 плугов. В течение 6 дней в кузнице ремонтировали по 3 плуга в день, а затем стали ремонтировать в день по 4 плуга. По плану кузница должна была отремонтировать все плуги за 14 рабочих дней. На сколько дней раньше срока отремонтировали все плуги?»

После того как задача была решена и решение ее объяснено детьми, учитель поставил перед ними вопрос, похожа ли эта задача на одну из тех, которая входила в контрольную работу. Как и следовало ожидать, учащиеся дали на этот вопрос положительный ответ.

Затем учитель предложил детям составить задачу, которая решалась бы так же, как данная. Из нескольких заслушанных задач учитель выбрал одну, заменил в ней отдельные неудачно подобранные числовые данные и предложил учащимся решить ее в тетрадях без записи вопросов. Вот эта задача:

«Сапожная мастерская должна была отремонтировать 810 пар обуви за 12 дней. В течение 6 дней ремонтировали по 75 пар обуви в день, а затем по 90 пар в день. На сколько дней раньше срока отремонтировали всю обувь?»

Проверка показала, что все учащиеся решили эту задачу. Затем детям было предложено прочитать вторую задачу из контрольной работы и составить подобную. Было заслушано несколько задач, и одна из них решена устно двумя способами, при этом в беседе было выяснено, какой способ лучше.

Оставшееся время этого урока, как и описанного выше, было использовано для решения контрольных задач теми учащимися, которые плохо справились с ними. Остальные ученики по заданию учителя в это время записывали и решали каждый в своей тетради одну из самостоятельно составленных задач. Как видно, и на этом уроке, по указанным выше соображениям, вначале решались не те задачи, которые входили в контрольную работу, а подобные им. Последние составлялись не только учителем, но и детьми, что способствовало лучшему усвоению ими структуры данных задач и способа их решения.

Наряду с описанными выше фронтальными занятиями периодически, по мере надобности, полезно выделять урок или часть его для индивидуальной работы учащихся над восполнением пробелов. Разбив учащихся класса на группы в зависимости от характера недочетов в их знаниях, учитель подбирает для каждой группы соответствующие примеры и задачи для самостоятельного решения на уроке. Упражнения можно брать из стабильного задачника или печатного дидактического материала.

Учитель внимательно следит за работой учащихся, давая некоторым из них тихо, так чтобы не мешать другим, необходимые пояснения. Кроме того, если он находит нужным, то поручает учащимся проверять друг у друга выполненную работу.

Нередко ошибки в письменных работах по арифметике исправляет только учитель, учащиеся же ограничиваются лишь просмотром этих исправлений. Между тем необходимо, чтобы ошибки исправлялись и учениками путем вторичного правильного выполнения действий, которые были неверно сделаны. Только при этом условии можно рассчитывать, что ученик осознает свои ошибки. Кроме того, необходимость переделывать каждую неверно выполненную работу будет стимулировать учащихся к тому, чтобы в дальнейшем по возможности не допускать ошибок.

Самостоятельное исправление детьми ошибок имеет важное значение с точки зрения воспитательных задач нашей школы. Если учащиеся должным образом не исправляют допущенных ошибок, они могут впоследствии перенести этот «навык» и в свою практическую деятельность. Иначе говоря, существует опасность, что таким путем школа в какой-то мере будет содействовать воспитанию бракоделов. Как видим, опасность очень серьезная!

Могут возразить, что на переделку неверно выполненных действий учащимся придется затрачивать лишнее время и что это может привести к их перегрузке. Но лучше задавать на дом меньше на 1—2 примера с тем, чтобы время, которое требовалось бы на их решение, учащиеся могли употребить на переделку неверно выполненной предшествующей работы.

Здесь уместно указать, что при исправлении ученических работ учителю, как правило, не следует заменять неверные записи правильными, так как при вторичном выполнении действий ученики смогут тогда механически списывать готовое решение. Достаточно перечеркивать допущенные ошибки. Лишь в отдельных случаях, когда учитель находит это нужным, он дает в ученической тетради образец правильного решения.

Замена неверного решения правильным может быть посильной для ученика тогда, когда он знает, как выполнять данное действие. В остальных случаях ему должна быть оказана помощь со стороны учителя, направленная на восполнение пробела, послужившего причиной допущенных ошибок.

### ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАНЯТИЯ И ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Как уже указывалось, следует стремиться к тому, чтобы возможно больше выявленных пробелов восполнялось на уроках. Лишь в случае, когда восполнение пробела требует много времени и может вследствие этого помешать достижению цели урока, работа эта проводится на дополнительных занятиях. Каждое такое занятие учителю следует проводить с немногими учащимися и стараться не затягивать его, чтобы не утомить детей.

На дополнительных занятиях прежде всего необходимо возможно точнее выявить, в чем отстает каждый ученик, и в зависимости от этого принимать меры к восполнению пробелов. Как правило, следует сначала давать учащимся такие упражнения, с которыми они могут справиться, и лишь постепенно подводить их к тому, что их затрудняет. Так, на дополнительном занятии с тремя учениками, плохо справившимися с задачей № 1 в контрольной работе (см. стр. 341), последовательно решались следующие задачи:

1. Мебельная мастерская получила заказ на изготовление 120 столов за 23 дня. Мастерская изготовляла по 6 столов в день. На сколько дней раньше срока мастерская выполнила заказ?

2. Ремонтно-техническая станция (РТС) должна была отремонтировать 48 тракторов. В первые 15 дней она ремонтировала по 2 трактора в день, а затем стала ремонтировать ежедневно по 3 трактора. За сколько дней были отремонтированы все тракторы?

3. РТС должна была отремонтировать 39 сеялок за 11 дней. В первые 6 дней станция ремонтировала по 4 сеялки в день, а затем по 5 сеялок. На сколько дней раньше срока был закончен ремонт сеялок?

Как видно, задачи усложнялись постепенно. Кроме того, хотя задачи решались письменно, числовые данные в условиях были невелики, чтобы не затруднять учащихся.

По тем же соображениям большинство задач в предложенных детям индивидуальных заданиях также содержали небольшие числовые данные, а трудность задач нарастала постепенно. Вот это задание:

1. По плану совхоз должен был сдать государству 400 *т* шерсти за 12 дней. Совхоз сдавал ежедневно по 40 *т* шерсти. На сколько дней раньше срока совхоз закончил сдачу шерсти?

2. Шоферу надо было проехать 380 *км*. Первые 4 часа он ехал со скоростью 50 *км* в час, а затем стал проезжать в час по 60 *км*. За сколько часов проехал он весь путь?

3. По плану колхоз должен был засеять пшеницей 340 *га* за 11 дней. В первые 5 дней засевали по 36 *га* ежедневно, а затем стали засевать по 40 *га* в день. На сколько дней раньше срока колхоз закончил сев пшеницы?

Работа над индивидуальными заданиями, выполняемая детьми дома, протекает в более благоприятных для них условиях, чем дополнительные занятия в школе после уроков, когда они уже утомлены классными занятиями. Индивидуальные домашние задания поэтому в ряде случаев более эффективны, чем дополнительные занятия после уроков.

Но на дополнительных занятиях дети могут получить от учителя разъяснения по вопросам, которые для них непонятны. При работе же дома они предоставлены сами себе. Для более успешного восполнения пробелов в знаниях учащихся необходимо правильное сочетание обеих упомянутых форм работы с тем, чтобы дополнительные занятия использовались главным образом для объяснения детям того, что им непонятно, а для закрепления объясненного материала давались индивидуальные задания на дом. Чередование последних с дополнительными занятиями, в частности, полезно тем, что оно позволяет сокращать продолжительность этих занятий. Это очень важно, так как длительные занятия после уроков с утомленными учениками мало эффективны.

Иногда и закрепление знаний, если это вызывается необходимостью, проводится на дополнительных занятиях. Как правило же, для закрепления того, что объяснялось на дополнительных занятиях, целесообразно использовать индивидуальные домашние задания. Чтобы не перегружать детей, эти задания должны быть небольшими по объему.

Обычные домашние задания, как правило, должны выполняться учащимися к следующему учебному дню. На выполнение же индивидуальных заданий можно, в зависимости от их объема и от загруженности детей домашними уроками, предоставлять им срок в 2—3 дня, а иногда и больше.

Индивидуальные задания учитель может давать по учебнику, подбирая в нем задачи или примеры, пригодные для восполнения данного пробела, и предлагать ученику решить их к определенному сроку. Бывают, однако, случаи, когда в учебнике недостаточно нужных упражнений и вследствие этого учителю приходится самому составлять индивидуальные задания. При составлении последних следует стремиться к тому, чтобы для подготовки детей к их выполнению требовались минимальные объяснения со стороны учителя, а еще лучше, чтобы можно было предлагать их без всяких объяснений. Для этого упражнения должны подбираться с большой тщательностью и быть расположены в строжайшей методической последовательности, чтобы учащиеся были в состоянии справиться с ними самостоятельно.

Выше приводились образцы индивидуальных заданий. Приведем еще несколько образцов.

Задание для ученика II класса, плохо усвоившего внетабличное умножение.

1. Закончить решение примеров:

| | | |
|---|---|---|
| $\underline{12 \times 5 =}$ | $\underline{14 \times 6 =}$ | $\underline{27 \times 3 =}$ |
| $10 \times 5 = 50$ | $10 \times 6 = 60$ | $20 \times 3 =$ |
| $2 \times 5 = 10$ | $4 \times 6 =$ | $7 \times 3 =$ |
| $50 + 10 =$ | $60 + \ldots$ | $\ldots$ |

2. Решить с подробной записью следующие примеры:

| | | |
|---|---|---|
| $13 \times 4$ | $16 \times 5$ | $29 \times 2$ |

3. Решить с краткой записью следующие примеры:

| | | |
|---|---|---|
| $14 \times 4$ | $17 \times 5$ | $14 \times 7$ |
| $13 \times 5$ | $19 \times 4$ | $37 \times 2$ |
| $18 \times 2$ | $26 \times 3$ | $29 \times 3$ |

Задание для учащегося IV класса, слабо справляющегося с задачами, решаемыми способом отношений.

а) Закончить решение задачи:

«3 лимона стоят 5 руб. Хозяйка купила 12 таких лимонов. Сколько денег уплатила она за эту покупку?»

000 — 5 руб. 000 000 000 000 — $x$ руб.

План и решение:

1. Сколько раз по 3 лимона содержится в 12 лимонах?

б) Решить задачи:

1. Картофель продавали на рынке по 2 руб. за 3 *кг*. Сколько надо уплатить за 15 *кг* картофеля по такой цене?
2. 4 кирпича весят 13 *кг*. Сколько весят 40 таких кирпичей?
3. Пароход прошел 80 *км* за 3 часа. Сколько километров пройдет он за 18 часов при той же скорости?

От учащихся, которым даются листки с индивидуальными заданиями, следует требовать бережного обращения с ними, чтобы эти задания могли быть многократно использованы. Нечего говорить о том, что учитель должен бережно хранить и содержать в образцовом порядке картотеку составляемых им индивидуальных заданий, чтобы, по мере надобности, он мог легко найти и использовать нужную карточку.

В практике некоторых учителей успешно осуществляется шефство успевающих учеников над отстающими, что полезно для тех и других, поскольку ученик-шеф в процессе занятий с товарищем не только помогает ему преодолеть отставание, но и сам углубляет свои знания. Этот опыт заслуживает большого внимания. Шефство может, однако, приносить пользу при условии, когда оно проводится на добровольных началах, не ведет к перегрузке учащихся и осуществляется под наблюдением, руководством и контролем учителя, который должен систематически инструктировать шефов, как вести занятия.

## УЧЕТ ПРОБЕЛОВ

Пробелы в знаниях учащихся иногда таковы, что их удается преодолеть на данном или ближайшем уроке. Однако бывают и такие пробелы, на восполнение которых требуется несколько дней. Когда подобные пробелы имеются у нескольких учащихся, учителю нелегко запомнить, какие конкретно пробелы имеются у каждого из них. В практике передовых школ учителя отмечают пробелы в особой тетради, где для каждого ученика отведено определенное место. Когда в дальнейшем выясняется, что данный пробел восполнен, в тетради делается об этом соответствующая пометка. Каждая запись сопровождается указанием даты, что дает возможность видеть, когда обнаружен данный пробел и когда он восполнен. Приведем образец таких записей:

Сорокин Николай (II класс)

| Месяц и число | Какие пробелы обнаружены | Когда восполнен пробел |
|---|---|---|
| 10.II | Слабо знает таблицу умножения на 7, 8 и 9 | 15.II |
| 28.II | Путает разностное и кратное сравнение | 4.III |

Некоторые учителя отрицательно относятся к подобным записям, полагаясь на свою память. Но при самой лучшей памяти учитель без записей не может запомнить пробелы в знаниях каждого из своих учеников, тем более, что следует и в дальнейшем проверять, нет ли у ученика прежнего пробела, иначе говоря, нет ли здесь рецидива. Такие записи полезны и тем, что они стимулируют учащихся к восполнению пробелов. Зная, что его пробел взят на заметку, ученик старается восполнить его, чтобы ликвидировать свою «задолженность».

Выше был указан целый ряд приемов, используемых передовыми учителями в работе с отстающими учениками. Успехам этих учителей в большой мере способствует и то, что они стараются вызывать в детях уверенность в своих силах, желание преодолеть свое отставание, отмечают даже малейшие их успехи, стремятся создать у них бодрое настроение, любовно относятся к ним.

---

Все, что делает советский человек, он должен делать хорошо. Это должно прививаться детям с малых лет. В воспитании этого ценного навыка особенно значительна роль учителя. В свете этой задачи работа по предупреждению и преодолению ошибок имеет важное значение.

Прививая учащимся высокую вычислительную культуру, школа тем самым в определенной мере способствует воспитанию у них культуры труда, которая нужна во всех областях жизни.

---

## ЛИТЕРАТУРА

Предлагаемый указатель литературы дается в помощь учителям, желающим более углубленно изучить освещаемые в данной книге вопросы.

В первый раздел указателя включены книги, охватывающие широкий круг методических вопросов. Второй раздел содержит книги и журнальные статьи по отдельным вопросам методики арифметики.

### I.

Гурьев П. С., Руководство к преподаванию арифметики малолетним детям. Спб., 1839.

Гурьев П. С., Практическая арифметика. Спб., 1864

Евтушевский В. А., Методика арифметики. Спб., 1872.

Латышев В. А., Руководство к преподаванию арифметики. М., 1881.

Гольденберг А. И., Методика начальной арифметики. Спб., 1885.

Шохор-Троцкий С. И., Методика арифметики. Спб., 1886.

Егоров Ф. И., Методика арифметики. М., 1893.

Беллюстин В. К., Методика арифметики в 4-х частях. М., 1899.

Арженников К. П., Методика начальной арифметики. М., 1898.

Гольденберг А. И., Беседы по счислению. М., Госиздат, 1923.

Волковский Д Л, Методика арифметики в начальной школе. М, Учпедгиз, 1934
Чекмарев Я Ф и Снигирев В. Т, Методика арифметики. Издание 10-е М, Учпедгиз, 1955
Знаменский М А, Карасев П А, Стальков Г А., Эменов В Л, Методика арифметики М, Учпедгиз, 1937
Пчелко А С., Хрестоматия по методике начальной арифметики, М, Учпедгиз, 1940
Пчелко А С, Методика преподавания арифметики в начальной школе Издание пятое М, Учпедгиз, 1953
Менчинская Н А, Психология обучения арифметике М, Учпедгиз, 1955
Попова Н С, Методика преподавания арифметики в начальной школе Л, Учпедгиз, 1955
Игнатьев В А, Пчелко А С, Шор Я А, Методика преподавания арифметики в начальной школе М, Учпедгиз, 1956

II

Абаляев Р Н Арифметика на практике. «Начальная школа», 1953, № 8
Абаляев Р Н., Первые упражнения в измерении в I классе «Начальная школа», 1956, № 10
Абаляев Р Н Упражнения в измерении во II и III классах. «Начальная школа», 1957, № 3
Архангельская Н В и Нахимова М. С., Планы уроков по арифметике для I класса М, Учпедгиз, 1955
Архангельская Н В и Нахимова М С, Планы уроков по арифметике для II класса М, Учпедгиз, 1954
Блехер Ф Н Дидактические игры М, Учпедгиз, 1949
Бобришева М А, Вопросы практической подготовки в начальном обучении арифметике «Известия АПН», 1950, № 32
Боголюбов А Н О решении арифметических задач на движение в начальной школе М, Изд-во АПН РСФСР, 1949
Галкина О И, Обучение измерению и развитие у детей пространственных представлений «Начальная школа», 1958, № 9
Галафутник Е М, Иляхинская К Н, Шор Я А, Планы уроков по арифметике для IV класса М, Учпедгиз, 1956
Игнатьев В А, Внеклассная работа по арифметике в начальной школе М, Учпедгиз, 1957
Игнатьев В А. Игнатьев Н И, Шор Я А., Планы уроков по арифметике для III класса М, Учпедгиз, 1956
Игнатьева М Н, Привитие навыков самостоятельного решения задач в I классе М, Учпедгиз, 1957
Из опыта преподавания арифметики в I и II классах Сборник под ред Л Н Скаткина М, Учпедгиз, 1952
Из опыта преподавания арифметики в III—IV классах начальной школы Сборник под ред Л Н Скаткина М, Учпедгиз 1953
Из опыта преподавания арифметики в начальной школе Сборник под редакцией М И Моро М, Изд-во АПН РСФСР, 1958
Калмыкова З И, Психологические предпосылки повышения успеваемости учащихся в решении арифметических задач В сборнике «Повышение успеваемости учащихся начальной школы» под редакцией Э И Монсзона, М, Изд во АПН РСФСР, 1955
Калмыкова З И. Об анализе при решении задач «Начальная школа», 1958, № 3
Компанийц П А, Методические разработки по математике для начальной школы Л, 1933
Котов А Я, Система уроков при решении типовых задач в начальной школе М, Учпедгиз, 1954
Котов А Я Решение задач с политехническим содержанием в начальной школе. Сталинград, 1955.

Котов А Я, Система и методы изучения табличного умножения и деления М, Учпедгиз, 1958

Менчинская Н А Развитие арифметических операций у детей школьного возраста М, Учпедгиз, 1934

Менчинская Н А, Очерки психологии обучения арифметике М, Учпедгиз, 1950

Моро М И, О решении задач, выраженных в косвенной форме «Начальная школа», 1958, № 1

Назарова Г С Воспитание самостоятельности учащихся на уроках арифметики во II классе Из опыта работы А П Наумовой учительницы школы № 162 Ленинграда, «Начальная школа», 1957, № 9

Никитин Н Н, Наглядные пособия по математике в начальной школе Изд 3-е, М, Учпедгиз, 1945

Никитин Н Н, Решение арифметических задач в начальной школе Изд 5-е, М, Учпедгиз, 1952

Опыт работы по арифметике в начальной школе Сборник под ред Г Б Поляка, М, изд во АПН РСФСР, 1952

Опыт преподавания арифметики в начальной школе Сборник под ред А С Пчелко, М, изд-воАПН РСФСР, 1953

Пантелеева С В, Обучение решению задач в I и II классах, «Начальная школа», 1958, № 6

Поляк Г Б, Основные вопросы методики арифметики М, Изд-во «Работник просвещения», 1929

Поляк Г Б, Устный счет в начальной школе М, Учпедгиз, 1948

Поляк Г Б Обучение решению задач в начальной школе М, Изд-во АПН РСФСР, 1950.

Пчелко А С, Письменные вычисления в третьем классе начальной школы М, изд-во АПН РСФСР, 1948.

Пчелко А С., О преподавании арифметики в начальной школе. Методическое письмо, М, 1950

Пчелко А С., Преподавание арифметики и политехническое обучение «Начальная школа». 1953, № 1

Пути повышения успеваемости по математике Сборник под ред Н А Менчинской и В И Зыковой, М, Изд-во АПН РСФСР, 1955

Решение арифметических задач в начальной школе Сборник под редакцией А С Пчелко М, изд-во АПН РСФСР, 1949

Розанов М Н, Учет знаний учащихся по арифметике и работа над ошибками, «Начальная школа», 1956, № 10

Розанов М Н, О связи арифметики с жизнью, с практикой «Начальная школа», 1958, № 10

Ристер М А, Учет навыков устного счета в начальной школе, М, Учпедгиз, 1956

Скаткин Л Н, Обучение решению простых арифметических задач, М Учпедгиз, 1954

Скаткин Л Н, Вопросы обучения решению составных арифметических задач М, Учпедгиз, 1956

Скаткин Л Н, О повторении пройденного по арифметике в IV классе в конце учебного года «Начальная школа», 1958, № 4

Соловьев В В., Решение задач на местном материале. «Начальная школа». 1954, № 3

Сорокин П И., Как записать условие задачи. «Начальная школа», 1957, № 1

Таланов Н А., Устный счет в начальной школе, Ростов-н-Д, Рост обл кн-во, 1945.

Таланов Н А, Нумерация чисел второго десятка Из опыта учительницы Батайской школы № 2 Е Я Асеевой «Начальная школа», 1951, № 10.

Таланов Н А, Счетное пособие для I и II классов «Начальная школа», 1951, № 9

Эрдниев П М, О приемах активизации процесса обучения арифметике «Начальная школа», 1958, № 11

## СОДЕРЖАНИЕ

**Глава четвертая. Устный счет.**



**Глава пятая. Первый десяток.**



**Глава шестая. Второй десяток.**



**Глава седьмая. Первая сотня.**



**Глава восьмая. Первая тысяча.**



**Глава девятая. Многозначные числа.**

### Глава десятая. Именованные числа.



### Глава одиннадцатая. Элементы наглядной геометрии.



### Глава двенадцатая. Простейшие дроби.



### Глава тринадцатая. Проверка и оценка знаний учащихся.



### Глава четырнадцатая. Устранение пробелов в знаниях учащихся.