ТАТАРСКИЙ ИНСТИТУТ УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ УЧИТЕЛЕЙ

Н. К. ЕНГУРИН и Д. И. ЧМУТОВ

УРОКИ АРИФМЕТИКИ В V КЛАССЕ

ТАТКНИГОИЗДАТ
РЕДАКЦИЯ УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
КАЗАНЬ 1954

ПРЕДИСЛОВИЕ

Преподавание математики ставит перед учителем образовательные и воспитательные задачи.

В объяснительной записке к программе указывается, что преподавание арифметики имеет целью научить учащихся сознательно, быстро, уверенно и наиболее рационально производить действия с целыми и дробными числами и применять полученные знания к решению задач и выполнению простейших расчётов практического характера.

Достижению этой цели и должно содействовать настоящее методическое пособие.

В нем разбираются все темы курса арифметики V класса. Каждой теме предшествуют общие указания относительно цели прохождения данного раздела программы, основные вопросы, подлежащие освещению, вопросы содержания и объема практических навыков. Затем следует план изложения темы с указанием числа часов, необходимых для освещения того или иного вопроса. Далее даётся план каждого урока, точнее — план изложения темы урока; поурочный план сопровождается методическими пояснениями, намечается примерное содержание классных упражнений и домашних заданий, приводятся вопросы для повторения на данном уроке и в последующей работе, особенно при подготовке учащихся к разбору нового материала.

Авторы стремились показать учителю одну из возможных систем уроков арифметики, рациональное сочетание теории и практики, активные методы преподавания.

В книге намечается практическое разрешение задач политехнического обучения школьников на уроках арифметики: систематичность прохождения курса, техника письменных вычислений, устный счёт, решение задач-расчётов, умение пользоваться таблицами и составлять таблицы, вычисления на счётах, измерительные навыки, моделирование и др. приёмы.

Значительное внимание уделяется вопросам преподавания начальной геометрии. Методическое письмо Министерства просвещения РСФСР рекомендует выделять особые часы для ознакомления учащихся с новыми геометрическими понятиями и правилами для обучения решению геометрических задач.

Желательно, чтобы каждый учащийся в особой тетради по геометрии записывал определения, правила, чертежи, решения задач и другие материалы. Так как тетрадь является заменой отсутствующего пока учебника, то содержание записей в тетради должно быть сходно с текстом учебника: точная и краткая формулировка, система, порядок в расположении записей и т. д.

В предлагаемой книге совсем не затрагиваются вопросы организации урока: проверка выполнения домашних работ, опрос учащихся, проведение самостоятельных занятий на уроке и др. Все эти вопросы решаются применительно к условиям каждой школы.

Настоящее методическое пособие рассчитано на учителей, не имеющих достаточного опыта в преподавании арифметики.

Разумеется, что нельзя механически использовать содержание книги, точно придерживаться того порядка преподавания, который здесь излагается. Живой процесс обучения не может быть уложен в какие-либо схемы и со стороны преподавателя должно быть проявлено критическое отношение к предложенным планам уроков, необходима серьезная подготовка к каждому уроку. Авторы пособия дают лишь основу, на которой, по их мнению, каждый учитель может создать собственную систему занятий.

Планирование преподавания арифметики выполнено в соответствии с числом часов, указанных программой 1952 г. В содержание некоторых уроков учителю необходимо внести изменения, указанные новой программой.

Авторы выражают глубокую признательность профессору Казанского государственного педагогического института, доктору физико-математических наук М. И. Альмухамедову и преподавателю школы № 12 г. Казани М. К. Рахматуллину, давшим ценные указания по содержанию настоящего методического пособия.

Авторы

I. ПОВТОРЕНИЕ ПРОЙДЕННОГО В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ.

Общие указания к теме.

Основная задача преподавания арифметики в начальной школе состоит в том, чтобы научить учащихся правильно называть и записывать числа любой величины, безошибочно производить четыре действия с многозначными числами. Эта же задача является основной и при повторении арифметики натуральных чисел в V классе.

Но повторение не является простым воспроизведением того, что выполнялось в начальных классах. В порядке преемственности работы учителю V класса предстоит возможно полнее и точнее выяснить запас арифметических знаний и прочность навыков, приобретенных детьми за четыре года обучения в начальной школе, систематизировать, уточнить и углубить эти знания, привести их к общему для данного класса уровню, помочь детям научиться объяснять выполнение арифметических действий, поддержать интерес учащихся к предмету.

Успешное выполнение всего изложенного обеспечивается тем, что тренировочные упражнения (решение примеров и задач) дополняются освещением вопросов принципиального характера.

Учащимся объясняются следующие основные идеи нумерации:

1) натуральное число возникло в результате счёта предметов в ходе трудовой деятельности человека;

2) число 10 есть основание системы счисления;

3) каждая цифра в письменной нумерации имеет двойное значение — по начертанию и по месту нахождения в записи числа (позиционный принцип);

4) десятичная система счисления сложилась в результате длительного исторического процесса практической деятельности человека.

При повторении пройденного у учащихся впервые расширяется понятие числа: они приходят к заключению, что нуль тоже является числом, и определяют его место по отношению к натуральному ряду чисел.

При повторении каждого арифметического действия рассматриваются следующие общие вопросы:

1) задачи, решаемые данным действием;

2) правило выполнения данного действия;

3) проверка результата действия;

4) зависимость между числами, входящими в действие (компонентами);

5) изменение результата в зависимости от изменения данных;

6) переместительный, сочетательный и распределительный законы действий и следствия из этих законов;

7) действия с нулём и единицей;

8) приёмы устных вычислений.

При решении сложных примеров на все действия (совместные действия) выясняется значение каждого вида скобок и порядок действий при вычислениях.

Повторяется метрическая система мер и меры времени. Особое внимание уделяется выяснению единичных отношений различных мер — линейных, квадратных и кубических, мер веса и мер времени. Укрепляются навыки учащихся в преобразовании именованных чисел (раздробление и превращение) и в действиях с составными именованными числами.

К числу навыков, которыми должны овладеть учащиеся V класса, относятся вычисления на счётах. При повторении арифметики натуральных чисел учащиеся производят два действия на счётах — сложение и вычитание отвлечённых и именованных чисел.

План изложения темы.

Устная и письменная нумерация . . . . . 3 часа

Проверочная письменная работа по курсу начальной школы . . . . 1 „

Сложение . . . . 1 „

Вычитание	1	час
Сложение и вычитание на счётах	1	„
Зависимость между данными числами и результатами сложения и вычитания	1	„
Изменение результатов сложения и вычитания при изменении данных	1	„
Умножение	2	„
Деление	3	„
Зависимость между данными числами и результатами умножения и деления	1	„
Изменение результатов умножения и деления при изменении данных	1	„
Порядок выполнения действий. Скобки	1	„
Геометрические сведения	3	„
Проверочная письменная работа по теме	1	„
	21	час.

Урок 1. **Натуральный ряд чисел и его свойства. Устная десятичная нумерация чисел.**

План урока.

1. Счёт предметов.
2. Натуральное число.
3. Независимость натурального числа от порядка счёта.
4. Натуральный ряд чисел.
5. Свойства натурального ряда чисел.
6. Устная нумерация чисел.
7. Десятичная система счисления.
8. Объяснение: что значит выучить урок по арифметике.

Учитель держит пачку карандашей и спрашивает учащихся: что нужно сделать, чтобы узнать, сколько в пачке карандашей? Карандаши надо *сосчитать*. Отделяя от пачки каждый карандаш, мы при этом называем числа: один, два, три и т. д. Последнее названное число означает, сколько карандашей имеется в пачке. Числа, которые получаются при счёте предметов, называются *натуральными числами*. Натуральное число есть результат счёта предметов.

В классе стоят восемнадцать парт. Их можно считать в любом порядке: справа, слева, от первого ряда или как-нибудь иначе, результат счёта во всех случаях будет один и тот же — восемнадцать парт. Следовательно, натуральное число не зависит от порядка счёта предметов.

Если натуральные числа расположить по порядку, то получится *натуральный ряд чисел*: один, два, три, четыре, пять, шесть...

Далее учитель знакомит учащихся со свойствами натурального ряда чисел.

Запись в тетрадях:

НАТУРАЛЬНЫЙ РЯД ЧИСЕЛ.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,...

Натуральный ряд чисел начинается с единицы; в нем нет одинаковых чисел; из двух чисел то больше, которое находится дальше от начала ряда; в нём нет самого большого числа, значит, натуральный ряд можно продолжать неограниченно.

Упражнения. Назвать три последовательные числа натурального ряда, начиная с девятнадцати. Назвать натуральное число, предшествующее тысяче. Сколько в натуральном ряду имеется чисел, меньших восьми? Сколько в натуральном ряду имеется чисел, больших восьми?

Чисел существует бесконечное множество, а слов для их названия требуется немного, так как некоторые слова в названиях чисел повторяются, например: двенадцать (по-старинному два-на-десять), пятьдесят и др. Обозначение чисел словами называется *устной нумерацией чисел*. В денежных документах очень часто приходится обозначать числа словами (прописью).

Счёт предметов можно вести не только по одному, но и группами, например, одна дюжина стульев, две дюжины стульев и т. д. Лучше всего считать десятками. Десять каких-нибудь предметов составляют один десяток, десять десятков составляют одну сотню, десять сотен составляют одну тысячу и т. д. Например, десять кубиков арифметического ящика составляют один десяток — брусочек, десять десятков, т. е. десять брусочков, составляют одну сотню — плитку и т. д. То же можно показать на классных счётах. Такой порядок счёта называется десятичной нумерацией или *десятичной системой счисления.*

Число десять является *основанием* системы счисления.

После краткого ознакомления с учебником арифметики Киселева и задачником Березанской учитель объясняет, что значит выучить урок по арифметике. Это значит:

а) прочитать и понять то, о чём говорится в заданных параграфах учебника;

б) уметь объяснить своими словами выученные правила;

в) применять правила к решению примеров и задач.

Задание на дом. По учебнику §§ 1, 2 и 3.

Вопросы для повторения на данном уроке и в последующей работе.

1. Какие числа называются натуральными?
2. Перечислить свойства натурального ряда.
3. Что называется устной нумерацией чисел?
4. Как называется система счисления, которой мы пользуемся?
5. Почему она называется десятичной?
6. Как называется в нашей системе счисления число десять?

***Урок 2.* Письменная десятичная нумерация чисел.**

План урока.

1. Обозначение чисел цифрами.
2. Поместное значение цифр.
3. Разряды чисел.
4. Классы чисел.
5. Определение в числе всех единиц данного разряда.
6. Запись многозначных чисел в виде суммы разрядных чисел.
7. Округление чисел.

Числа можно обозначать не только словами, но и *цифрами.* Например, число триста шестьдесят пять изображается так: 365. Обозначение чисел цифрами называется *письменной нумерацией чисел.*

Цифр всего десять: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Все цифры, кроме нуля, называются значащими цифрами. При помощи этих десяти знаков можно записать любое натуральное число.

Цифры отличаются одна от другой не только по начертанию, но и по тому месту, которое они занимают в изображении числа. Рассмотрим, например, два числа, изображаемые цифрами 3 и 7; по начертанию этих цифр мы заключаем, что первое число меньше второго. Но в числе 37 цифра 3 имеет большее значение, так как она означает три десятка, а цифра 7 означает только семь простых единиц. В изображении числа 1662 имеются две цифры, одинаковые по начертанию, но различные по значению: одна шестёрка означает число десятков, а другая — число сотен.

Различное значение одной и той же цифры в зависимости от места, которое она занимает в изображении числа, является важной особенностью десятичной системы счисления, так как она упрощает и облегчает действия над числами.

По количеству цифр числа бывают однозначные, двузначные, трехзначные и т. д.

Упомянутое выше число 365 содержит в себе три сотни, шесть десятков и пять единиц, что можно представить так: $365 = 3 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 5 \cdot 1$. В этой записи множители 1, 10 и 100 называются разрядными единицами. Единицы, десятки, сотни, тысячи и т. д. имеют еще другое название:

единицы	называются	единицами	1-го	разряда;
десятки	„	„	2-го	„
сотни	„	„	3-го	„
тысячи	„	„	4-го	„ и т. д.

Единицы 1-го разряда называются простыми единицами, а единицы всех других разрядов называются составными единицами. Каждая единица высшего разряда содержит в себе 10 единиц следующего, низшего разряда.

Разряды единиц группируют еще в классы по три разряда в каждом: 1-й класс — класс единиц, 2-й класс — класс тысяч, 3-й класс — класс миллионов, 4-й класс — класс миллиардов и т. д. Многозначное число принято писать в разбивку по классам, например: 6 032 897 405. (Прочитать.) Нуль в изображении числа означает отсутствие разрядных единиц (в данном случае—каких?).

Упражнение. Учитель читает текст из газеты и выписывает числа на доску; учащиеся читают числа: В Татарской АССР в 1952 году было 3678 школ, в которых обучалось 452 468 учащихся; на нужды народного образования было отпущено 472 835 000 рублей.

Часто бывает нужно определять, сколько в числе содержится всех единиц данного разряда. Учитель выводит соответствующее правило (§ 13).

Упражнение. Написать число: тридцать пять миллионов сорок. Сколько сотен содержится в этом числе? Подчеркнуть класс тысяч.

Приведённое выше в качестве примера число 365 можно представить еще следующим образом: $365 = 300+60+5$. В данном случае слагаемые 5, 60 и 300 называются разрядными числами. Иногда многозначные числа мы представляем в виде суммы разрядных чисел.

Некоторые многозначные числа можно и следует округлять. *Округление* числа состоит в том, что одну или несколько значащих цифр справа заменяют нулями.

Пример: В городе числится 15 742 человека жителей. Так как количество жителей в городе постоянно меняется, то данное число нельзя признать точным и нет необходимости запоминать его. Это число можно округлять до сотен 15 700 или даже до тысяч 16 000; в последнем случае число записывается так: 16 тыс. человек.

В газетах часто встречаются округлённые числа, например, 12 865 тыс. куб. метров, 5 236 млн. рублей и т. д. Для того, чтобы правильно прочитать первое число, нужно обратить внимание на то, что оно округлено до тысяч; группа в три цифры обозначает класс тысяч, а первые две цифры принадлежат классу миллионов; значит, число читается так: двенадцать миллионов восемьсот шестьдесят пять тысяч куб. метров. Во втором примере число округлено до миллионов рублей, цифра 5 означает миллиарды, значит, число читается так: пять миллиардов двести тридцать шесть миллионов рублей.

При округлении чисел придерживаются правила: если цифра, которую нужно заменить нулём, меньше 5, то её отбрасывают, если эта цифра равна или больше 5, то цифру следующего, высшего разряда увеличивают на одну единицу.

В первом случае округлённое число называется приближённым числом с недостатком, а во втором случае — приближённым числом с избытком.

Упражнение. Округлить следующие числа: 1338 шагов в километре; 72 128 деревьев в полезащитной полосе; 289 807 человек участников первомайского парада.

Задание на дом. По учебнику §§ 9, 10, 11, 12, 13.
По задачнику №№ 3. 12(а), 23.

Вопросы для повторения.

1. Что называется письменной нумерацией?
2. Какая разница между числом и цифрой?
3. Всегда ли одна и та же цифра имеет одно и то же значение?
4. Перечислить разрядные единицы до миллиона включительно.
5. Как определить в числе все единицы данного разряда?

Урок 3. Обозначение чисел римскими цифрами. Изображение чисел на счётах.

План урока.

1. Римские цифры.
2. Правила чтения и записи чисел римскими цифрами.
3. Устройство счётов.
4. Откладывание чисел на счётах.
5. Историческая справка об арифметике.
6. Решение задач.

Кроме цифр, употребляемых для обозначения чисел в десятичной системе, существуют еще римские цифры. Римские цифры применяются редко, для выделения каких-либо чисел из ряда других. Римских цифр только семь.

Запись в тетрадях:

РИМСКИЕ ЦИФРЫ

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Правила чтения чисел, записанных римскими цифрами.

1. Если цифры расположены по своему значению от больших к меньшим, то надо сложить все числа, выраженные каждой цифрой.

Примеры: $XVIII = X + V + I + I + I = 18$;
$XXVI = X + X + V + I = 26$.

2. Если цифра, выражающая меньшее число, стоит перед цифрой, выражающей большее число, то она вычитается. Таких случаев всего шесть:

IV	IX	XL	XC	CD	CM
4	9	40	90	400	900

3. Вычитаемая цифра записывается только один раз; слагаемая цифра может повторяться, но не более трех раз.*

Упражнения. Прочитать исторические справки:

Первая книга по арифметике появилась на Руси в XVI веке.

Год основания Казанского университета MDCCCIV.

Учащимся школ г. Казани можно предложить прочитать числа, изображенные римскими цифрами на зданиях университета, педагогического института, микробиологического института и др.

Записать в тетрадях римскими цифрами порядковые номера месяцев:

январь — I	апрель —	июль —	октябрь —
февраль — II	май —	август —	ноябрь —
март — III	июнь —	сентябрь —	декабрь —

* В силу давней традиции на циферблате часов вместо IV ставится неправильно IIII.

Всякое натуральное число можно не только назвать словами или обозначить цифрами, но также *отложить на счётах*. Счёты нового образца имеют на четвёртой проволоке снизу четыре косточки, на всех остальных проволоках — по десяти косточек.

Единицы откладываются на пятой проволоке снизу, десятки на шестой, сотни на седьмой. На следующих трёх проволоках откладываются единицы, десятки и сотни тысяч и т. д. На первых же четырёх проволоках откладываются доли единицы.

Откладывание числа начинается с высших разрядов. Набор косточек на каждой проволоке производится не по одной, а сразу по числу разрядных единиц; тёмная окраска средних косточек облегчает этот приём.

Упражнения. После разъяснения устройства счётов учитель предлагает учащимся отложить на своих счётах названное им число и проверяет правильность набора по числу косточек и по их расположению.

— Отложить число 547. Правильно! Сбросить косточки!

— Отложить 4 329; 35 806; 107065.

Ознакомление учащихся с римскими цифрами и счётами даёт учителю повод привести краткую историческую справку. Римские цифры не меняют своего значения в зависимости от занимаемого места в изображении числа. Римская система нумерации оказалась поэтому трудной для выполнения действий над числами и была заменена десятичной нумерацией. Но десятичная нумерация не сразу стала такой, какой мы её знаем. В течение многих веков арифметика непрерывно развивалась и совершенствовалась. Каждый народ внёс в эту науку свою долю труда и изобретательности. Счёты являются изобретением русского народа. Арифметика пользовалась всеобщим вниманием потому, что ее знание необходимо каждому человеку в его работе.

Далее идёт повторение мер веса.

Решение задач в классе №№ 27, 28, 29, 32, 35, 36.

Задание на дом. Примеры из тех же №№.

При решении указанных задач используется таблица, напечатанная на обложке тетради. Она будет служить учащимся первым справочником до полного усвоения ими единичных отношений мер метрической системы.

***Урок 4.* Проверочная письменная работа по курсу начальной школы.**

Учащимся предлагаются задания примерно следующего содержания.

ВАРИАНТ 1.

1. Задача. В двух классах 80 учеников. В одном из них на 2 ученика больше, чем в другом. Сколько учеников в каждом классе отдельно?

2. Выполнить действия:

$$7 \cdot 9 - 15 : 3 + 8;$$
$$52020 \cdot 308;$$
$$2072835 : 207.$$

Работы учащихся подлежат тщательному анализу. Необходимо в первую очередь установить, что учащимися хорошо усвоено.

Ошибки в решении задач объясняются отчасти недостаточным логическим развитием — неточная и неправильная формулировка вопросов, отчасти неумением устанавливать зависимость между данными, полученными и искомыми величинами, пропуск действий, лишние действия, неправильный выбор числовых данных, неправильный выбор действий.

Ошибки, допускаемые отдельными учащимися при выполнении ими действий над отвлечёнными числами, т. е. получение неправильного результата при сложении, вычитании, умножении и делении, объясняются в большинстве случаев нетвёрдым знанием таблицы сложения, таблицы умножения, разрядного состава чисел, порядка и техники выполнения действий.

Итогом анализа должно быть выявление слабых сторон в подготовке каждого ученика для дальнейшей индивидуальной работы с отстающими.

Письменные работы оцениваются по нормам оценки успеваемости учащихся начальной школы.

Урок 5. Прямая линия. Отрезок.

План урока.

1. Прямая линия.
2. Отрезок.
3. Единицы длины.
4. Измерение длины.
5. Метрические меры длины.
6. Решение задач.

Учебное оборудование: лист бумаги, классная линейка, шнур около 2 *м* длины, настольные вешки — карандаши, укреплённые на спичечных коробках, метр, рулетка, метровка, линейки у всех учащихся.

По предложению учителя учащиеся указывают прямые линии, которые они находят в классной комнате.

Учитель сообщает, что прямую линию можно получить различными способами. Перегнув лист бумаги, получаем в сгибе прямую линию (демонстрирует). На доске или в тетради прямая линия проводится по линейке (чертит на доске). Если нужно провести прямую линию большой длины — натягивают шнур, натертый мелом, оттягивают его и сразу отпускают: на полу, на доске или на стене остаётся след в виде прямой линии (демонстрирует).

На поверхности земли прямую линию намечают при помощи вех, провешивают. Вехи ставят прямо одну за другой так, чтобы вторая веха закрывала третью, если смотреть на нее от первой вехи (демонстрирует). Ряд вешок указывает направление прямой линии, так же, как, например, ряд телеграфных столбов указывает направление прямой линии.

Прямая линия может быть продолжена в обе стороны неограниченно. На практике приходится иметь дело с отрезками прямой линии. Начерченный на доске отрезок прямой обозначается буквами АВ(черт.1). Даётся определение отрезка, которое записывается в тетради:

Отрезок прямой линии

Прямолинейным отрезком или просто отрезком называется часть прямой линии, заключенная между какими-нибудь двумя её точками.

Некоторые отрезки являются единицами длины или мерами длины. Меры длины иначе называются линейными мерами. Какие существуют единицы длины? Учащиеся называют: метр, дециметр, сантиметр, миллиметр, километр. Выясняется, во сколько раз одна единица длины больше или меньше другой единицы.

Черт. 1.

Упражнения. Учитель показывает метр и предлагает учащимся определить на глаз длину и ширину классной комнаты в метрах, а затем измерением проверить названные числа. Обмер помещений производится обычно мерной лентой (рулеткой).

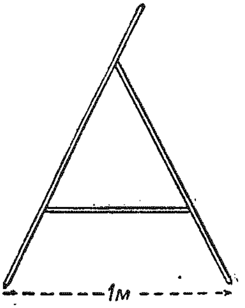
Учитель показывает дециметр и предлагает учащимся определить на глаз длину и ширину классной доски в дециметрах и последующим измерением проверить названные числа.

Даётся понятие об измерении длины.

Запись в тетрадях:

Измерить длину отрезка — значит узнать, сколько в нём укладывается какая-нибудь единица длины.

Отрезок прямой линии на земле измеряется или мерной лентой или метровкой (черт. 2), чаще двухметровкой. Длина отрезка иначе называется расстоянием между его крайними точками.



Черт. 2.

Упражнения.

1. Начертить в тетрадях отрезок длиною в 1 *см*; длиною в 1 *дм*.
2. Измерить в *мм* длину и ширину листа тетради и записать:

длина листа ... *мм*;
ширина листа ... *мм*.

3. Измерить в *мм* расстояние между двумя соседними прямыми линиями, которыми разлинована тетрадь; записать: расстояние между линиями тетради ... *мм*.

4. Измерить в *мм* длину и ширину печатной страницы учебника арифметики.

Далее учащимся предлагаются примеры на раздробление и превращение мер длины: 1) выразить в сантиметрах длину отрезка в 1 *м* 7 *дм* 5 *см*; 2) выразить составным именованным числом отрезок в 1235 *мм*.

Решение в классе задач №№ 33, 34.

Задание на дом. 1) Сделать ленту-закладку из плотной бумаги длиною 20 *см* с подразделением на сантиметры.

2) По задачнику №№ 53(2), 56.

Вопросы для повторения.

1. Что называется отрезком прямой линии?
2. Какие существуют единицы длины?
3. Что значит измерить длину отрезка?
4. Как намечается отрезок прямой линии на местности? Как он измеряется?

Урок 6. **Сложение.**

План урока.

1. Задачи, решаемые действием сложения.
2. Названия чисел, входящих в действие сложения.
3. Законы сложения.
4. Как прибавить к числу сумму и как прибавить к сумме число.
5. Правило сложения многозначных чисел.
6. Нуль есть число.
7. Проверка действия сложения.
8. Приёмы устного сложения.

Учащимся предлагается задача: Для школы куплено сначала 15 пар лыж, потом еще 17 пар лыж. Сколько всего пар лыж куплено для школы?

Когда требуется объединить две или несколько групп предметов, то задача решается действием сложения:

$$15 + 17 = 32 \text{ (пары лыж).}$$

Другая задача: Один ученик прочитал за лето 8 книжек, а другой ученик — на 3 книжки больше. Сколько книжек прочитал другой ученик?

Когда требуется увеличить одно число на другое, то задача решается действием сложения:

$$8+3=11 \text{ (книжек)}.$$

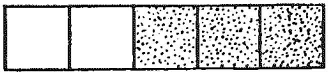
Если учащимся предложить самим придумывать задачи на сложение, то они будут составлять задачи указанных двух видов. В этом смысле и делается вывод, что действием сложения решаются задачи, в которых две или несколько групп предметов нужно объединить в одну группу, и задачи, в которых одно число нужно увеличить на другое число. Определение действия сложения не даётся.

Путём постановки соответствующих вопросов учитель приводит учащихся к заключению, что сложение натуральных чисел всегда возможно.

Числа, входящие в действие сложения, имеют свои названия: слагаемые и сумма. Учителю необходимо следить за тем, чтобы учащиеся пользовались этими названиями — первое слагаемое, второе слагаемое, третье слагаемое и никогда не говорили бы „первое число", „второе число"...

Далее учитель прикрепляет к доске прямоугольник, состоящий из двух квадратов одного цвета и трёх квадратов другого цвета (черт. 3) и записывает:

первое слагаемое 2,
второе слагаемое 3,
сумма 5.

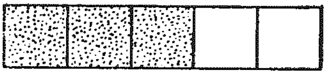


$$2+3=5$$

Черт. 3.

Затем прямоугольник ставится в другое положение (черт. 4):

первое слагаемое 3,
второе слагаемое 2,
сумма 5.



$$3+2=5$$

Черт. 4.

Что изменилось? Что осталось без изменения? Какой следует вывод? Формулируется ***переместительный*** *закон* сложения и записывается на доске при помощи букв: $a+b=b+a$.

Упражнение. Проверить справедливость закона для трех слагаемых, придавая буквам произвольные числовые значения.

Предлагается найти сумму трех слагаемых: $14+16+29$. Как решить этот пример? Можно складывать по разрядам, но можно первое слагаемое и второе слагаемое заменить их суммой и к этой сумме прибавить третье слагаемое, от этого сумма не меняется:

$$14+16+29=(14+16)+29=30+29=59.$$

Это свойство суммы называется *сочетательным законом* сложения. Даётся формулировка закона и запись на доске буквами:

$$a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c).$$

Упражнение. Проверка справедливости закона на произвольных числовых значениях букв.

В программе по математике упоминаются следствия из законов сложения. Этими следствиями являются два правила: 1) как прибавить к числу сумму и 2) как прибавить к сумме число. Учитель подбирает примеры и дает формулировку правил.

Далее следует повторение правила сложения многозначных чисел.

$$\begin{array}{r} 2\,756\,432 \\ +\;4\,891\,473 \\ 5\,211\,874 \\ 389\,637 \\ \hline 13\,249\,416 \end{array}$$

Выполняя действие сложения, учащиеся обычно говорят: „Два да три будет пять, пять да четыре — девять“ и т. д. Всё это отнимает довольно много времени, а получившиеся при сложении единицы высших разрядов часто забываются, т. к. прибавляются последними. Поэтому рекомендуется говорить при сложении так (одновременно показывать): „Два, пять, девять, шестнадцать“; шесть молча написать, а дальше продолжать: „Один, четыре, одиннадцать, восемнадцать, двадцать один“; один записывается; „два, шесть, десять“... и т. д. Такой приём содействует экономии времени и исключает ошибки из-за забывчивости.

При выполнении действия сложения среди слагаемых может встретиться нуль, например:

$$\begin{array}{r} 56 \\ +\ 20 \\ \hline 76 \end{array}$$

При сложении единиц нам пришлось записать: $6+0=6$, т. е. выполнить сложение двух чисел. Принято нуль считать числом и применять к нему общие правила: $0+6=6$; $1+0=1$; $0+0=0$. Нуль меньше любого числа натурального ряда; он не относится к числам натурального ряда, но ставится перед натуральным рядом: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6...

Действие над числами нельзя считать законченным, если не выполнена *проверка результата*. Сложение проверяется повторным сложением, но в другом порядке („снизу вверх"). Сложение можно производить, начиная с высших разрядов и поразрядные суммы записывать справа от столбика:

$$\begin{array}{r} 1\,324 \\ 6\,879 \\ 7\,965 \\ +\ 8\,518 \\ 5\,634 \\ 2\,178 \\ \hline 32\,498 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 29\,000 \\ 3\,200 \\ +\ 260 \\ 38 \\ \hline 32\,498 \end{array}$$

Очень удобно первым способом складывать, а вторым способом проверять сложение.

Нужно, чтобы учащиеся все действия в пределе 1000 выполняли устно; это должно быть обязательным правилом для каждого школьника. Кроме того, по мере возможности, устные вычисления производятся и над многозначными числами. Устные вычисления начинаются всегда с высших разрядов.

Приёмы устного сложения.

1. Сложение одинаковых разрядов. $135+361+278=(100+300+200)+(30+60+70)+(5+1+8)=600+160+14=(600+100)+(60+10)+4=700+70+4=774$. Эта запись на доске делается для пояснения приёма. Вычисление же в уме производится

так: $135+361+278=$
(600; 760; 774; записывается ответ 774).

2. Перестановка слагаемых. $45+83+55+17=(45+55)+(83+17)=100+100=200$.

3. Прибавление к числу суммы. $2643+1264=$ Второе слагаемое представляем в виде суммы разрядных чисел: $2643+(1000+200+60+4)=3643+(200+60+4)=3843+(60+4)=3903+4=3907$. Сложение в уме: $2643+1264=$

(2643; 3643; 3843; 3903; 3907; записывается ответ 3907).

Задание на дом. По учебнику §§ 20, 21, 24.
По задачнику №№ 51, 52.

Вопросы для повторения.

1. Какие задачи решаются действием сложения?
2. Как называются числа, входящие в действие сложения?
3. Прочитать переместительный закон сложения.
4. Прочитать сочетательный закон сложения.
5. Как прибавить к числу сумму?
6. Как прибавить к сумме число?
7. Как сложить многозначные числа?
8. Как проверить результат сложения?
9. Почему нуль нельзя назвать натуральным числом? (Вспомнить: какие числа называются натуральными).

Урок 7. Вычитание.

План урока.

1. Задачи, решаемые действием вычитания.
2. Определение действия вычитания.
3. Названия чисел, входящих в действие вычитания.
4. Правило выполнения вычитания.
5. Как вычесть из числа сумму и как вычесть из суммы число.
6. Особые случаи вычитания.
7. Проверка действия вычитания.
8. Приёмы устного вычитания.
9. Решение задач.

Задачи. 1. В школу должно быть доставлено 75 *куб. м* дров; привезли 68 *куб. м*. Сколько *куб. м* дров осталось довезти?

2. В V-а классе 39 человек учащихся, а в V-б классе на 3 человека меньше. Сколько человек учащихся в V-б классе?

3. В одной книге 176 страниц, а в другой — 152 страницы. На сколько страниц в первой книге больше, чем во второй?

Когда в задаче требуется найти остаток, или уменьшить одно число на другое, или узнать, на сколько одно число больше или меньше другого — задача решается действием вычитания.

Решим первую задачу и сравним действие вычитания с действием сложения.

$$75 - 68 = 7 \text{ (куб. м)}.$$

Число 75 разлагается на два числа: 68 (отнятые единицы) и 7 (оставшиеся единицы). Очевидно, что если в школу привезли 68 *куб. м*, да еще привезут 7 *куб. м*, то будет 75 *куб. м*, т. е. получится число, которое мы разложили.

Значит, 75 есть сумма, а 68 и 7 — слагаемые. При сложении слагаемые даются, а сумма отыскивается. При вычитании же, наоборот, сумма и одно слагаемое даются, а другое слагаемое отыскивается. Поэтому вычитание является действием, обратным сложению.

В тетрадях учащиеся записывают определение действия:

> Вычитанием называется действие, посредством которого находится одно из слагаемых по данной сумме и другому слагаемому.

Действие вычитания натуральных чисел не всегда возможно, например, от веревки в 4 *м* нельзя отрезать кусок в 6 *м*.

Числа, входящие в действие вычитания, имеют следующие названия, которые учащиеся должны полностью усвоить: уменьшаемое, вычитаемое и разность, или остаток.

Далее учитель повторяет с учащимися правило вычитания многозначного числа (§ 32). Чтобы избежать многословия при выполнении действия, например:

$$
\begin{array}{r}
-\begin{array}{r} 9\,273 \\ 6\,584 \end{array} \\
\hline
2\,689
\end{array}
$$

учитель рекомендует учащимся такую форму чтения: 4 вычесть из 13, получится 9; 8 вычесть из 16, получится 8; 5 вычесть из 11, получится 6; 6 вычесть из 8, получится 2.

На соответствующих примерах учитель выводит правила: как вычесть из числа сумму и как вычесть из суммы число. Запись этих правил буквами не обязательна.

Далее рассматриваются особые случаи вычитания: $7-7=0$; $7-0=7$; $0-0=0$; $0-7$ (невозможно).

Проверка действия вычитания производится сложением вычитаемого с разностью, например:

$$
\begin{array}{r}
-\begin{array}{r} 18\,074 \\ 3\,596 \end{array} \\
\hline
14\,478
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
+\begin{array}{r} 3\,596 \\ 14\,478 \end{array} \\
\hline
18\,074
\end{array}
$$

Устное вычитание. 1. Необходимо, чтобы учащиеся усвоили приём, основанный на правиле вычитания из числа суммы. Пример:

$$284-157=$$

вычитаемое представляем в виде суммы разрядных чисел:

$$284-157=284-(100+50+7)=284-100-50-7=$$
$$=184-50-7=134-7=127.$$

Вычитание в уме: $284-157=$
(284; 184; 134; 127; записывается ответ 127).

2. Дополнение вычитаемого до уменьшаемого (приём кассиров).

$$100-42=8+50=58$$
$$134-67=3+30+34=67.$$

Решение задач в классе. Повторяются меры времени. Решается задача: 18 июля 1952 года в 12 часов дня теплоход „Иосиф Сталин" отплыл из Москвы на открытие Волго-Донского судоходного канала имени В. И. Ленина. Путь теплохода до Сталинграда был рассчитан на 7 суток 6 часов. Определить срок прибытия теплохода к месту назначения.

Задача решается в три приёма:

1) Календарное число переводится в арифметическое число: от начала месяца до отплытия прошло 17 суток 12 часов.

2) Выполняется арифметическое действие:

17 сут. 12 час. + 7 сут. 6 час. = 24 сут. 18 час.

3) Полученное арифметическое число переводится в календарное число: 25 июля 18 часов.

Ответ: теплоход „Иосиф Сталин" прибыл в Сталинград 25 июля 1952 года в 18 часов.

Задание на дом. По учебнику §§ 29, 33, 35.
По задачнику №№ 76, 83, 151.

Вопросы для повторения.

1. Какие задачи решаются действием вычитания?
2. Какое действие называется вычитанием?
3. Как называются числа, входящие в действие вычитания?
4. Как читается правило вычитания многозначного числа?
5. Как вычесть из числа сумму?
6. Как вычесть из суммы число?
7. Всегда ли можно выполнить вычитание натуральных чисел?
8. Как проверяется действие вычитания?

Урок 8. Сложение и вычитание на счётах.

План урока.

1. Сложение отвлечённых чисел — три случая.
2. Вычитание отвлечённых чисел — два случая.
3. Сложение и вычитание именованных чисел, выраженных в единицах веса.

Порядок ведения урока. В распоряжении учителя имеются классные счёты и классная доска. Перед учащимися лежат тетради и настольные счёты. Учитель излагает общее правило сложения двух чисел и демонстрирует применение этого правила на классных счётах. Затем учитель записывает на доске слагаемые, учащиеся записывают их в тетрадях. Учитель обращается к классу с предложением выполнить на счётах ряд приёмов, учащиеся откладывают косточки. Учитель, обходя ряды парт, проверяет правильность набора и даёт указания об исправлении допущенных ошибок.

Когда решение примера будет закончено, учитель получает от ученика ответ (заранее известный учителю) и откладывает его на классных счётах для сверки. Спрашивает, у кого получилось иначе? Других ответов нет. Ответ записывается на доске и в тетрадях.

Сложение отвлечённых чисел.

Правило сложения на счётах: отложить первое слагаемое; набрать из оставшихся справа косточек второе слагаемое; придвинуть вновь набранные косточки к первым; прочитать полученное число, это — искомая сумма.

Первый пример — сумма цифр в одноимённых разрядах слагаемых меньше 10:

$$14\,201+2\,053+32\,424=$$

— Отложить на счётах первое слагаемое! Учащиеся откладывают 14 201.

— Набрать по разрядам из оставшихся справа косточек второе слагаемое, придвинув все косточки к первому слагаемому! В левой части счётов получилось число 16 254, которое можно не читать.

— Набрать по разрядам из оставшихся справа косточек третье слагаемое, придвинув косточки к первым двум слагаемым!

В левой части счётов получилось число 48 678, которое является искомой суммой трёх данных слагаемых. Ответ откладывается на классных счётах и записывается.

— Сбросить косточки!

Второй пример — сумма цифр в одноимённых разрядах слагаемых равна 10:

$$671 + 429 =$$

— Отложить первое слагаемое!

— Отложить сотни второго слагаемого! Все десять косточек, полученных от сложения сотен, откинуть, заменив их одной косточкой на проволоке тысяч.

— Отложить десятки второго слагаемого!

— Отложить единицы второго слагаемого!

Все десять косточек, полученных от сложения единиц, откинуть, заменив их одной косточкой на проволоке десятков. Все десять косточек на проволоке десятков откинуть, заменив их одной косточкой на проволоке сотен.

Получилась искомая сумма 1 100.

Третий пример — сумма цифр в одноименных разрядах слагаемых больше 10:

$$2\,563 + 6\,875 =$$

— Отложить первое слагаемое!

— Отложить тысячи второго слагаемого! Выполняется.

— Отложить сотни второго слагаемого! Не выполняется: нужно 8 косточек, а их в правой части осталось только 5. Тогда принимаем во внимание, что $800 = 1000 - 200$ и вместо прибавления 8 косточек на проволоке сотен прибавляем одну косточку на проволоке тысяч и откидываем (т. е. передвигаем слева направо) две косточки на проволоке сотен.

— Отложить десятки второго слагаемого! Ввиду нехватки косточек на проволоке десятков поступаем так же: $70 = 100 - 30$, поэтому откладываем одну косточку на проволоке сотен и откидываем три косточки на проволоке десятков.

— Отложить единицы второго слагаемого! Выполняется.

Получилась искомая сумма 9 438.

Вычитание отвлечённых чисел.

Правило вычитания на счётах: отложить уменьшаемое и сбросить с него (т. е. передвинуть слева направо) вычитаемое. Прочитать оставшееся число, это — искомая разность.

Первый пример — число разрядных единиц вычитаемого меньше или равно числу тех же разрядных единиц уменьшаемого:

$$5\,687 - 3\,205 =$$

— Отложить уменьшаемое! Откинуть 3 косточки на проволоке тысяч, 2 косточки на проволоке сотен и 5 косточек на проволоке единиц. На счётах остаётся число 2482, которое является искомой разностью.

Второй пример — число разрядных единиц вычитаемого больше числа тех же разрядных единиц уменьшаемого:

$$6\,029 - 785 =$$

— Отложить уменьшаемое! Далее следует откинуть 7 косточек на проволоке сотен, но их в уменьшаемом нет. Тогда откидываем одну косточку на проволоке тысяч и добавляем 3 косточки на проволоке сотен, так как вычли лишнего на $1000 - 700 = 300$. Так же поступаем при вычитании десятков: откидываем одну косточку на проволоке сотен и добавляем две косточки на проволоке десятков. Наконец, откидываем 5 косточек на проволоке единиц. На счётах осталось число 5244, которое является искомой разностью.

Сложение и вычитание именованных чисел, выраженных в единицах веса.

П р и м е р:

12 *т* 635 *кг* + 5 *т* 575 *кг* + 8 *т* 200 *кг* =

Так как тонны легко раздробить в килограммы, то вычисление можно вести в мерах одного наименования:

12 635 *кг* + 5 575 *кг* + 8 200 *кг* =

Всё вычисление сводится к рассмотренным выше приёмам, причём полученное в ответе число 26 410 *кг* нужно выразить в мерах высшего наименования, т. е. превратить в тонны, что выполняется просто: 26 *т* 410 *кг*.

Упражнения в классе. По задачнику №№ 132 (1 и 3), 134.

Упражнения на счётах дома. По задачнику №№ 131 (1 и 2), 132 (2 и 4).

При выполнении домашней работы результаты вычислений на счётах должны быть проверены учащимися на счётах же.

Урок 9. Зависимость между данными и результатами сложения и вычитания.

План урока.

1. Решение задач на сложение.
2. Формулировка зависимости между компонентами сложения.
3. Упражнения.
4. Решение прямой и обратной задач на вычитание.
5. Формулировка зависимости между компонентами вычитания.
6. Упражнения.

Задачи. 1. В библиотеку закупили 345 книг и в ней стало всего 4 250 книг. Сколько книг было в библиотеке до последней покупки?

Запись условия задачи: $x+345=4\,250$.

Решение: $x=4\,250-345=3\,905$ (книг).

2. В первый день учащиеся собрали 7 *кг* семян липы и во второй день несколько килограммов, а всего за два дня собрали 11 *кг*. Сколько килограммов семян собрано было во второй день?

Запись условий задачи: $7+x=11$.

Решение: $x=11-7=4$ (*кг*).

Чему равно одно из слагаемых, если дана сумма и другое слагаемое?

Запись в тетрадях:

Одно из двух слагаемых равно сумме без другого слагаемого.

Упражнение. По задачнику №№ 109, 120 (2 и 4) — счёт в уме; 125(б).

Решение задачи № 125(б):

1) Цифра единиц в сумме равна 0, так как $7+1+2=10$; один десяток прибавим к десяткам.

2) Цифра десятков первого слагаемого равна $8-(1+4+3)=0$.

3) Цифра сотен третьего слагаемого равна $11-(6+ +3)=2$.

Ответ: На доске была запись:

$$\begin{array}{r} 5\,607 \\ +9\,341 \\ 232 \\ \hline 15\,180 \end{array}$$

Задачи. 1. После того, как уплатили за работу 1 360 руб., в кассе осталось 890 руб. Сколько рублей было в кассе до уплаты?

Запись условия задачи: $x-1\,360=890$ (руб.).
Решение: $x=1\,360+890=2\,250$ (руб.).

Чему равно уменьшаемое, если дано вычитаемое и разность?

Запись в тетрадях:

> Уменьшаемое равно вычитаемому, сложенному с разностью.

2. Бак вмещает 50 *л* керосина. После того, как из полного бака отлили керосин, в нём осталось 16 *л*. Сколько литров керосина отлили?

Запись условия задачи: $50-x=16$ (литров).
Решение: $x=50-16=34$ (литра).

Чему равно вычитаемое, если дано уменьшаемое и разность?

Запись в тетрадях:

> Вычитаемое равно уменьшаемому, из которого вычли разность.

Упражнения. По задачнику №№ 111, 121 (3 и 4) — счёт в уме; 126(в).

Решение задачи № 126(в):

1) Цифра единиц уменьшаемого 0, т. к. $6+4=10$.
2) Цифра десятков вычитаемого 7, т. к. $12-5=7$.
3) Цифра сотен разности равна 0, т. к. $5-5=0$.
4) Цифра тысяч уменьшаемого равна 3, т. к. $2+1=3$.

Ответ: На доске была запись:

$$\begin{array}{r} -\begin{array}{r} 3\,630 \\ 2\,576 \end{array} \\ \hline 1\,054 \end{array}$$

Задание на дом. По задачнику №№ 117, 118, 120, (1 и 3), 121 (3 и 4), 128 и 129.

Вопросы для повторения.

1. Как найти одно из слагаемых, если известна сумма и другое слагаемое?
2. Как найти уменьшаемое, если известно вычитаемое и разность?
3. Как найти вычитаемое, если известно уменьшаемое и разность?

Урок 10. Изменение результатов сложения и вычитания при изменении данных.

План урока.

1. Изменение суммы с изменением слагаемых.
2. Изменение разности с изменением уменьшаемого и вычитаемого.
3. Округление чисел при устном сложении и вычитании.
4. Решение типовой задачи.

Учащимся предлагается задача:

На пришкольном участке посажены 32 куста малины и 24 куста вишни. Сколько всего кустов посажено?

$$32+24=56 \text{ (кустов).}$$

В этом году решили подсадить ещё 8 кустов малины. Сколько будет всего кустов?

$$(32+8)+24=40+24=64 \text{ (куста).}$$

Мы увеличили одно слагаемое на 8 единиц, как изменилась сумма?

Сумма увеличилась на столько же единиц.

Таким же образом выясняется изменение суммы при следующих изменениях слагаемых:

Сколько будет всего кустов, если подсадить не малину, а 6 кустов вишни?

$$32+(24+6)=32+30=62 \text{ (куста).}$$

Сколько будет всего кустов, если подсадить 8 кустов малины и 6 кустов вишни?

$$(32+8)+(24+6)=40+30=70 \text{ (кустов).}$$

Сколько будет всего кустов, если вырубить 4 подсохших куста малины?

$$(32-4)+24=28+24=52 \text{ (куста).}$$

Сколько будет всего кустов, если подсадить 6 кустов малины и вырубить 6 подсохших кустов вишни?

$$(32+6)+(24-6)=56 \text{ (кустов).}$$

После этого разбора делается вывод об изменении суммы при изменении слагаемых (§ 27).

Упражнения. Как изменится сумма или какое-нибудь из слагаемых, если число увеличивается (+) или уменьшается (—) на несколько единиц (решить 1—2 примера):

Первое слагаемое	Второе слагаемое	Сумма
+ 60	+ 40	?
+ 30	— 20	?
— 15	— 5	?
+ 4	?	+ 10
?	— 12	+ 3
+ 10	?	— 10

Аналогично разбирается следующая задача: Месячная ставка рабочего 800 рублей. Он решил расходовать из этих денег 675 рублей, а остальные сдавать на хранение в сберегательную кассу. Сколько рублей рабочий будет вносить ежемесячно в сберегательную кассу?

$$800 - 675 = 125 \text{ (рублей).}$$

Рассмотреть изменение размера вклада при увеличении или уменьшении заработка; при увеличении или уменьшении месячного расхода; при одновременном увеличении или уменьшении заработка и расхода.

После разбора задачи делается вывод об изменении разности при изменении уменьшаемого и вычитаемого (§ 38).

Упражнения. Как изменится разность, уменьшаемое или вычитаемое при следующих условиях (решить 1—2 примера):

Уменьшаемое	Вычитаемое	Разность
+ 50	+ 20	?
— 40	+ 10	?
+ 20	— 10	?
?	— 25	— 15
+ 40	?	+ 10
— 10	?	— 5

Учащимся сообщается ещё один приём устного сложения и вычитания — округление данных.

$$165 + 999 = 165 + 1000 - 1 = 1165 - 1 = 1164;$$
$$590 - 199 = 590 - 200 + 1 = 390 + 1 = 391;$$
$$98 + 97 + 99 + 101 + 102 = 5.100 - 2 - 3 - 1 + 1 + + 2 = 500 - 3 = 497$$

Решение типовой задачи на нахождение двух чисел по их сумме и разности.

Ученики школы Ваня и Петя заработали в колхозе 120 трудодней, причём Ваня заработал на 20 трудодней больше, чем Петя. Сколько трудодней заработал каждый?

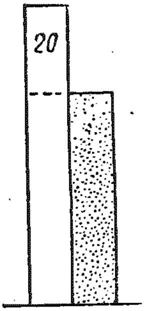
Разбор условий задачи.

Сколько трудодней заработали оба ученика?

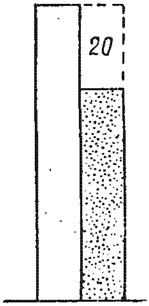
На сколько трудодней Ваня заработал больше, чем Петя?

Изобразим число трудодней, заработанных каждым учеником, в виде столбиков. Будут ли столбики одинаковой высоты (черт. 5)?

Первое слагаемые изображено бо́льшим столбиком, второе слагаемое — меньшим столбиком.



Черт. 5.



Черт. 6.

Если выравнять оба слагаемые по меньшему, т. е. отнять от первого слагаемого 20 трудодней (черт. 5), то и от суммы придётся отнять 20 трудодней.

Тогда меньшее слагаемое найдём действием деления уменьшенной суммы на 2, а бо́льшее слагаемое найдём, прибавив к меньшему 20 трудодней.

Решение.

1) Сколько трудодней составляют две меньшие части?

$$120 - 20 = 100 \text{ (трудодней).}$$

2) Сколько трудодней приходится на одну меньшую часть?

$$100 : 2 = 50 \text{ (трудодней).}$$

3) Сколько трудодней приходится на бо́льшую часть?

$$50 + 20 = 70 \text{ (трудодней).}$$

Проверка. $70 + 50 = 120$ (трудодней).

$$70 - 50 = 20 \text{ (трудодней).}$$

Ответ. 70 и 50 трудодней.

Другое решение.

Если выравнять оба слагаемые по бо́льшему, т. е. прибавить к меньшему слагаемому 20 трудодней (черт. 6), то и к сумме придётся прибавить 20 трудодней.

Тогда бо́льшее слагаемое найдём делением увеличенной суммы на 2, а меньшее слагаемое найдём, отняв от бо́льшего числа 20 трудодней.

1) Сколько трудодней составляют две бо́льшие части?

$$120+20=140 \text{ (трудодней).}$$

2) Сколько трудодней приходится на одну бо́льшую часть?

$$140:2=70 \text{ (трудодней).}$$

3) Сколько трудодней приходится на меньшую часть?

$$70-20=50 \text{ (трудодней).}$$

Проверка. $70+50=120$ (трудодней).

$$70-50=20 \text{ (трудодней).}$$

Ответ. 70 и 50 трудодней.

Задание на дом. По учебнику §§ 27 и 38.
По задачнику №№ 402, 407, 408.

Вопросы для повторения.

1. Как изменится сумма, если одно из слагаемых увеличить на несколько единиц?
2. Как изменится сумма, если одно из слагаемых уменьшить на несколько единиц?
3. Какой будет сумма, если одно слагаемое увеличить на несколько единиц, а другое слагаемое уменьшить на столько же единиц?
4. Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить на несколько единиц? уменьшить на несколько единиц?
5. Как изменится разность, если вычитаемое увеличить на несколько единиц? уменьшить на несколько единиц?
6. Какой будет разность, если уменьшаемое и вычитаемое увеличить на одно и то же число единиц? уменьшить на одно и то же число единиц?

***Урок 11.* Умножение** (1 час).

План урока.

1. Определение умножения.
2. Задачи, решаемые действием умножения.
3. Названия чисел, входящих в действие умножения.
4. Переместительный закон умножения.
5. Особые случаи умножения.
6. Правило умножения на многозначное число.
7. Проверка действия умножения.
8. Составление таблицы умножения двузначных чисел.

Задачи. 1. Куплено 6 линеек по 85 копеек каждая. Сколько заплатили за все линейки?

За одну линейку заплатили 85 коп., да за другую 85 коп., да за третью 85 коп. ... всего:

$85+85+85+85+85+85=510$ (510 коп. = 5 р. 10 к).

Учитель разъясняет, что когда одно и то же натуральное число берётся слагаемым несколько раз, то говорят, что это число умножается. Отсюда следует определение действия умножения натуральных чисел, приведенное в учебнике: умножением называется сложение одинаковых слагаемых. Это определение должно быть хорошо понято учащимися.

Далее учитель добавляет, что при умножении делается более короткая запись действия, хорошо известная учащимся: $85 \cdot 6=510$ (510 коп. = 5 р. 10 к.).

2. В одном поле 165 *га*, а в другом — в три раза больше. Сколько гектаров во втором поле?

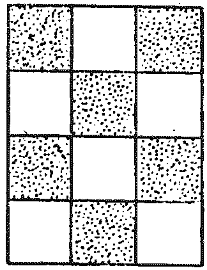
$$165 \cdot 3=495 \text{ (гектаров)}.$$

Из рассмотрения этих двух задач делается вывод, что действием умножения решаются такие задачи, когда требуется одно число повторить слагаемым несколько раз и когда нужно найти число, в несколько раз большее данного.

Выясняется, что действие умножения натуральных чисел всегда выполнимо, потому что умножение есть сложение одинаковых чисел, а относительно сложения было уже сказано, что оно всегда выполняется.

Числа, входящие в действие умножения, носят следующие названия: множимое, множитель и произведение. Первые два числа называются еще сомножителями. Сомножителей может быть несколько, например: $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4 = 120$.

Далее, на доске вывешивается прямоугольник, разделенный на квадраты (черт. 7). Сколько всего квадратов? — 12. Как определили число квадратов? Одни учащиеся обратят внимание на число рядов и помножат $3 \cdot 4 = 12$; другие обратят внимание на число столбиков и найдут произведение $4 \cdot 3 = 12$. Без затруднений выводится *переместительный закон* умножения (§ 45), который записывается на доске буквами:



Черт. 7.

ав = *ва*.

Закон справедлив для любого числа сомножителей. Переместительный закон умножения используется для упрощения вычислений. Например, требуется умножить 34 на 278; пользуясь законом, мы переставляем сомножители $278 \cdot 34$, что значительно облегчает выполнение действия. Другой пример: $25 \cdot 19 \cdot 4 = 25 \cdot 4 \cdot 19$.

Затем рассматриваются особые случаи умножения: $1 \cdot 5 = 5$; $5 \cdot 1 = 5$; $0 \cdot 5 = 0$; $5 \cdot 0 = 0$; $3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 0 = 0$; $0 \cdot 0 = 0$.

Далее проверяются навыки учащихся в умножении на многозначное число. Особое внимание должно быть обращено на правильное расположение сомножителей, частных произведений и произведения. Рекомендуется при выполнении действий называть разрядные числа („множим на единицы“, „множим на десятки“ и т. д.).

Порядок решения примеров можно взять следующий.

1) Множимое и множитель не имеют нулей: $419 \cdot 325 =$

2) Множимое имеет нули в середине числа: $15\,007 \cdot 23 =$

3) Множитель имеет нули в середине числа: $4\,517 \cdot 308 =$

4) В конце множимого имеются нули:

$$\begin{array}{r} 35100 \\ \cdot 18 \\ \hline 2808 \\ 351 \\ \hline 631800 \end{array}$$

5) В конце множителя имеются нули:

$$
\begin{array}{r}
215 \\
\cdot 1700 \\
\hline
1505 \\
215 \\
\hline
365500
\end{array}
$$

6) Множимое и множитель оканчиваются нулями:

$$
\begin{array}{r}
3400 \\
\cdot 160 \\
\hline
204 \\
34 \\
\hline
544000
\end{array}
$$

Проверка действия умножения производится умножением же при другом расположении сомножителей. (Ещё одно применение переместительного закона).

Упражнение. Предлагается составить таблицу умножения двузначных чисел до 20, которая может служить учащимся справочником. Слева и сверху пишут сомножители, в клетках — произведения.

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11	121									
12	132									
13	143									
14	154									
15	165									
16	176									
17	187									
18	198									
19	209									
20	220									

Пользуясь случаем, учитель обращает внимание учащихся на то, что умножение двузначного числа на 11 производится очень быстро· нужно цифры множимого сложить и сумму поставить между этими цифрами, например $25 \cdot 11 = 275$ $(2+5=7)$. Объяснить этот приём очень просто, если действие записать обычным способом: цифра 7 означает

$$\begin{array}{r} 25 \\ \cdot\ 11 \\ \hline 25 \\ 25 \\ \hline 275 \end{array}$$

десятки в произведении. Если число десятков выразится двузначным числом, то десять десятков, т. е. сотня прибавляется к сотням, например: $19 \cdot 11 = 209$ $(1+9=10)$. Таким образом, первый столбик таблицы напишем сразу, остальные столбики учащиеся заполнят дома в течение 9 дней. Таблица по мере её составления проверяется.

Задание на дом. По учебнику §§ 42, 45, 56.
По задачнику №№ 168 (3, 7, 10), 406, 409.

Вопросы для повторения.

1. Какое действие называется умножением?
2. Какие задачи решаются действием умножения?
3. Как называются числа, входящие в действие умножения?
4. Как читается переместительный закон умножения?
5. Когда применяется переместительный закон умножения?
6. Как проверяется действие умножения?

Урок 12. **Умножение** (2-й час).

План урока.

1. Сочетательный закон умножения.
2. Распределительный закон умножения.
3. Упрощённые приёмы умножения.
4. Приёмы устного умножения.
5. Решение задач.

Задача. Шагающий экскаватор за день вынимает и переносит до 5 000 *куб. м* земли. Сколько земли вынет он за 2 месяца, считая 25 рабочих дней в месяце?

Как решить эту задачу?

Учащиеся предложат определить сначала, сколько куб. метров земли вынет машина за один месяц: $5\,000 \cdot 25$ (*куб. м*), и затем — сколько за 2 месяца.

$$(5\,000 \cdot 25) \cdot 2 \text{ (куб. м).}$$

Другие же учащиеся предложат сначала определить число рабочих дней за два месяца: $25 \cdot 2$ (дн.), а затем — решить вопрос задачи:

$$5\,000 \cdot (25 \cdot 2) \text{ (куб. м).}$$

Таким образом, сомножители можно соединять в различные группы и произведение при этом не меняется. Это свойство произведения справедливо во всех случаях и называется *сочетательным законом* умножения (§ 57). Закон можно записать на доске буквами:

$$авс = (ав)\, с = а\, (вс).$$

Решается вопрос как умножить: а) число на произведение и б) произведение на число (§ 58).

Сочетательный закон умножения используется для упрощения вычисления: $348 \cdot 25 \cdot 4 = 348 \cdot (25 \cdot 4) = 348 \cdot 100 = 34800$.

Задача. В коробке имеется набор цветных карандашей: 3 красных, 2 зелёных и 1 синий. Сколько всего карандашей в 5 коробках?

Задача может быть решена двумя способами.

1) $(3 + 2 + 1) \cdot 5 = 6 \cdot 5 = 30$ (карандашей).
2) $3 \cdot 5 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 5 = 15 + 10 + 5 = 30$ (карандашей).

Из рассмотрения обоих способов решения задачи формулируем правило умножения суммы на какое-нибудь число (§ 59). Это свойство произведения является общим для всех случаев и называется *распределительным законом* умножения; он записывается на доске буквами:

$$(а + в + с)\, d = аd + вd + cd.$$

Распределительный закон умножения применяется при вычислениях, например: $532 \cdot 6 = (500 + 30 + 2) \cdot 6 = 3000 + 180 + 12 = 3\,192$.

Умножение на числа, близкие к 10 и 100. Примеры:

$$368 \cdot 9 = 368 \cdot (10 - 1) = 3\,680 - 368 = 3\,312;$$
$$534 \cdot 11 = 534 \cdot (10 + 1) = 5\,340 + 534 = 5\,874;$$
$$57 \cdot 99 = 57 \cdot (100 - 1) = 5\,700 - 57 = 5\,643;$$
$$48 \cdot 101 = 48 \cdot (100 + 1) = 4\,800 + 48 = 4\,848.$$

Из приёмов устного умножения учащиеся должны усвоить следующие:

1) Разложение множимого на разрядные числа.

$$65 \cdot 6 = (60 + 5) \cdot 6 = 60 \cdot 6 + 5 \cdot 6 = 360 + 30 = 390.$$

2) Умножение на 5. Так как $5 = 10 : 2$, то, чтобы умножить данное число на 5, надо умножить его на 10 и полученное произведение разделить на 2.

Пример:

$$49 \cdot 5 = 490 : 2 = 245.$$

3) Умножение на 50. Так как $50 = 100 : 2$, то, чтобы умножить данное число на 50, надо умножить его на 100 и полученное произведение разделить на 2.

Пример:

$$73 \cdot 50 = 7\,300 : 2 = 3\,650.$$

4) Умножение на 25. Так как $25 = 100 : 4$, то, чтобы умножить данное число на 25, нужно умножить его на 100 и полученное произведение разделить на 4.

Пример:

$$29 \cdot 25 = 2\,900 : 4 = 725.$$

5) Умножение на 15.

Пример:

$$48 \cdot 15 = 48 \cdot (10 + 5) = 480 + 240 = 720.$$

Решение задач в классе. По задачнику №№ 190, 192, 199 (9, 10).

Задание на дом. По учебнику §§ 57, 58, 59.
По задачнику №№ 202, 203.

Вопросы для повторения.

1. Как читается сочетательный закон умножения?
2. В каких случаях применяется сочетательный закон умножения?
3. Как читается распределительный закон умножения?
4. В каких случаях применяется распределительный закон умножения?

Урок 13. Квадрат и прямоугольник.

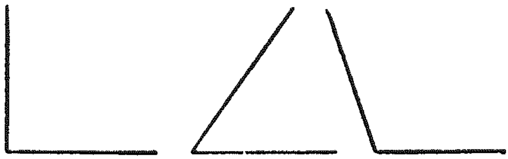
План урока.

1. Прямой угол.
2. Квадрат и его свойства.
3. Прямоугольник и его свойства.
4. Черчение квадрата и прямоугольника.
5. Измерение сторон.
6. Понятие о периметре.
7. Решение задач.

Учебное оборудование: лист бумаги, настольные вешки, настольный эккер, шахматная доска, квадратный дециметр, несколько плоских моделей прямоугольника, угольник, линейки у всех учащихся.

Если лист бумаги сложить вдвое, то в сгибе получается прямая линия, если лист аккуратно сложить вчетверо — получаются две прямые, которые образуют 4 прямых угла. Прямые углы встречаются очень часто — показать на предметах классной обстановки. Прямой угол на классной доске и в тетради чертят при помощи угольника: проводят отрезок прямой, к нему приставляют угольник одной из сторон, составляющих прямой угол, по другой стороне проводится другой отрезок (демонстрируется на классной доске). Если угольника нет, то прямой угол можно начертить по клеточкам; если тетрадь не „в клеточку", то перегибанием листа бумаги можно получить прямой угол, приложить его к тетради и обвести карандашом, а затем выполнить чертёж чернилами. Если угол меньше прямого, то он называется острым, угол больше прямого называется тупым.

Упражнение. Начертить углы — прямой, острый и тупой (черт. 8).



Углы: прямой острый тупой

Черт. 8.

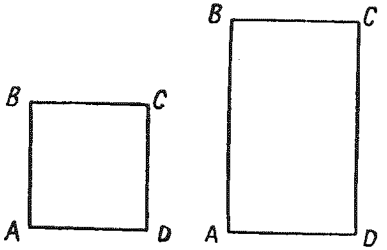
На местности прямой угол намечается при помощи эккера. Даётся объяснение устройства эккера. Затем при помощи настольного эккера и настольных вешек объясняется приём построения прямого угла на местности. Рассказ о провешивании прямой линии и о построении прямого угла на местности является подготовкой учащихся к первому выходу в поле.

Учитель показывает учащимся шахматную доску (которую можно изготовить из плотной бумаги) и спрашивает: какую форму имеет доска? Учащиеся называют квадрат. Рассматривается ещё квадратный дециметр. По вопросам перечисляются свойства квадрата: четыре вершины, четыре угла — все прямые, четыре стороны — все равны между собою. Противоположные стороны параллельны. Две стороны, выходящие из одной вершины, называются измерениями квадрата. У квадрата оба измерения одинаковы.

Далее рассматриваются модели прямоугольников, вырезанные из бумаги. Учащиеся сами дают название этой фигуре и по предложению учителя указывают прямоугольники, которые они видят вокруг себя. По вопросам перечисляются свойства прямоугольника: четыре вершины, четыре угла — все прямые, четыре стороны — попарно равны между собою. Противоположные стороны — параллельны. Прямоугольник тоже имеет два измерения, бо́льшее называется длиной, меньшее — шириной. Чем прямоугольник похож на квадрат? Чем он отличается от квадрата?

Затем учитель объясняет и показывает на доске, как начертить квадрат и прямоугольник и как их обозначить. Объясняет, как строится прямоугольник на местности.

Упражнение. Учащиеся вычерчивают в тетрадях квадрат и прямоугольник (черт. 9). Учащимся предлагается измерить в *мм* стороны квадрата и прямоугольника и записать на чертеже.



Черт. 9.

Даётся понятие о периметре квадрата и прямоугольника, делается запись в тетрадях:

Периметр квадрата: $a+a+a+a=4a$.

Периметр прямоугольника:

$$a+в+a+в=2a+2в,$$
$$\text{или } (a+в)+(a+в)=2(a+в).$$

Решение задач в классе.

1. Найти периметры квадрата и прямоугольника, начерченных в тетрадях.

2. Найти периметр прямоугольника, если ширина и длина его вместе составляют 25 *см*, причём длина на 5 *см* больше ширины.

3. Периметр пола комнаты равен 24 *м*, причём длина пола на 2 *м* больше ширины. Узнать длину и ширину комнаты.

Задание на дом. Измерить длину и ширину своей комнаты, узнать периметр пола.

Вопросы для повторения.

1. Какие углы и стороны имеет квадрат?
2. Какие углы и стороны имеет прямоугольник?
3. Сколько измерений имеет квадрат?
4. Сколько измерений имеет прямоугольник?
5. Чем может отличаться один квадрат от другого?
6. Чем может отличаться один прямоугольник от другого?
7. Можно ли квадрат назвать прямоугольником?
8. Можно ли прямоугольник назвать квадратом?

9. Что называется периметром квадрата? прямоугольника?

10. Как можно назвать число, которое получится, если сложить длину и ширину прямоугольника?

***Урок 14*. Деление** (1-й час).

План урока.

1. Задачи, решаемые действием деления.
2. Определение действия деления.
3. Особые случаи деления.
4. Определение числа цифр в частном.
5. Правила деления натуральных чисел.
6. Решение примеров и задач.

Задача 1. Самолёт пролетает в час 180 *км*, а поезд проходит 60 *км* в час. Во сколько раз скорость самолёта больше скорости поезда?

Запись условия задачи: $60 \cdot x = 180$.
Решение: $x = 180 : 60 = 3$.

2. 600 тетрадей нужно распределить поровну между 5 классами. Сколько тетрадей получит каждый класс?

Запись условия: $x \cdot 5 = 600$.
Решение: $x = 600 : 5 = 120$.

3. Автомашина идёт со скоростью 36 *км* в час, но при спуске с горы она уменьшает скорость в 4 раза. С какой скоростью идёт машина под уклон?

Запись условия: $x \cdot 4 = 36$.
Решение: $x = 36 : 4 = 9$.

Из рассмотрения приведённых задач заключаем, что если требуется знать, сколько раз бо́льшее число содержит в себе меньшее, или когда нужно данное число разложить на несколько равных частей, или когда надо уменьшить данное число в несколько раз, то задача решается действием деления.

Из записи условий задач видно, что деление есть действие, обратное умножению. Приводится определение действия деления, данное в учебнике (§ 61).

Повторяются названия компонентов: делимое, делитель, частное.

Обращается внимание на то, что деление натуральных чисел не всегда выполнимо. Делается обобщение: оба прямые действия—сложение и умножение — всегда выполнимы, оба обратные действия — вычитание и деление — не всегда выполнимы или ограниченно выполнимы.

Рассматриваются особые случаи деления: $3:1=3$; $0:3=0$; $3:0$ — деление невозможно (объяснение даётся в § 63).

Перед повторением правил деления натуральных чисел учащимся напоминается, что число цифр в частном следует определять до выполнения действия. Даётся пример: $62\,904:26=$; Какие разряды будем делить на 26? Шесть десятков тысяч на 26 не делятся. 62 тысячи на 26 делятся, значит, высшим разрядом частного будут тысячи, т. е. частное должно быть четырёхзначным числом. Определение числа цифр в частном необходимо для предупреждения пропуска нуля.

Правила деления натуральных чисел рассматриваются в таком порядке:

1) деление однозначных чисел;

2) деление двузначных чисел на однозначное при однозначном и двузначном частном;

3) деление многозначного числа на однозначное;

4) деление многозначного числа на многозначное при однозначном частном;

5) деление многозначных чисел;

6) деление многозначных чисел, когда в записи частного получаются нули в середине.

Решение примеров и задач в классе. По задачнику №№ 225 (3, 5), 226 (3), 233 (3, 4), 246 (7, 8), 257.

Упражнения.

1. В магазине имеется расценка одного товара. Составить расценку двух других товаров.

1 *кг*	46 р. 80 к.
500 *г*	23 р. 40 к.
250 *г*	11 р. 70 к.
100 *г*	4 р. 68 к.

1 *кг*	32 р. 20 к.
500 *г*	
250 *г*	
100 *г*	

1 *кг*	15 р. 40 к.
500 *г*	
250 *г*	
100 *г*	

2. В главном корпусе Московского государственного университета насчитывается почти двадцать тысяч помещений. Сколько времени потребуется на то, чтобы ежедневно в течение 8 часов обходить комнаты и быть в каждой из них только 1 минуту?

(*Ответ.* 42 дня, не считая времени на переходы).

Задание на дом. По учебнику §§ 61, 63, 67.
По задачнику №№ 225 (1, 2), 226 (1), 233 (2), 270.

Вопросы для повторения.

1. Какое действие называется делением?
2. Какие задачи решаются действием деления?
3. Как называются числа, входящие в действие деления?
4. Как определить число цифр в частном до выполнения деления?
5. Какие из четырёх действий с натуральными числами всегда выполнимы и какие ограниченно выполнимы?

***Урок 15.* Деление** (2-й час).

План урока.

1. Деление с остатком.
2. Проверка действия деления.
3. Решение типовой задачи.
4. Упражнения.

На данном уроке рассматриваются случаи деления с остатком, вводится понятие *неполного частного** (§ 64). Примеры на деление с остатком рассматриваются в такой последовательности.

1) деление чисел с нулями на конце, например, $200:3=$;

2) деление многозначных чисел на 10, 100, 1 000..., например, $3\,486:100=$;

3) деление многозначных чисел на круглые десятки, например, $1\,486:30=$;

---

* Неполное частное можно также называть *приближённым* частным.

4) общий случай деления с остатком, например, $35\,489:845=$.

Обращается внимание учащихся на тот случай, когда делимое и делитель оканчиваются нулями, например, $143\,000:400$. При делении 1 430 на 4 в остатке получается 2. К этому остатку сносятся нули, зачёркнутые в делителе.

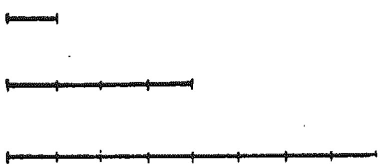
Проверка действия деления производится умножением делителя на частное с прибавлением остатка, если он имеется (§ 75).

Далее решается задача на нахождение чисел по их сумме и кратному отношению.

Задача. Турист проехал 1 560 *км*, причём на пароходе он проехал в 4 раза больше, чем прошёл пешком, а по железной дороге в 2 раза больше, чем на пароходе. Сколько километров проехал турист отдельно на пароходе и по железной дороге и сколько прошёл пешком?

Разбор задачи.

Самое меньшее расстояние примем за условную единицу или за 1 часть пути и изобразим его на чертеже отрезком прямой. Это — расстояние, которое турист прошёл пешком (черт. 10).



Путь пешком;

„ на пароходе;

„ по железной дороге.

Черт. 10.

Расстояние, которое турист проехал на пароходе, будет содержать 4 таких части (1 ч.$\cdot 4=4$ ч.), расстояние же, которое турист проехал по железной дороге, будет содержать 8 частей (4 ч.$\cdot 2=8$ ч.). Для того, чтобы ответить на вопрос задачи, нужно знать, сколько частей содержится во всём пути туриста и сколько километров приходится на одну часть.

Решение.

1. Сколько частей содержит весь путь туриста?

$$1+4+8=13 \text{ (частей)}.$$

2. Сколько километров приходится на одну часть или сколько километров прошёл турист пешком?

$$1\,560:13=120 \text{ (километров)}.$$

3. Сколько километров проехал турист на пароходе?

$$120\cdot 4=480 \text{ (километров)}.$$

4. Сколько километров проехал турист по железной дороге?

$$120\cdot 8=960 \text{ (километров)}.$$

Проверка. $120+480+960=1\,560$;
$480:120=4$;
$960:480=2$.

Ответ. Турист прошёл пешком 120 *км*, проехал на пароходе 480 *км*, по железной дороге 960 *км*.

Решение задач в классе. №№ 416, 418, 420, 422, 424.

Задание на дом. По учебнику §§ 64, 75.
По задачнику №№ 415, 419, 421, 423.

Вопросы для повторения.

1. Как называется частное, когда деление выполняется с остатком?
2. Как проверяется действие деления?

Урок 16. **Деление** (3-й час).

План урока.

1. Деление числа на произведение.
2. Деление суммы и разности на число.
3. Приёмы устного деления.
4. Решение задач.

Выводится правило деления числа на произведение так, как оно выведено в учебнике (§ 76).

Затем, на достаточном числе примеров учащиеся должны усвоить правила деления суммы и разности на число (§ 79). Примеры:

$$(21+14+35):7=21:7+14:7+35:7=$$
$$=3+2+5=10.$$

Иногда скобки и знак деления заменяются чертой:

$$\frac{30+42+12}{6}=30:6+42:6+12:6=5+7+2=14.$$
$$(60-20):5=60:5-20:5=12-4=8.$$
$$\frac{72-16}{8}=72:8-16:8=9-2=7.$$

Сообщаются приёмы устного деления чисел, основанные на изученных свойствах деления.

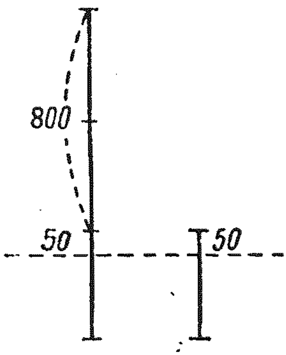
1. Последовательное деление.

$$480:32=(480:8):4=60:4=15.$$

2. Разложение делимого на слагаемые.

$$954:18=(900+54):18=50+3=53.$$

При решении задач на данном уроке ставится цель: показать учащимся, что условное изображение чисел в виде отрезков прямых или столбиков значительно облегчает решение.



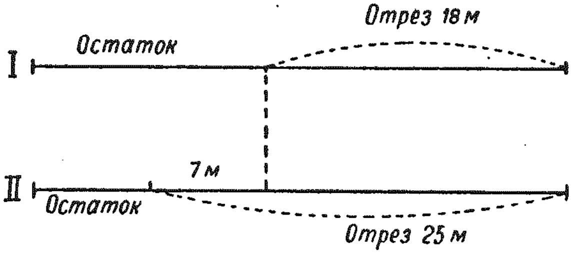
Черт. 11.

Задача № 436. Количество муки на первом складе изображено тремя условными единицами, на втором складе — одной единицей (черт. 11). Из первого склада вывезли 850 *кг*, из второго — 50 *кг*. Количество вывезенной со складов муки изображено отрезками, расположенными выше пунктирной линии. По чертежу видно, что две условные единицы составляют 800 *кг* или одна условная единица составляет 400 *кг*. Таким образом, на первом складе было 1200 *кг*, на втором 400 *кг*.

Проверка. $1\,200:400=3;$
$1\,200-850=350;$
$400-50=350.$

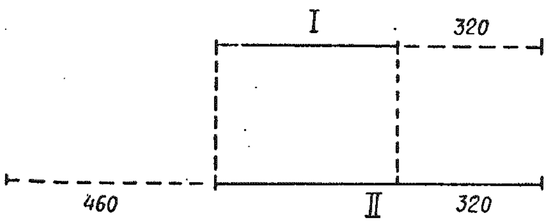
Ответ. 1 200 *кг* и 400 *кг*.

Задача № 446. Во втором куске ткани осталось вдвое меньше, потому что от него отрезали на 7 *м* больше (черт. 12). Значит 7 *м* составляют половину первого остатка, который таким образом равен 14 *м*, а весь кусок до продажи содержал $14+18=32$ (метра). Так же и второй кусок: $7+25=32$ (*м*).



Черт. 12.

Задача № 449. Если первое число, изображённое отрезком I, принять за условную единицу, то сумма $320+460=780$ составляет две условные единицы (черт. 13). Значит, первое число равно $780:2=390$. Второе же искомое число равно $390+320=710$.



Черт. 13.

Проверка. $710+460=1\,170;$
$1\,170:390=3.$

Ответ. Искомые числа 390 и 710.

Задание на дом. По учебнику §§ 76 и 79.
По задачнику №№ 439, 447.

Вопросы для повторения.

1. Как разделить число на произведение?
2. Как разделить произведение на число?
3. Как разделить сумму на число?
4. Как разделить разность на число?

***Урок 17.* Зависимость между данными и результатами умножения и деления.**

План урока.

1. Зависимость между данными и результатом умножения.
2. Зависимость между данными и результатом деления.
3. Умножение и деление именованных чисел.
4. Решение задач.

Задача. За 4 общих тетради уплачено 3 руб. 20 коп. Сколько стоит общая тетрадь?

Умножив неизвестную стоимость тетради на 4 получим стоимость всех тетрадей. Это условие задачи можно записать так:

$$x \cdot 4 = 320 \text{ (коп.)}.$$

В данной задаче множимое неизвестно. Его можно найти, разделив произведение на множитель. Зависимость между числами, входящими в действие умножения, можно выразить так: один из двух сомножителей равен произведению, делённому на другой сомножитель:

$$x = 320 : 4 = 80 \text{ (коп.)}.$$

Упражнения. Задача № 292 (1, 2, 3).

Задача. Частное от деления двух чисел равно 63, делитель 11, найти делимое.

Условие задачи: $x : 11 = 63$.

Когда разделили неизвестное число на 11, то получили 63, значит, чтобы найти делимое, нужно 11 умножить на 63:

$$x = 11 \cdot 63 = 693.$$

Делимое равно делителю, умножаемому на частное.

Аналогично выводится и другое соотношение: делитель равен делимому, делённому на частное.

Задача. В класс принесли 195 тетрадей. Каждый ученик получил по 5 тетрадей. Сколько учеников в классе?

Условие задачи можно записать так:

$$195 : x = 5.$$

Когда 195 разделили на неизвестное число, то получили 5. Это можно свести к известной уже задаче $5 \cdot x = 195$, для решения которой надо выполнить деление:

$$x = 195 : 5 = 39 \text{ (учеников).}$$

Отсюда следует: Делитель равен делимому, делённому на частное.

Упражнения. Задача № 309 (1, 5, 6).

Задача № 305. Делитель равен 53, частное 29, остаток 25. Найти делимое.

Уже известно, что делимое равно делителю, умноженному на частное, т. е для решения задачи надо выполнить умножение $53 \cdot 29$; но есть еще 25 в остатке. Поэтому делимое было больше произведения $53 \cdot 29$ на 25, что можно записать так:

$$x = 53 \cdot 29 + 25;$$

следовательно, делимое равно произведению делителя на частное, плюс остаток; (иначе: чтобы найти делимое надо делитель умножить на частное и к полученному произведению прибавить остаток).

Задача № 307. Делимое равно 1869, частное 24, остаток 69. Найти делитель.

Чтобы деление выполнилось без остатка, надо делимое уменьшить на 69, т. е. записать $(1869 - 69) : x = 24$, откуда по ранее выведенному правилу $x = (1869 - 69) : 24 = 1800 : 24 = 75$.

Следовательно, делитель равен делимому без остатка, делённому на частное; (иначе: чтобы найти неизвестный делитель надо от делимого отнять остаток и полученную разность разделить на частное).

Далее учащимся сообщается способ определения числа цифр в частном, основанный на зависимости между компонентами действия деления. Пример: 23 417 : 46. Если делитель умножить на 10, получится 460 — число меньшее делимого, если умножить на 100, получится 4 600 — число меньшее делимого, если умножить на 1 000, получится 46 000 — число большее делимого. Значит, частное должно заключаться между 100 и 1 000, но в этих пределах все числа — трёхзначные. Следовательно, искомое частное должно быть трёхзначным числом:

$$\begin{array}{r|l} 23417 & 46 \\ \cline{2-2} \underline{230} & 509 \\ 417 & \\ \underline{414} & \\ 3 & \end{array}$$

Таким образом, чтобы определить число цифр в частном, нужно к делителю мысленно приписывать нули до тех пор, пока не получится число, большее делимого. Тогда число приписанных нулей покажет, сколько будет цифр в частном.

Повторяется умножение и деление именованных чисел.

Упражнения. Умножить:

1) 5 *т* 35 *кг* на 6; 2) 25 *м* 45 *см* на 20.

Разделить: 1) 270 *т* 675 *кг* на 45;
2) 59 час. 34 мин. 40 сек. на 14; 3) 1305 руб. 25 коп. на 23.
Найти частное от деления: 1) 9 *т* 168 *кг* на 3 *ц* 82 *кг*; 2) 110 *м* 88 *см* на 2 *м* 6 *дм* 4 *см*; 3) 4568 руб. 22 коп. на 37 руб. 14 коп.

Задание на дом. По задачнику №№ 292 (4, 5, 6), 309 (2, 3, 4), 304, 308.

Вопросы для повторения.

1. Чему равен один из двух сомножителей, если известны произведение и другой сомножитель?
2. Чему равно делимое, если известны делитель и частное?
3. Чему равен делитель, если известны делимое и частное?
4. Чему равно делимое, если известны делитель, частное и остаток?

5. Чему равен делитель, если известны делимое, частное и остаток?

(Если вопросы затруднительны для учащихся, то слова „чему равен" и „чему равно" заменить словами „как найти").

***Урок 18.* Изменение результатов умножения и деления от изменения данных.**

План урока.

1. Изменение произведения от увеличения или уменьшения множителя в несколько раз.
2. Изменение произведения от увеличения или уменьшения множимого в несколько раз.
3. Изменение произведения от изменения обоих сомножителей.
4. Изменение частного от изменения делимого.
5. Изменение частного от изменения делителя.
6. Изменение частного от изменения делимого и делителя.

Задача. Моторная лодка движется со скоростью 16 *км* в час. Сколько километров пройдёт она за 4 часа?

$$16 \cdot 4 = 64\ (\text{км}).$$

Все величины, которые упоминаются в задаче: скорость, время и пройденное расстояние могут изменяться. Допустим, что скорость движения лодки будет одна и та же. Какое расстояние пройдёт лодка за 8 часов?

$$16 \cdot 8 = 128\ (\text{км}).$$

Множитель увеличили в два раза, от этого произведение увеличилось тоже в два раза. Как изменится произведение, если множитель увеличить в три раза? в четыре раза? и т. д. Если увеличим множитель в несколько раз, то и произведение увеличится во столько же раз. Таким же образом выясняется изменение произведения от уменьшения множителя в несколько раз.

Затем предполагается, что время движения моторной лодки остается неизменным. Какое расстояние пройдёт лодка при скорости 32 *км* в час?

$$32 \cdot 4 = 128\ (\text{км}).$$

Множимое увеличили в два раза, от этого произведение увеличилось тоже в два раза. После нескольких вопросов делается вывод: если увеличим множимое в несколько раз, то и произведение увеличится во столько же раз. Таким же образом выясняется изменение произведения от уменьшения множимого в несколько раз.

Затем рассматривается изменение произведения в зависимости от одновременного изменения множимого и множителя. Необходимо рассмотреть несколько случаев, особенно тот, когда произведение не изменяется (§ 53).

Упражнение. Указать, как изменится множимое, множитель или произведение, если другие числа увеличить (.) или уменьшить (:) в несколько раз.

Множимое	Множитель	Произведение
:5	?	·2
:10	·5	?
·8	:2	?
·12	:3	?
?	·2	·8
·15	?	Не изменилось

Задача. На 72 руб. куплены яблоки по 6 руб. за килограмм. Сколько килограммов яблок куплено?

$$72:6=12\ (\textit{кг}).$$

Цена, вес и стоимость товара могут изменяться. Допустим, что цена 1 *кг* яблок будет одна и та же. Сколько килограммов яблок можно купить на 144 рубля?

$$144:6=24\ (\textit{кг}).$$

Делимое увеличили в два раза, от этого частное увеличилось тоже в два раза. Как изменится частное, если делимое увеличить в три раза? в четыре раза? и т. д. Если увеличим делимое в несколько раз, то частное увеличится во столько же раз. Таким же образом выясняется изменение частного от уменьшения делимого в несколько раз.

Затем предполагается, что сумма денег на покупку яблок остаётся одна и та же. Сколько килограммов яблок можно купить, если цена их за 1 *кг* будет 12 рублей?

$$72:12=6 \ (\textit{кг}).$$

Делитель увеличили в два раза, от этого частное уменьшилось в два раза. После нескольких вопросов делается вывод: если увеличим делитель в несколько раз, то частное уменьшится во столько же раз. Таким же образом выясняется изменение частного от уменьшения делителя в несколько раз. Затем рассматривается изменение частного в зависимости от одновременного изменения делимого и делителя. Необходимо рассмотреть несколько случаев, особенно те два случая, когда частное остаётся без изменений (§ 77).

Приведённые рассуждения об изменении частного справедливы лишь для тех случаев, когда деление выполняется без остатка.

Упражнение. Указать, как изменится делимое, делитель или частное, если другие числа увеличить или уменьшить в несколько раз.

Делимое	Делитель	Частное
$\cdot 2$	$:4$	?
$:4$	$\cdot 3$	?
?	$\cdot 6$	$:2$
$\cdot 5$	?	$\cdot 10$
?	$\cdot 5$	Не изменилось.
$:9$	?	Не изменилось.

Задание на дом. По учебнику §§ 53, 77.
По задачнику №№ 325, 326, 345, 346.

Вопросы для повторения.

1. Перечислить все случаи изменения произведения от изменения сомножителей.
2. Перечислить все случаи изменения частного от изменения делимого и делителя.

Урок 19. Порядок выполнения действий. Скобки.

П л а н у р о к а.

1. Ступени действий.
2. Понятие о числовой формуле.
3. Порядок выполнения действий.
4. Виды скобок и их значение.
5. Горизонтальная черта.
6. Решение примеров.

Учащиеся знают, что умножение есть сложение одинаковых слагаемых. Например, $37\cdot4$ можно записать так: $37+37+37+37=148$. Результат действия гораздо быстрее можно получить через умножение, поэтому можно сказать, что *умножение есть сокращённое сложение*. Точно также деление можно выполнить при помощи вычитания. Например, $212:53$ можно записать так:

$$\begin{array}{r}212\\-\ 53\\\hline 159\end{array}\qquad\begin{array}{r}159\\-\ 53\\\hline 106\end{array}\qquad\begin{array}{r}106\\-\ 53\\\hline 53\end{array}\qquad\begin{array}{r}53\\-53\\\hline 0\end{array}$$

Искомое частное есть 4. Результат действия гораздо быстрее можно получить через деление, поэтому можно сказать, что *деление есть сокращённое вычитание*. Сложение и вычитание называются действиями первой ступени, умножение и деление называются действиями второй ступени. Приняв во внимание, что сложение и умножение были уже названы прямыми действиями, а вычитание и деление — обратными действиями, объединим все эти сведения в одной таблице, которую учащиеся записывают в тетрадь:

Действия	1-й ступени	2-й ступени
Прямые	Сложение	Умножение
Обратные	Вычитание	Деление

Напомнив учащимся пример из первой проверочной работы $7\cdot9-15:3+8$, учитель даёт определение формулы и понятие о её вычислении (§ 41).

Затем на примерах указывается порядок выполнения действий в формулах (§ 80).

Приводятся замечания относительно круглых, квадратных и фигурных скобок и последовательности их раскрытия.

Обращается внимание учащихся на то, что горизонтальная черта заменяет собою скобки и знак деления.

Упражнения. Решение каждого примера на совместные действия начинается с определения порядка выполнения действий. В первое время учащиеся ставят порядковые номера действий над знаками действий в формуле.

Пример. Задача № 369 (2).

$$960 \overset{5}{:} \{2000 \overset{4}{:} [10002 \overset{2}{-} (6085 \overset{1}{+} 2926) \overset{3}{-} 966]\} =$$

1) $6\,085 + 2\,926 = 9011$; 2) $10\,002 - 9\,011 = 991$;
3) $991 - 966 = 25$; 4) $2\,000 : 25 = 80$;
5) $960 : 80 = 12$. (Записывается в ответ.)

Рассматривается составленная учащимися таблица умножения. Учитель объясняет, как пользоваться таблицей. Например, надо найти произведение 18 . 17. Взяв множимое слева, а множитель сверху, находим на пересечении горизонтального и вертикального рядов число 306, которое и является искомым произведением.

По этой же таблице можно находить результат деления, например 266 : 19. Находим вверху делитель 19, в этом вертикальном ряду ищем число 266, в том же горизонтальном ряду слева стоит искомое частное — 14.

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

Задание на дом. По учебнику §§ 41, 80.
По задачнику №№ 368 (1), 369 (1), 432.

Вопросы для повторения.

1. Какие действия называются действиями первой ступени?
2. Какие действия называются действиями второй ступени?
3. В каком порядке выполняются действия одной ступени?
4. В каком порядке выполняются действия разных ступеней?
5. Для чего при записи формулы употребляются скобки?

Урок 20. Измерительные работы на местности.

План урока.

1. Провешивание прямых.
2. Измерение отрезков прямых.
3. Определение размера шага.
4. Построение прямого угла эккером.
5. Построение прямоугольника.

Учебное оборудование: на каждую группу учащихся — 8 вешек, метровка или рулетка, или шнур, разделённый на метры, 10 колышков к рулетке или шнуру, эккер.

Подготовка к выходу. Указанный комплект оборудования выдаётся одной группе учащихся в 6—8 человек; класс разбивается на 4—5 групп. Каждая группа имеет своё поручение и ведёт работу вполне самостоятельно. Поручения и все разъяснения по их выполнению учитель даёт учащимся до выхода из школы заблаговременно. Внутри каждой группы проводится распределение обязанностей: один ученик назначается руководителем группы; двое являются „инструментальщиками", в их обязанность входит получение, доставка на место, установка и сдача в порядке комплекта оборудования; двое других — мерщики; ещё двое — вычислители, записывают данные измерений и потом вычисляют.

Если рядом со школой имеется удобная площадка — лужайка, пустырь, непроезжая площадь, то измерительные работы проводятся во время урока, если же дело связано с затратой времени на переход, то работа выполняется во внеурочное время. Выход из школы и возвращение в школу проводятся в строевом порядке.

Выполнение работ. По прибытии на место учитель разводит группы одну от другой, указывает каждой группе её точку стояния и предлагает приступить к выполнению поручения. Учитель переходит от одной группы к другой и проверяет ход работы.

Каждая группа выполняет работу в такой последовательности: от точки стояния провешивается прямая в указанном направлении (например на юг); по данному направлению отмеряется расстояние в 100 *м*; каждый ученик проходит это расстояние средним шагом и запоминает число шагов; затем при точке стояния строится прямой угол; на сторонах прямого угла откладываются длины, которые указаны каждой группе в отдельности (100 *м* и 1 *м*; 50 *м* и 2 *м*; 25 *м* и 4 *м*; 20 *м* и 5 *м*; 10 *м* и 10 *м*); перенесением эккера строится прямой угол при другой крайней точке отрезка; провешивается и отмеряется третья сторона прямоугольника, равная первой.

Когда руководители групп доложат, что прямоугольники построены, учитель поднимает флажок, что должно означать окончание работ и сбор учащихся. Учебное оборудование приводится в порядок. Учитель выстраивает учащихся, даёт общую оценку проведённой работы, предлагает учащимся задание на дом и отводит класс в школу.

Задание на дом.

1. Определить размер (в *см*) собственного среднего шага.
2. Измерить шагами расстояние от ворот дома до какой-либо точки и выразить расстояние в метрах.
3. „Вычислителям“ — найти периметры построенных на площадке прямоугольников.

Урок 21. **Проверочная письменная работа по теме.**

Расчёт проверочного задания должен сообразоваться с выявленным уже темпом работы большинства учащихся, который необходимо сравнить с темпами работы самого учителя для определения отношения времени. Работу следует подбирать так, чтобы в каждом варианте это отношение приблизительно сохранялось, т. е. если какую-то работу учитель может выполнить в 2 минуты, а учащиеся выполняют её в 10 минут, то на выполнение всего варианта учитель должен затратить не более 9 минут.

Приводим один из возможных вариантов.

Задача. Два брата принесли домой полученные ими за работу премии, всего 1860 рублей, причём младший брат получил на 140 руб. меньше старшего. Сколько рублей премии получил каждый?

Вычислить: $989\,800 : 140 - 1\,031\,084 : 514 + 4\,936$.

Найти произведение: $2\,601 \cdot 302$.

Главное в решении задачи — уметь разобраться в условии и решить её наиболее рационально; в данном случае $1860 + 140 = 2000$ (руб.), а не $1860 - 140 = 1\,720$ (руб.).

Упражнения лучше всего давать написанными на карточках в 4 вариантах и распределить карточки в шахматном порядке.

Письменные работы оцениваются по нормам оценки успеваемости учащихся начальной школы.

После анализа письменных работ учитель определяет, какие методические мероприятия нужно провести со всем классом, с группой учащихся и особенно с отдельными учащимися. Предположим, что ученик Иванов А. допустил в работе следующие ошибки:

1) при делении пропустил знак в середине частного, 2) перепутал порядок действий. Тогда индивидуальное задание для него примет такой вид:

5 „А“ класс	Иванову А
По учебнику:	По задачнику № 227 (1, 2)
§ 71	№ 228 (1—4, 7—9)
§ 80	№ 233 (10, 11) № 368 (3).

II. ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ.

Общие указания к теме.

Сведения о делимости чисел пятиклассники получают впервые. Учителю необходимо изложить материал данной темы таким образом, чтобы учащиеся вполне поняли новые термины, усвоили новые понятия, научились применять полученные знания при решении вопросов, относящихся к данному разделу курса, притом наиболее рационально.

Тщательно разобрать вопросы, связанные со свойствами и составом чисел — это первая цель, дать учащимся сведения и навыки, необходимые для преобразования дробных чисел — это вторая цель изложения данной темы.

При изучении делимости чисел расширяются знания учащихся о натуральном числе. Натуральные числа, большие 1, делятся на чётные и нечётные, на простые и составные. Единица не относится ни к простым, ни к составным числам. В то же время единицу относят к нечётным числам, а нуль, не принадлежащий к натуральному ряду, относят к числам чётным.

Особое внимание следует уделить выяснению *необходимости* и *достаточности* признаков делимости чисел, чтобы учащиеся не механически заучивали, а сознательно пользовались формулировкой: „...делятся все те, и только те числа, которые...“

Основным приёмом разложения чисел на простые множители является устное разложение с записью вычисления строкой:

$$480 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot$$

Запись столбиком используется лишь в затруднительных случаях, как вспомогательный приём:

$$\begin{array}{r|l} 31\,620 & 2 \\ 15\,810 & 2 \\ 7\,905 & 3 \\ 2\,635 & 5 \\ 527 & 17 \\ 31 & 31 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 527 & 7 \\ \cline{2-2} -37 & 75 \\ -2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 527 & 11 \\ \cline{2-2} -87 & 47 \\ 10 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 527 & 13 \\ \cline{2-2} -7 & 40 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 527 & 17 \\ \cline{2-2} -17 & 31 \\ -0 & \end{array}$$

Необходимо также рекомендовать учащимся применять, когда это возможно, упрощённую запись вычисления:

$$720 = 72 \cdot 10 = 8 \cdot 9 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

План изложения темы.

Понятие о делителе числа и кратном . . 1 час.
Делимость суммы и разности . . . . 1 „
Признаки делимости чисел на 2 и на 5 . 1 „
Признаки делимости чисел на 4 и на 25 . 1 „
Признаки делимости чисел на 9 и на 3 . 2 „
Понятие о простом и составном числе . . 1 „
Разложение составных чисел на простые множители . . . . 2 „
Числа взаимно простые и взаимно составные 1 „
Понятие об общем делителе двух или нескольких чисел и о наибольшем общем делителе . . . . 1 „
Способы нахождения наибольшего общего делителя нескольких чисел . . . . 2 „
Понятие об общем кратном двух или нескольких чисел и о наименьшем общем кратном нескольких чисел . . . . 1 „
Способы нахождения наименьшего общего кратного нескольких чисел . . . . 2 „
Геометрические сведения . . . . 3 „
Проверочная письменная работа по теме 1 „

20 часов

Урок 22. Понятие о делителе числа и кратном.

План урока.

1. Два значения слова делитель.
2. Число, кратное данного.
3. Упражнения.

Урок начинается с сообщения результатов проверки письменных работ.

Затем учащиеся повторяют то, что им известно о выполнимости сложения и умножения натуральных чисел и об ограниченной выполнимости вычитания и деления.

Учащиеся повторяют названия чисел, входящих в действие деления: делимое, делитель, частное. Учитель предлагает им выполнить деление какого-либо числа на два другие числа и сравнить результаты:

$$\begin{array}{r|l} 504 & 42 \\ \cline{2-2} \underline{84} & 12 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 504 & 43 \\ \cline{2-2} \underline{74} & 11 \\ 31 & \end{array}$$

В обоих случаях число 504 является делимым, числа 42 и 43 делители, числа 12 и 11 — частные. Разница состоит в том, что в первом примере деление выполнено без остатка (остаток равен 0), во втором — с остатком. Число 504 может разделиться без остатка на 2, 3, 4, 6 и другие числа (проверяется непосредственным делением). Между тем то же число 504 не разделилось без остатка на 43 и не разделится на ряд других чисел: 5, 10, 11... (проверяется непосредственным делением).

Поэтому условились числа 2, 3, 4, 6... называть делителями числа 504, а число 504 — числом, кратным 2, 3, 4, 6 ... Число 504 не будет кратным 5, 10, 11..., потому что оно не делится на эти числа без остатка.

Таким образом, слово делитель употребляется и как число, входящее в действие деления, и как число, на которое данное число делится без остатка.

Упражнения.

1. Назвать числа, кратные 2; 3; 5; 8.
2. Каким числам кратно число 12; 24; 36; 48?

3. Назвать все делители числа 15; 18; 21.

4. Составить таблицу делителей натуральных чисел до 20.

Таблица делителей натуральных чисел.

Числа	Делители чисел	Числа	Делители чисел
1	1.	11	1,11.
2	1,2.	12	1,2,3,4,6,12.
3	1,3.	13	1,13.
4	1,2,4.	14	1,2,7,14.
5	1,5.	15	1,3,5,15.
6	1,2,3,6.	16	1,2,4,8,16.
7	1,7.	17	1,17.
8	1,2,4,8.	18	1,2,3,6,9,18.
9	1,3,9.	19	1,19.
10	1,2,5,10.	20	1,2,4,5,10,20.

Задание на дом. По учебнику § 81.
По задачнику № 426.

Продолжить составление таблицы делителей натуральных чисел до 30.

Вопросы для повторения.

1. Какое число называется делителем данного числа?
2. Какое число называется кратным данного числа?
3. Сколько существует двузначных чисел, кратных 5?

Урок 23. Делимость суммы и разности.

План урока.

1. Первое свойство суммы.
2. Второе свойство суммы.
3. Свойство разности.
4. Упражнения.

Учитель предлагает вниманию учащихся примеры для выяснения первого свойства суммы.

$$8+12=20;$$
$$14+16+18=48;$$

каждое слагаемое делится на 2 и сумма делится на 2.

$$9+12=21;$$
$$3+12+15=30;$$

каждое слагаемое делится на 3 и сумма делится на 3.

$$5+20=25;$$
$$5+15+30=50;$$

каждое слагаемое делится на 5 и сумма делится на 5.

Учащиеся делают вывод: если каждое слагаемое делится на одно и то же число, то и сумма разделится на это число.

Аналогично выясняется второе свойство суммы: если одно слагаемое не делится, а все остальные делятся на какое-нибудь число, то сумма не разделится на это число.

Аналогично же выясняется свойство разности: если уменьшаемое и вычитаемое делятся на одно и то же число, то и разность разделится на это число.

Упражнения.

1. Учащимся предлагается самим подобрать примеры и решить следующий вопрос: если два из нескольких слагаемых не делятся на данное число, разделится ли сумма на это число?

В классе неизбежно возникнут разногласия и учителю принадлежит заключительное слово: может разделиться ($4+8+12=24$ на 3) и может не разделиться ($2+8+12=22$ на 3).

2. Нам иногда приходится встречать два выражения, похожие друг на друга, например:

Если число оканчивается нулём, то оно делится на 10.

Если число делится на 10, то оно оканчивается нулём.

Первое утверждение можно назвать прямым, тогда второе утверждение будет обратным.

Если прямое утверждение верно, то обратное утверждение может быть верным, но может быть и неверным. В приведённом примере и прямое, и обратное утверждения верны.

Приведём другой пример.

Каждый квадрат является прямоугольником.

Каждый прямоугольник является квадратом.

Первое утверждение верно, второе неверно.

Отсюда следует, что если мы высказываем какое нибудь обратное утверждение, то нужно проверить, будет ли оно верным.

Мы узнали, что если каждое слагаемое делится на одно и то же число, то и сумма разделится на это число.

Проверить, будет ли верным обратное утверждение:

Если сумма делится на какое-нибудь число, то и каждое слагаемое разделится на это число.

Задание на дом. По учебнику § 82.
По задачнику № 427.

Продолжить составление таблицы делителей натуральных чисел до 40.

Вопросы для повторения.

1. Как читается первое свойство суммы?
2. Как читается второе свойство суммы?
3. Как читается свойство разности?

Урок 24. Признаки делимости чисел на 2 и на 5.

План урока.

1. Непосредственное деление и признаки делимости.
2. Числа чётные и нечётные.
3. Разделение чисел натурального ряда на две группы.
4. Признак делимости на 2.
5. Признак делимости на 5.

Учащимся сообщается: чтобы ответить на вопрос, делится ли одно число на другое без остатка, нужно произвести действие деления. Однако, есть такие *признаки*, по которым иногда можно узнать о делимости числа, не производя самого действия деления.

Числа, которые делятся на 2, называются *чётными* числами; числа, которые не делятся на 2, называются *нечётными*.

В натуральном ряду нечётные и чётные числа чередуются:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12...
Нечётные числа: 1, 3, 5, 7, 9, 11,...
Чётные числа: 2, 4; 6, 8, 10, 12, ...

Нечётных чисел бесконечное множество, чётных чисел бесконечное множество. Таким образом, натуральный ряд состоит из множества чётных чисел и множества нечётных чисел.

Упражнения.

Убедиться в правильности следующих утверждений:

1. Сумма двух нечётных чисел является чётным числом.
2. Сумма двух чётных чисел является чётным числом.
3. Разность двух нечётных чисел является чётным числом.
4. Разность двух чётных чисел является чётным числом.
5. Сумма чётного и нечётного чисел есть нечётное число.

Далее учитель переходит к выяснению признака делимости на 2.

Каждое число, оканчивающееся нулём, представляет собою сумму десятков, например, 60 есть сумма 6 десятков, 320 есть сумма 32 десятков и т. д. Но десяток делится на 2, так как содержит в себе 5 двоек: $2 \cdot 5 = 10$.

Нужно предоставить учащимся самим сделать вывод: „если число оканчивается нулём, то оно делится на 2". Учитель подтверждает: Правильно, на 2 делятся все те числа, которые оканчиваются нулём. *Достаточно* того, чтобы число оканчивалось нулём и оно разделится на 2. Но только ли эти числа делятся на 2?

Рассмотрим число, которое оканчивается любой чётной цифрой, например 328. Его можно представить в виде суммы: $328 = 320 + 8$. Так как каждое слагаемое 320 и 8 делится на 2, то и сумма 328 делится на 2. Учащимся предоставляется сделать вывод: „на 2 делятся все те числа, которые оканчиваются чётной цифрой". Учитель подтверждает: Правильно. *Достаточно* того, чтобы число оканчивалось чётной цифрой и оно разделится на 2. Так как можно сказать, что нуль делится на 2, то его условились считать чётным числом, поэтому говорят вообще на 2 делятся все те числа, которые оканчиваются чётной цифрой.

Но только ли эти числа делятся на 2? Рассмотрим ещё один пример, когда число оканчивается нечётной цифрой, например 329. Его можно представить в виде суммы так:

$$329 = 320 + 9.$$

Одно слагаемое 320 делится, другое слагаемое 9 не делится на 2, значит сумма 329 не разделится на 2. Оказывается, чтобы число разделилось на 2, *необходимо,* чтобы оно оканчивалось чётной цифрой. Других чисел, делящихся на 2, нет, поэтому можно сказать окончательно: на 2 делятся все те и только те числа, которые оканчиваются чётной цифрой.

Аналогично выводится признак делимости чисел на 5.

Упражнения.

1. Ответить на вопросы.

а) Сколько имеется нечётных чисел, меньших 17?

б) Сколько имеется чётных чисел, меньших 18?

в) Какой цифрой должно оканчиваться число, чтобы оно разделилось на 2?

(*Ответ.* 0, 2, 4, 6. 8).

г) Если один из сомножителей делится на 2, то что можно сказать о произведении?

2. Решение примеров в классе: № 502 (делимость на 2 и на 5).

Задание на дом. По учебнику §§ 83, 85. По задачнику №№ 499 (1), закончить № 502 (делимость на 2 и на 5).

Продолжить составление таблицы делителей натуральных чисел до 50.

Вопросы для повторения.

1. На какие две группы делятся числа натурального ряда?

2. Какие числа называются чётными и какие — нечётными?

3. Как читается признак делимости на 2?

4. Как читается признак делимости на 5?

5. Доказать, что произведение двух чисел, — чётного и нечётного — кратно 2.

Урок 25. Признаки делимости на 4 и на 25.

План урока.

1. Признак делимости на 4.
2. Признак делимости на 25.
3. Решение задач.

Число, оканчивающееся двумя нулями, есть сумма сотен; сотня делится на 4; следовательно, каждое число, оканчивающееся двумя нулями, делится на 4.

Для дальнейшего выяснения условий делимости на 4, число представляем в виде суммы, например:

$$348 = 300 + 48.$$

Оба слагаемые, 300 и 48 делятся на 4, значит и сумма 348 разделится на 4.

Другой пример:

$$2350 = 2300 + 50.$$

Одно слагаемое 50 не делится на 4, значит и сумма 2350 не разделится на 4.

Вывод: на 4 делятся все те и только те числа, у которых две последние цифры выражают число, делящееся на 4 (§ 84).

Упражнения.

1. Какие числа, состоящие из десятков, делятся на 4?

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.

(Только содержащие чётное число десятков).

2. Какие числа, состоящие из единиц, делятся на 4?

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

(Только 4 и 8).

3. Составить двузначные числа, оканчивающиеся на 4 и 8, кратные 4.

24, 28, 44, 48, 64, 68, 84, 88.

(Число десятков должно быть чётное).

4. Составить двузначные числа, оканчивающиеся на 2 и 6, кратные 4.

12, 16, 32, 36, 52, 56, 72, 76, 92, 96.

(Число десятков должно быть нечётное).

Далее выводится признак делимости чисел на 25 (§ 85).

Упражнение. Назвать сначала все числа, делящиеся на 4, затем все числа, делящиеся на 25 из задачи № 502.

Решение задачи № 463.

Разбор условий задачи.

Предположим, что яблок второго сорта продали 1 *кг*, тогда первого сорта продали 4 *кг*. Зная цену яблок каждого сорта, можно узнать выручку от продажи 4 *кг* яблок первого сорта и 1 *кг* второго сорта. Затем надо узнать, во сколько раз вырученная от продажи сумма в 728 рублей больше предположенной. Во столько же раз нужно увеличить взятые количества яблок первого и второго сорта.

План решения.

1. Узнать общую стоимость 4 *кг* яблок первого сорта и 1 *кг* — второго сорта.
2. Определить, во сколько раз 728 руб. больше стоимости 4 *кг* яблок первого сорта и 1 *кг* — второго сорта.
3. Увеличить во сколько же раз намеченное число *кг* яблок того и другого сорта.

Решение с объяснением.

1. $220 \cdot 4 + 160 = 1040$ (1040 коп. = 10 руб. 40 коп.)

10 руб. 40 коп. стоят яблоки в том количестве, которое предположительно было продано.

2. 728 руб. : 10 руб. 40 коп. = 70.

В действительности вырученная от продажи сумма в 70 раз больше предположенной.

3. Значит, предположенное число килограммов нужно увеличить в 70 раз. $4 \cdot 70 = 280$ (*кг*); и 70 *кг*.

Проверка.

1. $280 : 70 = 4$.
2. $220 \cdot 280 = (200 + 20) \cdot 280 = 56\,000 + 5\,600 = 61600$ (61 600 коп. = 616 руб.).
3. $160 \cdot 70 = 11\,200$ (11 200 коп. = 112 руб.).
4. $616 + 112 = 728$ (руб.).

Ответ 280 *кг* и 70 *кг*.

Задание на дом. По учебнику §§ 84 и 85.

Написать по два любых трёхзначных числа, делящихся без остатка на 2; на 4; на 5.

Решить задачу № 464.

Вопросы для повторения.

1. Как читается признак делимости на 4?
2. Как читается признак делимости на 25?
3. Можно ли сказать, что если число делится на 4, то оно разделится на 2?
4. Можно ли сказать, что если число делится на 2, то оно разделится на 4?

Урок 26. Площадь квадрата и прямоугольника.

План урока.

1. Подведение итогов измерительных работ на местности.
2. Единицы площади или квадратные единицы.
3. Площадь прямоугольника.
4. Площадь квадрата.
5. Упражнения.
6. Решение задач.

Учебное оборудование: квадратный дециметр, модели прямоугольников размерами 1 *дм* на 4 *дм* и 3 *дм* на 4 *дм*, классная линейка, метр, угольник, линейки у всех учащихся.

В начале урока подводятся некоторые итоги измерительных работ на местности. Каждая группа учащихся сообщает, какой периметр имел построенный ею прямоугольник, учитель же записывает данные на доске.

1-й прямоугольник. Измерения 100 *м* и 1 *м*.
Периметр $100+1+100+1=202$ (*м*).
2-й прямоугольник. Измерения 50 *м* и 2 *м*.
Периметр $50+2+50+2=104$ (*м*).
3-й прямоугольник. Измерения 25 *м* и 4 *м*.
Периметр $25+4+25+4=58$ (*м*).
4-й прямоугольник. Измерения 20 *м* и 5 *м*.
Периметр $20+5+20+5=50$ (*м*).
5-й прямоугольник. Измерения 10 *м* и 10 *м*.
Периметр $10+10+10+10=40$ (*м*).

Пятая группа учащихся построила квадрат.

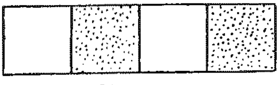
Далее повторяются известные учащимся квадратные единицы или единицы площади.

Упражнения. Начертить на доске 1 кв. метр.

Начертить в тетрадях и подписать: 1 кв. дециметр; 1 кв. сантиметр.

Повторить соотношения кв. единиц: в 1 кв. метре содержится 100 кв. дециметров; в 1 кв. дециметре 100 кв. сантиметров.

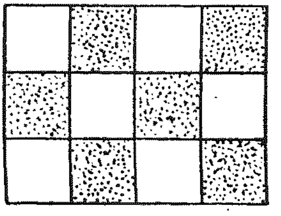
Далее выводится определение площади прямоугольника. На доске прикрепляется прямоугольник, составленный из 4 кв. дециметров (черт. 14).



Черт. 14.

Вопросы: Из скольких квадратных единиц составлен данный прямоугольник? Какие это квадратные единицы?

Под первым прямоугольником помещается второй (черт. 15). Из скольких квадратных единиц составлен второй прямоугольник? Какие это единицы? Который прямоугольник занимает большую площадь? Что называется площадью прямоугольника? Даётся определение, которое учащиеся записывают в тетради.



Черт. 15.

Площадью прямоугольника называется число квадратных единиц, из которых составлен данный прямоугольник.

Чему равна площадь первого прямоугольника? Чему равна площадь второго прямоугольника?

Как измерить в квадратных дециметрах площадь классной доски?

Нужно расчертить поверхность доски на квадратные дециметры и подсчитать, из скольких квадратных дециметров составлена поверхность доски.

Но можно поступить проще — узнать, сколько рядов получится и сколько квадратных дециметров уложится в каждом ряду и полученные числа перемножить. Следовательно:

Чтобы найти площадь прямоугольника нужно измерить в одинаковых единицах его длину и ширину и полученные числа перемножить; произведение покажет, сколько квадратных единиц имеет площадь прямоугольника.

Пример. Длина классной доски 21 *дм*, ширина 15 *дм*. Площадь прямоугольника $21 \cdot 15 = 210 + 105 = 315$ (*кв. дм*).

Упражнения. 1. Припомнить длину и ширину классной комнаты, измеренные в метрах, и вычислить площадь пола.

2. Измерить в сантиметрах длину и ширину листа тетради и определить его площадь.

Если площадь прямоугольника обозначить буквой S, и его измерения (длину и ширину) буквами a и b, то получим формулу:

$$S = ab \text{ (кв. ед.)}.$$

Площадь квадрата определяется так же, как и площадь прямоугольника, но так как измерения квадрата одинаковы, то достаточно знать его сторону, помножить число само на себя; произведение покажет площадь квадрата. Пример. Сторона квадрата 5 *см*. Площадь квадрата $S = 5 \cdot 5 = 25$ (*кв. см*).

Далее повторяются меры земельных площадей: 1 ар = 100 кв. метрам; 1 гектар = 100 арам = 10 000 кв. метрам. Учащимся указываются принятые сокращённые обозначения единиц площади *а* и *га*, но произношение всегда должно быть ар и гектар (а не „га“).

Упражнения. 1. Учащимся предлагается определить площадь того прямоугольника, который был построен ими на местности.

1-й	прямоугольник	$100 \cdot 1 = 100$ (*кв. м*);
2-й	„	$50 \cdot 2 = 100$ (*кв. м*);
3-й	„	$25 \cdot 4 = 100$ (*кв. м*);
4-й	„	$20 \cdot 5 = 100$ (*кв. м*);
5-й	„	$10 \cdot 10 = 100$ (*кв. м*).

Каждая группа построила прямоугольник площадью в 1 *ар* („сотку“). Делается вывод, что из всех прямоугольников с одинаковой площадью наименьший периметр имеет квадрат.

2. Площадь участка земли прямоугольной формы равна 8 *га*. Найти длину участка, если ширина его 150 *м*.

Задание на дом. По задачнику №№ 193 (1, 2), 261, 262.

Вопросы для повторения.

1. Что называется квадратной единицей или единицей площади?
2. Какие существуют квадратные единицы?
3. Во сколько раз гектар больше ара?
4. Сколько кв. метров содержит в себе ар?
5. Как определяется площадь прямоугольника?
6. Как определяется площадь квадрата?
7. Длину прямоугольника увеличили в 2 раза, а ширину уменьшили в 2 раза. Что можно сказать о площади прямоугольника?

Урок 27. Признак делимости чисел на 9.

План урока.

1. Определение остатка при делении разрядных единиц на 9.
2. Определение остатка при делении разрядных чисел на 9.
3. Определение остатка при делении суммы разрядных единиц на 9.

4. Определение остатка при делении суммы разрядных чисел на 9.

5. Вывод признака делимости на 9.

6. Упражнения.

Представим каждую разрядную единицу, начиная с 10, в виде суммы:

$$10 = 9 + 1;$$
$$100 = 99 + 1;$$
$$1000 = 999 + 1;$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

Очевидно, что все числа, записанные только цифрой 9, делятся на 9 и при делении каждой разрядной единицы на 9 в остатке получается 1.

Далее, представим в виде суммы несколько разрядных чисел.

$$20 = 2\cdot 9 + 2;$$
$$200 = 2\cdot 99 + 2;$$
$$2000 = 2\cdot 999 + 2;$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$50 = 5\cdot 9 + 5;$$
$$500 = 5\cdot 99 + 5;$$
$$5000 = 5\cdot 999 + 5;$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

Из рассмотрения приведённых примеров заключаем, что если число изображено какой либо значащей цифрой и нулями, то при делении на 9 оно даёт в остатке число, записанное той же цифрой.

Затем рассматриваем суммы разрядных единиц и суммы разрядных чисел и определим, какой остаток должен получиться при делении на 9 каждого слагаемого в отдельности и всей суммы.

$$1\,000 + 100 + 10 + 1 \qquad \text{ост. } 4;$$
$$2\,000 + 200 + 20 + 2 \qquad \text{ост. } 8;$$
$$4\,000 + 400 + 40 + 4 \qquad \text{ост. } 16:$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad \cdots$$

Таким образом, можно определить остаток при делении на 9, не производя самого деления.

Рассмотрим последний пример: определить остаток при делении на 9 числа 5382. Представим делимое в виде суммы разрядных чисел:

$$5382 = 5\,000 + 300 + 80 + 2 = 5 \cdot 999 + 5 + 3 \cdot 99 + 3 + 8 \cdot 9 + 8 + 2 = (5 \cdot 999 + 3 \cdot 99 + 8 \cdot 9) + (5 + 3 + 8 + 2).$$

Далее можно перейти к выводу признака делимости чисел на 9. Разделится ли число 5382 на 9? Каждое из слагаемых, заключённых в первые скобки, делится на 9, остаётся выяснить вопрос, разделится ли на 9 остаток, заключённый во вторые скобки. Остаток $5+3+8+2$, равный 18, делится на 9, следовательно, число делится на 9, что проверяется непосредственным делением. Сумма, составляющая остаток, есть *сумма чисел, выраженных цифрами данного числа*. Эта сумма для краткости называется суммою цифр; название это условное, так как складывать можно числа, а не цифры. Отсюда выводится признак делимости на 9: на 9 делятся все те и только те числа, у которых сумма цифр делится на 9.

Упражнения. Задачи № 502 (делимость на 9), 506 (на 9).

Задание на дом. По учебнику § 86. Написать по два любых трёхзначных числа, делящихся без остатка на 9; на 25.

Вопросы для повторения.

1. Как читается признак делимости на 9?
2. Можно ли складывать цифры? В каком смысле употребляется выражение „сумма цифр“?

Урок 28. Признак делимости на 3.

План урока — тот же, что и предыдущий.

Вывод признака делимости на 3 является повторением вывода признака делимости на 9: берутся аналогичные примеры и соблюдается та же последовательность рассуждений. Необходимо полностью воспроизвести весь ход предыдущего урока, так как это является хорошим средством для более отчётливого уяснения вопроса о признаках делимости на 9 и на 3.

Упражнения.

1. Задача № 502 (делимость на 3).
2. Назвать несколько двузначных чисел, делящихся на 3.
3. Назвать несколько двузначных чисел, чтобы каждое из них делилось на 2 и на 3.
4. Если число делится на 9, то оно делится и на 3. Проверить.
5. Если число делится на 2 и на 3, то оно делится на 6. Проверить.
6. Если число делится на 3 и на 4, то оно делится на 12. Проверить.
7. Если число делится на 12, то оно делится и на 3 и на 4. Проверить.
8. Если число делится на 3 и на 5, то оно делится и на 15. Проверить.
9. Если число делится на 3, то делится ли оно на 9? Выяснить.

Задание на дом. По учебнику § 86.
По задачнику № 505.

Написать два любых трёхзначных и два любых четырёхзначных числа, делящихся без остатка на 3.

Вопросы для повторения.

1. Как читается признак делимости на 3?
2. Можно ли не подсчитывая сумму цифр сказать, что числа 636, 909, 30603 делятся на 3? Почему?

Урок 29. **Простые и составные числа.**

План урока.

1. Рассмотрение таблицы делителей натуральных чисел.
2. Определение простого числа.
3. Определение составного числа.
4. Разделение чисел натурального ряда на три группы.
5. Расположение простых чисел в натуральном ряду.
6. Делители составного числа.
7. Таблица простых чисел.

Рассматривается составленная учащимися таблица делителей натуральных чисел до 50. Обращается внимание на то, что некоторые числа имеют два делителя, т. е. делятся только на 1 и сами на себя. Эти числа называются простыми. Даётся определение простого числа.

Другие же числа имеют по несколько делителей, т. е. могут делиться не только на 1 и сами на себя, но ещё и на другие числа. Эти числа называются составными. Даётся определение составного числа (§ 90).

Особое положение занимает единица; она имеет только один делитель, поэтому единица не относится ни к простым, ни к составным числам. Таким образом, числа натурального ряда делятся на три группы:

1) числа простые — 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...

2) числа составные — 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, ...

3) единица.

Правильного чередования простых и составных чисел в натуральном ряду не существует. В пределах составленной таблицы имеется: простых чисел 15, составных 34 и единица.

При более сосредоточенном рассмотрении таблицы и при помощи вопросов преподавателя учащиеся замечают, что делители составного числа могут быть и простыми и составными. Так, например, число 15 имеет два простых делителя 3 и 5 (кроме 1 и 15); число 18 имеет два простых делителя 2 и 3, два составных делителя 6 и 9 (кроме 1 и 18); число 36 имеет два простых делителя 2 и 3 и пять составных делителей 4, 6, 9, 12 и 18 (кроме 1 и 36).

В дальнейшем, при решении примеров и задач, придётся часто обращаться к таблице, поэтому она всегда должна быть на руках у учащихся.

Упражнения. 1. Найти все делители числа 180. Делители находятся по признакам делимости чисел и по таблице простых чисел.

180 делится на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12,
180, 90, 60, 45, 36, 30, 20, 18, 15.

В приведенной записи во второй строке расположены частные от деления 180 на числа верхнего ряда. Если же делить 180 на числа нижнего ряда, то частными будут числа верхнего ряда. Таким образом, все выписанные числа являются делителями числа 180.

2. Написать все простые числа от 51 до 100.

Выпишем все числа в пять строк:

51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Зачеркнём сначала все числа, делящиеся на 2, т. е. все чётные числа; потом зачеркнём все числа, делящиеся на 3, потом на 5, на 7 ... Оставшиеся числа не делятся ни на какие числа, кроме 1 и самих на себя, т. е. являются простыми:

53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, всего 10 чисел.

В конце учебника помещена таблица простых чисел до 6 000.

Задание на дом. По учебнику § 90.
По задачнику №№ 497, 466.

Вопросы для повторения.

1. Какое число называется простым числом?
2. Какое число называется составным числом?
3. На какие три группы делятся числа натурального ряда?
4. Какие два делителя обязательно имеются у каждого числа?
5. Какие делители может иметь составное число?

Урок 30. Разложение чисел на простые множители (1-й час).

План урока.

1. Разъяснение относительно терминов „делитель" и „множитель".
2. Свойство составного числа.
3. Разложение числа на простые множители.
4. Способы разложения чисел на простые множители.

Если по признакам делимости и опытом мы решаем, что число 15 делится на 3 и на 5, то результат можно записать двояко: $15:3=5$ или $15=3\cdot5$. В этих записях число 3 является то делителем, то множителем. То же можно сказать и про число 5. Поэтому слово „делитель" иногда можно заменять словом „множитель".

Каждое составное число можно разложить на простые множители, т. е. представить его в виде произведения простых чисел, например:

$$12=2\cdot2\cdot3.$$

Раньше приходилось разлагать числа на слагаемые, т. е. представлять число в виде суммы нескольких слагаемых. Например, число 17 можно представить в виде суммы разрядных чисел $17=10+7$.

Разложение на простые множители отличается от разложения на слагаемые тем, что представить в виде суммы можно любое число, представить же в виде произведения простых чисел можно только составное число. Так, например, число 17 на множители не разлагается — оно простое число.

Разложение чисел на простые множители производится следующим образом: делят число на наименьшее простое число, находят частное и записывают число в виде произведения делителя на частное. Если частное окажется составным числом, то продолжают разложение в том же порядке.

Пример: разложить 252 на простые множители.

$$252=2\cdot126.$$

По признакам делимости устанавливаем, что 126 — число составное, оно делится на 2; делим в уме 126 на 2 и записываем результат:

$$252=2\cdot2\cdot63.$$

Затем, обращаем внимание на то, что число 63 делится на 3, и записываем вновь:

$$252=2\cdot2\cdot3\cdot21.$$

Число 21 тоже делится на 3, записываем:

$$252=2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot7.$$

Этот результат является окончательным, так как все множители в этой записи — простые числа.

Для сокращения времени запись можно вести непрерывную:

$$252 = 2 \cdot 126 = 2 \cdot 2 \cdot 63 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 21 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7.$$

Еще лучше, если результат деления держать в уме и записывать сразу: $252 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$.

Упражнение. Когда число оканчивается нулями, то разложение его на простые множители упрощается. Пример: разложить на простые множители число 120.

$$120 = 12 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5.$$

Множители записываются в возрастающем порядке.

Решение примеров № 515 (6, 7, 8).

Задание на дом. По учебнику § 91.
По задачнику № 515 (1—5).

Вопросы для повторения.

1. Каким свойством обладает каждое составное число?
2. Чем отличается разложение числа на множители от разложения на слагаемые?
3. Как выполняется разложение числа на простые множители?
4. Как можно упростить разложение на множители, если число оканчивается нулями?

Урок 31. **Разложение чисел на простые множители** (2-й час).

План урока.

1. Сокращённые приёмы разложения чисел на множители (продолжение).
2. Запись разложения столбиком.
3. Проверка разложения на множители.
4. Единственность разложения числа на множители.

Продолжаются упражнения в разложении на множители чисел, оканчивающихся нулями.

Упражнения. Разложить на множители число 480.

$$480 = 48 \cdot 10 = 6 \cdot 8 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5.$$

Разложить на множители число 720.

$$720 = 72 \cdot 10 = 8 \cdot 9 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

При разложении на множители большого числа действие записывают столбиком:

$$\begin{array}{r|l} 1\,764 & 2 \\ 882 & 2 \\ 441 & 3 \\ 147 & 3 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 1764 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \qquad \begin{array}{r|l} 3\,465 & 3 \\ 1\,155 & 3 \\ 385 & 5 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \quad 3465 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11.$$

Проверку разложения числа на множители можно провести перемножением всех множителей, начиная с самого большего. Так, в последнем примере произведение 11 на 7 равно 77, слева от черты стоит 77, значит деление выполнено правильно; 77 на 5 — получится 385, слева от черты написано 385, правильно и т. д.; в результате должно получиться 3465.

Если при разложении на множители встретится число, относительно которого трудно сказать: простое оно или составное, то обращаемся к таблице простых чисел. Пример:

$$\begin{array}{r|l} 1\,506 & 2 \\ 753 & 3 \\ 251 & 251 \\ 1 & \end{array} \qquad 1\,506 = 2 \cdot 3 \cdot 251.$$

В данном случае число 251 по признакам делимости не делится на 2, на 3, на 5, не делится также на 7, на 11, на 13 и т. д. Обратившись к таблице, находим, что оно — простое число.

Наконец, учитель обращает внимание учащихся на то, что при любом способе разложения числа на простые множители результат получается один и тот же, в чём легко убедиться на примерах:

$$90 = 2\cdot45 = 2\cdot3\cdot15 = 2\cdot3\cdot3\cdot5.$$
$$90 = 9\cdot10 = 3\cdot3\cdot2\cdot5 = 2\cdot3\cdot3\cdot5.$$

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad 90 = 2\cdot3\cdot3\cdot5.$$

Между тем, разлагая число на слагаемые, можно получить много различных сумм:

$90 = 45 + 45$; $90 = 30 + 30 + 30$; $90 = 40 + 50$ и т. д.

Упражнения. Примеры № 516 (11—15).

Задание на дом. По задачнику № 516 (верхняя строка).

Вопросы для повторения.

1. Какими приёмами можно выполнять разложение чисел на множители?
2. Какой результат получается при разложении числа на множители разными приёмами?
3. В каких случаях используется таблица простых чисел?

Урок 32. **Числа взаимно простые и взаимно составные.**

План урока.

1. Понятие об общем делителе двух или нескольких чисел.
2. Числа взаимно простые.
3. Числа взаимно составные.
4. Решение задачи.

Разложим на простые множители числа — 18, 24 и 30:

$$18 = 2\cdot3\cdot3;$$
$$24 = 2\cdot2\cdot2\cdot3;$$
$$30 = 2\cdot3\cdot5.$$

Сравнивая результаты разложения, находим, что, все три числа имеют делителем 2 и все три числа имеют делителем 3. Делители 2 и 3 поэтому называются общими. Каждое из трёх данных чисел делится на 2, на 3 и, стало быть, делится на произведение этих множителей, т. е. на 6. Общим множителем является также единица.

Разложим на простые множители ещё два числа — 16 и 27:

$$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2;$$
$$27 = 3 \cdot 3 \cdot 3.$$

Сравнивая между собою множители этих чисел, замечаем, что нет ни одного множителя, который вошёл бы в состав каждого числа. Только единица является общим множителем двух данных чисел, других же общих множителей нет.

Даётся определение взаимно простых чисел, которое записывается в тетради:

> Два числа, которые не имеют общих делителей кроме единицы, называются взаимно простыми числами. Пример: 18 и 25.

Затем даётся определение взаимно составных чисел, которое тоже записывается в тетради:

> Два числа, которые имеют по крайней мере один общий делитель больше единицы, называются взаимно составными числами. Пример: 12 и 16.

Упражнение. Выяснить, являются ли числа взаимно простыми или взаимно составными: 11 и 45; 135 и 216; 17 и 34.

Оставшаяся часть урока отводится на решение задачи № 489.

Разбор условий задачи.

Вопрос. Какую форму будет иметь огород, если изобразить его на чертеже?

Ответ. Огород будет иметь форму прямоугольника.

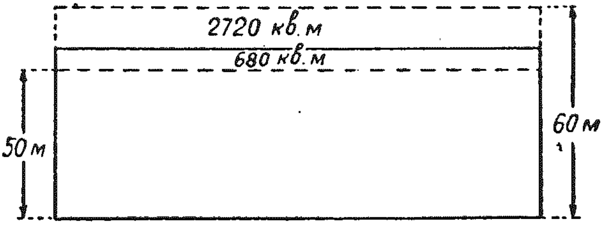
Начертим прямоугольник (черт. 16).

В. Что требуется определить в этом прямоугольнике?

О. Длину, ширину и площадь.

В. Какие условия даются в задаче?

О. Если ширина огорода будет 50 *м*, а длина



Черт. 16.

останется такой, какая есть, то площадь уменьшится на 680 *кв. м.*

В. Как нужно изменить ширину прямоугольника, чтобы площадь от этого уменьшилась на 680 *кв. м*?

О. Ширину нужно уменьшить на несколько метров.

Обозначим на чертеже новую границу участка пунктирной линией и запишем: ширина уменьшенного участка 50 *м*, площадь отрезанной полосы 680 *кв. м.*

В. Ещё какие условия даются в задаче?

О. Если ширина огорода будет 60 *м*, а длина останется прежней, то площадь увеличится на 2720 кв. метров.

В. Как нужно изменить ширину прямоугольника, чтобы площадь от этого увеличилась на 2720 кв. метров?

О. Ширину нужно увеличить на несколько метров.

Обозначим на чертеже ещё одну условную границу огорода пунктирной линией и запишем: ширина увеличенного участка 60 *м*, площадь прирезанной полосы 2720 *кв. м.*

На чертеже обозначился новый прямоугольник, ограниченный пунктирной линией.

В. Что можно узнать в этом прямоугольнике по тем данным, которые записаны на чертеже?

О. Можно узнать ширину прямоугольника и его площадь.

В. По площади и ширине прямоугольника что можно определить?

О. По площади и ширине прямоугольника можно определить его длину.

В. Длину какого прямоугольника?

О. Длину прямоугольника, ограниченного пунктирной линией; эта длина будет и длиной огорода.

В. Зная длину огорода, что можно определить?

О. Можно узнать сначала увеличенную площадь или уменьшенную площадь, потом искомую площадь и, наконец, искомую ширину огорода.

План и решение.

1. Чему равна ширина прямоугольника, ограниченного пунктиром?

$$60 - 50 = 10\ (м).$$

2. Чему равна площадь прямоугольника, ограниченного пунктиром?

$$680 + 2720 = 3400\ (кв.\ м).$$

3. Чему равна длина прямоугольника?

$$3400 : 10 = 340\ (м).$$

4. Чему равна площадь прямоугольника шириной в 60 *м*?

$$340 \cdot 60 = 20\,400\ (кв.\ м).$$

5. Чему равна площадь искомого прямоугольника?

$$20\,400 - 2\,720 = 17\,680\ (кв.\ м).$$

6. Чему равна ширина искомого прямоугольника?

$$17\,680 : 340 = 52\ (м).$$

Проверка.

$$340 \cdot 52 = 17\,680;$$
$$340 \cdot 50 = 17\,000;$$
$$17\,680 - 17\,000 = 680;$$
$$340 \cdot 60 = 20\,400;$$
$$20\,400 - 17\,680 = 2\,720.$$

Ответ. 340 *м*, 52 *м*, 17 680 *кв. м*.

Задание на дом. По задачнику №№ 520, 490.

Вопросы для повторения.

1. Какой делитель называется общим для двух или нескольких чисел?

2. Какие два числа называются взаимно простыми?

3. Какие два числа называются взаимно составными?

4. Одно число простое, другое — составное. Могут ли эти два числа быть взаимно простыми? взаимно составными?

Урок 33. Свойства куба. Вычерчивание развёртки куба.

План урока.

1. Свойства куба.
2. Ознакомление с развёрткой куба.
3. Вычерчивание развёртки куба на классной доске.
4. Вычерчивание развёртки куба в тетрадях.

Учебное оборудование: два куба возможно большего размера; бумажная развёртка, сложенная в форме куба и перевязанная ниткой; классная линейка и угольник; линейки и тетради в клеточку у всех учащихся.

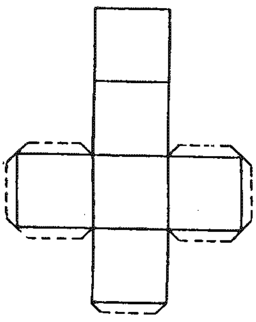
В начале урока идёт повторение всего, что известно учащимся о кубе; грани куба, их форма и число; рёбра куба пересекающиеся и параллельные; вершины куба; углы; основания и боковые грани. Каждый из этих элементов должен быть найден, показан, назван; грани, ребра и углы (линейные) должны быть сравнены по величине (удобно при помощи двух одинаковых кубов).

После этого учитель берёт сложенную развёртку куба, указывает грани куба, рёбра, а затем, перерезав нитку, развёртывает модель куба в одной плоскости. Учащимся даётся пояснение термина развёртка куба, сосчитывается число квадратов развёртки, обращается внимание на их расположение, на линии сгиба.

Далее, при помощи линейки и угольника учитель вычерчивает на доске в увеличенном виде развёртку куба, предложив учащимся запомнить порядок изготовления чертежа.

Затем учитель даёт учащимся указания, как выполнить чертёж в тетрадях. На свободной странице сверху пишется заглавие: Развёртка куба. По середине страницы сверху вниз располагаются четыре равные квадрата, причём сторона каждого равна 8 делениям клетчатой бумаги; с боков пристраиваются еще два таких же квадрата.

Когда учащиеся выполнят работу, учитель заканчивает свой чертёж на доске: причерчивает пунктиром полоску к одной из крайних боковых граней и такие же полоски к трём сторонам каждого основания (черт. 17); эти полоски необходимы для склеивания модели куба. Учащиеся выполняют то же самое на своих чертежах.



Черт. 17.

Задание на дом. 1. Повторить таблицу метрических мер объёма.

2. Начертить развёртку куба на бумаге или на картоне любого размера, вырезать, сложить и склеить модель куба. Даётся указание: склеивание начинать с боковых граней, а полоски при основаниях, подогнутые под тупым углом, после намазывания клеем вставить внутрь.

Урок 34. Наибольший общий делитель нескольких чисел.

План урока.

1. Определение наибольшего общего делителя двух или нескольких чисел.

2. Нахождение наибольшего общего делителя способом разложения чисел на простые множители.

3. Сокращённые приёмы нахождения наибольшего общего делителя.

4. Свойства частных от деления данных чисел на их наибольший общий делитель.

К определению наибольшего общего делителя двух или нескольких чисел учащиеся подготовляются следующими упражнениями.

Находим все делители каких-нибудь двух чисел, например 105 и 135, предварительно разложив их на простые множители:

$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$; делители числа 105 — 1, 3, 5, 7, 105, 35, 21, 15;

$135 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$; делители числа 135 — 1, 3, 5, 9, 135, 45, 27, 15.

Вводим первое ограничение — из всех делителей выписываем только общие делители чисел 105 и 135:

Общие делители — 1, 3, 5, 15.

Вводим второе ограничение — из всех общих делителей выписываем только наибольший общий делитель чисел 105 и 135:

наибольший общий делитель — 15.

Определение: наибольшим общим делителем нескольких чисел называется самое большое число, на которое делятся все эти числа (§ 97).

Наибольший общий делитель будем условно обозначать буквами НОД, но читать всегда полностью.

Далее выясняется, как проще находить НОД. Обращается внимание на то, что число 15 есть произведение чисел 3 и 5, а эти числа являются простыми делителями чисел 105 и 135. На другом примере подтверждается замеченное свойство. Исходя из этого, можно вывести правило нахождения наибольшего общего делителя нескольких чисел (§ 93).

Пример. Найти наибольший общий делитель чисел, 48, 72 и 96.

$$48 = 2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot3.$$
$$72 = 2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot3.$$
$$96 = 2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot3.$$
$$\text{НОД} - 2\cdot2\ 2\cdot3 = 24.$$

В некоторых случаях наибольший общий делитель находится проще — по внешнему виду чисел. Например, НОД чисел 20, 50 и 70 равен 10; НОД чисел 9, 18 и 27 равен 9; НОД чисел 26 и 39 равен 13 и т. д.

Необходимо обратить внимание учащихся на следующие два свойства частных от деления данных чисел на их наибольший общий делитель:

1) частное от деления каждого числа на наибольший общий делитель можно находить непосредственным делением, а также перемножением остальных (не общих) делителей; так, в рассмотренном примере частное от деления 96 на 24 равно произведению двух оставшихся (не общих) множителей 2·2;

2) частные от деления всех данных чисел на их наибольший общий делитель являются числами взаимно простыми; в рассмотренном примере частные от де-

ления 48, 72 и 96 на 24 есть 2, 3 и 4 — числа взаимно простые.

Упражнение. Длина прямоугольного участка земли 175 *м*, ширина 105 *м*. Начертить план участка, изобразив в 1 *см* наибольшее число метров.

Решение. $175 = 5 \cdot 5 \cdot 7$ НОД — $5 \cdot 7 = 35$.
$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

Масштаб: в 1 *см* — 35 *м*. Длина участка на чертеже 5 *см*, ширина 3 *см*.

Задание на дом. По учебнику §§ 97, 98.
По задачнику № 522 (1—4).

Вопросы для повторения.

1. Что называется наибольшим общим делителем нескольких чисел?
2. Как читается правило нахождения наибольшего общего делителя нескольких чисел?
3. Как находится частное от деления данных чисел на их наибольший общий делитель?
4. Какие числа получаются при делении данных чисел на их наибольший общий делитель?

Уроки 35 и 36. Нахождение наибольшего общего делителя нескольких чисел.

Данные уроки отводятся для упражнений учащихся в нахождении наибольшего общего делителя нескольких чисел.

Разложение данных чисел на простые множители записывается в простых случаях строкой, в более сложных случаях — столбиком. Пример:

$$\begin{array}{r|l} 3420 & 2 \\ 1710 & 2 \\ 855 & 3 \\ 285 & 3 \\ 95 & 5 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3800 & 2 \\ 1900 & 2 \\ 950 & 2 \\ 475 & 5 \\ 95 & 5 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array} \quad \text{НОД} — 2 \cdot (2 \cdot 5 \cdot) \cdot 19 = 380$$

Необходимо поощрять сокращённые приёмы разложения на множители и нахождения наибольшего общего делителя.

Способ последовательного деления при нахождении наибольшего общего делителя можно пока не рассматривать.

Материалом для упражнений в классе и дома могут служить задачи №№ 521, 522, 523; 475, 476 и др.

***Урок 37.* Понятие об общем кратном и наименьшем общем кратном нескольких чисел.**

План урока.

1. Нахождение чисел, кратных нескольких данных чисел.
2. Определение общего кратного нескольких чисел.
3. Определение наименьшего общего кратного нескольких чисел.
4. Правило нахождения наименьшего общего кратного посредством разложения чисел на простые множители.

После повторения значения слова „кратное", учащимся предлагается найти числа, кратные 4, и числа, кратные 6.

На 4 делятся — 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, ...
На 6 делятся — 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ...

Очевидно, что существует много чисел, делящихся на 4, т. е. кратных 4, и много чисел, делящихся на 6, т. е. кратных 6.

Вводим первое ограничение — из всех найденных чисел выписываем только такие числа, которые делятся и на 4 и на 6, т. е. являются общими кратными двух данных чисел:

Общие кратные — 12, 24, 36, ...

Даётся определение общего кратного двух или нескольких чисел.

Вводим второе ограничение — из всех общих кратных выписываем только наименьшее общее кратное чисел 4 и 6:

Наименьшее общее кратное — 12.

Определение: наименьшим общим кратным нескольких данных чисел называется самое меньшее число, которое делится на каждое из этих чисел (§ 101).

Наименьшее общее кратное будем условно обозначать буквами НОК, но читать всегда полностью.

Далее выясняется, как можно проще находить НОК. Обращаем внимание на то, что число $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$, т. е. 12 состоит из всех множителей числа 6 и недостающих множителей числа 4.

Проводим наблюдение на другом примере. Наименьшее общее кратное чисел 12 и 16 равно 48. Число $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$, т. е. состоит из всех множителей числа 16 и недостающих множителей числа 12.

Исходя из этого, выводим правило для составления наименьшего общего кратного нескольких данных чисел (§ 102, первая формулировка).

Упражнения.

1. Найти наименьшее общее кратное чисел 6, 10 и 12.

$$\begin{array}{c} 6 = 2 \cdot 3; \\ 10 = 2 \cdot 5; \\ 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \\ \hline \text{НОК} - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60 \end{array}$$

2. Найти наименьшее общее кратное чисел 24; 40 и 60.

$$\begin{array}{c} 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3; \\ 40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5; \\ 60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5. \\ \hline \text{НОК} = 2 \cdot 2 \cdot 3\ (5 \cdot 2) = 120. \end{array}$$

При нахождении наименьшего общего кратного нескольких чисел рекомендуется выписывать все множители наибольшего числа, а из остальных чисел выписывать недостающие множители. Этот порядок целесообразен тем, что в частных случаях большее число может оказаться наименьшим общим кратным данных чисел.

Пример. Найти наименьшее общее кратное чисел 106, 265 и 530.

$$\begin{array}{r|l} 106 & 2 \\ 53 & 53 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 265 & 5 \\ 53 & 53 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 530 & 2 \\ 265 & 5 \\ 53 & 53 \\ 1 & \end{array} \qquad \text{НОК} - 2 \cdot 5 \cdot 53 = 530$$

Упражнения. 1. Задача № 527 (8, 9).

2. Учащиеся V „А“ и V „Б“ классов пошли на экскурсию строем по 6 человек в ряд и вернулись с экскурсии строем по 8 человек в ряд, причём ряды

были полные. Сколько человек учащихся в V „А“ и V „Б“ классах?

Решение.

Число учащихся делится на 6 и на 8. Наименьшее общее кратное чисел 6 и 8 равно 24, другие общие кратные тех же чисел 48, 72, 96, ... Числа 24 и 96 не могут служить ответом на вопрос задачи, как не соответствующие действительности. Следовательно, в обоих пятых классах учится или 48 или 72 чел. учащихся.

Задание на дом. По учебнику §§ 101 и 102.
По задачнику № 527 (1—7).

Составить опись сдаваемых денег.

Денежные знаки	Количество	Сумма	
		руб.	коп.
1 рубль	315		
3 рубля	265		
5 рублей	334		
10 „	218		
25 „	142		
50 „	32		
100 „	21		
мелочью	—	38	40
Всего	—		

Слагаемые вычислить в уме, сумму проложить на счётах. Сделать проверку.

Вопросы для повторения.

1. Какое число называется наименьшим общим кратным нескольких данных чисел?
2. Как читается правило нахождения наименьшего общего кратного?

***Уроки 38 и 39.* Нахождение наименьшего общего кратного нескольких данных чисел.**

Данные уроки отводятся для упражнений учащихся в нахождении наименьшего общего кратного нескольких чисел посредством разложения на множители. Вопрос о нахождении наименьшего общего кратного посредством нахождения наибольшего общего делителя можно не затрагивать.

При решении примеров должны быть рассмотрены все три случая нахождения наименьшего общего кратного:

1) данные числа взаимно простые;

2) одно из данных чисел кратно остальных;

3) общий случай.

Для занятий в классе и для заданий на дом можно использовать задачи №№ 526—531 и др.

***Урок 40.* Кубические единицы. Объем куба.**

План урока.

1. Оценка работы учащихся по изготовлению моделей куба.
2. Понятие объёма тела.
3. Повторение метрических мер объёма.
4. Нахождение объёма куба.
5. Практическая работа по определению объёмов моделей куба.

Учебное оборудование: арифметический ящик, модель кубического сантиметра, модель кубического дециметра, модель куба несколько больших размеров, три палки длиной по 1 *м*, модели куба у всех учащихся.

Учитель проходит по рядам парт, осматривает каждую работу, даёт ей оценку; лучшие работы предлагает сдать ему после урока для будущей выставки. После проверки учащиеся кладут модели перед собой на парты.

Вызываются один за другим 2—3 учащихся со своими моделями куба, они находят и показывают на моделях грани, ребра, вершины, углы (линейные).

При помощи сравнения нескольких моделей уточняется понятие объёма тела: один куб занимает большую часть пространства, другой — меньшую. Часть пространства, которую занимает куб, называется его объёмом.

Далее следуют вопросы учителя и полные ответы учащихся:

1) Что мы измеряем линейными мерами? — Длину отрезков.

2) Сколько измерений имеет отрезок прямой? — Одно измерение.

3) Что мы измеряем квадратными мерами? — Площади квадратов и прямоугольников.

4) Сколько измерений имеет квадрат? — Два измерения.

5. Что мы измеряем кубическими мерами? — Объём куба, объём комнаты и других предметов.

6) Сколько измерений имеет куб? — Три измерения.

Три ребра куба, выходящие из одной вершины, называются его измерениями — длиной, шириной и высотой (вместо высоты иногда употребляются слова: толщина, глубина). Все три измерения куба одинаковы.

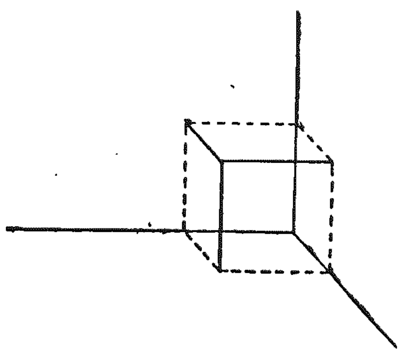
Учащимся необходимо дать конкретное представление о кубических единицах. С этой целью учитель показывает им модели кубического сантиметра и кубического дециметра. Для демонстрации кубического метра три метровые палки приставляются перпендикулярно друг к другу, затем в углу комнаты приставляются перпендикулярно стенам и полу; недостающие 6 рёбер куба намечаются мелом на стенах и на полу (черт. 18). Учащиеся запоминают величину трёх представленных им кубических единиц.

Затем опять следуют вопросы учителя:

1) Чему равен объём куба, у которого длина равна 1 *см*, ширина 1 *см* и высота 1 *см*?

2) Чему равен объём куба, у которого длина, ширина и высота равны по 1 *дм*? Что такое литр?

3) Чему равен объём куба, у которого все три измерения равны по 1 *м*?



Черт. 18.

4) Сколько кубических сантиметров содержится в 1 куб. дециметре?

5) Сколько кубических дециметров содержится в 1 куб. метре?

6) Сколько кубических сантиметров содержится в 1 куб. метре?

Далее учитель при помощи арифметического ящика знакомит учащихся, как непосредственным заполнением кубическими единицами *измеряется* объём куба, укладывая отдельные кубические единицы в брусочки, брусочки в плитки, из плиток складывая куб. Затем учитель, основываясь на наблюдениях учащихся, говорит о возможности более быстрого *вычисления* объёма куба, для чего достаточно измерить ребро куба какими-либо линейными единицами, взять это число множителем три раза и произведение покажет объём куба, выраженный в кубических единицах.

Учащиеся записывают в тетради правило:

> Чтобы вычислить объём куба, нужно ребро куба взять сомножителем три раза.
> Формула $V = a \cdot a \cdot a$ (куб. единиц) или $v = a^3$.

После этого учитель берёт принесённую им модель куба, измеряет ребро, которое равно, например, 20 *см* и делает на доске следующие записи:

Вычисления.

1) Длина ребра куба $a = 20$ *см*.
2) Периметр грани куба $a + a + a + a = 20 \cdot 4 = 80$ (*см*).
3) Площадь грани куба $a \cdot a = 20 \cdot 20 = 400$ (*кв. см*).
4) Объём куба $a \cdot a \cdot a = 20 \cdot 20 \cdot 20 = 8\,000$ (*куб. см*).

Упражнение. Каждому учащемуся предлагается измерить в сантиметрах ребро своей модели куба и записать в тетради такие же вычисления.

Задание на дом. Вычислить объём куба: 1) если его ребро равно 12 *см*; 2) если периметр его грани равен 24 *см*; 3) если площадь его грани равна 64 *кв. см*.

Вопросы для повторения.

1. Что называется кубической единицей или единицей объёма?
2. Какие существуют кубические единицы?

3. Во сколько раз кубический дециметр больше кубического сантиметра?

4. Во сколько раз кубический метр больше кубического дециметра?

5. Сколько кубических миллиметров содержится в одном кубическом сантиметре?

6. Как определяется объём куба?

***Урок 41.* Проверочная письменная работа по теме „Делимость чисел“.**

При составлении заданий для проверочной работы (в 4 вариантах) нет необходимости включать специальные упражнения на разложение чисел на простые множители, т. к. наличие соответствующих навыков видно будет при выполнении упражнений на нахождение НОД и НОК.

По трудности работа должна быть рассчитана на средних учащихся, а для более сильных может быть дан дополнительный пример.

Ниже приводится один из возможных вариантов проверочного задания.

№ 1.

1) Написать три простых числа больше 20.
2) Написать три составных числа больше 20.
3) Написать два взаимно простых числа.
4) Найти НОД для чисел 315, 525 и 735.
5) Найти НОК для чисел 48 и 240; 600 и 40.

Дополнительный: найти НОД и НОК для чисел 2310 и 19404.

III. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ.

Общие указания к теме.

Учение о дробях является основным содержанием систематического курса арифметики. Первоначальные сведения о простейших дробях, полученные учащимися в начальной школе, должны быть повторены и закреплены при прохождении новой темы. Более того, навыки учащихся в выполнении действий над дробями „по соображению", а не по правилам систематического курса арифметики, должны постоянно поощряться учителем. Если, например, при сложении дробных чисел $2\frac{3}{4}+\frac{5}{72}+\frac{1}{4}$ учащиеся обратят внимание на то, что первое и третье слагаемые дают в сумме 3 и сразу запишут ответ $3\frac{5}{72}$, то это будет путь решения, основанный на первоначальных навыках, полученных детьми в III и IV классах. Такое решение даёт большую экономию времени по сравнению с обычным путём приведения дробей к общему знаменателю.

Учащиеся являются в V класс с некоторыми знаниями о дробях, но в первое время они не считают дроби числами, по крайней мере смутно представляют себе их природу. Отсюда возникает первая основная задача систематического курса дробей — задача дальнейшего расширения понятия числа, ознакомления учащихся с тем, что дроби есть новая совокупность (множество) чисел, отличных от целых (натуральных) чисел, но подчиняющихся тем же законам.

При изучении дробей расширяется не только понятие числа, но расширяется также и понятие об операциях над числами: если деление натуральных чисел было признано ограниченно возможным, то теперь это ограничение снимается, в новой области чисел всякое деление возможно, кроме деления на нуль. Расширяется также понятие о счётной единице.

Сознательность усвоения курса является общим дидактическим требованием, но при изучении теории дробей оно является особенно настоятельным, потому что формальное восприятие этой теории создаёт трудности для усвоения курса в целом. Так, например, учащимся нелегко приходится менять привычные для них представления о результатах действий: в новой области чисел результат умножения может быть меньше множимого и результат деления может быть больше делимого.

Сознательность усвоения учащимися теории дробей в значительной мере обеспечивается наглядными пособиями, без которых немыслимо прохождение данного раздела арифметики; графическая иллюстрация должна найти широкое применение в практике преподавания дробей.

Всю серию уроков, охватывающую выяснение вопроса умножения на дробь (уроки 71—80), следует подготовить особенно тщательно и провести в строгой методической последовательности, так как в этот именно период совершается перелом представления детей о результатах умножения.

В связи с задачами политехнического обучения возникает необходимость более широкой трактовки вопроса об отношении, не выходящей, однако, за рамки программных требований.

Другой основной задачей изучения дробей является привитие учащимся твёрдых вычислительных навыков, доведение техники выполнения действий над дробями до степени автоматических навыков. Выработка вычислительных навыков преследует двоякую цель: подготовку учащихся для успешного усвоения курса математики в последующих классах и подготовку к будущей практической деятельности. Этим определяется характер тренировочных упражнений при изучении дробей.

Из задач данного раздела курса исключительное днячение имеют задачи, связанные с нахождением зроби числа и числа по данной его дроби; этим задачам учитель должен уделить большое внимание.

Упражнения в устном счёте, а также упрощённы приёмы вычислений должны практиковаться систематически с широким использованием законов и свойств арифметических действий.

При изучении дробей большое значение имеет повторение свойств натуральных чисел и сопоставление этих свойств со свойствами дробей.

План изложения темы.

Основные понятия	5 час.
Изменение величины дроби с изменением её членов	1 „
Основное свойство дроби. Сокращение дроби	5 „
Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю	3 „
Сложение и вычитание дробей	7 „
Умножение дроби на целое число	2 „
Деление дроби на целое число	1 „
Нахождение дроби числа	1 „
Умножение целого числа, дроби и смешанного числа на дробь	9 „
Проверочная письменная работа	1 „
Нахождение числа по данной его дроби	2 „
Деление на дробь целого числа, дроби и смешанного числа. Числа взаимнообратные	6 „
Отношение двух чисел. Замена отношения дробных чисел отношением целых чисел	5 „
Проверочная письменная работа	2 „
Решение задач на все действия с целыми и дробными числами	30 „
Геометрические сведения	5 „
Проверочные письменные работы по теме	5 „
	90 часов

Урок 42. **Доли единицы.**

План урока.

1. Величины, допускающие деление на части.
2. Доли единицы.
3. Необходимость дробления единицы.
4. Дробное число.

5. Изображение дроби.

6. Счёт долями.

Учебное оборудование: полоска плотной бумаги длиною в 40—50 *см*, полоски бумаги длиною в 20 *см* по числу учащихся.

В начале урока устанавливается, что числа бывают отвлечённые, например, 3, 7, 52, именованные, например, 2 *м*, 5 *кг*, 6 часов, и предметные, например, 2 булки, 4 котёнка, 7 стульев и т. д.

Отвлечённые числа можно делить на равные части, как это было выяснено на предыдущих уроках. Числа, выражающие величины, тоже можно делить на равные части; например, 1 метр делится на 10, 100, 1000 равных частей. Что же касается предметных чисел, то деление их не всегда возможно. Так, например, две булки можно разделить на троих поровну, четырёх котят нельзя распределить между трёмя лицами поровну; один карандаш можно разделить пополам, перо нельзя разделить на части.

Величины, допускающие деление, сохраняют после деления свое значение, например, лента, разрезанная на две части, даёт две ленты покороче; отрезок прямой при делении даёт тоже отрезки прямой.

Возьмём полоску бумаги и перегнём ее пополам, линию сгиба отметим (цветным карандашом). Полоска бумаги, которую мы примем за единицу, разделилась на две равные части. Вместо слова „часть“ будем употреблять слово „доля“: полоска бумаги разделилась на две равные доли. Одна вторая доля и еще одна вторая доля составляют вместе две вторых доли или единицу.

Теперь сложим полоску вдвое, потом вчетверо и новые линии сгиба отметим карандашом. Полоска бумаги разделилась на 4 равные доли. Одна четвертая доля и еще одна четвертая доля составляют вместе две четвертых доли или одну вторую долю; четыре четвёртых доли составляют единицу.

В практической деятельности часто приходится делить или *дробить* величины на равные доли, от этого получаются *дробные числа*, например, полметра, три четверти килограмма и т. д.

Одна доля, или собрание нескольких одинаковых долей единицы, называется дробью (§ 116).

Затем даётся определение смешанного числа.

Таким образом, существуют числа целые, составленные из целых единиц, и числа дробные, составленные из одинаковых долей единицы. Смешанные числа относятся ко второму виду чисел.

Далее учащиеся припоминают, как изображаются и читаются дроби и смешанные числа. Особенно важно подчеркнуть, что означает знаменатель дроби и что означает числитель дроби.

Учитель разъясняет учащимся, что считать теперь можно не только целые единицы, например, одно яблоко, два яблока, три яблока и не только группы единиц, например, десяток яиц, два десятка, три десятка, но и доли единицы — одна пятая доля, две пятых доли, три пятых доли, а также группы долей, например, две третьих доли взять один раз, два раза, три раза и т. п.

Упражнения. 1. Каждый ученик получает полоску бумаги. Учитель предлагает классу выполнить следующие упражнения.

Перегнуть полоску вдвое, линию сгиба отметить.

На правой половине полоски написать в середине $\frac{1}{2}$, левую оставить без пометки.

Левую половину полоски снова перегнуть вдвое, линию сгиба отметить.

На правой четвертинке написать $\frac{1}{4}$, левую оставить без пометки.

Левую четвертинку ещё раз перегнуть вдвое, линию сгиба отметить.

На каждой из меньших долей написать $\frac{1}{8}$.

Получится такое обозначение (черт. 19):

$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

Черт. 19.

Сколько четвёртых долей содержится в $\frac{1}{2}$ единицы?

Сколько восьмых долей содержится в $\frac{1}{4}$?

Сколько восьмых долей содержится в $1\frac{1}{2}$?

Показать $\frac{3}{4}$ полоски $\left(\text{ответ } \frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)$.

Показать $\frac{3}{8}$ полоски $\left(\text{ответ } \frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)$.

Показать $\frac{7}{8}$ полоски $\left(\text{ответ } \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)$.

2. Выполнить действия (устно):

$\frac{3}{4}+\frac{1}{4}$; $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$; $\frac{5}{8}+\frac{3}{8}$; $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$; $\frac{1}{4}+\frac{3}{8}$; $\frac{3}{4}+\frac{1}{8}$;
$\frac{3}{8}-\frac{1}{8}$; $\frac{7}{8}-\frac{3}{8}$; $\frac{5}{8}-\frac{1}{8}$; $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$;
$\frac{3}{4}-\frac{3}{8}$; $\frac{5}{8}-\frac{1}{2}$.

Найти $\frac{3}{7}$ длины шнура в 105 *м*.

Найти $\frac{9}{50}$ от 800 рублей.

Сколько минут составляют $\frac{4}{5}$ часа?

Задание на дом. По учебнику §§ 115, 116, 117.

Начертить прямоугольник и разделить его пополам; одну половину разделить пополам; одну четверть разделить пополам. Обозначить все полученные доли площади прямоугольника.

Вопросы для повторения.

1. Что называется дробью?
2. Что означает числитель дроби?
3. Что означает знаменатель дроби?
4. Как называются вместе числитель и знаменатель дроби?
5. Какое число называется смешанным?

Урок 43. **Получение дробных чисел.**

План урока.

1. Измерение величин.
2. Получение дробных чисел в результате измерения величин.

3. Получение дробных чисел в результате деления одного целого числа на другое целое число:

а) меньшего на большее,

б) большего на меньшее.

4. Деление целых чисел всегда возможно.

Учебное оборудование: рулетка или метр, линейки у всех учащихся.

В практической деятельности очень часто приходится измерять величины: определять расстояния, размеры площадей, объёмов, вес предметов, промежутки времени и т. д. Но только в редких случаях единица измерения укладывается целиком несколько раз в измеряемой величине.

Следует напомнить учащимся, что при определении в метрах длины и ширины классной комнаты (урок 5) были взяты приближённые значения этих величин. Чтобы получить более точные результаты измерения, нужно отложить по длине целое число метров и определить, сколько раз в остатке уложится какая-либо доля метра, например, десятая доля.

Двое учащихся берут рулетку и определяют длину комнаты: допустим, что метр уложился по длине 8 раз и десятая доля метра уложилась в остатке 7 раз, значит длина комнаты равна $8\frac{7}{10}$ *м*; таким же образом измеряется ширина комнаты.

Так в результате измерения получаются дробные числа. Необходимо пояснить, что измерение величин является основным источником получения дробных чисел.

Упражнение. Определить в дециметрах длину и ширину крышки парты.

Определить в сантиметрах длину и ширину страницы тетради (удобнее взять среднюю страницу).

Результаты измерения размеров классной комнаты, парты, листа тетради записать.

Затем учитель знакомит учащихся с другим источником получения дробей. Раньше, при изучении натуральных чисел было выяснено, что действие деления не всегда возможно, например, 3 нельзя разделить на 4. Но если четверым ребятам придётся разделить между собою поровну 3 одинаковых яблока, то они легко это сделают. Как именно?

Можно, например, поступить так: каждое яблоко разделить на четвёртые доли (демонстрируется на кружках); один из ребят берёт три четвёртые доли первого яблока, другой—три четвёртые доли второго яблока, третий—три четвёртые доли третьего яблока, наконец, четвёртый получает по одной четверти от каждого яблока, всего три четвёртые доли. Таким образом, дробное число может получиться в результате деления одного целого числа на другое целое число.

Поясняется, что запись $\frac{3}{4}$ имеет двоякий смысл: три четвёртых доли одной единицы и одна четвёртая доля трёх единиц.

Рассматривается ещё один пример: число 17 разделить на 5. Представим число 17 в виде суммы $15+2$. Чтобы разделить сумму на 5, нужно каждое слагаемое разделить на 5 и результаты сложить. При делении первого слагаемого получим 3, при делении второго слагаемого получим $\frac{2}{5}$, частное будет равно $3\frac{2}{5}$.

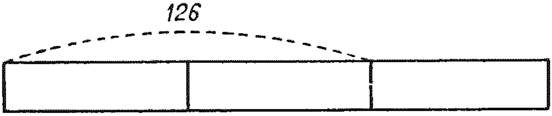
При рассмотрении этих примеров учащиеся убеждаются, что действие деления целых чисел является вторым источником получения дробей.

Кроме того, учитель имеет возможность подчеркнуть, что теперь учащиеся могут любое целое число разделить на другое целое число. Только на нуль деление невозможно. Почему?

Упражнения. 1. Задачи №№ 580, 581, 582.

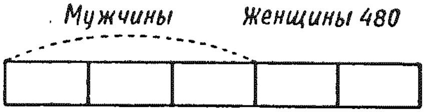
2. Решить задачи при помощи чертежей.

Ученик прочитал 126 страниц и ему ещё осталось прочитать $\frac{1}{3}$ книги. Сколько всего страниц в книге?



Черт. 20.

$\frac{3}{5}$ всех рабочих на заводе составляют мужчины и 480 человек женщин. Сколько всех рабочих на заводе?



Черт. 21.

Задание на дом. По учебнику §§ 118, 119.
По задачнику №№ 583, 584.

Вопросы для повторения.

1. Какие числа могут получиться в результате измерения величин?
2. Какие числа могут получиться в результате деления целых чисел?
3. Можно ли меньшее число разделить на большее?
4. Можно ли сказать, что всякое деление чисел выполнимо?

Урок 44. **Числовой луч.**

План урока.

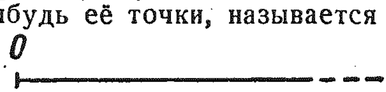
1. Определение луча.
2. Откладывание на луче отрезков, соответствующих целым числам.
3. Место дробей на числовом луче.
4. Множество целых и дробных чисел.
5. Равенство и неравенство дробных чисел.

Учебное оборудование: классная линейка с делениями, линейки у всех учащихся.

Учитель напоминает учащимся, что прямая линия может быть продолжена в обе стороны неограниченно. Если ограничить прямую двумя точками, то получится отрезок прямой. Затем даётся определение луча:

ЧИСЛОВОЙ ЛУЧ.

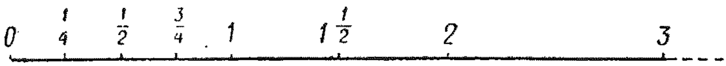
Часть прямой, идущая только в одну сторону от какой-нибудь её точки, называется лучом.



Черт. 22.

Данная точка называется началом луча или начальной точкой луча (черт. 22).

Отложим на луче от начальной точки одну, две, три... каких-нибудь единицы длины и отметим их концы точками. Если при этих точках поставить числа, то получится числовой луч (черт. 23).



Черт. 23.

Так как луч может быть продолжен неограниченно, то и точек, соответствующих целым числам, можно поставить на нём бесконечно много.

Не найдётся ли на этом луче место для какого-либо дробного числа, например, для дроби $\frac{1}{2}$? Оказывается, есть такая точка, которая соответствует одной второй доли единицы; наметим эту точку и поставим при ней $\frac{1}{2}$. Подобным же образом на луче можно найти точку, соответствующую любому дробному числу (черт. 23).

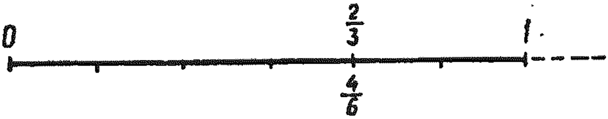
Таким образом, на числовом луче имеется множество точек, соответствующих целым и дробным числам; точка, соответствующая нулю, является начальной точкой луча.

Нетрудно видеть, что на какой-либо части луча дробных чисел существует гораздо больше, чем целых чисел; например, в промежутке от 1 до 3 имеется только три целых числа, а дробных чисел — бесконечно много.

Учащиеся записывают в тетрадях заголовок: „Числовой луч“ и воспроизводят чертёж, сделанный учителем.

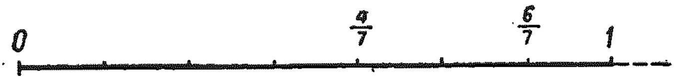
Упражнения. 1. Найти на числовом луче точки, соответствующие дробям $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{6}$ (Принять за единицу 18 клеточек). Что можно сказать про данные дроби?

Ответ. Дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{6}$ равны, потому что обозначают один и тот же отрезок на числовом луче: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ (черт. 24).



Черт. 24.

2. Найти на числовом луче точки, соответствующие дробям $\frac{4}{7}$ и $\frac{6}{7}$ (Принять за единицу 14 клеточек). Что можно сказать про данные дроби?

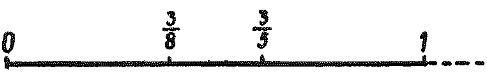


Черт. 25,

Ответ. Дробь $\frac{6}{7}$ больше дроби $\frac{4}{7}$, потому что на числовом луче первая дробь обозначает больший отрезок: $\frac{6}{7} > \frac{4}{7}$ (черт. 25).

Из двух дробей, имеющих одинаковые знаменатели, та больше, у которой числитель больше.

3. Найти на числовом луче точки, соответствующие дробям $\frac{3}{5}$ и $\frac{3}{8}$ (Принять за единицу 20 клеточек). Что можно сказать про данные дроби?



Черт. 26.

Ответ. Дробь $\frac{3}{5}$ больше дроби $\frac{3}{8}$, потому что на числовом луче первая дробь обозначает больший отрезок: $\frac{3}{5} > \frac{3}{8}$ (черт. 26).

Из двух дробей, имеющих одинаковые числители, та больше, у которой знаменатель меньше.

Вообще: из двух дробей та больше, которая стоит дальше от начала числового луча (от нуля).

4. Какую часть метра составляют: 20 *см*; 25 *см*; 40 *см*; 50 *см*; 75 *см*?

Задание на дом. Задачи №№ 587, 588, 589.

Вопросы для повторения.

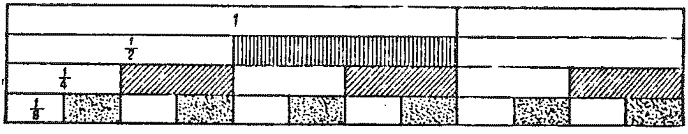
1. Что называется лучом?
2. Какой луч называется числовым?
3. Сколько на числовом луче расположено точек, соответствующих целым числам?
4. Сколько на числовом луче расположено точек, соответствующих дробным числам?
5. Какие дробные числа считаются равными?
6. Которая из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше? Почему?
7. Которая из двух дробей с одинаковыми числителями больше? Почему?

Урок 45. **Обращение целого числа и смешанного числа в неправильную дробь.**

План урока.

1. Определение правильной дроби.
2. Определение неправильной дроби.
3. Обращение целого числа в неправильную дробь.
4. Целое число, как частный случай дроби.
5. Обращение смешанного числа в неправильную дробь.

Учебное оборудование: на классной доске вывешивается плакат длиною в $1\frac{1}{2}$ метра, шириною в 40 *см*, изготовленный на оборотной стороне обоев и расчерченный следующим образом (черт. 27).



Черт. 27.

Выписываются дроби: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{7}{8}$. Путём сравнения с единицей выясняется, что все данные дроби — меньше единицы. Обращается внимание на то, что у каждой выписанной дроби числитель меньше знаменателя. Даётся определение правильной дроби и над рядом выписанных дробей делается надпись: правильные дроби.

Ниже выписывается другой ряд дробей: $\frac{2}{2}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{8}{8}$. Путём сравнения с единицей устанавливается, что каждая дробь данной группы равна единице. Обращается внимание на то, что у каждой из данных дробей числитель равен знаменателю.

Выписывается третий ряд дробей: $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{8}$, $\frac{11}{8}$, $\frac{12}{8}$. Путём сравнения с единицей выясняется, что каждая дробь третьей группы больше единицы, Обращается внимание на то, что у каждой из данных дробей числитель больше знаменателя.

Даётся определение неправильной дроби и над вторым рядом делается надпись: неправильные дроби.

Необходимо разъяснить учащимся, что выражение „неправильная дробь" означает лишь отличие этой дроби от „правильной", но не означает, что в этой дроби есть какая-то ошибка; в таком случае ошибку надо было бы немедленно исправить.

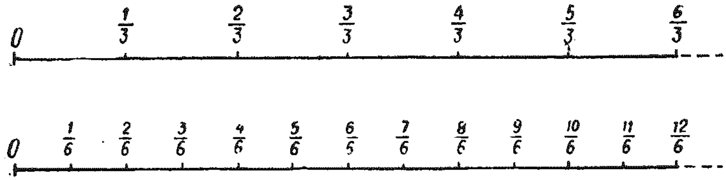
Упражнения. 1. На доске выписываются 10—15 правильных и неправильных дробей; учитель, указывая на какую-либо дробь, предлагает ученику прочитать дробь, определить её и объяснить, почему он относит дробь к тому или другому виду.

2. Другим учащимся учитель предлагает самим найти в записи правильную и неправильную дробь.

3. Следующим учащимся учитель предлагает дополнить запись несколькими правильными, потом несколькими неправильными дробями.

Затем учитель объясняет правило обращения целого числа в неправильную дробь с заданным знаменателем (§ 122).

Так как каждое целое число можно представить в виде дроби, то на числовом луче все целые числа можно заменить дробными числами с каким угодно знаменателем, например (черт. 28):



Черт. 28.

Мы видим, что на числовом луче вместо чисел 1 и 2 стоят дроби $\frac{3}{3}$ и $\frac{6}{3}$, на другом числовом луче вместо тех же чисел 1 и 2 стоят дроби $\frac{6}{6}$ и $\frac{12}{6}$.

Далее учитель объясняет правило обращения смешанного числа в неправильную дробь (§ 123).

Упражнения. Задачи №№ 591—597.

Задание на дом. По учебнику §§ 121, 122, 123. По задачнику №№ 601, 602, 608 (первая строка).

Вопросы для повторения.

1. Какая дробь называется правильной?
2. Какая дробь называется неправильной?
3. Как обратить целое число в неправильную дробь?
4. Как обратить смешанное число в неправильную дробь?

Урок 46. Обращение неправильной дроби в смешанное число.

План урока.

1. Правило обращения неправильной дроби в смешанное число.
2. Упражнения в преобразовании неправильных дробей.
3. Упражнения в сравнении дробей по величине.

Пользуясь плакатом „Единица и ее доли“ (черт. 27), учитель подготовляет учащихся к выводу правила обращения неправильной дроби в смешанное число. Берётся какая-нибудь неправильная дробь, например,

$\frac{11}{8}$ и путём сравнения её с единицей устанавливается, что $\frac{8}{8}$ можно выделить из данной дроби и заменить целой единицей, а $\frac{3}{8}$ останется дробью и всё число примет вид:

$$\frac{11}{8}=1\frac{3}{8}.$$

Затем берётся другая какая-нибудь дробь, которой нет на плакате, например, $\frac{14}{3}$ и устанавливается, что три третьих доли составляют единицу, следовательно, из $\frac{14}{3}$ можно получить столько целых единиц, сколько раз 3 содержится в 14; делим 14 на 3, получаем в частном 4 и в остатке две третьих доли. Результат записываем так: $\frac{14}{3}=4\frac{2}{3}$.

После двух-трех аналогичных упражнений формулируется правило исключения целого числа из неправильной дроби (§ 124).

Упражнения. 1. Задача № 603 (1, 2, 3).
2. Задачи №№ 611, 612.
3. Задачи №№ 613, 614.

Задание на дом. По учебнику § 124.
По задачнику №№ 603 (4, 5).

Вопросы для повторения.

1. Как обратить неправильную дробь в смешанное число?
2. Может ли быть обращена неправильная дробь в целое число?
3. Которая дробь ближе к единице: $\frac{3}{4}$ или $\frac{4}{5}$?
4. Которая дробь ближе к половине: $\frac{5}{8}$ или $\frac{7}{12}$?

Урок 47. Объём параллелепипеда.

План урока.

1. Свойства параллелепипеда.
2. Ознакомление с развёрткой параллелепипеда.

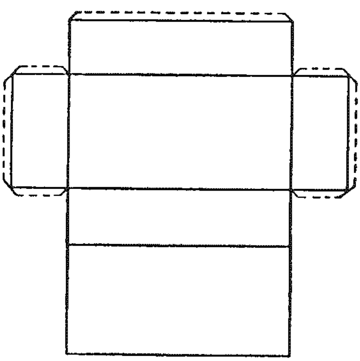
3. Вычерчивание развёртки.
4. Вычисление объёма параллелепипеда.

Учебное оборудование: две-три модели параллелепипеда; модель куба; бумажная развёртка, сложенная в форме параллелепипеда и перевязанная ниткой; три модели для определения объёма параллелепипеда или таблица, заменяющая их; линейки у всех учащихся.

В начале урока учащиеся перечисляют свойства параллелепипеда: грани, их форма и число; рёбра пересекающиеся и параллельные; вершины; углы (все прямые); основания параллелепипеда. Проводится сравнение параллелепипеда с кубом: в чём состоит их сходство и чем они отличаются друг от друга. В частности, обращается внимание на то, что все три измерения параллелепипеда могут быть различными.

После этого учитель берёт сложенную развёртку параллелепипеда, указывает на ней грани и рёбра, а затем, перерезав нитку, развёртывает модель параллелепипеда в одной плоскости. Учащиеся обращают внимание на расположение граней, на линии сгиба.

Учитель предлагает учащимся начертить развёртку параллелепипеда в тетрадях, указывает наиболее подходящие размеры и расположение чертежа на странице тетради (черт. 29).

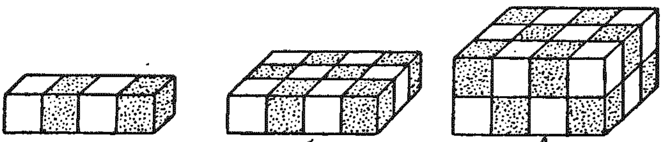


Черт. 29.

Далее учитель переходит к вопросу об определении объёма параллелепипеда. Демонстрируется модель параллелепипеда в форме бруска, составленная из 4 куб. дециметров, как показывает раскраска модели (черт. 30-а); объём этого параллелепипеда равен 4 куб. дециметрам.

Демонстрируется модель параллелепипеда в форме плитки, составленная из 3 брусков, как показывает раскраска модели (черт. 30-б), объём второго параллелепипеда равен 4 *куб. дм.*$\cdot 3 = 12$ *куб. дм.*

Демонстрируется модель параллелепипеда в форме ящика, составленная из 2 плиток, как показывает раскраска модели (черт. 30-в); объём третьего параллелепипеда равен (4 *куб. дм.*$\cdot$3)$\cdot$2 = 24 *куб. дм*; иначе: $V=4\cdot3\cdot2=24$ (*куб. дм.*).



а б в

Черт. 30.

Если в школе не имеется указанных моделей, то следует начертить таблицу этих моделей.

Учащимся даётся объяснение, что объём коробки, ящика и других предметов в форме параллелепипеда должен измеряться непосредственным заполнением предмета кубическими единицами и их подсчётом. Но так как этот способ требует много времени и не всегда применим, то объём определяют вычислением: узнают все три измерения параллелепипеда и полученные числа перемножают.

Запись в тетрадях.

Объём параллелепипеда.

Чтобы вычислить объём параллелепипеда, нужно, измерить одной и той же единицей три его ребра, выходящие из одной вершины и полученные числа перемножить.

Формула: $V=a\cdot b\cdot c$ (*куб. ед.*).

Упражнение. Измерить в сантиметрах три ребра модели параллелепипеда и вычислить его объём.

Задание на дом. Начертить на плотной бумаге развёртку параллелепипеда произвольных размеров и склеить модель.

Урок 48. **Изменение величины дроби с изменением её членов.**

План урока.

1. Увеличение или уменьшение одного члена дроби в несколько раз.
2. Правило увеличения дроби в несколько раз.
3. Правило уменьшения дроби в несколько раз.
4. Упражнения.

Учебное оборудование: плакат—„Единица и её доли".

Учитель предлагает учащимся вопрос: „В одном кувшине имеется $^1/_4$ *л* молока, а в другом—в три раза больше; сколько молока во втором кувшине?" Получив ответ, учитель предлагает сравнить дроби $^1/_4$ и $^3/_4$ и приводит учащихся к выводу: если числитель дроби увеличить в три раза, то и дробь увеличится в три раза.

Затем внимание класса обращается к плакату.

Учащиеся наглядно убеждаются в том, что если числитель какой-нибудь дроби, напр. $\frac{3}{4}$, увеличить в два раза, то и дробь увеличится в два раза, потому что доли остаются прежние, а число долей увеличивается вдвое; полоска в $\frac{6}{4}$ доли единицы в два раза длиннее полоски в $\frac{3}{4}$ доли единицы.

Наоборот, если числитель той же дроби $\frac{3}{4}$ уменьшить в три раза, то и дробь уменьшится в три раза, потому что доли остаются прежние, а число долей уменьшается в три раза; полоска в $\frac{1}{4}$ долю единицы в три раза короче полоски в $\frac{3}{4}$ доли единицы.

Подобным же образом учащиеся убеждаются, что если знаменатель какой-нибудь дроби, например $\frac{1}{2}$, увеличить вдвое, то дробь от этого уменьшится в два раза, потому что число долей остаётся прежним, но доли становятся более мелкими; полоска в $\frac{1}{4}$ долю единицы в два раза короче полоски в $\frac{1}{2}$ долю единицы.

Наоборот, если знаменатель какой-нибудь дроби, например $\frac{5}{8}$, уменьшится в два раза, то дробь от этого увеличится в два раза; потому что число долей остаётся прежним, но доли получаются крупнее; полоска в $\frac{5}{4}$ доли единицы вдвое длиннее полоски в $\frac{5}{8}$ доли единицы.

Упражнения. Задачи №№ 615, 616.

Из вышеизложенных наблюдений над изменением величины дроби с изменением её числителя и знаменателя легко выводятся правила:

а) увеличения дроби в несколько раз;

б) уменьшения дроби в несколько раз (§ 127).

Упражнения. Задачи №№ 618, 623.

Задание на дом. По учебнику §§ 126, 127.

По задачнику №№ 617, 624, 629.

Вопросы для повторения.

1. Как изменится величина дроби, если числитель её увеличить в несколько раз? уменьшить в несколько раз?
2. Как изменится величина дроби, если её знаменатель увеличить в несколько раз? уменьшить в несколько раз?
3. Как увеличить данную дробь в несколько раз?
4. Как уменьшить данную дробь в несколько раз?

***Урок 49.* Основное свойство дроби.**

План урока.

1. Изменение внешнего вида дроби при умножении или делении ее членов на одно и то же число.
2. Объяснение неизменяемости величины дроби.
3. Вывод основного свойства дроби.
4. Упражнения.

Учебное оборудование: плакат „Единица и её доли".

На плакате указываются две полоски, содержащие разные доли единицы, например, $\frac{3}{4}$ и $\frac{6}{8}$. На основании сравнения полосок устанавливается, что данные дроби по величине равны, а по внешнему виду различны. Предлагается найти еще две полоски, изображающие дроби, разные по внешнему виду, но равные по величине (напр. $\frac{1}{2}$ и $\frac{4}{8}$ и др.)

Запись на доске: $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$; $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$.

Далее следует объяснение, почему дробь $\frac{3}{4}$ равна дроби $\frac{6}{8}$, для чего используются выводы предыдущего урока: умножив числитель дроби на 2, мы увеличили дробь в два раза, умножив же знаменатель дроби на 2, мы уменьшили дробь в два раза, отчего величина дроби осталась той же самой.

Кроме того, следует припомнить, что дробь — это частное от деления ее числителя на знаменатель и что частное не изменяется от умножения или деления на одно и то же число делимого и делителя.

После этого даётся формулировка основного свойства дроби: величина дроби не изменится, если числитель и знаменатель её умножить или разделить на одно и то же число (кроме нуля).

Формулы: $\frac{a}{b}=\frac{am}{bm}$ и $\frac{a}{b}=\frac{a:m}{b:m}$. (§ 125).

Упражнения. 1. Дана дробь $\frac{3}{4}$; умножить оба члена дроби на 3 и указать: что изменилось и что осталось неизменным. Почему вновь полученная дробь равна данной дроби?

2. Дана дробь $\frac{2}{3}$; привести эту дробь к виду $\frac{16}{24}$. Как это сделать?

3. Дана дробь $\frac{5}{6}$. Выразить эту дробь в двенадцатых долях.

4. На доске (или на таблице) записаны 10—15 дробей, среди которых есть дроби с одинаковыми знаменателями и разными числителями, с одинаковыми числителями и разными знаменателями, есть и равные дроби, например, $\frac{3}{4}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{18}{24}$ и др. Учащимся предлагается разыскать в таблице равные дроби и объяснить, почему они равны. Указывается дробь, например $\frac{10}{15}$,

и предлагается придумать другую дробь, равную указанной.

Задание на дом. По учебнику § 125.

По задачнику №№ 651, 652, 654.

Вопросы для повторения.

1. Что произойдёт с дробью, если числитель и знаменатель её умножить на одно и то же число?
2. Что произойдёт с дробью, если числитель и знаменатель её разделить на одно и то же число?
3. В чём состоит основное свойство дроби?
4. Сколько различных видов может иметь данная дробь?

Урок 50. **Сокращение дробей.**

План урока.

1. Понятие о преобразовании дроби.
2. Понятие о сокращении дроби.
3. Условие, при котором сокращение дроби является возможным.
4. Способ последовательного сокращения дробей.
5. Способ полного сокращения дробей.
6. Упражнения.

В начале урока воспроизводится формулировка основного свойства дроби. В силу этого свойства можно, например, записать: $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{12}{16}=\frac{24}{32}$.

Когда одна дробь заменяется другой дробью, равной ей по величине, то такая замена называется *преобразованием* дроби. Подчёркивается, что когда выполняется преобразование, то величина дроби при этом не делается больше или меньше, а остается без изменения.

Выписанные дроби равны между собою, так как от умножения числителя и знаменателя каждой дроби на одно и то же число величина дроби не изменяется.

Расположим дроби в обратном порядке:

$$\frac{24}{32}=\frac{12}{16}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}.$$

Мы видим, что дробь с двузначными членами преобразована в дробь с однозначными членами. Замена дроби равной ей дробью с меньшими числами путём деления числителя и знаменателя на одно и то же число называется *сокращением* дроби. Сокращение дроби является лишь ее упрощением; величина дроби при сокращении не изменяется.

Далее выясняется условие, при котором сокращение дроби является возможным: числитель и знаменатель дроби должны иметь какой-нибудь общий делитель кроме единицы. Даётся определение несократимой дроби.

Способ последовательного сокращения дробей. Пусть дана дробь $\frac{48}{84}$, которую требуется сократить. По признакам делимости чисел устанавливаем, что числитель и знаменатель дроби делятся на 4; записываем на доске:

$$\frac{48}{84} \overset{4}{=} \frac{12}{21} \text{ или иначе } \frac{48}{84} = \frac{48:4}{84:4} = \frac{12}{21}.$$

По признакам же делимости устанавливаем, что числитель и знаменатель преобразованной дроби делятся на 3; добавляем новую запись:

$$\frac{48}{84} \overset{4}{=} \frac{12}{21} \overset{3}{=} \frac{4}{7}, \text{ или } \frac{48}{84} = \frac{48:4}{84:4} = \frac{12:3}{21:3} = \frac{4}{7}.$$

Числа 4 и 7 являются взаимно простыми и потому $\frac{4}{7}$ есть дробь несократимая.

При сокращении дробей можно руководствоваться не только признаками делимости, но также пользоваться составленной учащимися таблицей делителей натуральных чисел. По таблице находим, что числа 12 и 21 имеют только один общий делитель, отличный от единицы, именно 3; на это число и делятся оба члена дроби.

Следует ряд упражнений и вывод правила последовательного сокращения дробей.

Способ полного сокращения дробей. Пусть требуется сократить дробь $\frac{36}{48}$. Обращаясь к таблице делителей натуральных чисел, находим, что самый большший общий делитель чисел 36 и 48 есть 12, на который сразу и делим оба члена дроби, получаем:

$$\frac{\overset{12}{\smile}36}{48}=\frac{3}{4}, \text{ или } \frac{36}{48}=\frac{36:12}{48:12}=\frac{3}{4}.$$

Следует ряд упражнений и вывод правила полного сокращения дробей.

Задание на дом. По учебнику §§ 129, 130.
По задачнику № 655 (1).

Вопросы для повторения.

1. Что называется преобразованием дроби?
2. Что называется сокращением дроби?
3. Можно ли сокращение дроби назвать преобразованием?
4. В чём состоит способ последовательного сокращения дробей?
5. В чём состоит способ полного сокращения дробей?
6. Как убедиться, что сокращение дроби доведено до конца?
7. Всегда ли возможно сокращение дробей?
8. Как называется дробь, которую нельзя сократить?

Уроки 51—53. Сокращение дробей.

Содержанием данных уроков являются упражнения в сокращении дробей. Для работы в классе и заданий на дом используются задачи №№ 655—660.

Преимущественное внимание уделяется сокращению дробей способом нахождения наибольшего общего делителя как по таблице, так и путём разложения членов дроби на множители.

Пример. Сократить дробь $\frac{168}{216}$.

$$168=\mathbf{2\cdot2\cdot2\cdot3}\cdot7$$
$$216=\mathbf{2\cdot2\cdot2\cdot3}\cdot3\cdot3\cdot$$
$$\text{НОД}-2\cdot2\cdot2\cdot3=24$$

$$\frac{\overset{24}{\smile}168}{216}=\frac{7}{9}.$$

Обращается внимание учащихся на то, что после сокращения дроби в числителе и знаменателе оказываются неподчеркнутые, т. е. не общие множители.

Следовательно, как только будет найден наибольший общий делитель, можно, не производя деления, написать сокращённую дробь.

Следует широко использовать признаки делимости на 6, 12, 15 и 18, чтобы в несложных случаях производить сокращение дробей без таблиц и без разложения на множители.

Опыт показывает, что при сокращении дробей учащиеся испытывают серьезные затруднения в тех случаях, когда признаки делимости применить нельзя, например, при сокращении на простые числа — 7, 13, 17, 19 и т. д. Поэтому необходимо на данных уроках научить учащихся сокращать дроби особыми приёмами.

Рассмотрим несколько примеров.

1) Сократить дробь $\frac{45}{139}$. В таблице простых чисел (учебник арифметики, стр. 167) находим, что знаменатель 139 — число простое, а потому дробь $\frac{45}{139}$ несократима. По признакам делимости выявление несократимости дроби заняло бы значительно больше времени.

2) Сократить дробь $\frac{173}{1211}$. В таблице простых чисел находим, что числитель дроби — число простое, а знаменателя в этой таблице нет. Следовательно, если и можно сократить данную дробь, то только на 173. Непосредственным делением убеждаемся, что $1211:173=7$, поэтому $\frac{173}{1211}=\frac{1}{7}$.

3) Сократить дробь $\frac{366}{427}$. Знаменателя дроби нет в таблице простых чисел. По признакам делимости определяем, что числитель дроби делится на 2 и на 3, следовательно, делится на 6, а знаменатель не делится ни на 2, ни на 3. Делим 366 на 6. $366:6=61$. Число 61 простое. Непосредственным делением убеждаемся, что $427:61=7$, а потому

$$\frac{\overset{61}{\widehat{366}}}{427}=\frac{6}{7}.$$

Если бы знаменатель не разделился на 61, то дробь оказалась бы несократимой.

4) Сократить дробь $\frac{84}{329}$. В тех случаях, когда или числитель, или знаменатель дроби легко разлагаются на простые множители, можно поступать следующим образом: $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$. Число 329 не делится ни на 2, ни на 3, а поэтому, если дробь сокращается, то только на 7; $329 : 7 = 47$, значит: $\overset{7}{\frac{84}{329}} = \frac{12}{47}$.

Урок 54. **Решение задач на вычисление объёма параллелепипеда.**

План урока.

1. Вычисление объёмов моделей параллелепипедов.
2. Вычисление объёмов предметов классной обстановки.
3. Решение задач с готовыми данными.

Учебное оборудование: модели параллелепипедов, изготовленные учащимися, рейка, рулетка, линейки у всех учащихся.

После осмотра моделей, оценки работы и отбора лучших моделей в качестве экспонатов на выставку, учитель предлагает каждому ученику вычислить объём своей модели параллелепипеда в кубических сантиметрах, записав вычисление в тетрадь.

По окончании данной работы внимание учащихся обращается на предметы классной обстановки. Предлагается назвать предметы, имеющие форму параллелепипеда, причём не должны быть забыты и мало заметные вещи, как, например, крышка стола, которая тоже имеет три измерения — длину, ширину и толщину.

Для вычисления объёма классной комнаты нужно измерить в метрах ее высоту, что выполняется с помощью какой-нибудь рейки; длина же и ширина класса были измерены раньше. Когда объём комнаты будет определён, учитель предлагает вычислить, сколько кубических метров воздуха приходится на каждого ученика. Заявления некоторых учащихся: „не делится" теперь уже отклоняются учителем — после ознакомления с дробями любое целое число делится на другое целое число.

Можно вычислить также объём печи, шкафа, крышки стола, книги.

Затем учитель предлагает классу решить задачи с готовыми данными.

1. Яма для фундамента должна иметь форму прямоугольного параллелепипеда размерами 50 *м*, 15 *м* и 2 *м*. Сколько куб. метров грунта придётся вынуть?

2. Сарай имеет размеры 8 *м*, 4 *м* и 3 *м*. До половины он наполнен сеном. Сколько весит сено, помещённое в этом сарае, если 1 куб. метр сена весит 80 *кг*?

3. В аквариум, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, налито 45 литров воды. Длина аквариума 50 *см*, ширина 30 *см*. Найти глубину слоя воды.

4. Вырыли котлован, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда; длина его 20 *м*, ширина 8 *м*, а всего земли было вынуто 360 куб. метров. Какой глубины был вырыт котлован?

Условие последней задачи можно записать в виде формулы $(20 \cdot 8) \cdot x = 360$ и решить, используя зависимость между величинами, входящими в действие умножения; множитель равен произведению, делённому на множимое.

$$x = \frac{360}{20 \cdot 8} = \frac{36}{16} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}\ (\text{м}).$$

Задание на дом. Вычислить объём своей комнаты.

***Урок 55.* Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю.**

План урока.

1. Повторение основного свойства дроби.
2. Нахождение наименьшего общего знаменателя двух дробей непосредственным сравнением.
3. Понятие о дополнительном множителе.
4. Правило приведения дробей к наименьшему общему знаменателю.
5. Приёмы нахождения дополнительных множителей.

В начале урока учитель ставит перед учащимися вопрос: которая дробь больше — $^3/_4$ или $^5/_6$? Различные ответы учащихся подытоживаются: у первой дроби доли крупнее, но их взято меньше; у второй дроби доли мельче, но их взято больше. Чтобы безошибочно ответить на вопрос, надо выразить дроби в одинаковых долях.

Повторив с учащимися основное свойство дроби, учитель применяет это свойство к двум данным дробям $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$ и записывает на доске:

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\frac{15}{20}=\frac{18}{24}=\frac{21}{28}=\frac{24}{32}=\frac{27}{36}\dots$$

$$\frac{5}{6}=\frac{10}{12}=\frac{15}{18}=\frac{20}{24}=\frac{25}{30}=\frac{30}{36}\dots$$

Учащиеся сравнивают дроби первого и второго рядов и находят, что в том и другом ряду имеются дроби с одинаковыми знаменателями. Учитель выписывает эти дроби на доске:

$$\frac{9}{12} \text{ и } \frac{10}{12}; \quad \frac{18}{24} \text{ и } \frac{20}{24}; \quad \frac{27}{36} \text{ и } \frac{30}{36}; \quad \dots$$

Замена двух данных дробей двумя другими дробями с одинаковыми знаменателями называется *приведением дробей к общему знаменателю*. Числа 12, 24, 36 ... являются общими кратными знаменателей данных дробей 4 и 6. Так как с меньшими числами вычисления производить проще, то обычно дроби приводятся к наименьшему общему знаменателю; поэтому записывается: $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$; $\frac{5}{6}=\frac{10}{12}$.

Для получения дроби со знаменателем 12 нужно было знаменатель данной дроби $\frac{3}{4}$ умножить на 3, а чтобы величина дроби не изменилась, пришлось и числитель дроби умножить на то же число; это число 3 называется *дополнительным множителем* для членов первой дроби. Дополнительный множитель для членов второй дроби есть число 2. Дополнительный множитель в отличие от знака сокращения дроби записывается над дугой слева от числителя:

$$\overset{3\smile}{}\frac{3}{4}=\frac{9}{12}; \qquad \overset{2\smile}{}\frac{5}{6}=\frac{10}{12}.$$

Дополнительный множитель можно записывать и по-другому:

$$\frac{3}{4}=\frac{3\cdot3}{4\cdot3}=\frac{9}{12};\qquad \frac{5}{6}=\frac{5\cdot2}{6\cdot2}=\frac{10}{12}$$

Приводить к наименьшему общему знаменателю можно не только две, но и несколько данных дробей.

Формулируется правило приведения дробей к наименьшему общему знаменателю (§ 132).

Учащимся даётся разъяснение, что дополнительный множитель для знаменателя каждой данной дроби можно находить двумя приёмами. Пример: привести к наименьшему общему знаменателю дроби $\frac{2}{45}$, $\frac{7}{20}$ и $\frac{8}{75}$.

$45=3\cdot3\cdot5$	доп. мн. для $45-900:45=20$,
$20=2\cdot2\cdot5$	" " " $20-900:20=45$,
$75=3\cdot5\cdot5$	" " " $75-900:75=12$.

НОК — $3\cdot3\cdot(5\cdot2\cdot2\cdot5)=900$ (в скобки взято произведение $10\cdot10=100$).

$$\frac{2}{45}=\frac{40}{900};\quad \frac{7}{20}=\frac{315}{900};\quad \frac{8}{75}=\frac{96}{900}.$$

Деление наименьшего общего кратного на знаменатель каждой дроби — это первый приём нахождения дополнительного множителя.

Другой приём состоит в том, что множители, входящие в состав данного знаменателя, сравниваются с множителями, входящими в состав НОК; недостающие множители выписываются и перемножаются:

доп. мн. для $45-2\cdot2\cdot5=20$,
" " " $20-3\cdot3\cdot5=45$,
" " " $75-2\cdot2\cdot3=12$.

Учащимся предоставляется возможность выбирать любой из этих приёмов.

Задание на дом. По учебнику § 132. По задачнику №№ 668—670 (по 3—4 примера из каждого №).

Вопросы для повторения.

1. В чём состоит приведение дробей к наименьшему общему знаменателю?

2. На каком свойстве дроби основано приведение дробей к наименьшему общему знаменателю?

3. Можно ли приведение дробей к наименьшему общему знаменателю назвать преобразованием дробей?

4. Как читается правило приведения дробей к наименьшему общему знаменателю?

5. Что называется дополнительным множителем?

6. Как находятся дополнительные множители для знаменателей данных дробей?

***Уроки 56 и 57.* Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю.**

На данных уроках учащиеся тренируются в приведении дробей к наименьшему общему знаменателю, причём преимущественное внимание уделяется общему случаю. Но, кроме того, рассматриваются два частных случая, указанные в § 133 учебника.

Для занятий в классе и для заданий на дом используются задачи №№ 668—670 и, если окажется возможным, то и часть материала №№ 671—679.

***Урок 58.* Сложение дробей.**

План урока.

1. Сложение дробей с одинаковыми знаменателями.
2. Объяснение действия сложения дробных чисел.
3. Сложение дробей с разными знаменателями.
4. Правило сложения дробей.

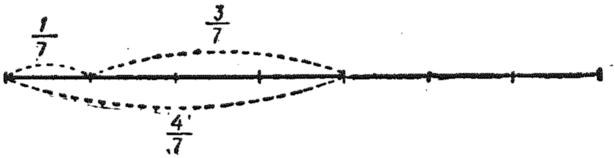
Учитель обращает внимание учащихся на то, что на предыдущих уроках они занимались преобразованием дробей (сокращение дробей, приведение дробей к наименьшему общему знаменателю), а теперь класс переходит к изучению действий над дробями — сложению, вычитанию, умножению и делению.

Предлагается решить задачу № 680 и примеры на сложение:

$$\frac{1}{7}+\frac{3}{7};\quad \frac{2}{9}+\frac{5}{9};\quad \frac{5}{13}+\frac{6}{13};$$
$$\frac{5}{12}+\frac{7}{12};\quad \frac{5}{16}+\frac{11}{16};\quad \frac{8}{21}+\frac{13}{21};$$
$$\frac{3}{8}+\frac{7}{8};\quad \frac{8}{15}+\frac{11}{15};\quad \frac{6}{19}+\frac{17}{19}.$$

После решения примеров даётся объяснение действия сложения дробных чисел:

1) при сложении дробей подсчитываются одинаковые доли единицы, которые содержатся в данных дробях, например, $\frac{1}{7}+\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$ (черт. 31):



Черт. 31.

Можно еще дать объяснение по аналогии с именованными числами, например:

1 сотка $+$ 3 сотки $=$ 4 сотки;

1 седьмая $+$ 3 седьмых $=$ 4 седьмых.

2) Сложение дробей сводится к сложению числителей, т. е. к сложению целых чисел;

3) так как сложение целых чисел всегда возможно, то и сложение дробных чисел всегда возможно;

4) при сложении дробей могут получиться в сумме дробные и целые числа;

5) для дробных чисел справедливы переместительный и сочетательный законы сложения:

$$\frac{2}{15}+\frac{4}{15}+\frac{7}{15}=\frac{2+4+7}{15}=\frac{13}{15};$$

$$\frac{7}{15}+\frac{2}{15}+\frac{4}{15}=\frac{7+2+4}{15}=\frac{13}{15}.$$

$$\frac{2}{15}+\left(\frac{4}{15}+\frac{7}{15}\right);\quad 1)\ \frac{4}{15}+\frac{7}{15}=\frac{11}{15};$$

$$2)\ \frac{2}{15}+\frac{11}{15}=\frac{13}{15}.$$

Далее решаются задачи № 681 и № 685 (1—10).

$$\overset{4}{\frac{5}{18}}+\overset{3}{\frac{7}{24}}=\left(\frac{20}{72}+\frac{21}{72}\right)=\frac{20+21}{72}=\frac{41}{72}\qquad \begin{array}{r} 18=2\cdot3\cdot3 \\ 24=2\cdot2\cdot2\cdot3 \\ \hline \text{НОК}-2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot3=72. \end{array}$$

Запись в скобках отменяется, как только укрепятся навыки учащихся в сложении дробей.

Выводится правило сложения дробных чисел, § 134 (1 и 2).

Задание на дом. По учебнику §§ 134 (1, 2), 135.
По задачнику №№ 687 (1—4), 688 (1—4).

Вопросы для повторения.

1. Как выполняется сложение дробных чисел с одинаковыми знаменателями?
2. Как выполняется сложение дробных чисел с разными знаменателями?
3. В чём сложение дробных чисел сходно со сложением целых чисел?

Урок 59. Вычитание дробей.

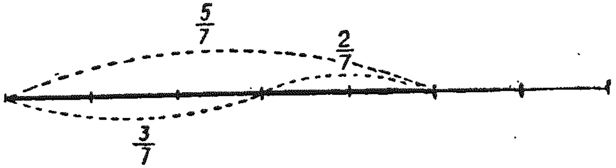
План урока.

1. Вычитание дробей с одинаковыми знаменателями.
2. Объяснение действия вычитания дробных чисел.
3. Вычитание дробей с разными знаменателями.
4. Правило вычитания дробей.

Учащимся предлагается устно решить примеры №№ 718 (1—3), 719 (1–3, 8—10).

Затем даётся объяснение действия вычитания дробных чисел:

1) вычитание дроби есть вычитание нескольких одинаковых долей единицы, например, $\frac{5}{7}-\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$ (черт. 32):



Черт. 32.

2) вычитание дробей сводится к вычитанию числителей, т. е. к вычитанию целых чисел;

3) так как вычитание целых чисел ограниченно возможно, то и вычитание дробных чисел тоже не всегда возможно (например $\frac{3}{8}-\frac{5}{8}$);

4) при вычитании дробей могут получиться в разности дробные числа и целые числа, например $1\frac{3}{8}-\frac{3}{8}=1$;

5) разность дробных чисел сохраняет свойства разности целых чисел.

Далее класс переходит к решению задач №№ 721 и 722 на вычитание дробей с разными знаменателями (по 3—4 примера).

Примерная запись решения:

$$\overset{4}{\frac{25}{42}}-\overset{3}{\frac{33}{56}}=\left(\frac{100}{168}-\frac{99}{168}\right)=\frac{100-99}{168}=\frac{1}{168}.$$

$$\begin{array}{c} 42=2\cdot3\cdot7 \\ 56=2\cdot2\cdot2\cdot7 \\ \hline \text{НОК}-2\cdot2\cdot2\cdot7\cdot3=168 \end{array}.$$

Запись в скобках является временной.

Выводится правило вычитания дробных чисел, § 136 (1 и 2).

Задание на дом. По учебнику § 136 (1 и 2).
По задачнику №№ 721 и 722 (по 4 примера).

Вопросы для повторения.

1. Как выполняется вычитание дробных чисел с одинаковыми знаменателями?

2. Как выполняется вычитание дробных чисел с разными знаменателями?

3. В чём вычитание дробных чисел сходно с вычитанием целых чисел?

Урок 60. Сложение и вычитание смешанных чисел.

План урока.

1. Сложение смешанных чисел.
2. Вычитание смешанных чисел.
3. Совместные действия с целыми, дробными и смешанными числами.
4. Особые случаи сложения и вычитания дробных чисел.

Работа проводится на материале задач №№ 689, 690, 723, 727.

Пример записи при сложении смешанных чисел (с использованием законов сложения):

$$6\frac{47}{150}+1\frac{19}{120}+5\frac{9}{40}+4\frac{91}{300}=\left(6\frac{47}{150}+4\frac{91}{300}\right)+\left(1\frac{19}{120}+\right.$$
$$\left.+5\frac{9}{40}\right).$$

$$1)\quad 6\overset{2}{\smile}\frac{47}{150}+4\frac{91}{300}=6\frac{94}{300}+4\frac{91}{300}=10\frac{94+91}{300}=10\frac{185}{300}\overset{5}{\smile}=$$
$$=10\frac{37}{60};$$

$$2)\quad 1\frac{19}{120}+5\overset{3}{\smile}\frac{9}{40}=1\frac{19}{120}+5\frac{27}{120}=6\frac{19+27}{120}=6\frac{46}{120}\overset{2}{\smile}=6\frac{23}{60};$$

$$3)\quad 10\frac{37}{60}+6\frac{23}{60}=17.$$

Пример записи при вычитании смешанных чисел:

$$18\overset{3}{\smile}\frac{5}{8}-6\overset{4}{\smile}\frac{5}{6}=18\frac{15}{24}-6\frac{20}{24}=12\frac{15-20}{24}=11\frac{39-20}{24}=$$
$$=11\frac{19}{24}.$$

Рассматриваются особые случаи сложения и вычитания дробных чисел.

$$\frac{5}{9}+0=\frac{5}{9};\ 0+1\frac{3}{4}=1\frac{3}{4};\ 2\frac{1}{2}-0=2\frac{1}{2};\ \frac{15}{17}-\frac{15}{17}=0;$$

$$0-\frac{3}{4}=\text{(невозможно)}.$$

Задание на дом. По учебнику §§ 134 (3), 136 (3). По задачнику: 2—3 примера из каждого указанного № задачи.

Урок 61. Поверхность куба и параллелепипеда.

План урока.

1. Понятие о поверхности куба.
2. Вычисление поверхности куба.
3. Понятие о поверхности параллелепипеда.
4. Вычисление поверхности параллелепипеда.

Учебное оборудование: развёртки и модели куба и параллелепипеда.

Воспроизводятся названия элементов куба: рёбра, вершины, верхнее и нижнее основания и боковые грани; все грани куба — равные квадраты.

Выясняется, что боковая поверхность куба состоит из четырёх граней — квадратов.

Чтобы найти площадь боковой поверхности куба нужно вычислить площадь квадрата и учетверить её.

Чтобы определить полную поверхность куба нужно к площади боковой поверхности прибавить площади оснований.

Запись в тетрадях:

Поверхность куба.

$S_{бок.} = 4a \cdot a = 4a^2$ (кв. ед.);

$S_{полн.} = 6\ a \cdot a = 6a^2$ (кв. ед.).

Пример. Ребро модели куба равно 16 *см*. Определить боковую поверхность и полную поверхность куба.

$S_{бок.} = 4 \cdot 16 \cdot 16 = 4 \cdot 256 = 4(250 + 6) = 1024$ (*кв. см*).

$S_{полн.} = 6 \cdot 16 \cdot 16 = 6 \cdot 256 = 6(250 + 6) = 1536$ (*кв. см*).

Далее воспроизводятся названия элементов параллелепипеда. Любые две противоположные грани параллелепипеда могут служить его основаниями, другие четыре грани являются боковыми гранями. Грани параллелепипеда попарно равны между собой.

Чтобы определить площадь боковой поверхности параллелепипеда нужно найти сумму удвоенных площадей смежных граней.

Чтобы определить полную поверхность параллелепипеда нужно к площади боковой поверхности прибавить площади оснований.

Запись в тетрадях:

Поверхность параллелепипеда.

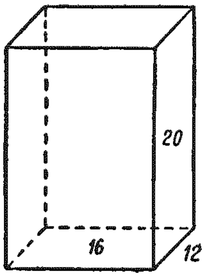
$S_{бок.} = 2ac + 2bc$ (кв. ед.);

$S_{полн.} = 2ab + 2ac + 2bc$ (кв. ед.).

П р и м е р. Измерения модели параллелепипеда—12 *см*, 16 *см* и 20 *см*; определить боковую поверхность и полную поверхность параллелепипеда (черт. 33).

$$S_{бок.} = 2\cdot 12\cdot 20 + 2\cdot 16\cdot 20 = 480 + 640 = 1120 \text{ (кв. см)}.$$

$$S_{полн} = 1120 + 2\cdot 12\cdot 16 = 1120 + 24\ (10 + 6) = 1504 \text{ (кв. см)}.$$



Черт. 33.

Упражнение. Длина комнаты 7 *м*, ширина 5 *м* и высота 4 *м*. Комната имеет два окна размерами 2 *м* $\times$ 1 *м* и дверь такого же размера. Сколько будет стоит побелка стен и потолка, если побелка 1 *кв. м* стоит 40 копеек? (Составить план решения задачи и произвести расчёт).

Задание на дом.

Найти полную поверхность спичечной коробки.

Уроки 62—64. Сложение и вычитание дробей и смешанных чисел.

На этих уроках продолжается выяснение свойств дробных чисел, укрепляются навыки учащихся в сложении и вычитании дробей, решаются задачи с дробными числами.

Для занятий в классе и заданий на дом используются №№ 695, 696, 705, 708, 710, 717, 732, 734, 747 (1, 3, 4, 5, 6, 10, 12), 709, 758, 759, 784.

Задача № 710 решается в классе с переводом условий задачи на язык геометрических образов и терминов: поле изображается на чертеже в виде прямоугольника, длина границы поля называется по чертежу периметром прямоугольника. План решения задачи:

1) Определение длины прямоугольника.

2) Вычисление периметра прямоугольника.

Пример 747 (10) решается тоже в классе с использованием переместительного и сочетательного законов. Полезно точно учесть время на выполнение работы от начала вычисления до его окончания по каждому из двух вариантов:

1) $12\frac{7}{8} - 3\frac{1}{2} + 10\frac{5}{6} - 1\frac{4}{5} + 8\frac{3}{8} - 7\frac{1}{5} + 1\frac{11}{12} - 2\frac{3}{8}$;

2) $\left(12\frac{7}{8}+8\frac{3}{8}+10\frac{5}{6}+1\frac{11}{12}\right)-\left(3\frac{1}{2}+2\frac{3}{8}+1\frac{4}{5}+\right.$
$\left.+7\frac{1}{5}\right).$

Этих вариантов достаточно для того, чтобы показать учащимся, насколько применение законов действий упрощает вычисление и позволяет экономить время.

При решении примеров № 747 следует объяснить учащимся, что правила:

1) как прибавить к числу сумму и как прибавить разность;

2) как вычесть из числа сумму и как вычесть разность, выведенные для целых чисел,

— остаются в силе и для дробных чисел.

***Урок 65.* Проверочная письменная работа по пройденной части курса дробей.**

Даётся не менее 4 вариантов задания примерно следующего содержания:

№ 1.

Вычислить:

1) $24\frac{3}{4}-\left(12\frac{5}{9}-4\frac{7}{8}+1\frac{5}{12}\right)-\left(13\frac{15}{16}-10\frac{5}{9}\right)-2\frac{13}{48}$;

2) $3\frac{5}{8}+7\frac{4}{15}+1\frac{19}{24}$.

3) $7\frac{7}{12}+x=11\frac{11}{15}$; найти x.

4) Найти разность дробей $\frac{8}{35}$ и $\frac{11}{42}$.

***Урок 66.* Умножение дроби на целое число.**

План урока.

1. Повторение пройденного.
2. Определение умножения дроби на целое число.
3. Правило умножения дроби на целое число.
4. Приёмы выполнения действия.
5. Особые случаи умножения.

Умножение дроби на целое число рассматривается, как сложение равных слагаемых с последующей упрощённой записью, поэтому изложение темы урока не-

необходимо начать с повторения умножения целых чисел ($2\cdot3=2+2+2=6$). Кроме того, следует повторить правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями, затем припомнить, как разделить произведение на число $(24\cdot5):8=(24:8)\cdot5$ и повторить основное свойство дроби.

Учащимся предлагается задача: Один куб. дециметр пробки весит $\frac{2}{9}$ *кг*; сколько весят 4 *куб. дм* пробки?

Задача решается действием умножения: $\frac{2}{9}\cdot4$. Умножить дробное число на целое число значит найти сумму одинаковых слагаемых, а потому

$$\frac{2}{9}\cdot4=\frac{2}{9}+\frac{2}{9}+\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=\frac{2+2+2+2}{9}=\frac{2\cdot4}{9}=\frac{8}{9}\ (\textit{кг}).$$

Даются для решения несколько подобных примеров:

$$\frac{2}{7}\cdot3=\frac{2}{7}+\frac{2}{7}+\frac{2}{7}=\frac{2\cdot3}{7}=\frac{6}{7}\ \text{и др.}$$

Сравнивая полученное произведение с множимым, учащиеся приходят к заключению, что при умножении дроби на целое число величина дроби увеличивается во столько раз, чему равен множитель. Но увеличить величину дроби можно двумя приёмами, например:

$$\frac{2}{9}\cdot3=\frac{2}{9}+\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=\frac{2\cdot3}{9}=\frac{2}{3}\ \text{и}\ \frac{2}{9}\cdot3=\frac{2}{9:3}=\frac{2}{3}.$$

Отсюда выводится правило умножения дробного числа на целое число (§ 143, 1).

Необходимо разъяснить учащимся, почему оба члена дроби $\frac{2\cdot3}{9}$ можно разделить на одно и то же число (на 3): числитель дроби — целое число, выраженное произведением, знаменатель дроби — тоже целое число; при делении числителя и знаменателя дроби на одно и то же число величина дроби не изменяется; чтобы разделить произведение на какое-либо число нужно один из сомножителей разделить на это число. Таким образом, как только будет выполнено действие умножения данной дроби, следует в первую очередь сократить полученную дробь, а затем выполнить другие преобразования.

Рассматриваются особые случаи умножения дроби на целое число:

$$\frac{5}{16}\cdot 1=\frac{5}{16};\quad \frac{7}{11}\cdot 0=0.$$

Упражнения. 1. Решение примеров № 785.

2. В Китайской Народной республике единицей веса является цзинь, равный $\frac{3}{5}$ *кг*. Составить таблицу перевода цзиней в килограммы.

Цзини	*кг*	Цзини	*кг.*
1	$\frac{3}{5}$	10	6
2	$1\frac{1}{5}$	20	12
3	$1\frac{4}{5}$	30	18
...	...	...	...
9	$5\frac{2}{5}$	90	54

Найти по таблице, сколько *кг* составляют 17 цзиней? 26 цзиней? 73 цзиня? 89 цзиней?

Задание на дом. По учебнику §§ 140 (1), 143 (1). По задачнику № 803 (1, 2, кроме 3-го примера).

Вопросы для повторения.

1. Что значит умножить дробь на целое число?
2. Как читается правило умножения дроби на целое число?
3. Во сколько раз произведение дроби на целое число больше множимого?
4. Какие существуют особые случаи умножения дроби на целое число?

Урок 67. **Умножение смешанного числа на целое число.**

План урока.

1. Повторение свойств смешанного числа.

2. Правило умножения смешанного числа на целое число.

3. Приложение распределительного закона к умножению смешанного числа на целое число.

4. Упражнения в устном и полуписьменном счёте.

В начале урока учащиеся припоминают, что смешанное число можно обратить в неправильную дробь и что смешанное число можно представить в виде суммы двух слагаемых, из которых одно слагаемое — целое число, а другое — правильная дробь; кроме того, повторяется формулировка распределительного закона умножения.

Предлагается задача: Пешеход проходит в час в среднем $4\frac{3}{8}$ *км*. Какое расстояние пройдёт он за 3 часа?

Задача решается действием умножения: $4\frac{3}{8}\cdot 3$. Путём соответствующих вопросов учитель получает от учащихся вывод, что умножение смешанного числа на целое число сводится к умножению дробного числа на целое число:

$$4\frac{3}{8}\cdot 3=\frac{4\cdot 8+3}{8}\cdot 3=\frac{35}{8}\cdot 3=\frac{35\cdot 3}{8}=\frac{105}{8}=13\frac{1}{8}\ (км).$$

Предлагается несколько аналогичных примеров: $3\frac{1}{5}\cdot 2=\frac{16}{5}\cdot 2=\frac{16\cdot 2}{5}=\frac{32}{5}=6\frac{2}{5}$ и выводится правило: „Чтобы умножить смешанное число на целое число, надо обратить смешанное число в неправильную дробь, а затем умножить дробь на целое число“.

Описанный приём является основным при умножении смешанного числа на целое число.

Но в тех случаях, когда знаменатель дроби и множитель являются числами кратными, следует применять другой приём: представить смешанное число в виде суммы двух слагаемых и применить распределительный закон умножения.

Примеры. 1) $4\frac{3}{8}\cdot 2$. Основной приём:

$$4\frac{3}{8}\cdot 2=\frac{35\cdot 2}{8}=\frac{35}{4}=8\frac{3}{4}.$$

Разложение множимого на слагаемые:

$$4\frac{3}{8}\cdot 2=(4+\frac{3}{8})\cdot 2=8+\frac{3}{4}=8\frac{3}{4}.$$

2) $35\frac{2}{15}\cdot 5$. Основной приём:

$$35\frac{2}{15}\cdot 5=\frac{35\cdot 15+2}{15}\cdot 5=\frac{527}{3}=175\frac{2}{3}.$$

Разложение множимого:

$$35\frac{2}{15}\cdot 5=(35+\frac{2}{15})\cdot 5=175+\frac{2}{3}=175\frac{2}{3}.$$

На этих примерах учащиеся убеждаются в следующем: 1) распределительный закон умножения распространяется и на смешанные числа; 2) применение распределительного закона упрощает умножение смешанного числа на целое, т. к. во многих случаях дело сводится к устному или полуписьменному счёту:

$$5\frac{1}{8}\cdot 3=15+\frac{3}{8}=15\frac{3}{8}.$$

Далее следуют упражнения в устном и полуписьменном умножении смешанных чисел на целые числа (№№ 786, 803).

Задание на дом.

В Китайской Народной республике единицей площади является 1 му $=\frac{1}{16}$ *га*. Составить таблицу перевода му в гектары:

му	*га*	му	*га*
1	$\frac{1}{16}$	10	$\frac{5}{8}$
2	$\frac{1}{8}$	20	$1\frac{1}{4}$
3	$\frac{3}{16}$	30	$1\frac{7}{8}$
...	...	...	...
9	$\frac{9}{16}$	90	$5\frac{5}{8}$

Найти по таблице, сколько гектаров составляют 24 му? 33 му? 69 му? 84 му?

Вопросы для повторения.

1. Как читается правило умножения смешанного числа на целое число?

2. Какой существует другой приём умножения смешанного числа на целое число?

3. В каких случаях второй способ имеет преимущество перед основным приёмом?

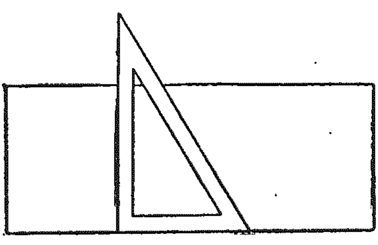
Урок 68. Площадь параллелограмма.

План урока.

1. Понятие об основании и высоте прямоугольника.
2. Представление о равносоставленных плоских фигурах.
3. Свойства параллелограмма.
4. Вывод правила определения площади параллелограмма.
5. Упражнения.

Учебное оборудование: модель прямоугольника из плотной бумаги; модель параллелограмма, расчерченная и заштрихованная цветными карандашами; угольник и линейка; кнопки; ножницы; линейки у всех учащихся.

Учитель чертит на классной доске прямоугольник; учащиеся припоминают, что одно измерение прямоугольника называется длиной, а другое измерение — шириной. Можно измерения прямоугольника назвать иначе: основанием и высотой; если большая сторона принимается за основание, то меньшая сторона есть высота прямоугольника и наоборот.



Черт. 34.

Отметив высоту прямоугольника в сантиметрах, учитель передвигает чертёжный угольник по основанию фигуры, как показано на чертеже 34, и обращает внимание учащихся на два обстоятельства:

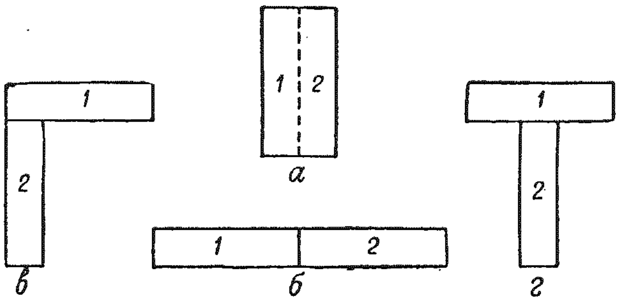
1) наличие прямых

углов при точках пересечения катета треугольника с основаниями прямоугольника;

2) расстояние между двумя параллельными сторонами остаётся неизменным; это расстояние есть высота прямоугольника.

Далее, у учащихся должно быть создано представление о равносоставленных плоских фигурах (без употребления данного термина).

Учитель разрезает модель прямоугольника по средней линии (черт. 35-а). Из двух половинок модели прямоугольника можно составить другие фигуры (черт. 35-б, в, г).

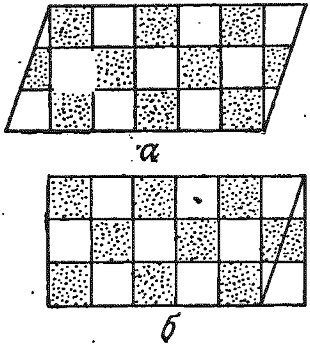


Черт. 35.

Для учащихся является совершенно очевидным, что площади первоначальной и всех полученных фигур — одинаковы.

Затем учитель знакомит учащихся со свойствами параллелограмма (черт. 36-а): четырехугольник, у которого два угла острые и два — тупые; противоположные стороны не пересекаются и не пересекутся при продолжении, т. е. параллельны; указываются основание и высота параллелограмма и их размеры на данной модели: 6 *дм* и 3 *дм*.

Переходя к вопросу о вычислении площади параллелограмма, учитель поступает следующим образом: отрезает с одной стороны модели прямоугольный треугольник и приставляет его к противоположной стороне; получается модель прямоугольника с теми же размерами основания и высоты — 6 *дм* и 3 *дм* (черт. 36-б):

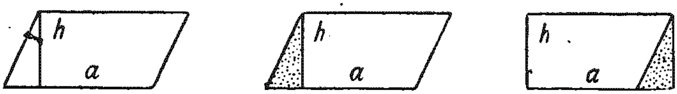


Черт. 36.

Очевидно, что площадь параллелограмма равна площади прямоугольника и составляет $6 \cdot 3 = 18$ (*кв. дм*). Этот приём применим ко всякому параллелограмму, поэтому можно вывести правило вычисления площади параллелограмма. Чертёж и правило записываются в тетради (черт. 37):

Чтобы узнать площадь параллелограмма надо измерить в одинаковых мерах его основание и высоту и перемножить полученные числа.

Формула: $S = ah$ (кв. ед.).



Черт. 37.

Упражнения. 1. Найти периметр параллелограмма, если одна его сторона $5\frac{1}{4}$ *см*, а другая на $1\frac{1}{2}$ *см* меньше.

2. Основание параллелограмма равно 21 *см*, а высота на 5 *см* меньше основания. Вычислить площадь параллелограмма.

Задание на дом. Вырезать из бумаги параллелограмм, измерить его основание, высоту и вычислить площадь. Проверить результат, приняв за основание другую сторону параллелограмма.

Вопросы для повторения.

1. Какие стороны и какие углы у параллелограмма?
2. Какую сторону параллелограмма можно считать его основанием?
3. Как найти высоту параллелограмма?
4. Можно ли прямоугольник назвать параллелограммом?

6. Могут ли быть у параллелограмма все стороны равными?

7. Как вычислить площадь параллелограмма?

Урок 69. Деление дроби и смешанного числа на целое число.

План урока.

1. Повторение правила уменьшения дроби в несколько раз и правила деления суммы на число.
2. Правило деления дроби на целое число.
3. Правило деления смешанного числа на целое число.
4. Упрощённые приёмы деления смешанных чисел.
5. Упражнения.

В начале изложения темы урока повторяется правило уменьшения дроби в несколько раз и правило деления суммы на число.

Учащимся предлагается задача: Путешественник в 5 дней проехал $\frac{7}{8}$ намеченного пути; какую часть пути он проезжал в среднем каждый день?

Так как от умножения на 5 число увеличилось в 5 раз, то, чтобы найти неизвестное число, надо дробь $\frac{7}{8}$ разделить на 5, т. е. уменьшить дробь $\frac{7}{8}$ в 5 раз. Чтобы уменьшить дробь в 5 раз, надо в данном случае знаменатель дроби помножить на 5, получится

$$\frac{7}{8}:5=\frac{7}{8\cdot5}=\frac{7}{40}.$$

После решения нескольких примеров ($\frac{8}{9}:4$; $\frac{15}{17}:3$; $\frac{4}{11}:7$; и т. п.) выводится правило деления дроби на целое число (§ 151-2).

Предлагается другая задача. Рабочий получил за 6 дней работы $154\frac{1}{2}$ рубля: сколько он получал в 1 день?

Задача решается действием деления; деление же смешанного числа сводится к делению дроби на целое число:

$$154\frac{1}{2}:6=\frac{309}{2}:6=\frac{309}{2\cdot6}=\frac{103}{2\cdot2}=25\frac{3}{4}\ \text{(руб.)}.$$

После решения нескольких аналогичных примеров выводится правило: чтобы разделить смешанное число на целое число надо обратить смешанное число в неправильную дробь и разделить ее на целое число.

Следует напомнить учащимся, что смешанное число можно рассматривать как сумму двух чисел и использовать правило деления суммы на число, когда целая часть смешанного числа кратна делителя:

$$4\frac{6}{7}:2=(4+\frac{6}{7}):2=4:2+\frac{6}{7}:2=2+\frac{3}{7}=2\frac{3}{7};$$

$$35\frac{5}{12}:5=(35+\frac{5}{12}):5=7\frac{1}{12};$$

$$48\frac{3}{4}:4+(48+\frac{3}{4}):4=12\frac{3}{16};$$

$$65\frac{26}{71}:13=5\frac{2}{71}.$$

Упражнения. Решение примеров № 895 (1).

Задание на дом. По учебнику § 151 (2).
По задачнику № 895 (2, 3).

Вопросы для повторения.

1. Как разделить дробь на целое число?
2. Как разделить смешанное число на целое число?
3. Всегда ли при делении смешанного числа на целое число надо обращать смешанное число в неправильную дробь?

Урок 70. Нахождение части числа.

План урока.

1. Нахождение части целого числа (результат — целое число.)
2. Нахождение части целого числа (результат — дробное число).
3. Нахождение части дробного числа.
4. Графические иллюстрации.
5. Запись решения в виде формул.

Тема настоящего урока знакома учащимся: они решали соответствующие задачи в IV классе и два примера решили в начале изучения дробей (урок 42). На данном уроке материал расширяется и систематизируется.

Нахождение части числа (дроби числа) является *первой основной задачей* на дроби.

Задачи. 1) Поезд идёт со скоростью 40 *км* в час. Сколько *км* он пройдёт в $\frac{1}{4}$ часа?

$\frac{1}{4}$ от 40 *км* составляет $40:4=10$ (*км*).

Ответ. 10 *км.*

2) Поезд идёт со скоростью 60 *км* в час. Сколько он пройдёт в $\frac{3}{4}$ часа?

Задача решается двумя действиями:

$\frac{1}{4}$ от 60 *км* составляет $60:4=15$ (*км*),

$\frac{3}{4}$ от 60 *км* составляют $15\cdot3=45$ (*км*).

Ответ. 45 *км.*

3) С 1 *га* поля снимается 25 *ц* пшеницы. Сколько центнеров пшеницы можно снять с участка в $\frac{1}{4}$ *га*?

$\frac{1}{4}$ от 25 *ц* составляет $25:4=\frac{25}{4}=6\frac{1}{4}$ (*ц*).

Ответ. $6\frac{1}{4}$ *ц.*

4) С 1 *га* поля снимается 500 *ц* свеклы. Сколько центнеров свеклы можно снять с участка в $\frac{7}{8}$ *га*?

$\frac{1}{8}$ от 500 *ц* составляет $500:8=\frac{500}{8}=\frac{125}{2}$ (*ц*);

$\frac{7}{8}$ от 500 *ц* составляют $\frac{125}{2}\cdot7=\frac{125\cdot7}{2}=437\frac{1}{2}$ (*ц*).

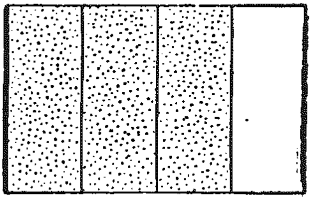
Ответ. $437\frac{1}{2}$ *ц.*

5) В колхозе $\frac{3}{4}$ всей земли отведено под зерновые культуры; $\frac{3}{5}$ земли, занятой зерновыми культурами, засеяно рожью. Какая часть колхозной земли засеяна рожью?

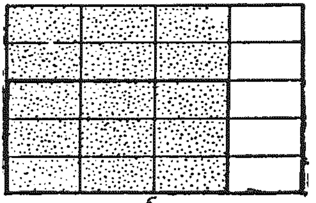
$\frac{1}{5}$ от $\frac{3}{4}$ составляет $\frac{3}{4}:5=\frac{3}{4\cdot5}=\frac{3}{20}$;

$\frac{3}{5}$ от $\frac{3}{4}$ составляют $\frac{3}{20}\cdot3=\frac{3\cdot3}{20}=\frac{9}{20}$.

Проверка решения при помощи чертежа (черт. 38).



а



б

Черт. 38.

$\frac{3}{4}$ всей земли — под зерновыми культурами (черт. 38-а), $\frac{3}{5}$ зерновых культур — рожь; ржаное поле (обведено чертой) составляет $\frac{9}{20}$ частей всей земли (черт. 38-б).

Ответ. $\frac{9}{20}$ частей.

В дальнейшей работе учитель вводит запись решения в виде формул.

Примеры 1) Найти $\frac{8}{11}$ от 15.

$$(15:11)\cdot8=\frac{15\cdot8}{11}=\frac{120}{11}=10\frac{10}{11}.$$

2) Найти $\frac{2}{3}$ от $\frac{4}{5}$.

$$(\frac{4}{5}:3)\cdot2=\frac{4\cdot2}{5\cdot3}=\frac{8}{15}.$$

На данном уроке выражение „Найти дробь числа" не применяется.

Упражнения. Задачи №№ 788 (1—3), 789(1—3), 790 (1—3).

Задание на дом. По задачнику №№ 796, 797, 798 (1—3).

***Урок 71.* Умножение целого числа на дробь вида $\frac{1}{n}$.**

План урока.

1. Повторение правила вычисления площади прямоугольника.
2. Понятие доли квадратной единицы.
3. Упражнения.
4. Выяснение смысла умножения целого числа на дробь вида $\frac{1}{n}$.
5. Решение арифметических задач.

Учебное оборудование: модель квадратной единицы *(дм)*, расчерченная на пять равных полос, и ножницы.

При выяснении смысла умножения на дробь учитель опирается на наглядные представления учащихся о площади прямоугольника, поэтому в начале изложения темы урока повторяется правило вычисления площади прямоугольника (урок 26). Правило можно сформулировать по новому: „чтобы найти площадь прямоугольника, надо его основание умножить на высоту"; однако необходимо следить за тем, чтобы прежняя формулировка не была забыта.

Затем учащимся даётся представление о долях квадратной единицы. Учитель разрезает модель квадратного дециметра на пять равных полосок. Выясняется, что одна полоска (прямоугольник) составляет $\frac{1}{5}$ *кв. дм*, две полоски, как бы они ни были приложены друг к другу, составляют $\frac{2}{5}$ *кв. дм* и т. д. Таким образом, площадь прямоугольника, как и другой фигуры, может быть выражена целыми квадратными единицами и долями квадратных единиц.

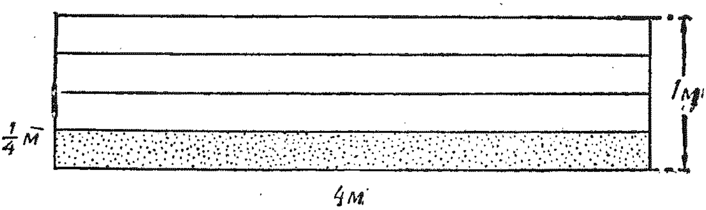
Далее следуют упражнения в вычислении площадей прямоугольников с различными данными. При решении каждого примера читается правило. Запись ведётся учителем и учащимися в табличной форме.

Площадь прямоугольника.

Что известно		Что надо узнать	Как узнать
Основание	Высота		
12 *см*	8 *см*	Площ. прямоуг.	$12 \cdot 8 = 96$ (*кв. см*)
$6\frac{1}{2}$ *дм*	5 *дм*	» »	$6\frac{1}{2} \cdot 5 = 32\frac{1}{2}$ (*кв. дм*)
4 *м*	1 *м*	» »	$4 \cdot 1 = 4$ (*кв. м*)
4 *м*	$\frac{1}{4}$ *м*	» »	$4 \cdot \frac{1}{4} =$

Правило для вычисления площади прямоугольника применяется одно и то же, поэтому и в последнем случае надо основание умножить на высоту, т. е. целое число умножить на дробь.

Для того, чтобы разъяснить детям смысл умножения на дробь, учитель, оставив на время таблицу, выполняет на доске чертёж, поясняющий данное действие (черт. 39).



Черт. 39.

Начертим прямоугольник, у которого основание равно 4 *м*, а высота равна 1 *м*. Разделим прямоугольник на четыре равные части; одну полоску затушуем. Обратим внимание на то, что затушёванный прямоугольник имеет основание, равное 4 *м*, и высоту, равную $\frac{1}{4}$ *м*, т. е. измерения, которые даны в последней задаче. Это как раз тот прямоугольник, площадь которого мы определяем.

Учащимся предлагаются вопросы:

1) Каковы размеры всего прямоугольника?
2) Чему равна площадь всего прямоугольника?
3) Какая часть всего прямоугольника затушёвана?
4) Чему равна площадь затушёванной части?

Таким образом устанавливается, что затушёванная площадь составляет $\frac{1}{4}$ всей площади прямоугольника, т. е. $\frac{1}{4}$ от 4 *кв. м* и равна $4:4=1$ (*кв. м*). Задача решена; результат записывается в таблицу: $4\cdot\frac{1}{4}=4:4=1$ (*кв. м*).

После этого следует другой вывод, являющийся целью урока: умножить целое число на $\frac{1}{4}$, это значит найти одну четвёртую часть от данного числа.

Закрепление сообщённых сведений об умножении на дробь производится при помощи решения арифметических задач и примеров.

1. Автомашина идёт со скоростью 30 *км* в час. Сколько километров пройдёт она в 2 часа? в 4 часа? в $\frac{1}{2}$ часа? в $\frac{1}{5}$ часа?

1) $30\cdot2=60$ (*км*); 2) $30\cdot4=120$ (*км*); 3) $30\cdot\frac{1}{2}$; что значит помножить на $\frac{1}{2}$? $30\cdot\frac{1}{2}=30:2=15$ (*км*). 4) $30\cdot\frac{1}{5}$; что значит помножить на $\frac{1}{5}$? $30\cdot\frac{1}{5}=30:5=$ $=6$ (*км*).

Обращается внимание на то, что при умножении на дробь $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$,... произведение получается меньше множимого.

2. Умножить 48 на $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{24}$.

Задание на дом. 1) Найти площадь прямоугольника с основанием 2 *м* и высотой $\frac{1}{3}$ *м*.

2) Найти площадь параллелограмма с основанием 39 *дм* и высотой $\frac{1}{5}$ *дм*.

Вопросы для повторения.

1. Что значит умножить целое число на дробь $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$...?

2. Какое число получается в произведении?

3. Почему при умножении на дробь $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$,... получается число меньшее множимого?

Урок 72. Умножение целого числа на правильную дробь вида $\frac{m}{n}$.

План урока.

1. Решение задачи на вычисление площади прямоугольника.
2. Определение действия умножения на дробь.
3. Решение арифметических задач и примеров.
4. Вывод правила умножения целого числа на дробь.

Данный урок является продолжением предыдущего. Учащимся предлагается решить ещё одну задачу на вычисление площади прямоугольника.

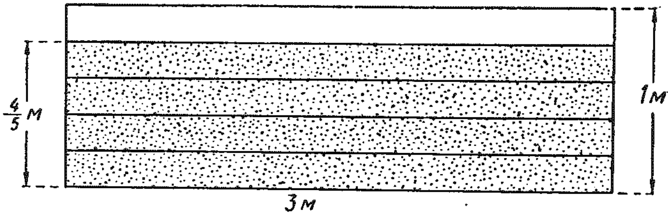
Задача. Вычислить площадь грядки, длина которой 3 *м*, а ширина $\frac{4}{5}$ *м*.

По вопросам воспроизводятся условия задачи; вопросы ставятся те же, какие были записаны в таблице: что известно? что надо узнать? как узнать?

Чтобы узнать площадь грядки, надо длину грядки умножить на ширину: $3 \cdot \frac{4}{5}$. Как выполнить умножение?

Изобразим грядку на чертеже: начертим прямоугольник, основание которого равно 3 *м*, а высота 1 *м*; разделим прямоугольник на пять равных частей. Четыре полоски затушуем. Затушёванный прямоугольник есть изображение грядки, так как длина прямоугольника 3 *м*, а высота $\frac{4}{5}$ *м* (черт. 40).

Какие размеры всего прямоугольника?
Чему равна площадь всего прямоугольника?
Какая часть всего прямоугольника затушёвана?
Чему равна площадь затушёванной части?



Черт. 40.

Затушёванная площадь составляет $\frac{4}{5}$ всей площади прямоугольника, т. е.

$$(3:5)\cdot 4=\frac{3\cdot 4}{5}=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5}\ (\textit{кв. м}).$$

Это — ответ задачи: площадь грядки равна $3\cdot\frac{4}{5}=$ $=(3:5)\cdot 4=\frac{3\cdot 4}{5}=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5}$ (*кв. м*).

Таким образом, умножить целое число на правильную дробь — это значит найти часть числа, которая выражена этой дробью.

Упражнения. 1. Самолёт летит со скоростью 120 *км* в час. Какое расстояние пролетает самолёт в 3 часа? в 5 часов? в $\frac{3}{4}$ часа? в $\frac{2}{3}$ часа?

1) $120\cdot 3=360$ (*км*).
2) $120\cdot 5=600$ (*км*).
3) $120\cdot\frac{3}{4}$; $\frac{3}{4}$ от 120; $(120:4)\cdot 3=90$ (*км*).
4) $120\cdot\frac{2}{3}$; $\frac{2}{3}$ от 120; $(120:3)\cdot 2=80$ (*км*).

Обращается внимание на то, что при умножении на правильную дробь произведение получается меньше множимого.

2. Умножить: $5\cdot\frac{3}{8}$; $6\cdot\frac{2}{7}$; $9\cdot\frac{3}{4}$; $11\cdot\frac{5}{9}$.

На основе наблюдений и полученных учащимися навыков выводится правило умножения целого числа на дробь (§ 143-2) Учитель может, если найдет необходимым, дать правило в другой формулировке: чтобы умножить целое число на дробь достаточно целое число умножить на числитель дроби и полученное произведение разделить на знаменатель дроби (правило записывается в тетради).

Решение задач №№ 808—809.

Задание на дом. По учебнику § 143(2).
По задачнику №№ 810-812.

Вопросы для повторения.

1. Что значит умножить целое число на правильную дробь?
2. Какое число получается в произведении?
3. Почему при умножении на правильную дробь получается число, меньшее множимого?
4. Как читается правило умножения целого числа на дробь?

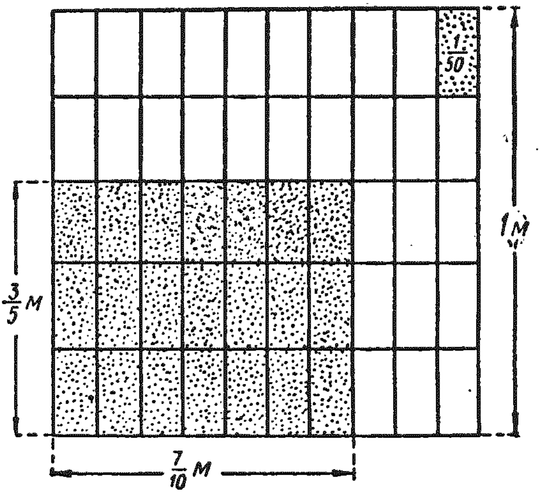
Урок 73. **Умножение правильной дроби на правильную дробь.**

План урока.

1. Решение геометрической задачи.
2. Определение действия умножения на дробь.
3. Упражнения.
4. Вывод правила умножения дроби на дробь.

Задача. Вычислить площадь прямоугольника, у которого основание равно $\frac{7}{10}$ *м* и высота $\frac{3}{5}$ *м*.

На классной доске вычерчивается по возможности в натуральную величину 1 кв. метр. Основание квадрата делится на 10 равных частей и через точки деления проводятся отрезки параллельных. Высота квадрата делится на 5 равных частей и через точки деления проводятся отрезки параллельных. Площадь квадрата оказалась разделённой на 50 равных частей, площадь каждого прямоугольника составляет $\frac{1}{50}$ *кв. м.* На чертеже выделяется прямоугольник с основанием $\frac{7}{10}$ *м* и высотой $\frac{3}{5}$ *м* (черт. 41).



Черт. 41.

На вопрос учителя: как вычислить площадь выделенного прямоугольника? учащиеся сразу ответят, что для вычисления площади прямоугольника надо его основание умножить на высоту. Получается запись $\frac{7}{10}\cdot\frac{3}{5}$.

Кроме того, по аналогии с рассуждениями двух предыдущих уроков учащиеся легко ответят, что умножить $\frac{7}{10}$ на дробь $\frac{3}{5}$ — значит найти $\frac{3}{5}$ от числа $\frac{7}{10}$. Для этого сначала находится $\frac{1}{5}$ от $\frac{7}{10}$, получается $\frac{7}{50}$, а потом находятся $\frac{3}{5}$ от $\frac{7}{10}$, для чего $\frac{7}{50}$ умножается на 3 и получается $\frac{21}{50}$, запись производится в обычной форме:

$$\frac{7}{10}\cdot\frac{3}{5}=\left(\frac{7}{10}:5\right)\cdot 3=\frac{7\cdot 3}{10\cdot 5}=\frac{21}{50}\ (кв.\ м).$$

Обращаясь к чертежу, учащиеся непосредственным подсчётом прямоугольников убеждаются в том, что в одном ряду выделенной фигуры прямоугольников 7, а рядов 3, следовательно, в определяемой площади их $7\cdot 3=21$ (прямоугольник), а так как площадь каждого из них равна $\frac{1}{50}$ *кв. м*, то площадь выделенного прямоугольника равна $\frac{1}{50}\cdot 21=\frac{21}{50}$ (*кв. м*).

Учащимся еще раз даётся определение действия умножения на дробь: умножить какое-нибудь число на дробь, значит найти часть числа, которая выражена этой дробью.

Обращается внимание на то, что при умножении на правильную дробь $\frac{7}{10}\cdot\frac{3}{5}=\frac{21}{50}$ в произведении получилось число меньшее множимого $\left(\frac{21}{50}\right.$ меньше $\frac{1}{2}$, а $\frac{7}{10}$ больше $\left.\frac{1}{2}\right)$.

Упражнения. Вычислить произведения: $\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{8}$; $\frac{5}{7}\cdot\frac{8}{11}$; $\frac{9}{10}\cdot\frac{3}{22}$.

Выводится правило умножения дроби на дробь (§ 143—3). Правило может быть дано в другой формулировке: чтобы умножить дробь на дробь, достаточно произведение числителей разделить на произведение знаменателей (записывается в тетради).

Устанавливается, что с этого урока запись действия умножения на дробь будет производиться сокращённо, например:

$$5\cdot\frac{2}{3}=\frac{5\cdot 2}{3}=3\frac{1}{3};\quad \frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4\cdot 2}{5\cdot 3}=\frac{8}{15}.$$

Задание на дом. По учебнику § 143 (3).

1) Вычислить площадь квадрата, сторона которого равна $\frac{3}{5}$ *дм*.

2) Вычислить объём параллелепипеда с измерениями $\frac{2}{3}$ *дм*, $\frac{2}{5}$ *дм* и $\frac{4}{7}$ *дм*.

Вопросы для повторения.

1. Что значит умножить дробь на дробь?
2. Какое число получается в произведении?
3. Почему при умножении на правильную дробь получается число меньшее множимого?
4. Как читается правило умножения дроби на дробь?

Урок 74. Умножение смешанных чисел.

План урока.

1. Повторение пройденного.
2. Решение задачи и примеров.
3. Вывод правила умножения смешанных чисел.
4. Упражнения.
5. Применение законов умножения.

В начале изложения темы урока повторяются сведения из пройденного курса: правило обращения смешанного числа в неправильную дробь, основное свойство дроби и правило деления произведения на число.

Затем решается задача: Пешеход идет со скоростью $4\frac{1}{5}$ *км* в час; от города до деревни он шел $3\frac{1}{2}$ часа. Сколько километров от города до деревни?

Решение. Умножение смешанных чисел сводится к умножению дробей:

$$4\frac{1}{5}\cdot 3\frac{1}{2}=\frac{21}{5}\cdot\frac{7}{2}=\frac{21\cdot 7}{5\cdot 2}=\frac{147}{10}=14\frac{7}{10}\ (\textit{км.})$$

Ответ. $14\frac{7}{10}$ *км*; приближённо 15 *км.*

Найти произведения: $2\frac{3}{7}\cdot 3\frac{1}{4}$; $4\frac{2}{5}\cdot 7\frac{2}{3}$; $5\frac{4}{5}\cdot 1\frac{1}{3}$.

Выводится правило умножения смешанных чисел (§ 143—4).

После этого следуют тренировочные упражнения, причём берутся и такие числовые данные, которые допускают сокращение. Ставится категорическое требование, чтобы сокращение производилось после того, как будет записано выполнение действия по соответствующему правилу. Пример:

$$3\frac{8}{9}\cdot 2\frac{1}{7}=\frac{35}{9}\cdot\frac{15}{7}=\frac{\overset{5}{\cancel{35}}\cdot\overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{3}{\cancel{9}}\cdot\underset{1}{\cancel{7}}}=\frac{25}{3}=8\frac{1}{3}.$$

Обращается внимание на то, что при умножении на неправильную дробь в произведении получается число, большее множимого.

Упражнения.

1. Размеры кирпича 25 *см* $\times$ 12 *см* $\times 6\frac{1}{2}$ *см*. Вес 1 *куб. дм* кирпича колеблется от $1\frac{2}{5}$ *кг* до $1\frac{7}{10}$ *кг*. Определить вес 1000 штук кирпича.

Расчёт:

1. Объём кирпича: $25 \cdot 12 \cdot 6\frac{1}{2} = 6\frac{1}{2} \cdot 300 = 1950$ (*куб. см*) $= 1950 : 1000$ (*куб. дм*) $= \frac{39}{20}$ (*куб. дм*).

2) Наименьший вес 1000 штук:

$$1\frac{2}{5} \cdot \frac{39}{20} \cdot 1000 = \frac{7}{5} \cdot \frac{39}{20} \cdot 1000 = \frac{7 \cdot 39 \cdot 1000}{5 \cdot 20} = 2730 \text{ (кг)}.$$

3) Наибольший вес 1000 штук:

$$1\frac{7}{10} \cdot \frac{39}{20} \cdot 1000 = \frac{17}{10} \cdot \frac{39}{20} \cdot 1000 = \frac{17 \cdot 39 \cdot 1000}{10 \cdot 20} = 3315 \text{ (кг)}.$$

Ответ. Вес 1000 штук кирпича составляет в среднем около 3 тонн.

2. Решение задачи № 831.

Необходимо указать учащимся, что при умножении на смешанное число следует применять законы умножения в тех случаях, когда это упрощает вычисление.

Примеры:

1) $16 \cdot 3\frac{1}{2} = 16\left(3 + \frac{1}{2}\right) = 48 + 8 = 56.$

2) $35 \cdot 2\frac{2}{5} = 35\left(2 + \frac{2}{5}\right) = 70 + 14 = 84.$

3) $3 \cdot 4\frac{19}{84} = 3\left(4 + \frac{19}{84}\right) = 12 + \frac{19}{28} = 12\frac{19}{28}.$

4) $6\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{3} = 6\frac{1}{2}\left(2 + \frac{1}{3}\right) = 6\frac{1}{2} \cdot 2 + 6\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} =$

$= \left(6 + \frac{1}{2}\right) \cdot 2 + \left(6 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{3} = 12 + 1 + 2 + \frac{1}{6} = 15\frac{1}{6}.$

Задание на дом. По учебнику § 143 (4).
По задачнику №№ 804 (1, 2, 14, 15), 805 (1, 2).

Вопросы для повторения.

1. Как читается правило умножения смешанных чисел?

2. Какое число получается в произведении при умножении на неправильную дробь?

Урок 75. Площадь треугольника.

План урока.

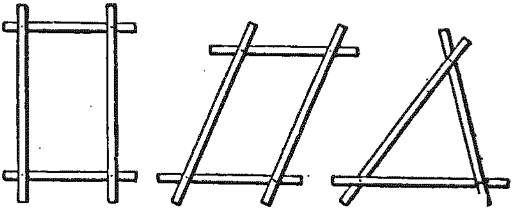
1. Элементы треугольника.
2. Виды треугольников.
3. Свойство шарнирных моделей треугольника.
4. Проведение высот в треугольнике.
5. Вычисление площади треугольника.

Учебное оборудование: модели двух равных треугольников; модели треугольников разной формы; шарнирные модели прямоугольника и треугольника; классный угольник и линейка; угольники и линейки у всех учащихся.

Учитель знакомит учащихся с элементами треугольника: три стороны, три угла, вершина, основание и высота треугольника; разъясняет, что любая сторона треугольника может служить его основанием.

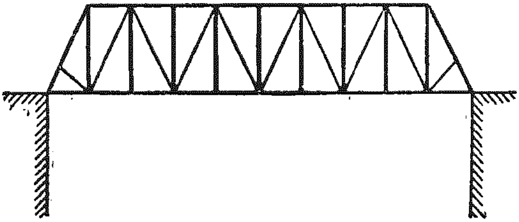
Демонстрируются модели треугольников разной формы — остроугольные, прямоугольные, тупоугольные, разносторонние, равнобедренные и равносторонние.

Треугольник имеет важное свойство, которое поясняется на шарнирных моделях: если сделать четырехугольную рамку, сколотив палочки гвоздями, то лёгким сжиманием можно изменить форму четырехугольника, форму же треугольника изменить нельзя (черт. 42).



Черт. 42.

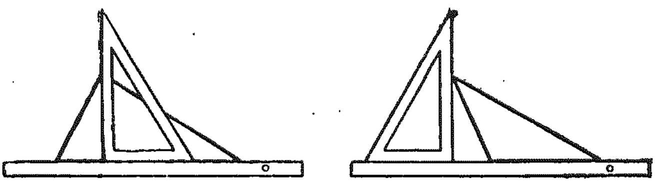
Вследствие этого треугольник называется жёсткой фигурой. Треугольная форма часто используется в быту и технике для придания прочности сооружениям (черт. 43).



Черт. 43.

Учащимся предлагается указать предметы треугольной формы из окружающий обстановки (вспомнить устройство метровки, черт. 2).

Затем учитель сообщает учащимся и демонстрирует на классной доске, как проводится высота треугольника: из вершины треугольника провести отрезок прямой так, чтобы он с основанием треугольника образовал прямой угол; это выполняется при помощи линейки и угольника (черт. 44).



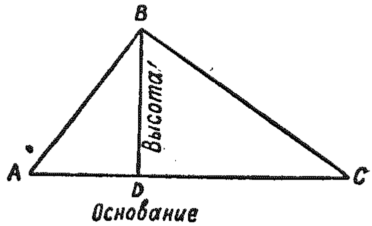
Черт. 44.

Необходимо разъяснить, что в прямоугольном треугольнике одна из сторон, образующих прямой угол, является основанием, а другая — высотой.

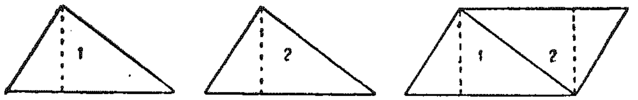
Упражнение. Начертить треугольник произвольной формы и любого размера; провести в нём высоту; измерить в миллиметрах основание и высоту треугольника. Запись в тетрадях:

Основание $AC = \ldots$ *мм*;
высота $BD = \ldots$ *мм*.

Далее выводится правило вычисления площади треугольника. Учитель берёт модели равных треугольников; равенство фигур доказывается наложением одной из них на другую, причём получается совпадение всех элементов и площадей треугольников; после этого учитель приставляет один треугольник к другому; получается знакомая учащимся фигура — параллелограмм (черт. 46).



Черт. 45.



Черт. 46.

Очевидно, что площадь параллелограмма вдвое больше площади треугольника или иначе: площадь треугольника вдвое меньше площади параллелограмма. Так как основание параллелограмма есть основание треугольника и высота параллелограмма есть высота треугольника, то легко вывести правило для вычисления площади треугольника, которое записывается в тетради:

Чтобы найти площадь треугольника надо измерить в одинаковых мерах его основание и высоту, перемножить полученные числа и произведение разделить на 2.

Формула: $S = \frac{ah}{2}$ (*кв. ед.*).

Пример (Каждый вычисляет площадь треугольника, начерченного им в тетради).

$S = \frac{51 \cdot 35}{2} = \frac{1785}{2} = 892\frac{1}{2}$ (*кв. мм*) ≈ 9 (*кв. см*)

Задание на дом.

1. Периметр треугольника равен 36 *см*. Одна сторона на 2 *см* больше другой и на 2 *см* меньше третьей. Найти стороны треугольника.

2. Парус треугольной формы имеет $3\frac{1}{2}$ *м* в основании и 4 *м* в высоту. Найти площадь паруса.

Вопросы для повторения.

1. Какие бывают формы треугольника?
2. Какая сторона может быть принята за основание треугольника?
3. Как провести высоту треугольника?
4. Как найти площадь треугольника?

***Урок 76.* Нахождение дроби числа и умножение числа на дробь** (сравнение приёмов).

План урока.

1. Решение задач на нахождение части числа.
2. Введение выражения „нахождение дроби числа"
3. Решение тех же задач действием умножения.
4. Тождественность результатов.
5. Сравнение величины произведения с величиной множимого.
6. Возможность выполнения действия умножения на дробь.

Задача. Один метр материи стоит 42 рубля. Сколько стоят $\frac{3}{4}$ *м* материи? $1\frac{2}{5}$ *м* материи?

Решить первую задачу — значит найти $\frac{3}{4}$ части от 42 рублей.

$\frac{1}{4}$ часть от 42 руб. составляет $42:4=\frac{42}{4}=\frac{21}{2}$ руб.;

$\frac{3}{4}$ части от 42 руб. составляют $\frac{21}{2}\cdot 3=\frac{21\cdot 3}{2}=\frac{63}{2}=$

$=31\frac{1}{2}$ (руб).

При решении второй задачи нельзя говорить, что находим часть от 42 руб., так как из условия задачи видно, что придётся заплатить больше 42 рублей. Поэтому точнее будет выражение: найти дробь числа, потому что $1\frac{2}{5}$ заменяется дробью $\frac{7}{5}$. Это выражение можно употребить и в первом случае, поэтому в дальнейшем можно вообще говорить о нахождении дроби числа.

$\frac{1}{5}$ часть от 42 руб. составляет $42:5=\frac{42}{5}$ (руб.);

$\frac{7}{5}$ частей от 42 руб. составляют $\frac{42}{5}\cdot 7=\frac{42\cdot 7}{5}=\frac{294}{5}=$ $=58\frac{4}{5}$ (руб.).

Можно те же задачи решить действием умножения по известным уже правилам:

$$42\cdot\frac{3}{4}=\frac{42\cdot 3}{4}=\frac{21\cdot 3}{2}=\frac{63}{2}=31\frac{1}{2}\text{ (руб.)}.$$

$$42\cdot 1\frac{2}{5}=42\cdot\frac{7}{5}=\frac{42\cdot 7}{5}=\frac{294}{5}=58\frac{4}{5}\text{ (руб.)}.$$

Решение одних и тех же задач нахождением дроби числа и умножением числа на дробь даёт одинаковые результаты, поэтому можно сделать такой вывод:

Умножить какое-нибудь число на дробь — значит найти эту дробь от данного числа;

найти дробь какого-нибудь числа — значит умножить это число на данную дробь.

Вследствие этого задачу можно решить любым из указанных способов.

Пример. Задача № 802(1). Найти $\frac{3}{5}$ от $6\frac{2}{3}$.

Первое решение:

$\frac{1}{5}$ от $6\frac{2}{3}$ составляет $6\frac{2}{3}:5=\frac{20}{3}:5=\frac{20:5}{3}=\frac{4}{3}$;

$\frac{3}{5}$ от $6\frac{2}{3}$ составляют $\frac{4}{3}\cdot 3=\frac{4\cdot 3}{3}=4$.

Второе решение:

$$6\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}=\frac{20}{3}\cdot\frac{3}{5}=\frac{20\cdot 3}{3\cdot 5}=4.$$

Далее следует сравнить умножение натуральных чисел с умножением дробных чисел по результатам действий.

При умножении натуральных чисел в произведении всегда получается число, большее множимого (умножение на 1 и 0 даёт другие результаты).

При умножении же на дробное число в произведении может получиться число, меньшее множимого, если множитель — правильная дробь, и число, большее множимого, если множитель — неправильная дробь (умножение на 1 и 0 даёт другие результаты).

Наконец, необходимо отметить, что действие умножения дробей всегда выполнимо.

Упражнения. Задача № 805 (5, 6).

Задание на дом. По учебнику § 146.

По задачнику № 805 (1—4).

***Уроки 77—80.* Решение задач и примеров на сложение, вычитание и умножение дробей и смешанных чисел.**

Материалом для занятий в классе и дома служат задачи и примеры №№ 848—865.

При решении примеров следует использовать переместительный и сочетательный законы умножения.

Замечание относительно задачи № 864. Если первый поезд проходит расстояние между двумя станциями в 45 минут, то в одну минуту он пройдёт $\frac{1}{45}$ часть этого расстояния. Так же определяется расстояние, пройденное в одну минуту вторым поездом. Тогда решение задачи сводится к составлению и решению числовой формулы

$$\left(\frac{1}{45}+\frac{1}{72}\right)\cdot 6.$$

Решение задачи № 865 аналогично сводится к составлению и решению числовой формулы

$$1-\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{10}\right)\cdot 3.$$

***Урок 81.* Проверочная письменная работа по пройденной части темы.**

Целью данного урока является проверка техники выполнения действий над дробными числами, поэтому проверочное задание составляется только из примеров.

Приводится один из четырёх возможных вариантов задания.

№ 1

1. Путешественнику надо пройти расстояние в 180 *км*. $^3/_5$ этого пути уже пройдено. Сколько километров осталось пройти?

2. Вычислить:

1) $\frac{5}{8}\cdot 4$; 2) $\frac{4}{9}\cdot 5$; 3) $20\cdot\frac{3}{4}$; 4) $30\cdot\frac{5}{8}$;

5) $\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{7}$; 6) $\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{15}$; 7) $8\frac{3}{4}\cdot 5\frac{3}{5}$; 8) $9\frac{1}{16}\cdot 3\frac{7}{15}$;

9) $4\cdot 1\frac{1}{18}-1\frac{5}{12}\cdot 2+1\frac{1}{9}\cdot 1\frac{1}{4}$.

Урок 82. Подготовительные упражнения к делению дробей.

План урока.

1. Замечания о проверочных письменных работах.
2. Повторение правил умножения и деления дроби на целое число.
3. Повторение материала об изменении величины дроби в зависимости от изменения её членов.
4. О двух способах увеличения или уменьшения дроби в несколько раз.

Так как часть урока отводится для сообщения результатов проверочной письменной работы, то целесообразно другую часть урока занять повторением некоторых сведений о дробях. Это повторение послужит подготовкой учащихся к лучшему усвоению действия деления на дробь.

Повторение пройденного проводится в следующем порядке.

1. Правило умножения дроби на целое число.

Примеры: $\frac{2}{3}\cdot 5$; $\frac{3}{16}\cdot 4$.

2. Правило деления дроби на целое число.

Примеры: $\frac{4}{5}:2$; $\frac{5}{7}:3$.

3. Как изменится величина дроби, если числитель её умножить на какое-нибудь число. Пример: $\frac{5\cdot 2}{12}$.

Ответ подтверждается чертежом: на числовом луче отложить сначала пять двенадцатых долей, затем десять двенадцатых долей.

4. Как изменится величина дроби, если числитель её разделить на какое-нибудь число. Пример: $\frac{5:5}{12}$. Ответ подтверждается чертежом.

5. Как изменится величина дроби, если знаменатель её умножить на какое-нибудь число. Пример: $\frac{5}{12\cdot 2}$. Ответ подтверждается чертежом.

6. Как изменится величина дроби, если знаменатель её разделить на какое-нибудь число. Пример: $\frac{5}{12:2}$. Ответ подтверждается чертежом.

Предлагая учащимся проследить за изменением величины дроби от увеличения или уменьшения того или иного члена дроби в несколько раз, учитель приводит учащихся к заключению: если надо увеличить дробь в несколько раз, то это можно выполнить двумя способами: или умножить числитель дроби (что всегда возможно), или разделить знаменатель дроби (что не всегда возможно); если надо уменьшить дробь в несколько раз, то это тоже можно выполнить двумя способами: или разделить числитель дроби, или умножить знаменатель дроби.

Задание на дом. По учебнику повторить §§ 125—127.
По задачнику №№ 619, 624.

Урок 83. Нахождение числа по данной величине его дроби.

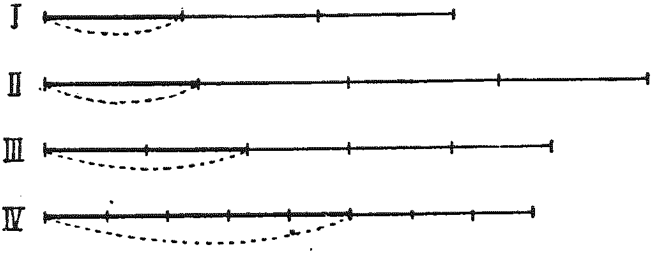
План урока.

1. Упражнения с таблицей.
2. Решение задач.
3. Вывод правила.
4. Упражнения в решении примеров.

Учебное оборудование: таблица прямолинейных отрезков, разделенных на части (черт. 47); небольшая сантиметровая линейка.

Нахождение числа по данной его дроби является *второй основной задачей* на дроби, поэтому необходимо создать у учащихся отчётливое представление о выполнении такой задачи.

Учитель вывешивает на доске таблицу отрезков (черт. 47), вызывает ученика и предлагает измерить



Черт 47.

одну третью часть первого отрезка, а потом по измеренной части определить длину всего отрезка (x_1). В результате устного решения на доске появляется запись:

$\frac{1}{3}$ от x_1 составляет 16 *см*; $x_1 = 16 \cdot 3 = 48$ (*см*).

Правильность решения проверяется измерением длины всего отрезка.

Таким же образом другой ученик определяет длину второго отрезка:

$\frac{1}{4}$ от x_2 составляет 18 *см*; $x_2 = 18 \cdot 4 = 72$ (*см*).

Условие для нахождения длины третьего отрезка x_3 записывается в той же форме: $\frac{2}{5}$ от x_3 составляют 24 *см*.

Учащиеся легко приходят к выводу, что нахождение длины всего отрезка x_3 нужно свести к предыдущим случаям, т. е. определить сначала одну долю отрезка; тогда задача решается двумя действиями:

1) $\frac{1}{5}$ от x_3 составляет $24 : 2 = 12$ (*см*);

2) $x_3 = 12 \cdot 5 = 60$ *см*.

Таким же образом определяется длина четвёртого отрезка, у которого измерены пять восьмых его доли:

1) $\frac{1}{8}$ от x_4 составляет $35 : 5 = 7$ (*см*);

2) $x_4 = 7 \cdot 8 = 56$ (*см*).

Затем класс переходит к решению задач.

1) $\frac{1}{5}$ *кг* товара стоит 8 руб. Сколько стоит 1 *кг* того же товара?

Задача решается (устно) одним действием:

$$x = 8 \cdot 5 = 40 \text{ (руб.)}.$$

2) $\frac{4}{5}$ *кг* товара стоят 36 руб. Сколько стоит 1 *кг* того же товара?

Задача решается двумя действиями:

а) $\frac{1}{5}$ от x руб. составляет $36 : 4 = 9$ (руб.);

б) $x = 9 \cdot 5 = 45$ (руб.).

3) $\frac{1}{3}$ расстояния между двумя сёлами равна $2\frac{1}{2}$ *км*. Чему равно расстояние от одного села до другого?

Задача решается (устно) одним действием:

$$x = 2\frac{1}{2} \cdot 3 = 7\frac{1}{2} \text{ (км)}.$$

4) Пешеход прошел $4\frac{1}{2}$ *км*, что составляет $\frac{3}{10}$ всего расстояния от села до города. Сколько километров от села до города?

Задача решается двумя действиями:

а) $\frac{1}{10}$ от x *км* составляет $4\frac{1}{2} : 3 = \frac{9}{2} : 3 = \frac{3}{2}$ (*км*).

б) $x = \frac{3}{2} \cdot 10 = \frac{3 \cdot 10}{2} = 15$ (*км*).

Далее следует указать учащимся, что условия задач, в которых требуется найти число по данной его дроби, можно записывать в виде формулы. Пример. Найти число, $\frac{3}{4}$ которого равны 24. Вместо записи:

$$\frac{3}{4} \text{ от } x \text{ составляет } 24$$

можно применить сокращённую запись:

$$\frac{3}{4} \cdot x = 24,$$

а затем решать задачу двумя действиями:

а) $\frac{1}{4} x = 24 : 3 = 8$;

б) $x = 8 \cdot 4 = 32$.

На основании усвоенных учащимися приёмов решения задач делается вывод правила нахождения неизвестного числа по данной величине его дроби (§148).

Упражнения. Задачи №№ 876 (1—3), 877 (1, 3, 5) и 878 (1, 3, 5).

Форма записи решения примеров (на основе правила):

№ 877 (1). $\frac{3}{5}x=7$; $x=\frac{7\cdot5}{3}=\frac{35}{3}=11\frac{2}{3}$.

Задание на дом. По учебнику § 148.
По задачнику №№ 877 (2, 4, 6) и 878 (2, 4, 6).

Урок 84. Деление целого числа на дробь.

План урока.

1. Определение действия деления на дробь.
2. Пример на умножение и образование двух обратных задач.
3. Деление на дробь есть нахождение числа по его части.
4. Правило деления целого числа на дробь.
5. Величина частного при делении на дробь.
6. Упражнения.

Необходимо припомнить определение действия деления целых чисел (§ 61) и распространить это определение на дробные числа.

Пример. Длина гряды 12 *м*, ширина $\frac{3}{4}$ *м*. Чему равна площадь гряды?

Задача решается действием умножения:

$$12\cdot\frac{3}{4}=9\ (кв.\ м).$$

В данном действии числа 12 и $\frac{3}{4}$ являются сомножителями, число 9 — произведение.

Но возможны и другие задачи:

1. Площадь гряды 9 *кв. м*, длина гряды 12 *м*. Найти ширину гряды.

2. Площадь гряды 9 *кв. м*, ширина гряды $\frac{3}{4}$ *м*. Определить длину гряды.

В обоих случаях по данному произведению и одному из сомножителей находится другой сомножитель, т. е. выполняется действие, обратное умножению. В первом случае задача решается делением целого числа на целое

$$9:12=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}\ (\text{м});$$

во втором случае — делением целого числа на дробь

$$9:\frac{3}{4}.$$

Таким образом, деление дробных чисел, так же, как и деление целых чисел, является действием, обратным умножению.

Приступая к решению последней задачи, проводим следующие рассуждения: обозначим неизвестное частное через x:

$$9:\frac{3}{4}=x.$$

Так как в действии умножения числа x и $\frac{3}{4}$ является сомножителями, а 9 — произведением, то можно записать равенство:

$$\frac{3}{4}x=9,$$

а эта запись означает, что требуется найти число по данной его дроби. Находим это число по известному правилу:

$$x=\frac{9\cdot 4}{3}=12\ (\text{м}).$$

Это и есть ответ на вопрос задачи.

Таким образом:

$$9:\frac{3}{4}=\frac{9\cdot 4}{3}=12\ (\text{м}).$$

В результате решения данной задачи делается вывод, что деление на дробь есть ничто иное, как нахождение числа по данной его дроби.

Решается несколько примеров и выводится правило деления целого числа на дробь (§ 151—3).

Упражнения. № 895 (4, 5, 6) по одному — по два примера.

Обращается внимание учащихся на то, что при делении на дробь в частном может получиться число, меньшее делимого и число, большее делимого.

Задание на дом. По учебнику §§ 150 и 151 (3).

По задачнику № 895 (4, 5, 6) по два примера.

Вопросы для повторения.

1. Какое действие называется делением?
2. Как читается правило деления целого числа на дробь?
3. Можно ли сказать, что разделить на дробь — значит найти число по его дроби?
4. Можно ли сказать, что нахождение числа по данной его дроби выполняется делением?
5. Какое число получается в частном при делении на дробь?

Урок 85. **Деление дроби на дробь.**

План урока.

1. Решение задачи.
2. Вывод правила деления дроби на дробь.
3. Общий характер правила деления дроби на дробь.
4. Упражнения.

Задача. На сколько участков можно разбить опытное поле в $\frac{3}{4}$ *га*, если в каждом участке должно быть по $\frac{3}{16}$ *га*?

Задача решается действием деления:

$$\frac{3}{4}:\frac{3}{16}$$

Разделить дробь на дробь — это значит найти неизвестное число x, которое, будучи умножено на $\frac{3}{16}$, даст в произведении $\frac{3}{4}$, т. е.

$$x\cdot\frac{3}{16}=\frac{3}{4} \text{ или } \frac{3}{16}x=\frac{3}{4}.$$

Последняя запись означает, что $\frac{3}{16}$ искомого числа составляют $\frac{3}{4}$, откуда находится всё число x:

$$x=\left(\frac{3}{4}:3\right)\cdot 16=\frac{3\cdot 16}{4\cdot 3}=4 \text{ (участка).}$$

Следовательно,

$$\frac{3}{4}:\frac{3}{16}=\frac{3\cdot 16}{4\cdot 3}=4 \text{ (участка).}$$

После решения двух-трёх примеров выводится правило деления дроби на дробь (§ 151—4).

Полезно обратить внимание учащихся на то, что все ранее изученные случаи деления одного числа на другое можно свести к только что выведенному правилу деления дроби на дробь (§ 151, замечание к пункту 4).

Другой вариант урока на тему: Деление дроби на дробь.

Деление на дробь рассматривается как действие, обратное умножению. Последовательность работы может быть следующая.

Припоминается формулировка правила умножения дробей и решается пример:

$$\frac{4}{7}\cdot\frac{5}{9}=\frac{4\cdot 5}{7\cdot 9}=\frac{20}{63}.$$

Затем учитель предлагает классу другой пример:

$$\frac{8}{15}\cdot\frac{?}{?}=\frac{16}{45}.$$

Учащимся надо определить, на что умножили дробь $\frac{8}{15}$, если получили $\frac{16}{45}$, т. е. надо разрешить вопросы: на какое число умножили 8, если получили 16, и на какое число умножили 15, если получили 45? Оба эти вопроса разрешаются делением, поэтому вызванный к доске ученик пишет:

$$\frac{16}{45}:\frac{8}{15}=\frac{16:8}{45:15}=\frac{2}{3}.$$

Проверка: $\frac{8}{15}\cdot\frac{2}{3}=\frac{8\cdot 2}{15\cdot 3}=\frac{16}{45}$ показывает, что неизвестный сомножитель найден верно.

Следуют 2—3 примера, в которых числитель и знаменатель делимого делятся соответственно на числитель и знаменатель делителя, формулируется, но не записывается промежуточное правило: „Чтобы разделить дробь на дробь достаточно числитель делимого разделить на числитель делителя, знаменатель делимого разделить на знаменатель делителя и первое частное разделить на второе."

Затем пишется пример типа $\frac{17}{60}:\frac{3}{7}$; по аналогии с предшествующими примерами решение запишется так: $\frac{17}{60}:\frac{3}{7}=\frac{17:3}{60:7}$, после чего последует такой примерно ход рассуждений: 1) числитель дроби надо разделить на 3, отчего величина дроби уменьшится в 3 раза. Числитель дроби не делится на 3, но уменьшить величину дроби в 3 раза можно и другим способом, именно, умножением на 3 её знаменателя. 2) Такое же рассуждение проводится и относительно деления знаменателя 60 на 7. В результате получается запись:

$$\frac{17}{60}:\frac{3}{7}=\frac{17:3}{60:7}=\frac{17\cdot 7}{60\cdot 3}=\frac{119}{180}.$$

Устанавливается, что по промежуточному правилу не всегда удобно выполнить деление на дробь, а таким способом, как это только что записано, всегда удобно; поэтому в приведенной выше записи зачёркивается $\frac{17:3}{60:7}$ и формулируется правило деления дроби на дробь по учебнику.

Следует несколько примеров для закрепления.

Упражнения. Задача № 895 (7), два-три примера.

Задание на дом. По учебнику § 151(4).

По задачнику № 895 (7,8) по три примера.

Урок 86. Деление смешанных чисел.

Деление смешанных чисел сводится к делению дробей. После решения нескольких примеров выводится соответствующее правило (§ 151—5).

Материалом для занятий в классе и дома служат задачи №№ 897—899.

Урок 87. Числа взаимнообратные.

План урока.

1. Определение взаимнообратных чисел.
2. Упражнения в нахождении взаимнообратных чисел.
3. Замена деления умножением.
4. Упражнения.

От перестановки членов дроби — числителя на место знаменателя и знаменателя на место числителя — получается новая дробь, которая называется *обратной* по отношению к данной дроби. Пример: $\frac{7}{8}$ и $\frac{8}{7}$.

Так как целое число можно представить дробью со знаменателем 1, то целое число тоже имеет обратную дробь. Пример: 5 и $\frac{1}{5}$.

Данное число и обратное ему число вместе называются ***взаимнообратными*** числами.

Произведение взаимнообратных чисел равно единице.

Примеры:

$$5\cdot\frac{1}{5}=1;\quad \frac{7}{8}\cdot\frac{8}{7}=\frac{7\cdot8}{8\cdot7}=1;$$
$$2\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}=\frac{5}{2}\cdot\frac{2}{5}=\frac{5\cdot2}{2\cdot5}=1.$$

Проводятся упражнения в нахождении чисел обратных данным:

$$7;\ \frac{1}{8};\ \frac{2}{3};\ 1;\ 1\frac{1}{5};\ 3\frac{3}{4} \text{ и т. п.}$$

Понятие о взаимнообратных числах надо использовать в тех случаях, когда приходится умножать или делить на дробь вида $\frac{1}{n}$. Например, $\frac{1}{4}$ и 4 — числа взаимнообратные, а потому $25:\frac{1}{4}=25\cdot4$; $24\cdot\frac{1}{4}=24:4$, т. е. деление на дробь можно заменить умножением на обратное число и умножение на дробь заменить делением на обратное число.

Впоследствии можно деление на всякую дробь заменить умножением на обратное ей число, например:

$$\frac{5}{8}:\frac{3}{4}=\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{3}=\frac{5\cdot 4}{8\cdot 3}=\frac{5}{6}.$$

Упражнения. Задача № 896.

Задание на дом. По учебнику § 152.

По задачнику №№ 896 и 900 (1,2).

Вопросы для повторения.

1. Какие числа называются взаимнообратными?
2. Чему равно произведение взаимнообратных чисел?
3. В каких случаях используются взаимнообратные числа?

***Урок 88.* Понятие отношения двух чисел. Определение отношения.**

План урока.

1. Определение отношения.
2. Название членов отношения.
3. Равнозначность терминов „частное" и „отношение".
4. Значение термина „отношение".
5. Запись и чтение отношения.
6. Упражнения.

Нахождение отношения двух чисел составляет *третью основную задачу* на дроби. В V классе закладываются прочные основы нового понятия, дальнейшее же развитие и учение об отношении получают в VI классе.

Повторяются названия чисел, входящих в действие деления: делимое, делитель и частное. Учитель сообщает, что частное от деления одного числа на другое иначе называется *отношением* этих чисел. Но, изменив название одного из трех чисел, надо изменить название и двух других чисел. Для наглядности на доске записываются прежние названия и новые названия чисел:

делимое		делитель		частное
7	:	12	=	$\frac{7}{12}$
предыдущий член отношения		последующий член отношения		отношение

Учащимся даётся разъяснение, что слова „частное" и "отношение" означают одно и то же, поэтому можно пользоваться любым выражением: „частное от деления одного числа на другое" или „отношение одного числа к другому".

Если отношение двух чисел выражено целым числом, например, $80:20=4$, то отношение означает, что число 80 в 4 раза больше числа 20.

Если отношение двух чисел выражено дробным числом, например $2:15=\frac{2}{15}$, то отношение означает, что число 2 составляет $\frac{2}{15}$ от числа 15.

Для записи отношения употребляется и двоеточие и горизонтальная черта, например,

$$2\frac{1}{2}:\ 1\frac{1}{4}=2 \text{ и } \frac{2\frac{1}{2}}{1\frac{1}{4}}=2.$$

Обращается внимание учащихся на то, что отношением называется не только результат деления, но и само обозначение деления, например, $80:20$ есть отношение 80 к 20. Когда отношение вычислено, то оно читается следующим образом:

1) $80:20=4$ — 80 больше 20 в 4 раза;

2) $15:2=7\frac{1}{2}$ — 15 больше 2 в $7\frac{1}{2}$ раз;

3) $3:11=\frac{3}{11}$ — 3 составляют $\frac{3}{11}$ от числа 11;

4) $13\frac{3}{5}:10\frac{1}{5}=\frac{4}{3}$ — $13\frac{3}{5}$ составляют $\frac{4}{3}$ от числа $10\frac{1}{5}$.

Если находится отношение двух однородных величин, то числа, выражающие величины, должны быть одного наименования, например:

$3\ м:20\ см=300\ см:20\ см=300:20=15$

или: $3\ м:20\ см=3\ м:\frac{1}{5}\ м=3:\frac{1}{5}=15.$

Следует подчеркнуть, что отношение величин означает отношение чисел, которыми выражены данные величины. Отношение однородных величин есть число отвлечённое.

Отношение в общем виде записывается при помощи букв:

$$a : в = \frac{a}{в}$$

Предыдущий член отношения a может быть любым числом; последующий член отношения $в$ может быть любым числом кроме нуля, потому что деление на нуль невозможно.

Упражнения. Запись и чтение отношений. Задача № 1699 (1, 2, 7, 8, 9.).

Задание на дом. По учебнику § 156 (до свойств отношения).

По задачнику № 1700 (1, 2, 3, 7, 8, 9).

Вопросы для повторения.

1. Что называется отношением двух чисел?
2. Как называются члены отношения?
3. Как обозначается отношение двух чисел?
4. Что означает отношение, выраженное целым числом.
5. Что означает отношение, выраженное дробным числом?
6. Что означает отношение каких-нибудь однородных величин?

Урок 89. **Свойства отношений.**

План урока.

1. Зависимость между членами отношения.
2. Изменение отношения от умножения и деления его членов.
3. Главное свойство отношения.
4. Упражнения.

В начале изложения темы урока повторяются зависимости между делимым, делителем и частным.

Так как делимое является предыдущим членом отношения, делитель последующим членом и частное— отношением, то те же зависимости существуют и между членами отношения:

предыдущий член отношения равен последующему, умноженному на отношение;

последующий член равен предыдущему, деленному на отношение.

Затем повторяются сведения об изменении частного при умножении и делении компонентов на какое-нибудь число; повторяются также сведения об изменении величины дроби при умножении и делении членов дроби на какое-нибудь число.

Те же самые изменения свойственны и отношению.

Перед учащимися ставится ряд вопросов; при ответах требуется приведение соответствующих примеров и их решений.

Вопрос. Как изменится отношение, если последующий член отношения умножить на 3?

Ответ. Если последующий член отношения умножить на 3, то отношение уменьшится в 3 раза; например, отношение 24 к 2 равно 12, а если последующий член отношения 2 умножить на 3, то отношение 24 к 6 будет равно 4, а не 12, т. е. уменьшится в 3 раза.

Наконец, повторяется основное свойство дроби, после чего выводится главное свойство отношения: отношение не изменится, если оба его члена умножить или разделить на одно и то же число, например:

$$2:5=\frac{2}{5};$$

$$(2\cdot 3):(5\cdot 3)=\frac{6}{15}.$$

Изменился внешний вид отношения, но величина отношения осталось прежней.

Упражнения. Задачи №№ 1703 (4, 5, 6), 1707 (5), 1709 (4, 6).

Решение примеров №№ 1707 и 1709 необходимо начать с повторения: как найти неизвестное делимое, если известен делитель и частное? как найти неизвестный делитель, если известно делимое и частное? Затем следует решение ряда примеров уже с применением новой терминологии: как найти неизвестный предыдущий член отношения, если известен последующий член и отношение? Как найти неизвестный последующий член отношения, если известен предыдущий член и отношение?

Задание на дом. По учебнику § 156 (свойства отношения 1, 2, 3, 4).

По задачнику №№ 1703 (1, 2), 1707 (1, 2), 1709 (1, 2).

Вопросы для повторения.

1. Как найти неизвестный предыдущий член отношения, если известен последующий член и отношение?
2. Как найти неизвестный последующий член отношения, если известен предыдущий член и отношение?
3. Как изменится отношение, если предыдущий член умножить на какое-нибудь число? разделить на какое-нибудь число?
4. Как изменится отношение, если последующий член умножить на какое-нибудь число? разделить на какое-нибудь число?
5. В чём состоит главное свойство отношения?

Урок 90. **Преобразование отношений.**

План урока.

1. Сокращение отношений.
2. Замена отношений дробных чисел.
3. Замена отношений именованных чисел.
4. Обратные отношения.
5. Упражнения.

После проверки усвоения учащимися главного свойства отношения выясняется, что некоторые отношения можно упрощать. Одним из приёмов преобразования является сокращение отношений.

Пример. Дано отношение 1728 : 1152. По признакам делимости чисел устанавливается, что оба члена отношения можно разделить на одно и то же число, что и выполняется:

$$1728:1152=\frac{1728^{\smile 6}}{1152}=\frac{288^{\smile 6}}{192}=\frac{48^{\smile 16}}{32}=\frac{3}{2}=3:2.$$

Результат записывается в ответ:

$$1728:1152=3:2.$$

Второй приём преобразования есть замена отношения дробных чисел отношением целых чисел.

Пример. Дано отношение: $\frac{3}{5}:\frac{4}{5}$.

При умножении каждого члена отношения на 5 получается:

$$\left(\frac{3}{5}\cdot5\right):\left(\frac{4}{5}\cdot5\right)=\frac{3\cdot5}{5}:\frac{4\cdot5}{5}=3:4.$$

Результат записывается в ответ:

$$\frac{3}{5}:\frac{4}{5}=3:4.$$

Таким образом, отношение двух дробей с одинаковыми знаменателями равно отношению их числителей (эту формулировку полезно записать в тетради).

При замене отношения дробных чисел с разными знаменателями отношением целых чисел сами учащиеся смогут сказать, что сначала надо знаменатели сделать одинаковыми, т. е. предыдущий и последующий члены отношения привести к наименьшему общему знаменателю.

Пример. $\frac{5}{6}:\frac{3}{4}$ решается следующим образом:

$$\frac{5}{6}:\frac{3}{4}=\frac{10}{12}:\frac{9}{12}=10:9.$$

Таким образом, чтобы отношение дробных чисел с разными знаменателями заменить отношением целых чисел надо оба члена отношения привести к наименьшему общему знаменателю и написать отношение числителей (эту формулировку тоже полезно записать в тетради).

В обоих случаях проверку решения можно выполнить непосредственно делением дробей.

Третий приём преобразования отношений — замена отношения однородных именованных чисел отношением отвлечённых чисел.

Пример: $\frac{10\ \textit{т}\ 5\ \textit{ц}}{7\ \textit{ц}}=\frac{105\ \textit{ц}}{7\ \textit{ц}}=\frac{105}{7}=15.$

При решении некоторых задач встречается необходимость переставлять члены отношения: предыдущий на место последующего и последующий на место предыдущего; вновь полученное отношение называется обратным первому, например 2:3 и 3:2.

Упражнения. Задача № 1722 (6, 7, 8, 9).

Задание на дом. По учебнику § 156.

По задачнику №№ 1721 (1, 2, 3) и 1722 (1, 2, 4).

Урок 91. Отношение разнородных величин.

План урока.

1. Понятие о производных величинах.
2. Отношение разнородных величин.
3. Обозначение отношений разнородных величин.
4. Преобразование отношений разнородных величин.
5. Упражнения.

На предыдущих уроках выяснились понятия об отношении чисел и об отношении однородных величин. Вполне целесообразно поставить перед учащимися такой вопрос: можно ли находить отношение разнородных величин, например, можно ли найти отношение $\frac{20 \text{ км}}{5 \text{ час.}}$? Оказывается, что такое отношение существует, оно равно 4 километрам в час и означает новую величину, которая называется скоростью (например, скоростью движения пешехода). Новые величины, получаемые при делении разнородных величин, называются *производными* величинами. Они встречаются часто и имеют большое значение.

Отношение разнородных величин является числом именованным; наименование отношения составляется из наименования предыдущего члена и наименования последующего члена отношения:

$$\frac{20 \text{ км}}{5 \text{ час.}} = 4\frac{\text{км}}{\text{час.}}.$$

Примеры отношений разнородных величин:

1) $\frac{80\frac{1}{2} \text{ ц}}{3\frac{1}{2} \text{ га}} = 23\frac{\text{ц}}{\text{га}}$ урожайность овса (задача № 906).

2) $\frac{210 \text{ км}}{3\frac{3}{4} \text{час.}} = 56\frac{\text{км}}{\text{час.}}$ скорость поезда (задача № 907).

3) $\frac{2\frac{2}{5}\ т}{200\ км} = \frac{3}{250}\ \frac{т}{км}$ средний расход топлива паровозом (задача № 904).

4) Стальная деталь объёмом в 120 *куб. см* весит 936 *г*. Определить плотность стали.

$$\frac{936\ г}{120\ куб.\ см} = 7\frac{4}{5}\ \frac{г}{куб.\ см}$$

5) Отношение численности населения к размерам территории составляет плотность населения данной страны, например, отношение $\frac{600\ милл.\ чел.}{9600\ тыс. кв.\ км} \approx$ $\approx 60\ \frac{чел.}{кв. км}$ означает среднюю плотность населения Китайской Народной республики.

Производные величины, данные в единицах одного наименования, часто приходится выражать в единицах другого наименования, к этому и сводится практика учащихся V класса с отношениями разнородных величин.

Пример. Скорость движения автомашины $36\ \frac{км}{час.}$ выразить метрами в минуту.

Решение. $36\ \frac{км}{час} = \frac{36\ км}{1\ час} = \frac{36\,000\ м}{60\ мин.} = 600\ \frac{м}{мин.}$.

Упражнения.

1. Расход угля паровозом $\frac{3}{250}\ \frac{т}{км}$ выразить в $\frac{кг}{км}$.

2. Скорость полёта самолёта $180\ \frac{км}{час}$ выразить в $\frac{м}{сек.}$

3. Плотность льда $\frac{9}{10}\ \frac{г}{куб.\ см}$ выразить в $\frac{кг}{куб.\ дм}$.

4. Эстафета на приз газеты „Советская Татария" в 1953 году по трассе протяжённостью 5145 *м* проведена завоевавшей первенство командой спортивного общества „Искра" в 14 минут. Определить среднюю скорость бега в $\frac{м}{сек.}$.

5. Урожайность зерна с опытной грядки $\frac{2}{5}\ \frac{кг}{кв.\ м}$ перечислить на гектары, т. е. выразить в $\frac{ц}{га}$.

Р е ш е н и е. Если в числителе поставить *ц* вместо *кг*, то значение дроби увеличится в 100 раз, а чтобы оно осталось без изменения, надо дробь уменьшить в 100 раз, умножив знаменатель на 100; если в знаменателе поставить *га* вместо *кв. м*, то значение дроби уменьшится в 10 000 раз, а чтобы оно осталось без изменения, надо увеличить дробь в 10 000 раз, умножив числитель на 10 000:

$$\frac{2}{5}\ \frac{кг}{кв.\ м}=\frac{2\cdot 10\,000}{5\cdot 100}\ \frac{ц}{га}=40\ \frac{ц}{га}.$$

Задание на дом. Скорость $5\ \frac{м}{сек.}$ выразить в $\frac{км}{мин.}$.

***Урок 92.* Решение задач и примеров на отношения.**

Для закрепления материала об отношениях чисел на занятиях в классе и дома используются задачи №№ 921, 922, 924, 928, 1703—1706, 1710 (1, 4, 5, 6), 1739 и другие в количестве, посильном для класса.

***Уроки 93—94.* Решение задач и примеров на все действия с дробями.**

Материалом для занятий в классе и дома служит группа задач по выбору учителя из №№ 921—966 и задач № 967.

***Урок 95.* Проверочная письменная работа по пройденной части темы.**

Приводится один из возможных вариантов проверочного задания.

№ 1.

1. Задача. Хозяйка израсходовала $\frac{5}{24}$ всех имевшихся денег и у неё осталось 57 рублей. Сколько денег было у хозяйки?

2. Вычислить:

$$4\frac{4}{5}:\frac{6}{25}-12\frac{5}{6}:3\frac{2}{3}+2\frac{2}{3}\cdot 3\frac{3}{4}.$$

3. При помощи какого действия находится дробь числа? Найти $\frac{5}{7}$ от $4\frac{1}{5}$.

4. При помощи какого действия находится неизвестное число по данной его дроби?

Найти x, если $\frac{3}{5} x = 3\frac{3}{10}$.

Урок 96. **Подробное изложение результатов проверки письменных работ.**

Уроки 97—128. **Решение задач и повторение материала всей темы.**

Решение задач и повторение материала всей темы надо провести так, чтобы оно органически сливалось с работой в классе и дома. На каждом уроке надо повторять те правила, которые необходимы для выполнения работы на очередном уроке, а это означает, что задачи и примеры следует подбирать так, чтобы на протяжении данных уроков был повторен в основном весь материал темы, причём определения, понятия и правила выполнения действий лучше повторить при решении примеров.

Для повторения правил выполнения действий над обыкновенными дробями, применения переместительного и сочетательного законов, порядка действий, скобок всех видов, различных случаев приведения дробей к наименьшему общему знаменателю, выполнения одновременно ряда умножений и делений удобны примеры №№ 967—970.

При решении сложных примеров на совместные действия допускаются две формы записей: непрерывная запись последовательных преобразований в тех случаях, когда действия над числами могут быть выполнены устно, и расчленённая запись отдельных действий, когда эти действия не могут быть выполнены устно.

Задачи для решения надо подбирать на стр. 108—131 так, чтобы на уроках и дома учащиеся наряду с нетиповыми задачами обязательно решали задачи указанных в объяснительной записке типов, т. е. 1) на нахождение двух чисел по их сумме и разности, 2) на нахождение двух чисел по их сумме и отношению, 3) на нахождение двух чисел по их разности и отношению, 4) на пропорциональное деление, 5) на исключение одного из неизвестных — способом его замены. На стр. 272 задачника указано, под какими

№№ даны в IV отделе задачи указанных типов. Задачи можно решать в том порядке, в каком они расположены в задачнике, но примеры, а также задачи геометрического содержания №№ 1024—1030, 1034—1060(2) следует решать в продолжение всего данного периода.

При решении задачи в классе проводится примерно следующая работа:

1. Чтение текста задачи, в большинстве случаев два раза. Объяснение непонятных слов и выражений. Раскрытие конкретного содержания задачи. Выделение вопроса задачи. Сокращённая запись условий задачи на доске.
2. Аналитический или синтетический разбор условий задачи. Установление зависимостей между величинами, иногда графическое изображение зависимостей.
3. Составление плана решения задачи.
4. Решение.
5. Проверка решения.
6. Запись ответа.

Часть задач в классе и дома решается с письменным планом. Необходимо ознакомление учащихся с разными формами записи решения задач.

Из двух или нескольких аналогичных задач более трудная решается в классе, менее трудная предлагается учащимся для самостоятельного решения дома.

Ниже приводятся примерные решения некоторых задач.

Задача № 968 (12). Так как в данном примере часть действий можно выполнить в уме, то решение ведётся непрерывной записью:

$$\frac{\left(8\frac{1}{4}-\frac{3}{4}\right):3\frac{1}{2}}{\left(5-4\frac{2}{5}\right):10}+\frac{\left(3\frac{1}{8}-1\frac{7}{8}\right)\cdot 1\frac{3}{5}}{\left(2-1\frac{3}{8}\right):3\frac{1}{8}}=\frac{7\frac{1}{2}:3\frac{1}{2}}{\frac{3}{5}:10}+$$

$$+\frac{1\frac{1}{4}\cdot 1\frac{3}{5}}{\frac{5}{8}:3\frac{1}{8}}=\frac{\frac{15\cdot 2}{2\cdot 7}}{\frac{3}{50}}+\frac{\frac{5\cdot 8}{4\cdot 5}}{\frac{5\cdot 8}{8\cdot 25}}=\frac{15}{7}:\frac{3}{50}+2:\frac{1}{5}=$$

$$=\frac{15\cdot 50}{7\cdot 3}+10=\frac{250}{7}+10=35\frac{5}{7}+10=45\frac{5}{7}.$$

Задача № 969 (1).

Запись решения данного примера расчленяется на отдельные действия.

1) $\frac{\overset{5}{17}}{24}+\frac{\overset{3}{9}}{40}=\frac{85+27}{120}=\frac{112}{120}\overset{8}{=}\frac{14}{15}$;

2) $\frac{\overset{5}{11}}{48}+\frac{\overset{3}{31}}{80}=\frac{55+93}{240}=\frac{148}{240}\overset{4}{=}\frac{37}{60}$;

3) $\frac{\overset{4}{14}}{15}-\frac{37}{60}=\frac{56-37}{60}=\frac{19}{60}$;

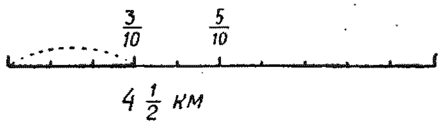
4) $\frac{19}{60}:3\frac{4}{5}=\frac{19\cdot5}{60\cdot19}=\frac{1}{12}$;

5) $\frac{1}{12}\cdot1\frac{5}{7}=\frac{1\cdot12}{12\cdot7}=\frac{1}{7}$.

Задача № 993.

Разбор условий задачи.

Изобразим длину всего пути отрезком прямой (черт. 48).



Черт. 48.

На сколько частей надо разделить отрезок по условию задачи? (Нанести деления.)

Сколько частей составляет пройденный туристом путь? (Отметить на чертеже.)

Какой дробью надо обозначить на чертеже середину пути? (Отметить.)

Какую часть не дошёл турист до середины пути? Как это узнать?

Сколько километров составляет эта часть? (Записать на чертеже.)

Что можно узнать, если известна часть искомого числа? Каким действием?

Решение.

1) $\frac{5}{10}-\frac{3}{10}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$ (часть);

2) $\frac{1}{5}$ от x составляет $4\frac{1}{2}$ *км*; $x=4\frac{1}{2}:\frac{1}{5}=22\frac{1}{2}$ (*км*)

Ответ. Длина всего пути составляет $22\frac{1}{2}$ *км.*

Задача № 994.

Запись условий задачи на доске.

$\frac{4}{9}$ всей земли — луг.

$\frac{3}{7}$ остатка — пашня.

Остальная земля — лес.

Площадь луга больше пашни на 260 *га.*

Найти: 1) площадь всей земли;
2) площадь леса.

Такой порядок записи условий задачи выбран потому, что учащиеся обычно затрудняются в решении тех задач, в которых вопрос стоит в середине или с него начинается текст задачи. Поэтому удобнее записать вопрос или требование задачи после всех данных.

Синтетический разбор условий задачи.

(Путь рассуждений, приводящий к главному вопросу задачи.)

Вопрос. Какое предположение надо сделать относительно площади всей земли?

Ответ. Площадь всей земли надо принять за единицу.

В. Какая часть земли занята лугом?

О. Лугом занято $\frac{4}{9}$ всей земли.

В. Что сказано в задаче о площади пашни?

О. Площадь пашни составляет $\frac{3}{7}$ остатка.

В. Как найти часть земли, занятую пашней?

О. Надо сначала от 1 отнять $\frac{4}{9}$, затем взять $\frac{3}{7}$ остатка.

В. Каким действием находится дробь числа?

О. Дробь числа находится умножением; часть, выражающую остаток, надо умножить на $\frac{3}{7}$.

В. Как узнать, какую часть всей земли занимает лес?

О. Если пашня занимает $\frac{3}{7}$ остатка, то лес занимает $\frac{4}{7}$ остатка.

В. Когда луг, пашня и лес будут выражены в частях всей земли, то что надо сделать, чтобы выразить их в гектарах?

О. Надо сравнить площадь луга и пашни в частях; разница составляет 260 *га*.

В. Что можно будет узнать по этим данным?

О. Если известно, чему равна часть искомого числа, то можно найти всё число, т. е. площадь всей земли.

В. Каким действием находится число по данной его части?

О. Неизвестное число находится по данной его части действием деления.

В. Как найти площадь, занимаемую лесом, когда будет определена площадь всей земли?

О. От общей площади взять соответствующую часть.

Решение.

1) $1-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$ (части); остаток.

2) $\frac{5}{9}\cdot\frac{3}{7}=\frac{5\cdot3}{9\cdot7}=\frac{5}{21}$ (части); пашня.

3) $\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{7}=\frac{5\cdot4}{9\cdot7}=\frac{20}{63}$ (части); лес.

4) $\underbrace{\frac{4}{9}}^{7}-\underbrace{\frac{5}{21}}^{3}=\frac{28-15}{63}=\frac{13}{63}$ (части);

5) $\frac{13}{63}x=260$ (*га*); $x=\frac{260\cdot63}{13}=1260$ (*га*).

6) $1260\cdot\frac{20}{63}=\frac{1260\cdot20}{63}=400$ (*га*).

Ответ. 1) 1260 *га*; 2) 400 *га*.

Задача № 1007.

Аналитический разбор условий задачи.

(Путь рассуждений, идущий от главного вопроса задачи.)

Вопрос. Что требуется узнать в данной задаче?

Ответ. Требуется узнать, сколько стоил 1 *кг* дешёвого печенья.

В. При каких условиях можно узнать цену 1 *кг* дешёвого печенья?

О. Цену 1 *кг* дешёвого печенья можно узнать тогда, когда будут известны стоимость и количество этого печенья.

В. Известны ли стоимость и количество дешёвого печенья?

О. Количество дешёвого печенья указано — $2\frac{1}{2}$ *кг*, а стоимость его неизвестна.

В. При каких условиях можно узнать стоимость дешёвого печенья?

О. Стоимость дешёвого печенья можно узнать в том случае, если будут известны стоимость всей покупки и стоимость печенья первого сорта.

В. Как узнать стоимость всей покупки?

О. Чтобы узнать стоимость всей покупки, надо среднюю цену одного килограмма $4\frac{1}{2}$ р. помножить на число килограммов всего печенья.

В. Можно ли определить общее количество печенья?

О. Можно; надо сложить число *кг* первого сорта и число *кг* второго сорта.

В. Можно ли определить стоимость печенья первого сорта?

О. Можно, так как в условиях задачи указаны цена и количество печенья первого сорта.

Таким образом, при разборе условий задачи выяснилось следующее:

1) Так как цена и количество печенья первого сорта указаны, можно узнать его стоимость.

2) Сложив количество печенья первого и второго сорта можно узнать общее количество печенья.

3) Зная среднюю цену 1 *кг* и общее количество печенья, можно определить стоимость всей покупки.

4) Зная стоимость всего печенья и стоимость печенья первого сорта, можно определить стоимость печенья второго сорта.

5) Зная стоимость и количество печенья второго сорта, можно ответить на вопрос задачи.

Результат разбора условий задачи является планом её решения, что и записывается на доске и в тетрадях.

П л а н и р е ш е н и е.

1) Сколько стоило печенье первого сорта?

$4\frac{4}{5}\cdot 3\frac{1}{2}=\frac{24\cdot 7}{5\cdot 2}=\frac{12\cdot 7}{5}=16\frac{4}{5}$ (руб.).

2) Сколько всего печенья было куплено?

$3\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}=6$ (*кг*).

3) Сколько стоило всё печенье?

$4\frac{1}{2}\cdot 6=27$ (руб.).

4) Сколько стоило печенье второго сорта?

$27-16\frac{4}{5}=10\frac{1}{5}$ (руб.).

5) Сколько стоил 1 *кг* печенья второго сорта?

$10\frac{1}{5}:2\frac{1}{2}=\frac{51\cdot 2}{5\cdot 5}=4\frac{2}{25}$ (руб.); 4 р. 08 к.

Ответ. 1 *кг* печенья второго сорта стоил 4 р. 08 к.

Задача № 1023.

Разбор условий задачи.

1. Сколько времени потребуется пионеротряду, если он пойдёт замедленным шагом?
2. Какое расстояние пройдет отряд за это время?
3. Сколько времени потребуется пионеротряду при ускоренной ходьбе?
4. По сколько *км* в час должен проходить отряд, чтобы прийти за 12 минут до срока?

Р е ш е н и е.

1) $2+\frac{1}{4}=2\frac{1}{4}$ (часа);

2) $4\frac{1}{2}\cdot 2\frac{1}{4}=\frac{9\cdot 9}{2\cdot 4}=10\frac{1}{8}$ (*км*);

3) $2-\frac{1}{5}=1\frac{4}{5}$ (часа);

4) $10\frac{1}{8}:1\frac{4}{5}=\frac{81\cdot 5}{8\cdot 9}=\frac{45}{8}=5\frac{5}{8}$ (*км*).

Так как время движения отряда в обоих случаях определяется в уме, то решение задачи можно записать только двумя действиями.

Ответ. Отряд должен проходить по $5\frac{5}{8}$ *км* в час.

Задача № 1054.

План и решение.

1. Какую часть работы выполнит первый землекоп в один час, если всю работу, принятую за 1, он может выполнить за 6 часов?

$$1:6=\frac{1}{6} \text{ (часть).}$$

2. Какую часть работы выполнит второй землекоп в один час, если всю работу он может выполнить за 4 часа?

$$1:4=\frac{1}{4} \text{ (часть).}$$

3. Какую часть работы выполнят оба землекопа в один час, если первый из них выполняет в час $\frac{1}{6}$ часть, а второй $\frac{1}{4}$ часть всей работы?

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{2+3}{12}=\frac{5}{12} \text{ (частей).}$$

4. За сколько часов оба землекопа выкопают канаву, если вся работа принимается за единицу, а оба землекопа выполняют в час $\frac{5}{12}$ всей работы.

$$1:\frac{5}{12}=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5} \text{ (часа).}$$

Ответ. Оба землекопа выкопают канаву за $2\frac{2}{5}$ часа.

Задача № 1064.

План.

1. Сколько *кг* картофеля осталось во всех мешках после продажи?

2. Сколько *кг* картофеля было продано из всех мешков?

3. Сколько *кг* картофеля было продано из каждого мешка?

4. Сколько *кг* картофеля было до продажи в первом мешке?

5. Сколько *кг* картофеля было до продажи во втором мешке?

6. Сколько *кг* картофеля было до продажи в третьем мешке?

Решение.

1) $25\frac{1}{2}+35\frac{1}{2}+38=99$ (*кг*);

2) $207-99=108$ (*кг*);

3) $108:3=36$ (*кг*);

4) $36+25\frac{1}{2}=61\frac{1}{2}$ (*кг*);

5) $36+35\frac{1}{2}=71\frac{1}{2}$ (*кг*);

6) $36+38=74$ (*кг*).

Ответ. Для продажи картофеля было $61\frac{1}{2}$ *кг*, $71\frac{1}{2}$ *кг* и 74 *кг*.

Задача № 1082.

Решение с объяснением.

1) $1+3\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}=6\frac{3}{4}$; если первую часть верёвки принять за условную единицу, то во всех трёх частях будет $6\frac{3}{4}$ условных единиц.

2) $22\frac{1}{2}:6\frac{3}{4}=\frac{45\cdot 4}{2\cdot 27}=3\frac{1}{3}$; $3\frac{1}{3}$ метра приходится на одну условную единицу, значит, первая часть верёвки должна быть длиною в $3\frac{1}{3}$ метра.

3) $3\frac{1}{3}\cdot 3\frac{1}{2}=\frac{10\cdot 7}{3\cdot 2}=11\frac{2}{3}$; $11\frac{2}{3}$ метра должна содержать вторая часть верёвки.

4) $3\frac{1}{3}\cdot 2\frac{1}{4}=\frac{10\cdot 9}{3\cdot 4}=7\frac{1}{2}$; $7\frac{1}{2}$ метра должна содержать третья часть верёвки.

Проверка.

1) $3\frac{1}{3}+11\frac{2}{3}+7\frac{1}{2}=22\frac{1}{2}$;

2) $11\frac{2}{3}:3\frac{1}{3}=\frac{35\cdot 3}{3\cdot 10}=3\frac{1}{2}$;

3) $7\frac{1}{2}:3\frac{1}{3}=\frac{15\cdot 3}{2\cdot 10}=2\frac{1}{4}$.

Найденные значения соответствуют условиям задачи.

Ответ. $3\frac{1}{3}$ *м*; $11\frac{2}{3}$ *м*; $7\frac{1}{2}$ *м*.

Задача № 1105.

Решение с объяснением.

Если $\frac{1}{2}$ часть первого числа равна $\frac{1}{3}$ части второго числа, то по части можно найти всё число:

$$\frac{1}{3}:\frac{1}{2}=\frac{2}{3},$$

т. е. первое число составляет $\frac{2}{3}$ второго числа.

Если второе число принять за условную единицу, то в обоих числах будет содержаться $\frac{2}{3}+1=\frac{5}{3}$ долей и эти $\frac{5}{3}$ долей составят одну единицу. По данной дроби числа можно найти искомое число:

$$1:\frac{5}{3}=\frac{3}{5}.$$

Это — второе искомое число. Первое же искомое число равно $\frac{2}{3}$ найденного числа, т. е. $\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{5}$.

Проверка:

1) $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}=1$;

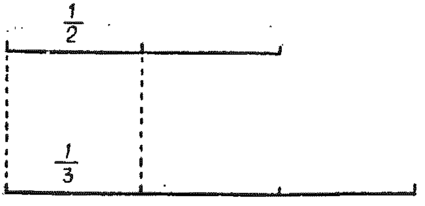
2) $\frac{1}{2}$ от первого числа составляет $\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{5}$;

3) $\frac{1}{3}$ от второго числа составляет $\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{5}$.

Найденные числа соответствуют условиям задачи.

Ответ. Искомые числа $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{5}$.

Указанный приём является основным для решения задач данного типа. Применение же графической иллюстрации значительно упрощает решение (черт. 49).



Черт. 49.

1) Сколько равных долей содержат оба числа? 5 долей.

2) Сколько пятых долей содержит первое число? $\frac{2}{5}$ доли.

3) Сколько пятых долей содержит второе число? $\frac{3}{5}$ доли.

4) Чему равно каждое число, если сумма их равна 1?

$$1 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5}; \qquad 1 \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{5}.$$

Задача № 1116.

Учащимся сообщается, что для решения задачи надо заменить по весу сосновые шпалы дубовыми, предположить, что все шпалы были дубовыми (или наоборот).

План и решение.

1) Сколько весили бы 10 дубовых шпал, если вес одной дубовой шпалы $45\frac{1}{2}$ *кг*?

$$45\frac{1}{2} \cdot 10 = 455 \text{ (кг)}.$$

2) На сколько *кг* действительный вес 10 шпал меньше предположенного?

$$455 - 384\frac{1}{5} = 70\frac{4}{5} \text{ (кг)}.$$

3) На сколько *кг* одна сосновая шпала весит меньше дубовой шпалы?

$$45\frac{1}{2} - 27\frac{4}{5} = 17\frac{7}{10} \text{ (кг)}.$$

4) Сколько было сосновых шпал, если общий вес шпал уменьшился на $70\frac{4}{5}$ *кг*?

$$70\frac{4}{5} : 17\frac{7}{10} = \frac{354\cdot 10}{5\cdot 177} = 4 \text{ (сосн. шпалы).}$$

5) Сколько было дубовых шпал?

$$10 - 4 = 6 \text{ (дуб. шпал).}$$

Проверка.

1) $27\frac{4}{5}\cdot 4 = 111\frac{1}{5}$ (*кг*).

2) $45\frac{1}{2}\cdot 6 = 273$ (*кг*).

3) $111\frac{1}{5} + 273 = 384\frac{1}{5}$ (*кг*).

Ответ. Дубовых шпал 6, сосновых шпал 4.

Задача № 1138.

Решение с объяснением.

Если оба поезда выйдут со станции отправления одновременно, то второй поезд будет отставать от первого на 3 *км* в час, а через $4\frac{1}{2}$ часа, когда первый поезд прибудет на станцию назначения, второй поезд отстанет на $3\cdot 4\frac{1}{2} = 13\frac{1}{2}$ *км*.

Это расстояние он проходит в полчаса ($5 - 4\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$); зная длину пути ($13\frac{1}{2}$ *км*) и время ($\frac{1}{2}$ ч.), можно определить скорость движения второго поезда: $13\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 27$ (*км* в час).

Далее легко ответить и на другие вопросы задачи: скорость движения первого поезда $27 + 3 = 30$ (*км* в час); расстояние между станциями $30\cdot 4\frac{1}{2} = 27\cdot 5 = 135$ (*км*).

Из всех форм записи решения задач наиболее трудной является последняя — решение с объяснением, поэтому её не следует предлагать всему классу, а можно рекомендовать лишь отдельным учащимся.

Уроки 129—130. **Проверочная письменная работа по теме.**

Работа рассчитана на два часа. Приводится один из возможных вариантов проверочного задания.

№ 1.

1. Задача. Три бригады ремонтируют шоссе. В первой бригаде $\frac{9}{25}$ всех рабочих; число рабочих второй бригады составляет $\frac{5}{9}$ числа рабочих первой бригады, а в третьей бригаде — все остальные рабочие. Сколько всего рабочих в трёх бригадах, если в первой бригаде на 6 человек меньше, чем в третьей бригаде?

2. Вычислить:

$$\left(2\frac{2}{3}\cdot 3\frac{3}{4}-12\frac{5}{6}:3\frac{2}{3}+4\frac{4}{5}:\frac{6}{25}\right):\left(6\frac{2}{3}+18\frac{5}{9}-16\frac{7}{8}\right).$$

3. Найти неизвестный член отношения $15\frac{1}{3}:x=4\frac{3}{5}$.

Урок 131. **Подробное изложение результатов проверки письменных работ.**

IV. ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ.

Общие указания к теме.

Десятичная дробь имеет ту особенность, что её знаменателем может быть только разрядная единица — десяток, сотня, тысяча и т. д. или, как сказано в учебнике, единица с одним или несколькими нулями.

Десятичные дроби не противопоставляются обыкновенным дробям, а рассматриваются как частный случай их; десятичные дроби сохраняют все свойства обыкновенных дробей и при изложении данной темы подчёркивается общность законов, которым подчиняются те и другие дроби.

Но указанная выше особенность десятичных дробей позволяет в некоторых отношениях сравнивать свойства десятичной дроби со свойствами целых чисел: та или иная цифра, стоящая в изображении десятичной дроби справа от запятой, имеет поместное значение, как и в изображении целого числа (позиционный принцип). Это позволяет учителю использовать известные учащимся свойства целых чисел при прохождении теории десятичных дробей.

В дидактических целях изучение десятичных дробей следует связать с метрической системой мер.

Ввиду исключительно большого значения десятичных дробей в практической деятельности техника вычислений с десятичными дробями должна быть доведена до полного автоматизма.

При совместных действиях с обыкновенными и десятичными дробями следует приучать детей особо внимательно относиться к выбору того или другого вида дроби соответственно условиям данного примера или данной задачи.

План изложения темы.

Понятие о десятичной дроби. Запись и чтение десятичных дробей	1 час.
Сокращение десятичных дробей и приведение их к общему знаменателю	1 „
Изменение величины десятичных дробей от перенесения запятой	2 „
Раздробление и превращение мер метрической системы	1 „
Сложение и вычитание десятичных дробей	6 „
Умножение и деление десятичных дробей	6 „
Решение примеров и задач на все действия с десятичными дробями	8 „
Проверочная письменная работа по пройденной части темы	3 „
Запись десятичной дроби в виде обыкновенной	1 „
Обращение обыкновенной дроби в десятичную (конечную и бесконечную)	1 „
Понятие о периодической дроби	1 „
Округление данных и результатов действий	3 „
Решение примеров и задач на все действия с обыкновенными и десятичными дробями. . .	8 „
Геометрические сведения	6 „
Проверочная письменная работа по теме . .	2 „
	50 час.

***Урок 132.* Понятие о десятичной дроби. Запись и чтение десятичных дробей.**

План урока

1. Десятичные доли.
2. Определение десятичной дроби.
3. Запись десятичной дроби без знаменателя.
4. Чтение десятичных дробей.
5. Упражнения.

Учащиеся припоминают, что дециметр есть одна десятая доля метра, сантиметр — одна сотая доля метра, миллиметр — одна тысячная доля метра. Одна десятая, сотая, тысячная доли называются *десятичными долями.* Эти доли изображаются дробями:

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{10\,000}, \frac{1}{100\,000}, \ldots$$

Дробь, у которой знаменатель есть единица с одним или с несколькими нулями, называется *десятичной дробью* (§ 159).

На основании главного свойства дроби записывается:

$$\frac{1}{10}=\frac{10}{100}; \quad \frac{1}{100}=\frac{10}{1\,000}; \quad \frac{1}{1\,000}=\frac{10}{10\,000} \text{ и т. д.}$$

и делается заключение, что каждая десятичная дробь в 10 раз больше следующей за ней меньшей десятичной дроби и наоборот: каждые десять десятичных долей равны одной предыдущей, более крупной десятичной доле.

Это свойство десятичных дробей учитель связывает с десятичной системой нумерации целых чисел, записывает на доске какое-нибудь число, например, 111 и напоминает учащимся, что в изображении целого числа каждая единица одного разряда в 10 раз больше единицы следующего разряда, цифра которого расположена правее, и наоборот, 10 единиц одного разряда составляют одну единицу другого разряда, цифра которого расположена левее.

Так как $\frac{1}{10}$ меньше простой единицы в 10 раз, то эту дробь можно *записать без знаменателя,* а именно, поставить числителя правее простой единицы, отделив запятой десятую долю от целой части числа:

$$111{,}1$$

Так записывается число, состоящее из одной сотни, одного десятка, одной единицы и одной десятой доли единицы.

Очевидно, что одна сотая доля должна быть записана правее десятой, так как $\frac{1}{100}$ меньше $\frac{1}{10}$ в 10 раз и т. д.

Если десятичные доли того или иного разряда отсутствуют, то на их месте ставится 0, например, 12,01.

Эта запись означает, что число состоит из одного десятка, двух единиц, десятых долей в числе нет, сотых долей — одна.

Как записать без знаменателя смешанное число $2\frac{13}{100}$? Приняв во внимание, что данное число можно записать в виде суммы: $2+\frac{10}{100}+\frac{3}{100}$ или $2+\frac{1}{10}+\frac{3}{100}$, легко определить место каждой цифры в записи: 2,13. Таким же образом записывается: $3\frac{247}{1000}=3+\frac{2}{10}+\frac{4}{100}+\frac{7}{1000}=3{,}247$. Дробь $\frac{34}{1000}=\frac{30}{1000}+\frac{4}{1000}=0+\frac{0}{10}+\frac{3}{100}+\frac{4}{1000}$; в этом числе целых единиц нет, десятых долей тоже нет, а потому дробь $\frac{34}{1000}$ можно записать так: 0,034. Дробь $\frac{23572}{100}$ изображается без знаменателя следующим образом: $235\frac{72}{100}=235{,}72$.

Во всех приведённых примерах цифры, стоящие справа от запятой, называются *десятичными знаками*.

Если обратить внимание на то, что число десятичных знаков полностью соответствует числу нулей в знаменателе дроби, то легко вывести правило изображения десятичной дроби без знаменателя (§ 161).

В связи с выводом правила даётся замечание относительно приписки нулей справа и слева десятичной дроби.

Затем следуют указания относительно чтения десятичных дробей (§ 162).

Десятичная дробь, состоящая из целого числа и дроби, например, 47,389, может быть прочитана как неправильная десятичная дробь следующим образом: сорок семь тысяч триста восемьдесят девять тысячных. Такой способ чтения десятичных дробей окажет существенную помощь при выводе правил умножения и деления десятичных дробей.

Упражнения (насколько позволит время).

1. Записать число 1111, 111 в виде суммы разрядных единиц.

Ответ. $1000+100+10+1+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}$.

Обратить внимание на то, что по отношению к простой единице разряды расположены симметрично.

2. Записать число 347, 86 в виде суммы разрядных чисел.

Ответ. $300+40+7+\frac{8}{10}+\frac{6}{100}$ или

$$3\cdot100+4\cdot10+7+8\cdot\frac{1}{10}+6\cdot\frac{1}{100}.$$

3. Число 23,572 прочитать по разрядам.

Ответ. Два десятка, три единицы, пять десятых, семь сотых, две тысячных.

4. Число 148,56 прочитать как неправильную десятичную дробь.

5. Прочитать следующие числа из задачи № 1159.

6. Написать следующие числа из задачи № 1160.

Задание на дом. По учебнику §§ 159, 161.

По задачнику № 1161 (1—10).

Вопросы для повторения.

1. Какая дробь называется десятичной дробью?

2. Что называется десятичным знаком? Считается ли нуль десятичным знаком?

3. Какие доли обозначает цифра, стоящая на первом месте справа от запятой? на втором месте? на третьем?..

4. Можно ли сказать, что десятичная дробь не имеет знаменателя? (У десятичной дроби имеется знаменатель, но при записи дроби его можно опустить.)

5. Как записать десятичную дробь без знаменателя?

6. Как читается десятичная дробь?

Урок 133. Сокращение десятичных дробей и приведение их к общему десятичному знаменателю. Сравнение десятичных дробей по величине.

План урока.

1. Можно ли сократить десятичную дробь?

2. Правило сокращения десятичной дроби.

3. Можно ли привести десятичные дроби к общему знаменателю?

4. Правило приведения десятичных дробей к общему десятичному знаменателю.

5. Сравнение десятичных дробей по величине.

6. Упражнения.

Учитель напоминает учащимся, что до выполнения действий над обыкновенными дробями они научились делать их преобразования, в частности, сокращать дроби и приводить дроби к наименьшему общему знаменателю.

Поставим теперь те же вопросы преобразования по отношению к десятичным дробям.

Можно ли сократить десятичную дробь, например, 0,360? Ответ на этот вопрос учащиеся дадут не сразу, так как нет на лицо знаменателя дроби. Тогда учитель предлагает записать дробь со знаменателем, затем, если можно, сократить дробь и снова записать дробь без знаменателя. На доске появится запись:

$$0{,}360 = \frac{360}{1000} = \frac{36}{100} = 0{,}36.$$

Таким образом, оказалось возможным числителя и знаменателя дроби разделить на 10, т. е. сократить дробь на 10. Главное свойство, на котором основано сокращение обыкновенных дробей, распространяется и на десятичные дроби; это учитель подчёркивает.

Учащиеся могут предложить дальнейшее сокращение дроби $\frac{36}{100}$; необходимо разъяснить, что дальнейшее сокращение возможно, но так как десятичной дроби уже не получится, то этого делать не следует. Десятичные дроби сокращаются только на 10, на 100, на 1000 и т. д. Примеры: $0{,}700 = 0{,}7$; $2{,}6030 = 2{,}603$; $10{,}85000 = 10{,}85$. Правило сокращения записывается на доске и в тетрадях.

> Чтобы сократить десятичную дробь достаточно отбросить нули в конце дроби.

Далее выясняется другой вопрос: Можно ли десятичные дроби приводить к общему знаменателю, например, дроби 2,7; 0,563 и 13,45?

Предварительно устанавливается, что одна и та же величина может быть выражена десятичными дробями различных видов, например $0{,}4 = 0{,}40 = 0{,}400 = 0{,}4000$ и т. д. (О приписке нулей сообщалось на предыдущем уроке.)

На этом основании можно сделать одинаковым число десятичных знаков во всех данных дробях:

$$2{,}700;\ 0{,}563;\ 13{,}450.$$

Теперь дроби выражены одинаковыми долями — тысячными, следовательно, приведены к общему знаменателю. Обращается внимание на то, что у десятичных дробей общий знаменатель может быть только десятичным.

Даются для решения еще два-три примера и выводится правило, которое тоже записывается на доске и в тетрадях:

Чтобы привести десятичные дроби к общему десятичному знаменателю, достаточно уравнять в дробях число десятичных знаков нулями.

Если приходится сравнивать по величине две десятичные дроби, то легче это сделать, когда дроби выражены в одинаковых долях, т. е. приведены к общему десятичному знаменателю. Пример. Которая дробь больше: 0,0902 или 0,092? Приведя дроби к общему десятичному знаменателю 0,0902 и 0,0920, заключаем, что $0{,}0920 > 0{,}0902$.

Упражнения. Задачи №№ 1162, 1163, 1164, 1170, 1171 (из первых трех — по 2 примера).

Задание на дом.

1. По записи в тетради повторить правила сокращения десятичных дробей и приведения их к общему знаменателю.
2. Повторить таблицу метрической системы мер (на обложке тетради).
3. По учебнику § 163.
4. По задачнику №№ 1169, 1172.

Вопросы для повторения.

1. Как сократить десятичную дробь?
2. На какой делитель производится сокращение десятичных дробей?

3. На чём основано сокращение десятичных дробей?

4. Как привести десятичные дроби к общему знаменателю?

5. Каким должен быть общий знаменатель десятичных дробей?

6. На чём основано приведение десятичных дробей к общему знаменателю?

Урок 134. Изменение величины десятичной дроби от перенесения запятой вправо. Раздробление мер метрической системы.

План урока.

1. Повторение правила умножения обыкновенной дроби на целое число.
2. Умножение десятичной дроби на 10, на 100, на 1000 и т. д.
3. Правило увеличения десятичной дроби в 10 раз, в 100 раз, в 1000 раз и т. д.
4. Раздробление мер метрической системы.
5. Упражнения.

Урок строится на основе правила умножения дроби на целое число, а именно, на 10, на 100, на 1000 и т. д.

Припоминается правило умножения обыкновенной дроби на целое число, особенно тот случай, когда знаменатель дроби делится на это число:

Умножение дроби производится следующим образом: берется десятичная дробь, например, 0,147, записывается со знаменателем и умножается сначала на 10, затем на 100, на 1000 и т. д. и результат снова записывается в виде десятичной дроби. Получается запись:

$$0{,}147\cdot 10=\frac{147}{1000}\cdot 10=\frac{147}{1000:10}=\frac{147}{100}=1{,}47;$$

$$0{,}147\cdot 100=\frac{147}{1000}\cdot 100=\frac{147}{1000:100}=\frac{147}{10}=14{,}7;$$

$$0{,}147\cdot 1000=\frac{147}{1000}\cdot 1000=\frac{147}{1000:1000}=\frac{147}{1}=147{,}0 \text{ и т. д.}$$

Берутся еще два примера, проводится та же работа, затем результат записывается на доске так:

$$0{,}147\cdot 10 = 1{,}47;\ 0{,}147\cdot 100 = 14{,}7;\ 0{,}147\cdot 1000 = 147{,}0;$$
$$0{,}71\cdot 10 = 7{,}1;\ 0{,}71\cdot 100 = 71{,}0;\ 0{,}71\cdot 1000 = 710{,}0;$$
$$0{,}2358\cdot 10 = 2{,}358;\ 0{,}2358\cdot 100 = 23{,}58;\ 0{,}2358\cdot 1000 = 235{,}8.$$

После этого выводится правило увеличения десятичной дроби в 10 раз, в 100 раз, в 1000 раз и т. д.: чтобы увеличить дробь в 10 раз, в 100 раз, в 1000 раз и т. д. достаточно перенести запятую вправо на столько десятичных знаков, сколько нулей при единице, т. е. для увеличения десятичной дроби в 10 раз запятая переносится вправо на один знак, для увеличения десятичной дроби в 100 раз запятая переносится вправо на два знака и т. д. Если десятичных знаков в записи дроби недостает, то надо приписать справа один или несколько нулей.

Увеличение десятичной дроби в 10, в 100, в 1000 раз применяется для раздробления мер метрической системы.

Примеры. 1) 0,5 *кг* выразить в граммах. Так как в данном количестве число граммов будет в 1000 раз больше, то

$$0{,}5\cdot 1000 = 0{,}500\cdot 1000 = 500\ (г).$$

2) 3,25 *км* выразить в метрах.

$$3{,}25\cdot 1000 = 3{,}250\cdot 1000 = 3250\ (м).$$

Упражнения. Задачи №№ 1167, 1175, 1184, 1187—1190 (по 1—2 примера).

Задание на дом. По учебнику §§ 164, 165.

По задачнику — примеры из тех же №№.

Вопросы для повторения.

1. **Как изменится величина десятичной дроби, если перенести запятую вправо на один знак? на два знака?**
2. **На сколько знаков вправо надо перенести запятую, чтобы величина дроби увеличилась в 1000 раз?**
3. **Как читается правило увеличения десятичной дроби в 10, в 100, в 1000.. раз?**
4. **Как применить перенесение запятой вправо для раздробления именованных чисел?**

***Урок 135.* Изменение величины десятичной дроби от перенесения запятой влево. Превращение мер метрической системы.**

План урока.

1. Повторение правила деления обыкновенной дроби на целое число.

2. Деление десятичной дроби на 10, на 100, на 000 и т. д.

3. Правило уменьшения десятичной дроби в 10 раз, в 100 раз, в 1000 раз и т. д.

4. Превращение мер метрической системы.

5. Упражнения.

Урок строится на основе правила деления дроби на целое число, а именно, на 10, на 100, на 1000 и т. д.

Припоминается правило деления обыкновенной дроби на целое число, особенно тот случай, когда знаменатель дроби умножается на это число.

Деление дроби производится следующим образом: берётся десятичная дробь, например, 25,7, записывается со знаменателем и делится сначала на 10, затем на 100, на 1000 и т. д. и результат снова записывается в виде десятичной дроби. Получается запись:

$$25{,}7 : 10 = \frac{257}{10} : 10 = \frac{257}{10 \cdot 10} = \frac{257}{100} = 2{,}57;$$

$$25{,}7 : 100 = \frac{257}{10} : 100 = \frac{257}{10 \cdot 100} = \frac{257}{1000} = 0{,}257;$$

$$25{,}7 : 1000 = \frac{257}{10} : 1000 = \frac{257}{10 \cdot 1000} = \frac{257}{10000} = 0{,}0257 \text{ и т. д.}$$

Берутся еще два-три примера, проводится та же работа, затем результат записывается на доске так:

$$25{,}7 : 10 = 2{,}57; \quad 25{,}7 : 100 = 0{,}257; \quad 25{,}7 : 1000 = 0{,}0257;$$
$$1{,}3 : 10 = 0{,}13; \quad 1{,}3 : 100 = 0{,}013; \quad 1{,}3 : 1000 = 0{,}0013;$$
$$0{,}65 : 10 = 0{,}065; \quad 0{,}65 : 100 = 0{,}0065; \quad 0{,}65 : 1000 = 0{,}00065.$$

После этого выводится правило уменьшения десятичной дроби в 10 раз, в 100 раз, в 1000 раз и т. д.: чтобы уменьшить десятичную дробь в 10 раз, в 100 раз, в 1000 раз и т. д. достаточно перенести запятую влево на столько десятичных знаков, сколько нулей при единице, т. е. для уменьшения десятичной дроби в 10 раз запятая переносится влево на один знак, для уменьшения десятичной дроби в 100 раз запятая переносится влево на два знака и т. д. Если знаков недостает, то надо приписать слева один или несколько нулей.

Уменьшение десятичной дроби в 10, в 100, в 1000 раз применяется для превращения мер метрической системы.

Пример. 5725 *м* выразить в километрах.

Так как в данном количестве число километров будет в 1000 раз меньше, то

5725 : 1000 = 5,725 (*км*).

Упражнения. Задачи №№ 1168, 1176, 1179, 1204—1206 (по 1—2 примера).

Задание на дом. По учебнику §§ 164, 165. По задачнику — примеры из тех же №№.

Вопросы для повторения.

1. Как изменится величина десятичной дроби, если перенести запятую влево на один знак? на два знака?
2. На сколько знаков влево надо перенести запятую, чтобы величина дроби уменьшилась в 1000 раз?
3. Как читается правило уменьшения десятичной дроби в 10, в 100, в 1000... раз?
4. Как применить перенесение запятой влево для превращения именованных чисел?

Урок 136. Упражнения в раздроблении и превращения мер метрической системы.

В начале урока класс решает несколько примеров на раздробление и превращение мер метрической системы.

Учитель обращает внимание учащихся на те практические приёмы, которые затем будут сформулированы в виде правила раздробления и превращения мер метрической системы.

Правило это следующее: чтобы выразить составное именованное число в мерах любого наименования, достаточно все цифры числа написать рядом, на месте выбранного наименования поставить запятую, выбранное наименование поставить после последнего десятичного знака, а остальные наименования выпустить; если в том или ином наименовании нет единиц какого-нибудь разряда, то предварительно поставить на этих местах нули.

Примеры.

1) $5\,км\ 47\,м\ 6\,дм = 5{,}0476\,км = 5047{,}6\,м = 50\,476\,дм$.

2) $1\,ц\ 20\,кг\ 800\,г = 120{,}8\,кг = 1{,}208\,ц = 0{,}1208\,т$.

Для работы в классе и задания на дом использовать задачи №№ 1207—1224, причём упражнения №№ 1218, 1220—1224 проделать полностью.

Урок 137. Сложение десятичных дробей.

План урока.

1. Повторение правила сложения обыкновенных дробей.
2. Сложение десятичных дробей, записанных со знаменателями.
3. Сложение десятичных дробей, записанных без знаменателей.
4. Правило сложения десятичных дробей.
5. Упражнения.

Ознакомление учащихся со сложением десятичных дробей производится на основе правила сложения обыкновенных дробей с разными знаменателями, поэтому в начале урока повторяется соответствующее правило и решается 2—3 примера на сложение обыкновенных дробей.

После этого производится сложение десятичных дробей с записью их знаменателей.

Пример. $0{,}37 + 0{,}125 + 0{,}2 = \overbrace{\frac{37}{100}}^{10} + \frac{125}{1000} + \overbrace{\frac{2}{10}}^{100} =$

$$= \frac{370}{1000} + \frac{125}{1000} + \frac{200}{1000} = \frac{370 + 125 + 200}{1000} = \frac{695}{1000} = 0{,}695.$$

Учитель обращает внимание учащихся на то, что десятые доли в сумме получились от сложения десятых долей слагаемых, сотые доли — от сложения сотых долей слагаемых и т. д. На этом основании действие сложения десятичных дробей можно производить иначе, записав слагаемые одно под другим по соответствующим разрядам десятичных долей:

$$\begin{array}{r} 0{,}370 \\ +\,0{,}125 \\ 0{,}200 \\ \hline 0{,}695 \end{array}$$

После решения еще одного примера на сложение правильных десятичных дробей и двух-трёх примеров на сложение смешанных чисел и сопоставления в каждом решении двух форм записи учащиеся формулируют и записывают в тетрадях следующее правило:

Чтобы сложить десятичные дроби или смешанные числа достаточно уравнять число десятичных знаков нулями, подписать слагаемые одно под другим так, чтобы целые числа были под целыми числами, десятые доли под десятыми, сотые под сотыми и т. д., сложить их, как целые числа, а запятую поставить под запятыми.

Упражнения. Задачи №№ 1229, 1230, 1241—1243 (по 1—2 примера).

Задание на дом. По учебнику § 166. По записи в тетради — правило сложения.

По задачнику — примеры из тех же №№.

Вопросы для повторения.

1. Как читается правило сложения десятичных дробей?
2. Для чего производится уравнивание нулями числа десятичных знаков в слагаемых?
3. Как прибавить к смешанной десятичной дроби целое число?
4. Как прибавить к целому числу правильную десятичную дробь?
5. Как прибавить к смешанной десятичной дроби правильную десятичную дробь?
6. Какие доли получатся при сложения двух десятичных дробей, из которых одна дробь имеет десятые доли, а другая — сотые доли?

(Каждый ответ подтвердить примером.)

***Урок 138.* Решение примеров и задач на сложение десятичных дробей.**

Материалом для занятий в классе и дома являются задачи №№ 1231—1240 и 1247—1260.

Урок 139. Вычитание десятичных дробей.

План урока.

1. Повторение правила вычитания обыкновенных дробей.
2. Вычитание десятичных дробей, записанных со знаменателями.
3. Вычитание десятичных дробей, записанных без знаменателей.
4. Правило вычитания десятичных дробей.
5. Упражнения.

Повторяется правило вычитания обыкновенных дробей с разными знаменателями и решаются 2—3 примера на вычитание обыкновенных дробей.

После этого производится вычитание десятичных дробей с записью их знаменателей.

Пример.

$$0{,}75 - 0{,}385 = \overset{10}{\frac{75}{100}} - \frac{385}{1000} = \frac{750 - 385}{1000} = \frac{365}{1000} = 0{,}365.$$

Далее учитель предлагает учащимся произвести действие вычитания иначе, записав вычитаемое под уменьшаемым:

$$\begin{array}{r} -\,0{,}750 \\ 0{,}385 \\ \hline 0{,}365 \end{array}$$

Предлагается еще один пример:

$$15{,}03 - 6{,}975 = 15\overset{10}{\frac{3}{100}} - 6\frac{975}{1000} = 9\frac{30-975}{1000} = 8\frac{1030-975}{1\,000} =$$

$$= 8\frac{55}{1000} = 8{,}055.$$

Другая запись действия:

$$\begin{array}{r} -\,15{,}030 \\ 6{,}975 \\ \hline 8{,}055 \end{array}$$

Сопоставление двух форм записи делает совершенно очевидным преимущество второго приёма вычитания десятичных дробей. Учащиеся формулируют и записывают в тетради правило:

> Чтобы из десятичной дроби вычесть десятичную дробь, достаточно уравнять число десятичных знаков нулями, подписать под уменьшаемым вычитаемое так, чтобы целые числа были под целыми числами, десятые доли под десятыми, сотые под сотыми и т. д. и вычитать как целые числа, а запятую поставить под запятыми.

Упражнения. Задачи №№ 1261—1264 (по 1—2 примера).

Задание на дом. По учебнику § 167.

По записи в тетради — правило вычитания.
По задачнику — примеры из тех же №№.

Вопросы для повторения.

1. Как читается правило вычитания десятичной дроби из десятичной дроби?

2. Для чего в уменьшаемом и вычитаемом производится уравнивание нулями числа десятичных знаков?

3. Как найти дополнение к данной десятичной дроби до единицы? (Пример: 1—0,3826 = 0,6174, т. е. каждый десятичный знак вычитается из 9, последний же — из 10)

4. Как из смешанной десятичной дроби вычесть целое число?

5. Как из целого числа вычесть правильную десятичную дробь?

6. Какие доли получатся при вычитании десятичной дроби, если уменьшаемое имеет сотые доли, а вычитаемое — десятые доли?

(Каждый ответ подтвердить примером.)

***Урок 140.* Решение примеров и задач на вычитание десятичных дробей.**

Материалом для занятий в классе и дома являются задачи №№ 1265—1271.

Урок 141. Сложение и вычитание десятичных дробей на счётах. Составление вычислительных таблиц (1-й час).

План урока.

1. Изображение десятичной дроби на счётах.
2. Решение примеров на сложение и вычитание десятичных дробей
3. Составление таблицы перевода одной меры в другую.
4. Указания к пользованию таблицей.
5. Вычисления по заданной таблице.

Учебное оборудование: классные счёты; настольные счёты и линейки у всех учащихся.

Учитель даёт пояснения, как изображается десятичная дробь на наиболее употребительных счётах, у которых первые три проволоки снизу имеют по десяти косточек, четвертая — четыре косточки, пятая и следующие за ней — по десяти косточек.

Простые единицы откладываются на пятой проволоке снизу, десятки на шестой и т. д. Четвёртая проволока оставляется без внимания. На третьей откладываются десятые доли единицы, на второй — сотые доли, на первой — тысячные.

Упражнения.

1) Отложить на счётах: 17,39; 115,4; 23,635; 1,08.

2) Выполнить на счётах сложение: 38,72 + 14,465; 107,34 + 16,9.

3) Выполнить на счётах вычитание: 346,58—123,75; 15,127—8,9.

Приёмы вычислений с десятичными дробями такие же, как и с целыми числами (см. урок 8), однако в затруднительных случаях учитель даёт соответствующие пояснения всему классу и демонстрирует приёмы на классных счётах.

Затем на доске и в тетрадях записывается заголовок и вычерчивается форма таблицы:

Таблица

перевода пудов в килограммы

1 пуд ≈ 16,38 *кг*.

	0	10	20	30	40	50
0	0	163,8	327,6	491,4	655,2	819,0
1	16,38					
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9	147,42					

Сверху и слева таблицы расположены основные числа, выражающие количество пудов, в клетках помещаются числа, выражающие количество килограммов.

Нулевая горизонтальная строка заполняется сообща всем классом. Если 1 пуд соответствует 16,38 *кг*, то 10 пудов соответствуют 163,8 *кг*, что и записывается учителем и всеми учащимися в таблицу. Чтобы найти, скольким килограммам равны 20, 30, 40 и 50 пудов надо находить последовательно суммы 163,8 + 163,8; 327,6 + 163,8; 491,4 + 163,8; 655,2 + 163,8 и т. д., что и выполняется на счётах.

Когда нулевая строка будет заполнена, учитель разбивает класс на 6 групп (например по рядам парт) и предлагает каждой группе заполнить только один вертикальный столбик — нулевой, 10-й, 20-й и т. д. Заполнение производится последовательным прибавлением на счётах к верхнему числу числа 16,38. Например, для нулевого столбика это будут суммы: 16,38 + 16,38 = 32,76; 32,76 + 16,38 = 49,14 и т. д. Если к последнему числу нулевого столбика, т. е. к 147,42 прибавить еще 16,38, то должно получиться верхнее число 10-го столбика. Этот приём служит средством самоконтроля для ученика. Так же и в остальных случаях.

Когда заполнение столбиков будет закончено, от каждой группы по порядку выходит ученик, записывает на доске свои числа, все же остальные учащиеся воспроизводят числа в своих тетрадях. Так, коллективно, составляется таблица.

Учитель даёт пояснение, как ею пользоваться. Пример. Выразить 37 пудов в килограммах На пересечении 30-го столбика и 7-й строки находится соответствующее число; ответ: 37 пудов = 606,06 *кг*.

В качестве необязательной работы во внеурочное время учащимся предлагается провести вычисления по следующей таблице:

Сведения

о поступлении и отпуске товаров за полугодие на сумму в рублях.

Месяцы	Оставалось	Получено	Отпущено	Осталось
Январь	4845—47	2846—28	5429—36	
Февраль	—	6843—94	4738—55	

Март	—	3849—37	3306—76	
Апрель	—	5647—84	6532—31	
Май	—	4830—15	5319—88	
Июнь	—	5507—83	4936—92	
Итого				

Работа по таблице сводится к определению остатков товара (в ценностном выражении) на 1-е число каждого месяца. Вычисление производится на счётах в такой последовательности:

$$4845{,}47 + 2846{,}28 - 5429{,}36 = 2262{,}39$$

результат записывается в графу остатка:

$$2262{,}39 + 6843{,}94 - 4738{,}55 = \text{и т. д.}$$

Проверкой правильности вычисления служит запись: 4845,47 плюс итоговое число получения, минус итоговое число отпуска; это должно совпадать с последним числом остатка.

Задание на дом. Составить в течение 6 дней таблицу перевода дюймов в сантиметры, принимая 1 дюйм $\approx$ 2,54 *см*. (Таблица составляется для значений до 40 дюймов.)

***Урок 142.* Сложение и вычитание десятичных дробей на счётах. Составление вычислительных таблиц (2-й час).**

Учащимся предлагается упражнение:

Заводской склад отпускает цехам качественную сталь по 12 р. 55 к. за килограмм партиями не более 100 *кг*. Составить таблицу для расчёта с цехами за отпускаемую сталь.

На доске и в тетрадях вычерчивается таблица.

Число *кг*	Стоимость	Число *кг*	Стоимость
1	12—55	10	125—50
2		20	
3		30	
4		40	
5		50	
6		60	
7		70	
8		80	
9		90	

Таблица заполняется всеми учащимися. Числа для левой части таблицы получаются последовательным прибавлением на счётах к верхнему числу цены 1 кг: 12,55 + 12,55 = 25,10; 25,10 + 12,55 = 37,65 и т. д. Числа правой части таблицы получаются путём увеличения в 10 раз соответствующих чисел левой части таблицы.

Даётся пояснение о порядке пользования таблицей. Пример. Определить стоимость 29 *кг* стали. На счётах откладывается стоимость 20 *кг* и прибавляется стоимость 9 *кг* стали: 251,00 + 112,95 = 363,95. Ответ: за 29 *кг* стали цех должен уплатить 363 р. 95 к.

В качестве необязательной работы во внеурочное время учащимся предлагается провести вычисления по следующей таблице:

Сведения

о поступлении и отпуске товара за полугодие в тоннах.

Месяцы	Оставалось	Получено	Отпущено	Осталось
Июль	7,347	5,639	4,576	
Август	—	8,305	6,048	
Сентябрь	—	7,553	9,635	
Октябрь	—	6,321	7,414	
Ноябрь	—	5,116	4,317	
Декабрь	—	4,513	6,088	
Итого	—			

Данное упражнение аналогично тому, которое было указано на предыдущем уроке.

Задание на дом. Составить таблицу для оплаты трудодней членов сельхозартели, из расчёта 4,35 *кг* зерна на трудодень.

Число тр/дн.	Колич. зерна в *кг*	Число тр/дн.	Колич. зерна в *кг*	Число тр/дн.	Колич. зерна в *кг*
1	4,35	10		100	
2		20		200	
3		30		300	

4		40		400	
5		50		500	
6		60		600	
7		70		700	
8		80		800	
9		90		900	

Урок 143. **Умножение десятичной дроби на целое число.**

План урока.

1. Повторение правила умножения обыкновенной дроби на целое число.
2. Умножение десятичной дроби, записанной со знаменателем.
3. Умножение десятичной дроби, записанной без знаменателя.
4. Правило умножения десятичной дроби на целое число.
5. Сравнение по величине произведения и множимого.
6. Особые случаи умножения.
7. Приёмы сокращённого умножения.
8. Упражнения.

Повторяется первая часть правила умножения обыкновенной дроби на целое число, в которой говорится об умножении числителя дроби на целое число, так как деление знаменателя на 2, 4, 5, 25 и т. д. привело бы к ненужному в данном случае переходу к обыкновенным дробям.

Даётся для решения пример 0,17·3. Предлагается назвать числитель дроби (17) и знаменатель дроби (100). Выполнится действие умножения.

$$0{,}17\cdot3=\frac{17}{100}\cdot3=\frac{17\cdot3}{100}=\frac{51}{100}=0{,}51.$$

Тот же пример решается в уме умножением числителя 17 на 3 с оставлением данного знаменателя. Так как в произведении получились сотые доли, то справа отделяется запятой два десятичных знака: $0{,}17\cdot3=0{,}51$.

Даётся еще несколько подобных примеров и выводится частное правило: чтобы умножить десятичную дробь на целое число достаточно умножить числитель дроби на целое число и в произведении отделить справа столько десятичных знаков, сколько их было во множимом.

Следует обратить внимание учащихся на то, что во всех случаях умножения десятичной дроби на целое число произведение по величине оказывается больше множимого, так как умножение на целое число означает сокращённое сложение равных слагаемых: $0{,}17\cdot3=0{,}17+0{,}17+0{,}17=0{,}51$.

Рассматриваются особые случаи умножения десятичной дроби на целое число.

1) Умножение на 10, 100, 1000 и т. д. производится путем перенесения запятой вправо на соответствующее число десятичных знаков, т. к. увеличение десятичной дроби в 10, в 100, в 1000... раз и умножение на 10, на 100, на 1000... означают одно и то же.

2) Умножение десятичной дроби на 1 даёт в произведении то же число; напр., $5{,}83\cdot1=5{,}83$.

3) Умножение десятичной дроби на 0 даёт в произведении 0, напр., $10{,}36\cdot0=0$.

Рассматриваются случаи умножения десятичной дроби на целое число, оканчивающееся нулями.

1) $3{,}6\cdot20=3{,}6\cdot(10\cdot2)=(3{,}6\cdot10)\cdot2=36\cdot2=72$.

2) $0{,}0175\cdot400=0{,}0175\cdot(100\cdot4)=(0{,}0175\cdot100)\cdot4=$ $=1{,}75\cdot4=7$.

В сокращённой записи решение подобных примеров будет следующим:

$$3{,}124\cdot300=312{,}4\cdot3=937{,}2;$$
$$1{,}5\cdot8000=1500\cdot8=12000.$$

Упражнения. Задачи №№ 1308, 1309, 1312.

Задание на дом. Припомнить правило умножения десятичной дроби на целое число.

По задачнику — примеры из тех же №№.

Вопросы для повторения.

1. Как умножить десятичную дробь на целое число?
2. Что можно сказать о величине произведения при умножении десятичной дроби на целое число?
3. Как умножить десятичную дробь на число, изображаемое единицей с нулями?
4. Как можно умножить десятичную дробь на число, оканчивающееся нулями?

Урок 144. Умножение десятичной дроби на десятичную дробь.

План урока.

1. Повторение правила умножения дроби на дробь и умножения смешанных чисел.
2. Умножение десятичной дроби на десятичную дробь, записанных со знаменателями.
3. Умножение десятичной дроби на десятичную дробь, записанных без знаменателей.
4. Правило умножения десятичных дробей.
5. Сравнение по величине произведения с множимым.
6. Особые случаи умножения на десятичную дробь.
7. Упражнения.

Учебное оборудование: плакат с изображением квадратного метра, разграфлённого на квадратные дециметры.

Повторяются правила умножения дроби на дробь и умножения смешанных чисел.

Учащимся предлагается задача:

Один килограмм краски стоит 4,2 рубля. Сколько стоят 0,8 *кг* той же краски?

Задача решается действием умножения $4{,}2 \cdot 0{,}8$. Предлагается назвать числитель первой дроби, рассматривая ее, как неправильную дробь, назвать числитель второй дроби, назвать знаменатели той и другой дроби.

Умножение дробей выполняется следующим образом:

$$4{,}2\cdot 0{,}8=\frac{42}{10}\cdot\frac{8}{10}=\frac{42\cdot 8}{10\cdot 10}=\frac{336}{100}=3{,}36 \text{ (р.)}.$$

Ответ. 0,8 *кг* краски стоят 3 р. 36 коп.

Так же, как и на предыдущем уроке, действие умножения записывается и в другой форме: $4{,}2\cdot 0{,}8=3{,}36$, т. е. перемножаются в уме числители дробей ($42\cdot 8$) и знаменатели дробей ($10\cdot 10$); в произведении получаются сотые доли, поэтому справа отделяются запятой два десятичных знака. Если даны большие числа, то умножение числителей производится не в уме, а особой записью:

$$64{,}9\cdot 0{,}18=11{,}682 \qquad \begin{array}{r} 649\\ 18\\ \hline +\,5192\\ 649\\ \hline 11682 \end{array}$$

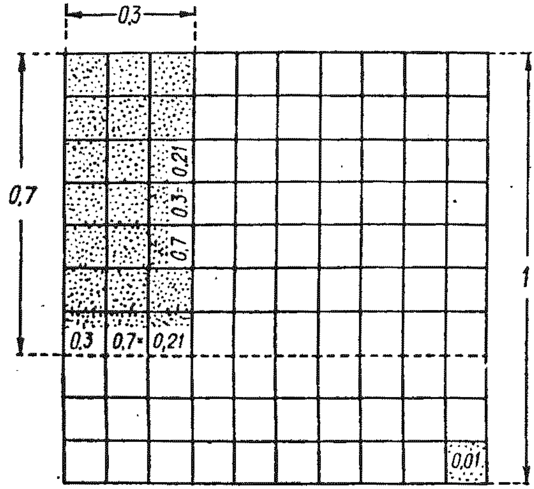
Решив еще несколько примеров, учащиеся с помощью учителя выводят правило умножения десятичной дроби на десятичную дробь и записывают это правило в тетради:

Чтобы умножить десятичную дробь на десятичную, достаточно перемножить их числители и в произведении отделить справа столько десятичных знаков, сколько их в множимом и множителе вместе.

Учитель обращает внимание учащихся на то, что при умножении на правильную десятичную дробь в произведении получается число меньшее множимого, и предлагает учащимся объяснить этот факт (действием умножения на дробь находится часть числа).

Для лучшего усвоения сущности умножения десятичной дроби на десятичную дробь демонстрируется и объясняетея плакат (черт. 50).

0,7 квадрата, т. е, семь горизонтальных полосок, отделены на чертеже пунктиром; от этих 0,7 берётся только 0,3 т. е. три вертикальных столбика, затушёванных цветным карандашом. Непосредственным подсчётом учащиеся убеждаются, что в затушёванном прямоугольнике содержится 21 квадратик, т. е. 21



Черт. 50.

сотая доля, что вполне согласуется с правилом вычисления площади прямоугольника и с правилом умножения десятичной дроби на десятичную дробь: $0{,}7 \cdot 0{,}3 = 0{,}21$ или $0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}21$.

Умножение на неправильную десятичную дробь подчиняется выведенному правилу; например, задача № 1327 решается так:

$1{,}3 \cdot 14{,}5 = 18{,}85$ (т.).

$$\begin{array}{r} 145 \\ \cdot\ \ 13 \\ \hline 435 \\ +\ 145 \\ \hline 1885 \end{array}$$

Далее рассматриваются особые случаи умножения на десятичную дробь:

$$21{,}5 \cdot 0{,}1 = 2{,}15;$$
$$21{,}5 \cdot 0{,}01 = 0{,}215;$$
$$21{,}5 \cdot 0{,}001 = 0{,}0215 \text{ и т. д.}$$

Запятая переставляется влево на столько десятичных знаков, сколько нулей в множителе, считая и нуль целых.

Упражнения. Задачи №№ 1310—1312.

Задание на дом. По записи в тетрадях — правило умножения на десятичную дробь.

По задачнику — примеры из тех же №№.

Вопросы для повторения.

1. Как умножить десятичную дробь на десятичную дробь?
2. Что можно сказать о величине произведения при умножении на правильную десятичную дробь?
3. Почему при умножении на правильную десятичную дробь в произведении получается число меньшее множимого?
4. Как умножить число на десятичную дробь, изображаемую единицей с предшествующими нулями?
5. Какие доли получаются в произведении, если множимое имеет сотые доли, а множитель десятые доли?

***Урок 145.* Решение примеров и задач на умножение десятичных дробей.**

Материалом для занятий в классе и дома служат **задачи** №№ 1316—1329, 1331—1343.

***Урок 146.* Деление десятичной дроби на целое число.**

План урока.

1. Повторение правила деления обыкновенной дроби на целое число.
2. Деление десятичной дроби, записанной со знаменателем.
3. Деление десятичной дроби, записанной без знаменателя.
4. Правило деления десятичной дроби, записанной без знаменателя.
5. Правило деления десятичной дроби на целое число.
6. Сравнение по величине частного и делимого.
7. Особые случаи деления.
8. Примеры сокращённого деления.
9. Упражнения.

Повторяется первая часть правила деления обыкновенной дроби на целое число, в которой говорится о делении числителя на целое число, так как умножение знаменателя на целое число может привести к ненужному в данном случае переходу к обыкновенным дробям.

Даётся для решения пример 0,46 : 2. Предлагается назвать числитель дроби (46) и знаменатель дроби (100). Выполняется действие деления.

$$0{,}46 \cdot 2 = \frac{46}{100} : 2 = \frac{46 : 2}{100} = \frac{23}{100} = 0{,}23.$$

Тот же пример решается в уме при помощи такого рассуждения: в делимом целых единиц нуль, значит и в частном их будет нуль; 46 сотых разделить на 2 получится 23 сотых, что и записывается в частном:

$$0{,}46 : 2 = 0{,}23.$$

Пример 0,4 : 5 решается с записью знаменателя дроби таким образом:

$$0{,}4 : 5 = \frac{4}{10} : 5 = \frac{40}{100} : 5 = \frac{40 : 5}{100} = \frac{8}{100} = 0{,}08.$$

Решение же примера в уме производится путём следующего рассуждения: целых единиц в частном будет нуль; число десятых в делимом меньше делителя, поэтому в частном десятых долей не будет; раздробляем десятые доли в сотые, их будет 40 сотых; при делении 40 сотых на 5 получится 8 сотых:

$$0{,}4 : 5 = 0{,}40 : 5 = 0{,}08.$$

Так же решаются и другие примеры: 0,825 : 5; 0,376 : 4; 12,0 : 8 и т. д. В целях предупреждения ошибок в постановке запятой необходимо требовать от учащихся, чтобы они в первое время обязательно называли разрядность того числа, которое делят (десятки, единицы, десятые доли, сотые и т. д.).

Затем рассматриваются более сложные случаи деления, например, 6,4 : 80; 3,52 : 4; 17,82 : 6; 3,42 : 45. В последних примерах деление в уме затруднительно, поэтому вычисление в письменном виде производится так:

$3{,}42 : 45 = 0{,}076.$

$$\begin{array}{r|l} 3{,}42 & 45 \\ \cline{2-2} 3\,15 & 0{,}076 \\ \cline{1-1} 270 & \\ 270 & \\ \cline{1-1} \end{array}$$

Следует вывод правила деления десятичной дроби на целое число (§ 169) с ограничением правила только точным частным.

Учитель обращает внимание учащихся на то, что во всех случаях деления десятичной дроби на целое число в частном получается число, меньшее делимого.

Далее рассматриваются особые случаи деления десятичной дроби на целое число.

1) Деление на 10, 100, 1000 и т. д. производится путём перенесения запятой влево на соответствующее число десятичных знаков, так как уменьшение десятичной дроби в 10, в 100, в 1000 ... раз и деление на 10, на 100, на 1000 ... означают одно и то же.

2) Деление десятичной дроби на 1 дает в частном то же число, например, $17{,}36 : 1 = 17{,}36$.

3) Деление десятичной дроби на 0 невозможно;

Например, $\dfrac{0{,}36 \cdot 5}{2 \cdot \frac{1}{2} - 1} = \dfrac{1{,}8}{1-1} = \dfrac{1{,}8}{0}$ (не выполняется).

Рассматриваются случаи деления десятичной дроби на целое число, оканчивающееся нулями.

1) $3{,}5 : 70 = 3{,}5 : (10 \cdot 7) = (3{,}5 : 10) : 7 = 0{,}35 : 7 = 0{,}05$;
2) $3{,}84 : 400 = 3{,}84 : (100 \cdot 4) = (3{,}84 : 100) : 4 = 0{,}0096$.

В сокращенной записи решение подобных примеров будет следующим:

1) $4{,}8 : 60 = 0{,}48 : 6 = 0{,}08$;
2) $35{,}63 : 7\,000 = 0{,}03563 : 7 = 0{,}00509$;
3) $1{,}2 : 500 = 0{,}012 : 5 = 0{,}0024$.

Упражнения. Задачи №№ 1359, 1360, 1361, 1374, 1375, 1381—1386 (по 1—2 примера).

Задание на дом. По учебнику — правило из § 196 (с указанным выше ограничением).

По задачнику — примеры из тех же №№.

Вопросы для повторения.

1. Как разделить десятичную дробь на целое число?

2. Что можно сказать о величине частного при делении десятичной дроби на целое число?

3. Как разделить десятичную дробь на число, изображаемое единицей с нулями?

4. Как можно разделить десятичную дробь на число, оканчивающееся нулями?

Урок 147. Деление на десятичную дробь.

План урока.

1. Повторение правил деления обыкновенных дробей, и смешанных чисел.
2. Деление на десятичную дробь, записанную со знаменателем и без знаменателя.
3. Правило деления на десятичную дробь.
4. Сравнение по величине частного с делимым при делении на правильную десятичную дробь.
5. Особые слу́чаи деления на десятичную дробь.
6. Упражнения.

В начале изложения темы урока повторяется правило деления обыкновенных дробей и правило деления смешанных чисел. Припоминается также чтение смешанной десятичной дроби, как неправильной.

Даётся для решения пример 4 : 0,5. Предлагается назвать числитель дроби (5) и знаменатель дроби (10). Действие выполняется с записью знаменателя дроби:

$$4:0{,}5=4:\frac{5}{10}=\frac{4\cdot 10}{5}=8.$$

Обращается внимание на то, что делимое умножается на знаменатель дроби и произведение делится на числитель дроби, а это можно записать иначе:

$$4:0{,}5=(4\cdot 10):5=40:5=8,$$

или более сокращенно: $4:0{,}5=40:5=8$.

В таком же порядке решается еще несколько примеров.

1) $9:1{,}5=9:\frac{15}{10}=\frac{9\cdot 10}{15}=6.$

Делимое (9) умножается на знаменатель дроби (10) и произведение делится на числитель дроби (15). Другая запись:

$$9:1{,}5=(9\cdot 10):15=90:15=6;$$
сокращённо: $9:1{,}5=90:15=6.$

2) $3{,}2:0{,}8=\frac{32}{10}:\frac{8}{10}=\frac{32\cdot 10}{10\cdot 8}=\frac{32}{8}=4.$

Как и в предыдущих случаях действие можно записать иначе: делимое (3,2) умножить на знаменатель делителя (10) и произведение разделить на числитель делителя (8), получится:

$$3{,}2:0{,}8=(3{,}2\cdot 10):8=32:8=4;$$
сокращённо: $3{,}2:0{,}8=32:8=4.$

3) 73,8 : 4,5. Умножив делимое (73,8) на знаменатель делителя (10) и разделив произведение на числитель делителя (45), получим:

$73{,}8:4{,}5=(73{,}8\cdot 10):45=738:45=16{,}4;$

$$\begin{array}{r|l} 738 & 45 \\ \hline 288 & 16{,}4 \\ 270 & \\ \hline 180 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Сокращённо: $73{,}8:4{,}5=738:45=16{,}4.$

4) 4,256 : 0,38.

Решение. $4{,}256:0{,}38=(4{,}256\cdot 100):38=425{,}6:38=11{,}2$

$$\begin{array}{r|l} 425{,}6 & 38 \\ \hline 45 & 11{,}2 \\ \hline 76 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Сокращённо: $4{,}256:0{,}38=425{,}6:38=11{,}2.$

Выводится правило деления на десятичную дробь, которое записывается в тетради:

Чтобы разделить число на десятичную дробь, достаточно умножить его на знаменатель дроби и полученное произведение разделить на её числитель.

Так как умножение на десятичный знаменатель производится практически перенесением запятой, то после усвоения учащимися данного правила учитель

может ввести упрощение: чтобы разделить число на десятичную дробь, достаточно запятую в делимом перенести вправо на столько цифр, сколько десятичных знаков в делителе, и полученное число разделить на числитель делителя.

Учитель обращает внимание учащихся на то, что при делении на правильную десятичную дробь в частном получается число, большее делимого, потому что действием деления находится число по данной его дроби.

Рассматриваются особые случаи деления на десятичную дробь:

1) $3{,}27 : 0{,}1 = 32{,}7$;
$3{,}27 : 0{,}01 = 327$;
$3{,}27 : 0{,}001 = 3270$ и т. д.

Запятая переносится вправо на столько десятичных знаков, сколько нулей в делителе, считая и нуль целых.

2) Так как деление есть действие, обратное умножению, то в некоторых случаях целесообразно деление заменять умножением на обратное число. Взаимнообратными числами являются, например, 0,5 и 2; 0,25 и 4; 0,125 и 8, т. к. каждая пара чисел даёт в произведении единицу.

Поэтому: $117 : 0{,}5 = 117 \cdot 2 = 234$;
$26{,}2 : 0{,}25 = 26{,}2 \cdot 4 = 104{,}8$;
$1{,}5 : 0{,}125 = 1{,}5 \cdot 8 = 12$ и т. д.

Упражнения. Задачи №№ 1366—1368.

Задание на дом. По записи в тетради — правило деления на десятичную дробь.

По задачнику — примеры из тех же №№.

Вопросы для повторения.

1. Как разделить число на десятичную дробь?
2. Что можно сказать о величине частного при делении на правильную десятичную дробь?
3. Почему при делении на правильную десятичную дробь в частном получается число, большее делимого?
4. Как разделить число на десятичную дробь, изображаемую единицей с предшествующими нулями?

Урок 148. Решение примеров на деление десятичных дробей.

Материалом для занятий в классе и дома служат задачи №№ 1369 - 1374.

***Уроки 149—156.* Повторение правил выполнения всех четырех действий над десятичными дробями и применение их к решению примеров и задач.**

Материалом для занятий в классе и дома служат примеры №№ 1365, 1450—1452, 1453—1476 и задачи №№ 1420—1449, 1478—1613.

Примеры вида № 1469 следует решать в один приём, так как при отдельном вычислении числителя и знаменателя могут получиться произведения с большим числом десятичных знаков. Приводим решение примера № 1469 (4):

$$\frac{5,2\cdot 14,4\cdot 11\cdot 6,75}{1,2\cdot 88\cdot 9,75\cdot 5,4}=\frac{52\cdot 144\cdot 11\cdot 675\cdot 10\cdot 100\cdot 10}{10\cdot 10\cdot 100\cdot 12\cdot 88\cdot 975\cdot 54};$$

после сокращения дроби получается 1.

При выборе задач надо руководствоваться указаниями, данными на странице 272 задачника (для гл. I).

***Уроки 157—158.* Проверочная письменная работа по пройденной части темы.**

Приводится один из возможных вариантов проверочного задания.

№ 1.

1. Задача. Картофель в овощехранилище вследствие высыхания теряет за зиму 0,15 своего веса. Сколько надо запасти картофеля, чтобы весною засадить им поле площадью в 5 *га* из расчета по 13,6 *ц* на каждый гектар?

2. Вычислить:

$3,75:1,2+(2,55+2,7):(0,1-0,0125)$.

3.* Периметр прямоугольника равен 7,2 *м*; одна из сторон 2,4 *м*. Определить площадь прямоугольника.

***Урок 159.* Сообщение о результатах проверки письменных работ.**

Урок 160. Запись десятичной дроби в виде обыкновенной.

План урока.

1. Повторение правила сокращения обыкновенных дробей.
2. Запись десятичной дроби со знаменателем.
3. Состав знаменателя десятичной дроби.
4. Сокращение десятичной дроби, записанной со знаменателем.
5. Упражнения.

Повторяется правило сокращения обыкновенных дробей.

Учащимся предлагается задача: Найти $\frac{5}{6}$ от 0,18 тонны. Задача решается действием умножения: $0{,}18 \cdot \frac{5}{6}$, но для выполнения действия надо, чтобы оба сомножителя были выражены одинаковыми дробями — или обыкновенными или десятичными.

Возникает необходимость научиться записывать десятичные дроби в виде обыкновенных и обыкновенные дроби в виде десятичных.

Запись десятичной дроби в виде обыкновенной, т. е. со знаменателем, много раз встречалась учащимся при выводе правил действий над десятичными дробями, поэтому, данное преобразование затруднений не вызывает:

$$0{,}18 \cdot \frac{5}{6} = \frac{18}{100} \cdot \frac{5}{6} = \frac{18 \cdot 5}{100 \cdot 6} = \frac{3}{20}\ (m).$$

Когда десятичная дробь записывается в виде обыкновенной, то нет необходимости сохранять десятичный знаменатель и дробь сокращается, если это возможно.

Пример. $0{,}48 = \frac{48}{100} \overset{4}{=} \frac{12}{25}$.

В связи с сокращением десятичных дробей следует выяснить, из каких сомножителей состоят десятичные знаменатели.

$10 = 2 \cdot 5$;
$100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5)$;
$1000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5)$ и т. д.

Таким образом, в состав знаменателя десятичной дроби входят одна или несколько пар множителей 2 и 5. Поэтому и сокращение десятичной дроби возможно только на 2, 4, 8, 5, 25, 10, 20 и т. д., если только числитель дроби является кратным какого-нибудь из этих делителей.

Примеры. $9{,}512 = 9\frac{512}{1000}\overset{4}{\smile} = 9\frac{128}{250}\overset{2}{\smile} = 9\frac{64}{125}$.

$$6{,}875 = 6\frac{875}{1000}\overset{25}{\smile} = 6\frac{35}{40}\overset{5}{\smile} = 6\frac{7}{8}.$$

Упражнения. Записать со знаменателем и, если можно, сократить десятичные дроби, данные в задачах №№ 1614—1616 (по 1—2 примера).

Задание на дом. По задачнику — примеры из тех же №№.

Заполнить табличку:

$0{,}125 = \frac{1}{8}$
$0{,}25 =$
$0{,}375 =$
$0{,}5 =$
$0{,}625 =$
$0{,}75 =$
$0{,}875 =$

Вопросы для повторения.

1. Как записать десятичную дробь в виде обыкновенной дроби?

2. Из каких простых множителей состоит знаменатель десятичной дроби?

3. На какие числа можно сокращать десятичную дробь, записанную со знаменателем?

4. Как записать в виде обыкновенной дроби десятичные дроби 0,25; 0,5; 0,75?

Урок 161. **Обращение обыкновенной дроби в конечную десятичную.**

План урока.

1. Обращение обыкновенной дроби в десятичную по соображению.
2. Состав знаменателя обыкновенной дроби.
3. Первый способ обращения обыкновенной дроби в десятичную.
4. Второй способ обращения обыкновенной дроби в десятичную.
5. Условие возможности обращения обыкновенной дроби в конечную десятичную дробь.

Учащимся даётся разъяснение, что часто приходится обращать обыкновенную дробь в десятичную.

Предлагается устно решить несколько примеров из задачи № 1617, например, $\frac{19}{25}$ выразить в виде десятичной дроби. Ученик проводит следующее рассуждение: дробь выражена в двадцать пятых долях, а требуется выразить ее в более мелких десятичных долях, например, в сотых долях; чтобы получить сотые доли надо 25 помножить на 4, а чтобы величина дроби при этом не изменилась, надо и числитель дроби умножить на 4; получится:

$$\overset{4}{\frac{19}{25}} = \frac{76}{100} = 0{,}76.$$

При решении более сложного примера необходимо обращать внимание на состав знаменателя данной дроби, основываясь на выводах предыдущего урока: десятичный знаменатель состоит из множителей 2 и 5, взятых поровну.

Пример.

$$\frac{11}{40} = \frac{11}{2\cdot2\cdot2\cdot5} = \frac{1\quad 5}{2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot5} = \frac{275}{1000} = 0{,}275.$$

Далее учитель знакомит класс с другим способом обращения обыкновенной дроби в десятичную — способом деления числителя на знаменатель дроби.

$\frac{11}{40}=0,275.$

$$\begin{array}{r|l} 11 & 40 \\ \hline 110 & 0,275 \\ \underline{} 300 & \\ 200 & \\ 0 & \end{array}$$

Предложив учащимся решить один и тот же пример двумя способами, учитель предоставляет самим им сделать заключение, который способ проще.

Даётся для решения еще несколько примеров из № 1618.

Обращается внимание на то, что во всех примерах, когда знаменатели дробей разлагаются на простые множители 2 и 5, процесс деления числителя на знаменатель дроби можно закончить и получить в результате точное частное (остаток равен 0).

Задание на дом. По учебнику §§ 175 и 177 (случай получения точного частного).

По задачнику №№ 1628 (1,2), 1655.

Заполнить табличку:

$$\frac{1}{5}=0,2$$

$$\frac{2}{5}=$$

$$\frac{3}{5}=$$

$$\frac{4}{5}=$$

$$\frac{1}{25}=$$

$$\frac{1}{125}=$$

Вопросы для повторения.

1. Как обратить обыкновенную дробь в десятичную путём разложения знаменателя на простые множители?
2. Как обратить обыкновенную дробь в десятичную путём деления числителя на знаменатель дроби?

3. При каком условии деление числителя на знаменатель дроби даёт точное частное?

4. Как записать в виде десятичной дроби обыкновенную дробь $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{25}$; $\frac{1}{125}$?

Урок 162. Бесконечное деление. Понятие о периодической дроби.

План урока.

1. Случаи бесконечного деления.
2. Объяснение невозможности получения точного частного.
3. Понятие о бесконечной десятичной дроби. Замечание о числителе и знаменателе.
4. Бесконечная дробь периодическая и непериодическая.
5. Периодическая дробь чистая и смешанная.
6. Схема классификации десятичных дробей.

Учащимся предлагается обратить $\frac{5}{12}$ в десятичную дробь способом разложения знаменателя на простые множители. Когда учащиеся убедятся, что задание не выполняется, т. е. десятичный знаменатель дроби не получается, класс переходит к способу деления числителя на знаменатель дроби.

$$\frac{5}{12}=5:12=0{,}41666...$$

Устанавливается, что не всегда деление числителя на знаменатель дроби может быть закончено, что существует и бесконечное деление.

Рассматривается еще пример:

$$\frac{7}{11}=7:11=0{,}636363...$$

Выясняется причина, почему в некоторых случаях получается бесконечное деление. В первом примере знаменатель $12=2\cdot2\cdot3$; в его состав входит множитель 3, а в состав десятичных знаменателей входят поровну только 2 и 5, значит, нельзя найти такой десятичный знаменатель, в который входил бы множитель 3. Так же и во втором примере.

Делаются следующие выводы:

1) Если в состав знаменателя несократимой обыкновенной дроби входят только множители 2 и 5, то такая дробь обращается в конечную десятичную, например, $\frac{7}{25}=0,28$; $\frac{3}{20}=0,15$ и т. п.

2) Если в состав знаменателя несократимой обыкновенной дроби входит какой-либо множитель, отличающийся от 2 и 5, то такая дробь не обращается в конечную десятичную, например, $\frac{5}{6}$; $\frac{4}{15}$ и т. п.

3) Если несократимая обыкновенная дробь не обращается в конечную, то она обращается в бесконечную десятичную дробь, причем десятичные знаки ее или группы знаков повторяются в одной и той же последовательности. Такая дробь называется *периодической*.

Дается разъяснение о периоде, о числе знаков в периоде, о значении многоточия или скобок в изображении периодической дроби, о чтении периодической дроби.

Делается замечание о том, что бесконечная десятичная дробь не имеет ни числителя, ни знаменателя.

Указывается, что бесконечная десятичная дробь может быть и непериодической, например, 0,121122111222...

Периодическая дробь бывает чистая, например, 0,363636... и смешанная, например, 0,6232323...

Если в составе знаменателя множители 2 и 5 совсем не входят, то данная обыкновенная дробь обращается в чистую периодическую дробь, например,

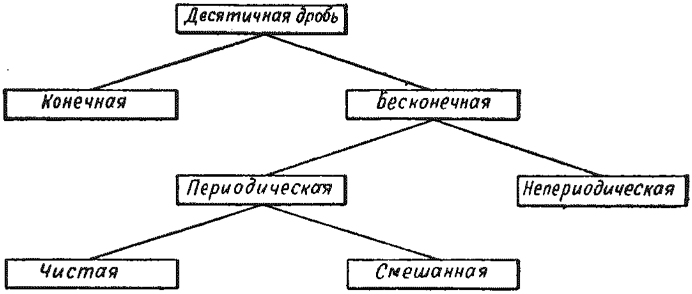
$$\frac{1}{3}=0,333...;\ \frac{2}{9}=0,222...$$

Если же в состав знаменателя входит множителем 2 или 5, то данная обыкновенная дробь обращается в смешанную периодическую дробь, например,

$$\frac{5}{6}=0,8333...;\ \frac{4}{15}=0,2666...$$

Всё сказанное относительно видов десятичных дробей иллюстрируется схемой, изображённой на чертеже 51.

Упражнения. Задачи №№ 1677—1679 (по 2—3 примера).



Черт. 51.

Задание на дом. По учебнику § 179. По задачнику — примеры из тех же №№.

Вопросы для повторения.

1. При каком условии обыкновенная дробь обращается в конечную десятичную дробь?
2. В каких случаях обыкновенная дробь обращается в бесконечную десятичную дробь?
3. На какие два вида делятся бесконечные десятичные дроби?
4. На какие два вида делятся периодические десятичные дроби?
5. Какая дробь называется чистой периодической дробью?
6. Какая дробь называется смешанной периодической дробью?

Урок 163. Понятие окружности и круга. Измерение длины окружности.

План урока.

1. Ознакомление с циркулем.
2. Вычерчивание окружности.
3. Центр окружности, радиус и диаметр.
4. Способы измерения длины окружности.
5. Круг; центр круга, радиус и диаметр.

Учебное оборудование: классный циркуль и классная линейка с делениями; две жестяные консервные банки разных размеров; две-три полоски бумаги длиною 50 *см*, шириною в $1-1\frac{1}{2}$ *см*; лист плотной бумаги с начерченной на нём окружностью радиуса 15—20 *см*; ножницы; циркульные ножки, карандаши и линейки у всех учащихся.

Учитель знакомит учащихся с устройством классного циркуля, с его назначением и произвольным раствором циркуля чертит на доске окружность.

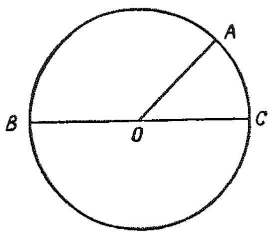
Каждый из учащихся прикрепляет циркульную ножку к карандашу, намечает и обозначает точку, из которой как из центра описывает окружность произвольного радиуса. Затем проводятся и обозначаются буквами радиус и диаметр окружности. Новые термины записываются в тетради (черт. 52.).

Обозначения:

O — центр окружности
AO — радиус „
BC — диаметр „

Радиусы одной и той же окружности равны; диаметр равен двум радиусам той же окружности.

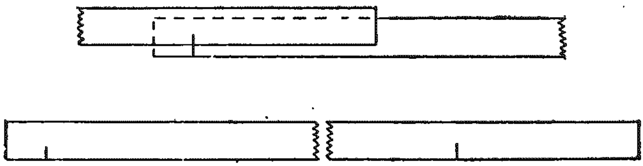
Далее учитель измеряет диаметр окружности, начерченной на доске, и предлагает учащимся выполнить то же самое на своих чертежах.



Черт. 52.

Учащиеся ясно представляют, что длина окружности зависит от длины радиуса (или диаметра), например, ободок монеты и обод колеса. Измерить длину окружности можно при помощи нитки или полоски бумаги.

Взяв консервную банку и полоску бумаги, учитель показывает учащимся, как можно измерить длину окружности данного круглого предмета: полоской бумаги надо обернуть банку так, чтобы один край полоски выдавался из-под другого края на 1—2 *мм* кверху или книзу и остро отточенным карандашом провести черту так, чтобы она прошла поперек полоски и выдающейся ее части (черт. 53).



Черт. 53.

Развернув затем ленту, измерить расстояние между черточками. Это число будет выражать длину окружности данного предмета.

Вызывается ученик, которому поручается таким же способом произвести измерение длины окружности другой банки.

Затем учитель демонстрирует перед классом лист бумаги с начерченной на нём окружностью, берёт ножницы, вырезывает круг. Путём постановки соответствующих вопросов он приводит учащихся к выводу: окружность есть замкнутая кривая линия, а круг—это часть плоскости, ограниченная окружностью.

Обращается внимание на то, что центр окружности есть в то же время и центр круга; то же самое можно сказать про радиус и диаметр.

На поверхности земли окружность проводится при помощи бечёвки: один ее конец прикрепляется к колышку, а свободным концом натянутой бечёвки прочерчивается на земле окружность. Выражение „пройти по кругу“ или „сделать круг“ следует понимать так: пройти по окружности круга.

Задание на дом. 1) Повторить, что называется отношением двух величин. 2) Измерить длину окружности какого-нибудь круглого предмета—стакана, кружки, кастрюли, бидона, ведра и т. п. 3) Измерить длину диаметра того же предмета. 4) Найти отношение длины окружности к длине диаметра, выразив это отношение десятичной дробью с двумя десятичными знаками.

Вопросы для повторения.

1. Как провести на листе бумаги окружность?
2. Как провести радиус окружности?
3. Как провести диаметр окружности?
4. От чего зависит длина окружности?

5. Как можно измерить длину окружности?

6. Какая разница между окружностью и кругом?

Урок 164. Вычисление длины окружности.

План урока.

1. Итоги выполнения учащимися домашнего задания.
2. Отношение длины окружности к диаметру — постоянное число.
3. Вычисление длины окружности.
4. Вычисление диаметра по заданной длине окружности.
5. Упражнения.

В начале урока проверяется выполнение учащимися домашнего задания: повторяется определение отношения двух величин и правило нахождения средного арифметического нескольких чисел, выясняется, на каких предметах учащиеся измеряли длину окружности и длину диаметра, как находили отношение длины окружности к длине диаметра.

Вызванный к доске ученик выписывает результаты своих вычислений, например: длина окружности круглой коробки 313 *мм*, диаметр 98 *мм*; отношение длины окружности к длине диаметра равно

$$\frac{313}{98}=3,19 \qquad \begin{array}{r|l} 313 & 98 \\ \underline{294} & \overline{3,19} \\ 190 & \\ \underline{98} & \\ 920 & \\ \underline{882} & \\ 38 & \end{array}$$

Сообщает результат своих вычислений другой ученик: длина окружности стакана 218 *мм*, длина диаметра 7 *см* = 70 *мм*; отношение длины окружности к длине диаметра равно

$$\frac{218}{70}=3,11. \qquad \begin{array}{r|l} 218 & 70 \\ \underline{210} & \overline{3,11} \\ 80 & \\ \underline{} & \\ 100 & \\ \underline{} & \\ 30 & \end{array}$$

Затем на доске выписываются столбиками результаты вычислений всех учащихся (кроме результатов явно ошибочных), подсчитывается на счётах сумма всех слагаемых и находится их среднее арифметическое, которое будет не менее 3,13 и не более 3,15:

	1-й столбик	2-й столбик	3-й столбик
	1) 3,19		
	2) 3,11		
	3) 3,16		
	4) 3,12		
	5) 3,15		
	6) 3,14		
	7) 3,17		
	8) 3,20		
	9) 3,13		
	10) 3,12		
Сумма	31,49		
Ср. арифм.	3,149		

Сославшись на неточность измерений, учитель сообщает, что отношение длины окружности к диаметру можно принять равным 3,14.

Обращается внимание на то, что отношение длины окружности к длине её диаметра выражается всегда одним и тем же числом независимо от размера диаметра. Но это отношение можно выразить также обыкновенный дробью $\frac{22}{7}$, которая называется „Архимедовым числом“ (Архимед — великий учёный древности; в то время десятичных дробей не знали).

Если длину окружности обозначить буквой C, а диаметр — буквой D, то получится формула

$$\frac{C}{D} = 3,14.$$

Так как зависимость между делимым, делителем и частным известна, то формула даёт возможность вычислять длину окружности, определив лишь длину диаметра.

Запись в тетрадях.

Чтобы найти длину окружности надо длину её диаметра умножить на 3,14:

$$C = D \cdot 3{,}14 \text{ или } C = 3{,}14 \cdot D.$$

Пример. Диаметр махового колеса равен 2 *м*. Чему равна длина окружности махового колеса?

Решение. $C = 3{,}14 \cdot 2 = 6{,}28$ (*м*).

Иногда приходится измерять длину окружности и по результату измерения вычислять длину диаметра.

Запись в тетрадях:

Чтобы найти длину диаметра надо длину окружности разделить на 3,14:

$$D = \frac{C}{3{,}14}.$$

Пример. Измерив ствол дерева по окружности, получили 1,57 *м*. Чему равна толщина этого дерева?

Решение. $D = \frac{1{,}57}{3{,}14} = 0{,}5$ (*м*).

Упражнения. 1) Вычислить длину окружности, если диаметр её равен 1,2 *м*; 42 *мм*; 3,4 *см*.

2. Вычислить длину окружности, если радиус её равен 2,5 *м*; 0,8 *м*; 4,6 *см*.

3) Чему равен диаметр окружности, длина которой равна 6,28 *м*; 9,42; 14,3 *см*?

4) Чему равен радиус окружности, длина которой равна 84,9 *см*; 94,2 *м*; 3,14 *см*?

Задание на дом. По задачнику №№ 1351—1353.

Вопросы для повторения.

1. Чему равно отношение длины окружности к длине её диаметра?
2. Как найти длину окружности, если известна длина диаметра?
3. Как найти длину диаметра, если известна длина окружности?
4. Какое число называется „Архимедовым числом" и что оно выражает?

Урок 165. **Округление данных и результатов действий.**

1-й час. — **Приближённые числа.**

План урока.

1. Точные числа.
2. Приближённые числа.
3. Случаи получения приближённых чисел.
4. Способ записи приближённых чисел.
5. Цифры надёжные, не вполне надёжные и ненадёжные.
6. Упражнения.

Учебное оборудование: комплект однородных предметов стандартного размера (напр., неочиненные карандаши одной и той же фабричной марки); линейки у всех учащихся.

Учащимся несколько раз приходилось иметь дело с приближёнными значениями величин или, по другому, с приближёнными числами. На данном уроке сведения о приближённых числах расширяются и систематизируются.

Числа могут быть совершенно точными, например, 15; $3\frac{1}{2}$; 0,75 и т. д. или: 16 Союзных республик в составе СССР, 7 дней недели, 168 страниц в учебнике, 40 человек учащихся в данном классе и т. д.

Но кроме точных чисел существуют числа приближённые, которые не полностью соответствуют действительности, т. е. могут быть больше и меньше тех величин, которые они обозначают. Нельзя, например точно сосчитать число деревьев в роще, число проросших семян на опытной грядке, число жителей города и т. д. В подобных случаях можно получить лишь приближённые числа.

Далее, ввиду неточности измерительных приборов, ошибок зрения, неудобства измерения и других причин в результате измерений почти всегда получаются приближённые числа, в чём учащиеся несколько раз убеждались.

Приближённые числа могут получаться также и при вычислениях.

Пример. Один килограмм конфет стоит 29 руб.

50 коп. и содержит 40 конфет. Сколько следует уплатить буфетчице за одну конфету?

Задача решается действием деления:

$$2950:40=73,75 \text{ (коп.)}$$

В частном получилось точное число, но оно не может служить ответом на вопрос задачи: платить придётся 74 коп., т. е. приближённое значение стоимости одной конфеты.

Приближённые числа изображаются при помощи цифр так же, как и точные числа, но записи приближённых чисел имеют некоторые особенности; например, в приближённых вычислениях запись 3,6 отличается от записи 3,60.

Приписка нуля в конце приближённого числа не только изменяет вид числа, но изменяет также и его значение. Пример: запись 5 *м* означает, что измерение производилось метрами; 5,0 *м* означает, что измерение производилось точнее — дециметрами; 5,00 *м* означает, что измерение производилось наиболее точно — сантиметрами.

Цифры приближённого числа могут быть надёжными, не вполне надёжными и ненадёжными. Например, при измерении длины классной комнаты учащиеся получили 854,6 *см*. Первые цифры, обозначающие число дециметров, — надёжны; третья цифра не вполне надёжна, т. к. вследствие неровностей карниза и других причин в сантиметрах можно ошибиться; последняя цифра, выражающая число миллиметров, явно ненадёжна. Выполняя действия с приближёнными числами, необходимо учитывать эту их особенность.

Упражнение. Измерить длину карандаша „Орион".

Учитель раздаёт карандаши по одному на парту и предлагает учащимся возможно точнее измерить их длину. Несколько ответов учащихся записываются на доске: 178 *мм*; 178,4 *мм*; 178,5 *мм*; 178,8 *мм*; 178,6 *мм*. Даётся разъяснение — чтобы найти приближённое число надо вычислить среднее арифметическое нескольких измерений:

$$x=\frac{178+178,4+178,5+178,8+178,6}{5}=\frac{892,3}{5}=178,46(\textit{мм}).$$

полученном числе первые три цифры надёжные, цифра 4, означающая десятые доли миллиметра, не вполне надёжна, последняя же цифра 6 — ненадёжна, так как сотые доли миллиметра невидимы простым глазом. Принято все надёжные цифры и одну не вполне надёжную цифру оставлять, ненадёжные цифры — отбрасывать. После округления получается приближённая длина карандаша „Орион" — 178,5 *мм*.

Задание на дом. Найти длину диаметра пятикопеечной монеты. (Произвести 3—5 измерений, найти среднее арифметическое, оставить надёжные цифры и одну не вполне надёжную; ненадёжные цифры отбросить.)

Вопросы для повторения.

1. Как следует понимать выражение „приближённое число"?
2. В каких случаях получаются приближённые числа?
3. Какое существует правило получения приближённого числа?
4. Какая разница в изображении приближённого числа 1 *см* и 1,0 *см*?

Урок 166. 1-й час.—**Округление данных и результатов действий.**

2-й час. — **Округление чисел с заданной точностью.**

План урока.

1. Что значит „округлить число"?
2. Приёмы округления чисел.
3. Округление до заданного разряда с недостатком и с избытком.
4. Округление до заданного числа десятичных знаков.
5. Правило чётной цифры.
6. Чем определяется степень точности приближённого числа.
7. Упражнения.

Учащиеся припоминают, что округлить целое число, — значит одну или несколько значащих цифр справа заменить нулями. То же самое можно сказать относительно десятичных дробей. Округлить десятичную дробь, — значит уменьшить число её десятичных знаков.

Пример. На дистанции 500 метров сделано 825 шагов; определить средний размер шага.

$$500:825 \doteq 0{,}60060... \ (м).$$

В полученной бесконечной десятичной дроби первая цифра после запятой обозначает дециметры, вторая — сантиметры, третья — миллиметры. Так как при определении шага число сантиметров и, тем более, миллиметров не имеет значения, ответ округляют до 0,6 (*м*).

Округлять можно и точные и приближённые числа.

При решении примеров обычно указывается, до какого разряда или до какого десятичного знака следует произвести округление.

Округление производится по следующему правилу: если первая из отбрасываемых цифр есть 5 или больше 5, то последняя из оставляемых цифр усиливается, т. е. увеличивается на одну единицу; если же первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то усиление не производится.

Примеры. 1) Округлить число 872341 рубль до тысяч.

Ответ. 872 000 руб. или 872 тыс руб. Так как полученное число меньше данного, то говорят, что округление произведено с недостатком.

2) Округлить 5678 *ц* до сотен.

Ответ. 5700 *ц*. Так как полученное число больше данного, то говорят, что округление произведено с избытком.

3) Округлить число 13,0887 до десятых долей, до сотых долей, до тысячных долей, до целых.

Ответ. 13,1; 13,09; 13,089; 13.

Обращается внимание учащихся на особый случай округления чисел, когда отбрасывается цифра 5, а за ней нет значащих цифр; в таком случае последняя оставляемая цифра усиливается, если она нечётная, и не усиливается, если она чётная.

4) Округлить до двух десятичных знаков числа 0,975 и 0,465. *Ответ.* 0,98 и 0,46.

От характера задач зависит, когда следует округлять числа с большей или меньшей точностью, с избытком или недостатком. На предыдущем уроке было найдено округлённое число с избытком (стоимость конфеты 74 коп.). Учащимся даётся другая задача: 3 *кг* вишни распределить поровну на 7 человек.

$$3\,000:7=428{,}57 \ (г).$$

В соответствии со смыслом задачи округление должно быть произведено с недостатком: 420 (*г*).

Упражнения. 1) Указать разницу в записях: а) 8 час. и 8 час. 00 мин.

б) 37° и 37°, 0.
в) 36 руб. и 36 руб. 00 коп.
г) 41 *г* и 41,0 *г*.

2) Округлить число 806,512 до сотых долей, до десятков, до целых, до сотен.

3) Измеряя расстояние между двумя телеграфными столбами, получили числа: 39,85 *м*; 40,04 *м*; 39,79 *м*; 39,98 *м*. Найти среднее арифметическое и округлить его.

Задание на дом. Начертить в тетради квадрат со стороной 10 *см* (или 20 клеточек), провести диагональ (термин объяснить и выписать на доске) и определить её длину по правилу нахождения приближённых чисел.

Вопросы для повторения.

1. Что называется округлением числа?
2. Что значит округлить число до данного разряда?
3. Что значит округлить число до данного десятичного знака?
4. Как читается правило округления числа?
5. Как поступают, когда при округлении отбрасывается одна цифра 5?
6. Что означает округление числа с избытком и округление числа с недостатком?

Урок 167. **Округление данных и результатов действий. Решение примеров и задач.**

Материалом для занятий в классе и дома служат примеры и задачи, составляемые учителем по типу примеров и задач, данных на предыдущем уроке, а также по задачнику №№ 1407, 1417, 1426, 1430, 1440.

Урок 168. Вычисление площади круга.

План урока.

1. Повторение правила вычисления площади параллелограмма.

2. Первое приближение площади круга к площади параллелограмма.

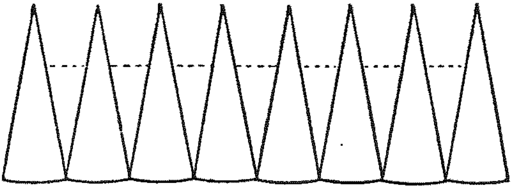
3. Второе приближение площади круга к площади параллелограмма.

4. Элементы круга, соответствующие основанию и высоте параллелограмма.

5. Вывод правила вычисления площади круга.

6. Упражнения.

Учебное оборудование: 1) Круг радиуса 12—15 *см*, вырезанный из плотной бумаги и расчерченный на 16 равных секторов; одна половина круга заштрихована красным карандашом, другая — синим. 2) Круг такого же радиуса, вырезанный из картона и расчерченный на 16 равных секторов; одна половина круга заштрихована красным карандашом, другая — синим. Круг разрезается пополам. Каждая полуокружность охватывается крепкой ниткой, которая приклеивается к ободку узкой ленточкой тонкой бумаги. После этого каждый полукруг разрезается на секторы, но так, чтобы нитка не оказалась где-либо перерезанной. Кроме того, секторы одного полукруга скрепляются второй ниткой в их развернутом виде (черт. 54).



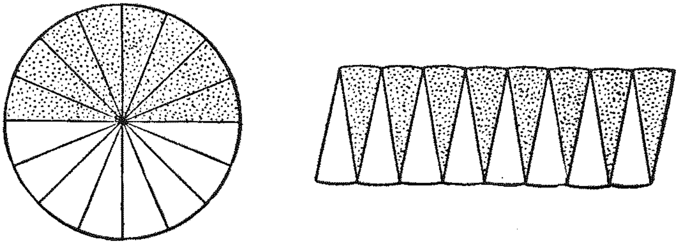
Черт. 54.

3) Изготовляется чертёж, на котором изображены: а) круг того же радиуса, расчерченный на 32 сектора — 16 в красном полукруге и 16 в синем полукруге; б) фигура, составленная из чередующихся красных и синих секторов.

Урок начинается с повторения правила вычисления площади параллелограмма; учащиеся припоминают, как было выведено это правило: площадь параллелограмма была разрезана на две части, из которых оказалось возможным составить одинаковый по плащади прямоугольник.

Ставится вопрос о вычислении площади круга. И в данном случае надо поступить так же — разрезать круг на части, из которых составить какую-либо фигуру, площадь которой умеем определять. Учитель показывает модель круга и сообщает, что такой же круг он разрезал на 16 равных частей, показывая полукруги в свёрнутом и развёрнутом виде.

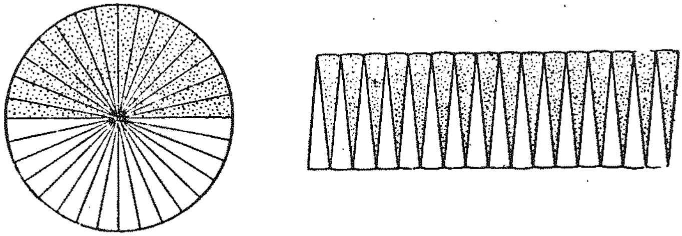
Затем к доске прикрепляются неразрезанный круг и 16 секторов в чередующемся порядке (черт. 55).



Черт. 55.

Площадь круга, очевидно, равна площади полученной фигуры. Учащиеся указывают на сходство фигуры с параллелограммом. Учитель подтверждает правильность наблюдений учащихся, но, приложив линейку к основанию фигуры, обращает их внимание на то, что волнистая линия несколько отходит от прямой.

Далее демонстрируется чертёж круга, разделённого на 32 равные части (черт. 56).



Черт. 56.

Учитель прикладывает линейку к основанию фигуры и учащиеся замечают значительное выпрямление волнистой линии.

Следует вывод: если круг разрезать на большее число равных частей, то из них можно составить фигуру, как угодно близкую к параллелограмму, так что площадь круга можно считать равной площади параллелограмма.

Остаётся выяснить, что является основанием и что является высотой параллелограмма. Учащимся нетрудно заметить, что основанием параллелограмма является полуокружность, а высотой параллелограмма — радиус круга.

Выводится правило, правило выражается формулой и всё это записывается в тетради:

> Чтобы вычислить площадь круга, надо половину длины окружности умножить на длину радиуса.
>
> Формула: $S = \frac{1}{2} C.\ R$ (кв. ед.)

Упражнения. 1) Определить площадь круга, если радиус его равен: а) 10 *см.*; б) 4,5 *см.*; в) $3\frac{1}{2}$ *см.*

2) Определить площадь круга, если диаметр его равен: а) 30 *см*; б) 12,1 *см*; в) $4\frac{1}{2}$ *см.*

3) Радиус круга равен $6\frac{1}{2}$ *см.* Найти его диаметр, длину окружности и площадь круга.

4) Лошадь привязана к колу верёвкой, длина которой равна 10,5 *м.* Найти площадь участка, на котором лошадь может пастись.

Задание на дом. Повторить по записи в тетради правило вычисления площади круга.

Измерить диаметр стакана, вычислить площадь дна стакана.

Вопросы для повторения.

1. Как читается правило вычисления площади круга?
2. Как записывается это правило в виде формулы?
3. Какую величину надо знать, чтобы найти площадь круга?

4. Какую величину можно найти, если известна площадь круга?

Урок 169. **Ознакомление с цилиндром. Вычисление поверхности цилиндра.**

План урока.

1. Рассмотрение предметов круглой формой — стакана, жестяной банки, картонной модели цилиндра.
2. Представление об основании, высоте и кривой поверхности цилиндра.
3. Рассмотрение развёртки цилиндра.
4. Вычисление боковой поверхности цилиндра.
5. Вычисление полной поверхности цилиндра.
6. Упражнения.

Учебное оборудование: стакан; две жестяные банки одинакового диаметра, но разной высоты; две картонные модели одинаковой высоты, но разного диаметра; линейка, нож и кнопки.

Поставив перед классом стакан, две жестяные банки и две картонные модели цилиндра, учитель добивается от учащихся указания на то, что все данные предметы имеют круглую форму. Предлагается назвать еще несколько предметов домашнего обихода, которые имеют такую же круглую форму (ведро, кастрюля, бидон и др.).

Сообщается, что картонная модель, принесённая в класс, называется *цилиндром*, и все предметы, напоминающие цилиндр, называются предметами цилиндрической формы.

Далее путём сравнения двух предметов у учащихся создается представление об основных элементах цилиндра.

Ставятся рядом две модели цилиндра. Чем один цилиндр отличается от другого? Возможный ответ: „У одного цилиндра дно шире". Ответ уточняется: „дно" называется основанием цилиндра, значит, у одного цилиндра основание больше.

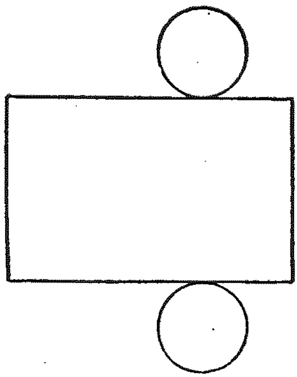
Вызванному ученику предлагается показать основания других предметов цилиндрической формы. Какая фигура лежит в основании цилиндра?— Круг. Сколько оснований у цилиндра?—Два, верхнее и нижнее, оба одинаковы.

Ставятся рядом две жестяные банки. Чем один цилиндр отличается от другого?— Один цилиндр выше. Ответ уточняется: высота одного цилиндра больше; для создания конкретного представления о высоте цилиндра измеряется высота каждой банки.

Обращается внимание на то, что боковая поверхность цилиндра есть кривая поверхность, ребро линейки может совпадать с этой поверхностью только в одном направлении (демонстрируется).

Далее следует ознакомление учащихся с развёрткой цилиндра. Учитель разрезает модель цилиндра, развёртывает ее и прикрепляет развёртку к доске (черт. 57).

Выясняется, что боковая поверхность цилиндра развернулась в прямоугольник. Основанием прямоугольника служит длина окружности, а высотой прямоугольника — высота цилиндра.



Черт. 57.

Ставится вопрос о вычислении площади боковой поверхности цилиндра. На основании наблюдений учащихся за развёрткой цилиндра выводится правило, которое записывается в тетради:

Чтобы вычислить площадь боковой поверхности цилиндра, надо длину окружности основания умножить на высоту цилиндра.

Формула: S бок $= C \cdot H$ (кв. ед.).

C — длина окружности,

H — высота цилиндра.

Ставится вопрос о вычислении площади полной поверхности цилиндра. Выводится и записывается правило:

Чтобы вычислить площадь полной поверхности цилиндра, надо к площади боковой поверхности прибавить площади обоих оснований.

Формула: S полн. $= S$ бок. $+ 2\ S$ осн.

Упражнения. 1) Вычислить боковую поверхность цилиндра, у которого: а) $R=5$ *см* и $H=200$ *см*; б) $R=2,5$ *см* и $H=6,2$ *см*.

2) Сколько листового железа пойдет на изготовление трубы длиной 3 *м* и диаметром 20 *см*?

3) Сколько жести идёт на изготовление 15 тысяч консервных банок, если высота каждой 5 *см*, а диаметр основания 10 *см*?

Задание на дом. а) По записи в тетради повторить правила вычисления площади боковой поверхности и полной поверхности цилиндра.

б) Решить задачу: сколько железа идёт на изготовление ведра высотой в 50 *см*, у которого диаметр дна равен 30 *см*?

Вопросы для повторения.

1. Какая фигура лежит в основании цилиндра?
2. Чем может один цилиндр отличаться от другого?
3. В какую фигуру развёртывается боковая поверхность цилиндра?
4. Как читается правило вычисления площади боковой поверхности цилиндра?
5. Как читается правило вычисления площади полной поверхности цилиндра?
6. Какие величины необходимо знать для вычисления площади боковой поверхности цилиндра?
7. Какие величины необходимо знать для вычисления площади полной поверхности цилиндра?

***Уроки 170 — 177.* Решение задач.**

Содержание уроков: решение задач на совместные действия над обыкновенными и десятичными дробями.

Для упражнения учащихся в округлении результатов действий полезно решить задачи №№ 1662, 1672, 1975 и др. Часть задач берётся из общего отдела, напр., №№ 2255, 2283 и др.

***Урок 178.* Вычисление объёма цилиндра.**

План урока.

1. Повторение правила вычисления объёма параллелепипеда.
2. Вторая формулировка правила вычисления объёма параллелепипеда.

3. Вычисление объёма цилиндра по аналогии.
4. Опытная проверка правила вычисления.
5. Вывод правила вычисления объёма цилиндра.
7. Упражнения.

Учебное оборудование: 1) картонная коробка с квадратным основанием, сторона основания 5 *см*, высота коробки 12 *см*; коробка до краев наполнена сухим песком; 2) картонная коробка с круглым основанием, диаметр основания 5,65 *см*, коробка открытая, свободная; 3) линейка.

Припоминается правило вычисления объёма параллелепипеда (выведенное на 47 уроке).

Одному ученику поручается измерить в сантиметрах все три ребра параллелепипеда, исходящие из одной вершины, и вычислить объём параллелепипеда. Получается запись на доске:

$$5 \cdot 5 \cdot 12 = 300 \ (\textit{куб. см}).$$

Учитель заключает в скобки первые два сомножителя и разъясняет, что произведение двух сомножителей, заключённых в скобки, обозначает площадь основания параллелепипеда. Поэтому можно по-другому прочитать правило вычисления объема параллелепипеда: чтобы вычислить объем параллелепипеда, надо площадь основания параллелепипеда умножить на высоту параллелепипеда:

$$V = 25 \cdot 12 = 300 \ (\textit{куб. см}).$$

Обращается внимание на то, что коробка наполнена песком, значит песку имеется 300 *куб. см*.

Ставится вопрос о вычислении объёма цилиндра. Вызывается другой ученик, который измеряет диаметр основания цилиндра, вычисляет площадь основания $S = 25{,}06 \approx 25$ (*кв. см.*), измеряет высоту цилиндра (12 *см.*). Следовательно, и параллелепипед и цилиндр имеют в данном случае приблизительно одинаковые площади оснований и одинаковые высоты.

Применим для вычисления объёма цилиндра то правило, которое было выведено для вычисления объёма параллелепипеда. В таком случае объём цилиндра тоже должен быть равен 300 *куб. см*:

$V = 25 \cdot 12 = 300$ (*куб. см*). Если это подтвердится, значит правило можно применять и к цилиндру.

Пересыпав песок из квадратной коробки в круглую, замечаем, что объем цилиндра, действительно, составляет 300 *куб. см*. Таким образом, правило, выведенное для вычисления объёма параллелепипеда, применимо и для вычисления объёма цилиндра. Правило записывается в тетради:

> Чтобы вычислить объём цилиндра надо площадь основания цилиндра умножить на высоту цилиндра.
>
> Формула: $V = S_{\text{осн.}} \cdot H$ (куб. ед.)

Упражнения. 1) Вычислить объём цилиндра, у которого:

а) $R = 2$ *см*, $H = 10$ *см*; б) $R = 3\frac{1}{2}$ *см*, $H = 10$ *см*,

в) $R = 4\frac{2}{5}$ *см*, $H = 8$ *см*; г) $R = 0{,}7$ *см*, $H = 20$ *см*.

2) Вычислить с точностью до одного *куб. см*. объём (вместимость) стакана, у которого диаметр основания 6 *см*, а высота 9 *см*.

3) Вычислить с точностью до одного метра вместимость круглого бака, диаметр которого 1 *м*, а высота 1,2 *м*.

Задание на дом. 1) По записи в тетради повторить правило вычисления объёма цилиндра. 2) По задачнику № 1667.

Вопросы для повторения.

1. Как читается правило вычисления объёма цилиндра?
2. Какие величины надо знать для вычисления объёма цилиндра?
3. В каких единицах выражается объём цилиндра?

***Уроки 179—180.* Проверочная письменная работа по теме.**

Приводится один из возможных вариантов проверочного задания.

1. Задача. В коробку уложены карандаши. Простых карандашей имеется 0,55 всего количества, химических

$\frac{5}{11}$ от числа простых карандашей; все остальные карандаши — цветные. Сколько было карандашей каждого сорта, если химических было на 21 больше, чем цветных?

2. Вычислить:

$$3{,}075 : 1{,}5 - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{25} + 3{,}26\right).$$

Урок 181. **Сообщение результатов проверки письменных работ учащихся.**

V. ПРОЦЕНТЫ.

Общие указания к теме.

Процентные вычисления имеют очень широкое применение в социалистическом строительстве. В процентах выражается выполнение народнохозяйственного плана в целом по стране, планов по отдельным отраслям промышленности, сельского хозяйства и транспорта, отдельными предприятиями, цехами, колхозами, бригадами, звеньями. В процентах выражается выполнение сменного задания, экономия материалов и топлива; в процентах выражается производительность труда, себестоимость продукции, допущенный брак и т. п.

Из этой справки становится ясным, что техника процентных вычислений должна быть доведена у учащихся до такой степени совершенства, с какой они владеют, например, таблицей умножения.

Существует два определения процента — первое: „процент есть одна сотая часть“ и второе, данное в учебнике Киселева: „сотая часть какого-нибудь числа называется процентом этого числа“ (§ 138).

Первое определение можно дать на первые два дня занятий, чтобы учащиеся полнее осознали тождественность понятий „процент“ и $\frac{1}{100}$. При решении же задач перейти ко второму определению процента и пользоваться им во всё время обучения.

Первоначальные упражнения с процентами состоят в замене процентов десятичными дробями и в замене десятичных дробей процентами.

Научив учащихся рассматривать проценты, как особую форму записи десятичных дробей, учитель, переходит к решению основных задач на проценты, неизменно проводя аналогию с решением основных задач на дроби.

Полезно, чтобы в первое время каждая основная задача на проценты решалась в три приёма.

а) установление, что берётся за 100%;

б) вычисление одного процента;

в) получение ответа на вопрос задачи.

В простейших же случаях задачу следует решать устно (по свободному соображению).

Необходимо значительное внимание уделить форме записи решений задач на проценты, обеспечив, в частности, правильное использование знака равенства и знака %.

Решению более сложных задач на проценты отводится значительное время. Необходимо из решений подобных задач делать выводы, которые должны предупреждать учащихся от возможных ошибок в будущем.

План изложения темы.

Понятие процента. Замена процентов десятичной дробью	1 час.
Замена десятичной дроби процентами	1 „
Нахождение процентов от данного числа	3 „
Нахождение числа по его процентам	3 „
Нахождение процентного отношения двух чисел	4 „
Решение более сложных задач на процентные расчёты	9 „
Составление процентных таблиц	2 „
Построение диаграмм	2 „
Геометрические сведения	2 „
Проверочная письменная работа по теме	2 „
Итоги проверки письменных работ	1 „
	30 часов

***Урок 182.* Понятие процента. Замена процентов десятичной дробью.**

План урока.

1. Особые названия некоторых дробей.
2. Процент — название одной сотой части.

3. Почему проценты часто употребляются в вычислениях.

4. Замена целых процентов десятичной дробью

5. Замена долей процента.

6. Составление таблички.

Учитель обращает внимание учащихся на то, что некоторые наиболее употребительные доли единицы получили особые названия: одна вторая доля называется половиной, одна третья доля — третью, одна четвертая доля — четвертью.

При учёте работы, при учёте продукции, при денежных расчётах и во многих других случаях употребляются сотые доли, поэтому одна сотая тоже получила особое название — *процент*.

Следовательно, процентом называется сотая часть и записывается это так: $1\% = 0{,}01$.

Учитель зачитывает из местной газеты сообщение о выполнении тех или иных работ, объясняет, что сотые доли оказались очень удобными по сравнению с другими долями (десятые — довольно крупны, тысячные — очень мелки), поэтому проценты широко применяются в вычислениях.

Исходя из определения, проценты всегда можно заменить десятичной дробью:

$$1\% = 0{,}01; \quad 2\% = 0{,}02; \quad 3\% = 0{,}03; \ldots$$
$$10\% = 0{,}10; \quad 20\% = 0{,}20; \quad 30\% = 0{,}30; \ldots$$
$$47\% = 0{,}47; \quad 69\% = 0{,}69; \quad 84\% = 0{,}84; \ldots$$

Сто процентов составляют сто сотых или целую единицу, двести процентов — две единицы и т. д.

Обращая внимание на записи левой и правой части каждого равенства, учащиеся замечают, что дробное число в правой части в 100 раз меньше соответствующего ему числа процентов в левой части. На основании этих наблюдений выводится правило: чтобы проценты заменить десятичной дробью надо число процентов разделить на 100, т. е. перенести запятую на два знака влево.

Пользуясь данным правилом легко заменить десятичной дробью не только целые проценты, но и доли процента:

$$25{,}3\% = 0{,}253; \quad 1{,}7\% = 0{,}017; \quad 0{,}5\% = 0{,}005.$$

Иногда доли процентов выражаются обыкновенной дробью. Правило замены процентов остаётся прежним:

$$15\frac{3}{5}\% = 15{,}6\% = 0{,}156.$$

Но можно проценты заменить не десятичной, а обыкновенной дробью:

$$13\frac{1}{3}\% = \frac{40}{3} : 100 = \frac{40}{300} = \frac{2}{15}.$$

Упражнение. Заменить проценты обыкновенными дробями и результаты записать в форме таблички.

$5\% =$	$25\% =$
$10\% =$	$50\% =$
$20\% =$	$75\% =$

Задание на дом. По задачнику № 1931 (2,3).

Вопросы для повторения.

1. Что называется процентом?
2. Как читается правило замены процентов десятичными дробями?
3. Как заменить доли процентов десятичной дробью?
4. Как заменить доли процентов, выраженные обыкновенными дробями (напр., $\frac{1}{2}\%$)?
5. Можно ли проценты заменять не десятичными, а обыкновенными дробями?

Урок 183. Выражение дроби в процентах.

План урока.

1. Замена десятичной дроби процентами.
2. Правило замены десятичной дроби процентами.
3. Замена обыкновенной дроби процентами.
4. Порядок замены.
5. Упражнения.

Дана дробь 0,34, требуется выразить эту дробь в процентах. Так как одна сотая составляет 1%, а данная дробь содержит 34 сотых, то, следовательно, $0{,}34 = 34\%$. Рассуждая таким же образом, можно заменить дроби процентами:

$0,57 = 57\%$; $0,7 = 0,70 = 70\%$; $1,25 = 125\%$;
$0,315 = 31,5\%$; $10,8 = 1080\%$ и т. д.

Обращая внимание на записи левой и правой части каждого равенства учащиеся замечают, что число процентов в правой части в 100 раз больше соответствующего дробного числа в левой части. На основании этих наблюдений выводится правило: чтобы десятичную дробь заменить процентами надо данную дробь умножить на 100, т. е. перенести запятую на два знака вправо.

При замене обыкновенной дроби процентами сначала обращают обыкновенную дробь в десятичную, а затем десятичную дробь выражают в процентах по указанному правилу.

Примеры. $\frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\%$;

$\frac{6}{125} = 0,048 = 4,8\%$;

$\frac{7}{18} = 7 : 18 = 0,3888...$; $\frac{7}{18} \approx 38,9\%$.

Упражнения. Задачи №№ 1928 (1, 2, 3, 4), 1930 (3—4 примера).

Выразить дроби в процентах и результаты записать в форме таблички:

$\frac{1}{8} =$	$\frac{1}{5} =$
$\frac{1}{4} =$	$\frac{2}{5} =$
$\frac{1}{2} =$	$\frac{3}{5} =$
$\frac{3}{4} =$	$\frac{4}{5} =$

Задание на дом. По задачнику № 1929 (2) — примеры 7—12.

Вопросы для повторения.

1. Как десятичную дробь выразить в процентах?
2. Как обыкновенную дробь выразить в процентах?
3. Можно ли смешанное число выразить в процентах?
4. Можно ли целое число выразить в процентах?

Урок 184. Нахождение процентов от данного числа.

План урока.

1. Повторение правила нахождения дроби числа.
2. Что значит найти процент данного числа?
3. Нахождение процентов от целых чисел (два способа).
4. Нахождение процентов от дробных чисел (два способа).
5. Устное решение.
6. Упражнения.

Повторяется правило нахождения дроби числа (§ 137), решаются два-три примера на применение этого правила.

Ставится вопрос: что значит найти процент какого-нибудь числа? Сотая часть какого-нибудь числа называется процентом этого числа; найти один процент данного числа — значит найти одну сотую часть этого числа.

Пример. 1% от 320 руб. составляет $320:100 = 3{,}2$ (руб.). Зная один процент, легко найти несколько процентов от данного числа.

Задача № 1935 (1). Найти 8% от 1250 рублей.

Первый способ решения.

Проводим следующие рассуждения:

1250 руб. составляют всю сумму или 100%;
1% от 1250 руб. сост. $1250:100 = 12{,}5$ (руб.).
8% от 1250 руб. сост. $12{,}5 \cdot 8 = 100$ (руб.).

Ответ. 8% от 1250 руб. составляют 100 руб.

Второй способ.

Заменить проценты десятичной дробью:

$$8\% = \frac{8}{100}.$$

Найти 8% от 1250 рублей, значит найти $\frac{8}{100}$ от 1250 руб.; находим дробь числа по известному правилу:

$\frac{1250 \cdot 8}{100} = 100$ (руб.); или $1250 \cdot 0{,}08 = 100$ (руб.).

Ответ. 8% от 1250 рублей составляют 100 руб.

Задача № 1935 (2). Найти 4,5% от 3,6 *т*.

Первый способ.

3,6 *т* составляют всё количество или 100%;
1% от 3,6 *т* сост. $3{,}6 : 100 = 0{,}036$ (*т*);
4,5% от 3,6 *т* сост. $0{,}036 \cdot 4{,}5 = 0{,}162$ (*т*)
Ответ. 162 *кг*.

Второй способ.

Заменить проценты десятичной дробью:
$4{,}5\% = 0{,}045$;
$\frac{3{,}6 \cdot 45}{1000} = \frac{162}{1000} = 0{,}162$ (*т*); или $3{,}6 \cdot 0{,}045 = 0{,}162$ (*т*)

Ответ. 162 *кг*.

Таким образом, задача на нахождение процента числа есть задача на нахождение дроби числа.

В первое время каждый ученик выбирает для решения задач тот способ, который он считает более легким. По мере освоения навыка весь класс перейдёт к наиболее экономной записи, т. е. ко второму способу решения

Если в условиях задачи указывается наиболее часто встречающееся число процентов, то задачу следует решать устно.

Задача № 1947. 35 учащихся составляют 100%; не состоят в кружке $100 - 80 = 20$ (%); так как $20\% = \frac{1}{5}$, то задача сводится к нахождению $\frac{1}{5}$ от 35, что составляет 7 чел.

Упражнения. По задачнику №№ 1985—1988.

Задание на дом. По учебнику §§ 138, 139.
По задачнику №№ 1935—1937, 1944.

Вопросы для повторения.

1. Что называется процентом данного числа?
2. Как находятся несколько процентов от данного числа?
3. Почему можно утверждать, что нахождение процентов числа является нахождением дроби числа?
4. В каких случаях можно устно находить проценты от данного числа (привести примеры)?

Уроки 185—186. **Решение примеров и задач на нахождение процентов от данного числа** (№№ 1935—1961)

Урок 187. **Нахождение числа по его процентам.**

План урока.

1. Повторение правила нахождения числа по его дроби.
2. Разбор условий задачи.
3. Решение задачи двумя способами.
4. Устное решение.
5. Упражнения.

Повторяется правило нахождения числа по данной его дроби; решаются два-три примера на применение этого правила.

Зачитывается текст задачи № 1977 и разбирается её содержание. Что в задаче требуется определить?— Требуется вычислить месячную продукцию мастерской по деталям, т. е. узнать, сколько деталей должна выработать мастерская за месяц. Как следует выразить в процентах все количество деталей, которое мастерская должна выработать за месяц? — Всё количество деталей составляет 100%. Сколько процентов месячного плана составляют изготовленные 252 детали? — 252 детали составляют 28% искомого числа. Как можно найти всё число или 100%, если известны 28% этого числа? — Надо сначала определить, сколько деталей составляют один процент, а потом вычислить, сколько деталей составляют сто процентов.

Решение. Искомое число деталей составляет 100%.

1% неизвестного числа составляет $252:28=9$ (дет.)

100% неизв. числа составляет $9\cdot100=900$ (дет.)

Ответ. 900 деталей.

Эту же задачу можно решить другим способом, заменив число процентов десятичной дробью; тогда решение вопроса сводится к нахождению числа по данной его дроби:

$28\% = \frac{28}{100}$;

$\frac{252\cdot100}{28}=900$ (дет.); или $252:0{,}28=900$ (дет.).

Ответ. 900 деталей.

Задача № 1970(4). Найти число, если 5,6% его равны 4,2.

Первый способ.

Искомое число составляет 100%;

1 % неизвестного числа составляет $4{,}2:5{,}6=0{,}75$;

100% неизв. числа сост. $0{,}75\cdot100=75$.

Ответ. 75.

Второй способ.

$5{,}6\% = 0{,}056 = \frac{56}{1000}$;

$\frac{4{,}2\cdot1000}{56} = \frac{42\cdot100}{56} = 75$; или $4{,}2:0{,}056 = 75$.

Ответ. 75.

Таким образом, задачи на нахождение числа по его процентам есть задачи на нахождение числа по данной его дроби.

В первое время каждый ученик выбирает для решения задач тот способ, который он считает более лёгким. По мере освоения навыка весь класс перейдёт к наиболее экономной записи, т. е. ко второму способу решения.

Задачи, в которые входят хорошо известные учащимся данные, решаются в уме, как например задача № 1979. Учащиеся записали у себя в табличке равенство $\frac{1}{8} = 12{,}5\%$. Следовательно, 4 отсутствующих ученика составляют $\frac{1}{8}$ часть всех учащихся, которых по списку было, очевидно, 32 человека.

Упражнения. По задачнику №№ 1964—1966.

Задание на дом. По учебнику § 149. По задачнику №№ 1969 (1—4), 1970 (1—3).

Вопросы для повторения.

1. Как находится неизвестное число по его процентам?
2. Почему можно утверждать, что нахождение числа по его процентам есть нахождение числа по его дроби?
3. В каких случаях можно устно находить число по его процентам (привести примеры).

Уроки 188—189. **Решение примеров и задач на нахождение числа по его процентам (№№ 1962—1997).**

Урок 190. **Нахождение процентного отношения двух чисел.**

План урока.

1. Повторение определения отношения двух чисел. Решение примеров.
2. Объяснение выражения „процентное отношение двух чисел“.
3. Как находится процентное отношение двух чисел.
4. Различные формулировки задач на процентное сравнение чисел.
5. Устное решение.
6. Упражнения.

Повторяется определение отношения двух чисел, как частного от деления одного числа на другое (§ 156). Предлагается найти отношение первого числа ко второму в следующих примерах: 56 и 8; 3 и 5; 8 и $\frac{3}{4}$; 0,16 и 0,4.

Далее учащимся предлагается задача: Из 250 *га*, принадлежащих кроликосовхозу, $42\frac{1}{2}$ *га* засеяны пропашными культурами. Сколько процентов составляют $42\frac{1}{2}$ *га* от общей площади 250 *га*?

Решение. 250 *га* составляют всю площадь, т. е. 100%. Один процент от 250 (*га*) составляет $\frac{250}{100}$ (*га*). Чтобы ответить на вопрос задачи, надо узнать, сколько раз полученное число $\frac{250}{100}$ (*га*), содержится в $42\frac{1}{2}$ (*га*), находим это делением:

$$42\frac{1}{2} : \frac{250}{100} = \frac{42\frac{1}{2}}{250} \cdot 100 = 17 \ (\%).$$

Ответ. $42\frac{1}{2}$ *га* составляют 17% от 250 *га*.

Число (17), показывающее, сколько процентов данное число ($42\frac{1}{2}$) составляет от другого данного числа (250), называется *процентным отношением* этих чисел.

Таким образом, существует отношение двух чисел и процентное отношение двух чисел. Последняя запись решения задачи:

$$\frac{42\frac{1}{2}}{250}\cdot 100 = 17\ (\%)$$

показывает, что *для нахождения процентного отношения двух чисел надо умножить отношение этих чисел на 100* (§ 157).

Так же, как и в предыдущих случаях, данную задачу можно решить другим способом: отношение данных чисел вычислить с точностью до сотых долей и десятичную дробь заменить процентами.

$$\frac{42\frac{1}{2}}{250} = \frac{85}{500} = 0{,}17 = 17\%.$$

Далее следует указать учащимся, что вопросы в задачах могут быть поставлены различно: найти процентное отношение двух чисел; какую часть составляет одно число от другого; как относится одно число к другому; какой процент составляет одно число от другого и т. п Все эти вопросы означают одно и то же — процентное сравнение двух чисел. Решение задачи сводится к нахождению отношения двух чисел, и чтобы правильно решить задачу, надо только безошибочно определить, какое число принять за 100%, т. е. с каким числом следует сравнивать другое число.

Так, например, число пионеров в классе сравнивают с числом всех учащихся данного класса; точно также число рабочих какой-нибудь специальности сравнивают с общим числом рабочих данного предприятия; выполненную работу сравнивают с намеченной по плану; содержание какого-нибудь вещества в смеси сравнивают с общим весом или объёмом смеси и т. д.

Задача № 2014. Находим отношение веса меди к весу руды и выражаем это в процентах:

$$\frac{34,2}{225}\cdot 100 = \frac{34,2\cdot 4}{9} = 3,8\cdot 4 = 15,2\ (\%).$$

Другое решение.

$$34,2 : 225 = 0,152 = 15,2\%.$$

Если в задаче упоминаются знакомые учащимся отношения, то задача решается в уме, напр., №№ 2006, 2008 (а, б), 2012 и др. Так, отношение 15 руб.: 25 руб. $= \frac{3}{5} = 60\%$.

Упражнения. По задачнику №№ 1998—2001.

Задание на дом. По учебнику § 157. По задачнику №№ 2002, 2003, 2013.

Вопросы для повторения.

1. Что называется процентным отношением двух чисел?
2. Как находится процентное отношение двух чисел?
3. Можно ли большее число сравнивать с меньшим? меньшее число с большим?
4. В каких случаях процентное отношение двух чисел легко вычисляется в уме (привести примеры)?

Уроки 191—193. **Решение примеров и задач на нахождение процентного отношения двух чисел** (№№ 1998—2044).

Уроки 194—202. **Решение более сложных задач на процентные расчёты** (№№ 2045—2119).

1. Задачи на денежные расчёты.

Перед тем, как начать решение задач на денежные расчёты, необходимо провести с классом короткую беседу, содержание которой может быть примерно следующим:

1) Для чего учреждаются государственные сберегательные кассы. 2) Лица, вносящие деньги в кассу, называются вкладчиками, внесённая сумма называется вкладом. 3) На какой срок вносится вклад. 4) Начисление процентов по истечении года за время хранения денег в сберкассе. 5) Доход вкладчика, иначе про-

центные деньги. 6) Внесённая сумма вместе с процентными деньгами составляет остаток вклада.

Очень важно выяснить, почему государство имеет возможность выплачивать доход вкладчику. Государство временно пользуется деньгами вкладчика, направляет эти средства на развитие промышленности и сельского хозяйства, получает известный доход и часть этого дохода выплачивает вкладчику. Таким образом, каждый вкладчик является непосредственным участником социалистического строительства, приносит пользу Родине и сам получает доход.

Ввиду недостатка времени можно ограничить выбор задач на денежные расчёты только относящимися к работе сберкасс.

2. Последовательное снижение цен.

Задача № 2075.

1) Находим 10% от стоимости товара в 2200 руб.: $2200 \cdot 0,1 = 220$ (руб.).

2) Определяем новую стоимость товара: $2200 - 220 = 1980$ (руб.).

3) Находим 15% от новой стоимости товара в 1980 руб;

$1980 \cdot 0,15 = 297$ (руб.)

4) Определяем стоимость товара после второй скидки:

$1980 - 297 = 1683$ (руб.).

Некоторые учащиеся при решении подобных задач делают попытки заменить последовательное снижение общим снижением стоимости:

$10 + 15 = 25$ (%);
$2200 \cdot 0,25 = 550$ (руб.);
$2200 - 550 = 1670$ (руб.);

Выяснив с учащимися характер ошибки в данном случае, учитель делает вывод, что необходимо точно устанавливать, от какого числа берутся проценты.

3. Порядок последовательного снижения цен.

Задача № 2106.

1). 15% от 1 р. 40 к. $1,4 \cdot 0,15 = 0,21$ (руб.).

2) $1,4 - 0,21 = 1,19$ (руб.).

3) 10% от 1 р. 19 к. $1,19 \cdot 0,1 = 0,119 \approx 0,12$ (руб.).

4) 1,19 – 0,12=1,07 (руб.).
5) 10% от 1 р. 40 к. $1{,}4\cdot0{,}1=0{,}14$ (руб.).
6) $1{,}4-0{,}14=1{,}26$ (руб.).
7) 15% от 1 р. 26 к. $1{,}26\cdot0{,}15=0{,}189\approx0{,}19$ (руб).
8) $1{,}26-0{,}19=1{,}07$ (руб.).

Ответ. Одинаково.

Следовательно, окончательный результат не зависит от того, в каком порядке производится снижение цен: сначала на больший процент, потом на меньший или наоборот.

4. Повышение реальной заработной платы.

Задача № 2109. Необходимо разъяснить учащимся, что значит реальная заработная плата: если цены на товары снижены, то на прежнюю зарплату тех же товаров можно купить больше; в этом случае говорят, что фактическая, или реальная заработная плата увеличилась, хотя в денежном выражении она осталась прежней. В нашей стране реальная заработная плата трудящихся непрерывно увеличивается.

Решение. Если стоимость товаров снизилась на 20%, то за те товары, которые можно было купить на 450 руб., после снижения цен надо заплатить меньше.

$$20\% \text{ от } 450 \text{ руб. } 450\cdot0{,}2=90 \text{ (руб).}$$
$$450-90=360 \text{ (руб),}$$

именно, следует заплатить 360 руб. В распоряжении служащего остаются 90 руб, на которые он может дополнительно купить по сниженным ценам еще четвёртую часть того, что уже куплено $(90:360=\frac{1}{4}$, т. е. его реальная заработная плата увеличилась на 25% $(\frac{1}{4}=25\%)$

Все задачи, подобные данной, можно решать независимо от конкретных данных, так как изменения цен (снижение, повышение) выражаются процентными отношениями.

Если стоимость товаров принять за единицу, иначе — за 100%, а цена на них снизилась на 20%, то на приобретение того же количества товаров придётся истратить только $100-20=80$ (%) заработной платы, а потому повышение реальной заработной платы в процентах определится как процентное отношение 20 к 80 (отношение остатка 20% к новой стоимости после снижения цен 80%), а это равно $\frac{1}{4}$ или 25%.

Ответ получился тот же, что и с использованием числа 450 руб., но добыт проще.

Проверка на любом произвольном числе показывает, что ответ не изменится, если, напр., вместо 450 руб. возьмем 800 руб.

Решение.

1) 20% от 800 руб. $800 \cdot 0{,}2 = 160$ (руб.).
2) $800 - 160 = 640$ (руб.).
3) $160 : 640 = \frac{1}{4} = 25\%$.

Ответ получился тот же — 25%.

Задача № 2110.

1) Сколько рублей стали стоить товары после снижения цен, если до снижения цен они стоили 450 руб.?

10% от 450 руб. $450 \cdot 0{,}1 = 45$ (руб.).
$450 - 45 = 405$ (руб.).

2) Сколько рублей стал получать служащий после повышения его заработной платы на 10%?

$450 + 45 = 495$ (руб.).

3) На какую сумму служащий может теперь по пониженным ценам дополнительно купить товаров?

$$495 - 405 = 90 \text{ (руб.)}.$$

4) Какую часть 90 рублей составляют от 405 рублей?
$90 : 405 = 0{,}222 \ldots \approx 22\%$

Ответ. Реальная заработная плата повысилась на 22%.

Другое решение (без учёта размера зарплаты 450 руб.)

1) Новая стоимость товара:

$$100 - 10 = 90 \ (\%);$$

2) Новая зарплата:

$$100 + 10 = 110 \ (\%);$$

3) Остаток от зарплаты:

$$110 - 90 = 20\ (\%);$$

4) Отношение остатка к новой стоимости товара:

$$20 : 90 = 0,222\ \ldots \approx 22\%.$$

5. Производительность труда.

Задача № 2108.

Производительность труда увеличилась во столько ›аз, во сколько новый срок выполнения меньше режнего:

а) $\frac{8}{7} \approx 1,143 \approx 114,3\%;\ 114,3 - 100 = 14,3\ (\%).$

Также и во втором случае:

б) $\frac{8}{6} \approx 1,333\ldots \approx 133,3\%;\ 133,3 - 100 = 33,3\ (\%)$

(с точностью до 0,1%).

Задача. Предприятие ежегодно повышает свою ıроизводительность на 10%. На сколько процентов ıредприятие повысит производительность за пяти- ıетку?

Напрашивается ответ: $10 \cdot 5 = 50\ (\%)$, но он является)шибочным. Учитель разъясняет, что годичный при-)ост исчисляется от того, что было в начале года.

Примем производительность в начале первого года ıа 100% и выразим её в процентах (с точностью до),1%) на начало и конец каждого года пятилетки:

	Начало года	Конец года
ı-й год	100%	$100 + 10 = 110\ (\%)$;
2-й „	110%	$110 + 11 = 121\ (\%)$;
3-й „	121%	$121 + 12,1 = 133,1\ (\%)$;
4-й „	133,1%	$133,1 + 13,3 = 146,4\ (\%)$;
5-й „	146,4%	$146,4 + 14,6 = 161,0\ (\%)$.

Таким образом, производительность предприятия увеличивается к концу пятилетки на 61,0%.

6. Сравнение в числах и сравнение в процентах.

Задача. Два тракториста соревновались на работе. Первый должен был вспахать 25 *га*, а выполнил 30 *га*; второй должен был вспахать 30 *га*, а выполнил 35 *га*. Который из них лучше работал?

Напрашивается ответ, что оба тракториста работали одинаково, так как каждый из них перевыполнил свой план на 5 *га*:

$$30 - 25 = 5 \ (га);$$
$$35 - 30 = 5 \ (га).$$

Однако, надо принять во внимание, что 5 *га* по отношению к плану первого тракториста составляют:

$$5 : 25 = 0{,}2 = 20\%,$$

а по отношению к плану второго тракториста:

$$5 : 30 = 0{,}1666\ldots \approx 16{,}7\%$$

Следовательно, процентное сравнение даёт более точное представление о числовых соотношениях, чем сравнение данных чисел.

Урок 203. Составление таблицы для нахождения процентов от числа.

План урока.

1. Для чего составляются таблицы.
2. Расчерчивание двух страниц тетради.
3. Составление таблицы.
4. Упражнения с таблицей и счётами.
5. Указания к продолжению составления таблицы.

Учебное оборудование: линейки у всех учащихся; счёты на каждой парте.

Учитель даёт учащимся разъяснение, для чего составляются таблицы: если приходится часто выполнять одни и те же вычисления, то значительно лучше однажды вычислить, записать результаты в виде таблицы, и впоследствии только выписывать из таблицы готовые данные; при этом достигается большая экономия времени и обеспечивается точность вычислений т. к. записанные в таблицу числа сверяются.

На данном уроке будет составлена таблица для нахождения процента от числа; заголовок записывается на классной доске.

В тетрадях учащихся для таблицы отводятся две полных страницы. Каждая страница расчерчивается на 10 столбиков, причём первый столбик занимает 5 клеток, остальные — по 3 клетки. На каждой странице будет расположено по 20 строк цифр, для каждой строки отводится по 2 клетки.

После разграфки в первом столбике выписываются основные числа от 10 000 до 100 на одной странице и от 100 до 1 на другой странице. В первой же (заглавной) строчке на той и другой странице выписываются проценты: 1%, 2%, 3% ... 9%. Таким образом обе страницы оказываются подготовленными для заполнения клеток.

Заполнение таблицы производится по строчкам: 1% от 10 000 составляет 100, 2% от 10 000 составляет 200 и т. д. Каждый ученик вычисляет и записывает проценты самостоятельно. При заполнении каждых 5 строк производится общая проверка результатов работы — один ученик читает, остальные проверяют. Когда будет закончена первая страница, заполнение таблицы приостанавливается.

Далее следуют упражнения сначала только с таблицей, потом — с таблицей и счётами.

1) Найти 7% от 6000 рублей.

„Входим“ в таблицу сверху, в столбик, обозначенный 7%; „входим“ в таблицу слева по строчке соответствующей числу 6 000; на пересечении „входных“ столбика и строчки стоит число 420. Это есть искомый ответ: 7% от 6000 руб. составляют 420 руб.

2) Найти 40% от 900 руб. Найдём по таблице 4% от 900 и результат увеличим в 10 раз. Ответ: 40% от 900 руб. составляют $36 \cdot 10 = 360$ (руб.).

числа	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%
10 000	100	200	300	400	500	600	700	800	900
9 000	90	180	270	360	450	540	630	720	810
8 000	80	160	240	320	400	480	560	640	720
7 000	70	140	210	280	350	420	490	560	630
6 000	60	120	180	240	300	360	420	480	540
5 000	50	100	150	200	250	300	350	400	450
4 000	40	80	120	160	200	240	280	320	360
3 000	30	60	90	120	150	180	210	240	270
2 000	20	40	60	80	100	120	140	160	180
1 000	10	20	30	40	50	60	70	80	90
900	9	18	27	36	45	54	63	72	81
800	8	16	24	32	40	48	56	64	72
700	7	14	21	28	35	42	49	56	63
600	6	12	18	24	30	36	42	48	54
500	5	10	15	20	25	30	35	40	45
400	4	8	12	16	20	24	28	32	36
300	3	6	9	12	15	18	21	24	27
200	2	4	6	8	10	12	14	16	18
100	1	2	3	4	5	6	7	8	9

3) Найти 6% от 8 500 *т*. Рассматривая 8 500 как сумму двух слагаемых 8 000+500, найдем 6% от каждого слагаемого и отложим проценты на счётах: 480 + 30 = 510. Ответ: 6% от 8500 *т* составляют 510 *т*.

Числа	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%
100	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00
90	0,90	1,80	2,70	3,60	4,50	5,40	6,30	7,20	8,10
80	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20
70	0,70	1,40	2,10	2,80	3,50	4,20	4,90	5,60	6,30
60	0,60	1,20	1,80	2,40	3,00	3,60	4,20	4,80	5,40
50	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50
40	0,40	0,80	1,20	1,60	2,00	2,40	2,80	3,20	3,60
30	0,30	0,60	0,90	1,20	1,50	1,80	2,10	2,40	2,70
20	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80
10	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
9	0,09	0,18	0,27	0,36	0,45	0,54	0,63	0,72	0,81
8	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72
7	0,07	0,14	0,21	0,28	0,35	0,42	0,49	0,56	0,63
6	0,06	0,12	0,18	0,24	0,30	0,36	0,42	0,48	0,54
5	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
4	0,04	0,08	0,12	0,16	0,20	0,24	0,28	0,32	0,36
3	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15	0,18	0,21	0,24	0,27
2	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18
1	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09

4) Найти 12% от 900 *га*. 12% от 900 *га* можно найти в таблице по частям: сначала отложить на счётах 10% от 900 *га*, потом еще 2% от 900 *га*. 10% от 900 *га* вычисляется в уме — 90 *га*; 2% от 900 *га* 18 *га*, всего 108 *га*. Ответ: 12% от 900 *га* составляют 108 *га*.

Задание на дом. 1) Закончить составление таблицы. Так как каждое основное число второй страницы в 100 раз меньше соответствующего числа первой страницы, то заполнение таблицы сводится к уменьшению в 100 раз всех чисел первой половины таблицы.

2) Найти 3% от 5638 руб., пользуясь таблицей и счётами.

Урок 204. Составление таблицы процентного отношения двух чисел.

План урока.

1. О процентном сравнении двух чисел.
2. Составление таблицы процентного отношения числа учащихся данного класса.
3. Составление таблицы процентного отношения земельных площадей данного колхоза.
4. Упражнения с таблицей.

После проверки выполнения учащимися домашнего задания учитель предлагает классу следующий вопрос: в V-а классе 18 пионеров, в V-б классе 17 пионеров; в каком классе пионеров больше? Часть учащихся ответит, что в V-а классе пионеров больше, но некоторые, возможно, учтут выводы, сделанные при решении задачи о двух трактористах.

Учитель еще раз подчёркивает, что во многих случаях важнее провести процентное сравнение, чем сравнение чисел. Если, например, в V-а классе всего 38 чел. учащихся, а в V-б классе 35 человек, то 18 пионеров от 38 чел. составляют

$$18 : 38 \approx 0{,}473 = 47{,}3\%;$$

17 пионеров от 35 чел. составляют

$$17 : 35 \approx 0{,}486 = 48{,}6\%.$$

Таким образом, в V-б классе пионеров относительно больше, чем в V-а классе.

Можно составить таблицу процентного отношения учащихся данного класса и пользоваться ею во всех случаях.

Если в классе 40 чел. учащихся, то

1	ученик	сост.	2,5%	8	учен.	сост.	20,0%
2	„	„	5,0%	9	„	„	22,5%
3	„	„	7,5%	10	„	„	25,0%
4	„	„	10,0%	20	„	„	50,0%
5	„	„	12,5%	30	„	„	75,0%
6	„	„	15,0%	40	„	„	100,0%
7	„	„	17,5%				

Пример. В спортивном кружке участвуют 23 человека; сколько это составляет процентов?

Находим: 20 уч. составляют 50,0%
3 „ „ 7,5%

23 уч. составляют 57,5%.

В колхозе имеется 960 *га* пахотной земли. Различного вида с/х. работы, проведённые на той или иной площади, будут исчисляться в процентах по отношению к числу 960 *га*. Можно составить таблицу процентных отношений площадей, которая используется в течение всего периода полевых работ.

Выпишем три столбца цифр — сотни *га*, десятки *га*, единицы *га*; выразим в процентах сотни *га*; уменьшив в 10 раз и округлив числа, получим процентное выражение десятков *га*; уменьшив числа первого столбца в 100 раз и округлив числа, получим процентное выражение единиц *га*:

От 9 0 *га*					
га	%	*га*	%	*га*	%
900	93,8	90	9,4	9	0,9
800	83,3	80	8,3	8	0,8
700	72,9	70	7,3	7	0,7
600	62,5	60	6,2	6	0,6
500	52,1	50	5,2	5	0,5
400	41,7	40	4,2	4	0,4
300	31,2	30	3,1	3	0,3
200	20,8	20	2,1	2	0,2
100	10,4	10	1,0	1	0,1

Пример. Работа выполнена на площади 347 *га*; какой процент плана выполнен на данное календарное число?

Находим: 300 *га* составляют 31,2%
40 „ „ 4,2%
7 „ „ 0,7%

347 *га* составляют 36,1%

Задание на дом. По данной таблице выразить в процентах следующие площади: 468 *га*; 503 *га*; 672 *га*; 836 *га*.

Урок 205. Составление столбчатой диаграммы.

План урока.

1. Что такое диаграмма?
2. Сведения о добыче нефти в Татарской АССР.
3. Выбор масштаба для диаграммы.
4. Расчёт диаграммы.
5. Вычерчивание диаграммы.

Учебное оборудование: линейки у всех учащихся.

Учащиеся убедились, что процентное сравнение даёт точное представление о соотношениях между величинами. Если эти соотношения изобразить при помощи чертежа, то они будут, кроме того, наглядными, отчётливыми Такие чертежи называются *диаграммами*. Диаграммы бывают столбчатые, линейные и круговые.

Зачитывается заметка из газеты „Советская Татария": „В Татарской АССР быстро развивается нефтяная промышленность. Если количество нефти, добытой в 1949 году, взять за 100%, то в 1950 году добыча составила 205%, в 1951 году — 366%, в 1953 году — 686%". („Советская Татария" от 13 февраля 1953 г.).

Перед классом ставится задача: начертить столбчатую диаграмму роста добычи нефти в Татарской АССР.

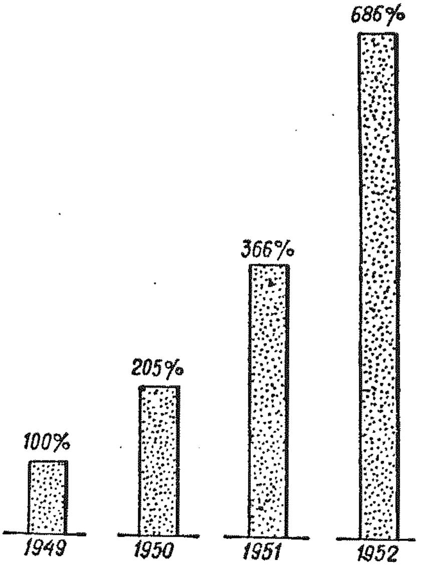
Сначала намечается *масштаб* для диаграммы: если диаграмма будет висеть на стене в избе-читальне, то столбики надо начертить побольше, если же диаграмма исполняется на странице тетради, то достаточно, например, 100% изобразить столбиком высотою в 1 *см*.

Дальше производится *расчёт* диаграммы. Если 100% принять за 1 *см*, то:

2-й столбик $205 : 100 = 2{,}05 \approx 2{,}0$ (*см*);
3-й „ $366 : 100 = 3{,}66 \approx 3{,}7$ (*см*);
4-й „ $686 : 100 = 6{,}86 \approx 6{,}9$ (*см*).

По окончании расчёта диаграмма выполняется: сначала намечается расположение столбиков на странице тетради, затем намечается высота каждого столбика, потом вычерчиваются столбики, наконец, диаграмма оформляется (черт. 58).

Рост добычи нефти в Татарской АССР.



Черт. 58.

Диаграмма даёт наглядное представление о том, как быстро растёт добыча нефти в Татарской АССР.

Задание на дом. Начертить столбчатую диаграмму роста численности городского населения в СССР по следующим данным: 1926 г. — 26 млн. чел; 1940 г.— 61 млн. чел; 1953 г. — 80 млн чел. Диаграмму начертить в масштабе: 10 млн. чел. — 1 *см*.

Урок 206. **Составление круговой диаграммы.**

План урока.

1. В каких случаях составляются круговые диаграммы?

2. Справка об успеваемости учащихся.
3. Расчёт диаграммы.
4. Вычерчивание диаграммы.
5. Оформление диаграммы.

Учебное оборудование: классный циркуль; линейки, циркульные ножки, цветные карандаши у всех учащихся.

Когда надо изобразить на чертеже соотношение частей одной какой-нибудь величины, то диаграмме чаще всего придают вид круга.

В данном классе 40 чел. учащихся, из них получивших отметку „5" по арифметике — 8 человек, отметку „4" — 14 человек, отметку „3" — 18 человек, неуспевающих в классе нет.

Требуется построить круговую диаграмму успеваемости учащихся по арифметике.

Так как диаграмма вычерчивается на странице тетради, то радиус круга достаточно взять в 3—4 *см.*

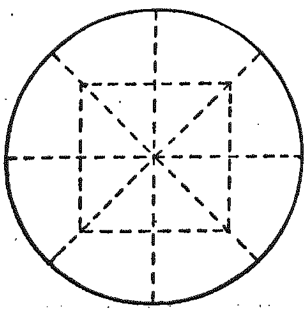
Произведём расчёт диаграммы: в классе 40 человек; круг изображает класс в полном составе, поэтому один ученик составляет $\frac{1}{40}$ часть круга.

8 чел. сост. $\frac{1}{40}\cdot 8=\frac{8}{40}=0{,}20=20\%$;

14 „ „ $\frac{1}{40}\cdot 14=\frac{14}{40}=0{,}35=35\%$.

18 „ „ $\frac{1}{40}\cdot 18=\frac{18}{40}=0{,}45=45\%$.

Возникает необходимость разделить окружность или на 100 равных частей или на 40 равных частей. Разделить окружность на 100 равных частей без соответствующего инструмента затруднительно, разделить же на 40 частей — можно.

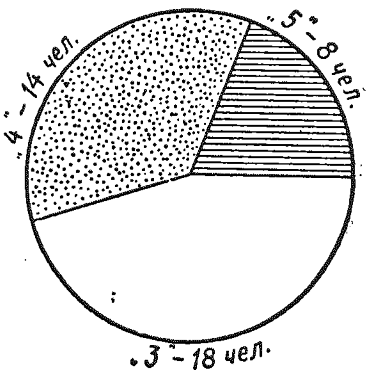


Черт. 59.

Если окружность начерчена на клетчатой бумаге так, что центр круга находится в точке пересечения линеек, то окружность легко делится на 4 равных части, а при помощи диагонали квадрата каждая дуга в четверть окружности легко делится на 2 равных части; каждую же восьмую часть окружности делим на глаз на 5 равных частей (черт. 59).

Остаётся от какой-нибудь точки окружности отсчитать сначала 8 делений, затем 14 и, наконец, 18 делений и отмеченные точки соединить с центром. Круг оказался разделённым на три неравные части, на три сектора (черт. 60).

Диаграмма успеваемости учащихся по арифметике.



Черт. 60.

На диаграмме делаем соответствующие обозначения и каждый сектор заштриховываем цветным карандашом.

Задание на дом. Начертить круговую диаграмму состава учащихся V—VII классов по следующим данным: учащихся V классов 252 челов., VI классов — 180 челов., VII классов — 144 челов.

Указание: $252+180+144=576$ (чел.); $\frac{252}{576}=\frac{7}{16}$; $\frac{180}{576}=\frac{5}{16}$; $\frac{144}{576}=\frac{4}{16}$; окружность следует разделить на 16 равных частей.

***Уроки 207—208.* Построение геометрических фигур на местности.**

Первый час отводится тщательной подготовке к выходу в поле, второй час (и, может быть, немного внеурочного времени) — выполнению работ.

Класс разбивается на пять групп по возможности в том же составе, как и во время первого выхода. Та группа, которая осенью строила квадрат, в этот раз построит прямоугольник произвольных размеров. Другие группы будут строить параллелограмм, прямоугольный треугольник, остроугольный треугольник и тупоугольный треугольник.

Перед каждой группой ставятся три задачи: 1) построить фигуру; 2) измерить основание и высоту фигуры; 3) вычислить площадь фигуры.

Затем учитель даёт каждой группе разъяснения, касающиеся построения фигур: напоминает, как строится прямоугольник; указывает, что построение параллелограмма начинается с построения прямоугольника, который потом преобразуется в параллелограмм (черт. 37); построение прямоугольного треугольника начинается с построения прямого угла; построение остроугольного и тупоугольного треугольников сводится к построению трёх произвольных точек на местности.

Особо обстоятельные объяснения требуются относительно построения высоты треугольника: эккер передвигается по основанию треугольника до тех пор, пока вешка, обозначающая вершину треугольника, окажется в плоскости визирования.

Делаются напоминания, как измерить провешенную линию.

Повторяются формулы для вычисления площадей фигур.

Напоминаются обязанности учащихся в отношении учебного оборудования.

После этого класс в организованном порядке выходит в поле.

Уроки 209—210. **Проверочная письменная работа по теме.**

Приводится один из возможных вариантов проверочного задания:

1. На складе было 63,5 *т.* муки. В первый день со склада отпущено 10% этой муки, во второй день $\frac{1}{3}$ остатка. Остальная мука была отпущена трём кооперативам, причём второму кооперативу отпущено в два раза больше, чем первому, а третьему — в три раза больше, чем первому. Сколько муки получил каждый кооператив?

2. Найти число, 3,4% которого равны 0,17.

Урок 211. **Итоги проверки письменных работ.**

VI. ПОВТОРЕНИЕ И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ВСЕ РАЗДЕЛЫ ПРОЙДЕННОГО КУРСА.

Общие указания к теме.

Особенность заключительных занятий (***Уроки 212—231***) состоит в том, что в этот период требуется подвести итоги годовой работы, проверить состояние знаний и навыков учащихся и подготовить класс к переводным экзаменам. Всё это достигается тщательно организованным повторением пройденного и решением задач из всех разделов пройденного курса.

Объём учебного материала, подлежащий повторению, определяется билетами для переводных экзаменов за V класс и выходить за пределы экзаменационных требований не следует.

Последовательность повторения определяется не билетами, а учебником арифметики, поэтому надо отметить в учебнике весь материал, указанный в билетах, и вести повторение систематически.

При повторении проверяются теоретические сведения и практические навыки учащихся в выполнении письменных и устных вычислений. Не бывает такого случая, чтобы потребовалось равномерное повторение всего отмеченного в учебнике материала: обычно одни вопросы усваиваются детьми легче и лучше, другие — труднее и хуже. Вопросы, которые по годовым наблюдениям и записям учителя оказались усвоенными слабее, и будут теми узлами, около которых организуется повторение.

Учитель заботится о том, чтобы повторение не сводилось к механическому заучиванию определений, правил и т. д. Сознательность ответа выражается в том, что ученик может привести пример для подтверждения сказанного, может пояснить свой ответ.

В задачу учителя входит не только повторение, но и обобщение пройденного материала. Особенно важно подчеркнуть, как расширилось представление учащихся о числе: в начале учебного года дети знали только целые числа, умели производить действия только над целыми числами, а теперь они знают целые и дробные числа, умеют производить действия над теми и другими числами. Учитель напоминает, что с введением дробей расширилась возможность выполнения действия деления, разъясняет новый смысл, который получают действия второй ступени над дробными числами, обращает внимание на то, что все основные свойства суммы и произведения целых чисел распространяются и на дробные числа.

Значительное и, может быть, главное внимание при повторении следует уделить решению задач, используя материал задачника, ориентируясь также на те задачи, которые предлагались на переводных экзаменах в предыдущие годы.

Учитель ведёт на уроках общие занятия со всем классом, а во внеурочное время даёт консультации отдельным учащимся по всем вопросам, которые их затрудняют.

Большое воспитателное значение имеет организация в конце занятий выставки ученических работ по арифметике. В течение учебного года учащимися немало было решено задач, изготовлено таблиц, чертежей, диаграмм, моделей геометрических тел и плоских фигур, самодельных инструментов и т. п. Если учитель в течение года отбирал у каждого ученика лучшие по исполнению работы, постепенно оформлял экспонаты на отдельных листах плотной бумаги, то для развёртывания выставки потребуется немного времени. Выставка вызывает большой подъём у детей и способствует систематическому обзору пройденного материала.

Наконец, последние дни занятий должны дать учителю материал для методических выводов: что в практике преподавания удалось особенно хорошо — в дальнейшем закрепить, что прошло не совсем удачно — усовершенствовать, то, что оказалось определённым недостатком преподавания — глубоко проанализировать в методическом отношении.

Примерный план прохождения темы.

Законы арифметических действий и вытекающие из них следствия	2 часа
Порядок выполнения действий	1 „
Делимость чисел	1 „
Обыкновенные дроби	3 „
Десятичные дроби	3 „
Проценты	1 „
Задачи на все разделы пройденного курса	5 „
Задачи с геометрическим содержанием	2 „
Заключительная проверочная письменная работа	2 „
	20 час.

ЛИТЕРАТУРА.

1. О преподавании математики в V—X классах. Методическое письмо. Учпедгиз. 1950.

2. Геометрические сведения в курсе арифметики пятых классов семилетней и средней школы. Методическое письмо. Учпедгиз. 1951.

3. В. Александров — Решение основных задач на проценты. „Матем. в школе", 1939, № 2.

4. И. К. Андронов и В. М. Брадис — Величина и её значение. „Матем. в школе", 1951 № 2.

5. И. В. Арнольд — О задачах по арифметике. „Матем. в школе", 1946, № 2.

6. А. Н. Барсуков — К вопросу о порядке действий „Матем. в школе", 1941, № 3.

7. А. Н. Барсуков — К вопросу о наименованиях. „Матем в школе", 1950, № 3.

8. А. Н. Барсуков — Об умножении на дробь. „Матем. в школе", 1950, № 6.

9. Е. С. Березанская — Методика арифметики. Учпедгиз, 1947.

10. В. М. Брадис — Методика преподавания математики в средней школе, Учпедгиз, 1951.

11. С. С Бронштейн — О некоторых методах решения задач по арифметике. „Матем. в школе", 1947, № 6.

12. А. И Бурый — Основные ошибки по арифметике учащихся V—VII классов и их причины. „Матем в школе", 1952, № 4.

13. М. Г. Васильев — Простейшие вычисления с приближёнными величинами в курсе семилетней школы. „Матем. в школе", 1951, № 5.

14. А. И. Волхонский — О письменном объяснении решения арифметических задач. „Матем. в школе", 1951, № 6.

15. М. К. Гребенча — К вопросу о понятии отношения в курсе арифметики. „Матем. в школе", 1949, № 2.

16. М. К. Гребенча и С. Е. Ляпин — Арифметика. Учпедгиз, 1952.

17. В. У. Грибанов — Приближённые вычисления в V классе „Матем. в школе", 1953, № 5.

18. Ю. О. Гурвиц и С. В. Филичев — Арифметические записи в средней школе. „Матем. в школе", 1947, № 3.

19. А. Н. Добротин — К методике преподавания умножения и деления дробей. „Матем в школе", 1949, № 1.

20. Н. Я. Зайцева — Планы уроков по арифметике в V классе Учпедгиз, 1952.

21. В. А. Игнатьев, Н. И. Игнатьев и Я. А. Шор — Сборник задач по арифметике для педагогических училищ. Учпедгиз, 1952.
22 Н. В. Каверин — Об анализе и синтезе в процессе решения арифметических задач. „Матем. в школе", 1952, № 5.
23. Н. И. Кашин — Об умножении и делении на дробь „Матем. в школе", 1949. № 2.
24. В. Кирюнов — О планировании и развёрнутом объяснении решения арифметических задач. „Матем. в школе", 1950, № 5.
25. Л. Г. Крупбвецкий — К методике преподавания процентных расчётов „Матем. в школе", 1950, № 5.
26. Л Г. Круповецкий — О некоторых задачах на процентные расчёты. „Матем. в школе", 1952, № 2
27. А. И. Леничкин — О решении некоторых арифметических задач. „Матем. в школе", 1952, № 3.
28 С. Е. Ляпин (ред.) — Методика преподавания математики. Учпедгиз, 1952.
29. Д. М. Маергойз — К методике повторения целых чисел в V классе. „Матем. в школе", 1952, № 2.
30. Н. Н. Никитин — Устные вычисления на уроках арифметики в V—VII классах средней школы. Изд. АПН РСФСР, 1950.
31 С. А. Пономарёв — Первые уроки по арифметике в V классе. „Матем. в школе", 1952, № 4.
32. С. А. Пономарёв и П. В. Стратилатов — Геометрические сведения в курсе арифметики в средней школе. „Матем. в школе". 1949, № 4.
33. С. А. Пономарёв и Н. И. Сырнев — Сборник задач по арифметике для V—VI классов семилетней и средней школы. Учпедгиз, 1951.
34. Н. А. Принцев — Задачи с геометрическим содержанием в курсе V класса. „Матем. в школе", 1949, № 5
35 П. Я. Севастьянов — Умножение обыкновенных дробей. „Матем. в школе". 1949, № 1.
36. Л. Н. Скаткин — Простые задачи повышенной трудности. „Матем. в школе", 1950, № 4.
37. П. В. Стратилатов — Как повысить качество обучения решению задач по арифметике в V и VI классах. „Матем. в школе", 1952, № 3.
38. А. И. Фетисов, И. Н. Шевченко, В. Л. Гончаров и И. А. Гибш — Преподавание математики в школе в свете задач политехнического обучения. Изд. АПН РСФСР, 1953.
39. С. В. Филичев — Приближённые вычисления в курсе арифметики V класса. „Матем. в школе", 1947, № 2.
40. В. Г. Чичигин — Методика преподавания арифметики. Учпедгиз, 1949.
41. С. М. Чуканцов — Больше внимания технике арифметических вычислений. „Матем. в школе", 1948, № 4.
42. М. Ф. Щинова — По поводу статей об умножении и делении на дробь. „Матем. в школе", 1950, № 6.
43. Э. А. Ясиновый — Об устном и письменном изложении решения задач по математике. „Матем. в школе", 1951, № 6.
44. Н. Я. Зайцева, А. И. Зыкус, А. Н. Эрастова — Методические указания к преподаванию арифметики в V классе. Изд. АПН РСФСР, 1953.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Редактор *Р. Х. Хабибрахманов*

Технич. редактор *Р. С. Набиуллина*

Корректор *Л. Н. Рябикова*

Сдано в производство 19|VI-54 г. Подписано к печати 5|X-54 г. ПФ 30313. Формат бумаги 84х108[1]|[32]. Учет.-изд. 12,91. Печатн. листов 18,0(14,76). Кол. знаков в листе 33.712. Тираж 4.000. Заказ № Ф430. Цена 4 руб. 50 коп.

Отпечатано в Книжной фабрике имени Камиль Якуб Отдела издательств и полиграфической промышленности Министерства культуры ТАССР, г. Казань, ул. Баумана 19, 1954 г.