Н. С. ИСТОМИНА

ПЛАНЫ УРОКОВ ПО ГЕОМЕТРИИ
В 6 КЛАССЕ

(Из опыта работы)

Под редакцией
проф. В. М. БРАДИСА

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР
Москва 1952

Редактор *С. В. Пазельский*
Технический редактор *С. Т. Шикин*
Обложка художника *Г. С. Богачёва*

Подписано к печати 27/XI 1952 г. А07299.
Тираж 50 тыс. экз. Бумага $60 \times 92^1/_{16}$.
Бумажных листов 3,625. Печатных листов 7,25. Уч.-издат. листов 6,52. Цена 1 р. 75 к.
Заказ № 1134. Отпечатано в 3 типографии ЛРТПП, г. Рига, ул. Ленина, 137/139.

ПРЕДИСЛОВИЕ

По этим планам я даю свои уроки в шестых классах, но они не являются для меня стабильными. Я их меняю, когда в процессе работы нахожу более доходчивую форму изложения нового материала или подберу более удачные упражнения. В этих планах отражён опыт двадцатитрёхлетней учительской работы. Этот опыт пришёл из методической литературы, из изучения учебников и задачников различных авторов, из журнальных и газетных статей, из общения с товарищами по работе и более всего из личных неудач и успехов. Вопросы учеников, отражающие иногда правильное понимание материала, иногда неверный ход мысли ученика, — вот главные вехи, направляющие работу учителя, показывающие ему, какими путями надо идти, каких путей надо ещё искать.

При составлении календарного плана, положенного в основу настоящего пособия, я строго придерживалась распределения часов, указанного программой («Введение» — 10 час.; «Треугольники» — 30 час.; «Параллельные прямые» — 26 час.). Однако из многолетнего опыта (моего и других учителей) знаю, что первые два раздела очень трудно изучить в определённое для них число часов. Почти всегда при изучении первого раздела образуется отставание на 4 часа, а при изучении второго — ещё на 6 часов, зато третий раздел можно уложить в 16 часов.

Система обучения геометрии, которой я придерживаюсь, имеет следующие три особенности:

1) путём последовательного и многократного применения на уроках принципа наглядности я стремлюсь воспитать у учащихся сознание того, что математические законы, как и законы естествознания, существуют в природе, что их так же, как и законы естествознания, можно наблюдать, изучать и использовать в практических целях;

2) путём применения подвижных моделей я стараюсь развить геометрические представления учащихся, приучить их представлять фигуры в изменении, в движении и тем самым подготовить переход от живого созерцания к абстрактному мышлению;

3) путём решения специально подобранных задач я добиваюсь ликвидации того разрыва, который существует между после-

довательностью теорем в учебнике геометрии А. П. Киселёва (где одна из самых сложных теорем, теорема о треугольниках с двумя соответственно равными сторонами, расположена в самом начале курса, а за ней следуют сравнительно простые теоремы) и основным принципом обучения — изучать материал, располагая его в порядке нарастающей трудности.

И в практике преподавания, и при написании настоящей книги я широко использовала указанную ниже методическую литературу. Особенно много ценных деталей я взяла из книги Ц. М. Хуторецкой.

Не имея уверенности в том, что начинающий учитель имеет под руками все необходимые ему пособия, я даю часть уроков (по Киселёву) в виде плана, а часть (по другим источникам) в виде связного текста. Мне пришлось также описать применения наглядных пособий и привести текст ряда задач, частью с решениями.

При ссылках буква «К.» означает учебник геометрии А. П. Киселёва, ч. I, буква «Р.» — сборник задач по геометрии Н. Рыбкина.

Вероятно, эта брошюра будет использована учителями различным образом. В зависимости от своей квалификации, опыта и наличия инициативы учитель будет или более, или менее точно следовать системе, разработанной в брошюре, или использует только планы тех уроков, которые покажутся ему удачными и совместимыми с его собственной системой ведения предмета.

Возможно, что один и тот же план урока в одних условиях окажется перегруженным упражнениями, а в других — недостаточно загруженным ими. Учитель легко сократит план урока до нужных ему размеров, если:

1) уменьшит число вопросов, поставленных ученику при проверке усвоения изученного;

2) уменьшит число упражнений, выполняемых при закреплении нового материала;

3) исключит из предшествующего урока часть домашнего задания, отчего уменьшится затрата времени, необходимого для его проверки.

Увеличение загруженности урока не представляет трудности, так как задачник Рыбкина содержит достаточное количество упражнений, не используемых в настоящих планах.

Во всяком случае предполагается, что *учитель составляет свой план урока* с учётом всех особенностей данного класса и того темпа работы, который возможен в этом классе.

Приношу глубокую благодарность профессору А. И. Маркушевичу и преподавателю Московского педагогического училища имени К. Д. Ушинского Я. А. Шору, прочитавшим рукопись и сделавшим ряд ценных замечаний.

8 марта 1952 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН РАБОТЫ ПО ГЕОМЕТРИИ В VI КЛАССЕ
(на год)

Распределение часов

1-я четверть: $9^1/_2$ недель по 2 часа — 19 часов (уроки 1—19).
2-я четверть: $7^1/_2$ недель по 2 часа — 16 часов (уроки 20—35).
3-я четверть: 10 недель по 2 часа — 19 часов (уроки 36—54).
4-я четверть: 6 недель по 2 часа — 12 часов (уроки 55—66).

Примечание. 2-я четверть увеличена на 1 час за счёт 3-й четверти путём перестановки с уроками алгебры или арифметики. Так удобнее для изучения материала.

Четверть	Раздел программы	Число часов	Срок выполнения
	1. ВВЕДЕНИЕ (10; 5)*		
I	Предмет геометрии. Геометрические фигуры. Геометрическое тело, поверхность, линия, точка. Плоскость.	1	
	Прямая линия, луч, отрезок. Определение, аксиома, следствие	1	
	Равенство и неравенство отрезков. Сложение и вычитание отрезков	1	
	Окружность. Дуга, равенство и неравенство дуг. Сложение и вычитание дуг	1	
	Угол Равенство и неравенство углов. Сложение и вычитание углов. Развёрнутый угол, полный угол	1	
	Центральный угол. Соответствие между центральными углами и дугами. Теорема. Состав теоремы. Обратная теорема Противоположная теорема	1	
	Градусы дуговой и угловой. Измерение углов. Транспортир. Прямой, острый и тупой углы	1	
	Смежные углы и их свойство	1	
	Вертикальные углы и их свойство. Свойство углов, имеющих общую вершину	1	
	Перпендикуляр и наклонная	1	
	2. ТРЕУГОЛЬНИК (30; 15)		
	Ломаная линия. Многоугольник. Треугольник. Виды треугольников	1	
	Главнейшие линии в треугольнике	1	
	Симметрия геометрических фигур относительно оси	1	
	Свойства равнобедренного треугольника. Симметрия равнобедренного треугольника	1	
	Равенство треугольников Три признака равенства треугольников	5	
		19	

* Первое число в скобках означает установленное программой количество часов работы в классе, второе — число часов домашней работы (на весь раздел).

Четверть	Раздел программы	Число часов	Срок выполнения
II	Решение задач на доказательство с применением признаков равенства треугольников	3	
	Внешний угол треугольника и его свойства	1	
	Соотношение между сторонами и углами треугольника	2	
	Сумма и разность двух сторон треугольника	1	
	Треугольники с двумя соответственно равными сторонами	1	
	Сравнительная длина перпендикуляра и наклонных, проведённых из одной точки к одной прямой . . .	2	
	Контрольная работа № 1	1	
	Признаки равенства прямоугольных треугольников . .	2	
	Свойство перпендикуляра, проведённого к отрезку прямой через его середину, и свойство биссектрисы угла. Геометрическое место точек	3	
		16	
III	Основные задачи на построение (с доказательством): построить угол, равный данному; разделить данный угол пополам; из данной точки опустить перпендикуляр на данную прямую; разделить пополам данный отрезок прямой. Построить косоугольный и прямоугольный треугольники по данным элементам . . .	5	
	3. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ (26; 13)		
	Определение параллельности прямых	1	
	Теорема: «Два перпендикуляра к одной и той же прямой не могут пересечься»	1	
	Признаки параллельности двух прямых	1	
	Задача: «Через данную точку провести прямую, параллельную данной прямой»	1	
	Аксиома параллельных и её следствия	1	
	Решение задач на доказательство	1	
	Теорема об углах, образующихся при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой. Теорема о перпендикуляре к одной из двух параллельных прямых	1	
	Решение задач на доказательство	2	
	Контрольная работа № 2	1	
	Углы с соответственно параллельными и перпендикулярными сторонами	3	
	Решение задач на доказательство	1	
		19	
IV	Теорема о сумме углов треугольника и её следствия	2	
	Свойство катета, лежащего против угла в 30°	1	
	Сумма внутренних и внешних углов выпуклого многоугольника	2	
	Контрольная работа № 3	1	
	Повторение изученного	6	
		12	
	Всего	66	

ВВЕДЕНИЕ (10; 5)

УРОК 1.

Тема урока: **Предмет геометрии и основные геометрические понятия.**

Наглядные пособия. 1) Набор геометрических тел.

2) Лист плотной бумаги, окрашенный в три цвета так, чтобы средняя полоса имела границу с одной крайней полосой в виде прямой, а с другой — в виде кривой линии.

План урока.

I. *Вводная беседа.* В I—V классах мы изучали отдел математики, который называется арифметикой. Что изучает наука арифметика? Сегодня мы начинаем изучение другого отдела математики — геометрии. «Геометрия» — слово греческое, в переводе на наш язык означает измерение земли. Запишем это слово и запомним его правильное написание. Геометрия, как и всякая другая наука, родилась из потребностей человека, главным образом из потребности в измерении площадей земельных участков. Сохранились сведения о тех правилах измерения земли, которые были выработаны в Египте несколько тысяч лет назад. Греки вели торговлю с Египтом. Убедившись, что египтяне обладают ценными знаниями об измерении земли, они перенесли эти знания в Грецию. Греческие учёные дополнили и развили учение египтян, и в III веке до нашей эры греческий учёный Эвклид привёл эти сведения в систему и изложил их в книге «Начала». По ней изучали геометрию много веков; на основе «Начал» Эвклида составлен и тот учебник А. П. Киселёва, которым будем пользоваться мы. Наука геометрия сохранила своё первоначальное название, но она уже давно перестала быть наукой об измерении земли. Теперь *геометрией называется наука, изучающая формы, размеры и взаимное расположение фигур.*

II. *Простейшие геометрические понятия.* 1. Геометриче-

ское тело. Различие между геометрическим телом и физическим телом (чугунное ядро и мыльный пузырь, кирпич и бумажная коробка). Форма и размеры геометрического тела. Простейшие формы геометрических тел; назовите их и покажите среди моделей. Назовите предметы или части предметов, имеющие форму куба, параллелепипеда, цилиндра. Сколько измерений имеет геометрическое тело?

2. **Поверхность геометрического тела.** Поверхности каких тел мы умеем вычислять? Возможно ли существование геометрической поверхности отдельно от тела?

3. **Линия.** Линия как граница поверхностей. Покажите линии на телах. Линия как граница одной части поверхности с другой её частью (на цветном листе). Покажите линии на стенах класса. Измерение длины линии. Возможность существования линии отдельно от поверхности и тела. Изображение линии и её обозначение. Чем изображение линии отличается от самой линии?

4. **Точка.** Точка как место пересечения линий. Точка как граница одной части линии с другой её частью (на цветном листе). Размеры точки. Возможность существования точки отдельно от линии. Изображение точки. Обозначение точки. Отличие изображения точки от самой точки.

5. **Геометрическая фигура.** Её отличие от тела (пример).

III. *Задание на дом.* К., § 1; 2. Найти по книге заданный текст и прочитать его на уроке.

IV. *Закрепление.* Что мы узнали на этом уроке? Что обозначает слово «геометрия» и что изучает наука геометрия? Почему в геометрии много иностранных названий? Сколько веков прошло с тех пор, как Эвклид написал «Начала»? Можно ли тело, поверхность, линию, точку делить на части?

Пояснение для учителя.

Каждый урок начинается с организационного момента, продолжающегося 2—3 минуты. Детей следует организовать так, чтобы к приходу учителя в класс перед каждым учеником, в определённом учителем порядке, лежали: задачник, учебник, тетрадь, дневник, принадлежности для письма и черчения. В книги следует вложить закладки. Все эти вещи дети берут в руки только по указанию учителя: «возьмите книгу», «откройте тетрадь». В остальное время книги и тетради закрыты. Следует приучить учащихся к тому, чтобы по окончании записей они клали ручку на место: это позволяет учителю видеть, кто уже окончил работу. Приступая к изучению нового материала, учитель записывает на доске тему урока. Каждый урок ученик начинает записью в тетради «Классная работа» и ставит на полях дату, затем записывает тему урока. Все новые термины (например, «геометрия») учитель записывает на доске. На первом уроке следует проверить, все ли учащиеся обеспечены учебниками, задачниками и пособиями для письма и черчения, и указать, что и где следует приобрести.

УРОК 2.

Тема урока: **Прямая линия, её свойства и изображение.**

Наглядные пособия. 1. Лист плотной бумаги. В развёрнутом виде он даёт нам представление о куске плоскости, а в свёрнутом — о куске кривой поверхности (цилиндрической, конической).

2. Шнур или нить, которая в натянутом виде даёт нам представление об отрезке прямой линии, а свободно подвешенная в двух точках изображает дугу кривой линии. Соломинка (тоже для изображения прямой).

План урока.

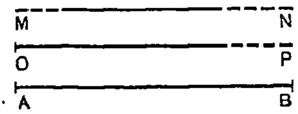
I. *Проверка усвоения изученного.* 1. Что такое геометрическое тело, поверхность, линия, точка? Примеры.

2. Могут ли геометрическая поверхность, линия, точка существовать отдельно от геометрического тела? Изобразить на чертеже линию и точку. В чём отличие этого изображения от геометрической линии и геометрической точки?

II. *Изучение нового материала.* На прошлом уроке мы узнали, что линия возникает при пересечении поверхностей (например, пол и стена, дно и боковая поверхность круглой банки) или отделяет одну часть поверхности от другой её части (часть стены, окрашенную в тёмный цвет, от части, окрашенной в светлый цвет). Линия имеет одно измерение (только длину) и не может существовать отдельно от геометрического тела, но для удобства изучения мы представляем себе её отдельно от тела. Представление о линии даёт нам нить. Если я свободно подвешу нить в двух точках, то мы получим изображение кривой линии; если я туго натяну нить между двумя точками, то получу изображение прямой линии (тем точнее, чем тоньше нить). Изучение геометрии мы и начинаем с изучения прямой линии.

1. Прямая линия может быть продолжена в обе стороны безгранично. Это значит, что прямую, которую изображает эта соломинка, можно мысленно продолжить до стены, она пройдёт сквозь стену, вот она идёт над городом, идёт в атмосфере, проходит между звёздами и так без конца. Так же можно продолжить эту прямую и в другую сторону.

2. Изображение прямых линий на чертеже (черт. 1):

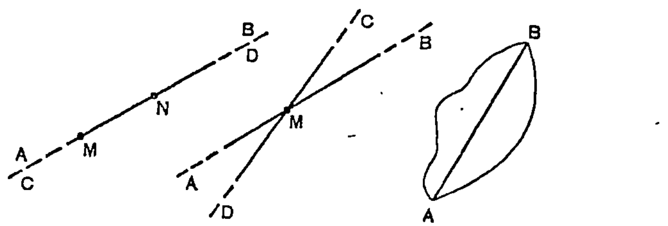


MN — бесконечная прямая,
OP — луч,
AB — отрезок.

Черт. 1.

Неограниченное продолжение на чертеже указывают пунктиром, или прерывистой линией. Какое сходство между этими изображениями? Какое различие? Кто может дать определение лучу и отрезку? Обратите внимание, что на чертеже буквы *A, B, O* обозначают определённые точки, а буквы *M, N, P* к определённым точкам не относятся. Какие предложения называются определениями? Примеры определений из арифметики, географии.

3. Можно ли провести прямую (протянуть нить) через две точки, взятые на бумаге? на доске? Через точки, взятые на потолке и на столе? На солнце и на подоконнике? Из опыта люди установили основное свойство прямой линии: *через любые две точки можно провести прямую линию и притом только одну.* Это утверждение называется *аксиомой прямой.* «Аксиома» — греческое слово, означает «истина, достойная признания». Запишем это слово и запомним, как оно пишется. Что произойдёт, если через две точки провести ещё одну прямую? Например, через точки *M* и *N* (черт. 2) провести прямую *AB* и прямую *CD*? Почему они совпадут? Во скольких точках могут пересечься две прямые? Почему? Можно ли через две точки провести ещё линии, кроме прямой? Пусть точки *A* и *B* (черт. 2) — два пионерских лагеря. По какой из этих трёх дорог вы предпочтёте пойти? Почему?



Черт. 2.

Вывод: *отрезок прямой есть кратчайшее расстояние между двумя точками.* Почему нельзя сказать: прямая линия — кратчайшее расстояние между двумя точками?

4. Прибор для построения прямых — линейка. Проверка линейки.

5. Практическое применение. Проложение прямых на местности. Разметка брёвен при распилке их на доски. Снятие копий путём прокалывания. Если чертёжник должен снять копию с чертежа, составленного только из отрезков прямых, он подкладывает под чертёж чистый лист бумаги и прокалывает тонкой иглой конечные точки отрезков на чертеже. Сняв чертёж, он соединяет полученные путём прокалывания точки. Почему чертёжник уверен, что прямые линии, соединяющие точки, будут те же, что и на чертеже? Можно ли этим способом снять точную копию с чертежа, изображённого кривыми линиями?

6. Простейшей поверхностью является плоскость. *Представление о плоскости даёт спокойная поверхность жидкости в сосуде.* Прямая и плоскость. Поверхности плоские и кривые (показать посредством листа бумаги). Проверка плоскости. Практическое применение. Если хотят придать поверхности доски вид плоскости, её выстругивают рубанком, железка которого имеет прямое лезвие, до тех пор пока не будут сглажены все неровности (проверка линейкой).

7. Часть геометрии, изучающая фигуры, расположенные в одной плоскости, называется *планиметрией*. Только ей мы и будем заниматься в VI классе.

III. *Задание на дом.* К., § 3, 4, 5, 12, 28 (аксиома и определение).

Начертить два луча, исходящие из одной точки. Начертить два пересекающихся отрезка.

IV. *Закрепление.* Какая разница между определением и аксиомой? Какие определения и аксиому узнали мы сегодня? Что даёт нам представление о прямой и плоскости? Чем отличаются нить и лист бумаги от геометрической прямой и геометрической плоскости?

Пояснение для учителя.

Приборы для геометрических построений (линейку, циркуль, угольник и транспортир) учитель вводит постепенно и всё необходимое имеет в двух экземплярах для работы на доске. Каждый ученик имеет личный набор для черчения в тетради. Чертёж следует делать в верхнем левом углу доски (тетради), он должен создаваться постепенно по ходу рассуждения. Пояснения к чертежу следует записывать справа от него. Запись не должна быть слишком крупной, так как не следует стирать с доски до окончания всей работы. Учащиеся в VI классе должны выполнять чертежи преимущественно с приборами, а в VII классе — от руки. Чертить следует простым, чёрным, хорошо отточенным карандашом (без нажима). Выполняя чертёж в своих тетрадях одновременно с учителем, учащиеся должны уменьшать линейные размеры в десять раз (например, если на доске 5 *дм*, то в тетрадях 5 *см*), а углы сохранять без изменения. Следует воспитать у учащихся уважение к чертежу: приучить их делать его достаточно крупным, аккуратным и в соответствии с заданными размерами. Объясняя способ проверки линейки, следует взять линейку явно неверную.

УРОК 3.

Тема урока: **Сравнение отрезков и действия над отрезками.**

Наглядные пособия. Соломинки длиной 15 *см*, 25 *см*, 25 *см*, 25 *см*, 40 *см*.

План урока.

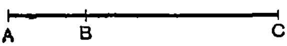
I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Определения луча и отрезка. Аксиома прямой. Свойства прямой. Отличия определения от аксиомы. Проверка правильности линейки.

2. Начертить прямую, луч и отрезок, проходящие через общую точку O. Какая существует разница между этими геометрическими образами и их изображениями?

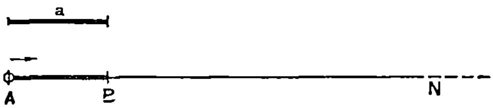
3. Что даёт нам представление о прямой и плоскости? Свойство плоскости. Что называют планиметрией?

III. *Изучение нового материала.* Над отрезками прямой, так же как над числами, можно производить действия. Отрезки можно сравнивать, складывать, вычитать, умножать на число, делить на равные части и т. д. Раньше такие задачи мы решали арифметически: измеряли каждый отрезок и вычисляли длину искомого отрезка, производя действия над числами. Теперь эту задачу мы будем решать другим способом, путём построения. Приборы для построения: линейка и циркуль (их употребление). Посмотрите на чертёж 3; сколько на нём отрезков? Назовите эти отрезки. Что надо сделать с отрезками AB и BC, чтобы сравнить их? Теперь посмотрите на эти соломинки. Я их совмещаю. Что случилось с концами этих отрезков (25 *см* и 25 *см*)? Как можно назвать такие отрезки? Дайте определение равных отрезков. Теперь посмотрите на эти отрезки (25 *см* и 15 *см*). Первые концы их я совместила, что можно сказать об их вторых концах? Можно ли назвать такие отрезки равными? Который отрезок меньше? Как следует приложить два отрезка, чтобы их сравнить? Чтобы найти их сумму? разность? Чтобы увеличить отрезок в три раза? Сейчас все эти задачи мы решим с помощью линейки и циркуля путём геометрического построения.



Черт. 3.

Задача 1. *Построение отрезка, равного данному.* На данном луче AN, начиная от точки A, отложить отрезок AB, равный данному отрезку a (черт. 4).

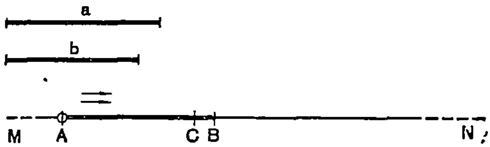


Черт. 4.

Построение.

$AB = a$.

Задача 2. *Сравнение отрезков.* Узнать, равны ли два данных отрезка a и b и если не равны, то какой больше, какой меньше (черт. 5).



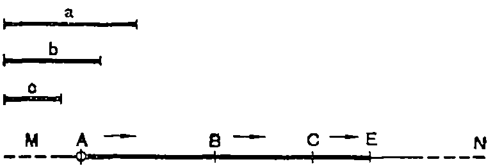
Черт. 5.

Построение.

MN — прямая;
A — точка на MN;
$AB = a$;
$AC = b$;
$AC < AB$;
$b < a$, так как составляет его часть.

Что значит сравнить отрезки? От какой точки, в каком направлении мы откладываем отрезки при их сравнении?

Задача 3. *Сложение отрезков.* На данной прямой MN отложить от данной точки A отрезок, равный сумме трёх данных отрезков a, b и c (черт. 6).



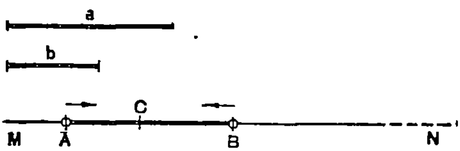
Черт. 6.

Построение.

MN — прямая;
A — точка на MN;
$AB = a$;
$BC = b$;
$CE = c$;
$AE = AB + BC + CE =$
$= a + b + c$.

От каких точек и в каком направлении отложили мы отрезки? Можно ли применить к отрезкам переместительный и сочетательный законы сложения?

Задача 4. *Вычитание отрезков.* На данной прямой MN отложить от данной точки A, отрезок, равный разности двух данных отрезков a и b (черт. 7).



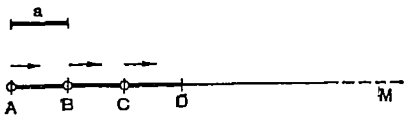
Черт. 7.

Построение.

MN — прямая;
A — точка на MN;
$AB = a$;
$BC = b$;
$AC = AB - BC = a - b$.

В каком направлении и от каких точек отложены отрезки?

Задача 5. *Увеличение отрезка в данное число раз.* На луче AM отложить отрезок, втрое больший данного отрезка (черт. 8).



Черт. 8.

Построение.

AM — луч,

$AD = AB + BC + CD =$
$= a + a + a = 3a.$

В каком направлении и от каких точек отложены отрезки?

IV. *Задание на дом.* К., § 6, 7, 8; Р., § 1, № 6, 7.

V. *Закрепление.* От каких точек и в каком направлении откладывали мы отрезки, когда сравнивали, складывали, вычитали их?

Построить отрезки: 1) $2a + 3b$; 2) $2a - 3b$.

Пояснение для учителя.

Проверку домашней работы лучше производить в начале урока, так как эта проверка заставляет учащихся вспомнить предыдущий урок и направляет их мысли в нужную сторону. По вызову учителя один из учащихся выполняет на доске более трудную часть задания. В это время другой ученик с места читает остальную часть работы. Учащиеся, поднимая руки, сообщают учителю об отклонениях от читаемого текста. Учитель говорит, кому и какие исправления надо внести и как это сделать. Учитель всегда имеет в своём плане подробное решение домашней работы; это позволяет ему легко следить за ходом проверки. Во время чтения домашней работы учитель обходит класс и просматривает, все ли ученики выполнили домашнюю работу. Затем по указанию учителя учащиеся просматривают работу, выполненную на доске, и вносят в неё и в свои тетради соответствующие поправки. Проверка и исправление домашней работы не должна занимать более 10 минут. При проверке тетрадей учащихся следует строго следить за тем, чтобы сделанные в классе исправления были внесены учащимися в их работы. Желательно, чтобы учащиеся, не выполнившие домашнюю работу, выполнили её в школе после уроков в присутствии учителя.

УРОК 4.

***Тема урока:* Окружность. Дуги и действия над дугами.**

Наглядные пособия. Круги или окружности равных и разных диаметров (из картона или проволоки).

План урока.

I. *Проверка домашней работы.*

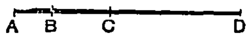
II. *Проверка усвоения изученного* (уплотнённый опрос).

1. Сложить три отрезка (m, n, l). Пояснить, от каких точек и в каком направлении откладывали отрезки.

2. Вычесть из отрезка m отрезок n.

3. Сравнить два отрезка (отрезки m и n).

4. Сколько отрезков на этом чертеже (черт. 9)? Как выразить один отрезок через остальные отрезки?

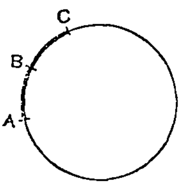


Черт. 9.

III. *Изучение нового материала.* На последних уроках мы изучали прямую линию. В природе и технике встречаются как прямые, так и кривые линии. Простейшая кривая линия — окружность. Каким прибором строят окружность? Определение окружности и круга. Мы знаем, что при наложении одной прямой на другую они всегда совместятся. Совместятся ли окружности? Показать на моделях разные случаи. Какие окружности можно назвать равными? Дайте определение отрезка. Начертите окружность и поставьте на ней две точки: A и B. $\smile AnB$ и $\smile AmB$ — дуги окружности. Кто даст определение дуги окружности? Употребление значка $\smile$. Как мы сравнивали два отрезка? Как сравнить две дуги? Мы знаем, что можно сравнить любые отрезки; почему можно сравнивать только те дуги, которые лежат в одной окружности или в равных окружностях? Какие дуги называют равными? Возьмите на нашей окружности две дуги и сравните их. От какой точки и в каком направлении следует откладывать эти дуги? Как мы находили сумму двух отрезков? Найти сумму двух дуг. От каких точек и в каком направлении мы откладываем дуги в этом случае? Как найти разность двух дуг?

IV. *Задание на дом.* К., § 9, 10, 11. В задании встретятся новые термины: «секущая», «хорда», «сектор», «сегмент» — рассмотрите их определения, найдите их на чертеже. Начертить окружность, хорду, секущую, сектор и сегмент, обозначить их и записать пояснения к чертежу.

V. *Закрепление.* Сколько дуг на чертеже 10? Как выразить каждую из этих дуг через остальные дуги с помощью арифметических действий, например:



Черт. 10.

$$\smile AC = \smile AB + \smile BC;$$
$$\smile AB = \smile AC - \smile CB;$$
$$\smile AC = \smile AB \cdot 2;$$
$$\smile AB = \smile AC : 2.$$

Пояснение для учителя.

Сравнение дуг и действия над ними можно выполнить на модели, откладывая дуги с помощью шнурка или полоски бумаги.

Опрос. Как правило, опрос производится у доски, так как ответ учащихся состоит из чертежа, математических записей и рассуждений. Выходя отвечать, ученик подаёт учителю для просмотра свою тетрадь. После опроса учитель указывает ученику на положительные и отрицательные стороны его ответа и выставляет оценку. Уплотнённый опрос имеет целью рациональное использование времени урока. К доске вызывают одновременно 2—3—4 учеников и дают каждому задание. Если задание короткое, делают это устно; если условие сложное, дают его на билете (заготовленном заранее). Учащемуся дают время на подготовку (4—7 минут). В это время класс проверяет домашнюю работу или работает устно. После этого спрашивают того ученика, задание которого содержит моменты, углубляющие сведения класса по этому вопросу, а потом остальных вызванных учащихся. Учащиеся прослушивают ответ и поднятием рук сообщают учителю о своём желании исправить или дополнить ответ вызванного к доске. Желательно заслушать и обсудить все ответы, однако, если опрос затянулся, можно заслушать только двоих или одного, а остальных только проверить и оценить. Класс или выполняет задание одного из отвечающих, или только слушает (по указанию учителя). Учащихся следует организовать так, чтобы они смотрели на ту часть доски, по которой в данный момент следует работать. Как исключение (только в случае образовавшейся по каким-либо причинам запущенности опроса) можно допустить вызов 2—3 учеников на первую парту (освобождённую для этого) для выполнения письменной работы по выданным им билетам с заданиями, в то время как класс работает над другим материалом. По окончании урока ученики сдают работы для проверки учителю, который это делает во внеурочное время и даёт им оценку.

УРОК 5.

Тема урока: **Угол и действия над углами.**

Наглядные пособия. Углы, вырезанные из картона или фанеры и окрашенные в разные цвета: I — 30°, II — 45°, III — 60°, IV — 90°, V — 135°, VI — 27°, VII — 60°. Угол из соломинки.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (на доске).

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Определить и показать на чертеже секущую и хорду. Какое между ними сходство и различие?

2. Определить и показать на чертеже сектор и сегмент. Какое между ними сходство и различие?

III. *Изучение нового материала.* Мы ознакомились с прямыми и окружностями и их частями и переходим сегодня к рассмотрению фигур, образованных этими линиями. Простейшая фигура есть угол. Определение угла. Элементы угла (вершина, стороны, внутренняя и внешняя области) и их определения. Незамкнутость угла. Обозначение угла одной буквой и тремя буквами (обратить внимание на то, что буква, обозначающая вершину, всегда становится в середине). Употребление знака $\angle$.

Из определения угла следует, что говорить о длине сторон угла не имеет смысла: стороны угла не отрезки, а лучи.

1. Изучение углов мы начинаем, как и изучение отрезков и дуг, со сравнения двух углов. Сравнить два угла — это значит сказать, равны они или нет и если нет, то который из них больше, который меньше. Каким способом мы сравнивали отрезки и дуги? Вот модели двух углов (I и IV углы). Наложим один из них на другой так, чтобы можно было их сравнить. Можно ли накладывать углы произвольно? Как нужно наложить? Запомним порядок наложения: 1) совместить вершины; 2) сторону первого (красного) угла направить по стороне второго (синего) угла; 3) внутренней областью первого угла накрыть, полностью или частично, внутреннюю область второго угла. Как прошла вторая сторона первого (красного) угла? Какой вывод мы делаем в результате сравнения? Теперь сравнить углы первый и второй, третий и седьмой. Какие углы называют равными? Начертить два угла: $\angle AOB$ и $\angle A_1O_1B_1$; рассказать, как их сравнить.

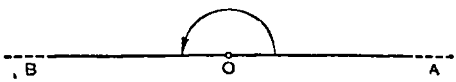
2. Над углами так же, как над отрезками и дугами, можно производить математические действия. Пока мы не научились измерять углы, мы будем выполнять действия только с помощью моделей. Что нужно сделать, чтобы найти сумму двух углов (I и II)? Запомнить порядок приложения углов при сложении (вершины, стороны, внутренние области). Сложить углы I, II и III. Показать возможность применения к углам переместительного и сочетательного законов (углы I и III заменить углом IV). Сложить с помощью чертежа угол AOB и угол $A_1O_1B_1$.

3. Что нужно сделать, чтобы найти разность двух углов? Найти разность углов IV и III на моделях. Запомнить порядок наложения углов. Сделать вычитание углов на чертеже (из угла AOB вычесть угол $A_1O_1B_1$).

4. Умножение угла на числа 2, 3, 4 и т. д.

5. Деление угла на две равные части (путём перегибания модели). Биссектриса угла.

6. Сложить углы II и V, потом углы I, III и IV. Какую особенность имеет угол, равный сумме этих углов? Показать вершину и стороны этого угла. Такой угол называют *развёрнутым углом*. Дать определение развёрнутого угла. Изображение развёрнутого угла AOB дано на чертеже 11.



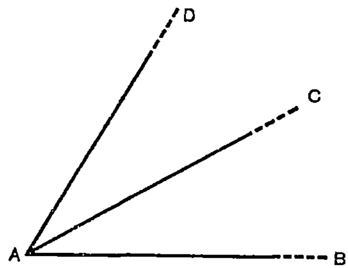
Черт. 11.

Черт. 12.

7. Сложить углы I, II, III, IV, V. Показать вершину угла, который равен сумме этих углов. Показать его стороны. Такой угол называется *полным углом.* Дайте определение полного угла. Изображение полного угла дано на чертеже 12.

IV. *Задание на дом.* К., § 13, 14, 15, 16. Записать зависимость между углами на чертеже 13, сделанном в классе при закреплении.

V. *Закрепление.* Смотрите на эту модель из соломы. Как называют такой угол? Какой угол между стрелками часов, когда они показывают 6 часов? 12 часов? Сколько углов по своей величине меньше развёрнутого на этом чертеже (черт. 13)?



Черт. 13.

Какие углы сравнивали? К какому выводу пришли? Выразить один угол через остальные с помощью арифметических действий (устно).

Пояснение для учителя.

При сравнении углов и действиях над ними (на чертеже) можно пользоваться куском бумаги, отгибая на нём угол, равный углу на чертеже, а затем перенося его на другой чертёж. Учитель это делает на доске, а дети в тетрадях.

УРОК 6.

Тема урока: **Центральный угол и его свойства.**

Наглядные пособия. 1. Модель к теореме о центральных углах. На куске картона или фанеры начерчена окружность и её сектор. В центре укреплены три сектора из прозрачной бумаги (равный, больший и меньший того, что вычерчен в окружности). Дуги секторов окрашены различными цветами.

2. Модели углов (те же, что на уроке 5).

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Определение угла. Что станет с величиной угла, если изображённые на чертеже части лучей (его сторон) сделать длиннее? короче? Сравнить два угла на моделях и на чертеже (подробное объяснение).

2. Сложить два угла на моделях и на чертеже. Дать определение развёрнутого и полного углов.

3. Вычесть из одного угла другой на моделях и на чертеже.

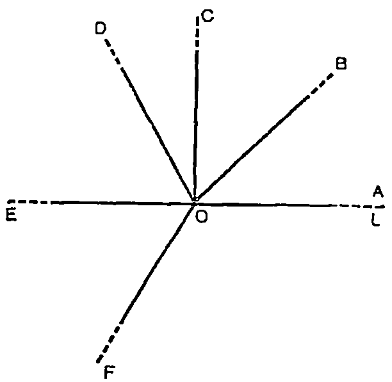
4. Дать определение равных углов. Определение биссектрисы угла. При выполнении какого действия с углом получается биссектриса?

5. Назвать углы на чертеже 14.

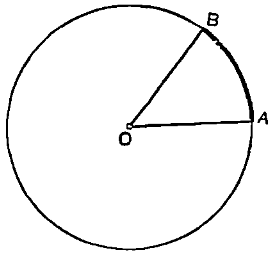
III. *Изучение нового материала.* Угол AOB с вершиной в центре окружности (черт. 15) называется центральным углом этой окружности. Показать элементы этого угла.

Точка O — вершина угла (центр окружности).

Отрезки OA и OB — стороны угла (радиусы окружности).



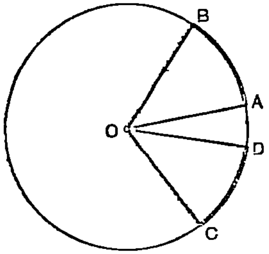
Черт. 14.



Черт. 15.

Дуга AB — дуга окружности, соответствующая центральному углу AOB. Дать определение центрального угла. Рассмотреть на модели свойства центральных углов. Возьмём центральный угол, больший данного центрального угла и расположенный в одном с ним круге. Каковы будут дуги, соответствующие этим центральным углам? Буду вращать один из углов около центра. Оказалось, что большему центральному углу соответствует и большая дуга окружности.

Мы рассматривали дуги, лежащие в одной окружности. Как будет обстоять дело с дугами, лежащими в равных окружностях? Почему? Сформулировать свойство центральных углов. То, что мы сейчас доказали на модели, теперь докажем на обычном чертеже (черт. 15а). Что нам известно (дано) и что нужно доказать?



Черт. 15(а).

Д а н о: угол AOB и угол COD — центральные углы одной окружности; углу AOB соответствует дуга AB; углу COD соответствует дуга CD; угол AOB равен углу COD.

Д о к а з а т ь: дуга AB равна дуге CD.

Д о к а з а т е л ь с т в о (вращением). Повторить доказательство по чертежу.

Предложение, принимаемое без доказательства, называется, как мы знаем, аксиомой. Какую аксиому прямой мы знаем? Свойство центральных углов мы установили путём рассуждения.

Определение теоремы. Состав теоремы. Определение обратной теоремы. Сформулируйте предложение, обратное доказанной теореме. Определение противоположной теоремы. Сформулируйте теорему, противоположную прямой и противоположную обратной теоремам. В данном случае все эти теоремы справедливы.

IV. *Задание на дом.* К., § 17, 28, 29, 30, 31. Принести транспортиры.

V. *Закрепление.* Определение центрального угла. Теорема о центральном угле. Чем отличается теорема от определения и от аксиомы? Состав теоремы. Виды теорем и их получение из прямой теоремы.

УРОК 7.

Тема урока: **Измерение углов.**

План урока.

I. *Проверка усвоения изученного.* 1. Определение центрального угла. Показ на чертеже. Свойство центрального угла. Доказательство теоремы о центральных углах.

2. Определение теоремы. Состав теоремы. Виды теорем. Примеры.

II. *Изучение нового материала.* Мы умеем измерять отрезки, теперь надо научиться измерять углы и дуги. Измерить величину — это значит сравнить её с другой величиной, принятой за единицу. Для того чтобы измерять, надо иметь: 1) единицу измерения, 2) прибор для измерения. Сегодня мы будем измерять дуги и углы. Единица измерения дуги — 1° (дуговой), то-есть $\frac{1}{360}$ часть окружности, единица измерения угла — 1° (угловой), то-есть центральный угол, соответствующий дуге в 1°. Соответствие между числом дуговых градусов в дуге и числом угловых градусов в центральном угле. Доли градуса: минута, секунда. Сколько угловых градусов содержат углы прямой, развёрнутый, полный?

Величина углового градуса не зависит от радиуса окружности. Прибор для измерения углов (транспортир). Его устройство. Техника употребления транспортира при измерении угла: 1) совмещая центр транспортира с вершиной угла, мы делаем этот угол центральным углом; 2) совмещая диаметр транспортира со стороной угла, облегчаем отсчёт дуговых градусов; 3) отсчитываем, сколько дуговых градусов содержит дуга, соответствующая центральному углу; 4) делаем заключение о том, сколько угловых градусов содержит в себе данный угол. Измерение транспортиром ведётся обычно с точностью до 1° или 0°,5, но при аккуратной работе и хорошем транспортире возможен отсчёт и десятых долей градуса (десятая доля градуса составляет 6 минут).

Построение углов в данное число градусов.

С а м о с т о я т е л ь н а я р а б о т а. Построить углы 27°, 90°, 200°. Построить произвольный угол и измерить его.

Действие над результатами измерения углов.

Совсем недавно мы производили действия над углами, причём нам приходилось складывать углы на моделях или на чертеже. Теперь мы научились измерять углы и можем находить сумму или разность углов арифметическим путём. Пример: Р., § 2, № 6 (3).

Следует сказать учащимся, что данные в примере получены с большей точностью с помощью более точного прибора, чем транспортир. Обратить внимание учащихся на то, что система измерения углов отлична от десятичной системы счисления. Решить задачу [Р., § 2, № 8 (3)] на вычитание углов.

Примеры: Р., § 2, № 12 (3), 14 (3).

III. *Задание на дом.* К., § 18, 19, 20; Р., § 2, № 6 (1), 8 (1), 12 (1), 14 (1).

IV. *Закрепление.* Построить угол в 138° и разделить его пополам сгибанием бумаги и проверить, измерив полученную половину угла транспортиром ($138° : 2 = 69°$).

Построить угол, равный сумме двух данных углов (двумя способами).

Построить угол, равный разности двух данных углов (двумя способами).

Построить биссектрису данного угла (двумя способами).

УРОК 8.

Тема урока: **Смежные углы и их свойство.**

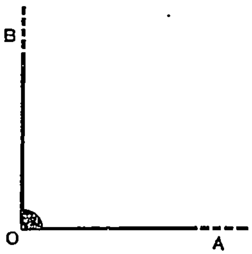
Наглядные пособия. Модель смежных углов с подвижной общей стороной.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски и на местах).

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Определение угла. Что значит измерить угол? Единица измерения для углов. Прибор для измерения углов и техника его употребления. Построить биссектрису угла 78°. Р., § 2, № 6 (2). Какая точность доступна нам при измерении углов транспортиром?

2. Что называют дуговым градусом? угловым градусом? Почему, измеряя число дуговых градусов в дуге, мы делаем заключение о числе угловых градусов в угле? Измерить данный угол и построить ему равный. Р., № 8 (2).



Черт. 16.

3. Назвать углы различной формы на чертеже 14; вспомнить их определения и их градусную меру.

III. *Изучение нового материала.* 1. Прямой угол как единица измерения угла. Величину прямого угла при вычислениях в геометрии часто обозначают буквой d. $\angle AOB = d$.

Обозначение прямого угла на чертеже (черт. 16).

Составим таблицу перевода углов, выраженных в частях прямого угла, в градусы:

d	$4d$	$3d$	$2d$	d	$\frac{2}{3}d$	$\frac{1}{2}d$	
n°	360°	270°	180°	90°	60°	45°	

и т. д.

Составим таблицу перевода углов, выраженных в градусах, в части прямого угла:

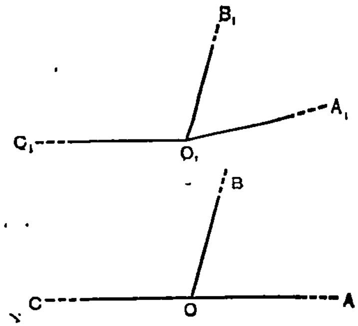
n°	1°	5°	10°	15°	30°	
d	$\frac{1}{90}d$	$\frac{1}{18}d$	$\frac{1}{9}d$	$\frac{1}{6}d$	$\frac{1}{3}d$	

и т. д.

Построить угол $\frac{3}{5}d$; разделить пополам транспортиром угол $\frac{4}{9}d$.

Сегодня мы рассматриваем углы, элементы которых (вершины, стороны) находятся во взаимной связи.

Рассмотрим углы, изображённые на чертеже 17. Что имеют общего угол AOB и угол BOC; угол $A_1O_1B_1$ и угол $B_1O_1C_1$? В чём сходство этих двух чертежей? В чём их разница? Углы AOB и BOC называются **смежными углами**. Дайте определение смежных углов. Можно ли углы $A_1O_1B_1$ и $B_1O_1C_1$ назвать смежными? Почему? Как построить угол, смежный с данным углом? Постройте. Сколько углов, смежных с данным углом, можно построить? Постройте.



Черт. 17.

Что называют теоремой? Свойство смежных углов. Сформулируйте теорему так, чтобы отделить условие от заключения (для этого надо поставить слова «если» и «то»). ***Если два угла — смежные, то их сумма равна 180°.*** Делаем чертёж и записываем условие. Доказательство.

Составьте предложение, обратное прямой теореме: если сумма двух углов равна 180°, то они смежные. Будет ли верно это предложение? Почему?

Если угол первый меньше прямого угла; угол первый больше прямого угла; угол первый равен прямому углу, то каким будет смежный с ним второй (показать на модели). Что можно сказать о величине двух углов, смежных с одним и тем же углом?

Задача. Дано: $\angle 1 = 80°$; $\angle 2$ и $\angle 3$ — смежные с $\angle 1$. Найти, чему равны $\angle 2$ и $\angle 3$.

IV. *Задание на дом.* К., § 22; Р., § 2, № 21, 22; К., упр. 1, 2.

V. *Закрепление.* Определение смежных углов. Свойство смежных углов.

Задача. Углы $\angle 1$ и $\angle 2$ — смежные. Найти, чему равен каждый из них, если: 1) угол первый больше второго на 30°, 2) угол первый больше второго в два раза, 3) угол первый составляет $\frac{1}{2}$ угла второго, 4) угол первый относится к углу второму, как 5 : 4.

УРОК 9

Тема урока: **Вертикальные углы и их свойство.**

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (с места).

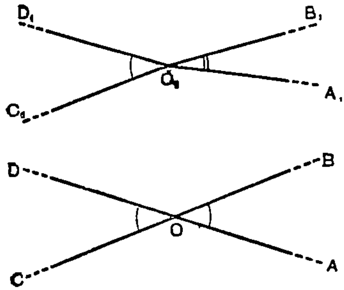
II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Определение смежных углов. Построение угла, смежного данному. Доказать теорему о смежных углах.

2. Сколько углов, смежных данному углу, можно построить? Объяснить, почему углы, смежные с данным углом, равны между собой.

3. Р., § 2, № 23.

4. Р., § 2, № 25.

III. *Изучение нового материала.* Сегодня мы продолжаем изучение углов, которые имеют общие элементы. Какие общие элементы имеют углы: $A_1O_1B_1$ и $C_1O_1D_1$? AOB и COD? (Черт. 18.)



Черт 18.

Какая разница в расположении сторон, образующих углы на первом и втором чертежах?

Углы AOB и COD называют вертикальными углами. Дать определение вертикальных углов. Почему углы на первом чертеже нельзя назвать вертикальными? Построить угол, вертикальный данному.

Два вертикальных угла всегда смежны одному и тому же углу. Свойство вертикальных углов. Сформулируйте теорему так, чтобы отделить условие от заключения. Доказательство теоремы. Составьте предложение, обратное прямой теореме: если два угла равны, то они вертикальные. Будет ли оно верно?

Углы, имеющие общую вершину.

IV. *Задание на дом.* К., § 26, 27; Р., § 2, № 31, 37. Принести угольники.

V. *Закрепление.* 1. Определение и построение смежных углов. Свойство смежных углов. Свойство вертикальных углов.

2. Доказать, что биссектрисы двух вертикальных углов составляют продолжение одна другой.

3. С помощью одной линейки построить угол, равный данному.

УРОК 10

Тема урока: **Перпендикуляр и его свойство.**

Наглядные пособия. Лист плотной бумаги, перегнутый по начерченной на нём прямой AB; вне AB точка M. Игла.

План урока.

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Определение и построение вертикальных углов. Теорема о вертикальных углах. Доказательство теоремы.

2. Доказать, что биссектрисы смежных углов составляют прямой угол.

III. *Изучение нового материала.* Начертить два равных смежных угла и два неравных смежных угла. Определение перпендикуляра, основания перпендикуляра, наклонной, основания наклонной. Связь с прямым углом.

Две задачи на построение перпендикуляра.

1. Точка, из которой надо провести перпендикуляр к данной прямой, лежит на этой прямой (можно говорить «восставить перпендикуляр»). Решение задачи угольником и транспортиром. *Из точки на прямой можно восставить только один перпендикуляр к данной прямой.*

2. Точка, из которой надо провести перпендикуляр к данной прямой, лежит вне этой прямой (можно говорить «опустить» перпендикуляр). Решение этой задачи угольником и транспортиром. Сколько перпендикуляров можно опустить из точки M, лежащей вне AB, на прямую AB? Возможно, что можно опустить несколько перпендикуляров. Прибором этого нельзя проверить, так как всякое измерение и построение прибором всегда даёт некоторую ошибку. Доказать, *что если точка лежит вне прямой, то из неё на прямую можно опустить только один перпендикуляр.* Показать на этом листе прямую и точку вне её. Записать условие (чертёж в учебнике).

Дано: AB — прямая, M — точка вне AB.

Доказать: 1) Есть такая прямая MN, что $MN \perp AB$; 2) MN — единственный перпендикуляр из точки M на AB.

Доказательство (перегибанием).

1. Перегнём чертёж по прямой AB, точка M займёт положение N (проколоть иглой). Соединяем точку M с точкой N. MN — прямая (через две точки можно провести прямую). MN пересечёт AB в точке C. Отрезок MC совпал с отрезком NC (почему?). Угол MCB равен углу BCN (по определению равных углов). Углы MCB и BCN — смежные. Угол MCB — прямой, так как равные смежные углы — прямые; $MC \perp AB$.

2. Допускаем, что из точки M на прямую AB можно опустить ещё один перпендикуляр MD. Соединяем точку M с точкой D и точку N с точкой D. Перегнём чертёж по AB. Точка M упала в точку N. Отрезок MD совпадёт с отрезком ND (почему?). MDN не прямая линия, так как через две точки M и N можно провести только одну прямую (аксиома прямой). Углы MDB и BDN равны, но они не смежны, их сумма не равна $2d$, следовательно, они не прямые, MD не перпендикулярна AB.

Проверка угольника. Доказанные нами свойства перпендикуляра позволяют проверить правильность угольника, который мы употребляем при черчении. Проверка классного угольника на доске. Дети проверяют свои угольники в тетрадях.

IV. *Задание на дом.* К., § 23, 24, 25.

V. *Закрепление изученного.* Повторить доказательство теоремы по частям.

Пояснение для учителя.

Доказательство этой теоремы очень трудно для понимания детей, оно даётся далеко не всем учащимся сразу. Объясняя способ проверки угольника, следует взять угольник явно неверный.

ТРЕУГОЛЬНИКИ (30; 15).

УРОК 11.

Тема урока: **Треугольник и его виды** (введение в тему).

Наглядные пособия. 1. План (крупный) земельного участка, имеющего форму многоугольника.

2. Шарнирные модели многоугольников, четырёхугольника и треугольника. Вместо этого можно использовать складной метр: соединив концы части метра, состоящий из пяти, четырёх или трёх звеньев, мы получаем многоугольники, стороны которых соединены подвижно (шарнирно).

3. Раздвижной треугольник. Можно сделать из соломы: подобрать три соломинки равной длины, чтобы концы одного отрезка входили (с трением) в концы других отрезков, перегнуть эти отрезки по середине и вставить последовательно один в другой. Получится треугольник; раздвигая его стороны, мы можем придавать ему различные формы.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (с места).

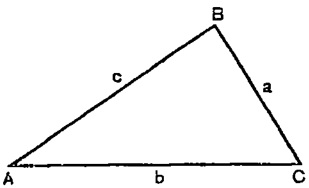
II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Определение перпендикуляра, основания перпендикуляра, наклонной, основания наклонной. Построение перпендикуляра угольником.

2. Свойство перпендикуляра и его построение транспортиром.

III. *Изучение нового материала.* Мы изучили прямую линию и углы. Сегодня мы начинаем изучение геометрических фигур, составными частями которых являются отрезки прямой и углы. Рассмотрим повешенный на доске план земельного участка. Граница участка — линия. Какая это линия? Определение ломаной линии, выпуклой ломаной, многоугольника, контура, периметра, диагонали. Начертить пятиугольник, обозначить его вершины буквами: A, B, C, D, E. Назвать его вершины, стороны, углы, периметр. Построить все диагонали из вершины A. На какие фигуры разбили диагонали многоугольник? Это обстоятельство используют при вычислении площадей земельных участков.

Смотрите на эту (шарнирную) модель многоугольника. Стороны этого многоугольника соединены подвижно, и многоугольник легко меняет свою форму. Уменьшим число сторон многоугольника до пяти, до четырёх — многоугольник попрежнему легко меняет свою форму. Уменьшим число сторон многоугольника до трёх — треугольник не меняет своей формы, хотя его стороны тоже соединены подвижно. Про треугольник говорят, что эта фигура *жёсткая.* Жёсткость треугольника используется в технике и в строительстве при сооружении прочных конструкций (ворота, кронштейны, мостовые фермы и т. д.). Можно ли получить многоугольник с числом сторон меньше трёх («двуугольник»)? Почему? Вывод: *треугольник — это многоугольник с наименьшим числом сторон, простейший многоугольник.* Треугольник обладает жёсткостью. Всякая прямолинейная фигура разбивается на треугольники. В силу этого треугольник имеет большое практическое применение. Сегодня мы начинаем изучать многоугольник. В этом году мы изучим треугольники.

Определение треугольника. Его изображение и обозначение, значок $\triangle$. Элементы треугольника. Их число. Основание и вершина треугольника (черт. 19). Назовите углы треуголника, прилежащие к стороне BC, угол, противолежащий стороне AC. Назовите сторону треугольника, противоположную углу C, а также стороны, составляющие угол C. Обратить внимание учащихся на возможность обозначать стороны треугольника малыми буквами, одинаковыми с большими буквами, которыми обозначены вершины противоположных углов.



Черт. 19.

Классификация треугольников в зависимости от сторон. Смотрите на эту раздвижную модель. В этом треугольнике все стороны равны. Как можно назвать такой треугольник? Дать определение равностороннего треугольника. Начертить равносторонний треугольник с помощью циркуля и линейки и т. д.

Классификация треугольников в зависимости от углов. Названия сторон прямоугольного треугольника.

IV. *Задание на дом.* К., § 33, 34, 35, 36 (первые два абзаца); Р., § 1, № 18; § 3, № 2.

Вырезать из бумаги три треугольника: 1, 2, 3 со сторонами 10 *см*, 12 *см* и углом между ними 60° (первый набор).

V. *Закрепление.* Какую фигуру мы начали изучать сегодня? Как называется такой треугольник (показать на модели)? Начертить: 1) разносторонний тупоугольный треугольник, 2) равнобедренный прямоугольный треугольник.

УРОК 12.

Тема урока: Главнейшие линии в треугольнике.

Наглядные пособия. 1. Таблица (черт. 20).

2. Три треугольника из бумаги со сторонами 5 *дм*, 6 *дм* и углом 60° между ними.

3. Таблица. На таблице изображены четыре равных между собой разносторонних остроугольных треугольника; в первом проведена высота, во втором — медиана, в третьем — биссектриса, в четвёртом все эти три линии проведены из одной и той же вершины.

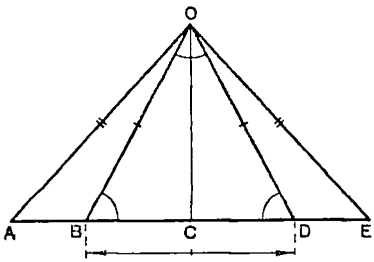
План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного* 1. Указать на таблице (черт. 20) треугольники: равносторонний, равнобедренный, разносторонний, остроугольный, прямоугольный. Назвать стороны прямоугольного треугольника. Указать тупоугольный треугольник.

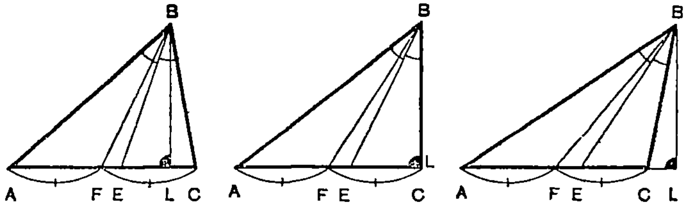
2. Какую форму имеют треугольники: *EOC*, *EOD*, *EOB*? Сформулируйте определение треугольника.

3. Начертить равнобедренный тупоугольный треугольник. Указать его основание и вершину, стороны, составляющие угол при вершине, углы, прилежащие к основанию.



Черт. 20.

III. *Изучение нового материала.* На прошлом уроке мы рассматривали треугольники. Сегодня мы рассмотрим некоторые линии в треугольниках. Начертите (вместе со мной) три разносторонних треугольника: остроугольный, прямоугольный и тупоугольный ($AC = 5$ *дм*; $BC = 4$ *дм*; угол $C = 80°$, угол $C = 90°$, угол $C = 100°$) (черт. 21). Пусть AC — основание, а точка B — вершина треугольника ABC. Построить биссектрису угла при вершине. Обозначить её BE. Дать определение биссектрисы треугольника. Каким прибором мы пользовались при её построении? Найти середину основания каждого треугольника, соединить её с вершиной. Этот отрезок (BF) называют *медианой* треугольника. Дать определение медианы треугольника. Скажите, каким прибором мы строили медианы? Определение высоты треугольника. Построить высоту в каждом треугольнике. Каким прибором мы это должны делать? Особенности в расположении высоты в прямоугольном и тупоугольном треугольниках. Всегда ли в этих треугольниках высоты имеют такое расположение?



Черт. 21.

$\triangle ABC$; AC — основание, B — вершина

$\angle ABE = \angle EBC$; BE — биссектриса $\triangle ABC$

$AF = FC$; BF — медиана $\triangle ABC$

$BL \perp AC$; BL — высота $\triangle ABC$

Какие линии треугольника всегда лежат внутри его? Какая линия может совпасть со стороной треугольника? Какая линия может лежать вне его? При каких условиях?

IV. *Задание на дом.* К., § 36. Построить в тетради треугольник со сторонами 12 *см*, 10 *см* и углом между ними 60° и из вершины этого угла провести три главнейшие линии треугольника.

V. *Закрепление.* Какой прибор нужен для построения биссектрисы треугольника? Почему? Какой прибор нужен для построения медианы треугольника и т. д. Как узнать, какие линии изображены на этом чертеже (на таблице)? Возьмите треугольник *1*, заготовленный дома. Как перегнуть этот треугольник, чтобы линия сгиба была его биссектрисой? Покажите на большом (моём) треугольнике. Перегните все. Сколько биссектрис можно построить в одном треугольнике? Возьмите треугольник *2*; как перегнёте этот треугольник, чтобы линия сгиба была его высотой? и т. д. Какую особенность мы замечаем в пересечениях линий?

Пояснение для учителя.

На этом уроке следует путём закрепления добиться твёрдого знания определений и построения главнейших линий треугольника.

Таблица. Употребление таблиц позволяет решить большое число задач и усилить опрос за счёт сокращения времени на выполнение чертежей и записей. Таблицу можно легко сделать на обратной стороне куска обоев (7 *дм* $\times$ 5 *дм*), укрепив верхний и нижний край на рейках (из дранки) и сделав на обоих рейках петли для подвешивания. Гвозди для подвешивания следует подготовить во всех классах. Подвесить таблицу можно в перемену в свёрнутом виде, а в нужный момент отстегнуть нижний край. Можно заменить таблицу записями и чертежами на маленькой переносной доске. Эту доску учитель заполняет до урока. Лучшие наборы моделей треугольников следует отобрать для школьной выставки.

УРОК 13.

Тема урока: **Симметрия геометрических фигур относительно оси.**

Наглядные пособия. 1. На листе плотной бумаги (черт. 22) по прямой PQ прикреплён лист прозрачной бумаги, на котором повторена левая часть чертежа.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

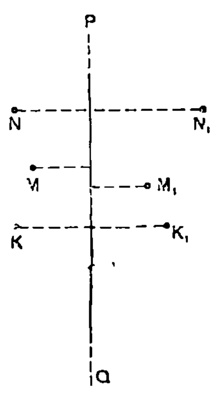
II. *Проверка усвоения изученного* (уплотнённый опрос). 1. Построить треугольник ABC; $AC = 5$ *дм*, $\angle A = 60°$, $\angle C = 40°$. Построить три биссектрисы треугольника ABC. Сформулировать определение биссектрисы треугольника и указать прибор для её построения.

2. То же для медианы треугольника.

3. То же для высоты треугольника.

4. В чём сходство и в чём разница между медианой и биссектрисой треугольника? Какие линии треугольника всегда расположены внутри его? Какая линия треугольника может совпасть с его стороной? При каких условиях? Какая линия треугольника может лежать вне его? При каких условиях? Построить тупоугольный треугольник и провести его высоту из вершины острого угла.

III. *Изучение нового материала.* Мы говорили, что геометрия изучает формы, размеры и взаимное расположение фигур. В расположении фигур бывают различные закономерности. Одну из них (простейшую) мы часто наблюдаем в природе и в быту. Посмотрите на бабочку, лепесток цветка, раскрытую книгу. Какую особенность видим мы в этих предметах? В некоторых геометрических фигурах (предметах) можно найти прямую линию, перегнув по которой эту фигуру, мы совместим каждую точку одной (например, левой) её части с каждой точкой другой (правой) её части и обратно. Как называют такие фигуры? Посмотрите на эту модель. Совпадёт ли точка N с точкой N_1 при перегибании по прямой PQ? Почему? То же относительно точек M и M_1. То же относительно K и K_1. Прямую PQ называют *осью симметрии,* а точки K и K_1 — точ-



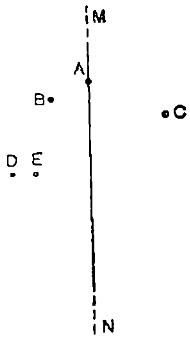
Черт. 22.

ками, *симметричными относительно оси* PQ (черт. 22). Дайте определение оси симметрии фигуры. Дайте определение точек, симметричных относительно оси.

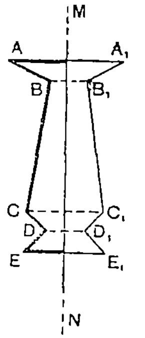
Дайте определение фигур, симметричных относительно оси. Постройте (черт. 23) точки A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, симметричные данным точкам A, B, C, D, E относительно MN.

Постройте фигуры, имеющие ось симметрии (черт. 24).

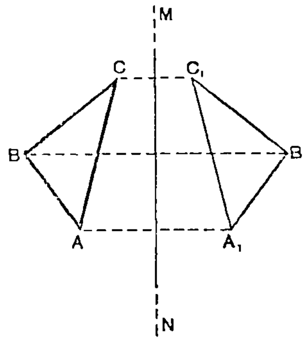
Построение фигуры, симметричной данной фигуре (черт. 25).



Черт. 23.



Черт. 24.



Черт. 25.

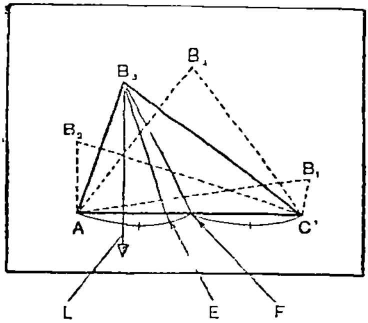
IV. *Задание на дом.* К., § 37. Выписать печатные буквы русского алфавита, имеющие осевую симметрию, и указать оси симметрии. Заготовить треугольники (второй набор): первый — со сторонами 10 *см*, второй — со сторонами 10 *см*, 10 *см*, 12 *см*. Найти в них все оси симметрии и перегнуть их по этим осям. Начертить произвольный многоугольник и построить многоугольник, ему симметричный относительно какой-нибудь оси.

V. *Закрепление.* Какое взаимное расположение фигур мы изучили сегодня? Какие точки называются симметричными относительно оси? Как построить фигуру, симметричную данной, относительно данной оси?

УРОК 14.

Тема урока: **Свойства равнобедренного треугольника.**

Наглядные пособия. Модель для демонстрации взаимного расположения главнейших линий треугольника (черт. 26). Посреди куска тонкой фанеры сделан прорез AC размерами 30 *см* на 1 *см*. В прорез вдвинут остроугольный равнобедренный треугольник с основанием 40 *см* (из той же фанеры) с вершиной B и вычерченной на нём биссектрисой BE. Из вершины этого треугольника опущен отвес BL, а тонкая резинка BF соединяет вершину B с серединой F прореза. Если вершину треугольника прижать к фанерному листу, в прорезь которого треугольник вставлен, мы получим треугольник, основанием которого служит прорезь, а вершиной — вершина вставленного треугольника. Тогда биссектриса угла при вершине станет биссектрисой треугольника, резинка — медианой, а отвес — высотой. Демонстрируя модель, треугольнику можно придать форму тупоугольного (B_1), прямоугольного (B_2) и остроугольного (B_3), разностороннего, равнобедренного (B_4) и т. д.



Черт 26.

План урока.

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Определения осевой симметрии, оси симметрии, точек, симметричных относительно оси. Построить точку, симметричную данной относительно данной оси.

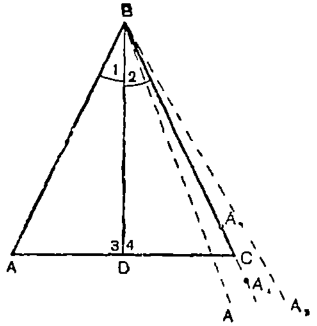
2. Построить фигуру, симметричную себе самой относительно какой-нибудь оси. Указать такие фигуры в нашем классе и в нашем здании.

3. Сколько осей симметрии имеет прямоугольник и как они расположены? Тот же вопрос относительно квадрата.

III. *Изучение нового материала.* Мы изучаем треугольники. Сегодня мы рассмотрим треугольник, имеющий ось симметрии. Рассмотрите треугольники, которые вы заготовили дома. Имеет ли ось симметрии треугольник *1*? *2*? Какая линия служит осью симметрии в этом треугольнике? Одни скажут: биссектриса, другие — медиана, третьи — высота. Что можно сказать о биссектрисе, высоте, медиане равнобедренного треугольника? Посмотрите на эту модель? Что изображает отвес? Почему? Что изображает резинка? Почему? и т. д. Те же вопросы относительно других треугольников.

Вывод из наблюдений: *осью симметрии равнобедренного треугольника служит медиана, биссектриса, высота угла при вершине, так как эти линии сливаются в одну.*

Убедимся, что явление, которое мы наблюдаем, не случайно, а является свойством всех равнобедренных треугольников. Формулируем нашу догадку так, чтобы отделить условие от заключения: ***если треугольник равнобедренный, то биссектриса угла при вершине есть одновременно медиана и высота.*** Сделаем чертёж, соответствующий условию, и запишем условие и заключение (черт. 27).



Черт 27.

Дано. $\triangle ABC$; $AB = BC$; BD — биссектриса.

Доказать: 1) BD — медиана ($AD = DC$).

2) BD — высота ($BD \perp AC$).

3) $\angle A = \angle C$.

Доказательство (путём перегибания).

Дано по условию или сделано по нашему желанию	Вытекает из условия или из наших действий
1. Перегну чертёж по BD.	1. $\triangle ABD$ упадёт на $\triangle DBC$.
2. $\angle 1 = \angle 2$.	2. BA пойдёт по BC (может ли BA занять положение BA_1? BA_2? Почему?).
3. $BA = BC$	3 Точка A упадёт в точку C (может ли точка A занять положение A_3? A_4? Почему?).
	4. AD совпадает с DC, так как через две точки (точку D и точку A или C) можно провести только одну прямую. $AD = DC$; BD — медиана $\triangle ABC$.
	5. $\angle A = \angle C$, так как их вершины и стороны совпали при наложении.
	6. $\angle 3 = \angle 4$, так как их вершины и стороны при наложении совместились $\angle 3 = \angle 4 = d$, как равные смежные углы; $BD \perp AC$, как общая сторона двух равных смежных углов; BD — высота $\triangle ABC$.

Наша догадка оказалась правильной: мы доказали её справедливость для любого равнобедренного треугольника. Какую теорему мы сейчас доказали? На чём основано её доказательство? Симметрия равнобедренного треугольника

IV. *Задание на дом.* К., § 38, 39, 40. Пользуясь теоремой о равнобедренном треугольнике, доказать, что в равностороннем треугольнике все углы равны.

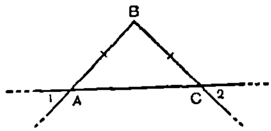
V. *Закрепление.* Повторить доказательство по тому же чертежу.

УРОК 15.

Тема урока: Понятие о равенстве треугольников.

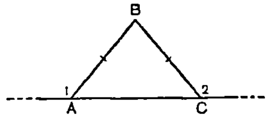
Наглядные пособия. 1. Два равных разносторонних треугольника, вырезанных из толстой бумаги. На обратной стороне одинаковыми цветами отмечены равные элементы. Третий треугольник имеет размеры, которые мало отличаются от размеров первых двух.

2. Таблица для решения задач на доказательство с помощью теоремы о равнобедренном треугольнике (черт. 28).



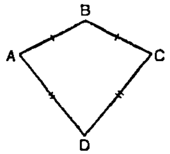
Задача 1. Дано. $AB = BC$.

Доказать: $\angle 1 = \angle 2$.



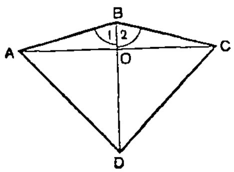
Задача 2. Дано: $AB = BC$.

Доказать: $\angle 1 = \angle 2$.



Задача 3. Дано: $AB = BC$; $AD = DC$.

Доказать: $\angle A = \angle C$.



Задача 4. Дано: $AB = BC$; $\angle 1 = \angle 2$

Доказать: 1) $AO = OC$;

2) $BD \perp AC$

Черт. 28.

План урока.

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Проверка усвоения изученного.* Теорема о свойствах равнобедренного треугольника и её доказательство (сперва со всеми деталями, потом более кратко).

III. *Упражнение* в применении теоремы о равнобедренном треугольнике к решению задач на доказательство (см. наглядное пособие, задачи 1, 2, 3; черт. 28).

IV. *Повторение материала, связанного с темой урока* (беглый опрос). Какие отрезки мы называем равными? Как убедиться в равенстве двух отрезков? Какие углы мы называем равными? Как убедиться в равенстве двух углов? Какие треугольники можно назвать равными? Как убедиться в равенстве двух треугольников?

V. *Изучение нового материала.* Предложить желающим выяснить, есть ли среди трёх моих треугольников равные. На опыте убеждаемся, что выявить равные треугольники трудно. Надо установить, как лучше производить наложение, чтобы быстро сделать вывод о равенстве или неравенстве двух треугольников. Рассмотрим два равных треугольника.

Выводы: 1) *в равных треугольниках элементы одного треугольника соответственно равны элементам другого треугольника* (выяснить значение слова «соответственно»); 2) *наложение следует производить, начиная с соответственно равных элементов.*

VI. *Задание на дом.* К., § 41. Замечание к § 42.

Задача 4 (по таблице). Вырезать из бумаги треугольники (третий набор): треугольник *1* со сторонами 12 *см*, 10 *см* и углом между ними 60°; треугольник *2* со сторонами 12 *см*, 10 *см* и углом между ними 30°; треугольник *3* со сторонами 12 *см*, 8 *см* и углом между ними 60°; треугольник *4* со стронами 12 *см*, 10 *см* и углом между ними 60°.

VII. *Закрепление.* Какие треугольники называются равными? Что можно сказать об элементах двух равных треугольников? Какое значение имеет слово «соответственно», когда говорят «соответственно» равны?

УРОК 16.

Тема урока: Признак равенства треугольников по двум сторонам и углу, заключённому между ними.

Наглядные пособия. Треугольник *1* со сторонами 6 *дм*, 5 *дм* и углом между ними 60°. Тр-к *2* со сторонами 6 *дм*, 5 *дм* и углом между ними 30°. Тр-к *3* со сторонами 6 *дм*, 4 *дм* и углом между ними 60°. Тр-к *4* со сторонами 6 *дм*, 5 *дм* и углом между ними 60°.

План урока.

I *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного.*

Задача. Дано: $ABCD$ — четырёхугольник;

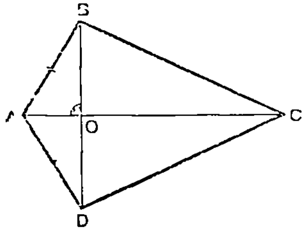
$AB = AD$; AC и BD — диагонали;

AC пересекает BD в точке O;

$\angle AOB = d$.

Доказать: $OB = OD$;

$\angle OAB = \angle OAD$.



Черт. 29.

III. *Повторение материала, связанного с темой урока* (беглый опрос).

Какие треугольники мы называем равными? Какая зависимость существует между элементами равных треугольников? Как следует понимать, что стороны и углы равных треугольников «соответственно» равны? Каким приёмом убеждаются в равенстве двух треугольников? Как следует накладывать один треугольник на другой, чтобы сделать вывод об их равенстве или неравенстве.

IV. *Изучение нового материала.* Мы научились устанавливать равенство двух треугольников наложением. Это трудно и не всегда удобно. Нам нужно найти такие признаки, по которым можно судить о равенстве двух треугольников, не накладывая их друг на друга. Откройте конверты с моделями. Возьмите третий набор.

1. Наложите треугольник *2* на треугольник *1* так, чтобы совпадали стороны треугольников длиной по 12 *см*. Имеют ли наши треугольники ещё равные стороны? Совпадут ли эти стороны? Почему? Где пройдет сторона треугольника *2* длиною 10 *см*? Какое условие необходимо для того, чтобы сторона треугольника *2* длиною 10 *см* совпала с равной ей стороной треугольника *1*. Равны ли треугольники, которые мы сравниваем?

2. Наложите треугольник *3* на треугольник *1* так, чтобы их стороны по 12 *см* совпали. Как пойдёт сторона треугольника *3* длиною 8 *см*? Почему? Можно ли сказать, что она совпала со стороною треугольника *1*? Почему? Какие два условия необходимы для того, чтобы после совмещения первых сторон треугольников по 12 *см* их вторые стороны тоже совпали? Можно ли эти треугольники назвать равными? Почему?

3. Кто готов сделать наложение треугольника *4* на треугольник *1*? Расскажи, как будешь накладывать. Могут ли третьи стороны этих треугольников не совпасть? Почему? Вспомни аксиому прямой. Равны ли эти треугольники? Что при наложении треугольников зависит от нас, а что не зависит? По равенству скольких и каких элементов мы убедились в равенстве треугольников?

Вывод: *сравнив несколько треугольников, мы убедились, что для того, чтобы утверждать, что два треугольника равны, нет необходимости устанавливать равенства всех их элементов.*

Мы убедились на примере, что ***если две стороны и угол, заключённый между ними, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу, заключённому между ними, другого треугольника, то такие треугольники равны.***

Доказжем, что наш вывод справедлив и для других треугольников. Начертим на доске и в тетрадях разносторонний остроугольный треугольник ABC. Рядом построим транспортиром угол A_1, равный углу A. На сторонах угла A_1 отложим отрезки $A_1B_1 =$

$= AB$ и $A_1C_1 = AC$. Соединим точки B_1 и C_1 и получим треугольник $A_1B_1C_1$, в котором две стороны и угол, заключённый между ними, равны двум сторонам и углу, заключённому между ними, в треугольнике ABC. Докажем, что $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle ABC$. Доказательство.

V. *Задание на дом.* К, § 42. Доказать признак равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними для треугольников, обозначенных буквами BCD и $B_1C_1D_1$.

VI. *Закрепление.* Какой признак равенства двух треугольников мы сегодня установили? Докажем ещё раз этот признак по тому же чертежу. На что мы ссылаемся при доказательстве этой теоремы? Постройте в тетрадях треугольник со сторонами 4 *см*, 3 *см* и углом между ними 70°. Какие получились у всех треугольники? Почему? Сколько элементов и какие элементы определяют таким образом форму и размер треугольника? Постройте треугольник, равный данному треугольнику. Сколько построений и какие построения следует для этого сделать?

Пояснение для учителя.

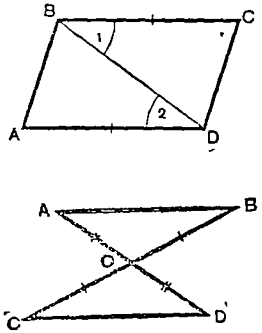
Не бойтесь расходовать время на подготовительную работу (рассматривание моделей и рассуждения): оно окупится качеством знаний учащихся. Всё, что ученики делают на своих маленьких моделях, учитель тоже делает на больших. Если при закреплении материала или при опросе на последующих уроках у учеников возникнет затруднение или произойдёт ошибка в рассуждении, надо обратиться к наложению при помощи модели, а для этого всегда нужно иметь их в классе. Запись доказательства сделать по той же форме, как и доказательство теоремы о равнобедренном треугольнике.

Беглый опрос. Цель беглого опроса — в короткий срок восстановить в памяти учащихся нужные для данного урока сведения, сосредоточить их внимание на некоторых понятиях для дальнейшей работы над ними. Учитель ставит вопрос перед классом. Учащиеся поднятием рук сообщают о своей готовности отвечать. По вызову учителя ученик отвечает с места. Учащиеся поднятием рук сообщают о своём желании исправить или дополнить ответ товарища. После получения правильного и исчерпывающего ответа учитель ставит перед классом следующий вопрос. Работу следует вести в быстром темпе. Нужно вовлечь весь класс в активное участие в работе. Для этого следует спрашивать не только тех, кто поднимает руки, но и тех, кто этого не делает, и учитывать ответы учащихся при оценке за ближайший опрос, или при накоплении большого количества ответов с места выставить общую оценку за несколько ответов. Учащиеся должны знать об этой системе учителя, она стимулирует их на активную и качественную работу. Учёт устных ответов лучше вести в от-

УРОК 17.

Тема урока: Признак равенства треугольников по двум углам и прилежащей к ним стороне.

Наглядные пособия. Таблица. Задачи на доказательство равенства треугольников по первому признаку их равенства (черт. 30).



Черт. 30.

Задача 1. Дано: $ABCD$ — четырёхугольник;
BD — его диагональ;
$BC = AD$;
$\angle 1 = \angle 2$.

Доказать: $\triangle ABD = \triangle CBD$

Задача 2. Дано: $ABCD$ — четырёхугольник;
AD пересекает BC в точке O;
$AO = OD$;
$BO = OC$.

Доказать: $\triangle AOB = \triangle COD$.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (с места).

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Какие треугольники называют равными? Какой признак равенства треугольников мы знаем? Построить треугольник, равный данному треугольнику. Сколько построений и какие для этого нужно сделать?

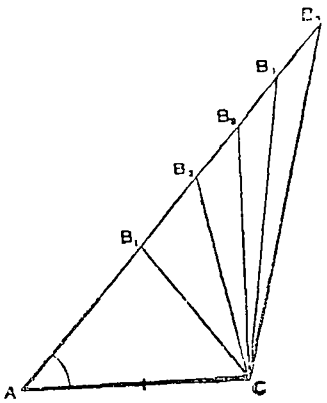
2. Доказать признак равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними

3. Применение признака равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними к доказательству равенства треугольников.

Зная признак равенства двух треугольников, мы можем судить о равенстве треугольников, не производя наложение. Решим устно задачи по таблице.

III. *Изучение нового материала.* На прошлом уроке мы установили признак, по которому можно судить о равенстве двух треугольников. Сегодня мы продолжим эту работу: будем искать новые признаки равенства треугольников.

Построим треугольник с основанием 5 *см* и углом 45°, прилежащим к этому основанию. Какие у нас получились треугольники? Определяют ли два элемента треугольника его форму и размер? По заданным стороне и углу можно построить много треугольников различной формы и величины (черт. 31). Допол-



Черт. 31

ним заданные два элемента ещё одним элементом — вторым углом, прилежащим к заданному отрезку (например, углом в 30°). Построим треугольник по заданным двум углам и прилежащей к ним стороне. Какие получаются у нас треугольники? Мы нашли еще один признак равенства треугольников

Формулируем нашу догадку: ***если два угла и прилежащая к ним сторона одного треугольника соответственно равны двум углам и прилежащей к ним стороне другого треугольника, то такие треугольники равны.*** Докажем, что это действительно так (доказательство по Киселёву, запись по образцу, указанному в плане урока 14).

IV. *Задание на дом* К, § 42 (2). Доказать признак равенства треугольников по двум углам и прилежащей к ним стороне для треугольников, обозначенных буквами DEF и $D_1E_1F_1$.

V *Закрепление.* Сколько признаков равенства треугольников мы теперь знаем?

Какие признаки равенства треугольников мы знаем? Повторить доказательство признака по двум углам и прилежащей к ним стороне по тому же чертежу. На что мы ссылаемся при доказательстве этой теоремы? Сколько элементов и какие элементы определяют форму и размер треугольника? А если по этим элементам построить еще один треугольник, каким он окажется? Построить треугольник, равный данному, двумя способами.

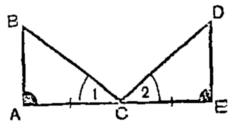
Пояснение для учителя.

Изменение букв, данных в учебнике при обозначении фигур, требует от учащихся большей самостоятельности при доказательстве, а указание единого для всего класса обозначения позволяет легче проверять и исправлять домашнюю работу.

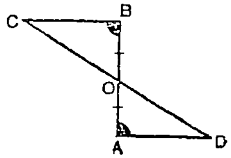
УРОК 18.

Тема урока: Доказательство равенства треугольников с помощью признаков равенства треугольников.

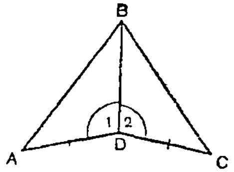
Наглядные пособия Таблица. Задачи на доказательство равенства треугольника с помощью известных признаков равенства (черт. 32).



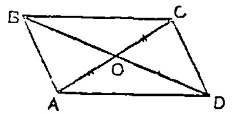
Задача 1. Дано: $AB \perp AE$,
$DE \perp AE$,
$AC = CE$;
$\angle 1 = \angle 2$.
Доказать: $\triangle ABC = \triangle CDE$.



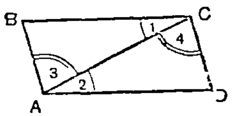
Задача 2. Дано: $BC \perp AB$,
$AD \perp AB$;
$AO = OB$.
Доказать: $\triangle COB = \triangle DAO$.



Задача 3. Дано: $AD = DC$,
$\angle 1 = \angle 2$.
Доказать: $\triangle ABD = \triangle BCD$.



Задача 4. Дано: $AO = OC$,
$BO = OD$.
Доказать:
1) $\triangle BOC = \triangle AOD$;
2) $\triangle AOB = \triangle COD$.



Задача 5. Дано: $\angle 1 = \angle 2$,
$\angle 3 = \angle 4$.
Доказать: $\triangle ABC = \triangle CDA$.

Черт 32.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (с места).

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Доказать признак равенства треугольников по двум сторонам и углу, заключённому между ними.

2. Доказать признак равенства треугольников по двум углам и прилежащей к ним стороне.

3. Построить треугольник, равный данному, двумя способами. Сколько построений и какие (в каждом случае отдельно) следует сделать? Сколько элементов и какие элементы определяют форму и размеры треугольника?

III. *Упражнение.* Решение задач по таблице. Доказанные нами признаки равенства треугольников позволяют нам делать утверждения о равенстве двух треугольников, не прибегая к наложению их друг на друга. Но мы должны знать равенство некоторых элементов в рассматриваемых нами треугольниках. Скольких? Каких?

Задача 1. Кто готов показать треугольники, равенство которых следует доказать? Какие равные элементы отмечены на чертеже? Сколько ещё равных элементов и какие нужно нам знать, чтобы мы могли применить один из признаков равенства треугольников, изученных нами? Равенство каких элементов вытекает из условия задачи, хотя там это равенство не записано? По какому признаку будут равны треугольники? Кто готов повторить это доказательство? Подобным же образом ведётся решение остальных задач по таблице.

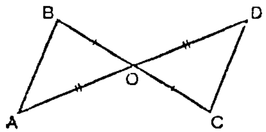
IV. *Задание на дом.* По таблице. Задача 4 (2-я часть) и задача 5 (начертить и списать с таблицы условие). Вырезать из бумаги треугольник со сторонами 10 *см*, 12 *см*, 8 *см*.

УРОК 19.

Тема урока: Признак равенства треугольников по трём сторонам.

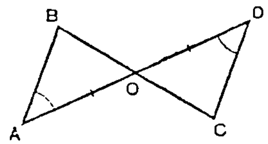
Наглядные пособия. 1. Треугольники те же, что и на предыдущих уроках.

2. Таблица. Задачи на доказательство равенства треугольников по первому и второму признакам (черт. 33).



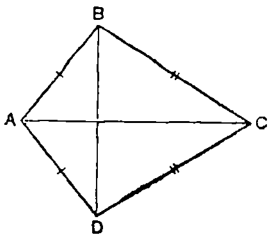
Задача 1. Дано: $AO = OD$; $BO = OC$.

Доказать: $\triangle ABO = \triangle DOC$.



Задача 2. Дано: $AO = OD$; $\angle A = \angle D$.

Доказать: $\triangle AOB = \triangle DOC$.



Задача 3. Дано: $AB = AD$; $BC = CD$.

Доказать: $\angle ABC = \angle ADC$.

Черт. 33.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (на доске).

II. *Проверка усвоения изученного.* Решение задач 1, 2, 3 (по таблице).

III. *Изучение нового материала.* По скольким равным элементам делаем заключение о равенстве двух треугольников? По равенству каких элементов? Прибор для измерения углов не всегда бывает под руками; полезно знать признак равенства треугольников, не требующий измерения углов. Сколько равных элементов должно входить в этот признак? Какие элементы? Формулируем нашу догадку. Рассмотрим треугольники, заготовленные дома двумя соседями по парте. Кто готов доказать правильность этой догадки? Докажите. Почему попытка наложить один треугольник на другой не удалась? Попробуем в этом случае вести доказательство приложением. Доказательство теоремы по Киселёву, запись доказательства по образцу, указанному в уроке 14.

IV. *Задание на дом.* К., § 42 (3). Замечание. Доказать признак равенства треугольников по трём сторонам для треугольников, обозначенных буквами EFL и $E_1F_1L_1$.

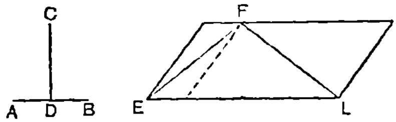
V. *Закрепление.* Повторить доказательство теоремы по тому же чертежу. На какую ранее доказанную теорему ссылаемся мы при доказательстве этой теоремы? Построить какой-нибудь треугольник. Построить треугольник, ему равный, не измеряя его углов. Сколько признаков равенства треугольников мы знаем? Какие признаки? Какими способами доказывали эти теоремы?

УРОК 20.

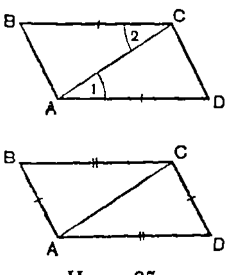
Тема урока: **Применение признаков равенства треугольников к доказательству равенства отрезков и углов.**

Наглядные пособия. 1. Таблица. Оптические иллюзии (черт. 34).

2. Таблица. Задачи на доказательство равенства отрезков и углов с помощью признаков равенства треугольников (черт. 35).



Черт 34.



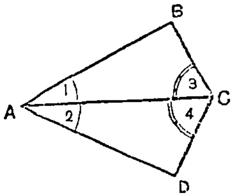
Черт. 35

Задача 1. Дано: $BC = AD$;
$\angle 1 = \angle 2$.

Доказать: $AB = CD$.

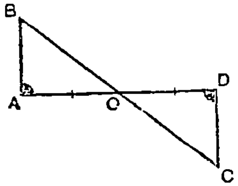
Задача 2. Дано: $AB = CD$;
$BC = AD$.

Доказать: $\angle B = \angle D$.



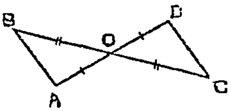
Задача 3. Д а н о: $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$.

Д о к а з а т ь: $\angle B = \angle D$.



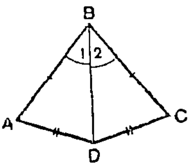
Задача 4. Д а н о: $AB \perp AD$; $CD \perp AD$; $AO = OD$.

Д о к а з а т ь: $BO = OC$.



Задача 5. Д а н о: $AO = OD$; $BO = OC$.

Д о к а з а т ь: $AB = DC$.



Задача 6. Д а н о: $AB = BC$; $AD = CD$.

Д о к а з а т ь: BD — биссектриса $\angle ABC$.

Черт. 35.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (с места).

II. *Проверка усвоения изученного* (уплотнённый опрос).

1. Доказать признак равенства треугольников по трём сторонам для тупоугольных треугольников с тупым углом при вершине.

2. Доказать признак равенства треугольников по трём сторонам для треугольника с тупым углом при основании.

III. *Повторение изученного* (беглый опрос). 1. Какую фигуру называют многоугольником? треугольником?

2. Из скольких элементов и каких элементов состоит треугольник?

3. Сколько элементов и какие элементы определяют форму и размеры треугольника?

4. Какие треугольники называют равными?

5. По равенству скольких элементов можем мы судить о равенстве двух треугольников?

6. По равенству каких элементов можем мы судить о равенстве треугольников?

7. Как расположены соответственно равные стороны и углы в равных треугольниках?

IV. *Изучение нового материала.* При изучении свойств геометрических фигур часто возникает необходимость убедиться, что какие-либо два отрезка или два угла равны между собой. Попробуем сравнить на глаз (черт. 34) отрезки AB и CD; EF и FL. Теперь сравним эти отрезки циркулем или ниткой. Выводы, сделанные нами на основании глазомера, оказались ошибочными. В точном равенстве двух отрезков нельзя убедиться измерением, так как оно не даёт полной точности (отрезки 0,01 *мм*, 0,001 *мм* не могут быть нами учтены). В точном равенстве двух отрезков убеждаются путём доказательства.

Если наши отрезки входят в равные треугольники и расположены в них против равных углов, то они равны.

Задача 4 (черт. 35). Что надо доказать? В какие треугольники входят отрезки, равенство которых мы хотим доказать? Какие элементы в этих треугольниках равны? Равенство каких элементов можем мы установить на основании изученного ранее? Равны ли эти треугольники? По какому признаку? Как расположены отрезки BO и OC в этих треугольниках? Какой вывод можно сделать об отрезках BO и OC? Повторить доказательство. Решить самостоятельно задачу 5 (устно).

Задача 6 (решение записать на доске и в тетрадях).

Дано: $ABCD$ — четырёхугольник; $AB = BC$; $AD = DC$; BD — диагональ.

Доказать: BD — биссектриса $\angle ABC$.

Доказательство 1. Если BD — биссектриса $\angle ABC$, то $\angle 1 = \angle 2$. Следует доказать, что $\angle 1 = \angle 2$. $\angle 1$ входит в $\triangle ABD$; $\angle 2$ входит в $\triangle CBD$.

2. Рассмотрим $\triangle ABD$ и $\triangle CBD$. BD — общая сторона, $AB = BC$ и $AD = CD$ по условию; $\triangle ABD = \triangle CBD$ по трём сторонам.

3. $\angle 1 = \angle 2$ (как углы, лежащие в равных треугольниках против равных сторон AD и CD).

BD — биссектриса $\angle ABC$.

V. *Задание на дом.* К. § 42 (весь). Задачи по таблице (1, 2 и 3).

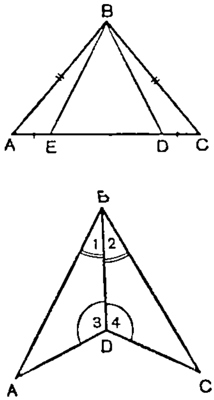
Пояснение для учителя

Можно использовать таблицы, употреблявшиеся на предыдущих уроках, сохраняя чертёж и меняя условие и заключение задачи. Для этого на полоске бумаги делают новую запись (условия и заключения) и закрывают этой полоской первоначальную запись (вставляют, как карточку в альбом). В этом случае не следует делать на чертеже отметок на равных отрезках и равных углах.

УРОК 21.

Тема урока: **Применение равенства треугольников к решению практических вопросов.**

Наглядные пособия. Т а б л и ц а. Задачи на доказательство равенства отрезков и углов при помощи признаков равенства треугольников (черт. 36).



Задача 1. Д а н о: $\triangle ABC$;
$AB = BC$;
$AE = CD$.

Д о к а з а т ь: $BD = BE$.

Задача 2. Что известно об этой фигуре из чертежа? Что можно доказать на основании этих данных? Запишите условие. Проведите доказательство.

Черт. 36.

П л а н у р о к а.

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Проверка усвоения изученного* (уплотнённый опрос).

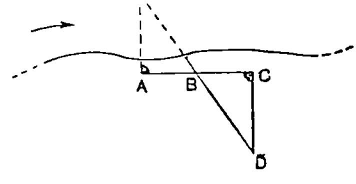
1. Решение задачи 1 и 2 (по таблице).
2. Решение задачи 3.

Д а н о: $ABCD$ — четырёхугольник; $AB = CD$; $AD = BC$.
Д о к а з а т ь: $\angle A = \angle C$.
Построить чертёж и провести доказательство.

III. *Изучение нового материала.* Знание признаков равенства треугольников и уменье строить треугольник, равный данному треугольнику, позволяет решать ряд практических задач.

Задача. Измерить ширину реки, не переходя её.

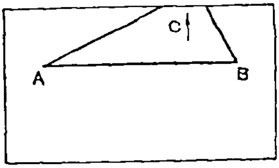
На чертеже 37 изображена река. Мы находимся на правом берегу. Нужно измерить ширину реки, не переходя её. Выбираем на левом берегу предмет M, близкий к воде и удобный для визирования (дерево, постройку и т. д.). Визируем AC вдоль берега реки. Находим точку A, из которой предмет M виден под прямым углом к AC. По AC отмеряем отрезок AB произвольной длины и



Черт. 37.

отрезок $BC = AB$. В точке C строим прямой угол. Из точки B визируем направление BM и находим точку D. Измеряем CD.

Доказательство. $\triangle BCD = \triangle BAM$ по стороне и двум углам. $AM = CD$, как стороны равных треугольников, лежащие против равных углов. Ширина реки $AM = CD$. Отрезок CD лежит на нашем берегу, мы можем его измерить.



Черт. 38.

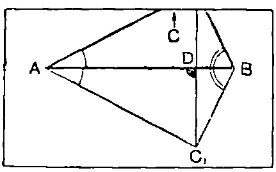
Задача. На листе бумаги начерчена только часть треугольника ABC. Вершина C не поместилась на чертеже. Требуется найти основание высоты треугольника, опущенной из той вершины, которой нет на чертеже (черт. 38).

IV. *Задание на дом.* Р., § 3, № 6.

Пояснение для учителя.

1. Решая задачу об измерении ширины реки, я предполагаю, что дети уже умеют провешивать прямую и построить прямой угол эккером. Если эти работы в IV—V классах не были проведены, их следует провести в VI классе осенью. Можно использовать картину (наглядное пособие по географии) с изображением реки. Фиксировать точки иголками, а направления — цветными нитками. После решения этой задачи, если позволяет погода, следует сделать выход на местность для практического решения подобной же задачи.

2. Для решения второй задачи можно заготовить чертёж треугольника на листе плотной бумаги и загнуть часть чертежа, на которой поместилась вершина C. Учащиеся думают, что загнутая часть листа отсутствует, и решают задачу. После её решения отогнуть верхний край листа и показать, что прямая CD, проведённая нами перпендикулярно AB, действительно пройдёт через вершину C. Решение задачи очевидно из приложенного чертежа (черт. 39).

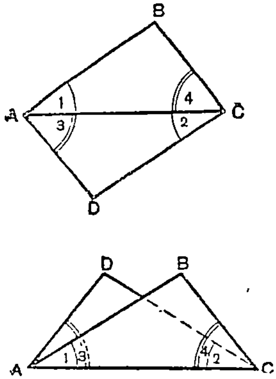


Черт. 39.

УРОК 22.

Тема урока: **Решение задач на доказательство равенства треугольников и их элементов. Случаи, когда один из треугольников частично накрывает другой.**

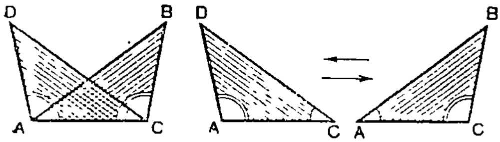
Наглядные пособия. Таблица — модель. Из прозрачной (компрессной) бумаги вырезать прямоугольник и перегнуть его по диагонали. Один из получившихся при этом треугольников наклеить на лист плотной бумаги. Расставить обозначение вершин углов. Задачу решать дважды: первый раз — когда модель в развёрнутом виде, а второй — в свёрнутом виде (черт. 40).



Черт. 40.

Задача 1. Дано: $\triangle ABC$; $\triangle ADC$; $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$.

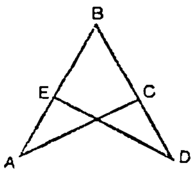
Доказать: $\triangle ABC = \triangle ADC$.



Черт. 40(а).

Задача 2. Дано: $\triangle ADC$; $\triangle ABC$; $\angle BAC = \angle DCA$; $\angle DAC = \angle BCA$.

Доказать: $\triangle ADC = \triangle ABC$.



Черт. 40(б).

Задача 3. Дано: $\triangle ABC$; $\triangle BDE$; $AB = BD$; $BC = BE$.

Доказать:

1) $\triangle ABC = \triangle BDE$;
2) $\angle A = \angle D$;
3) $AC = DE$.

План урока.

I. *Проверка домашней работы.*

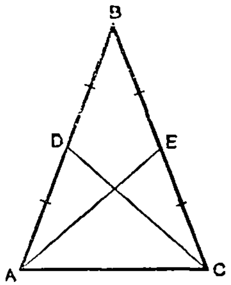
II. *Изучение нового материала.* Очень часто на чертеже линии располагаются так, что образуют треугольники, которые частично покрывают друг друга. В тех случаях, когда нам приходится рассматривать такие треугольники, надо видеть каждую фигуру отдельно. Это уменье расчленить чертёж на нужные нам части мы и должны приобрести на этом уроке. Посмотрите на эту таблицу (черт. 40).

Задача 1. Здесь всё обычно; решите задачу. Теперь я перегну чертёж: получилась другая фигура. На ней те же треугольники, у них равны те же элементы, но расположены по-другому. Решите задачу по новому чертежу.

Задача 2. Здесь на вспомогательном чертеже каждая из рассматриваемых фигур изображена отдельно (мы как бы раздвигаем треугольники в разные стороны). Решите эту задачу (черт. 40а).

Задача 3. Рассмотреть фигуру на чертеже. Назвать треугольники и начертить на доске каждый из них отдельно. Отметьте на треугольниках равные элементы. Решите задачу (черт. 40б).

Задача. (Р., § 3, № 5). Прочитайте условие. Что в этой задаче известно (дано) и что требуется сделать (доказать)? Сделайте чертёж, соответствующий условию. Решите задачу устно. В какие треугольники вошли медианы в качестве сторон треугольников? Какую пару треугольников будем мы рассматривать? Почему? Что можно сказать об элементах этих треугольников? Сколько решений имеет эта задача? Какие? Теперь вместе со мной делайте такие записи, какие я делаю на доске (черт. 41). Я оставляю в записях пустые места, которые вы заполните дома.



Черт. 41.

Дано: $\triangle ABC$ — равнобедренный;
AE — . . . .
CD — . . . .

Доказать: $AE = CD$.

Доказательство (1-й случай).

Рассмотрим $\triangle ADC$ и $\triangle$ . . . .
AC — общая сторона . . . .
$AD = CE$, как . . . .
$\angle DAC = \angle$, как . . . .
$\triangle$ $= \triangle$ по . . . .
$CD = AE$, как . . . .

Доказательство (2-й случай).

Рассмотрим $\triangle ABE$ и . . . .
$AB =$ . . . .
$BE =$ . . . .
$\angle B$ — . . . .
$\triangle$ $= \triangle$ . . . .
$AE = CD$, как . . . .

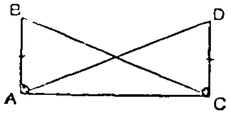
Пустые места заполнить дома.

Задание на дом. Повторить: К., § 22, 26, 39; Р., § 3, № 5.

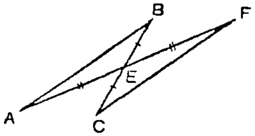
УРОК 23.

Тема урока: Внешний угол треугольника и его свойство.

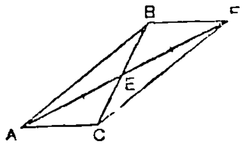
Наглядные пособия. 1. Таблица (черт. 42).



Задача 1. Дано $AB \perp AC$,
$CD \perp AC$,
$AB = CD$
Доказать: $\angle B = \angle D$.



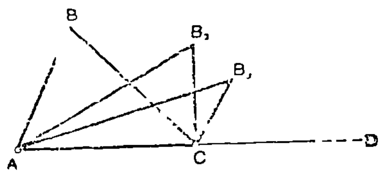
Задача 2. Дано $BE = EC$;
$AE = EF$
Доказать: $\angle B = \angle C$.



Задача 3. Дано: AE — медиана
$\triangle ABC$
EF — продолжение AE;
$AE = EF$
Доказать: $\angle ABC =$
$= \angle ECF$

Черт. 42.

2. Модель к теореме о внешнем угле треугольника (черт. 43). На куске картона изображен луч AD, на нем взята точка C. Нить длиною несколько больше AC закреплена концами в точках A и C. Нить пропущена через ушко иглы, которая свободно по ней движется. Натянув иглой нить в плоскости картона и укрепив иглу в одной из точек B_1, B_2, B и т. д., получим подвижной треугольник с внешним тоже подвижным углом при вершине C.



Черт. 43

План урока.

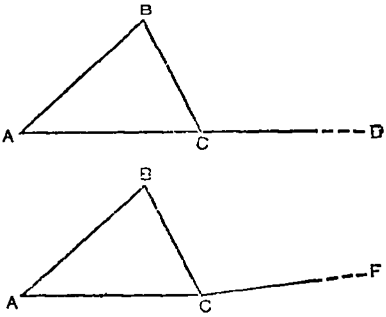
I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного.* Решение задачи по таблице.

III. *Повторение материала, связанного с темой урока* (беглый опрос).

Определение смежных углов. Как построить угол, смежный с данным углом? Свойство смежных углов. Определение вертикальных углов. Как построить угол, вертикальный с данным углом? Свойство вертикальных углов. Определение медианы треугольника и её построение.

IV *Изучение нового материала.* Какое сходство находите вы между $\angle BCD$ и $\angle BCF$ на чертеже 44? Какое различие находите вы между этими углами? Угол BCD называют *внешним углом* $\triangle ABC$. Дайте определение внешнего угла треугольника. Определение внешнего угла по учебнику Киселёва. Как построить внешний угол треугольника? Можно ли $\angle BCF$ назвать внешним углом $\triangle ABC$? Почему? Сколько внешних углов можно построить при одной вершине треугольника? Каким свойством обладают внешние углы, расположенные при одной вершине треугольника? Сколько внешних углов имеет треугольник? Постройте все внешние углы треугольника ABC.

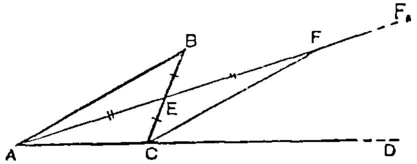


Черт. 41

Сегодня мы будем изучать свойство внешнего угла треугольника. Покажите на модели внешний угол треугольника и внутренний угол, смежный с этим внешним. Мы уже знаем, что смежные углы могут быть равны между собой или один из них может быть больше или меньше другого. Поэтому и внешний угол BCD треугольника ABC может быть больше, равен и меньше смежного с ним внутреннего угла треугольника. Теперь будем наблюдать сравнительную величину внешнего угла BCD и внутренних углов треугольника, не смежных с этим внешним ($\angle A$ и $\angle B$). Покажите эти углы (черт. 43). Положение B_1: $\angle BCD > \angle A$; $\angle BCD > \angle B_1$, так как тупой угол всегда больше острого. Положение B_2: $\angle BCD > \angle A$; $\angle B_2CD > \angle B_2$, так как прямой угол всегда больше острого. Положение B_3: $\angle B_3CD > \angle A$; $\angle B_3CD > \angle B_3$. Здесь это трудно установить на глаз, так как все углы острые, и мы должны провести измерение транспортиром.

Вывод из наблюдений: *внешний угол треугольника больше каждого внутреннего угла его, не смежного с этим внешним.* Формулируем нашу догадку так, чтобы чётко разграничить условие от заключения: ***если угол является внешним по отношению к треугольнику, то он больше каждого внутреннего угла, не смежного с этим внешним углом.*** Докажем, что наша догадка справедлива для любых треугольников. Предыдущие теоремы мы доказывали с помощью движения фигур (вращением, перегибанием, наложением, приложением). Теперь нам нет надобности поступать так. Мы изучили признаки равенства треугольника; воспользуемся ими так же, как пользовались ими при решении задач на доказательство. Проведем вспомогательные линии (их следует делать прерывистой линией, или пунктиром). Эти линии помогут нам сделать наложение мысленно. Запись на доске и в тетрадях.

Теорема о внешнем угле треугольника (черт. 45).



Черт. 45.

Дано: $\triangle ABC$; $\angle BCD$ — внешний угол $\triangle ABC$; $\angle A$ и $\angle B$ — внутренние углы $\triangle ABC$, не смежные с $\angle BCD$.

Доказать:

1) $\angle BCD > \angle B$;

2) $\angle BCD > \angle A$.

Чтобы сравнить угол B с углом BCD, нужно наложить один из этих углов на другой. Прежде мы выполняли это при помощи движения, а теперь сделаем это с помощью вспомогательных линий.

Доказательство.

1. Вспомогательные построения. Точка E — середина BC (по построению).

AE — медиана (по определению); EF_1 — продолжение AE за точку E; $AE = EF$ (по построению); CF — отрезок.

2. $\angle ECF$ входит в $\triangle CFE$; $\angle B$ входит в $\triangle BAE$.

Рассмотрим $\triangle CFE$ и $\triangle BAE$.

$BE = EC$; $AE = EF$; $\angle BEA = \angle CEF$ (как вертикальные), $\triangle CFE = \triangle BAE$ (по двум сторонам и углу между ними).

Следовательно, $\angle B = \angle ECF$ (как углы, лежащие в равных треугольниках против равных сторон).

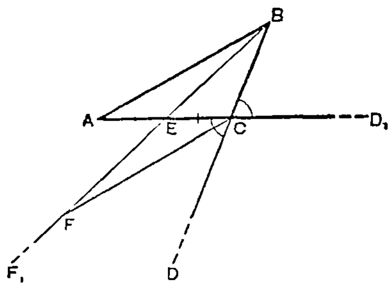
3. Рассмотрим $\angle BCD$ и $\angle ECF$.

$\angle BCD > \angle ECF$, так как $\angle ECF$ — часть $\angle BCD$.

$\angle ECF = \angle B$ (по доказанному).

Вывод: $\angle BCD > \angle B$.

Догадка, которую мы высказали на основании наших наблюдений, подтвердилась. Теперь я сотру вспомогательные линии чертежа и оставлю его в первоначальном виде. (Учащимся чертить и писать не нужно.) Как доказать, что $\angle BCD_1 > \angle A$? Какие вспомогательные линии следует провести? Кто готов доказать вторую часть теоремы? (Черт. 46.)



Черт. 46.

Работа с книгой.

Откройте учебник Киселёва, § 45. Прочитайте следствия, вытекающие из доказанной теоремы. Кто готов доказать следствие о числе прямых углов треугольника? Докажите.

Кто готов доказать следствие о числе тупых углов треугольника? Докажите.

V. *Задание на дом.* К., § 43, 44, 45. Повторить: § 28, 38.

VI. *Закрепление.* Какую теорему доказали мы сегодня? На какие теоремы, определения и аксиомы ссылались мы при её доказательстве? Может ли угол равнобедренного треугольника, лежащий при основании, быть прямым? тупым? Почему?

Пояснение для учителя.

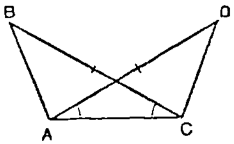
При доказательстве теоремы не следует делать такой чертёж, какой дан в учебнике Киселёва, так как на этом чертеже внешний угол тупой и очевидно, что он больше каждого внутреннего угла треугольника.

УРОК 24.

Тема урока: Зависимость между сторонами и углами треугольника.

Наглядные пособия. 1. Набор моделей отрезков и углов из дерева (хуже из соломинок и бумаги) таких размеров, чтобы из них можно было сложить треугольник. Например: 20 *см*, 17 *см*, 10 *см*, 90°, 60°, 30°.

2. Таблица (черт. 47).



Черт. 47.

Задача. Дано: $BC = AD$;
$\angle DAC = \angle BCA$.
Доказать: $AB = CD$.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Определение внешнего угла. Доказательство теоремы о внешнем угле треугольника.

2. Что называют теоремой? следствием? Доказать следствия из теоремы о внешнем угле.

3. Решить задачу (по таблице).

III. *Изучение нового материала.* На этом уроке мы должны выяснить, существует ли зависимость между сторонами и углами треугольника. Что мы знаем об углах равностороннего треугольника? Как расположены равные углы относительно равных сторон? Что мы знаем об углах равнобедренного треугольника? Как расположены равные углы относительно равных сторон?

Вывод: *в треугольнике против равных сторон лежат равные углы.*

Посмотрите: эти отрезки и углы имеют разную величину. Из них можно построить треугольник. Я его построила. Как расположились в треугольнике бо́льшая сторона и больший угол? Меньшая сторона и меньший угол? Поменяем местами два угла треугольника, оставив на месте все остальные элементы (положим против большей стороны меньший угол треугольника, а против меньшей стороны его больший угол). Треугольник разрушился.

Вывод: *в треугольнике против большей стороны лежит больший угол.*

Формулируем нашу догадку: ***если одна сторона треугольника больше другой его стороны, то против неё лежит больший угол.***

Докажем, что наша догадка верна. Чертёж. Запись условия. Доказательство Нам нужно сравнить два угла: $\angle A$ и $\angle C$. Для этого нужно наложить один угол на другой. Сделаем это, не прибегая к движению фигур, а с помощью вспомогательных линий и т. д. (по учебнику Киселёва).

IV. *Задание на дом.* К., § 46. Повторить § 29, 30, 31; Р., § 3, № 4 (письменно).

V. *Закрепление.* Повторить доказательство теоремы по тому же чертежу. На какие теоремы мы ссылались при доказательстве этой теоремы? Может ли против меньшей стороны треугольника лежать прямой угол? тупой угол? Может ли против большей стороны треугольника лежать острый угол? Решить задачу (устно): Р., § 3, № 4.

УРОК 25.

Тема урока: Зависимость между углами и сторонами треугольника.

План урока.

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Доказать теорему, выражающую зависимость между сторонами и углами треугольника.

2. Определение теоремы. Состав теоремы Виды теорем. Что значит доказать теорему? Какими способами мы доказывали теоремы (примеры). Сформулируйте теорему, обратную изученной теореме. Если прямая теорема справедлива, будет ли справедлива обратная ей теорема? Примеры.

III. *Изучение нового материала.* Иногда в жизни для того, чтобы убедиться в чём-либо или убедить в этом других, нам приходится рассуждать, т е проводить доказательство. Примеры: 1) Мальчик, которому разрешено гулять до шести часов вечера, желая убедить сестру, что ещё нет шести часов, говорит так: «Если бы было шесть часов, магазин закрылся бы. Магазин открыт, значит, шести часов нет».

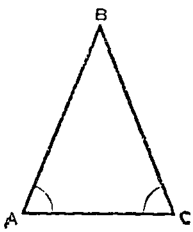
2) На вопрос сестры: «Почему не идёшь встретить маму с базара? Надо помочь ей нести продукты», — брат отвечал «Если бы мама ушла на базар, то взяла бы корзину. Корзина стоит дома, значит, мама не на базаре».

3) Мать сказала дочери: «Если я не успею истопить печь, истопишь ты». Девочка придя из школы, рассуждала так: «Если печь истоплена, она тёплая. Печь — холодная, значит, её не топили».

Подобный способ доказательства применяют не только в жизни, но и в науке. Он состоит в том, что мы предполагаем обратное тому, что хотим доказать, рассматриваем последствия, которые вытекают из нашего предположения, сравниваем их с действительностью и делаем вывод о ложности нашего предположения и справедливости того, что мы хотели доказать.

Придумайте ещё примеры таких доказательств из жизни.

Для доказательства этим способом можно не прибегать к движению фигур или к построению вспомогательных линий, всё доказательство состоит из рассуждения. Докажем теорему, обратную той, которую мы изучили ранее. Эта теорема выражает зависимость между углами и сторонами треугольника: *во всяком треугольнике против равных углов лежат равные стороны,* или: *если в треугольнике есть равные углы, то против них лежат равные стороны.*



Черт. 48.

Теорема (черт. 48)

Дано: $\triangle ABC$;

$\angle A = \angle C$;

против $\angle A$ лежит BC;

против $\angle C$ лежит AB.

Доказать: $AB = BC$.

Доказательство.

Предположим обратное тому, что хотим доказать: $AB \neq BC$. Тогда возможны два случая:

1) $AB > BC$ и 2) $AB < BC$.

1) Пусть $AB > BC$. Во всяком треугольнике против большей стороны лежит больший угол. Тогда $\angle C > \angle A$. Но $\angle C = \angle A$ по условию. Где же была допущена ошибка? Наши рассуждения верны, значит, неверно наше предположение, что $AB > BC$. Вывод: AB не может быть больше BC.

2) Пусть $AB < BC$. Во всяком треугольнике против большей стороны лежит больший угол. Тогда $\angle C < \angle A$. Но это проти-

воречит условию, так как по условию $\angle C = \angle A$. Мы пришли к нелепому выводу потому, что сделали неверное предположение. Вывод: AB не может быть меньше BC.

З а к л ю ч е н и е. Если AB не может быть ни больше BC, ни меньше BC, значит, $AB = BC$.

Способ, которым мы доказывали эту теорему, одинаков с тем, которым мы пользовались выше. Он называется способом *доказательства от противного,* так как в процессе доказательства мы предполагаем противное (обратное) тому, что хотим доказать. Всякое доказательство от противного состоит из таких этапов: 1) предполагаем обратное тому, что хотим доказать; 2) исходя из сделанного предположения, делаем выводы об элементах фигуры; 3) убеждаемся, что выводы, к которым мы пришли, противоречат условию или друг другу; 4) делаем заключение, что то, что мы хотим доказать, истина, так как все другие предположения привели к абсурду и, следовательно, были ложными.

Доказать при участии класса (выделяя каждый этап) теорему: *во всяком треугольнике против большего угла лежит бо́льшая сторона.*

IV. *Задание на дом.* К, § 47, 48, 49.

З а д а ч а. Доказать, что медианы равностороннего треугольника равны между собой

V *Закрепление.* Может ли против тупого угла треугольника лежать его меньшая сторона? Может ли против острого угла треугольника лежать его бо́льшая сторона?

УРОК 26.

Тема урока: **Зависимость между сторонами треугольника.**

Наглядные пособия 1. Соломинки по 10 *см* — 3 шт.; по 20 *см* — 3 шт.; по 8 *см* — 2 шт.; по 15 *см* — 2 шт. для составления равносторонних и равнобедренных треугольников.

2. Модель к теореме о зависимости между сторонами треугольника. На картоне прочерчен отрезок 30 *см*; в концах отрезка закреплены нити разных цветов, длиной 25 *см* и 60 *см*.

П л а н у р о к а.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Доказать теорему о сторонах треугольника, лежащих против равных углов треугольника.

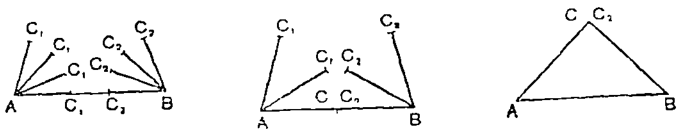
2 Доказать теорему о стороне треугольника, лежащей против большего угла.

3 Почему способ, которым мы доказывали эти теоремы, называется «способом от противного» и в чём он состоит? Какую

зависимость между углами треугольника мы знаем? Какая существует зависимость между сторонами и углами треугольника?

III. *Изучение нового материала.* На прошлом уроке мы выяснили, что стороны и углы треугольника зависят друг от друга. На этом уроке мы должны выяснить, существует ли зависимость между сторонами треугольника или они могут иметь произвольные величины.

Возьмём три отрезка равной длины (по 10 *см*) и построим из них треугольники. Вывод: *равносторонний треугольник можно построить из равных отрезков любой длины.* Возьмём два отрезка равной длины и один отличный от них (8 *см*, 8 *см*, 20 *см*; 10 *см*, 10 *см*, 20 *см*; 15 *см*, 15 *см*, 20 *см*) и будем строить из них равнобедренный треугольник (черт. 49).



Черт 49.

1) Треугольник не получится, так как сумма боковых сторон меньше основания.

2) Треугольник не получится, так как сумма боковых сторон равна основанию.

3) Треугольник получится, так как сумма боковых сторон больше основания.

Вывод из наблюдений: *равнобедренный треугольник можно построить в том случае, если сумма его боковых сторон больше основания.*

Рассмотрим разносторонний треугольник. На этой модели изображён отрезок. Нитка (короткая), выходящая из конца этого отрезка, тоже изображает отрезок. Какой длины нужно взять третий отрезок, чтобы из этих трёх отрезков построить треугольник? Сравню два отрезка (прикладываю короткую нитку к чертежу). Покажите мне разность этих двух отрезков Возьму третий отрезок (длинная нить) меньше разности двух отрезков — треугольник не получается. Делаю третий отрезок (длинную нить) равным разности двух первых — треугольник не получается. Делаю третий отрезок больше разности двух первых — треугольник получается. Увеличиваю третий отрезок до тех пор, пока он не станет равным сумме двух других, — треугольник изменяет свою форму и, наконец, перестаёт существовать, когда третий отрезок становится равным сумме первых двух. Вывод: *стороны треугольника не могут иметь произвольные длины: треугольник возможен только в том случае, если каждая из его сторон больше разности двух других, но меньше их суммы.* Мы наблюдали это явление только в одном треугольнике; докажем, что эта закономерность имеет место в каждом треугольнике. Доказательство теоремы по учебнику Киселёва. Доказательство следствий из теоремы.

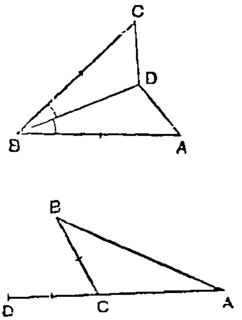
V. Задание на дом. К., § 50; повторить § 41, 42; § 3, № 13, 15.

VI. Закрепление. Р., § 3, № 14, 17.

УРОК 27.

Тема урока: Свойство треугольников с двумя соответственно равными сторонами.

Наглядные пособия. 1. Таблица (черт. 50). Задачи на доказательство.



Черт. 50.

Задача 1. Дано: $\angle ABC$;
$AB = BC$;
BD — биссектриса $\angle ABC$.

Доказать: $AD = CD$.

Задача 2. Дано: $\triangle ABC$;
CD — продолжение AC за точку C;
$BC = CD$.

Доказать: $AD > AB$.

2 Набор треугольников со сторонами 3 *дм* и 5 *дм* и углами между ними: в треугольнике *1* — 100°, *2* — 15°, *3* — 25°, *4* — 70°, *5* — 100°.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (с места).

II *Проверка усвоения изученного.* 1. Доказать теорему, выражающую зависимость между сторонами треугольника.

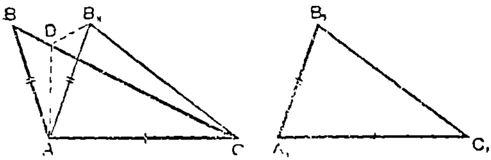
2 Доказать следствие из этой теоремы.

3. Решить задачу 1 (по таблице).

4 Решить задачу 2 (по таблице).

III. *Изучение нового материала.* Мы знаем, что если две стороны и угол, заключённый между ними, одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу, заключённому между ними, другого треугольника, то такие треугольники равны. Каким способом мы убеждались в справедливости этого? Показать на треугольниках *1* и *5*. Что можно сказать о третьих сторонах этих треугольников? Сегодня мы рассмотрим два треугольника, у которых две стороны одного треугольника равны соответственно двум сторонам другого треугольника, а углы, заключённые между ними, не равны. Нам нужно выяснить, каковы будут стороны, лежащие в треугольниках против этих неравных углов. Возьмём треугольники *1* и *4*. Покажите элементы, равенство и неравенство которых нам известно. Как мы будем накладывать один треугольник на другой? Где пошла сторона A_1B_1? Почему? Где расположена вершина B_1? Какова сравнительная длина сторон BC и B_1C_1? Теперь испытаем треугольники *1* и *3*, затем треугольники *1* и *2*. Вывод: вершина одного треугольника может оказаться внутри другого треугольника, на его стороне и вне его. Формулируем нашу догадку: ***если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то против большего из углов, заключённых между ними, лежит большая сторона.*** Докажем, что наша догадка справедлива.

Построим на доске два треугольника со сторонами: $AB = A_1B_1 = 3$ *дм*; $AC = A_1C_1 = 5$ *дм*; $\angle A = 100°$; $\angle A_1 = 70°$ (черт. 51).



Черт. 51.

Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$, $AC = A_1C_1$; $AB = A_1B_1$; $\angle A > \angle A_1$; BC — против $\angle A$; B_1C_1 — против $\angle A_1$.

Доказать: $BC > B_1C_1$.

Доказательство.

1-я часть. Наложение. Наложим треугольник $A_1B_1C_1$ на треугольник ABC так, чтобы точка A_1 упала в точку A, A_1C_1 пошла по AC. $A_1C_1 = AC$, поэтому точка C_1 упадёт в точку C. $\angle A_1 < \angle A$, A_1B_1 пойдёт внутри $\angle A$ и займёт положение AB_{11}.

2-я часть. Дополнительные построения. AD — биссектриса $\angle BAB_{11}$; DB_{11} — отрезок. Сторона $BC = BD + DC$.

3-я часть. Рассмотрим $\triangle DB_{11}C$, так как в него вошла сторона $B_{11}C$, т. е. B_1C_1 и DC (часть стороны BC).

$B_{11}C < B_{11}D + DC$, так как сторона треугольника меньше суммы двух других его сторон.

4-я часть. Рассмотрим $\triangle ABD$ и $\triangle DAB_{11}$, так как в них вошла BD (другая часть стороны BC).

AD — общая сторона
$AB = AB_{11}$ — по условию
$\angle BAD = \angle DAB_{11}$ — по построению

$\triangle ABD = AB_{11}D$ — по двум сторонам и углу между ними.

$BD = B_{11}D$, как стороны, лежащие в равных треугольниках против равных углов.

5-я часть. Вывод: в третьей части доказательства мы убедились, что $B_{11}C < B_{11}D + DC$. В четвёртой части мы доказали, что $B_{11}D = BD$. Заменяем $B_{11}D$ равным ему отрезком BD, получаем: $B_{11}C < BD + DC$, но $BD + DC = BC$. Следовательно, $B_{11}C < BC$. Проведённое рассуждение применимо для любых двух треугольников, удовлетворяющих условию теоремы. Наша догадка подтвердилась. Мы наблюдали не случайное явление, а закономерность.

IV. *Задание на дом.* К, § 52 (1), (2); повторить § 23, 25, 47; доказать, что биссектрисы равносторонних треугольников равны.

V. *Закрепление.* Какую теорему мы доказали? Выделить условие и заключение. На сколько частей разделили мы доказательство теоремы? На какие части? Повторить доказательство по частям (по тому же чертежу). На каких теоремах основано это доказательство. Составить теорему, обратную изученной. Доказать её от противного.

Пояснение для учителя.

Рассматриваемая на этом уроке теорема — одна из самых сложных в программе VI и VII классов. Разделив доказательство этой теоремы на части, мы облегчаем запоминание последовательности наших рассуждений. Изменив последовательность доказательства, приведённого в учебнике, мы получаем возможность (хотя бы частично) объяснить учащимся, какими принципами мы руководствуемся при выборе пути для доказательства. При ответе ученик может избрать любой порядок изложения (или такой, как в книге, или такой, как в классе). На чертеже в учебнике представлен частный случай — треугольник ABC — равносторонний, а треугольник $A_1B_1C_1$ — равнобедренный. Лучше изобразить на чертеже общий случай, как это сделано выше. В том случае, если учащиеся хорошо справляются с наложением одной фигуры на другую, накладывания на моделях можно не делать. Обратная теорема может быть дана для самостоятельного изучения дома.

УРОК 28.

Тема урока: **Сравнительная длина перпендикуляра и наклонных, проведённых из одной точки к одной и той же прямой.**

Наглядные пособия. На куске картона (7 *дм* × 5 *дм*) изображены прямая AB и точка O выше AB. В точке O укреплён отвес. Часть нити отвеса, расположенная над прямой AB, окрашена в один цвет, а ниже прямой AB — в другой цвет.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (с места).

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Доказать прямую теорему о треугольниках с двумя соответственно равными сторонами.

2. Доказать обратную теорему о треугольниках с двумя соответственно равными сторонами.

III. *Повторение материала, ранее изученного и связанного с темой урока* (беглый опрос).

Дать определение: перпендикуляра, основания перпендикуляра наклонной, основания наклонной. В каких случаях следует говорить «опустить» и в каких «восставить» перпендикуляр. Какими приборами умеем строить перпендикуляр?

IV. *Изучение нового материала.* Нахождение кратчайшего расстояния имеет большое практическое значение. Движение по кратчайшему пути требует меньше времени, чем движение по более длинному пути. Прокладывание дороги и подвешивание проводов по кратчайшему пути требует меньших затрат материала и рабочей силы, чем выполнение тех же работ на большем расстоянии (при одинаковых прочих условиях). Мы уже знаем, что кратчайшее расстояние между двумя точками есть отрезок прямой, соединяющей эти точки (аксиома прямой). Сегодня мы должны выяснить, что́ является кратчайшим расстоянием между точкой и прямой.

Пример. Я стою около стола. Каким путём следует идти к классной доске, чтобы этот путь был кратчайшим? (Последует ответ: «прямо».) От точки до прямой много прямых путей; догадайтесь, который из них кратчайший? Наш жизненный опыт показывает нам, что кратчайшее расстояние между точкой и прямой есть отрезок перпендикуляра, проведённого к прямой из этой точки, ограниченный данной точкой и основанием перпендикуляра (в дальнейшем ради краткости мы будем говорить просто перпендикуляр). Какая разница между понятиями «перпендикуляр» и «отрезок перпендикуляра, ограниченный данной точкой и основанием перпендикуляра»? Посмотрите на эту модель. Точку O и прямую AB можно соединить большим числом отрезков OC_1, OC_2, OC_3 и т. д. Я буду менять положение нити, а вы следите за изменением длины той части нити, которая заключена между точкой O и прямой AB. Какое расстояние кажется вам самым коротким? Сколько перпендикуляров можно опустить из точки на прямую? Как можно назвать все остальные отрезки, проведённые из точки O к прямой AB? Как изменится величина наклонной при отдалении её основания от основания перпендикуляра на разные расстояния? На равные расстояния?

Вывод из наблюдений: *если из точки, взятой вне прямой, проведены к этой прямой перпендикуляр и наклонные, то 1) перпендикуляр меньше всякой наклонной; 2) если основание двух наклонных одинаково удалены от основания перпендикуляра, то такие наклонные равны; 3) если основания двух наклонных не одинаково удалены от основания перпендикуляра, то та из наклонных больше, основание которой дальше отстоит от основания перпендикуляра.* Докажем, что наши наблюдения не случайны.

Кто хочет доказать первую часть наших выводов? Что ты будешь доказывать? Теперь повтори это предложение так, чтобы выделить условие и заключение. Сделай чертёж, соответствующий условию Запиши условие и заключение, пользуясь обозначениями на чертеже. Докажи теорему и запиши её доказательство. Повтори доказательство теоремы.

V. *Самостоятельная работа.* Доказать, что если основания двух наклонных одинаково удалены от основания перпендикуляра, то такие наклонные равны Указать ось симметрии фигуры.

VI *Проверка самостоятельной работы* (у доски).

VII. *Задание на дом.* К., § 53, 54 (1).

Задача. Из точки C, лежащей вне прямой AB, опущены на эту прямую перпендикуляр и две наклонные, основания которых одинаково удалены от основания перпендикуляра. Доказать, что наклонные образуют с перпендикуляром равные углы

VIII. *Закрепление.* Какие теоремы доказали мы сегодня? Какими теоремами мы пользовались для доказательства наших теорем?

Пояснение для учителя.

В тех случаях, когда учащийся, впервые доказывающий теорему самостоятельно, испытывает затруднения, следует привлекать к работе класс Если возникло общее затруднение, следует поставить наводящие вопросы; например: элементами какой фигуры являются отрезки AB и AC? Против каких углов треугольника лежат его стороны AB и AC? Какой зависимостью связаны между собой стороны и углы треугольника? Работу ученика следует оценить, указав предварительно на все сильные и слабые стороны его ответа. Самостоятельная работа даётся примерно на 10 минут. После того как учитель дал задание и ученики приступили к его выполнению, следует пройти по классу и проследить ход работы, дать указания отдельным ученикам. Окончив работу, ученик должен положить ручку (это позволяет легко следить за количеством окончивших работу) Затем один из учащихся показывает на доске, как он выполнил работу. Учащиеся делают свои замечания, и учитель говорит о том, какие исправления следует внести на доске и в тетрадях и как это сделать.

УРОК 29.

Тема урока: **Сравнительная длина наклонных, проведённых из одной точки к одной прямой.**

План урока.

I *Проверка домашней работы* (у доски).

II *Проверка усвоения изученного.* 1. Доказать теорему о сравнительной длине перпендикуляра и наклонной.

2. Доказать теорему о сравнительной длине двух наклонных, одинаково удалённых от основания перпендикуляра.

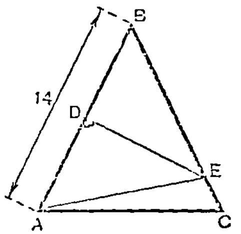
3. Кто может доказать эту теорему другим способом?

4 Как измерить расстояние между двумя точками? Как измерить расстояние между точкой и прямой?

III. *Изучение нового материала.* Доказать теоремы о сравнительной длине наклонных, основания которых неодинаково удалены от основания перпендикуляра. Составить теорему, обратную этой данной и доказать ее способом от противного

IV. *Задание на дом* К, § 54 (2), 55; повторить § 21, 35, 42; доказать, что биссектрисы, проведённые в равных треугольниках из вершин равных углов, равны. Предупредить о контрольной работе.

V. *Закрепление.* Повторить доказательство теоремы по тому же чертежу. На каких теоремах, определениях и аксиомах основано доказательство этой теоремы?



Черт 52.

Задача. Р., § 3, № 23 (черт. 52).

Дано: $\triangle ABC$;
$AB = BC = 14$ *см*;
точка D — середина AB;
$DE \perp AB$;
DE пересекает BC в точке E;
AE — отрезок;
периметр $\triangle AEC = 24$ *см*.
Найти AC.

Решение.

1) $AC + AE + EC = 24$ *см*; $AC = 24$ *см* $- (AE + EC)$;

2) $EC = BE + EC = 14$ *см*;

3) $DE \perp AB$ — по условию
BE и AE — наклонные
$AD = DB$ — по условию

$BE = AE$, как наклонные, основания которых одинаково удалены от основания перпендикуляра.

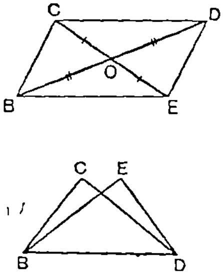
4) В равенстве (2) заменим BE через AE; тогда $BC = AE + EC = 14$ *см*; подставив в равенство (1), получим $AC = 24$ *см* $- 14$ *см* $= 10$ *см*.

Ответ: $AC = 10$ *см*.

УРОК 30.

Тема урока: Контрольная работа № 1 (на доказательство равенства треугольников и их элементов).

Подготовка к уроку. Текст работы, состоящей по крайней мере из 4 вариантов, следует переписать на билеты величиной в $1/8$ тетрадного листа в количестве, равном числу учащихся в классе, и подложить в чередующем порядке (черт. 53, 53а, 53б, 53в).

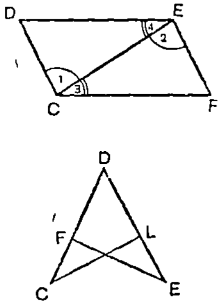


Черт. 53.

1-й вариант

Задача 1. Дано: $BO = OD$;
$CO = OE$.
Доказать: $BE = CD$.

Задача 2. Дано: $\angle CBD = \angle EDB$;
$\angle EBD = \angle CDB$.
Доказать: $\angle C = \angle E$.

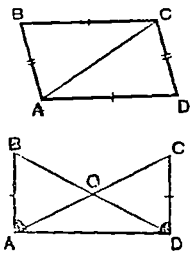


Черт. 53(а).

2-й вариант

Задача 1. Дано: $\angle 1 = \angle 2$;
$\angle 3 = \angle 4$.
Доказать: $\angle D = \angle F$.

Задача 2. Дано: $CD = DE$;
$FD = DL$.
Доказать: $CL = EF$.

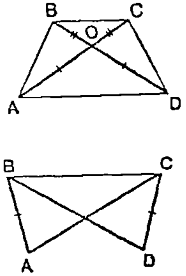


Черт. 53(б).

3-й вариант

Задача 1. Дано: $AB = CD$ и
$BC = AD$.
Доказать: $\angle B = \angle D$.

Задача 2. Дано: $AB \perp AD$;
$DC \perp AD$;
$AB = DC$.
Доказать: $AC = BD$.



Черт. 53(в).

4-й вариант

Задача 1. Дано: $AO = OD$;
$BO = CO$.
Доказать: $AB = CD$.

Задача 2. Дано: $AB = CD$;
$AC = BD$.
Доказать: $\angle A = \angle D$.

План урока.

I. *Проверка готовности учащихся к уроку* (тетради, перья, карандаши, линейки, пропускная бумага).

II. *Запись заголовка*· «Контрольная работа по геометрии № 1». Дата.

III. *Инструкция о порядке выполнения работы.*

1. Перенести в тетрадь чертёж и условие первой задачи.
2. Решить задачу устно.
3. Записать доказательство и пояснение к нему.
4. Перенести в тетрадь чертёж и условие второй задачи и т. д.

IV. *Выдача текстов письменной работы.*

V. *Сбор письменной работы.*

Пояснение для учителя.

Удобным местом учителя для наблюдения за работой является середина боковой стены класса С этого места хорошо видны все столы. В случае вопросов со стороны учащихся пояснение следует давать только в том случае, если они касаются записей в билетах (не разобрал, сомневается в правильности записи). Следует уважать труд соседей· спрашивать и отвечать тихим голосом. Ученик, окончивший работу, закрывает тетрадь, вкладывает в неё билет и ожидает конца урока.

За пять минут до звонка собрать тетради. Следует приучить учащихся к организованному сбору тетрадей: все учащиеся остаются на местах и соблюдают тишину; с последней парты передают тетради на предпоследнюю парту и т. д., затем на первую парту и на учительский стол

УРОК 31.

Тема урока: **Три признака равенства прямоугольных треугольников.**

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного.* Доказать теорему о наклонных, основания которых неодинаково удалены от основания перпендикуляра. Сформулировать обратную теорему

III. *Повторение изученного материала, связанного с темой урока* (беглый опрос).

Определение прямого угла и прямоугольного треугольника. Названия сторон прямоугольного треугольника и их определения.

По скольким элементам и каким элементам доказывали мы равенство двух треугольников? Какими методами доказывали мы признаки равенства двух треугольников?

IV. *Изучение нового материала.* Все прямые углы равны между собой, поэтому все прямоугольные треугольники всегда имеют один равный элемент Это позволяет доказывать равенство прямоугольных треугольников по меньшему числу соответственно равных элементов Кто готов доказать равенство двух прямоугольных треугольников по двум соответственно равным катетам? Докажите. По катету и острому углу, прилежащему к этому катету? Докажите Докажем ещё один признак равенства прямоугольных треугольников.

Теорема. ***Прямоугольные треугольники равны, если гипотенуза и острый угол одного треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого треугольника.*** Чертеж, запись условий, доказательство (по учебнику Киселёва).

V *Задание на дом.* К, § 56, 57; Р., § 3, № 28 (письменно).

VI *Закрепление.* По равенству скольких элементов можно определить равенство двух прямоугольных треугольников? Сколько признаков равенства прямоугольных треугольников мы знаем? Какие? Каким способом доказывали мы эти признаки? На что ссылались при доказательстве?

Доказательство признака равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и острому углу позволяет нам решать задачи, которые раньше мы решать не могли. Р, § 3, № 28 (решить устно двумя способами)

VII *Краткий разбор массовых ошибок в контрольной работе.* (Недостаток времени вынуждает переносить детальный разбор на 6-й внеплановый урок)

Пояснение для учителя.

При доказательстве равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и острому углу можно поступить так начертить два угла по 60° и отложить на одной стороне каждого равные отрезки (гипотенузы) по 5 *дм*, опустить из концов этих отрезков перпендикуляры на вторую сторону каждого угла Размеры чертежа равны размерам чертежного угольника, употребляемого для работы на доске. Отмечаем равные элементы и приступаем к доказательству равенства треугольников в соответствии с учебником Киселева После окончания доказательства прикладываем угольник к первому треугольнику на чертеже, а затем ко второму, — в обоих случаях наблюдается полное совпадение чертёжного угольника с треугольниками на чертеже; следовательно, вычерченные треугольники равны Аналогичным образом поступаем и при доказательстве равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету (см. урок № 32).

Если на предыдущих уроках применение наглядности было необходимо, то теперь геометрические представления детей стали достаточными, чтобы в дальнейшей работе пользоваться только чертежом и прибегать к наглядности в исключительных случаях.

УРОК 32.

Тема урока: **Признак равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету.**

План урока.

I *Проверка домашней работы* (у доски).

II *Проверка усвоения изученного.* 1. Доказать равенство прямоугольных треугольников по гипогенузе и острому углу.

2 Доказать равенство прямоугольных треугольников по двум катетам.

3. **Задача.** Доказать, что в равностороннем треугольнике все высоты равны между собой

III. *Изучение нового материала.* Признак равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету.

Теорема. Чертёж. Условие Доказательство.

IV. *Задание на дом.* К, § 57 (2); упражн, гл. IV, № 3.

V. *Закрепление.* Сколько и какие признаки равенства прямоугольных треугольников мы знаем? Доказать новую теорему по тому же чертежу. Решение задачи 2 из Киселёва, § 69 (упражнения).

УРОК 33.

Тема урока: **Свойство срединного перпендикуляра.**

Наглядные пособия. М о д е л ь. На картоне начерчен отрезок AB и отрезок CD, перпендикулярный к нему и проходящий через его середину M. На перпендикуляре CD и вне его намечено несколько точек K_1, K_2, K_3 и т д Тонкая резиновая нить пропущена через ушко большой иглы, и концы нити укреплены в концах отрезка AB. В это же ушко иглы пропущена цветная нить, концы которой скручены вместе и свободно свисают (черт 54). Иглу укрепляют последовательно в точках K_1, K_2, K_3 и т д. и с помощью цветной нити сравнивают расстояния от точки K до точек A и B.

План урока.

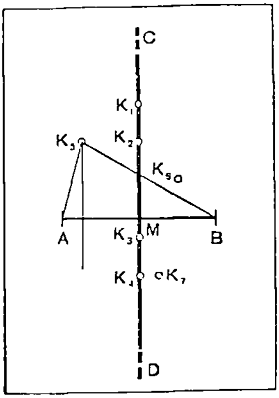
I. *Проверка домашней работы.*

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Доказать признак равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету.

2. По скольким равным элементам можно судить о равенстве двух прямоугольных треугольников?

3 Какие признаки равенства прямоугольных треугольников мы знаем?

III *Изучение нового материала.* Сегодня мы изучаем свойства точек, расположенных на перпендикуляре, проведённом через середину отрезка. Смотрите на модель. Где отрезок AB? Где его середина? Где перпендикуляр к нему, проходящий через его середину? Такой перпендикуляр будем называть *срединным перпендикуляром отрезка AB.* Эта игла изображает нам подвижную точку K, а резинка покажет расстояние этой точки от концов отрезка. Цветная нить поможет сравнить расстояния точки K от концов отрезка. Будем двигать нашу точку вверх по перпендикуляру. Какую догадку можно высказать о расстоянии KA и KB? Теперь передвинем точку K в сторону от срединного перпендикуляра. Какую догадку можно высказать о расстоянии точки, не лежащей на срединном перпендикуляре к отрезку AB, от концов этого отрезка? Сформулируем наши догадки. Затем доказываются прямая и противоположная теоремы. Мы узнали сегодня, что все точки срединного перпендикуляра обладают одним и тем же свойством. Они одинаково удалены от концов отрезка, через середину которого проходит перпендикуляр. Все же остальные точки в плоскости этим свойством не обладают: каждая из точек, не лежащих на срединном перпендикуляре AB, удалена от концов этого отрезка на разные расстояния. Это выражают так: *геометрическое место точек, находящихся на одинаковом расстоянии от концов отрезка, есть срединный перпендикуляр отрезка AB.*



Черт. 54.

Окружность есть геометрическое место точек, обладающих одним свойством. Каким свойством обладают все точки окружности?

Геометрическим местом точек, обладающих каким-нибудь данным свойством, называется такая линия или вообще такая совокупность точек, которая содержит в себе все точки, обладающие этим свойством, и не содержит ни одной точки, не обладающей им.

IV *Задание на дом.* К, § 58, 59 (левая сторона), 60.

V *Закрепление.* Что мы называем геометрическим местом точек? Сколько геометрических мест мы узнали сегодня? Какие геометрические места точек мы знаем? Как построить геометрическое место точек плоскости, удалённых от данной точки на расстояние 10 *см*? Как построить геометрическое место точек плоскости, удалённых на равное расстояние от двух данных точек A и B?

УРОК 34

Тема урока: Свойство биссектрисы угла.

Наглядные пособия. Модель. На картоне начерчен угол AOB, одна из сторон которого параллельна краю картона. Проведена биссектриса угла (OC). Во внутренней области угла намечено несколько точек K_1, K_2, K_3 и т. д. на биссектрисе и вне её. Из этих точек опущены отвесы, длина нити каждого отвеса равна расстоянию от точки, из которой он опущен, до нижней стороны угла. Перед началом демонстрации модели нити отвесов продёргивают за оборотную сторону картона так, чтобы груз каждого отвеса плотно прилегал к картону, и модель располагают так, чтобы сначала одна сторона, а потом другая сторона угла имели горизонтальное направление (черт. 55).

План урока.

I *Проверка усвоения изученного.* 1. Определение геометрического места точек. Сколько и какие геометрические места мы знаем? Построить геометрическое место точек, удаленных от данной точки на расстояние m

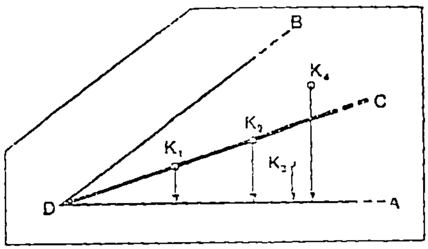
Построить геометрическое место точек, одинаково удалённых от точек M и N.

2. Доказать прямую теорему о свойстве срединного перпендикуляра.

3. Доказать обратную теорему о свойстве срединного перпендикуляра.

4. Доказать противоположную теорему о свойстве срединного перпендикуляра.

II. *Изучение нового материала.* Сегодня мы изучим свойство биссектрисы угла. Вспомните определение биссектрисы. Покажите на модели угол и биссектрису угла. Возьмём точку на биссектрисе (показываю на грузик отвеса). Как определить расстояние между точкой и прямой? Значит, чтобы определить расстояние между взятой точкой и горизонтальной стороной угла, нужно опустить перпендикуляр из этой точки на сторону (вытягиваю нить отвеса) А на каком расстоянии лежит эта точка от другой стороны угла? (Перевёртываю модель так, чтобы другая сторона угла стала горизонтальной.) Догадка: *точки, лежащие на биссектрисе угла, одинаково удалены от его сторон.* Проверим это ещё на одной точке биссектрисы. Теперь возьмём точку, которая не



Черт. 55.

лежит на биссектрисе, и рассмотрим её расстояние от сторон угла. Догадка: *точки, расположенные вне биссектрисы угла, неодинаково удалены от сторон этого угла.* Сформулируем нашу догадку в удобной для записи форме и докажем, что наши наблюдения справедливы. Затем доказываются прямая, обратная и противоположная теоремы. Все точки биссектрисы и только они одни обладают этим свойством: каждая из них одинаково удалена от сторон угла. Поэтому говорят, что ***геометрическое место точек, находящихся на равном расстоянии от сторон угла, есть биссектриса этого угла.***

III. *Задание на дом.* К., § 58, 59, 60.

Задача. Построить три прямых угла. В первом построить геометрическое место точек, равноудалённых от сторон угла; во втором — от вершины угла; в третьем — от концов отрезка, взятого на стороне угла.

IV. *Закрепление.* Сколько геометрических мест мы знаем? Какие геометрические места мы изучили? Построить геометрическое место точек, равноудалённых: 1) от сторон тупого угла; 2) от вершины тупого угла, 3) от концов отрезка, взятого на стороне тупого угла.

УРОК 35.

Тема урока: **Геометрическое место точек.**

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Доказать теорему о свойстве срединного перпендикуляра.

2. Доказать теорему о свойстве биссектрисы угла.

3. Сформулировать определение геометрического места точек. Сколько геометрических мест мы знаем? Геометрические места каких точек нам известны? Примеры.

III. *Упражнения в отыскании геометрических мест.*

Кроме тех геометрических мест, которые мы уже изучили, существует ещё множество других геометрических мест.

Покажите на чертеже и сформулируйте словами, что представляет собой геометрическое место точек, обладающих следующим свойством: 1) Точки удалены от данной точки A на расстояние c? на расстояние больше c? на расстояние меньше c? 2) Точки удалены от данной прямой AB на расстояние c? больше c? меньше c? 3) Точки удалены от данного отрезка AC на расстояние c? больше c? меньше c? 4) Точки удалены от данной окружности O на расстояние c? больше c? меньше c? ($c = r$; $c > r$; $c < r$). *Решить задачи:* Р., § 3, № 33, 34.

IV. *Задание на дом.* Р., § 3, № 31.

УРОК 36.

Тема урока: Основные задачи на построение. Построение треугольника по трём сторонам. Построение угла, равного данному.

План урока.

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Проверка усвоения изученного.*

III. *Изучение нового материала.* Мы решили много задач. В одних задачах нужно было вычислить какую-нибудь величину (например, сторону треугольника). Решение такой задачи состоит из ряда вычислений, чертёж играет вспомогательную роль: он помогает нам правильно составить план вычислений. Такие задачи называют *задачами на вычисление.* В других задачах требовалось что-нибудь доказать (например, равенство отрезков или равенство углов). Решение такой задачи состоит из рассуждений, и чертёж тоже играет вспомогательную роль: он помогает правильно построить наши рассуждения. Такие задачи называются *задачами на доказательство.*

Сегодня мы начинаем решение нового вида задач В этих задачах требуется что-либо построить (угол, треугольник, медиану треугольника и т. д.). Решение этих задач состоит из чертежа. Чертёж — главная часть решения, а все записи — пояснения к чертежу. Такие задачи называются *задачами на построение.*

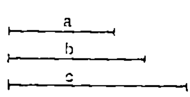
До сих пор при выполнении различных построений (мы уже строили биссектрисы и высоты треугольника и т. д.) мы пользовались следующими приборами: линейкой, циркулем, угольником и транспортиром.

Умение хорошо использовать линейку и циркуль особенно необходимо. Знания, полученные нами на прошлых уроках, позволяют нам выполнять те построения, для которых раньше мы употребляли угольник, при помощи только циркуля и линейки. Мы не должны также использовать разлиновку наших тетрадей, а действовать так, как действуем на доске, где нет разлиновки.

Задача 1. Построить треугольник по трём его сторонам (черт. 56 и 57).

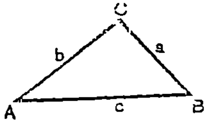
Дано: a, b, c — отрезки.

Построить: $\triangle ABC$ со сторонами $AB = c$; $BC = a$; $CA = b$.



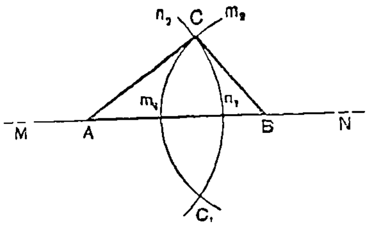
Черт. 56.

1. Анализ (отыскание способа решения). Предположим, что треугольник ABC уже построен. Концы отрезка c (точки A и B) будут вершинами треугольника. Третья вершина треугольника C будет удалена от его вершины A на расстояние b (геометрическое место точек, удалённых от точки A на расстояние b, есть окружность с центром



Черт. 57.

в точке A и с радиусом $r=b$). В то же время вершина C удалена от вершины B на расстояние a (геометрическое место точек, удалённых от точки B на расстояние a, будет окружность с центром в точке B и радиусом $r=a$). Следовательно, точка C будет лежать на пересечении этих двух окружностей.



Черт. 58.

2. Построение (выполнение построения) (черт. 58). MN — прямая; A — произвольная точка на MN; $AB=c$; $\smile m_1m_2$ — часть окружности с центром в точке B и радиусом a: $\smile n_1n_2$ — часть окружности с центром в точке A и радиусом b; C — точка пересечения $\smile m_1m_2$ с $\smile n_1n_2$; AC и BC — отрезки. Получим $\triangle ABC$.

3. Доказательство (доказательство того, что построенная фигура удовлетворяет условию задачи).

$AB=c$; $AC=b$; $BC=a$ (по построению). $\triangle ABC$ — искомый.

4. Исследование (выяснение вопросов: 1) при всяких ли данных можно решить задачу, 2) сколько решений имеет задача).

Хотя построенные нами вспомогательные окружности пересекаются в двух точках, а именно: в точках C и C_1, задача наша имеет только одно решение: треугольники ABC и ABC_1 — равны.

Задача имеет решение только при условии, что $c<a+b$ и $c>b-a$, так как каждая сторона треугольника всегда меньше суммы двух других сторон, но больше их разности.

Задача 2. Построение угла, равного данному углу. Мы не умеем строить угол, равный данному без транспортира, но мы научились строить треугольник, равный данному треугольнику, по трём его сторонам. Поэтому данный нам угол мы сделаем углом треугольника и построим треугольник, равный данному; среди его углов получим угол, равный данному нам углу. Так как нам нужно построить только один угол, равный данному, мы при выполнении построения не будем проводить некоторых линий, которые нужны для построения треугольника, но не нужны для построения угла. Решение задачи по учебнику.

IV. *Задание на дом* К. § 61, 62, 63, 69; повторить § 15, 16; Р, § 3, № 3 (3); § 2, № 1.

V. *Закрепление.* Из скольких этапов состоит решение задачи на построение? Из каких этапов? Какую часть работы выполняем мы в каждом этапе решения. Построить тупой угол, а затем угол, ему равный. Построить тупоугольный треугольник, а затем треугольник, ему равный. Какими приборами пользуются при решении задач на построение?

Пояснение для учителя.

К этому и к последующим урокам учитель и ученики приносят в класс только те приборы, которыми работают (линейки и циркули). Достаточно, если ученик справляется с построением и доказательством. Анализ и исследование проводить нужно, но они ещё долго будут затруднять учащихся. Учителю ещё раз нужно проследить за правильным употреблением циркуля. Решение задачи на построение следует разделить на этапы, как это показано в задаче 1. В тех случаях, когда решение совершенно ясно, можно опустить анализ. Построение следует выполнять с большой аккуратностью, а остальную часть работы делать устно.

УРОК 37.

Тема урока: Действия над углами.

Наглядные пособия Модели углов (те же, что и на уроке 5).

План урока.

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Проверка усвоения изученного* (уплотнённый опрос).

1. **Задача.** Построение треугольника, равного данному (полное решение).

2. **Задача.** Построение угла, равного данному (полное решение).

3. Из скольких этапов и каких этапов состоит решение задачи на построение? Какими приборами пользуются при решении задачи на построение?

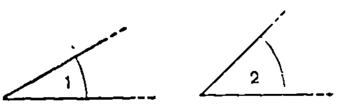
III. *Упражнения в действиях над углами.* Мы уже выполняли действие над углами, но тогда мы ещё не умели строить угол, равный данному, и потому пользовались моделями углов или транспортиром. Теперь мы можем решать эти задачи, пользуясь линейкой и циркулем.

Задача 1. Сложение углов. Покажите на модели, как сложить два угла? Как при этом мы прикладывали один угол к другому? Теперь выполним это построение линейкой и циркулем.

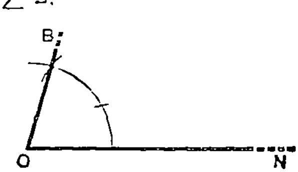
Дано: $\angle 1$ и $\angle 2$.

Построить: $\angle NOB = \angle 1 + \angle 2$.

Построение (черт. 59; 60).



Черт. 59.



Черт. 60.

Если все дуги мы начертим одним радиусом, то мы затратим меньше времени и на чертеже будет меньше линий.

Задача 2. В ы ч и т а н и е   у г л о в (на моделях и построением).

Задача 3. У в е л и ч е н и е   у г л а   в   н е с к о л ь к о   р а з (умножение).

IV. *Изучение нового материала.* Деление угла пополам (по учебнику Киселёва).

V. *Задание на дом.* К., § 64; повторить § 38, 39; Р., § 3, № 5, 13.

VI. *Закрепление.* Разделить данный угол на четыре равные части. Начертить произвольный треугольник и построить сумму его углов.

УРОК 38.

Тема урока: Построение треугольников по их элементам.

П л а н   у р о к а.

I *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного.*

Задача. Деление угла пополам.

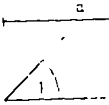
III *Упражнения в решении задач на построение.*

1 Задача. Найти два числа, если известно, что сумма их равна 10, а разность 2 (устно).

2 Задача. Р., § 2, № 10, объяснить решение.

Построение равностороннего треугольника по его стороне. Сколько элементов определяют равносторонний треугольник?

3 Задачи. Р., § 3, № 1 (1, 2, 3). Сколько элементов определяют равнобедренный треугольник?



Черт 61.

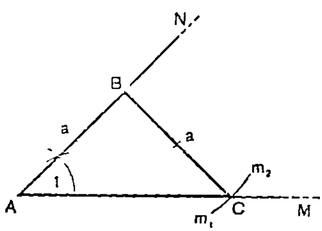
4. Задача. Р., § 3, № 1 (4).

Д а н о: a — боковая сторона $\triangle ABC$; $\angle 1$ — угол при основании $\triangle ABC$.

П о с т р о и т ь: $\triangle ABC$ — равнобедренный.

П о с т р о е н и е (черт. 61; 62).

AM — луч, $\angle MAN = \angle 1$; $AB = a$ (на луче AN); $\smile m_1m_2$ — часть окружности с центром в точке B и $r = a$; $\smile m_1m_2$ пересекла AM в точке C. Получили $\triangle ABC$.



Черт. 62.

IV. *Задание на дом* К., повторить § 23, 24, 36; Р., § 1, № 10; § 3, № 3 (1, 2). Пояснить, по скольким элементам можно построить разносторонний треугольник. По каким элементам? Чем это построение будет отличаться от построения равнобедренного треугольника?

УРОК 39.

Тема урока: **Построение перпендикуляра к прямой, деление отрезка пополам.**

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного.* Построение разностороннего треугольника по стороне и двум прилежащим к ней углам.

III. *Повторение материала, связанного с темой урока* (беглый опрос).

Определение перпендикуляра и основания перпендикуляра.

В каких случаях принято говорить «восставить», «опустить», «провести» перпендикуляр? Какими приборами мы это до сих пор делали?

Сколько перпендикуляров можно построить из данной точки к данной прямой?

IV. *Изучение нового материала.* Сегодня мы научимся строить перпендикуляр с помощью только циркуля и линейки, а также делить отрезок пополам.

Задача 4 (по учебнику Киселёва). Из данной точки C прямой AB восставить к этой прямой перпендикуляр.

Задача 5 (по учебнику Киселёва). Из данной точки A опустить перпендикуляр на прямую BC.

Задачи 6 и 7 (по учебнику Киселёва). Разделить отрезок пополам.

V. *Упражнения в решении задач на построение.*

Задача 1. Построить прямой угол.

Задача 2. Построить углы в 45°; 22°30′.

Задача 3. Построить угол в 135°.

Задача 4. Разделить данный отрезок на четыре равные части.

Задача 5. Построить два отрезка по их сумме и разности.

Задача 6. Построить прямоугольный треугольник по катету и гипотенузе.

Задача 7. Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе и острому углу.

VI. *Задание на дом.* К., § 65—68; Р., § 3, № 25 (1, 2), № 11.

УРОК 40.

Тема урока: **Решение некоторых других задач на построение.**

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного.*

Задача 1. Восставить перпендикуляр из точки, взятой на прямой.

Задача 2. Опустить перпендикуляр из точки, взятой вне прямой на данную прямую.

Задача 3. Разделить отрезок пополам.

Задача 4. Построить два отрезка по их сумме и разности.

Задача 5. Построить прямоугольный треугольник по катету и гипотенузе.

Задача 6. Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе и острому углу.

Задача 7. Построить три биссектрисы углов треугольника.

III. *Изучение нового материала.* Решение более сложных задач на построение. Задача: К., § 68.

IV. *Заключение.* Какие задачи решили мы на последних уроках? Чем отличаются эти задачи от задач на вычисление и на доказательство? Из скольких и каких этапов состоит решение каждой задачи? С помощью каких приборов решают задачи на построение?

V. *Задание на дом.* К., § 68; повторить § 1, 2, 3, 4, 5; упражнение, гл. IV, № 33.

Пояснение для учителя.

Построение трёх биссектрис в треугольнике выполняют разные ученики. При опросе следует требовать от ученика построения и доказательства. Отсутствие остальных этапов решения задачи на построение нежелательно, но не может служить поводом для снижения оценки (в VI классе).

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ (26; 13).

УРОК 41.

Тема урока: **Взаимное расположение прямых на плоскости. Определение параллельных прямых.**

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного.* Построить треугольник по основанию, углу, прилежащему к основанию, и сумме двух боковых сторон. Что называют аксиомой? Аксиома прямой.

III. *Изучение нового материала.* Аксиома прямой говорит о том, что через две точки D и D_1 можно провести одну и только одну прямую AB. Если же через те же две точки провести вторую прямую A_1B_1, то она сольётся с первой.

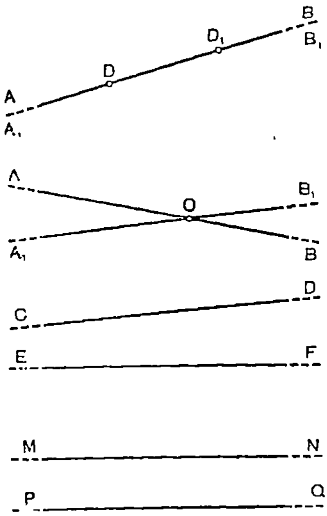
Из этого следует, что две прямые могут пересечься только в одной точке. При пересечении двух прямых AB и A_1B_1 возникают четыре угла, которые составляют две пары вертикальных углов (назовите их) и четыре пары смежных углов (назовите их). (Черт. 63.)

Какие случаи взаимного расположения двух прямых на плоскости ещё возможны?

Посмотрите на прямые CD и EF и на прямые MN и PQ (черт. 63). В чём разница во взаимном расположении этих прямых? Как называют прямые MN и PQ? Показать правильное написание слова «параллельные». Слово параллельные в переводе на наш язык означает «идущие рядом». Расстояние между двумя параллельными прямыми остаётся неизменным на всём их протяжении. Дать определение параллельных прямых. Показать знак параллельности ($MN \parallel PQ$). Можно ли назвать параллельными такие прямые (показать на карандашах скрещивающиеся прямые)? Почему? Где в природе и технике встречаются параллельные линии?

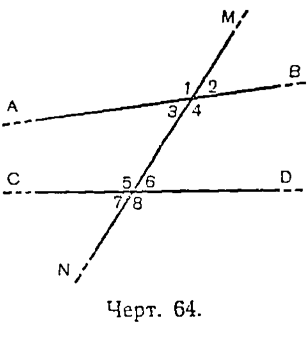
Сегодня мы приступаем к изучению параллельных прямых.

Если две прямые, лежащие в одной плоскости, пересечь третьей



Черт. 63.

прямой (секущей), возникают восемь углов. Дадим им названия. Углы, расположенные (черт. 64) между двумя первыми прямыми, называются *внутренними*. Назовите эти углы ($\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$). Какие углы будут *внешними* по отношению к прямым AB и CD? ($\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$, $\angle 8$). Углы, которые лежат по одну сторону от секущей MN, называют *односторонними*. Какие эти углы? (четыре угла: $\angle 1$, $\angle 3$, $\angle 5$, $\angle 7$, а также четыре угла: $\angle 2$, $\angle 4$, $\angle 6$, $\angle 8$). Углы, которые лежат по разные стороны от секущей, — оба внешние или оба внутренние, но не смежные и не вертикальные друг с другом, называются *накрест лежащими* углами. Назовите эти углы ($\angle 1$ и $\angle 8$; $\angle 4$ и $\angle 5$ и т. д.). Какой угол при прямой CD занимает положение, соответствующее положению $\angle 2$ при прямой AB? Углы: $\angle 2$ и $\angle 6$ называются *соответственными* углами.



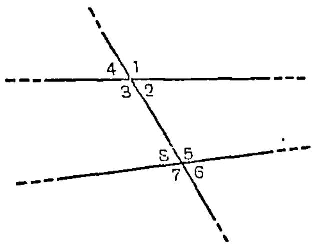
Черт. 64.

Назовите ещё пары соответственных углов. Теперь запишем, какие углы можно назвать внутренними односторонними углами:

при прямых AB и CD и секущей MN ($\angle 4$ и $\angle 6$; $\angle 3$ и $\angle 5$ и т. д.).

IV. *Задание на дом.* К., § 70, 72; упражнение, гл. IV, № 23 (а); повторить § 23, 24, 25.

V. *Закрепление.* Закройте тетради. Дайте определение параллельных прямых. Покажите параллельные прямые на окружающих предметах. Назовите на этом чертеже углы внутренние, односторонние, накрест лежащие и т. д. (черт. 65).



Черт. 65.

УРОК 42.

Тема урока: Доказательство существования параллельных прямых.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного.* Назвать углы, образующиеся при пересечении двух прямых третьей прямой. Дать определение параллельных прямых.

III. *Изучение нового материала.* На прошлом уроке мы узнали определение параллельных прямых. Если две начерченные на доске прямые действительно параллельны, то: 1) они лежат в одной плоскости и 2) при своём продолжении не пересекаются. В одной плоскости они действительно лежат, это мы видим, но что они при своём продолжении не пересекутся, это для нас не очевидно. Можно поверить, что они не пересекутся на доске, в этой комнате, но может быть они пересекутся при своём дальнейшем продолжении, например в коридоре, в атмосфере, в мировом пространстве (два отвеса кажутся нам параллельными, но при своём продолжении линии этих отвесов пересекутся за 6400 *км* отсюда, в центре земли). Существование параллельных прямых надо доказать, и если окажется, что они существуют, надо найти признаки для их распознавания.

Возьмём прямую MN и две произвольные точки B и D на этой прямой. Из этих точек восставим к этой прямой перпендикуляры BA и DC, докажем, что при своём продолжении они не пересекутся, т. е. что они параллельны. Формулируем теорему (по учебнику Киселёва).

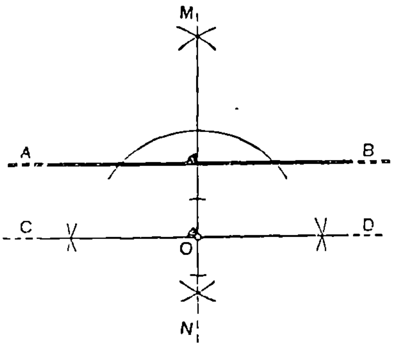
Доказательство (от противного). 1. Предположим обратное тому, что хотим доказать: BA пересекает DC в какой-то точке P, которая может лежать очень далеко от MN.

2. Тогда из точки P на прямую MN опущены два перпендикуляра (PB и PD), что противоречит ранее доказанной теореме.

Мы пришли к противоречию, которое показывает, что сделанное нами допущение неверно.

3. BA не может пересекать DC, следовательно, $BA \parallel DC$. Теперь мы знаем признак параллельности двух прямых — *два перпендикуляра к одной и той же прямой параллельны.*

Задача. Построить прямую CD, параллельную данной прямой AB и проходящую через точку O, которая лежит вне AB (путём построения перпендикуляров к одной прямой).



Черт. 66.

Решение I (с помощью угольника).

Решение II (с помощью транспортира).

Решение III (с помощью циркуля и линейки) (черт. 66).

Мы убедились в существовании параллельных прямых и нашли способ их построения.

IV. *Задание на дом.* К., § 48, 71; повторить § 43 и 44; упражнение, гл. IV, № 23 (6).

V. *Закрепление.* Построить прямые, параллельные данной прямой.

УРОК 43.

Тема урока: **Признаки параллельности прямых.**

План урока.

I *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Сформулировать определение параллельных прямых. Построить прямую, параллельную данной прямой и проходящую через данную точку.

2 Доказать теорему о двух перпендикулярах к одной прямой.

III *Изучение нового материала.* Существует несколько признаков параллельности прямых

1. Если при пересечении двух прямых третьей прямой окажется, что какие-нибудь соответственные углы равны, то прямые параллельны.

Строю прямую AB и точку N вне её и пересекаю её прямой MN под каким-нибудь углом. Теперь провожу CD так, чтобы MN пересекала CD под таким же углом, как прямую AB, и чтобы угол этот был расположен по ту же сторону от секущей. Запишем условие и докажем, что $CD \parallel AB$. Кто хочет доказать это самостоятельно?

Дано: AB и CD — прямые (учебн. Киселёва, черт. 74); MN — секущая; $\angle 1 = \angle 5$.

Доказать: $AB \parallel CD$.

2. ***Если при пересечении двух прямых третьей прямой окажется, что сумма каких-нибудь двух внутренних или двух внешних односторонних углов равна $2d$, то прямые параллельны.***

Запишем условие и докажем.

1) Дано: AB и CD — прямые; MN — секущая; $\angle 4 + \angle 5 = 2d$.

Доказать: $AB \parallel CD$.

2) Дано: AB и CD — прямые; MN — секущая; $\angle 2 + \angle 7 = 2d$.

Доказать: $AB \parallel CD$.

IV. *Задание на дом.* К., § 73. Доказать, что если при пересечении двух прямых AB и CD секущей MN окажется, что внутренние накрест лежащие углы равны, то такие прямые параллельны. Доказать то же для случая, когда внешние накрест лежащие углы равны.

V. *Закрепление.* Какие признаки параллельности мы знаем?

УРОК 44.

Тема урока: **Построение параллельных прямых.**

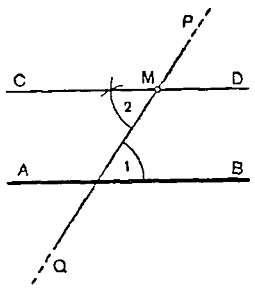
Наглядные пособия. Чертёжная доска и рейсшина.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Определение параллельных. Какие признаки параллельности мы знаем? Доказать параллельность двух прямых по равенству соответственных углов.

III. *Изучение нового материала.* Мы уже строили параллельные прямые путём построения перпендикуляров к одной прямой. Сегодня мы построим параллельные, пользуясь известными признаками параллельности.



Черт. 67.

Задача. Через данную точку M провести прямую CD, параллельную данной прямой AB.

Дано: AB — прямая; M — точка вне AB.

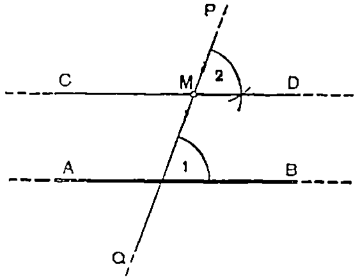
Построить: $CMD \parallel AB$.

Построение (черт. 67). PQ — произвольная прямая, проходящая через точку M и пересекающая AB под произвольным углом ($\angle 1$).

На PQ при точке M строим $\angle 2 = \angle 1$; CD — искомая прямая.

Доказательство.

$\angle 1$ и $\angle 2$ — внутренние накрест лежащие углы при прямых AB и CD и секущей PQ и $\angle 1 = \angle 2$ (по построению), следовательно, $CD \parallel AB$ (по признаку параллельности).



Черт 67(а).

Кто решит эту задачу другим способом? Решите.

Построение (черт. 67а). PQ — произвольная прямая, проходящая через точку M и пересекающая AB под углом $\angle 1$. На PQ при точке M строим $\angle 2 = \angle 1$, CD — искомая прямая.

Доказательство.

$\angle 1$ и $\angle 2$ — соответственные углы при прямых AB и CD и секушей PQ и $\angle 1 = \angle 2$ (по построению), следовательно, $CD \parallel AB$ (по признаку параллельности).

IV *Практическое применение.* Чертёжнику приходится часто строить параллельные прямые, иногда в большом количестве. Поэтому выработаны удобные приемы построения параллельных прямых с помощью линейки и угольника и с помощью рейсшины.

А Построение параллельных прямых с помощью линейки и угольника.

Пусть дана прямая AB и нужно построить прямую, параллельную ей и проходящую через точку C.

1 Приложу к AB гипотенузу угольника.

2 Приложу линейку к одному из катетов угольника (смотрите, к которому удобнее).

3 Закрепляю линейку неподвижно (рукой), а угольник заставляю скользить по линейке (как по рельсу) до тех пор, пока его гипотенуза не пройдёт через точку C.

4 Прочерчиваю по гипотенузе угольника прямую CD.

$CD \parallel AB$, так как линейка играет роль секущей, а острый угол угольника — роль соответственного угла при AB, CD и секущей. Когда мы снимем приборы с бумаги (с доски), на ней останутся две параллельные прямые.

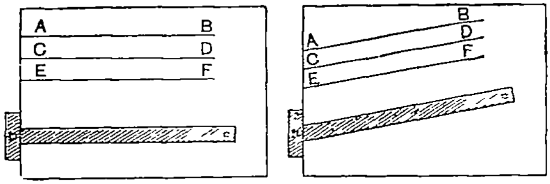
Б Построение параллельных прямых с помощью рейсшины.

Прибор, состоящий из двух линеек, которые можно устанавливать под различным углом друг к другу, называется *рейсшиной*; он служит для построения параллельных прямых. Я вам покажу, как проводить параллельные прямые на чертёжной доске с помощью рейсшины (черт. 68).

1) Если линии параллельны краю доски.

2) Если линии не параллельны краю доски.

На чём основано устройство рейсшины? Какую роль играет ребро доски? Какую роль играет угол между большой и малой линейками рейсшины?



Черт. 68.

V. *Задание на дом.* К, § 74; повторить § 28. Задача Через точку K вне прямой MN провести прямую OKP, параллельную MN (различными способами).

VI *Закрепление.* Начертить треугольник и построить прямые, проходящие через вершины треугольника и параллельные его сторонам: 1) угольником и линейкой, 2) циркулем и линейкой.

УРОК 45

Тема урока: **Аксиома параллельности.**

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Проверка усвоения изученного.* **Задача 1.** Через точку, лежащую вне прямой, построить прямую, параллельную данной прямой (циркулем и линейкой) и доказать.

Задача 2. То же самое линейкой и угольником Доказать.

Задача 3. Начертить прямую и взять точку вне прямой Провести через точку прямую, параллельную данной прямой: первый раз циркулем и линейкой, второй раз угольником и линейкой. Сколько различных прямых получилось?

III. *Изучение нового материала.* При двукратном решении последней задачи у нас получилась одна и та же линия Почему так произошло? Случайно это или это закономерно? Всегда ли при разных способах проведения параллельной будет получаться одна и та же прямая?

Учёные, жившие в различные времена, безуспешно пытались доказать, что допущение возможности провести через одну и ту же точку две различные прямые, параллельные одной и той же прямой, приводит к противоречию. Однако в 1826 году великий русский геометр, профессор Казанского университета Николай Иванович Лобачевский построил новую геометрию, называемую геометрией Лобачевского, не содержащую никаких противоречий, в которой через точку вне прямой можно провести много различных прямых, не пересекающих данной. Геометрия Лобачевского сложна и требует больших знаний для её изучения. Она не проходится в школе, где изучается геометрия Евклида, в которой существование единственной параллельной применяется без доказательства в качестве аксиомы.

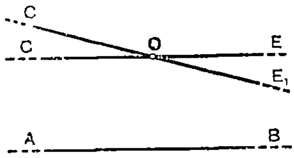
Рекомендуется показать портрет Н. И. Лобачевского.

Что называют теоремой? аксиомой? следствием? Как читается аксиома параллельных?

Из аксиомы параллельных вытекает два следствия.

Следствие 1. Дано $CE \parallel AB$; C_1E_1 пересекает CE в точке O.

Доказать: C_1E_1 пересекает AB (черт. 69).



Черт. 69.

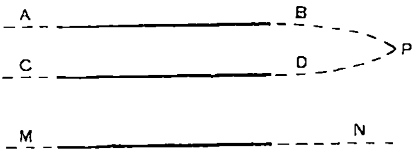
Доказательство (от противного).

1) Предположим, что C_1E_1 не пересекает AB, тогда $C_1E_1 \parallel AB$.

2) Но тогда через точку O проходят две прямые, из которых каждая параллельна AB (одна по условию, другая по предположению), но это противоречит аксиоме параллельных.

3) Мы пришли к противоречию, которое показывает, что сделанное допущение неверно: C_1E_1 не может быть параллельна AB, но лежит в одной плоскости с AB, следовательно, C_1E_1 пересекает AB.

Следствие 2. Дано: $AB \parallel MN$; $CD \parallel MN$.



Черт. 70.

Доказать: $AB \parallel CD$ (черт. 70).

Доказательство (от противного).

1) Предположим, что AB не параллельна CD, то-есть, что AB пересекает CD.

2) Тогда AB и CD имеют общую точку; назовём её P. Но тогда через точку P проходят две прямые, из которых каждая параллельна прямой MN. Это противоречит аксиоме параллельных.

3) Мы пришли к противоречию, которое показывает, что сделанное допущение неверно, следовательно, $AB \parallel CD$

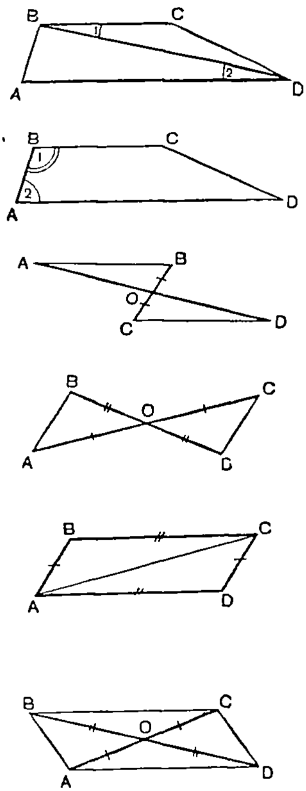
IV. *Задание на дом.* К., § 75, 76; повторить § 53 Начертить какой-нибудь угол и построить две прямые, параллельные его сторонам и образующие между собой угол.

V. *Закрепление.* Повторить аксиому параллельных и следствия из неё.

УРОК 46.

Тема урока: **Решение задач на доказательство параллельности прямых.**

Наглядные пособия. Таблица для упражнения в устном решении задач на доказательство (черт. 71).



Задача 1. Д а н о: $\angle 1 = \angle 2$.
Д о к а з а т ь: $BC \parallel AD$.

Задача 2. Д а н о: $\angle 1 + \angle 2 = 2d$.
Д о к а з а т ь $BC \parallel AD$.

Задача 3. Д а н о: $\triangle AOB = \triangle DOC$; $BO = CO$.
Д о к а з а т ь: $AB \parallel CD$.

Задача 4. Д а н о: $AO = OC$; $BO = OD$.
Д о к а з а т ь: $AB \parallel CD$.

Задача 5. Д а н о: $AB = CD$; $BC = AD$.
Д о к а з а т ь: $BC \parallel AD$.

Задача 6. Д а н о: $AO = OC$; $BO = OD$.
Д о к а з а т ь: $BC \parallel AD$.

Черт. 71.

План урока.

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Определение параллельных. Аксиома параллельных. Доказать следствие 1 из аксиомы параллельных.

2. Доказать следствие 2 из аксиомы параллельных.

III. *Повторение изученного ранее* (беглый опрос).

Сколько признаков параллельности мы знаем? Какие признаки? Что нужно знать о двух прямых, пересечённых третьей, чтобы утверждать, что они параллельны?

IV. *Изучение нового материала.* Сегодня мы будем решать задачи, в которых нужно доказать параллельность двух прямых. Для доказательства параллельности мы можем ссылаться на один из признаков параллельности.

Задача 1 (по таблице). Прочитайте условие. Покажите на чертеже прямые, параллельность которых мы должны доказать. Назовите секущие, пересекающие эти прямые. Которую из них мы будем рассматривать и почему? По какому признаку параллельности можно утверждать, что $BC \parallel AD$. То же самое для задачи 2.

Задача 3. Прочитайте условие. Покажите отрезки, параллельность которых следует доказать. Покажите секущие этих отрезков. Равенство каких углов надо доказать, чтобы можно было применить один из признаков параллельности? Какой признак? Как это доказать? Повторить доказательство.

Задача 4 — по тому же плану.

Задача 5. Решить в письменном виде.

V. *Задание на дом.* Задача 6 (по таблице). Сделать чертёж, списать условие. Решение дать в письменном виде.

Пояснение для учителя.

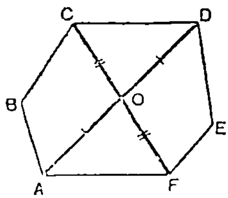
Задачи учитель может начать решать сам с максимальным привлечением класса. В тот момент, когда учитель чувствует, что класс овладел решением, перейти на решение задач силами отдельных учащихся.

УРОК 47.

Тема урока: **Свойство углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой.**

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).
II. *Проверка усвоения изученного.*



Черт. 72.

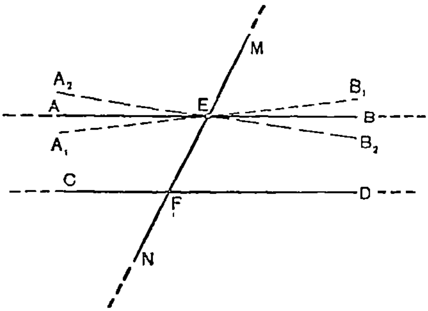
Задача (черт. 72).

Дано: $AO = OD$; $CO = OF$.

Доказать: $CD \parallel AF$.

III. *Изучение нового материала.* Сформулируйте предложения, обратные теоремам о признаках параллельности. Всегда ли обратные предложения справедливы, если справедлива прямая теорема?

Докажем теорему: ***если две параллельные прямые пересечены какой-нибудь прямой, то соответственные углы равны*** (черт. 73).



Черт. 73.

Дано: $AB \parallel CD$; MN — секущая.

Доказать: $\angle BEM = \angle DFM$.

Доказательство (от противного).

Предположим обратное тому, что требуется доказать: $\angle BEM \neq \angle DFM$. Тогда возможны два случая: 1) $\angle BEM > \angle DFM$ и 2) $\angle BEM < \angle DFM$.

1) Пусть $\angle BEM > \angle DFM$; тогда можем построить $\angle B_1EM$ равный $\angle DFM$ и $A_1B_1 \parallel CD$, так как соответственные углы равны. Значит, через точку E проходят две прямые AB и A_1B_1, из которых каждая параллельна прямой CD (первая по условию, а вторая по равенству соответственных углов). Это противоречит аксиоме параллельных прямых. Мы пришли к неверному выводу, что через точку E проходят две прямые, из которых каждая параллельна прямой CD, вследствие того, что сделали предположение, будто $\angle BEM > \angle DFM$. Следовательно, это предположение неверно. Угол BEM не может быть больше угла DFM.

2) Пусть угол $BEM <$ угла DFM и т. д.

Из равенства соответственных углов, расположенных при параллельных прямых, вытекает равенство накрест лежащих углов (внутренних и внешних), расположенных при тех же прямых, и равенство суммы внутренних односторонних углов двум прямым углам. Однако каждая из этих теорем может быть доказана самостоятельно.

Доказать равенство внутренних накрест лежащих углов как следствие равенства соответственных углов.

Доказать равенство внутренних накрест лежащих углов как самостоятельную теорему, то-есть не опираясь на равенство соответственных углов.

IV. *Задание на дом.* К., § 77 (теорема о перпендикуляре к одной их двух параллельных) разобрать самостоятельно (в письменном виде); Р., § 4, № 1 и 3.

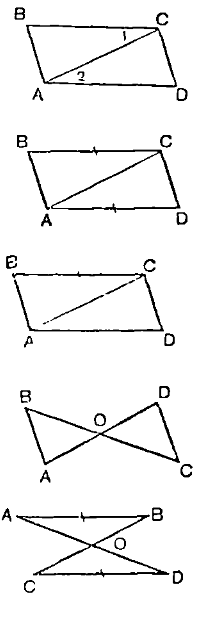
V. *Закрепление.* Задача. Прямая, пересекающая две параллельные прямые, наклонена к одной из них под углом $\frac{2}{5}d$. Определить остальные углы, образуемые той же секущей с параллельными прямыми.

Задача. Сумма трёх внутренних углов, расположенных между двумя параллельными и секущей, равна 300°. Определить каждый из восьми углов, образованных при пересечении.

УРОК 48.

Тема урока: **Решение задач на доказательство равенства углов и отрезков.**

Наглядные пособия. Таблица для устного решения задач (черт. 74).



Черт. 74.

Задача 1. Дано: $BC \parallel AD$.
Доказать: $\angle 1 = \angle 2$.

Задача 2. Дано: $BC \parallel AD$;
$BC = AD$.
Доказать: $\triangle ABC = \triangle ACD$

Задача 3. Дано: $BC \parallel AD$;
$BC = AD$.
Доказать: $\angle B = \angle D$.

Задача 4. Дано: $AB \parallel CD$;
$AB = CD$.
Доказать: $AO = OD$.

Задача 5. Дано: $AB \parallel CD$;
$AB = CD$.
Доказать: $AO = OD$;
$CO = OB$.

План урока.

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Проверка усвоения изученного.* 1. Доказать равенство соответственных углов при параллельных прямых.

2. Доказать равенство внутренних накрест лежащих углов при параллельных прямых. То же для внешних накрест лежащих углов.

3. Доказать теорему о перпендикуляре к одной из параллельных прямых.

III. *Изучение нового материала.* На прошлом уроке мы убедились, что параллельность двух прямых влечёт за собой равенство углов, расположенных при этих прямых и их секущей. Поэтому, если в условии задачи сказано о параллельности двух прямых, это всё равно, как если бы нам дали равенство двух углов; надо только разобраться в чертеже — какие это углы.

Задача 1 (по таблице). Прочитайте условие. Докажите.

Задача 2. Прочитайте условие. Какие равные элементы имеют треугольники? Равенство каких элементов необходимо ещё для доказательства равенства треугольников? Из какого условия вытекает равенство этих углов? Повторите доказательство.

Задача 3. Прочитайте условие. Вытекает ли равенство $\angle B$ и $\angle D$ из параллельности отрезков? Почему? Как мы раньше доказывали равенство углов? В какие треугольники входят $\angle B$ и $\angle D$? Можно ли доказать равенство этих треугольников? Как? Как расположены $\angle B$ и $\angle D$ в равных треугольниках? Повторите доказательство.

IV. *Самостоятельная работа учащихся.* Решить письменно задачу 4 (по таблице).

V. *Исправление самостоятельной работы* (у доски).

VI. *Задание на дом.* Задача 5 (по таблице).

УРОК 49.

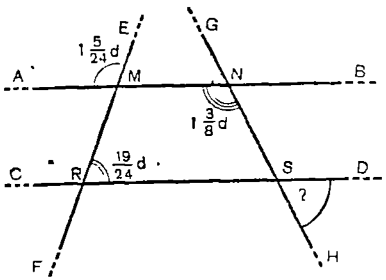
Тема урока: Решение более сложных задач.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Упражнения в решении задач.* Мы решали задачи, в которых требовалось доказать параллельность двух прямых или двух отрезков. Мы решали также задачи, в которых по условию две прямые линии были параллельны, и мы использовали это условие для доказательства равенства двух треугольников, или углов, или отрезков. Сегодня мы рассмотрим задачи, в которых нам нужно будет решать оба эти вопроса.

Задача (Р., § 4, № 5, черт. 75). Составьте чертёж, запишите условие и, найдя решение устно, оформите его примерно такой записью:



Черт. 75.

Дано: $AMNB$ и $CRSD$ — прямые; $EMRF$ и $GNSH$ — секущие; $\angle AME = 1\frac{5}{24}d$;

$\angle ANH = 1\frac{3}{8}d$,

$\angle MRS = \frac{19}{24}d$.

Вычислить: $\angle DSH$.

Решение. 1. Доказательство параллельности AB и CD на основании равенства соответственных углов:

1) $\angle EMB = 2d - 1\frac{5}{24}d = \frac{19}{24}d$, как угол смежный с $\angle AME$;

2) $\angle EMB = \angle MRS = \frac{19}{24}d$;

3) $\angle EMB$ и $\angle MRS$ — соответственные при прямых AB и CD и секущей EF; $\angle EMB = \angle MRS$ по доказанному. Следовательно, $AB \parallel CD$.

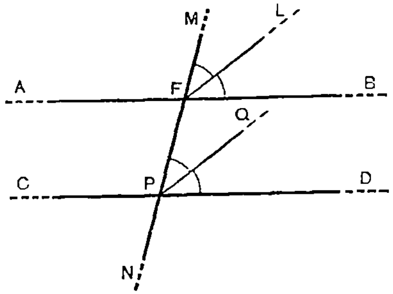
2. Вычисление искомого угла DSH на основании параллельности AB и CD.

4) $\angle CSH = \angle ANH = 1\frac{3}{8}d$, как углы соответственные при $AB \parallel CD$ и секущей GH;

5) $\angle DSH = 2d - 1\frac{3}{8}d = \frac{5}{8}d$, как угол смежный с углом CSH.

Ответ: $\angle DSH = \frac{5}{8}d$.

Задача. Доказать, что биссектрисы соответственных углов, расположенных при параллельных прямых, параллельны между собой (черт. 76).



Черт. 76

Дано: $AB \parallel CD$; MN — секущая; $\angle MFB$ и $\angle MPD$ — соответственные углы при $AB \parallel CD$ и секущей MN, FL — биссектриса $\angle MFB$; PQ — биссектриса $\angle MPD$.

Доказать: $FL \parallel PQ$.

Доказательство. 1) $\angle MFB = \angle MPD$, как соответственные углы при $AB \parallel CD$ и секущей MN.

2) $\angle MFL = \angle MPQ$, как половины равных углов $\angle MFB$ и $\angle MPD$.

3) $\angle MFL$ и $\angle MPQ$ — соответственные углы при прямых FL и PQ и секущей MN.

4) Следовательно, $PQ \parallel FL$.

III *Задание на дом.* 1) Р., § 4, № 4. 2) Задача. Доказать, что биссектрисы внутренних накрест лежащих углов при параллельных прямых параллельны между собой

IV. *Закрепление.* Задача (для устного решения) Доказать, что биссектрисы внешних накрест лежащих углов при параллельных прямых параллельны между собой.

Пояснение для учителя.

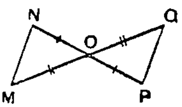
При решении в классе второй задачи после записи первого и второго шага решения хорошо обвести цветным мелом биссектрисы и секущую. Тогда ученики, смотря на цветной чертёж, как бы исключают из сознания данные нам параллельные (AB и CD), которые с этого момента становятся лишними на чертеже и только мешают ученику видеть, что $\angle MFL$ и $\angle MPQ$ — тоже соответственные углы при других прямых, но при той же секущей. Цветной мел легко сделать самому (кусок сухого мела подержать в синих или красных чернилах, а затем высушить его).

УРОК 50.

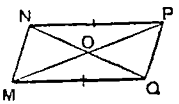
Тема урока: Контрольная работа № 2.

Подготовка к уроку (смотри урок 30, черт 77, 77а, 77б, 77в)

1-й вариант



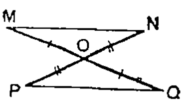
Задача 1. Д а н о: $MO = OQ$,
$NO = OP$.
Д о к а з а т ь: $MN \parallel PQ$



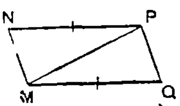
Черт. 77.

Задача 2. Д а н о: $MQ \parallel NP$,
$MQ = NP$.
Д о к а з а т ь: $MO = OP$;
$NO = OQ$.

2-й вариант



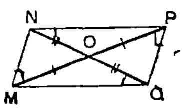
Задача 1. Д а н о: $MO = OQ$,
$PO = ON$.
Д о к а з а т ь: $MN \parallel PQ$.



Черт. 77(а).

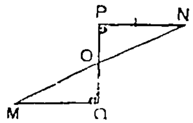
Задача 2. Д а н о: $MQ \parallel NP$,
$MQ = NP$.
Д о к а з а т ь: $MN = PQ$;
$\angle N = \angle Q$

3-й вариант



Черт. 77(б)

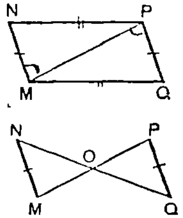
Задача 1. Д а н о: $MO = OP$,
$NO = OQ$.
Д о к а з а т ь: $MQ \parallel NP$;
$MN \parallel QP$



Черт 77(б)

Задача 2. Д а н о: $MQ \perp PQ$;
$PN \perp PQ$;
$PN = MQ$.
Д о к а з а т ь: $PO = OQ$.

4-й вариант



Черт 77(в).

Задача 1. Д а н о: $MN = PQ$;
$NP = MQ$.
Д о к а з а т ь: $MQ \parallel NP$;
$MN \parallel PQ$.

Задача 2. Д а н о: $MN \parallel PQ$;
$MN = PQ$.
Д о к а з а т ь: $MO = OP$.

П р и м е ч а н и е. План урока и пояснение для учителя (смотри урок 30)

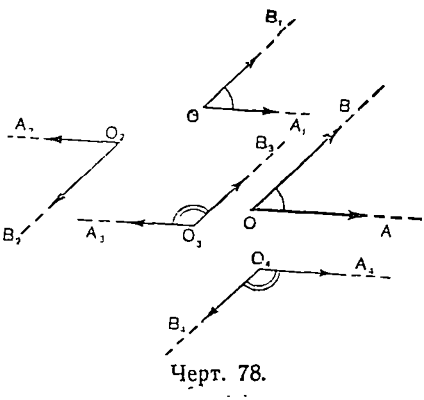
УРОК 51.

Тема урока: **Свойство углов с соответственно параллельными сторонами.**

П л а н у р о к а.

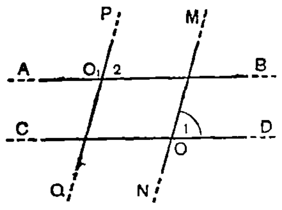
I. *Проверка домашней работы.*

II. *Изучение нового материала.* Существует ли угол с параллельными сторонами? Почему такого угла быть не может? Существуют ли углы с соответственно параллельными сторонами? Что значит слово «соответственно»? Как построить такие углы? Какими приборами? Сегодня мы будем изучать углы с соответственно параллельными сторонами. Начертим острый угол AOB.



Черт. 78.

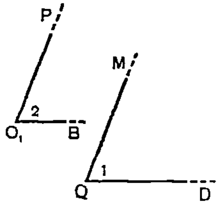
Покажем стрелками направление его сторон. Возьмём вне угла точку O_1. Построим угол с вершиной в точке O_1, стороны которого соответственно параллельны сторонам угла AOB и имеют одинаковые с ними направления. Возьмём вне угла AOB точку O_2 и построим угол с вершиной в точке O_2, стороны которого соответственно параллельны сторонам $\angle AOB$, причём каждая из них имеет направление, противоположное тому, которое имеют стороны угла AOB. Какие ещё возможны случаи в расположении сторон углов с соответственно параллельными сторонами? Построим эти углы (черт. 78). Какими будут эти углы по своей форме? по величине? В какой зависимости стоит форма и величина углов с направлением их сторон (сравнительно с данным углом). Вывод. Но прежде чем убедиться в справедливости нашего вывода путём доказательства, мы решим задачу (черт. 79). Решить устно.



Черт. 79.

Задача. Дано: $AB \parallel CD$;
MN — секущая;
$PQ \parallel MN$;
$\angle 1 = 70°$.
Найти: $\angle 2$.

Сейчас я сотру с этого чертежа все линии, кроме тех, которые составляют стороны угла первого и угла второго. Какие у нас получились углы? Как решить нашу новую задачу (черт. 80)?



Черт. 80.

Задача. Дано: $\angle 1$ и $\angle 2$;
$\angle 1 = 70°$;
$O_1P \parallel OM$;
$O_1B \parallel OD$.
Доказать $\angle 2 = 70°$.

Решаем устно.

Теперь приступим к доказательству свойств угла с соответственно параллельными сторонами. Кто готов доказать эту теорему без моей помощи? Докажите.

III. *Задание на дом.* К., § 79; Р., § 4, № 7.

IV. *Закрепление.* На каких теоремах основано доказательство рассмотренной теоремы?

Задача. Из двух углов с соответственно параллельными сторонами один больше другого: 1) в 5 раз, 2) на 30°. Чему равен каждый из углов?

Пояснение для учителя.

Полезно различать правую и левую стороны угла: надо представить себя стоящим в вершине угла *лицом внутрь угла* и протянуть руки по его сторонам; та сторона, по которой пойдёт правая рука, будет правой, другая — левой. Углы равны, если правая сторона одного параллельна правой стороне другого, а левая — левой.

УРОК 52

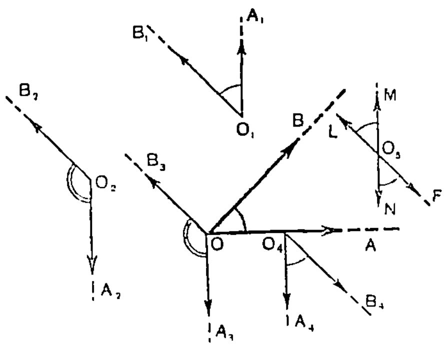
Тема урока: **Углы с соответственно перпендикулярными сторонами.**

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Проверка усвоения изученного.* Доказать теорему об углах с соответственно параллельными сторонами. Сформулируйте обратное предложение: если два угла равны между собой или составляют в сумме $2d$, то стороны одного из этих углов параллельны сторонам другого угла. Верно ли оно?

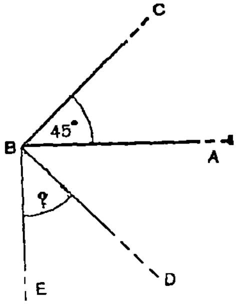
III. *Изучение нового материала.* Может ли быть угол с перпендикулярными сторонами? Какой получится при этом угол? Каким прибором можно его построить? Могут ли быть углы с соответственно перпендикулярными сторонами? Построим такие углы с помощью угольника. Что значит здесь слово «соответственно»? Постройте острый угол AOB. Возьмите вне этого угла точку O_1 и постройте угол, стороны которого были бы перпендикулярны сторонам угла AOB. У кого другой чертеж? Возьмём точку O_2 и сделаем такой чертёж, какой получился у ученика Иванова. Построим ещё углы, стороны которых перпендикулярны сторонам данного угла и вершины лежат в точках O_5, O_4, расположенных внутри угла и на сторонах угла (черт. 81).



Черт. 81.

Теперь на нашем чертеже есть несколько углов, стороны которых соответственно перпендикулярны сторонам угла AOB. Назовите прямые, перпендикулярные к OA (O_1A_1, O_2A_2, OA_3, O_4A_4, MN) Что можно сказать о взаимном расположении этих прямых? ($O_1A_1 \parallel O_2A_2 \parallel OA_3 \parallel O_4A_4 \parallel MN$). Почему? Назовите прямые, перпендикулярные OB (O_1B_1, O_2B_2, OB_3, O_4B_4, LF). Что можно сказать о взаимном расположении этих прямых? ($O_1B_1 \parallel O_2B_2 \parallel OB_3 \parallel O_4B_4 \parallel LF$.) Почему?

Очевидно, на нашем чертеже есть углы с соответственно параллельными сторонами. Назовите их ($\angle A_1O_1B_1$; $\angle A_2O_2B_2$; $\angle A_3OB_3$; $\angle A_4O_4B_4$; $\angle LO_5M$; $\angle NO_5F$; $\angle NO_5L$; $\angle MO_5F$). Ка-ними свойствами обладают эти углы? Запишем углы, равные между собой: $\angle A_1O_1B_1 = \angle A_4O_4B_4 = \angle FO_5N = \angle MO_5L$, $\angle A_2O_2B_2 = \angle A_3OB_3 = \angle FO_5M = \angle NO_5L$,

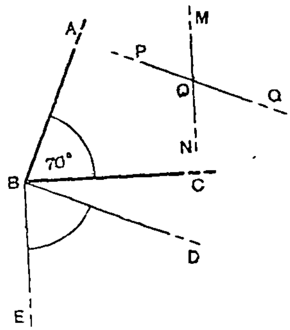


Черт. 82.

Задача 1 (черт. 82).

Дано: $\angle ABC = 45°$;
$BE \perp AB$;
$BD \perp BC$.

Вычислить: $\angle DBE$.



Черт. 82(а).

Задача 2 (черт. 82а).

Дано: $\angle ABC = 70°$;
$BE \perp BC$;
$BD \perp BA$;
$PQ \perp AB$;
$MN \perp BC$.

Вычислить углы при точке O.

IV. *Задание на дом.* Задача. Угол ABC равен $60°$; $BE \perp BC$; $BD \perp AB$. Вычислить угол DBE.

V. *Разбор контрольной работы.* Рассмотреть массовые недочёты в работе учащихся. Указать время вне уроков для детального разбора ошибок учащихся.

УРОК 53.

Тема урока: Свойство углов с соответственно перпендикулярными сторонами (продолжение).

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Изучение нового материала.* Доказательство теоремы об углах с соответственно перпендикулярными сторонами (с привлечением класса).

III. *Задание на дом.* К., § 80; Р., § 4, № 8.

IV. *Закрепление*. Повторить доказательство теоремы на том же чертеже. Ещё раз повторить доказательство, изменив буквы на чертеже. На какие теоремы ссылались мы при доказательстве теоремы об углах с соответственно перпендикулярными сторонами? Сформулировать предложение, обратное этой теореме: если два угла равны между собой или в сумме составляют $2d$, то стороны одного угла перпендикулярны сторонам другого. Справедливо ли оно? Почему?

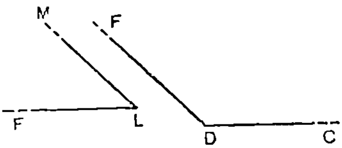
УРОК 54.

Тема урока: Решение задач.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (с места).

II. *Проверка усвоения изученного*. 1. Доказать теорему об углах с соответственно перпендикулярными сторонами (по изменённому чертежу).



Черт. 83.

2. Доказать теорему об углах с соответственно параллельными сторонами (по изменённому чертежу) (черт. 83).

III. *Изучение нового материала.*

Задача 1. Через точку, взятую внутри угла, равного 27°, проведены две прямые, параллельные сторонам угла. Вычислить все четыре угла, образованные этими прямыми при своём пересечении.

Задача 2. Через точку, взятую внутри угла, равного 80°, проведены прямые, перпендикулярные к сторонам этого угла. Какие углы образуют они между собой?

Задача 3. Доказать, что если через каждую вершину треугольника провести прямую, параллельную противолежащей стороне треугольника, до их взаимного пересечения, то получится треугольник, углы которого будут соответственно равны углам данного треугольника.

Задача 4. Доказать, что если в треугольнике провести отрезок, параллельный основанию треугольника, то образовавшийся при этом новый треугольник будет иметь углы, соответственно равные углам данного треугольника.

Задача 5. Если три угла треугольника соответственно равны трём углам другого треугольника, будут ли такие треугольники равны?

IV. *Задание на дом.* Р., § 4, № 6 и 9; К., повторить § 45, 77.

Построить произвольный треугольник и определить сумму его внутренних углов любым способом (например, измеряя каждый угол транспортиром).

УРОК 55.

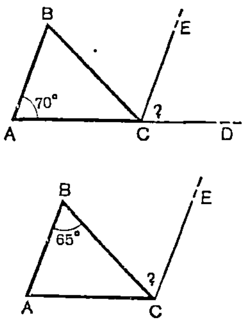
Тема урока: **Свойство суммы углов треугольника.**

Наглядные пособия. Разносторонний треугольник из бумаги.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Изучение нового материала.* Вы выполнили дома работу по нахождению суммы углов треугольников. Сравним полученные результаты, чему равны эти суммы? У кого такой же результат? Какие ещё есть ответы? Мы видим, что хотя треугольники были у всех разные, ответы получились почти одинаковыми: или 180°, или число, близкое к 180°. Вы знаете, что точно измерить угол нельзя, и возможно, что это расхождение происходит именно от неточности измерения. Если мы сложим углы треугольника (на модели), то наш опыт подтвердит наше предположение. Сформулируем нашу догадку. Решим задачи, которые помогут нам доказать свойство углов треугольника.



Черт. 84.

Задача 1 (черт. 84) Дано: $\triangle ABC$;
$\angle A = 70°$;
$\angle BCD$ — внешний угол треугольника;
$CE \parallel AB$.
Вычислить: $\angle DCE$.

Задача 2. Дано: $\triangle ABC$;
$\angle B = 65°$,
$CE \parallel AB$.
Вычислить: $\angle BCE$.

Для того чтобы доказать, что сумма углов треугольника равна 180° или $2d$, надо с помощью вспомогательных линий перенести все три угла треугольника к одной общей вершине. Подумайте, как это сделать. Сделайте чертёж. Запишите условие и заключение. Докажите без моей помощи.

Можно ли для доказательства этой теоремы пользоваться другим чертежом? Каким? Подумайте об этом дома и сделайте чертёж и доказательство по этому чертёжу к следующему уроку.

III. *Задание на дом* К., § 81 (доказать теорему путём проведения через вершину треугольника прямой, параллельной основанию, или другим способом); повторить: § 43, 44; Р., § 4, № 10, 11, 13, 15.

IV. *Закрепление.* Какую зависимость между углами треугольника мы знали раньше? Какую узнали сегодня? На что мы ссылаемся при доказательстве теоремы о сумме углов треугольника?

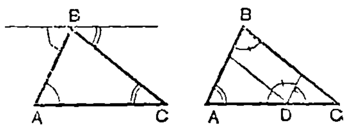
Задача. Существуют ли треугольники с углами: 1) 27°; 43°; 100°? 2) 80°, 20°, 90°? 3) 54°, 46°, 80°? 4) $\frac{1}{2}d$, $\frac{3}{4}d$, $\frac{1}{4}d$? 5) $\frac{1}{3}d$, $\frac{2}{3}d$, $1\frac{1}{2}d$? 6) $\frac{1}{3}d$, $\frac{2}{3}d$, d?

Задача. Чему равны углы треугольника, если $\angle 2$ больше $\angle 1$ на 20° и $\angle 3$ больше $\angle 1$ на 10°?

Задача. Чему равны углы треугольника, если $\angle 2$ больше $\angle 1$ в два раза, а $\angle 3$ больше $\angle 1$ в три раза?

Задача. Какого вида треугольник, если один из его внутренних углов равен сумме двух других углов? Больше этой суммы? Меньше этой суммы?

Пояснение для учителя



Черт. 85

Если никто из учащихся не предложит на следующем уроке иного доказательства теоремы о сумме углов треугольника, то учитель должен предложить его сам. Из чертежей ясно, как это можно сделать (черт. 85).

УРОК 56.

Тема урока: Следствия из теоремы о сумме углов треугольника.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (на местах)

II. *Проверка усвоения изученного* (уплотнённый опрос).

1. Какая зависимость связывает углы треугольника? Доказать теорему о сумме углов треугольника (по учебнику Киселёва).

2 Доказать теорему о сумме углов треугольника каким-нибудь способом, отличным от изложенного в учебнике Киселёва.

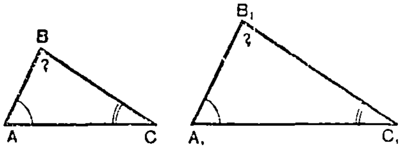
3 Решить задачи: Р, § 4, № 16; 17. Сформулировать обратное предложение к теореме о сумме внутренних углов треугольника (если три угла составляют в сумме 180°, то эти углы являются углами треугольника). Справедливо ли это?

4. Решить задачу: Р., § 4, № 2.

III. *Изучение нового материала.* Определение внешнего угла. Какую зависимость между внутренними и внешними углами треугольника знали мы раньше? Смотрите на чертёж, по которому доказывали теорему о сумме внутренних углов треугольника. Какую более точную зависимость можно установить теперь между внешним углом треугольника и его внутренними углами?

1-е следствие (из теоремы о сумме углов треугольника): ***Если угол—внешний по отношению к треугольнику, то он равен сумме внутренних углов, не смежных с этим внешним углом.*** Чертеж Запись условия на доказательство без моей помощи.

2-е следствие. Формулировка 2-го следствия Начертим два треугольника, у которых два угла одного соответственно равны двум углам другого, и докажем, что третьи углы будут тоже равны (черт. 86).



Черт. 86.

Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$,

$\angle A = \angle A_1$;

$\angle C = \angle C_1$.

Доказать: $\angle B = \angle B_1$

Доказательство.

1. $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ 2. $\angle A_1 + \angle B_1 + \angle C_1 = 180°$	по теореме о сумме углов тр-ка
3. $\angle A + \angle B_1 + \angle C = 180°$	заменили одни величины другими им равными
4. $\angle B = \angle B_1$.	так как первое слагаемое, третье слагаемое и правая часть первого равенства равны первому слагаемому, третьему слагаемому и правой части третьего равенства.

IV. *Задание на дом* К, § 81 (следствия 1 и 2); повторить § 28; Р., § 4, № 18, 19 Доказать самостоятельно следствия 3, 4 и 5.

V. *Закрепление.* Задача 1. Внешний угол треугольника равен 120°. Из двух углов, не смежных с ним, один больше другого на 20°. Определить углы треугольника.

Задача 2. Внутренний угол треугольника равен 39°, а внешний, не смежный с ним, равен 113°. Определить остальные внутренние и внешние углы треугольника.

УРОК 57.

Тема урока: Свойство катета, лежащего против угла в 30°.

Наглядные пособия. Набор прямоугольных треугольников (из бумаги) разной величины с углом в 30°.

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (устно).

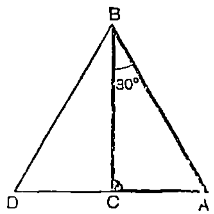
II. *Проверка усвоения изученного* (уплотнённый опрос).

1. Доказать следствия: 1, 2, 3, 4, 5 (§ 81).

2 **Задача.** Доказать, что биссектрисы внешних односторонних углов при параллельных прямых пересекаются под прямым углом.

3. **Задача.** Доказать, что высота, опущенная из вершины прямого угла равнобедренного прямоугольного треугольника, равна половине гипотенузы.

III. *Изучение нового материала.* Какую зависимость между сторонами и углами треугольника мы доказали в начале года? Для катета прямоугольного треугольника, лежащего против угла в 30°, удаётся установить более точную зависимость. Посмотрите на эти модели. Эти прямоугольные треугольники имеют разные размеры, но во всех есть угол в 30°. Сравним (путём перегибания) катет, лежащий против этого угла, с гипотенузой. Что мы наблюдаем? Повторим наш опыт с другим треугольником. Какой можно сделать вывод? Докажем, что наше наблюдение не случайно (черт. 87).



Черт. 87.

Д а н о: $\triangle ABC$; $\angle C = d$; $\angle B = 30°$.

Д о к а з а т ь: $AC = \frac{1}{2} AB$.

Д о к а з а т е л ь с т в о.

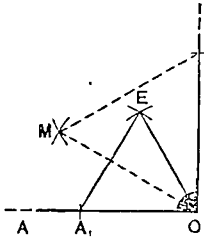
1. Вспомогательные построения: $\angle CBD = 30°$; продолжаем AC за точку C до пересечения с BD.

2. Рассмотрим $\triangle ABC$. $\angle A = 90° - 30° = 60°$.

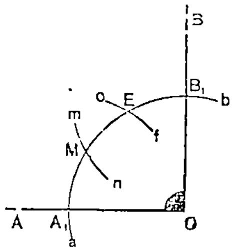
3. Рассмотрим $\triangle ABD$; $\angle A = 60°$ по доказанному; $\angle B = 30° + 30° = 60°$ по построению; $\angle D = 180° - \angle A - \angle B = 60°$ по теореме о сумме углов треугольника; $\triangle ABD$ равноугольный, следовательно, $AB = AD = BD$

4. $BC \perp AD$. BC — биссектриса $\triangle ABD$; $AC = CD$ по теореме о равнобедренном треугольнике. Следовательно, $AC = \frac{1}{2} AD$, но $AD = AB$, а потому $AC = \frac{1}{2} AB$.

До этого времени мы умели (путём построения) делить угол на 2, 4, 8 и т. д. равных частей. Теперь мы можем делить прямой угол на три равные части. Пусть дан прямой угол AOB (черт. 88). Даю циркулю произвольный раствор и этим раствором на стороне OA, начиная от точки O, строю равносторонний треугольник $A_1 EO$, а следовательно, и угол $A_1OE = 60°$, входящий в этот треугольник. Угол EOB, следовательно, будет равен 30°. Затем на стороне OB, начиная от точки O, тоже строю равносторонний треугольник OMB_1 (с произвольной стороной). Угол этого треугольника, следовательно, тоже равен 60°, а $\angle MOA_1$ равен 30°. Тогда и $\angle EOM$ равен 30°. Однако на этом чертеже много лишних линий, обычно их вычерчивают не все, и чертёж имеет такой вид (см. черт. 88а).



Черт. 88.

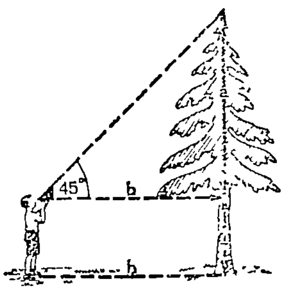


Черт 88(а).

IV. *Задание на дом* К, § 81, следствие 6; повторить § 33, 34; Р., § 4, № 28. З а д а ч а Разделить прямой угол на шесть равных частей. Начертить четырёхугольник и найти сумму его внутренних углов любым способом.

V. *Закрепление.* Сформулировать теорему о сумме углов треугольника. Сколько следствий и какие следствия вытекают из этой теоремы?

Задача 1. Доказать, что если в прямоугольном треугольнике один острый угол в два раза больше другого, то гипотенуза вдвое больше меньшего катета.



Черт. 88(б).

Задача 2. Построить циркулем и линейкой угол в 75°.

Задача 3. Найти высоту предмета (дерева) с помощью равнобедренного прямоугольного треугольника.

Решение очевидно из чертежа 88б Высота дерева $= a + m = b + m$, b измеряется по земле, а m — по стволу дерева.

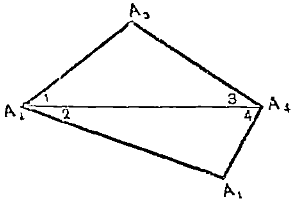
УРОК 58.

Тема урока: **Свойство суммы внутренних углов многоугольника.**

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).
II. *Проверка усвоения изученного.*
1. Доказать следствие о катете, лежащем против угла в 30°.
2. Разделить прямой угол на три равные части.

III. *Изучение нового материала.* Чему равна сумма внутренних углов четырёхугольника и как вы её нашли в вашей домашней работе? Это можно было сделать и не производя измерения. Приступая к изучению треугольника, мы говорили, что любой многоугольник легко разбивается на треугольники, воспользуемся этим свойством для решения задачи (черт. 89)



Черт. 89.

Дано: $A_1A_2A_3A_4$ — четырёхугольник

Вычислить: $\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \angle A_4$.

Решение.

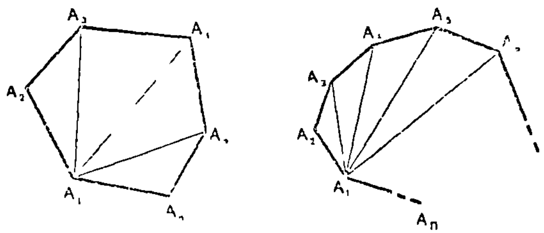
1) Проводим диагональ A_2A_4, получим $\triangle A_1A_2A_4$ и $\triangle A_2A_3A_4$.

2) $\angle 1 + \angle A_3 + \angle 3 = 2d$ по теореме о сумме углов треугольника; $\angle 2 + \angle A_1 + \angle 4 = 2d$ по теореме о сумме углов треугольника.

3) $\angle A_2 = \angle 1 + \angle 2$, $\angle A_4 = \angle 3 + \angle 4$; $\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \angle A_4 = \angle A_1 + \angle 1 + \angle 2 + \angle A_3 + \angle 3 + \angle 4 = (\angle 1 + \angle A_3 + \angle 3) + (\angle 2 + \angle A_1 + \angle 4) = 2d + 2d = 4d$ (здесь мы применяли переместительный и сочетательный законы сложения).

Вывод: *сумма внутренних углов четырехугольника равна 4d.*

Найдите сумму углов пятиугольника. Теперь найдём сумму углов многоугольника, у которого любое (n) число сторон (черт. 90), а контур сам себя не пересекает.



Черт 90

Дано: $A_1A_2A_3A_4 \ldots A_n$ — многоугольник; n — число сторон многоугольника.

Вычислить: $\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \ldots + \angle A_n$.

Решение.

1) Разобъём многоугольник диагоналями на ряд треугольников. Число этих треугольников будет на два меньше, чем число сторон многоугольника, т. е. $(n-2)$.

2) Сумма углов одного треугольника равна $2d$.

3) Сумма углов в $(n-2)$ треугольниках равна $2d\ (n-2)$.

4) Вывод: *Сумма внутренних углов многоугольника равна $2d\ (n-2)$, т. е. она равна двум прямым углам, повторенным столько раз, сколько сторон в многоугольнике без двух.*

Пример. Вычислить сумму внутренних углов шестиугольника.

Решение: $2d \cdot (6-2) = 2d \cdot 4 = 8d$, или $720°$. Проверим правильность наших вычислений измерением. Но так как измерение не может быть точным, мы заранее определим ту наибольшую ошибку, которая может образоваться. При измерении одного угла транспортиром ошибка не превзойдёт $0°,5$ в ту или в другую сторону, т. е. результат нашего измерения будет отличаться от истинного меньше чем на $30'$. Поэтому в сумме шести углов мы допустим ошибку, не превышающую $0°,5 \cdot 6 = 3°$ в ту или другую сторону. Следовательно, сумма углов шестиугольника, найденная путём измерения, должна получиться не больше $720° + 3° = 723°$ и не меньше $720° - 3° = 717°$. Однако, вероятнее всего, найденная сумма будет отличаться от $720°$ меньше чем на $3°$, так как для одних углов ошибки получатся «по избытку», для других «по недостатку» и частично покроют друг друга.

Теперь начертите произвольный шестиугольник (величиною не менее половины страницы). Измерьте его углы. Запишите результаты измерений отдельных углов. Найдите их сумму. Сравните с ответом, который мы предсказали на основании рассуждений, т. е. $720°$. Подтверждает ли опыт наши заключения?

V. *Задание на дом.* К., § 82 (рассмотреть самостоятельно доказательство той же теоремы другим способом); повторить § 43; Р., § 4, № 52, 53, 55. Начертить какой-нибудь выпуклый многоугольник, продолжить его стороны за вершины в одном направлении и найти сумму полученных внешних углов многоугольника (производить измерения транспортиром не надо).

V. *Закрепление.* Вычислить сумму внутренних углов пятиугольника, восьмиугольника. Сколько углов имеет многоугольник, если сумма его внутренних углов равна $20d$? $14d$? Зависит ли величина суммы внутренних углов многоугольника от числа его сторон? Тот же вопрос для внешних углов, полученных при продолжении всех сторон в одном направлении

УРОК 59.

Тема урока: **Свойство суммы внешних углов многоугольника.**

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (на местах).

II. *Проверка усвоения изученного.*

1. Доказать теорему о сумме внутренних углов многоугольника первым способом.

2. Доказать теорему о сумме внутренних углов многоугольника способом, указанным в учебнике.

3. Дать определения многоугольника и диагонали многоугольника.

Задача. Сколько сторон имеет многоугольник, сумма внутренних углов которого равна $12d$? $18d$?

Задача. Чему равна сумма внутренних углов многоугольника, у которого 12 сторон? 17 сторон?

4. Сколько сторон имеет многоугольник, сумма внутренних углов которого равна $15d$? Объяснить ответ. Почему сумма внутренних углов многоугольника не может равняться нечётному числу прямых углов?

III. *Изучение нового материала.* Мы уже умеем находить сумму внутренних углов многоугольника. Сегодня мы научимся находить сумму внешних углов выпуклого многоугольника. Дайте определение внешнего угла выпуклого многоугольника. Как построить внешний угол? Сколько внешних углов можно построить при одной вершине многоугольника? Каким свойством обладают эти углы? Рассмотрим внешние углы треугольника.

Дано: $\triangle ABC$; $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ — внешние углы $\triangle ABC$.
Вычислить: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$.

Решение.

Сумма внутреннего и внешнего углов при одной вершине равна $2d$.

Сумма внутренних и внешних углов при трёх вершинах равна $2d \cdot 3 = 6d$.

Сумма внутренних углов треугольника равна $2d$.

Сумма внешних углов треугольника равны $(2d \cdot 3) - 2d = 6d - 2d = 4d$.

Решите эту же задачу для четырёхугольника

Теперь рассмотрим задачу в общем виде для выпуклого многоугольника с любым (n) числом сторон.

Дано: $A_1A_2A_3A_4 \dots A_n$ — выпуклый многоугольник; $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3, \dots, \angle n$ — внешние углы многоугольника

Вычислить: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \dots + \angle n$.

Решение.

Сумма внутреннего и внешнего углов при одной вершине равна $2d$.

Сумма внутреннего и внешнего углов при n вершинах равна $2d \cdot n = 2dn$.

Сумма внутренних углов многоугольника равна $2d \cdot (n - 2) = 2dn - 4d$.

Сумма внешних углов многоугольника равна $2dn - (2dn - 4d) = 2dn - 2dn + 4d = 4d$.

Вывод: *Сумма внешних углов выпуклого многоугольника есть величина постоянная, не зависящая от числа сторон многоугольника; она всегда равна $4d$.*

Пример. Какова сумма внешних углов пятиугольника? Проверим полученный результат на опыте, но так как измерение не может быть точным, мы предусмотрим ту наибольшую ошибку, которая при этом может получиться. При измерении транспортиром одного угла многоугольника мы допускаем ошибку не более $0^\circ,5$. При разыскании суммы пяти углов наша ошибка будет меньше $0^\circ,5 \cdot 5 = 2^\circ,5$ (в ту или другую сторону). Следовательно, сумма внешних углов пятиугольника, полученная в результате измерения, будет не больше $360^\circ + 2^\circ,5 = 362^\circ,5$ и не меньше $360^\circ - 2^\circ,5 = 357^\circ,5$.

Проверка на опыте. Начертить пятиугольник (размером не менее $\frac{1}{2}$ страницы). Продолжая все стороны в одном направлении, построить при каждой вершине внешний угол. Измерить их транспортиром и записать результаты. Найти сложением сумму внешних углов многоугольника. Сравнить результаты измерений с выводом, полученным на основании рассуждении.

IV. *Задание на дом* К., § 83; повторить § 79, 80, 81, 82, Р., § 4, № 56, 57. Предупредить о контрольной работе.

V. *Закрепление.* Чему равна сумма внутренних углов многоугольника, и зависит ли она от числа его сторон? Чему равна сумма внешних углов выпуклого многоугольника и зависит ли она от числа его сторон?

УРОК 60.

Тема урока: **Контрольная работа № 3.**

Вариант 1-й.

1) Доказать теорему о сумме внутренних углов треугольника.
2) **Задача.** Р., § 4, № 20.

Вариант 2-й.

1) Доказать теорему об углах с соответственно параллельными сторонами.

2) Задача. Р., § 4, № 24 (2).

Объяснение порядка выполнения работы.

1) Запись формулировки (теоремы или задачи).
2) Чертёж.
3) Математическая запись условия и заключения.
4) Устное доказательство или решение.
5) Математическая запись доказательства или решения с пояснениями.

Объяснить, кто пишет вариант 1, кто — *вариант 2.*

Пояснение для учителя.

Оба варианта следует написать на доске до начала урока. Лучше закрыть их газетой до того момента, как учащиеся приступят к работе.

УРОК 61.

Тема урока: **Повторение. Решение задач на доказательство.**

План урока.

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Проверка усвоения изученного.*

1. Доказать теорему о сумме внешних углов многоугольника. Зависит ли сумма внутренних углов многоугольника от числа его сторон? Пример. Зависит ли сумма внешних углов выпуклого многоугольника от числа его сторон? Пример. Чему равна сумма внутренних углов двадцатиугольника? Чему равна сумма его внешних углов?

2 Сколько сторон имеет многоугольник, сумма внутренних углов которого равна $10d$? $4d$? Чему равен внутренний угол правильного семиугольника? Чему равен его внешний угол?

3. Сколько сторон имеет многоугольник, сумма внутренних углов которого равна $19d$? Сколько сторон имеет многоугольник, сумма внутренних углов которого вместе с одним из внешних углов равна $4\frac{1}{3}d$? Сколько сторон имеет многоугольник, сумма внешних углов которого равна $4d$?

III. *Повторение изученного.* На прошлом уроке мы закончили изучение программного материала. Все последующие уроки будут заняты повторением этого материала и опросом по нему.

Решение задач на доказательство (с полным письменным оформлением). Р., § 3, № 9; 42.

IV. *Задание на дом.* Р., § 3, № 8; 27 (1). Повторить: К., § 28; составить список изученных определений с указанием параграфов.

УРОК 62.

Тема урока: **Повторение. Определения в геометрии.**

План урока.

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Опрос по повторенному материалу.*

1. **Задача.** Вычислить углы, образованные биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника.

2. **Задача.** Вычислить, под какими углами в треугольнике ABC пересекаются биссектрисы $\angle B$ и $\angle C$, если $\angle A$ равен 40°.

3. **Задача.** Вычислить углы, под которыми пересекаются биссектрисы равностороннего треугольника.

4. Что называют определением? В чём отличие определения от аксиомы и теоремы? Сформулируйте определение параллельных, аксиому параллельных и одну из теорем о параллельных. Примеры определений в геометрии

III. *Определения и их предпосылки.*

К этому уроку вы повторяли определения в геометрии. Всякое определение опирается на предшествующие ему определения. Например, возьмём определение внешнего угла треугольника: *Угол, смежный с каким-нибудь углом треугольника, называется внешним углом этого треугольника.* Для полного понимания этого определения надо знать определение треугольника и определение смежных углов. Сформулируйте их. Для понимания определения треугольника надо знать определение многоугольника. Определение многоугольника в свою очередь опирается на определение ломаной линии и т. д. Запишем это в виде схемы.

Схема определения внешнего угла треугольника и предпосылки этого определения.

Определение внешнего угла треугольника (К., § 43).

Определение треугольника (К., § 34).	Определение смежных углов (К., § 22).
Определение многоугольника (К., § 34).	Определение угла (К., § 13).
Определение ломаной линии (К., § 33).	Определение стороны угла (К., § 13).
Определение отрезка (К., § 5).	Определение луча (К., § 5).

Представление о прямой (К., § 4).

Понятие «прямая линия» определения не имеет (см. К., § 4) Что такое «прямая линия», мы узнаём не из определения, а из описания, из рассмотрения примеров.

Мы видели, что определение внешнего угла опирается на ряд предшествующих ему определений и в конечном счёте на первичное представление о прямой, которое не имеет определения.

IV. *Самостоятельная работа.* Составить схему определения медианы и его предпосылок.

V. *Проверка самостоятельной работы.*

VI. *Задание на дом.* К., § 42, 52, 56 (17, 24, 33). Найти в учебнике и повторить теоремы, которые доказываются при помощи движения фигур. Р., § 4, № 33. Составить схему определения гипотенузы и предпосылок этого определения.

Пояснение для учителя.

Построение подобных схем очень полезно для учащихся. Оно позволяет им с интересом повторять изученный материал, наполняет его новым смыслом, позволяет в старом увидеть новые закономерности.

УРОК 63.

Тема урока: **Повторение. Доказательства теорем с помощью движения фигур.**

План урока.

I. *Проверка домашней работы* (у доски).

II. *Опрос по повторенному материалу.*

1. Доказать равенство треугольников по двум сторонам и углу между ними. На что ссылаемся при доказательстве этой теоремы?

2. Доказать равенство треугольников по двум углам и прилежащей к ним стороне. На что ссылаемся при доказательстве этой теоремы?

3. Доказать равенство треугольников по трём сторонам. На что ссылаемся при доказательстве этой теоремы?

4. Какие ещё теоремы доказывали мы способом движения? Докажите одну из них по своему выбору.

III. *Заключение.* Доказывая первые теоремы геометрии, мы основывались на аксиоме прямой и на некоторых очевидных свойствах движения геометрических фигур. Мы пользовались перегибанием фигур (пример), наложением одной фигуры на другую (пример), приложением одной фигуры к другой (пример).

IV *Задание на дом.* Повторить К., § 44, 46, 50, 83 (53, 54, 79, 80, 81, 82, 83). Какие ещё теоремы доказывали мы с помощью вспомогательных линий? Найти их и повторить. Р., § 3, № 28.

УРОК 64.

Тема урока: **Повторение. Доказательства теорем с помощью вспомогательных линий.**

План урока.

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Опрос по повторенному материалу.*

1. Доказать теорему о внешнем угле треугольника. На каких теоремах основано доказательство этой теоремы? На чём, в свою очередь, основано доказательство той теоремы, на которую мы ссылаемся?

2. Доказать теорему об угле, лежащем против большей стороны треугольника. На какие теоремы мы ссылаемся при доказательстве этой теоремы? На чём, в свою очередь, основано доказательство той теоремы, на которую мы ссылаемся?

3. Какие ещё теоремы доказывали мы с помощью вспомогательных линий? Перечислите их. Докажите теорему о сумме внешних углов многоугольника.

III. *Построение схемы доказательства теоремы о сумме внешних углов многоугольника и её предпосылок.*

При доказательстве этих теорем мы не пользовались движением фигур. Мы пользовались вспомогательными линиями. При этом мы ссылались на другие ранее доказанные теоремы. Эти теоремы в свою очередь опирались на другие теорèмы и аксиомы. Построим схему доказательства теоремы и её предпосылок подобно тому, как мы строили схему определения.

Схема доказательства теоремы о сумме внешних углов многоугольника и её предпосылок.

Теорема о сумме внешних углов многоугольника.

Теорема о сумме внутренних углов многоугольника. Теорема о сумме углов треугольника.	Теорема о смежных углах. Определение развёрнутого угла.
Теорема о равенстве соответственных и накрест лежащих углов при параллельных прямых. Признак параллельности.	
Теорема о внешнем угле треугольника. Первый признак равенства треугольников. Аксиома прямой.	Аксиома параллельных.

Итак, при доказательстве теоремы мы использовали ряд других теорем, доказанных ранее. Эта цепочка продолжается до тех пор, пока не доходит до теоремы, доказательство которой проводится движением и которая опирается непосредственно на аксиому.

То, что мы видели на этой схеме, объясняет нам, почему теоремы геометрии расположены в строгом порядке. Нельзя доказать теорему о сумме углов многоугольника, не доказав предварительно теоремы о сумме углов треугольника, а ту, в свою очередь, нельзя доказать без теоремы об углах, расположенных при двух параллельных и секущей, и т. д.

Почему теорему о равнобедренном треугольнике нельзя доказать, ссылаясь на то, что в треугольнике против равных сторон лежат равные углы?

IV. *Задание на дом.* Повторить: К., § 47, 48, 71, 73, 77; Р., § 4, № 30 Построить схему доказательства теоремы о двух перпендикулярах к одной прямой с предпосылками.

Пояснение для учителя.

Схему учащиеся должны зарисовать вместе с учителем. При её составлении следует разрешить учащимся пользоваться учебником, находить в нём соответствующую теорему и смотреть, на какой теореме основано её доказательство.

УРОК 65.

Тема урока: **Повторение. Доказательство теорем способом от противного.**

План урока.

I *Проверка домашней работы.*

II *Опрос по повторенному материалу.*

1 Какими способами мы доказывали теоремы в геометрии? Докажите теоремы, выражающие зависимость между углами и сторонами треугольника.

2 В чём состоит способ доказательства от противного? Докажите второй признак параллельности прямых.

3 Кто готов начертить схему доказательства теоремы· *Во всяком треугольнике против большего угла лежит большая сторона* — с предпосылками?

III *Задание на дом.* Повторить: К., § 1, 2, 3, 4, 28, 29, 30, 31, 32, 75, Р , § 4, № 31.

IV *Решение задач.* Р , § 4, № 37; 38.

УРОК 66

Тема урока: **Заключительная беседа по курсу геометрии в VI классе средней школы.**

План урока.

I *Беседа.*

Мы закончили изучение и повторение той части геометрии, которая входит в программу VI класса. На первом уроке мы сказали, что геометрия — это наука, изучающая формы, размеры и взаимное расположение предметов. На уроках геометрии мы часто видели изображение геометрических фигур с помощью моделей и чертежей; мы сами делали модели и чертежи. Скажите, отличаются ли чем-либо модели и чертежи от самих геометрических фигур, или они с ними тождественны? В чём это различие? Мы научились давать определения. Что мы называем определением? Мы знаем очень много определений в геометрии. Приведите примеры определений. В основе геометрии лежат понятия, которые не имеют определений. Какие? Что нам даёт представление о прямой линии? О плоскости? В этом году мы узнали две аксиомы геометрии. Что называют аксиомой? Какие аксиомы геометрии изучили мы в этом году?

Но особенно много мы занимались теоремами (определение теоремы, примеры теорем). Каким способом доказывали мы первые теоремы геометрии? Какими способами доказывали мы последующие теоремы? Почему при их доказательстве мы не прибегали к наложению? Что лежит в основе доказательства каждой теоремы?

Какую геометрическую фигуру изучили мы в этом учебном году? Какие свойства треугольника нам теперь известны?

II. *Подготовка к работе в VII классе.*

В VII классе мы продолжим нашу работу по геометрии. В программу VII класса входит изучение четырёхугольников, окружностей и некоторых дополнительных сведений о треугольниках. Учебник и задачник остаются те же.

III. *Задание на лето.*

На каникулах каждый из вас увидит много нового и интересного. Наблюдая окружающую жизнь дома, в лагере в колхозе, на строительстве, внимательно присматривайтесь, где и как можно применить те знания по геометрии, которые вы получили в этом году. Например, как удобно плотнику обрезать конец доски под углом 45° и т. д.

Желающие заняться летом геометрией могут выделить из всех своих наблюдений самые интересные и оформить их в виде описания с вычислениями и чертежами. Оформление работы должно быть аккуратным и красивым

Примерные темы для наблюдений (и сочинений).

1. Как я применил знания по геометрии к решению практических задач (в огороде, при ремонте квартиры, при постройке авиамодели и т. д.).

2. Как отец (каменщик, плотник, землемер и т. д.) применяет геометрию для решения практических задач?

3. Осевая симметрия в природе (строение лепестка, бабочки, листка и т. д.).

4. Как используется жёсткость треугольника в строительстве и технике?

5. Как я измерил высоту дерева? Как я измерил ширину пруда?

[illegible]. Решение задач [illegible]Р., § 4, от № 32 до № 51 или задачи из других источников (указать каких).

Работу сдать с 15 по 20 августа в школе в 10 часов утра.

IV. Чтение статей по занимательной геометрии (книги Я. И. Перельмана).

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Планирование работы в школе, Управление школ Министерства просвещения РСФСР, Учпедгиз, 1950.

2. Программы средней школы. Математика, Управление школ Министерства просвещения РСФСР, Учпедгиз, 1951.

3. О преподавании математики в V—X классах. Методическое письмо, Управление школ Министерства просвещения РСФСР, Учпедгиз, 1950.

4. Н. М. Бескин, Методика геометрии, Учпедгиз, 1947.

5. В. М. Брадис, Методика преподавания математики в средней школе, Учпедгиз, 1949.

6. Р. В. Гангнус и Ю. О. Гурвиц, Геометрия. Методическое пособие, часть 1, Учпедгиз, 1935.

7. Н. А. Глаголев, Элементарная геометрия, часть 1, Учпедгиз, 1944.

8. И. М. Гуль, Сборник геометрических задач. Планиметрия, Учпедгиз, 1940.

9. В. А. Игнатьев, С. А. Пономарёв, Е. Н. Обуховская, Сборник задач и упражнений для устных занятий по математике, Учпедгиз, 1949.

10. Б. И. Крельштейн, Геодезические работы в школе, Ленинградский городской институт усовершенствования учителей, 1948.

11. Вопросы обучения в советской школе, Ленинградский областной институт усовершенствования учителей, 1940.

12. Идейно-политическое воспитание учащихся в процессе обучения, Ленинградский городской институт усовершенствования учителей, 1948.

13. Из опыта работы передовых учителей математики, под редакцией Н. Н. Никитина, изд. АПН, 1950.

14. Я. И. Перельман, Геометрия и начатки тригонометрии, Сев.-зап. обл. промбюро ВСНХ, Ленинград, 1926.

15. М. Н. Скаткин, Формализм в знаниях учащихся и пути его преодоления, Центральный институт повышения квалификации руководящих работников народного образования, Москва, 1947.

16. Ц. М. Хуторецкая, Преподавание геометрии в VI классе, Ленинградский городской институт усовершенствования учителей, 1948.

17. Журнал «Математика в школе».

18. «Учительская газета».

ОГЛАВЛЕНИЕ

Параллельные прямые

Стр