

В. Беллюстинъ,
Директоръ Поливановской учит. семинаріи.

О Ч Е Р К И

П О

МЕТОДИКЪ ГЕОМЕТРИИ.

(Въ предѣлахъ начальнаго курса геометріи.)

СКЛАДЪ ИЗДАНІЯ
ВЪ КНИЖНОМЪ МАГАЗИНѢ
М. Д. НАУМОВА
ВЪ МОСКВѢ,
Большая Лубянка, д. Страховаго Общества „Россія“.



МОСКВА.
ТИПОГРАФІЯ Г. ЛИСНЕРА И Д. СОВКО.
Воданженка, Крестовоздвиж. пер., д. 9.
1912.

ОЧЕРКИ ПО МЕТОДИКЪ ГЕОМЕТРИИ.

(Въ предѣлахъ начальнаго курса геометріи.)

1. Краткія историческія свѣдѣнія.

1. Начало геометріи. Слово «геометрія» въ букввальномъ переводѣ значить землемѣріе. Такое названіе этотъ предметъ получилъ потому, что зачатки геометріи совпадаютъ съ элементарнымъ землемѣріемъ. Именно, по словамъ Геродота, историка греческаго, первый народъ, обратившій вниманіе на геометрію, были египтяне, и заставило ихъ обратить вниманіе на нее такое обстоятельство. По берегамъ благодѣтельнаго Нила расположены были плодороднѣйшіе земельные участки, которые обрабатывались владѣльцами тщательно и давали имъ богатую жатву, а въ то же время обязывали ихъ платить налогъ. Однако Ниль, выступая каждый годъ изъ береговъ смывалъ каналы и межи и заставлялъ сосѣдей по многу разъ отграничиваться. Жалко было потерять даже и небольшой кусокъ плодоносной земли, а въ то же время хлопотно было вести мелкія измѣренія. Приходилось напрячь все вниманіе, чтобы землемѣріе шло легко и вѣрно. Простѣйшіе приемы землемѣрія и основныя свойства геометріи стали постепенно и незамѣтно связываться другъ съ другомъ и оказывать взаимную поддержку. Такимъ образомъ положено было начало наукъ, въ послѣдствіи разившейся и извѣстной и въ наше время и давно уже подъ именемъ геометріи.

Многочисленныя сооруженія, оставшіяся послѣ древнихъ египтянъ, напримѣръ извѣстныя всѣмъ пирамиды, а также оросительные каналы, доказываютъ, что египтянамъ хорошо были извѣстны начальныя основанія геометріи. И дѣйствительно, одинъ папирусъ, сохранившійся до нашего времени отъ эпохи за 1700 лѣтъ до Рождества Христова, содержитъ въ себѣ пра-

вила, какъ опредѣлять площадь прямоугольника, круга, объемъ прямоугольнаго параллелепипеда¹⁾). Здѣсь также встрѣчаемъ мы площадь прямоугольнаго треугольника, равнобедреннаго треугольника и равнобедренной трапеціи. Всѣ формулы даются въ томъ же приблизительно видѣ, какъ и у насъ сейчасъ. Есть нѣкоторая неточность въ кругѣ ($\pi = 3\frac{13}{81}$) и ошибка въ равнобедренномъ треугольникѣ и равнобедренной трапеціи: именно, въ нихъ вмѣсто высоты берется боковая сторона, отчего результатъ долженъ получиться увеличенный.

Начальнаго періода геометріи, идущаго изъ такой глубокой древности, касаемся мы потому, что вопросъ о связи геометріи съ землемѣріемъ можетъ быть поставленъ и въ наше время въ нашей странѣ. Несомнѣнно, что геометрія, какъ предметъ народной школы, не должна чуждаться землемѣрія. Запросы народа въ этомъ отношеніи довольно ясны. Въ странѣ, гдѣ масса населенія занимается землей, естествененъ запросъ на землемѣріе, и школа должна откликнуться на него. И если школа, желая сдѣлать ученье продуктивнымъ, снисходитъ къ уровню развитія и потребностей дѣтей, то какъ же ей не снизить къ запросамъ народной массы? Въ такомъ лишь случаѣ ученье можетъ снискать расположеніе родителей, а черезъ нихъ расположеніе дѣтей. Землемѣріе даетъ для геометріи и подготовительный матеріалъ, т.-е. рядъ фактовъ и примѣровъ, изъ которыхъ должны быть построены выводы и получены общія свойства. Кромѣ того, землемѣріе даетъ хорошія упражненія для примѣненія геометрическихъ знаній; а между тѣмъ какъ важно, чтобы знанія имѣли примѣненіе: знаніе безъ примѣненія — мертвый капиталъ.

Землемѣріе, въ своей нѣсколько расширенной формѣ и распространенной, т.-е. въ формѣ вообще измѣренія и построенія, имѣетъ важное значеніе и въ технику. Вотъ это-то обобщенное измѣреніе и слѣдуетъ ставить въ основу преподаванія геометріи въ народной школѣ, такъ какъ безъ знанія начатковъ измѣренія и построенія никакое образование нельзя считать достаточнымъ и не лишеннымъ односторонности.

2. Въ дальнѣйшемъ развитіи геометріи особенная заслуга принадлежитъ древнимъ грекамъ. На ихъ долю выпало открытіе

¹⁾ A. Genau. Geschichte und Methodik der Raumlehre, 1905.

цѣлаго ряда теоремъ и приведеніе отдѣльныхъ теоремъ въ систему. Установленъ тотъ фактъ, что греческіе философы и геометры доходили до теоремъ не чисто логическимъ путемъ, а при помощи попытокъ, въ которыхъ извѣстныя свойства доказывались сперва для частныхъ случаевъ. Нерѣдко также бывало, что теорема дѣлалась извѣстной сперва на практикѣ, въ примѣненіи, а затѣмъ уже доказывалась логически. Такъ на примѣръ, теорема о томъ, что квадратъ гипотенузы равенъ суммѣ квадратовъ катетовъ, долгое время доказывалась только для частныхъ случаевъ, на примѣръ для равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника или же для треугольника со сторонами 3, 4 и 5, и лишь Пифагору удалось найти доказательство въ общемъ видѣ, т.-е. для всякаго прямоугольнаго треугольника.

Пифагоръ, жившій за 550 лѣтъ до Р. Хр., открываетъ собой рядъ знаменитыхъ греческихъ геометровъ. Онъ долгое время жилъ въ Египтѣ и имѣлъ случай воспользоваться всей ученостью древнихъ египтянъ. Онъ излагалъ своимъ ученикамъ уже многія геометрическія свойства и доказывалъ логически то, что до него, въ большинствѣ случаевъ, было извѣстно только въ практическихъ примѣненіяхъ или же для частныхъ случаевъ.

Кромѣ извѣстной теоремы Пифагора ему принадлежитъ, на примѣръ, доказательство того, что изъ всѣхъ плоскихъ фигуръ одинаковаго периметра кругъ имѣетъ наибольшую площадь. Какъ видимъ, геометрія уже за 500 лѣтъ до Р. Хр. была не бѣдна матеріаломъ.

Знаменитый греческій философъ Платонъ (за 400 л. до Р. Хр.), творецъ идеалистической философіи, питалъ особенное уваженіе къ геометріи. Онъ цѣнилъ геометрію, конечно, не съ прикладной ея стороны, но за то, что она лучше другихъ предметовъ изощряетъ правильное мышленіе. Надъ дверьми зданія, въ которомъ собирались ученики Платона, имѣлась надпись: «Пусть не входитъ сюда тотъ, кто не знаетъ геометріи».

За 300 лѣтъ до Р. Хр. жилъ въ Александріи Эвклидъ. Ему греческая геометрія обязана приведеніемъ въ систему и завершеніемъ. Надо признать, что система Эвклида безукоризненна¹⁾.

¹⁾ Съ логической точки зрѣнія, но отнюдь не педагогической: курсъ геометріи въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ строится по системѣ Эвклида, но въ настоящее время высказывается много возраженій противъ этого курса съ педагогической точки зрѣнія.

Расположение теоремъ и составъ теоремъ удерживается со времени Эвклида до нашего времени. И дѣйствительно, та стройная и неразрывная цѣпь логическихъ выводовъ, въ которой послѣдующія теоремы основываются на предыдущихъ, а предшествующія сами собой наталкиваютъ на послѣдующія, скована такъ крѣпко и тщательно, что частныя измѣненія и поправки въ ней едва ли возможны, и остается или цѣликомъ слѣдовать Эвклиду или перестраивать геометрію заново.

Архимедъ Сиракузскій, ученикъ Эвклида (за 250 лѣтъ до Р. Хр.) занимался, главнымъ образомъ, фигурами криволинейными. Онъ опредѣлилъ величину π , т.-е. отношение длины окружности къ діаметру. Для доказательства онъ бралъ правильный вписанный шестиугольникъ и такой же описанный. Отсюда онъ вывелъ вычисленіемъ, что π заключается между $3\frac{1}{7}$ и $3\frac{10}{71}$. Ранѣе Архимеда геометры, конечно, знали приближительную величину π , но они ее знали практически; Архимеду же принадлежитъ теоретическій выводъ.

Имена Пифагора, Платона, Эвклида и Архимеда знамениты еще и въ наше время. Это творцы элементарной геометрии. Ученые новаго времени распространили геометрію и разработали лишь высшіе ея отдѣлы, на примѣръ они разработали аналитическую геометрію.

Исторія греческой геометріи даетъ намъ нѣсколько указаній, относящихся къ методической сторонѣ. Прежде всего, мы видимъ, что та логическая цѣпь доказательствъ, которая составляетъ въ настоящее время содержание курса геометріи, явилась не сразу въ сознаниіи людей, а установлена трудами многихъ выдающихся умовъ. Геометрія, какъ собраніе теоремъ, расположенныхъ въ стройной системѣ, берущихъ начало отъ аксіомъ и основныхъ опредѣленій, представляетъ собою вполне совершенный, разработанный матеріалъ, а ни въ коемъ случаѣ не начатки ученія.

Поэтому геометрія въ системѣ Эвклида едва ли можетъ служить матеріаломъ для начальной школы. Ея мѣсто тамъ, гдѣ ученики подготовлены для воспріятія цѣпи логическихъ выводовъ, гдѣ они уже имѣютъ матеріалъ для отвлеченнаго мышленія. Не надо забывать, что въ Греціи, давшей намъ геометрію, эта наука стояла въ связи съ философіей или, точнѣе, логикой, и занимались ею не малолѣтніе, а юноши. Повторяемъ: гео-