КУЙБЫШЕВСКИЙ ОБЛАСТНОЙ ИНСТИТУТ
УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ УЧИТЕЛЕЙ

К. Н. БАНЫКИНА

ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ АРИФМЕТИКИ В ПЯТЫХ КЛАССАХ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Часть I

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

Под редакцией И. Б. Аронина и А. И. Махнова

г. Куйбышев О 1956 г.

Областной институт усовершенствования учителей предпринял издание поурочных методических разработок, излагающих многолетний опыт учительницы К. Н. Баныкиной из города Куйбышева, в помощь начинающим учителям, преподающим арифметику в 5-х классах. В течение ряда лет эти разработки успешно использовались в школах города.

Первая часть методического пособия охватывает только один раздел программы 5-х классов «Обыкновенные дроби».

Учебный материал расположен в пособии в соответствии с программой и подобран с учетом требований политехнического обучения.

Разработка уроков строится по следующему плану:

1. Проверка домашнего задания.
2. Устный счет и повторение пройденного материала.
3. Объяснение нового материала.
4. Закрепление нового материала.
5. Самостоятельная работа.
6. Задание на дом.

Хотя домашнее задание указано как последний этап урока, иногда целесообразнее дать его раньше, до организации самостоятельной работы или до упражнений по закреплению.

Рекомендации настоящего методического пособия являются лишь примерными. Каждый учитель должен их применять с учетом конкретных условий своего класса.

При пользовании разработками необходимо учитывать также следующее:

Задачи и примеры, приведенные в пособии, взяты из задачника для 5-х классов: Е. С. Березанская «Сборник задач и упражнений по арифметике для 5—6 классов семилетней и средней школы», Учпедгиз, 1950 год. При указании номеров примеров и задач, взятых из задачника Е. С. Березанской, автор не упоминается.

Теоретический материал указан по стабильному учебнику арифметики А. Киселева. При ссылке на него в тексте указывается: «из учебника арифметики».

Некоторые задачи и упражнения взяты из сборника задач Я. Ф. Чекмарева и С. В. Филичева: «Сборник арифметических задач для педагогических училищ», Учпедгиз, 1948 г., из сборника задач С. А. Понюмарева и Н. И. Сырнева: «Сборник задач по арифметике для 5—6 классов семилетней и средней школы», Учпедгиз, 1951 год, из задачника В. А. Игнатьева Н. И. Игнатьева, Я. Л. Шор: «Сборник задач по арифметике пособие для учителей начальной школы», Учпедгиз, 1950 год.

Задачи из указанных сборников приводятся полным текстом без указания автора. Упражнения и задачи для домашних заданий взяты из сборника задач и упражнений по арифметике для 5—6 классов семилетней и средней школы С. А. Пономарева и М. И. Сырнева, Учпедгиз, 1954 год.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

Приступая к изучению систематического курса обыкновенных дробей, следует восстановить в памяти детей материал, пройденный в четвёртом классе, проверить правильность понимания дроби, её происхождения, смысла преобразования дробей и действий с ними. Необходимо в начале всю работу вести на конкретном материале, а в дальнейшем применять способ наглядного показа в каждом случае, когда учитель почувствует неосознанное усвоение учащимися выполняемого действия над дробями.

При прохождении обыкновенных дробей учащиеся должны хорошо усвоить понятие о том, что дробь есть число, которое получается в результате счёта равными долями величины, принятой за единицу.

Получая пять раз по одной восьмой яблока, мы будем иметь $1/8$, $2/8$, $3/8$, $4/8$ и, наконец, $5/8$ яблока. В результате счёта восьмыми долями мы получили число $5/8$. Такое число условились называть дробью.

Затем необходимо, чтобы учащиеся поняли, что дробь или дробное число может получиться в результате деления одного целого числа на другое. Можно одно яблоко разделить на четверых поровну, тогда каждый получит по одной четвертой доле яблока $1 : 4 = 1/4$.

Можно 3 яблока разделить на четверых поровну, тогда каждый получит по одной четвертой доле каждого яблока, всего каждый получит по три четвёртых яблока. $3 : 4 = 3/4$.

Наконец, необходимо, чтобы учащиеся усвоили, что дробь или дробное число может получиться при измерении. Прикладывая метр к длине учительского стола, мы увидим, что длина его больше одного метра, но меньше двух метров. Отложим по длине один метр, на остатке будем откладывать долю метра, например: $1/10$. Если $1/10$ метра уложится три раза, то в результате измерения мы получим дробное число: $1\,3/10$ м.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ДРОБЕЙ, СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ

1-й урок

Тема урока

Понятие о дроби. Определение дроби. Запись дроби. Получение дроби при измерении.

Повторение

Деление произведения на число.

Цель урока

Дать понятие о дроби как совокупности долей единицы. Показать, что дробь получают в результате счёта одинаковыми долями. Разъяснить, что показывают знаменатель и числитель дроби, как записывают дробь. Показать, что дробь можно получить при измерении длины, веса и других величин.

Ход урока

1. Проверка домашнего задания.

2. Устный счёт. Задачи №№ 543, 544 (Дать ответ на каждый вопрос и привести числовой пример).

Например. Каким числом — чётным или нечётным — выражается произведение чётного и нечётного чисел? Произведение двух нечётных чисел?

Ответ. Произведение чётного и нечётного чисел есть число чётное, так как если один из сомножителей делится на какое-либо число, то и всё произведение разделится на это число.

Пример: 24:7; произведение—чётное число, так как $24 : 2 = 12$. Один из сомножителей делится на 2. Следовательно, и произведение делится на 2. Проверим $24 \cdot 7 = 168$; 168 — число чётное.

Пример: $7 \cdot 11$ произведение — число нечётное, так как ни один из сомножителей не делится на простое число 2.

3. Объяснение нового материала и закрепление его.

а) Понятие о дроби

Задача № 553.

Вызванный к доске ученик рисует на доске отрезок, равный длине метра. Отвечая на вопросы задачи № 553, зарисовывает соответственно полметра, четверть метра, восьмую метра. Отрезки располагает один под другим.

Пользуясь этими рисунками, делаем вывод:

1) чтобы получить полметра, надо метр разделить на 2 равные части; четверть метра получим, если разделим метр на 4 равные части и т. д.;

2) полметра меньше метра в два раза, четверть метра меньше метра в четыре раза, но меньше полметра в два раза и т. д.;

3) чтобы получить $^3/_4$ метра, надо метр разделить на четыре равные части и отсчитать три раза по одной четверти; чтобы получить $^3/_8$, $^5/_8$, $^7/_3$ метра надо метр разделить на 8 равных частей и отсчитать соответственно 3, 5, 7 таких частей.

В данном случае метр принимается за единицу измерения. Метр делится на равные части. Каждая из равных частей единицы называется долей единицы. Одна доля или собрание нескольких одинаковых долей единицы называется дробью.

Упражнения

Каждый ученик рисует в тетради отрезок длиной в 12 клеток. Длину отрезка принимаем за единицу. Под этим отрезком рисуют отрезки, равные $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$; $^1/_6$; $^1/_{12}$; $^5/_{12}$; $^7/_{12}$ и записывают дроби над отрезками.

1 ————————————————————————

$^1/_2$ ————————————

$^1/_3$ ————————

$^1/_4$ ——————

$^1/_6$ ————

$^1/_{12}$ ——

Вопросы. Сколько раз в единице содержится $^1/_2$; $^1/_3$; $^1/_4$; $^1/_6$; $^1/_{12}$.

Сколько надо взять шестых долей единицы, чтобы получить одну третью долю? Сколько надо взять восьмых долей единицы, чтобы получить одну четвертую долю той же единицы? и т. д.

Сколько в единице четвёртых, шестых, двенадцатых долей этой единицы?

Ответ. $1 = ^4/_4$; $1 = ^6/_6$; $1 = ^{12}/_{12}$.

Задачу № 557 решают устно.

Записать дробь $^{11}/_{12}$ и показать ее изображение на отрезке. 11 — числитель. 12 — знаменатель.

Знаменатель показывает, на сколько равных частей разделена единица; числитель показывает число долей, из которых составлена дробь. Числитель и знаменатель вместе называются членами дроби.

б) Получение дроби при измерении

Учитель задает вопросы: какими мерами измеряется длина? Какая мера из перечисленных самая крупная?

Какую знаете самую мелкую меру длины? Сколько в метре дециметров, сантиметров, миллиметров? Как называется система этих мер? (метрическая система мер).

Какую долю метра составляют дециметр, сантиметр, миллиметр?

Какую долю метра составляют 3 дм? 7 дм? 21 см? 121 мм?

Как получить $^3/_{10}$ м? $^{27}/_{100}$ м?

Измерить длину или ширину стола метром, а остаток дециметрами или сантиметрами.

Получим, длина стола равна 1 м 3 дм. Какую часть метра составляют 3 дм? Результат измерения длины стола равен дробному числу (целое число с дробью) $1^3/_{10}$ м.

Измерив ширину стола, получили 7 дм. Выразите это число в долях метра ($^7/_{10}$ м).

Таким образом, дробь или дробное число могут быть получены при измерении.

Задание на дом.

По учебнику §§ 116, 117, 118.

Написанное в этих параграфах курсивом прочесть в классе и задать выучить наизусть.

По задачнику. Задачи №№ 203, 207, 210.

2-й урок

Тема

Получение дробного числа при делении целых чисел.

Классификация дробей.

Цель урока

1) Дать понятие о том, что делить можно любое целое число на целое (исключая делитель нуль). Результат деления может быть числом целым или дробным.

2) Установить и сформулировать отличительные признаки правильных и неправильных дробей.

Повторение

Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.

Ход урока

1. Проверка домашнего задания.

2. Устный счёт. Задачи №№ 558—561.

Вопросы. Чему равна длина стола, если пятая доля метра уложилась в ней 3 раза? Как получить дробь $^3/_{10}$ из единицы?

Как получить дробь $^3/_{10}$ м при измерении? Что показывает числитель дроби, знаменатель дроби?

Некоторые ответы проверить на рисунке.

Упражнения на повторение взять из №№ 520, 521, 526, 528.

3. Объяснение нового материала.

Каким числам кратно число 10?

Число 10 без остатка делится на 2, 5, 10, следовательно оно кратно 2, 5, 10. В частном от деления 10 на 2, 5, 10 получаем целые числа.

Если 10 разделить на 3, то в частном получаем 3 и в остатке единицу (10 некратно 3).

Задача 1-я. 10 яблок разделить поровну между тремя девочками. Каждая девочка получит по 3 целых яблока. Оставшееся яблоко можно разделить на 3 равные части и каждая получит еще по одной трети яблока. Всего каждая получит по $3^1/_3$ яблока. Следовательно, $10 : 3 = 3^1/_3$.

Результат деления есть число дробное.

Деление можно выполнить иначе. Каждое яблоко делим на 3 равные части. Получая от каждого яблока по одной трети, каждая девочка получит 10 раз по одной трети, то-есть $^{10}/_3$. Деление записываем так: $10 : 3 = ^{10}/_3$. Результат деления 10 на 3 можно записать дробью или дробным числом:

$$10 : 3 = ^{10}/_3 \text{ или } 10 : 3 = 3^1/_3.$$

Разобрать еще аналогичный пример.

Задача 2. Три одинаковых пакета с орехами разделить поровну между четырьмя мальчиками.

Решение

Примем число орехов в пакете за единицу. Орехи в каждом пакете делим на 4 равные части. Каждый мальчик получит орехов три раза по одной четвертой пакета. Всего каждый мальчик получит орехов $^3/_4$ пакета. Деление можно произвести иначе. В каждом пакете орехов четыре четвертых доли. В трех пакетах двенадцать четвертых долей. 12 четвертых делим на 4 равные части. Каждый мальчик орехов получит по $^3/_4$ пакета.

Запись решения: $3 : 4 = ^3/_4$.

Решение следует сопровождать рисунком, изображая число орехов в пакете прямоугольником.

Разобрать еще аналогичный пример.

Решённые задачи не стираются с доски. Сопоставляя результаты деления, делаем выводы:

1) При делении одного числа на другое в результате может получиться целое число или целое число с дробью (смешанное число) или дробь.

2) При делении целого числа на целое, делимое записываем числителем, а делитель — знаменателем.

3) Смешанное число получается при делении большего числа на меньшее и может быть записано двояко:

$3^1/_3$ или $^{10}/_3$ (дробным числом или дробью).

4) Делить можно любое целое число на целое, не равное нулю.

Закрепление.

1) $4 : 11 = {}^4/_{11}$; $41 : 53 = {}^{41}/_{53}$; $21 : 25 = {}^{21}/_{25}$;

2) $17 : 5 = {}^{17}/_5$, $29 : 27 = {}^{29}/_{27}$, $102 : 5 = {}^{102}/_5$;

3) $5 : 5 = {}^5/_5$; ${}^5/_5 = 1$; $15 : 5 = {}^{15}/_5$; ${}^{15}/_5 = 3$; $45 : 15 = {}^{45}/_5$; ${}^{45}/_{15} = 3$.

Рассматривая упражнения 1-й строки, мы видим, что выполняется деление меньшего числа на большее и получаются дроби, у которых числители меньше знаменателей. Такие дроби называются правильными дробями. Правильные дроби меньше единицы. Во II-й строке производится деление большего числа на меньшее. Получаются дроби, у которых числитель больше знаменателя. Такие дроби называются неправильными дробями. Неправильная дробь больше единицы.

В III-й строке делятся или равные числа, или большее число на меньшее, но в результате деления получаются целые числа. Такие дроби тоже называются неправильными. Следовательно, неправильные дроби больше единицы или равны ей.

Единица в частном получается в том случае, когда делимое равно делителю, следовательно, единицу можно представить в виде дроби с любым знаменателем, причем числитель будет равен знаменателю.

Частное 3 может получиться от деления:

$45 : 15 = {}^{45}/_{15}$; ${}^{45}/_{15} = 3$;

$75 : 25 = {}^{75}/_{25}$; ${}^{75}/_{25} = 3$ и т. д.

Следовательно, число 3 можно изобразить дробью с любым знаменателем, не равным нулю, причем числитель этой дроби будет в 3 раза больше знаменателя.

Любое целое число можно выразить дробью с любым знаменателем, не равным нулю.

Самостоятельная работа

1) Найти третью часть 16.

Решение. $16 : 3 = {}^{16}/_3$ или ${}^{16}/_3 = 5^1/_3$.

2) 2 кг конфет разделить поровну между пятью учащимися.
Решение: $2 : 5 = {}^2/_5$ (кг)

Проверяя решение второй задачи следует разобрать следующие вопросы:

а) какую часть всех конфет получил каждый учащийся? (одну пятую часть).

б) какую часть килограмма получил каждый учащийся? (${}^2/_5$ кг)

в) сколько граммов конфет получил каждый учащийся? (1000 г : 5 = 200 г.; 200 г · 2 = 400 г).

Задание на дом.

По учебнику §§ 119, 121.

По задачнику. Задачи №№ 216, 217, 224.

3-й урок

Тема урока

Закрепление пройденного материала о дробях и обращение неправильной дроби в смешанное число.

Цель урока

Закрепить понятие о происхождении дроби и научить исключать целое число из неправильной дроби.

Повторение. н.о.д и н.о.к.

Ход урока

1. Проверка домашнего задания.
2. Устный счёт.

Материал для устного счёта можно взять из № 591—597 и № 564—569. Из каждой задачи взять по одному вопросу.

Опрос. №№ 598—600 (Привести примеры и дать определение) и №№ 581, 582, 584.

Беседа:

Директивами XX съезда КПСС по шестому пятилетнему плану намечено довести в 1960 году сдачу государству совхозами и подсобными хозяйствами зерна до 915 миллионов пудов, мяса — до $1\frac{1}{2}$ миллиона тонн, молока — до $6^{8}/_{10}$ миллиона тонн, шерсти — до $79^{2}/_{10}$ тысячи тонн, яиц — до 2 миллиардов штук.

Приведенные числовые данные разобрать по такому плану:

Как называются числа 915 миллионов и 2 миллиарда? (целые числа).

Как называются числа $1\frac{1}{2}$ миллиона и $6^{8}/_{10}$ миллиона? (смешанные числа).

Как составлены из миллиона числа $1\frac{1}{2}$ миллиона и $6^{8}/_{10}$ миллиона?

Сколько тысяч составят $\frac{1}{2}$ миллиона?

Какая часть миллиона недостаёт до 7 миллионов в числе $6^{8}/_{10}$ миллиона?.

3. Повторение. Решить задачи №№ 523 и 529 (если были решены раньше, то составить аналогичные).

4. Объяснение нового материала.

Записать на доске дроби $\frac{3}{4}$, $^{12}/_{4}$, $^{17}/_{4}$;

Как получены эти дроби из единицы?

Какой является каждая из этих дробей?

Сколько четвёртых долей в единице? В двух, трёх единицах?

1) Сколько целых единиц можно получить из $^{12}/_{4}$?

Ответ. $^{4}/_{4}$ составляют одну единицу, а $^{12}/_{4}$ составляют столько единиц, сколько раз в 12 содержится по четыре, то есть 3 единицы. Надо $12 : 4 = {}^{12}/_{4} = 3$;

2) $^{17}/_{4} = 4\frac{1}{4}$ так как единица заключает в себе четыре четвертых(а в 17 четвертых содержится столько единиц, сколько раз по 4 содержится в 17. Для этого разделим на 4, в частном получаем 4 и в остатке 1. Получаем 4 целых единицы и ещё одну четвёртую, то есть $4\frac{1}{4}$).

Рассуждая также, сделать несколько примеров и вывести правило: как обратить неправильную дробь в смешанное число.

Самостоятельные упражнения

Исключить целые числа из дробей:

$^{19}/_{4}$, $^{42}/_{7}$, $^{77}/_{15}$.

Задание на дом.

По учебнику § 124. Повторить §§ 97 и 101.

Прочитать по учебнику правило в классе и задать выучить его.

По задачнику. Задачи №№ 225, 232 (1—4).

Примеры №№ 188 (15), 192 (3).

4-й урок

Тема урока

Обращение целого и смешанного числа в неправильную дробь.

Цель урока

Вывести вместе с учащимися правило обращения целого и смешанного числа в неправильную дробь, основываясь на том, что единицу можно выразить дробью с любым знаменателем.

Повторение. н.о.д. и н.о.к.

Ход урока

1. Проверка домашней работы.

2. Устный счёт и опрос. №№ 603 (1 пример), 521 (1-й пример), 527 (1-й и 3-й примеры).

Вопросы. Что называется наибольшим общим делителем?

Что называется наименьшим общим кратным?

Как можно записать результат деления 15 на 4? (записать можно дробью $^{15}/_{4}$).

При каком условии частное от деления целого числа на целое будет целым числом? (когда делимое кратно делителю), правильной дробью? (когда делимое меньше делителя); неправильной дробью? (когда делимое больше делителя и некратно ему. При ответе приводить примеры. Решить задачи №№ 591; 586, 589. Из № 603 (5-й пример) — решить на доске 2 примера, остальные дать для самостоятельной работы с последующей проверкой.

3. Объяснение нового материала.

а) Обращение целого числа в неправильную дробь.

Сколько восьмых долей в единице? (Показать на рисунке и записать единицу неправильной дробью).

Сколько восьмых долей единицы в двух таких единицах?

Решение

В одной единице восемь восьмых, а в двух единицах в два раза больше. Надо 8 умножить на 2, получим 16 восьмых, следовательно $2 = {}^{16}/_{8}$.

Решить несколько аналогичных примеров, сопровождая таким же рассуждением, и вывести правило обращения целого числа в неправильную дробь.

б) обращение смешанного числа в неправильную дробь

Задача. Яблоко весит $^1/_{16}$ кг. Сколько яблок пойдет на $3^1/_{16}$ кг?

Решение. Один килограмм содержит 16 шестнадцатых долей, следовательно, в 1 кг будет 16 таких яблок. Если в 1 кг будет 16 яблок, то в 3 кг будет в 3 раза больше. $16 \cdot 3 = 48$ (яблок). Всего в $3^1/_{16}$ кг будет 49 яблок ($48 + 1 = 49$).

Иначе: в $3^1/_{16}$ кг будет столько яблок, сколько раз $^1/_{16}$ кг содержится в $3^1/_{16}$ кг. В единице содержится шестнадцать шестнадцатых, а в трех единицах будет в 3 раза больше, т. е. 48 шестнадцатых. Прибавим еще одну шестнадцатую, получим 49 шестнадцатых.

Рассуждая так, придем к записи:

$$3^1/_{16} = \frac{16 \cdot 3 + 1}{16} = \frac{49}{16};$$

$3^1/_{16}$ равна 49 шестнадцатым, следовательно на $3^1/_{16}$ кг приходится 49 яблок.

Пример. Сколько четвертей в $7\frac{3}{4}$?

Повторяем предыдущее объяснение и записываем.

$$7^3/_4 = \frac{4 \cdot 7 + 3}{4}; \; 7^3/_4 = {}^{31}/_4$$

Сделав ещё несколько примеров, выводим правила обращения смешанного числа в неправильную дробь.

Самостоятельная работа.

1) Выразить в одиннадцатых долях единицы числа: 2, 9, 11

2) Сколько девятых долей единицы содержится в 1, $^1/_3$, $^2/_3$?

3) Обратить в неправильные дроби числа: $1^1/_3$, $2\frac{3}{4}$, $5^3/_{11}$, $25^5/_{16}$.

4) Найти наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел: 84, 378, 462 и 840

Задание на дом

По учебнику §§ 122 и 123. Повторить § 98.

По задачнику. Задачи №№ 230 (1—4), 232 (5—6), 234 (1) Примеры №№ 188 (18), 192 (3).

5-й урок

Тема урока

Обращение неправильной дроби в целое или смешанное число и обращение целого и смешанного числа в неправильную дробь (закрепление).

Повторение. Нахождение наибольшего общего делителя разложением на простые множители. Задача на нахождение двух чисел по их сумме и разности.

Ход урока

1. Проверка домашней работы.

2. Устный счёт. Примеры №№ 604, 605, 606, 594, 602 (по одному или по два вопроса из каждого номера).

Задача. На ёлке роздали подарки 372 школьникам. В каждом пакете было по $^{1}/_{10}$ кг конфет. Сколько конфет было роздано? (Ответ. $^{372}/_{10}$ кг $= 37^{2}/_{10}$ кг).

Задача.

Швейная машина делает стежки длиной по $^{1}/_{10}$ см. Сколько стежков можно сделать верхней ниткой длиной $80^{3}/_{10}$ см?

Решение. $80^{3}/_{10}$ см $= ^{803}/_{10}$ см, следовательно стежков будет 803.

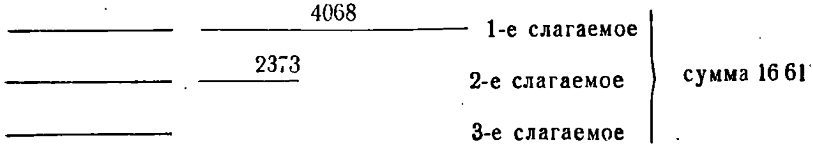
3. Решение примеров и задачи у доски.

Решить по 3 примера из №№ 603 и из 608.

Задача.

Число 16 611 разложить на три таких слагаемых, чтобы первое было на 4 068 больше третьего, а третье на 2 373 меньше второго и для полученных слагаемых найти наибольший общий делитель.

Иллюстрация к решению задачи.



Уравниваем все слагаемые по третьему.

План и решение

1) На сколько уменьшилась бы сумма, если бы первое и второе слагаемое по отдельности сделать равными третьему?

4 068 + 2 373 = 6 441.

2) Чему была бы равна сумма, если бы первое и второе слагаемые по отдельности равнялись третьему?

16 611 — 6 441 = 10 170

3) Чему равно третье слагаемое?

10 170 : 3 = 3 390

4) Чему равно первое слагаемое?

3 390 + 4 068 = 7 458

5) Чему равно второе слагаемое?

3 390 + 2 373 = 5 763

$$\left.\begin{array}{lll} \text{I слагаемое} & & 7\,458 \\ \text{II} & \text{»} & 5\,763 \\ \text{III} & \text{»} & 3\,390 \end{array}\right\}$$ Найти наибольший общий делитель

Раскладываем полученные числа на простые множители

$7\,458 = 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 113$

$5\,763 = 3 \cdot 17 \cdot 113$

$3\,390 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 113$

Н. О. Д. $(7\,458;\ 5\,763,\ 3\,390) = 3 \cdot 113 = 339$

Ответ. Наибольший общий делитель 7 458, 5 763 и 3 390 равен 339.

Проверка

Для проверки найти частные от деления каждого слагаемого на наибольший общий делитель и показать, что они будут взаимопростыми числами (22, 17 и 10 — числа взаимопростые). Этим мы докажем, что нашли верно Н.О.Д. слагаемых.

Сложив полученные слагаемые найдем, что их сумма равна числу 16 611. Вычитывая из I-го и II-го слагаемых III-е слагаемое найдем разности 4 068 и 2 373. Полученные результаты удовлетворяют условию задачи.

Сформулировать правило как найти Н.О.Д нескольких чисел способом разложения на простые множители.

Задание на дом

По задачнику. Задачи №№ 230 (5—6), 232 (7). Примеры № 193 (1—2).

По учебнику. Повторить § 99.

6-й урок

Тема

Сравнение дробей по величине.

Цель урока

Научить сравнивать величины дробей, имеющих равные числители или равные знаменатели и путем сравнения дробей с целой единицей или с половиной единицы.

Повторение

Нахождение наибольшего общего делителя последовательным делением.

Задача на нахождение двух чисел по их сумме и кратному отношению.

Ход урока

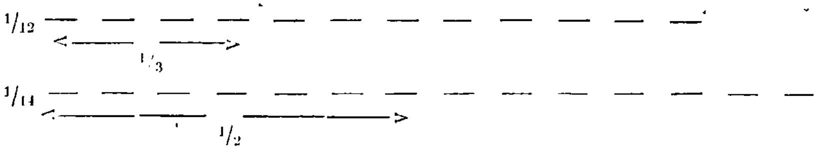
1. Проверка домашней работы

2. Устный счёт. Упражнения из №№ 604, 605, 606, № 603 (3-й пример), № 608 (11—15).

Вопросы.

Какая доля в 4 раза крупнее 12-й доли? (ответ $^1/_3$), в 7 раз крупнее 14-й доли? (ответ $^1/_2$).

Показать на рисунке.



Какая доля единицы в 5 раз мельче третьей доли той же единицы? (Ответ $^1/_{15}$), в 6 раз мельче 5-й доли? (Ответ $^1/_{30}$).

Показать на чертеже.

3. Объяснение нового материала.

а) Сравнение дробей с равными знаменателями.

Вопрос. Какая из дробей: $^8/_{19}$, $^5/_{19}$, $^{11}/_{19}$, $^2/_{19}$ — наибольшая и какая наименьшая?

Ответ. Наибольшая дробь—$^{11}/_{19}$, наименьшая—$^2/_{19}$, так как доли во всех данных дробях одинаковые, но в дроби $^{11}/_{19}$ взято наибольшее число таких долей, а в дроби $^2/_{19}$ — наименьшее число долей. Показать на чертеже.

После решения нескольких примеров учащиеся смогут сформулировать правило для сравнения дробей с равными знаменателями.

б) Сравнение дробей с равными числителями

Вопрос. Какая из дробей: $^5/_6$, $^5/_{11}$, $^5/_8$, $^5/_{12}$ — наибольшая и какая наименьшая?

Наибольшая дробь—$^5/_6$, наименьшая дробь—$^5/_{12}$, так как число долей у всех данных дробей одинаковое, но дробь $^5/_6$ имеет самые крупные доли единицы, а дробь $^5/_{12}$ — самые мелкие доли той же единицы.

Показать на чертеже.

После решения нескольких примеров учащиеся сформулируют правило для сравнения дробей с равными числителями.

в) Сравнение дробей с единицей

Сравнивая с единицей, узнать какая из дробей больше: $^4/_5$ или $^5/_6$? Ответ. $^5/_6$ больше, чем $^4/_5$, так как дробь $^5/_6$ меньше единицы на $^1/_6$, а дробь $^4/_5$ меньше единицы на $^1/_5$.

Дробь $^1/_6$ меньше $^1/_5$, следовательно, дробь $^5/_6$ отличается от единицы, на меньшее число, чем дробь $^4/_5$.

г) Сравнение дробей с $^1/_2$.

Сравнивая с $^1/_2$ узнать, какая из дробей больше; $^7/_{12}$ или $^{11}/_{30}$?

Дробь $^7/_{12}$ больше половины единицы потому, что половина равна $^6/_{12}$. Дробь $^{11}/_{30}$ меньше половины единицы, так как в половине $^{15}/_{30}$, следовательно, $^7/_{12}$ больше, чем $^{11}/_{30}$.

Дать еще один, два таких примера.

Задача. Наибольший общий делитель чисел 7 317 и 4 336 сложить с наибольшим общим делителем чисел 5 860 и 4 981; сумму разложить на две части так, что бы вторая была в 3 раза меньше первой.

План и решение

1) Найти последовательным делением Н. О. Д. чисел 7 317 и 4 336.

Н. О. Д. (7 317 и 4 336) = 271.

2) Найти последовательным делением Н. О. Д. чисел 5 860 и 4 981.

Н. О. Д. (5 860 и 4 981) = 293.

3) Найти сумму найденных наибольших делителей.

$$271 + 293 = 564$$

4) Число 564 разложить на две части так, чтобы вторая была в 3 раза меньше первой.

Графическая иллюстрация к решению.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{——— ——— ———} & \text{1-е число} \\ \text{———} & \text{2-е число} \end{array}\right\} \text{сумма 564}$$

Второе число принимаем за одну часть, тогда первое число будет содержать 3 таких части, так как оно в три раза больше второго.

I. Сколько частей придется на сумму 564?

$$3 + 1 = 4 \text{ (части)}$$

II. Чему равно второе число?

$$564 : 4 = 141$$

III. Чему равно первое число?

$$141 \cdot 3 = 423$$

Ответ. Первое число равно 423.

Второе число равно 141.

Задание на дом. По задачнику. Примеры №№ 237, 239 242, 244 и задача 120 (1). По учебнику. Повторить § 102.

7-й урок

Тема урока

Изменение величины дроби с изменением числителя.

Цель урока. Установить:

1) Что с изменением числителя величина дроби изменяется.

2) Что с увеличением числителя в несколько раз величина дроби увеличивается во столько же раз, и применить это свойство к умножению дроби на целое число.

3) Что с уменьшением числителя в несколько раз величина дроби уменьшится во столько же раз, и применить это свойство к делению дроби на целое число.

Ход урока

1. Проверка домашней работы.
2. Устный счёт и опрос. Примеры №№ 615, 616.

Краткая беседа о шестом пятилетнем плане.

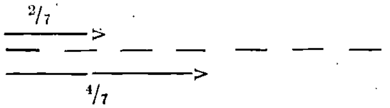
Директивами XX съезда КПСС по шестому пятилетнему плану предусмотрено увеличить в 1960 году по сравнению с 1955 годом продажу населению важнейших товаров примерно в следующих размерах:

мясопродуктов	— на $\frac{85}{100}$,
рыбопродуктов	— на $\frac{59}{100}$,
масла животного	— на $\frac{57}{100}$,
жиров растительных	— на $\frac{60}{100}$,
сахара	— на $\frac{70}{100}$,
молока и молочных продуктов	— в $\frac{27}{10}$ раза;
сыра	— в $\frac{24}{10}$ раза;
яиц	— в $\frac{26}{10}$ раза.

Сравнить по величине отдельно вышеуказанные дроби и смешанные числа. Для сравнения взяты дроби с равными знаменателями и смешанные числа, у которых целые части и знаменатели дробей равны. Сравнивая числители дробей, можно установить, какая из дробей и какое из смешанных чисел наибольшие, а следовательно можно сделать вывод об увеличении продажи населению названных продуктов в шестой пятилетке.

3. Объяснение нового материала.

Изменение величины дроби с изменением числителя. У дроби $\frac{2}{7}$ увеличим числитель в 2 раза, получим дробь $\frac{4}{7}$. Дробь $\frac{4}{7}$ в 2 раза больше чем дробь $\frac{2}{7}$, так как у этих дробей доли равные, но число долей у дроби $\frac{4}{7}$ в два раза больше, чем у дроби $\frac{2}{7}$. Привести графическую иллюстрацию.



Если числитель дроби уменьшить в два раза, то величина дроби уменьшится в два раза, так как число долей будет в два раза меньше.

Пример. Уменьшить числитель дроби $\frac{8}{9}$ в два раза.

Решение. $\frac{8:2}{9} = \frac{4}{9}$

Дробь $\frac{4}{9}$ в два раза меньше дроби $\frac{8}{9}$.

После решения нескольких примеров учащиеся устанавливают характер зависимости величины дроби от увеличения или уменьшения числителя в несколько раз.

4. Упражнения.

Задача I. За $\frac{1}{4}$ кг капусты уплачено $\frac{4}{5}$ руб. Сколько надо уплатить за $\frac{1}{2}$ кг; за $\frac{1}{8}$ кг?

Решение. $\frac{1}{2}$ кг больше, чем $\frac{1}{4}$ кг в 2 раза, следовательно, за $\frac{1}{2}$ кг капусты надо уплатить в 2 раза больше, чем за $\frac{1}{4}$ кг. Дробь $\frac{4}{5}$ руб. надо увеличить в два раза (умножить на 2), а для этого надо числитель умножить на 2;

$$\frac{4}{5} \cdot 2 = \frac{4 \cdot 2}{5} = \frac{8}{5} \text{(руб.)}$$

$$\frac{8}{5} \text{ руб} = 1 \text{ руб. } 60 \text{ коп.}$$

2) $\frac{1}{8}$ кг в два раза меньше, чем $\frac{1}{4}$ кг, следовательно, за $\frac{1}{8}$ кг капусты надо уплатить в два раза меньше, чем за $\frac{1}{4}$ кг. Дробь $\frac{4}{5}$ надо уменьшить в два раза (разделить на 2).

$$\frac{4}{5} : 2 = \frac{4 : 2}{5} = \frac{2}{5} \text{ (руб.)}.$$

$$\frac{2}{5} \text{ руб} = 40 \text{ коп.}$$

Задача II. Турист проходит $\frac{3}{10}$ км в 4 мин. Какое расстояние он проходит в 12 мин., в 60 мин?

Решение. 12 мин. больше 4 мин. в 3 раза $(12 : 4 = 3)$, следовательно, за 12 минут турист пройдет в 3 раза больше, чем за 4 мин.

Надо $\frac{3}{10}$ км умножить на 3.

$$\frac{3}{10} \cdot 3 = \frac{3 \cdot 3}{10} = \frac{9}{10} \text{ (км)}$$

5. Самостоятельная работа

Задача. Двое рабочих мостили улицу: первый за 4 дня вымостил $\frac{8}{43}$, а второй в 3 дня $\frac{9}{43}$ всей улицы. Кто из них работал успешнее?

Примеры № 620.

Задание на дом. По задачнику. Задача № 120 (2). Примеры №№ 250 (2), 254 (2).

По учебнику. Выучить § 126 (изменение величины дроби с изменением числителя).

8-й урок

Тема

Изменение величины дроби с изменением знаменателя.

Цель урока

Показать 1) что с увеличением знаменателя в несколько раз величина дроби уменьшается во столько же раз, 2) что с уменьшением знаменателя в несколько раз величина дроби увеличивается во столько же раз.

Ход урока

1. Проверка домашней работы.
2. Устный счёт. 1) Задача № 445.

Решение задачи с объяснением

Костюм стоит в два раза дороже платья и еще на 20 руб. Если от стоимости костюма отнять 20 руб., то костюм будет только в два раза дороже платья. При этом сумма стоимостей костюма и платья уменьшится на 20 руб. и будет равна 660 руб. $680 - 20 = 660$ (руб).

Если стоимость платья в этом случае принять за 1 часть, то стоимость костюма будет составлять 2 части, а обе стоимости вместе — 3 части.

$1 + 2 = 3$ (части).

На 3 части придется 660 руб. На одну часть в 3 раза меньше.

$660 : 3 = 220$ (руб).

220 руб. — стоимость платья. Узнаем стоимость костюма.

$680 - 220 = 460$ (руб).

Ответ. Стоимость платья — 220 руб.

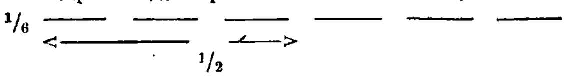
Стоимость костюма — 460 руб.

Решить несколько примеров из №№ 617, 618, 623.

3. Объяснение нового материала:

а) изменение величины дроби с увеличением её знаменателя в несколько раз.

Изобразим дробь $\frac{1}{2}$ отрезком.



Увеличим знаменатель дроби в три раза.

$$\frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$$

На том же отрезке отложим дробь $\frac{1}{6}$ и сравним $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{6}$: $\frac{1}{6}$ три раза содержится в $\frac{1}{2}$, т. е. $\frac{1}{6}$ меньше $\frac{1}{2}$ в 3 раза.

Дробь $^1/_6$ меньше $^1/_2$ в 3 раза, потому что число долей в обоих случаях одно и то же, а доли первой дроби в 3 раза мельче долей второй дроби.

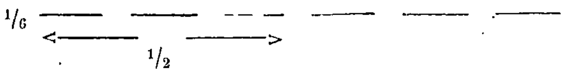
Сделав ещё несколько примеров, устанавливаем характер изменения величины дроби при изменении знаменателя.

Сопоставляем изменение величины дроби при увеличении числителя с изменением величины дроби при увеличении знаменателя в одно и то же число раз. Если увеличим числитель дроби $^1/_8$ в три раза, то величина дроби увеличится в 3 раза: $\frac{1 \cdot 3}{8} = {^3/_8}$; если увеличим знаменатель в 3 раза, то величина дроби уменьшится в 3 раза $\frac{1}{8 \cdot 3} = {^1/_{24}}$

Пример. Как изменится величина дроби $^2/_3$, если знаменатель ее увеличить в три раза. Дать графическую иллюстрацию.

б) Изменение величины дроби с уменьшением знаменателя в несколько раз.

Изобразим дробь $^1/_6$ отрезком:



Уменьшим знаменатель дроби в 3 раза

$$\frac{1}{6:3} = {^1/_2}$$

На том же отрезке изобразим дробь $^1/_2$. Наглядно убеждаемся, что $^1/_2$ больше $^1/_6$ в 3 раза.

Если знаменатель дроби уменьшить в 3 раза, то величина дроби увеличится в 3 раза, так как число долей остаётся то же, а доли делаются крупнее в 3 раза.

Если же уменьшить в 3 раза числитель дроби, то величина дроби тоже уменьшится в 3 раза.

4. Упражнения

1-й пример. Увеличить дробь $^4/_{15}$ в 3 раза.

I способ. Чтобы увеличить дробь в 3 раза, достаточно числитель увеличить в 3 раза.

$$\frac{4 \cdot 3}{15} = {^{12}/_{15}}$$

II способ. Чтобы увеличить дробь в 3 раза, достаточно знаменатель уменьшить в 3 раза.

$$\frac{4}{15:3} = {^4/_5}$$

Изобразив дроби: $^{12}/_{15}$ и $^{4}/_{5}$ на отрезке, убедимся, что результаты получились равные.

$$\longleftarrow\!\!-\!\!-\!\!-\; ^{12}/_{15} \;-\!\!-\!\!-\!\!\longrightarrow$$
— — — — — — — — — — — — — — — —
$$\longleftarrow\!\!-\!\!-\!\!-\; ^{4}/_{5} \;-\!\!-\!\!-\!\!\longrightarrow$$

Результаты равны, но дробь $^{4}/_{5}$ проще, чем дробь $^{12}/_{15}$, поэтому II способ решения данного примера более рациональный.

II пример. Увеличить $^{9}/_{32}$ в 8 раз двумя способами и указать более рациональный из них.

III пример. Уменьшить дробь $^{4}/_{5}$ в 4 раза.

Решение:

I способ. Чтобы уменьшить дробь в 4 раза, достаточно числитель дроби уменьшить в 4 раза (разделить на 4).

$$\frac{4:4}{5} = {}^{1}/_{5}$$

II способ. Чтобы уменьшить дробь в 4 раза, достаточно знаменатель дроби увеличить в 4 раза.

$$\frac{4}{5\cdot 4} = {}^{4}/_{20}$$

$$\longleftarrow\; ^{1}/_{5} \;\longrightarrow$$
— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —
$$\longleftarrow\; ^{4}/_{20} \;\longrightarrow$$

Наглядно убеждаемся, что результаты получились равные но дробь $^{1}/_{5}$ проще, чем дробь $^{4}/_{20}$, поэтому I способ решения данного примера более рациональный.

IV пример: уменьшить дробь $^{25}/_{41}$ в 5 раз двумя способами и указать более рациональный способ вычисления.

После решения этих примеров учащиеся смогут сформулировать правила увеличения и уменьшения дроби в несколько раз.

Самостоятельная работа

Примеры № 617 (6—8) и № 623 (9—12). К каждой дроби применить более рациональный способ вычисления. Задача № 444.

Задание на дом. По задачнику. Примеры №№ 251 (2), 252 253 (по 3 примера из каждого номера). Задача № 122 (2). По учебнику. Выучить правила из §§ 126 и 127.

Решение задачи № 444

В задаче надо отыскать два числа по их разности и кратному отношению (по числу, показывающему во сколько раз одно искомое больше другого).

Количество гаек, которое рабочий делал раньше за смену примем за 1 часть. Количество гаек, которое рабочий делал за смену, применяя новые методы, будет составлять 4 части.

На число 1 164 гаек приходится 3 части (4 ч. — 1 ч. = 3 ч.).

Сколько гаек рабочий делал за смену раньше?

$$1\,164 : 3 = 388 \text{ (гаек)}.$$

Сколько гаек рабочий делал, применяя новые методы?

$$388 \cdot 4 = 1552 \text{ (гаек)}.$$

Ответ. 1552 гайки делал рабочий, применяя новые методы работы.

9-й урок

Тема

Основное свойство дроби.

Цель урока. Пользуясь графической иллюстрацией и рассуждением сделать вывод вместе с учащимися, что величина дроби не изменится, если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же число.

Повторение. Признаки делимости на 2.

Ход урока

1 Проверка домашнего задания.

2. Устный счёт.

Примеры №№ 625, 626, 627 (дать ответы без записи на доске). Сказать признак делимости на 2 и привести примеры Дать определение чётного и нечётного числа.

3. Решение примеров и задач письменно.

Решить примеры №№ 630, 632 и 634.

Решение 1-го примера из № 632 с объяснением.

Откинем знаменатель у дроби $\frac{3}{4}$, получим целое число 3 или $\frac{3}{1}$. Знаменатель у дроби $\frac{3}{1}$ меньше, чем знаменатель у дроби $\frac{3}{4}$ в 4 раза.

Ответ. Отбрасывая у дроби знаменатель 4, мы уменьшаем знаменатель дроби в 4 раза, при этом дробь увеличится в 4 раза.

II способ рассуждения:

Если в дроби $\frac{3}{4}$ отбросим знаменатель, то получим целое число 3; 3 целых равно 12 четвертым, следовательно, 3 целых больше $\frac{3}{4}$ во столько раз, во сколько 12 больше 3. $12 : 3 = 4$.

Ответ. Если в дроби $\frac{3}{4}$ отбросим знаменатель 4, то дробь увеличится в 4 раза.

Также рассуждая решаем и остальные примеры данного упражнения.

Задача № 637.

В одном ящике $3^1/_5$ кг чаю. Сколько чаю в 2-х таких ящиках?

Решение $3^1/_5 \cdot 2 = 6^2/_5$ (кг).

Объяснение. В одном ящике $3^1/_5$ кг чаю, а в двух таких ящиках в два раза больше. Надо $3^1/_5$ кг умножить на 2. Число $3^1/_5$ кг смешанное. Оно представляет сумму 3 целых килограммов и одной пятой доли килограмма.

Чтобы умножить сумму на данное число, надо каждое слагаемое умножить на это число и полученные произведения сложить.

$$3^1/_5 = 3 + {}^1/_5;\ 3^1/_5 \cdot 2 = (3 + {}^1/_5) \cdot 2 = 6 + {}^2/_5 = 6^2/_5$$

4. Объяснение нового материала.

Основное свойство дроби

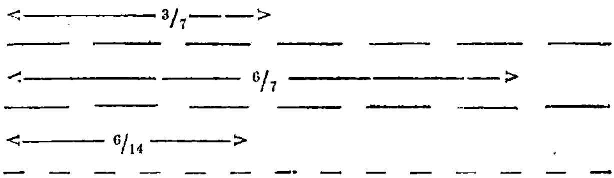
Учитель. Что сделается с дробью $^3/_7$, если числитель её увеличить в 2 раза?

Ответ. Дробь увеличится в 2 раза (так как число долей увеличится в 2 раза, получим $\frac{3 \cdot 2}{7} = {}^6/_7$

Учитель. Что сделается с дробью $^6/_7$, если знаменатель её увеличим в два раза.

Ответ. Дробь уменьшится в два раза, так как доли уменьшатся в два раза, а число долей остаётся то же. $\frac{6}{7 \cdot 2} = {}^6/_{14}$

Изобразим данную и полученные дроби графически.



Наглядно видим, что сначала дробь увеличилась в два раза, затем уменьшилась в два раза и стала равной первоначальной дроби. Решить два аналогичных примера и сделать вывод: если числитель и знаменатель дроби увеличить в одинаковое число раз, то величина дроби не изменится. Внешний вид дроби изменится.

Проводя работу по тому же плану, приходим к выводу, что величина дроби не изменится, если числитель и знаменатель дроби уменьшить в одно и то же число раз.

Оба вывода объединяем в одно правило. Если числитель и знаменатель дроби увеличить или уменьшить в одно и то же число раз, то величина дроби не изменится. Затем выводим другую формулировку: если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же число, то величина дроби не изменится.

4. Упражнения

1-й пример. Увеличьте числитель и знаменатель дроби $^3/_7$ сначала в 2, а затем в 3, 4, 5 раз.

Решение

$$^3/_7\,;\ \frac{3\cdot 2}{7\cdot 2} = {}^6/_{14}\,;\ \frac{3\cdot 3}{7\cdot 3} = {}^9/_{21}\,;\ \frac{3\cdot 4}{7\cdot 4} = {}^{12}/_{28}\,;\ \frac{3\cdot 5}{7\cdot 5} = {}^{15}/_{35}\,;$$

Сравните полученные дроби по величине.

Дроби: $^3/_7$, $^6/_{14}$, $^9/_{21}$, $^{12}/_{28}$, $^{15}/_{35}$ равны между собой на основании выведенного правила.

Вывод. Следовательно, дробь $^3/_7$ можно выразить в четырнадцатых, двадцать первых, двадцать восьмых, тридцать пятых долях единицы и т. д., получим:

$$^3/_7 = {}^6/_{14} = {}^9/_{21} = {}^{12}/_{28} = {}^{15}/_{35}$$

II-й пример. Выразить дроби: $^3/_5$, $^5/_8$, $^2/_{11}$ в долях, в 3 раза меньших, чем данные.

Решение

$$3/5 = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = 9/15 ; 5/8 = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = 15/24 ; \frac{2 \cdot 3}{11 \cdot 3} = 6/33 .$$

Задание на дом. По учебнику выучить правила § 125 и повторить признаки делимости на 2 (§ 83).

По задачнику. Задача № 266 и примеры № 268 (1—4).

10, 11 и 12-й уроки

Тема уроков

Сокращение дробей.

Цель уроков

Из решения ряда целесообразно подобранных прмеров сделать с учащимися выводы: 1) чтобы сократить дробь, надо числитель и знаменатель дроби разделить на одно и то же число.

2) При сокращении дроби величина её не изменится, но дробь делается проще.

3) Чтобы сократить дробь, надо числитель и знаменатель дроби разделить на их общий делитель.

4) Существует два способа сокращения:

1-й способ — последовательное сокращение. 2-й способ — полное сокращение при делении числителя и знаменателя на их наибольший общий делитель.

5) После полного сокращения получаем дробь, которая называется несократимой. Числитель и знаменатель несократимой дроби числа взаимно простые.

6) Сократить дробь — значит заменить её другой, равной ею дробью, но более простой.

Повторение. Признаки делимости на 5, 10, 4, 25 и на 3, 9.

Сравнение дробей по величине и Н.О.Д, Н.О.К.

Задачи на нахождение двух чисел по их сумме или разности и кратному отношению.

Содержание уроков

1. Проверка домашней работы.

2. Устный счёт. Для устного счёта взять упражнения из задачника №№ 649, 650, 499, 504 (1 — 5), 521 (2) и задачи

1-я задача. Сколько стоит $2\frac{1}{2}$ кг орехов, если $\frac{1}{4}$ кг орехов стоит 4 руб?

Решение с объяснением.

$\frac{1}{2}$ больше, чем $\frac{1}{4}$ в два раза.

Если $\frac{1}{4}$ кг орехов стоит 4 руб., то $\frac{1}{2}$ кг будет стоить в два раза больше $4 \cdot 2 = 8$ (руб). Если $\frac{1}{4}$ кг орехов стоит 4 руб, то 1 кг орехов стоит в четыре раза больше, так как единица в четыре раза больше, чем $\frac{1}{4}$. $4 \cdot 4 = 16$ (руб). 1 кг орехов стоит 16 руб., а 2 кг. будут стоить в 2 раза больше. $16 \cdot 2 = 32$ (руб).

За 2 кг орехов надо заплатить 32 руб., да еще за $\frac{1}{2}$ кг — 8 руб., следовательно за $2\frac{1}{2}$ кг орехов надо заплатить 40 руб. $(32 + 8 = 40)$.

II-я задача № 644.

Сколько раз $\frac{3}{4}$ содержится в 15?

Решение с объяснением. В единице 4 четвертых доли, а в 15 в 15 раз больше, получим $15 = \frac{4 \cdot 15}{4} = {}^{60}/_{4}$

$\frac{3}{4}$ столько раз содержится в ${}^{60}/_{4}$, сколько раз по 3 содержится в 60; $60 : 3 = 20$.

Ответ. $\frac{3}{4}$ в 15 содержится 20 раз.

3. Объяснение нового материала.

Сокращение дробей

1 способ — последовательное сокращение.

Задача № 658.

Решение с объяснением. За 30 стекол стекольщик взял 24 руб., а за одно стекло он брал в 30 раз меньше. Надо 24 разделить на 30.

$$24 : 30 = {}^{24}/_{30} \text{ (руб)}.$$

Числитель и знаменатель полученной дроби числа чётные, следовательно, 2 будет их общим делителем. Разделим числитель и знаменатель дроби на 2. Величина дроби не изменится, но дробь станет проще. Такое преобразование называется сокращением дроби.

$$\frac{24 : 2}{30 : 2} = {}^{12}/_{15}$$

Числитель и знаменатель дроби $^{12}/_{15}$ имеют еще общий делитель — 3. Сократим дробь на 3. $\frac{12:3}{15:3} = {}^4/_5$

Числитель и знаменатель дроби $^4/_5$ числа взаимно простые, то есть их наибольшим общим делителем будет только единица. Дробь $^4/_5$ называется несократимой.

II способ — полное сокращение.

Сократить дробь $^{24}/_{30}$.
Найдём наибольший общий делитель для числителя и знаменателя дроби. Н. О. Д. (24; 30) = 6.

Разделим числитель и знаменатель дроби на Н.О.Д, то есть на 6.

$$\frac{24:6}{30:6} = {}^4/_5$$

Получили несократимую дробь, так как 4 и 5 — числа взаимно простые. При сокращении дробей применяются оба способа.

Решить примеры №№ 655 и 656.

4. Упраженения

Примеры. Сократить дроби $^{840}/_{960}$ и $^{1\,188}/_{1\,485}$.

К первой дроби удобнее применить способ последовательного сокращения. Находим общие делители числителя и знаменателя по признакам делимости. Сначала сокращаем на 10, затем на 4 и на 3.

$$^{840}/_{960} = {}^{84}/_{96} = {}^{21}/_{24} = {}^7/_8;$$

Дробь $^7/_8$ несократимая.

К дроби $^{1\,188}/_{1\,485}$ лучше применить II-й способ—полного сокращения. Находим Н. О. Д. (1 188; 1 485) = 297.

Находим Н.О.Д. способом последовательного деления.

$$\begin{array}{r|l} 1485 & 1188 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1188 & 297 \\ \hline 0 & 4 \end{array}$$

Н.О.Д. (1 188 : 1 485) = 297

Сокращаем на 297.

$^{1188}/_{1485} = {}^4/_5$; $^4/_5$ — несократимая дробь.

Пример.

К 1 августа 1950 года Стокгольмское Воззвание подписали свыше $115^{275}/_{1000}$ миллиона советских граждан.

5. Решение типовых задач.

Задача № 447.

Графическая иллюстрация к задаче

3 ч.		<——— 150 ———>

Количество яблок в I-й корзине.

1 ч.	44	<——— 194 ———>

Количество яблок во II-й корзине.

Решение с объяснением.

Количество яблок, оставшихся во 2-й корзине, примем за одну часть, тогда количество яблок, оставшихся в первой корзине составит 3 части. В первой корзине осталось на 2 части больше. 3 — 1 = 2 (части), но из неё продано на 44 яблока меньше, чем из второй (194 — 150 = 44).

Следовательно на 44 яблока приходится 2 части.

Теперь можно узнать, сколько яблок приходится на одну часть. 44 : 2 = 22 (яблока).

Во второй корзине осталось 22 яблока, да из нее продано 194 яблока, следовательно, в ней было 216 яблок. 22 + 194 = = 216 (яблок). В обеих корзинах яблок было поровну, следовательно, в первой было тоже 216 яблок.

Проверка задачи

216 — 150 = 66 (яблок) — осталось в 1-й корзине.

216 — 194 = 22 (яблока) — осталось во 2-й корзине.

66 : 22 = 3, в 1-й корзине осталось яблок в 3 раза больше. Полученные результаты удовлетворяют условию задачи.

Ответ. В каждой корзине было по 216 яблок.

Также решается задача № 466.

Задача № 450.

Графическая иллюстрация к задаче

$\longleftarrow 12 \longrightarrow$ 4

Число вагонов 1-го состава.

4

Число вагонов 2-го состава.

В первом составе было на 12 вагонов больше, чем во 2-м. Когда от каждого состава взяли по 4 вагона, то разность между числом вагонов 1-го и 2-го составов не изменилась, то есть осталась равной 12, потому что, если уменьшаемое и вычитаемое уменьшить на одно и то же число, то разность не изменится.

Разность между числом вагонов 1-го и числом вагонов второго составов равна 12. Но в 1-м составе оказалось вагонов в 2 раза больше, чем во втором. Количество вагонов, оставшихся во 2-м составе, примем за 1 часть, тогда число вагонов, оставшихся в 1 составе, составит 2 части. Разность в частях будет равна 1 ч.; $2 - 1 = 1$ (часть). На эту разность, равную 1 части, приходится 12 вагонов.

Во 2-м составе было: $12 + 4 = 16$ (вагонов).

В 1-м составе было на 12 больше: $16 + 12 = 28$ (вагонов).

Проверка задачи

1) $28 - 4 = 24$ (вагона); 2) $16 - 4 = 12$ (вагонов).

3) $24 : 12 = 2$ раза

Ответ. В 1-м составе 28 вагонов (проверить решение на рисунке). Во 2-м составе 16 вагонов.

Задача № 452.

Первый и второй молоты дали вместе 57 т поковок.

Второй и третий дали вместе 64 т поковок.

Три паровых молота дали вместе 94 т поковок.

Если от веса поковок, сделанных тремя молотами, 94 т. отнять вес поковок, сделанных первым и вторым молотом, 57 т, то получим вес поковок, сделанных третьим молотом

$$94 - 57 = 37 \text{ (т)}.$$

Если от веса поковок, сделанных тремя молотами, 94 т, отнимем вес поковок, сделанных вторым и третьим молотами, то получим вес поковок, сделанных первым молотом 94 — 64 = 30 (т.)

Если первый и второй молоты дали вместе 57 т поковок, а первый молот дал 30 т поковок, то второй молот дал 57 — 30 = 27 (т) поковок.

Проверка задачи:

1) 30 + 27 = 57 (т); 2) 27 + 37 = 64 (т); 3) 30 + 27 + 37 = = 94 (т).

Ответ. 1-й молот дал 30 т поковок, 2-й молот — 27 т. поковок, 3-й молот — 37 т поковок.

Задание на дом к урокам №№ 10—12. По задачнику. Примеры №№ 276 (1—3), 277, 279, 281. Задача № 121.

По учебнику. Выучить правило § 129; § 130 — рассказать его.

Повторить § § 84, 85, 86.

Контрольная работа на 2 варианта

I вариант

1. Расположить дроби по их величине, начиная с большей: $^{7}/_{23}$, $^{4}/_{23}$, $^{2}/_{23}$, $^{17}/_{23}$, $^{5}/_{23}$

2. Сократить дробь с помощью признаков делимости и исключить целое число: $^{424}/_{288}$.

3. Сократить дробь, находя наибольший общий делитель $^{248}/_{1\,240}$

4. Решить задачу с планом.

Задача.

Найти делимое, если делитель равен наименьшему общему кратному чисел: 56, 72, 96, а частное равно наибольшему общему делителю чисел: 855 и 190.

II вариант

1. Расположить дроби по их величине, начиная с меньшей: $^{7}/_{19}$, $^{7}/_{15}$, $^{7}/_{10}$, $^{7}/_{18}$, $^{7}/_{11}$

2. Сократить дробь с помощью признаков делимости и исключить целое число: $^{644}/_{484}$.

3. Сократить дробь, находя наибольший общий делитель:

$^{369}/_{1\,845}$

4. Решить задачу с планом.

Задача

. Найти частное от деления наименьшего общего кратного чисел: 108, 120, 405 на наибольший общий делитель чисел: 360 и 375.

13—16-й уроки

Тема. Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю (4 часа).

Цель урока. Из решения целесообразно подобранных примеров привести к выводам:

1) Уравнивание знаменателей данных дробей называется приведением дробей к общему знаменателю.

2) Наименьший общий знаменатель двух или нескольких дробей является наименьшим общим кратным этих знаменателей дробей.

3) Наименьший общий знаменатель данных дробей называют иногда просто общим знаменателем.

4) Чтобы привести дробь к Н.О.З., надо найти Н.О.К. для знаменателей всех данных дробей и числитель и знаменатель каждой дроби умножить на дополнительный множитель, который находится для каждой дроби делением Н.О.З. на знаменатель этой дроби.

5) При приведении дробей к Н.О.З. величина дробей не меняется. Каждая дробь либо не изменяется, либо заменяется равной ей дробью, но выраженной в более мелких долях.

Повторение. Сравнение по величине дробей с равными знаменателями и с равными числителями. Решение задач на нахождение двух чисел по их сумме (разности) и по кратному отношению.

Содержание уроков

1. Проверка домашнего задания.

2. Устный счёт.

Задачи от №№ 639 до 645 включительно.

3. Повторение.

а) Как сравнить дроби с равными числителями?

Пример: $^5/_{41}$, $^5/_{36}$, $^5/_{12}$ (прочитать правило);

б) как сравнить дроби с равными знаменателями? $^7/_{16}$, $^3/_{16}$, $^{11}/_{16}$ (прочитать правило).

в) как читается основное свойство дроби? (прочитать правило и привести пример);

г) в каких долях единицы выразится дробь $^5/_6$, если числитель и знаменатель умножить на 2? на 3? на 4?

4. Объяснение нового материала.

Сравнение по величине дробей с различными числителями и с различными знаменателями.

а) знаменатель одной из данных дробей является Н. О. З.

Пример. Сравнить по величине дроби $^5/_6$ и $^7/_{12}$.

Объяснение. Дробь $^5/_6$ можно выразить в двенадцатых долях. $^5/_6 = {}^{10}/_{12}$. Дробь $^{10}/_{12}$ больше дроби $^7/_{12}$, следовательно, дробь $^5/_6$, равная дроби $^{10}/_{12}$, больше чем $^7/_{12}$.

Решить примеры, применяя то же рассуждение.

Примеры. Сравнить по величине дроби.

$$^7/_9 \text{ и } ^{11}/_{18};\ ^{19}/_{21} \text{ и } ^{37}/_{42}$$

Сопоставляя эти примеры сделать выводы:

1) Чтобы сравнить дроби по величине, надо их выразить в одинаковых долях единицы или, как говорят, привести к общему знаменателю.

2) В данных примерах наименьшим общим знаменателем является наибольший из знаменателей данных дробей.

3) Наименьший общий знаменатель является наименьшим общим кратным знаменателей данных дробей.

б) Знаменатели данных дробей числа взаимно простые.

Сравнить по величине дроби $^5/_7$ и $^2/_3$.

Чтобы сравнить дроби по величине надо привести их к общему наименьшему знаменателю, т. е. выразить в одинаковых долях. Для этого надо найти Н.О.К. для знаменателей 7 и 3. Числа 7 и 3 взаимно простые, поэтому Н.О.К находится перемножением их.

$$\text{Н. О. З. } (7;\ 3) = 7 \cdot 3 = 21.$$

Выразим дробь $^5/_7$ в двадцать первых долях, для этого числитель и знаменатель умножим на дополнительный множитель, на 3.

$$^5/_7 = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 3} = {}^{15}/_{21};\ {}^5/_7 = {}^{15}/_{21}$$

Выразим дробь $^{2}/_{3}$ в двадцать первых долях.

$$^{2}/_{3} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = {}^{14}/_{21}\ ;\ {}^{2}/_{3} = {}^{14}/_{21}$$

Дробь $^{15}/_{21}$ больше, чем $^{14}/_{21}$, следовательно, $^{5}/_{7}$ больше, чем $^{2}/_{3}$. Решение этих примеров приводит к первому и третьему выводам предыдущих упражнений.

Упражнение

Какая из дробей:

$$^{217}/_{360},\ ^{7}/_{8},\ ^{47}/_{60},\ ^{17}/_{20},\ ^{11}/_{18},\ ^{67}/_{72}$$

наибольшая и какая наименьшая?

Решение

Для сравнения дробей по величине надо привести их к Н.О.З.

Проверяем, не делится ли наибольший из знаменателей на остальные знаменатели. 360 делится на каждого из данных знаменателей. Следовательно, 360 является Н.О.З для всех данных дробей. Выписываем в ряд знаменатели данных дробей и их Н.О.З. Находим для каждого знаменателя дополнительный множитель и подписываем его соответственно под знаменателями:

$$\left.\begin{array}{l} 360;\ 8;\ 60;\ 20;\ 18;\ 72 \\ \text{—};\ 45;\ 6\ 18;\ 20;\ \ 5 \end{array}\right\}\ \text{Н.О.З. равен 360}$$

$^{7}/_{8} = {}^{315}/_{360}$; $^{47}/_{60} = {}^{282}/_{360}$; $^{17}/_{20} = {}^{306}/_{360}$;
$^{11}/_{18} = {}^{220}/_{360}$; $^{67}/_{72} = {}^{335}/_{360}$

Заменяем данные дроби соответственно равными ими и сравниваем их по величине.

$^{217}/_{360}$, $^{315}/_{360}$, $^{282}/_{360}$, $^{306}/_{360}$, $^{220}/_{360}$, $^{335}/_{360}$;

Наибольшая дробь: $^{335}/_{360}$ т. е. $^{67}/_{72}$

Наименьшая дробь: $^{217}/_{360}$

в) Наименьшее общее кратное для знаменателей данных дробей находится по общему правилу.

Пример. Расположить дроби в порядке их величины, начиная с наибольшей: $^{25}/_{32}$, $^{9}/_{14}$, $^{17}/_{28}$

Чтобы сравнить дроби по величине, надо привести их к Н.О.З.

Наименьший общий знаменатель дробей является наименьшим общим кратным всех знаменателей.

Найдем Н.О.К. (32; 14; 28;).

Дополнительные множители

$$\left.\begin{array}{l} 32 = 2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2 = 2^5 \\ 14 = 2\cdot7 \\ 28 = 2\cdot2\cdot7 = 2^2\cdot7 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 7 \\ 16 \\ 8 \end{array} \quad \text{Н.О.К}(32{:}\ 14{:}\ 28) = 2^5\cdot7 = 224$$

Приведем дроби к Н.О.З.

$^{25}/_{32} = {}^{175}/_{224}$; $^{9}/_{14} = {}^{144}/_{224}$; $^{17}/_{28} = {}^{136}/_{224}$

Расположим дроби в порядке их величины:

$^{25}/_{32} = {}^{175}/_{224}$; $^{9}/_{14} = {}^{144}/_{224}$; $^{17}/_{28} = {}^{136}/_{224}$

Решить несколько примеров из № 670 и вывести правило, как привести дроби к Н.О.З.

Вывод. Чтобы привести дроби к наименьшему общему знаменателю, надо найти Н.О.К. для всех знаменателей дробей. Предварительно, если можно, дроби надо сократить.

Особые случаи: 1) Если наибольший из знаменателей дробей делится на все остальные, то он является наименьшим общим знаменателем. 2) Если знаменатели дробей числа взаимно простые, то наименьший общий знаменатель равен их произведению.

Для закрепления сделанных выводов решить примеры из №№ 666, 667, 668, 669, 670 и задачи №№ 674, 675.

5. Решение задач

Задача 1-я. Тихий океан занимает $^{9}/_{20}$ всей водной поверхности земного шара. Атлантический — около $^{3}/_{10}$, Индийский — около $^{1}/_{5}$. Расположить эти числа в порядке их величины, начиная с наименьшей.

Дроби $^{9}/_{20}$, $^{3}/_{10}$, $^{1}/_{5}$; приведём к Н.О.З.; Н.О.З. (20; 10; 5) = 20

$^{9}/_{20}$; $^{3}/_{10} = {}^{6}/_{20}$; $^{1}/_{5} = {}^{4}/_{20}$

Ответ $^{1}/_{5}$; $^{3}/_{10}$, $^{9}/_{20}$

Наименьший — Индийский океан.

Наибольший — Тихий океан.

Задача II-я. Из трех смен рабочих фабрики одна выполнила $^{18}/_{11}$ планового задания, другая $^{17}/_{15}$ и третья $^{12}/_{7}$.

Какая из них заняла первое место по выполнению задания?

Дроби: $^{18}/_{11}$, $^{17}/_{15}$, $^{12}/_{7}$ приведем к Н.О.З.

Знаменатели: 11, 15, 7
Дополнительные множители 105, 77, 165 } Н.О.З (11, 15, 7) = 11 · 15 · 7 = 1155

$^{18}/_{11} = ^{1890}/_{1155}$; $^{17}/_{15} = ^{1309}/_{1155}$; $^{12}/_{7} = ^{1980}/_{1155}$

Ответ. Каждая из смен перевыполнила задание, третья смена заняла первое место:

$^{12}/_{7} = ^{1980}/_{1155}$; $^{18}/_{11} = ^{1890}/_{1155}$; $^{17}/_{15} = ^{1390}/_{1155}$

(Плановое задание принято за 1)

6. Самостоятельная работа

Примеры №№ 669 (5, 6); 670 (3); 677 (1, 6) и задачи №№ 671, 676.

7. Решение типовых задач

Задача 1-я.

В колхозном стаде были коровы и овцы, всего 560 голов. Весной число коров увеличилось на 16, и тогда овец стало в 15 раз больше ,чем коров. Сколько коров и овец было в стаде?

Решение с объяснением

560 — это сумма числа голов коров и числа голов овец. Число коров увеличилось на 16. Если одно слагаемое увеличить на 16, то сумма увеличится на 16, следовательно, число голов скота стало равно 576 (560 + 16 = 576).

Овец стало в 15 раз больше, чем коров. Теперь нам известна сумма двух чисел 576 и известно, что одно число больше другого в 15 раз. По этим данным мы можем найти оба числа.

Примем число коров за I часть, тогда число овец составит 15 частей, а сумма числа коров и числа овец составит 16 частей (1 + 15 = 16). На сумму 576 придется 16 частей. Можем узнать сколько коров стало в стаде весной. 576 : 16 = 36 (коров). Сколько коров было в стаде? 36 — 16 = 20 (коров). Сколько овец было в стаде? 560 — 20 = 540 (овец).

Ответ. Коров было в стаде 20, овец — 540.

Задача II-я.

Отцу 39 лет, а сыну 7 лет. Через сколько лет отец будет в 3 раза старше сына?

Решение с объяснением

Если известно число лет отца и число лет сына, то можно найти разность их лет: 39 — 7 = 32.

Разность эта не изменится с годами, так как уменьшаемое и вычитаемое увеличиваются на одно и то же число. Следовательно, нам известна разность двух чисел (32) и известно, что одно число будет больше другого в 3 раза, и по этим данным надо найти оба числа. Число лет сына примем за 1 часть, тогда число лет отца составит 3 части. На разность их лет, то есть на 32 года, придется 2 части ($3 - 1 = 2$). Следовательно, сыну будет 16 лет. $32 : 2 = 16$ (лет). И отец будет старше сына в три раза через 9 лет. $16 - 7 = 9$ (лет).

Проверка

Сыну будет: $7 + 9 = 16$ (лет).

Отцу будет $39 + 9 = 48$ (лет)

$48 : 16 = 3$ — отец старше сына в 3 раза

Полученные результаты удовлетворяют условию задачи.

Ответ. Через 9 лет отец будет старше сына в три раза.

Обе задачи можно решить устно и объяснение дать устно.

Предложить учащимся составить задачу, в которой была бы известна сумма (или разность) двух чисел и известно во сколько раз одно число больше другого.

Задание на дом к урокам № 13—16.

По задачнику. По 3 примера из №№ 288—290; №№ 292—294. Задачи №№ 114, 115.

По учебнику §§ 132, 133.

17-й урок

Контрольная работа (на два варианта I и II)

I вариант

1. Задача (решить с планом).

В стаде колхоза находились коровы и телята, всего 190 голов. Когда 3 коровы и 2 теленка были проданы, то в стаде оказалось коров в 4 раза больше, чем телят. Сколько осталось в колхозе коров и телят в отдельности?

2. Расположить дроби в порядке возрастания их величины: $^{5}/_{14}$, $^{17}/_{32}$, $^{15}/_{28}$, $^{7}/_{16}$

3. Сократить дробь $^{248}/_{1\,240}$.

II вариант

1. Задача, (решить с планом).

В двух ящиках находятся 3016 руб. Из каждого ящика взяли по 248 руб., и тогда в первом осталось денег впятеро больше, чем во втором. Сколько денег осталось в каждом ящике?

2. Расположить дроби в порядке убывания их величины:

$$^{30}/_{49},\ ^{19}/_{21},\ ^{22}/_{35},\ ^{7}/_{15}$$

3. Сократить дробь $^{369}/_{1\,845}$.

Задание на дом. По задачнику задача № 117 (1), примеры № 292 (1).

18—20-й уроки

Тема. Сложение дробей

Цель уроков. Добиться ясного понимания учащимися действия сложения дробей и привести их к выводам:

1) Складывать дроби можно только с одинаковыми знаменателями.

2) Чтобы сложить дроби с одинаковыми знаменателями, надо сложить их числители и оставить тот же знаменатель.

3) Если дроби имеют различные знаменатели, то их надо сначала привести к Н.О.З., затем сложить по правилу сложения дробей с одинаковыми знаменателями.

4) Сумма дробей, как и сумма целых чисел, обладает переместительным и сочетательным свойствами.

Научить применять свойства суммы дробей к вычислениям с дробями.

Повторение. Сложение целых чисел. Переместительное и сочетательное свойства суммы целых чисел.

Содержание уроков

1. Проверка домашнего задания.
2. Устный счёт.

Вопросы к учащимся:

1. Какая из данных дробей ближе к единице и почему?

$$^{4}/_{5},\ ^{11}/_{12},\ ^{14}/_{15}$$

2. Какая из данных дробей ближе к половине и почему?

$$^{23}/_{48},\ ^{19}/_{40},\ ^{39}/_{72}$$

3. Как изменятся дроби: $^4/_5$, $^5/_8$, $^{11}/_7$, если их числители заменить единицами?

Ответ. Если числитель дроби $^4/_5$ заменить единицей, то числитель уменьшится в 4 раза, следовательно, и дробь уменьшится в 4 раза и т. д.

4. Как изменятся дроби: $^4/_5$, $^5/_8$, $^{11}/_7$, если их знаменатели заменить единицами? Если знаменатели откинуть?

Ответ. Если в дроби $^4/_5$ знаменатель 5 заменить единицей, то знаменатель уменьшится в 5 раз, следовательно, дробь увеличится в 5 раз. Полученная дробь $^4/_1$ равна 4, следовательно, 4 больше $^4/_5$ в 5 раз.

Ответ. Если у дроби $^4/_5$ знаменатель заменим единицей или откинем знаменатель, то она увеличится в пять раз.

Рассуждая так же, решаем и другие данные примеры.

5. Сократить дроби: $^4/_8$, $^{10}/_{14}$, $^6/_{15}$, $^{12}/_{18}$ и т. п.

6. Сократить дроби и исключить целое число:

$^8/_6$, $^{12}/_8$, $^{30}/_{25}$, $^{49}/_{18}$ и т. п.

7. Привести дроби к Н.О.З

а) $^1/_3$, $^1/_4$ и $^7/_{12}$; б) $^4/_5$, $^3/_4$ и $^9/_{20}$; в) $^1/_2$ и $^1/_3$;
г) $^2/_3$ и $^3/_4$; д) $^6/_7$ и $^{18}/_{19}$

3. Повторение.

Беседа. Хлеб — государству («Волжская Коммуна» № 171 за 1951 год).

«Борясь за досрочное выполнение первой заповеди колхозов перед государством, первым приступил к хлебосдаче укрупненный колхоз «1-е Мая», который отправил на ссыпной пункт 240 ц зерна, колхоз «Ударник» — 120 ц и колхоз «Верный путь» — 160 ц». Сколько зерна доставили эти колхозы за первую сдачу?

Задача решается сложением.

$$240 + 120 + 160 = 520 \text{ (ц)}$$

520 — сумма.

240, 120 и 160 — слагаемые.

В каком порядке удобнее складывать данные числа?

Сначала сложить 240 и 160; $240 + 160 = 400$. Затем к полученной сумме прибавить 120. Сложение данных чисел можно выполнить так: $240 + 120 + 160 = (240 + 160) + 120$.

Вывод: Чтобы выполнить сложение наиболее рациональным способом, 1) мы слагаемые переместили: 160 поставили на второе место, а 120—на третье. Сумма при этом не изменилась (переместительное свойство суммы).

2) Слагаемые 240 и 160 мы объединили в одну группу и сложили сначала их, а затем к полученной сумме прибавили 120. Сумма при этом не изменилась (сочетательное свойство суммы).

Проверить результат, сделав сложение в первоначальном порядке.

Привести еще примеры и сформулировать свойства суммы.

Переместительное свойство суммы можно записать так:

$$3 + 17 = 17 + 3.$$

Записать на буквах переместительное свойство суммы, заменив первое слагаемое буквой а, второе — в, получим:

$$а + в = в + а$$

Сочетательное свойство суммы: $16 + 4 + 7 = (16 + 4) + 7$.

Записать на буквах сочетательное свойство суммы, заменив слагаемые соответственно буквами а, в и с — получим:

$$а + в + с = (а + в) + с$$

3. Изучение нового материала:

а) Сложение дробей с одинаковыми знаменателями.

Задача № 680 (решить и дать графическую иллюстрацию).

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$\frac{1}{4}$ $\longleftarrow$ $\frac{3}{4}$ $\longrightarrow$

——— ——— ——— ———

$\longleftarrow$ 1 $\longrightarrow$

Решить задачу № 683 (1; 5; 6) дать графическую иллюстрацию.

Решение 1-го примера

1) Сложить: $\frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{1+4}{9} = \frac{5}{9}$

$\longleftarrow$ $\frac{5}{9}$ $\longrightarrow$

—— —— —— —— —— —— —— —— ——

$\frac{1}{9}$ $\longleftarrow$ $\frac{4}{9}$ $\longrightarrow$

Задача № 684

Пример 1-й

Найти сумму.

$$3\frac{2}{5} + \frac{3}{5} + 3$$

Решение

Смешанное число $3\frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5}$, поэтому пример можно записать так: $3 + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + 3 = (3 + 3) + (\frac{2}{5} + \frac{3}{5}) =$

$$= 6 + \frac{2+3}{5} = 6 + 1 = 7$$

Ответ 7

Для решения этого примера сначала мы применили переместительное свойство суммы, затем — сочетательное свойство суммы.

Пример 3-й

$1\frac{6}{7} + 2\frac{5}{7} + 3\frac{4}{7} + 4\frac{3}{7} + 5\frac{2}{7}$

Решение

$1 + \frac{6}{7} + 2 + \frac{5}{7} + 3 + \frac{4}{7} + 4 + \frac{3}{7} + 5 + \frac{2}{7} =$
$= (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + (\frac{6}{7} + \frac{5}{7} + \frac{4}{7} + \frac{3}{7} + \frac{2}{7}) =$
$= 15 + \frac{20}{7} = 15 + 2\frac{6}{7} = 17\frac{6}{7}$.

Ответ. $17\frac{6}{7}$.

Вывести правило: как сложить дроби с одинаковыми знаменателями.

б) Сложение дробей с разными знаменателями.

Задача № 681.

Купили $\frac{3}{4}$ кг, $\frac{1}{2}$ кг, и $\frac{1}{8}$ кг чаю. Сколько всего купили чаю?

Задача решается сложением, но складывать разные доли нельзя. Надо дроби выразить в одинаковых долях единицы, то есть привести к Н.О.З. Наибольший из знаменателей данных дробей (8) делится на все знаменатели, следовательно, Н.О.З. равен 8. Выразить $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{2}$ в восьмых долях.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}; \ \frac{1}{2} = \frac{4}{8}.$$

Решение. $\frac{6}{8} + \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{11}{8}$; $\frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$.

Ответ: куплено $1\frac{3}{8}$ кг чаю.

Решить примеры из № 686 (7, 9, 12) и вывести правило сложения дробей и свойства суммы.

Для закрепления выведенного правила решить примеры из №№ 687; 688; 689; 690, применяя свойства суммы.

Решение примеров из № 689.

1) $5 + {}^{3}/_{16} + {}^{5}/_{24} = 5 + ({}^{3}/_{16} + {}^{5}/_{24}) = 5 + ({}^{9}/_{48} + {}^{10}/_{48}) =$

$= 5 + \frac{9 + 10}{48} = 5^{19}/_{48}$

Ответ. $5 + {}^{3}/_{16} + {}^{5}/_{24} = 5^{19}/_{48}$. (применяем сочетательное свойство суммы).

5) $13^{11}/_{25} + 10^{7}/_{15} + 9^{13}/_{18} = (13 + 10 + 9) + ({}^{11}/_{25} + {}^{7}/_{15} + {}^{13}/_{18}) = 32 + \frac{198 + 210 + 325}{450} = 32^{733}/_{450} = 32 + 1^{283}/_{450} = 33^{283}/_{450}$

	Дополнительные множители
$25 = 5 \cdot 5$	18
$15 = 3 \cdot 5$	30
$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$	25

Н.О.З. $(25;\ 15;\ 18) = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 450$

Ответ. $33^{283}/_{450}$.

Решить примеры

Пример 1-й

Выполнить сложение, применив свойства суммы,

$35^{3}/_{14} + 8^{13}/_{20} + 7^{11}/_{60} + 5^{2}/_{7} = (35^{3}/_{14} + 5\,{}^{2}/_{7}) + (8^{13}/_{20} + 7^{11}/_{60}) = (35^{3}/_{14} + 5^{4}/_{14}) + (8^{39}/_{60} + 7^{11}/_{60}) = 40^{7}/_{14} + 15^{50}/_{60} = 40^{1}/_{2} + 15^{5}/_{6} = 55^{8}/_{6} = 56^{1}/_{3}$.

Ответ. $56^{1}/_{3}$.

Пример II

Выполнить сложение и сделать проверку, сложив те же слагаемые в другом порядке (на основании переместительного свойства суммы).

$7^{23}/_{45} + 5^{7}/_{18} + {}^{13}/_{30} = (7 + 5) + \frac{46 + 35 + 39}{90} =$

$= 12 + {}^{120}/_{90} = 12 + 1^{1}/_{3} = 13^{1}/_{3}$

$\left.\begin{matrix}45\\18\\30\end{matrix}\right\}$ Н.О.З. $(45;\ 18;\ 30) = 90$ $\left|\begin{matrix}2\\5\\3\end{matrix}\right.$

Ответ. $13^{1}/_{3}$.

Проверка. Меняем порядок слагаемых:

${}^{13}/_{30} + 5^{7}/_{18} + 7^{23}/_{45} = \frac{39 + 35 + 46}{90} + (5 + 7) =$

$= {}^{120}/_{90} + 12 = 1^{1}/_{3} + 12 = 13^{1}/_{3}$

Ответ $13^1/_3$.

При изучении темы «Сложение дробей» нужно после вывода правила на каждом уроке решать текстовые задачи №№ 697—716. В результате привести учащихся к выводу, что сложением решаются задачи:

1) если надо найти сумму нескольких чисел (№№ 698, 699);

2) если надо данное число увеличить на некоторое число (№№ 709—711).

5. Решение типовых задач

(повторение)

Задача № 716 (на встречное движение)

Решение с объяснением

Два поезда вышли одновременно и идут навстречу друг другу с двух станций. Расстояние между станциями примем за единицу. Первый поезд проходит всё расстояние между станциями за 24 минуты. За 24 минуты он проходит расстояние равное единице, а за одну минуту он пройдёт расстояние в 24 раза меньше. $1 : 24 = {}^1/_{24}$ всего расстояния.

Рассуждая также узнаем, что второй поезд за минуту проходит $^1/_{36}$ всего расстояния. Так как поезда идут навстречу друг другу, то расстояние между ними каждую минуту уменьшается на $^1/_{24} + {}^1/_{36} = {}^5/_{72}$ всего расстояния. За одну минуту расстояние между поездами уменьшается на $^5/_{72}$ всего расстояния, а за 6 минут —на расстояние в 6 раз большее. Дробь $^5/_{72}$ надо увеличить в 6 раз, для этого достаточно уменьшить в 6 раз знаменатель.

$$^5/_{72} \cdot 6 = \frac{5}{72 : 6} = {}^5/_{12}$$

Ответ. В течение каждых 6 минут поезда приближаются друг к другу на $^5/_{12}$ всего расстояния.

Задание на дом к урокам №№ 18—20.

По задачнику. По 3 примера из №№ 298—300, из №№ 304, 306, 309. Задачи №№ 318—320 (первые задачи). По учебнику. Выучить правила § § 134 и 135. Повторить § 20.

21—24-й уроки

Тема. Вычитание дробей.

Цель. Добиться сознательного усвоения вычитания дробей и показать:

1) Вычитание возможно, когда уменьшаемое больше вычитаемого.

2) Вычитать можно дроби только с одинаковыми знаменателями.

3) Если дроби имеют различные знаменатели, то надо раньше привести их к Н. О. З. и затем вычесть по правилу вычитания дробей с одинаковыми знаменателями.

4) Обратить внимание на особые случаи вычитания:

а) вычитание, когда приходится занимать целую единицу;

б) вычитание целого числа из смешанного;

в) вычитание правильной дроби из целого числа;

г) вычитание правильной дроби из смешанного числа,

д) вычитание смешанных чисел.

Повторение. Проверка вычитания, изменение разности с изменением уменьшаемого и вычитаемого, вычитание суммы и разности из данного числа.

Содержание уроков

1. Проверка домашнего задания.

2. Устный счёт.

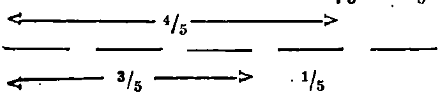
Решить примеры и задачи №№ 682, 683, 685, 699, 700, 701 702. Решить пример № 689 (3), применив сочетательное свойство суммы.

3. Изучение нового материала.

а) Вычитание дробей с одинаковыми знаменателями Решить 1-й и 2-й примеры № 718 и дать к ним графическую иллюстрацию.

Решение 1-го примера.

$$^4/_5 - {^1/_5} = {^3/_5}$$



в) Вычитание из целого числа правильной дроби.

Решить 1-й, 4-й, 5-й, 9-й примеры № 719.

Решение 1-го примера.

$$1 - {}^{2}/_{5} = {}^{3}/_{5}$$

Объяснение. В единице пять пятых долей. Если от пяти пятых единицы вычесть две пятых, останется три пятых единицы.

Решение 9-го примера

$$6 - {}^{3}/_{8} = 5\,{}^{5}/_{8}$$

Объяснение. Возьмём из 6 единиц одну единицу и из неё вычтем ${}^{3}/_{8}$, останется ${}^{5}/_{8}$, да еще осталось 5 единиц, всего останется $5{}^{5}/_{8}$.

в) Вычитание из целого числа смешанного числа. Решить 10-й и 11-й примеры № 720.

Решение 10-го примера

$$8 - 7\,{}^{2}/_{3} = {}^{1}/_{3}$$

Объяснение. $7{}^{2}/_{3}$ недостает до 8 одной трети, поэтому $8 - 7{}^{2}/_{3} = {}^{1}/_{3}$. Или: $8 - 7 = 1$; $1 - {}^{2}/_{3} = {}^{1}/_{3}$.

Решение 11-го примера

$$33 - 12{}^{11}/_{15} = 20\,{}^{4}/_{15}$$

$$1)\ 33 - 12 = 21;\ 2)\ 21 - {}^{11}/_{15} = 20{}^{4}/_{15}$$

Объяснение. Смешанное число $12{}^{11}/_{15}$ есть сумма целого числа 12 и дроби ${}^{11}/_{15}$. Чтобы от данного числа вычесть сумму надо вычесть каждое слагаемое.

Или: $33 - 13 = 20$, но 13 больше $12{}^{11}/_{15}$ на ${}^{4}/_{15}$ поэтому остаток надо увеличить на ${}^{4}/_{15}$ и получим $20{}^{4}/_{15}$.

г) Вычитание из смешанного числа.

Решить 14-й, 15-й, 16-й примеры № 720.

Решение 14-го примера.

$$32{}^{5}/_{18} - {}^{11}/_{18} = 31{}^{23}/_{18} - {}^{11}/_{18} = 31\ {}^{12}/_{18} = 31{}^{2}/_{3}$$

Объяснение. От ${}^{5}/_{8}$ нельзя вычесть ${}^{11}/_{18}$. Занимаем из 32 одну единицу. В единице восемнадцать восемнадцатых да ещё пять восемнадцатых, всего получим ${}^{23}/_{18}$;

$$31{}^{23}/_{18} - {}^{11}/_{18} = 31{}^{12}/_{18}.$$

После сокращения на 6 имеем $31{}^{2}/_{3}$.

После решения примеров вывести правило вычитания дробей с одинаковыми знаменателями.

д) Вычитание дробей с разными знаменателями.

Решить примеры № 721.

Решение 1-го примера.

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{7} = \frac{3}{28}$$

Объяснение. $1/7$ меньше $1/4$, поэтому вычитание возможно. Вычитать можно дроби с одинаковыми знаменателями.

Приведём дроби к Н. О. З. Знаменатели 4 и 7 — числа взаимно простые, поэтому Н. О. З. равен произведению 4 и 7, то есть 28.

$1/4 = 7/28$; $1/7 = 4/28$; $7/28 - 4/28 = 3/28$

Рассуждая также, решить 3-й, 6-й, 11-й примеры № 721, 7-й, 8-й, 9-й примеры № 722 и вывести правило вычитания дробей с разными знаменателями.

Упражнения на вычитание смешанных чисел взять из №№ 723, 724, 725.

4. Проверка вычитания.

Выполнить вычитание и сделать проверку.

$$125\frac{3}{13} - 36\frac{8}{11} = 124\frac{176}{143} - 36\frac{104}{143} = 88\frac{72}{143}$$

1) Проверка сложением.

Уменьшаемое равно вычитаемому, сложенному с остатком, т. к. уменьшаемое есть сумма, а вычитаемое и остаток — слагаемые.

$$36\frac{8}{11} + 88\frac{72}{143} = 36\frac{104}{143} + 88\frac{72}{143} = 124\frac{176}{143};$$
$$124\frac{176}{143} = 125\frac{33}{143} = 125\frac{3}{13}$$

От сложения вычитаемого с остатком получилось уменьшаемое, следовательно можно допустить, что вычитание сделано верно.

2) Проверка вычитанием.

Вычитаемое равно уменьшаемому без остатка.

$$125\frac{3}{13} - 88\frac{72}{143} = 125\frac{33}{143} - 88\frac{72}{143} = 124\frac{176}{143} -$$
$$- 88\frac{72}{143} = 36\frac{104}{143} = 36\frac{8}{11}$$

После вычитания из уменьшаемого остатка получилось вычитаемое, следовательно, можно допустить, что вычитание сделано верно.

5. Решение примеров на определение неизвестного компонента действия вычитания.

Найти X из равенств: 1) $X - 3\frac{1}{6} = 5\frac{1}{56}$

X — уменьшаемое.

Уменьшаемое равно вычитаемому, сложенному с остатком.

$3^1/_6 + 5^1/_{56} = 3^{28}/_{168} + 5\ ^3/_{168} = 8^{31}/_{168}$

Дополнительные множители

$$\left.\begin{matrix} 6 \\ 56 \end{matrix}\right\} \text{Н.О.З. } (6;\ 56) = 168 \left|\begin{matrix} 28 \\ 3 \end{matrix}\right.$$

$$X = 8^{31}/_{168}$$

Проверка

$8^{31}/_{168} - 3^1/_6 = 5^3/_{168} = 5\ ^1/_{56}$

2) $1^{51}/_{140} - X = 1^1/_4$

X — вычитаемое.

Вычитаемое равно уменьшаемому без остатка.

$$1^{51}/_{140} - 1^1/_4 = 1^{51}/_{140} - 1^{35}/_{140} = ^{16}/_{140} = ^4/_{35}$$

$$X = ^4/_{35}$$

Проверка

$$1^{51}/_{140} - ^4/_{35} = 1^{51}/_{140} - ^{16}/_{140} = 1^{35}/_{140} = 1^1/_4$$

6. Пользуясь знаками действий и скобками, записать и решить следующие примеры.

1-й пример

Из $23^1/_{18}$ вычесть сумму чисел $12^{23}/_{45}$ и $10^1/_{10}$

Решение

$$23^1/_{18} - (12^{23}/_{45} + 10^1/_{10}) = ^4/_9$$

1) $12^{23}/_{45} + 10^1/_{10} = 12^{46}/_{90} + 10^9/_{90} = 22^{55}/_{90} = 22^{11}/_{18}$

2) $23^1/_{18} - 22^{11}/_{18} = 22^{19}/_{18} - 22^{11}/_{18} = ^8/_{18} = ^4/_9$.

Ответ. $^4/_9$.

2-й пример

К $47^{19}/_{21}$ прибавить разность чисел $39^{13}/_{14}$ и $39^5/_6$

Решение

$$47^{19}/_{21} + (39^{13}/_{14} - 39^5/_6) = 48$$

1) $39^{13}/_{14} - 39^5/_6 = 39^{39}/_{42} - 39^{35}/_{42} = ^4/_{42} = ^2/_{21}$

2) $47^{19}/_{21} + ^2/_{21} = 47^{21}/_{21} = 48$.

Ответ. 48.

3-й пример

Из суммы чисел $18\frac{11}{143}$ и $4\frac{51}{65}$ вычесть их разность:

$$\left(18\frac{11}{143}+4\frac{51}{65}\right)-\left(18\frac{11}{143}-4\frac{51}{65}\right)=9\frac{37}{65}$$

1) $18\frac{11}{143}+4\frac{51}{65}=18\frac{55}{715}+4\frac{561}{715}=22\frac{616}{715}=22\frac{56}{65}$

2) $18\frac{11}{143}-4\frac{51}{65}=18\frac{55}{715}-4\frac{561}{715}=17\frac{770}{715}-4\frac{561}{715}=13\frac{209}{715}=13\frac{19}{65}$

3) $22\frac{56}{65}-13\frac{19}{65}=9\frac{37}{65}$.

Ответ $9\frac{37}{65}$.

Для самостоятельной работы дать задачи №№ 748 а, 748 б 750.

На каждом уроке следует вводить решение текстовых задач №№ 728—765 для применения выведенных правил вычитания дробей.

При решении текстовых задач следует также привести учащихся к выводу, что задачи решаются вычитанием: 1) когда надо по сумме и одному слагаемому найти второе слагаемое (задачи №№ 728, 729, 730).

2) Когда надо одно число уменьшить на другое число (задачи №№ 743, 745, 746).

3) Когда надо узнать, на сколько одно число больше или меньше другого — (разностное сравнение чисел) задачи №№ 742, 744).

Задание на дом к урокам №№ 21—24.

По задачнику. Примеры из №№ 327—331, 333. Задачи №№ 342—345.

По учебнику. Выучить правило § 136.

25-й урок

Тема. Решение примеров и задач на сложение и вычитание обыкновенных дробей.

Цель. Закрепить навыки по выполнению указанных действий с обыкновенными дробями устно.

Повторение. Сокращение дробей.

Ход урока

1. Проверка домашнего задания.
2. Устный счёт.

Решить примеры из №№ 686 (1—4), из № 721 (1—4), № 588 Из № 655 (2) — четыре первых примера.

3. Решение примера на порядок действий.

Решить пример № 747 (11).

4. Решение задач.

Решить задачу № 758.

5. Самостоятельная работа.

Решить пример № 747 (8) и задачу № 759.

Задание на дом.

По задачнику. Примеры №№ 337, 338 (3—4). Задача № 346.

По учебнику. Повторить § 129 (сокращение дробей).

26-й урок

Тема. См. 25 урок.

Повторение. Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю.

Ход урока

1. Проверка домашнего задания.
2. Устный счёт.

Примеры №№ 747 (1), 747 (2), 587, 677 (1, 5).

3. Решение примера на порядок действий.

Решить пример № 747 (12).

4. Решение задачи.

Решить задачу № 760.

5. Самостоятельная работа.

Решить примеры № 747 (13), задачу № 770.

Задание на дом

По задачнику. Примеры № 338 (5—6), задача № 347.

По учебнику. Повторить § 132 (приведение дробей к наименьшему общему знаменателю).

27-й урок

Тема. См. 25 урок.

Повторение. Изменение суммы с изменением слагаемых.

Ход урока

1. Проверка домашнего задания.
2. Устный счёт.

Решить задачи № 775 (1, 2, 3).

3. Решение примеров и задач письменно.

Задача

Как изменится граница (периметр) прямоугольного поля, если его длину увеличить на 1 км 350 м, а ширину уменьшить на $^5/_8$ км?

Решение с объяснением

$$1 \text{ км } 350 \text{ м} = 1^{350}/_{1000} \text{ км} = 1^7/_{20} \text{ км}.$$

Периметр прямоугольника равен сумме всех его сторон, следовательно, он равен сумме 4-х слагаемых. Два слагаемых этой суммы надо увеличить на $1^7/_{20}$ км каждое, отчего сумма тоже увеличится на $1^7/_{20}$ км, взятых два раза. Оставшиеся два слагаемых надо уменьшить на $^5/_8$ км каждое, отчего сумма уменьшится на $^5/_8$ км, взятое два раза. Составим план решения.

План

1) Определить, на сколько увеличится граница поля с увеличением длины на $1^7/_{20}$ км.

2) Определить, на сколько уменьшится граница поля с уменьшением ширины на $^5/_8$ км.

3. Определить, как изменится граница поля с изменением длины и ширины.

Решение

1) $1^7/_{20} \cdot 2 = 2^7/_{10}$ (км). (Умножить по правилу умножения суммы на данное число).

На $2^7/_{10}$ км увеличится граница поля с увеличением длины

2) $^5/_8 \cdot 2 = {}^5/_4 = 1^1/_4$ (км).

На $1^1/_4$ км уменьшится граница поля с уменьшением ширины.

3) $2^7/_{10} - 1^1/_4 = 1^9/_{20}$ (км); $1^9/_{20}$ км $= 1$ км 450 м.

Ответ. На 1 км. 450 м. увеличится граница поля.

Решить пример № 747 (10)

$$12^7/_8 - 3^1/_2 + 10^5/_6 - 1^4/_5 + 8^3/_8 - 7^1/_5 + 11^{11}/_{12} - 2^3/_8$$

Решение

Результат ряда сложений и вычитаний не меняется от перемены порядка членов данного ряда (переместительное свойство). Применяя переместительное и сочетательное свойства, получим:

$$12\frac{7}{8}-3\frac{1}{2}+10\frac{5}{6}-1\frac{4}{5}+8\frac{3}{8}-7\frac{1}{5}+11\frac{11}{12}-$$
$$-2\frac{3}{8}=\left(12\frac{7}{8}+8\frac{3}{8}-2\frac{3}{8}\right)+\left(10\frac{5}{6}+11\frac{11}{12}-3\frac{1}{2}\right)-$$
$$-\left(1\frac{4}{5}+7\frac{1}{5}\right)=18\frac{7}{8}+19\frac{1}{4}-9=29\frac{1}{8}.$$

Ответ. $29\frac{1}{8}$.

4. Самостоятельная работа

Задача. Как изменится общий вес товарного поезда, если на одной станции из одного вагона выгрузили $1625\frac{2}{5}$ кг, в другой погрузили 1 т $138\frac{13}{25}$ кг, а из третьего в четвертый перегрузили $\frac{3}{8}$ т ?

Указание: 1 т $138\frac{13}{25}$ кг $=1138\frac{13}{25}$кг.

Задание на дом.

По задачнику. Примеры № 358, задача № 361.

По учебнику. Повторить правила § 27.

28-й урок

Тема. См. 25 урок.

Повторение. Изменение разности с изменением уменьшаемого и вычитаемого.

Ход урока

1. Проверка домашнего задания.
2. Устный счёт.

Примеры №№ 783 (1, 2), 777, 778, 589.

3. Решение примеров и задач письменно.

Задача

Как изменилась чистая прибыль, даваемая железной дорогой, если доход её увеличился на $608\,207\frac{3}{20}$ руб., а расход уменьшился на 89 309 руб. 80 коп.?

Решение с объяснением

Для определения чистой прибыли, надо из дохода вычесть расход. Следовательно, доход есть уменьшаемое, расход — вычитаемое и чистая прибыль — остаток.

Если доход увеличился на $608\,207\frac{3}{20}$ руб., то и чистая прибыль увеличилась на $608\,207\frac{3}{20}$ руб. Если расход уменьшился на $89\,309\frac{4}{5}$ руб., то чистая прибыль увеличилась на $89\,309\frac{4}{5}$ руб. Итого чистая прибыль увеличилась на сумму чисел $608\,207\frac{3}{20}$ и $89\,309\frac{4}{5}$.

$608\,207\frac{3}{20} + 89\,309\frac{4}{5} = 697\,516\frac{19}{20}$ (руб.).

$697\,516\frac{19}{20}$ руб. = 697 516 руб. 95 коп.

Ответ. На 697 516 руб. 95 коп. увеличилась чистая прибыль

Решить примеры №№ 783 (3 и 4).

4. Самостоятельная работа.

Решить задачи №№ 779 и 780.

Задание на дом.

По задачнику. Задача № 362. Примеры № 359.

Контрольная работа на 2 варианта.

1-й вариант

1. Задача (решить с планом).

В одном закроме $1\frac{2}{5}$ т муки, в другом на $\frac{3}{4}$ т меньше. Из первого закрома продали 325 кг, из второго — 750 кг.

Сколько муки осталось в двух закромах?

2. Пример.

$$\left(\frac{19}{24} - \frac{11}{30}\right) + \left(15\frac{13}{85} - 11\frac{29}{34}\right).$$

3. Найти неизвестное число (x)

$$\frac{33}{56} + x = \frac{25}{42}$$

II вариант

1. Задача (решить с планом)

В одном ящике $14\frac{2}{5}$ кг кофе, в другом 13 кг. После продажи осталось в первом 2 кг 150 г, во втором $4\frac{1}{2}$ кг. Из какого ящика продали кофе больше и на сколько больше?

2. Пример.

$$\left(\frac{27}{42} - \frac{33}{56}\right) + \left(54\frac{11}{42} - 35\frac{15}{28}\right)$$

3. Найти неизвестное число (x).

$$\frac{5}{18} + x = \frac{7}{20}$$

Задание на дом.

По задачнику. Задача № 363 и примеры № 351.

Приложение

Решение некоторых задач на сложение и вычитание обыкновенных дробей.

Задачи на зависимость между компонентами и результатом действия

Задача № 749.

Объяснение. От неизвестного числа вычесть $1\frac{1}{4}$, следовательно $1\frac{1}{4}$ — есть вычитаемое. В остатке получится число, равное сумме дробей $^9/_{14}$, $^5/_{28}$ и $^3/_7$. Сложив эти дроби, мы найдем остаток.

$$^9/_{14} + {}^5/_{28} + {}^3/_7 = {}^{35}/_{28} = 1\frac{1}{4}$$

Остаток равен $1\frac{1}{4}$, вычитаемое равно $1\frac{1}{4}$, надо найти число от которого надо вычесть, то есть найти уменьшаемое.

Уменьшаемое неизвестно — X

$$X - 1\frac{1}{4} = 1\frac{1}{4};\ X = 1\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4} = 2\frac{1}{2}$$

(уменьшаемое равно вычитаемому, сложенному с остатком)

Ответ. $X = 2\frac{1}{2}$.

Задача № 751 б.

Неизвестное число обозначим через X, тогда на основании условия задачи имеем:

$$X + {}^3/_{10} = 1^2/_5.$$

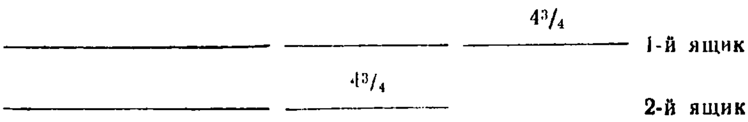
Неизвестное слагаемое равно сумме без другого слагаемого

$$X = 1^2/_5 - {}^3/_{10};\ X = 1^1/_{10}.$$

Также решаются задачи №№ 732—740; №№ 748—753.

Задача № 758

Дать к задаче графическую иллюстрацию.



Объяснение. Сравним по чертежу количество яблок, которое было вначале в 1-м и во 2-м ящике.

Мы видим, если из 1-го ящика взять $4\frac{3}{4}$ кг яблок, то в нём остается больше, чем во 2-м ящике.

Если же яблоки, взятые из 1-го ящика, прибавить во 2-й ящик, то количество яблок в обоих ящиках уравняется. Следовательно, как видно и из чертежа, в 1-м ящике было яблок больше на $9\frac{1}{2}$ кг. $4\frac{3}{4} + 4\frac{3}{4} = 9\frac{1}{2}$ (кг).

Ответ. В одном ящике было на $9\frac{1}{2}$ кг яблок больше, чем в другом.

Задача № 759

В первом ящике осталось 16 кг яблок, но из него было взято $4\frac{3}{4}$ кг яблок, следовательно, в нём было $20\frac{3}{4}$ кг $16 + 4\frac{3}{4} = 20\frac{3}{4}$ (кг).

Во втором ящике стало 16 кг яблок после того как в него вложили $4\frac{3}{4}$ кг, следовательно, вначале в нём было не 16 кг яблок, а меньше на $4\frac{3}{4}$ кг.

$$16 - 4\frac{3}{4} = 11\frac{1}{4} \text{ (кг)}.$$

Ответ. В 1-м ящике было $20\frac{3}{4}$ кг яблок. Во 2-м ящике было $11\frac{1}{4}$ кг яблок.

Проверка

$20\frac{3}{4} - 4\frac{3}{4} = 16$ (кг) осталось в 1-м ящике

$11\frac{1}{4} + 4\frac{3}{4} = 16$ кг) — стало во 2-м ящике.

В обоих ящиках стало поровну.

Полученные результаты подтверждают правильность решения задачи.

Задача № 760

Во втором бидоне стало $8\frac{1}{2}$ кг. керосина после того как в него влили $2\frac{2}{5}$ кг керосина, следовательно, в начале в нём было не $8\frac{1}{2}$ кг. керосина, а на $2\frac{2}{5}$ кг меньше. $8\frac{2}{4} - 2\frac{2}{5} = 6\frac{1}{10}$ (кг) во втором бидоне керосина было $6\frac{1}{10}$ кг.

В третьем бидоне стало $8\frac{1}{2}$ кг керосина после того как в него влили $1\frac{1}{4}$ кг, следовательно, в начале в нем было на $1\frac{1}{4}$ кг меньше $8\frac{1}{2}$ кг. $8\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} = 7\frac{1}{4}$ (кг), в третьем бидоне керосина было $7\frac{1}{4}$ кг.

В первом бидоне осталось $8\frac{1}{2}$ кг керосина после того, как из него взяли сначала $2\frac{2}{5}$ кг, затем $1\frac{1}{4}$ кг керосина. Всего из первого бидона взято:

$2\frac{2}{5}$ кг $+ 1\frac{1}{4}$ кг $= 3\frac{13}{20}$ кг керосина, следовательно, в первом бидоне вначале было $12\frac{3}{20}$ кг керосина.

$8\frac{1}{2} + 3\frac{13}{20} = 12\frac{3}{20}$ (кг) керосина.

Ответ. В 1-м бидоне было $12\frac{3}{20}$ кг керосина, во II бидоне было $6\frac{1}{10}$ кг. керосина, в III бидоне было $7\frac{1}{4}$ кг керосина. Сделать проверку.

Задача № 761

Всю заказанную работу принимаем за единицу.

В первый день сделано $\frac{4}{15}$ всей работы, во второй — $\frac{5}{12}$

всей работы. Чтобы узнать какую часть работы выполнили за 2 дня, надо эти дроби сложить:

$$^{4}/_{15} + {}^{5}/_{12} = {}^{41}/_{60}$$

$^{41}/_{60}$ всей работы выполнена за 2 дня. Вся работа принята за единицу. В единице $^{60}/_{60}$, следовательно, осталось выполнить: $^{60}/_{60} - {}^{41}/_{60} = {}^{19}/_{60}$ всей работы. Изобразить графически.

Вся работа равна $^{60}/_{60}$ или 1

$^{4}/_{15}={}^{16}/_{60}$	$^{5}/_{12}={}^{25}/_{60}$	$^{19}/_{60}$
В I день	Во II день	Осталось выполнить

Графическая иллюстрация поможет создать конкретное представление о проделанных вычислениях и избежать формального решения задачи.

Задача № 764

Объём бассейна примем за единицу. Первая труба наполняет бассейн за 10 час., следовательно, за 1 час она наполнит не весь объём, а в 10 раз меньше.

$1 : 10 = {}^{1}/_{10}$ бассейна наполняет 1-я труба за 1 час.

2-я труба наполняет за 1 час $1 : 8 = {}^{1}/_{8}$, и через третью трубу вытекает за 1 час $1 : 5 = {}^{1}/_{5}$ объёма бассейна. Если одновременно откроем три трубы, то через две первых наполнится часть объёма, равная сумме $^{1}/_{10} + {}^{1}/_{8} = {}^{9}/_{40}$ объёма бассейна.

Через третью трубу выльется $^{1}/_{5}$ объёма бассейна, следовательно, останется заполненной часть объёма, равная разности

$$^{9}/_{40} - {}^{1}/_{5} = {}^{1}/_{40}$$

Ответ. Прибыль воды по прошествии часа совместного действия всех 3 труб составит $^{1}/_{10}$ объёма бассейна.

Задача № 765

1 л = 1 000 куб. см; 3 л = 1 000 куб. см $\cdot$ 3 = 3 000 куб. см.

Если 1 куб. см керосина весит $^{4}/_{5}$ г, то 3 000 куб. см будут весить в 3 000 раз больше. Надо $^{4}/_{5}$ г увеличить в 3 000 раз.

$$^{4}/_{5} \cdot 3\,000 = 2\,400 \text{ (г)}$$

1 куб. см бензина весит $^{4}/_{5}$ г — $^{1}/_{10}$ г. = $^{7}/_{10}$ г.

Рассуждая также найдем, что 1 л бензина весит:

$$^{7}/_{10} \cdot 1000 = \frac{7 \cdot 1000}{10} = 700 \text{ (г)}$$

Вся смесь весит 2400 г. + 700 г. = 3100 г.; 3100 г. превратим в килограммы. Для этого 3100 г. надо разделить на 1000 3100 : 1000 = $3^1/_{10}$ (кг)

Смесь вместе с бидоном весит:

$$3^1/_{10} + 1^4/_5 = 4^9/_{10} \text{ (кг)}; \quad 4^9/_{10} \text{ кг} = 4 \text{ кг } 900 \text{ г.}$$

Ответ. 4 кг 900 г весит смесь вместе с тарой.

УМНОЖЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

Из опыта решения задач с целыми числами учащиеся усваивают, что умножение применяется тогда, когда надо найти сумму нескольких равных слагаемых или когда одно число нужно увеличить в несколько раз. В результате выполнения действия учащиеся убеждаются, что произведение всегда больше множимого.

При изучении обыкновенных дробей и действий над ними необходимо расширить понятие умножения чисел. Например, при умножении на правильную дробь произведение получается меньше множимого, так как умножение на правильную дробь есть нахождение дроби от числа.

Познакомившись с умножением на дробь, учащиеся будут знать, что при решении задач умножение применяется в трёх случаях: 1) когда надо найти сумму равных слагаемых, 2) когда надо увеличить одно число в несколько раз и 3) когда надо найти дробь от числа. Кроме того, учащиеся усвоят, что произведение может быть не только больше множимого или равно ему, но произведение может быть меньше множимого и при умножении любого числа на нуль произведение равно нулю.

При умножении дробей возможны три случая:

1) умножение дроби или смешанного числа на целое число;

2) умножение целого числа, дроби и смешанного числа на правильную дробь и

3) умножение дробных чисел на смешанное число.

1-й урок

Тема. Умножение дроби на целое число.

Цель урока. 1) выяснить, что умножение дробного числа на целое определяется так же, как и умножение целых чисел, а именно: умножить данное число на целое число, значит повторить его слагаемым столько раз, сколько единиц в целом числе

2) Умножить дробь на целое число — значит увеличить ее во столько раз, сколько единиц во множителе.

Повторение. Умножение целых чисел. Определение. Название компонентов действия. Случаи применения умножения при решении задач.

Ход урока

1. Проверка домашнего задания

2. Устный счёт

Задача № 186 и задача: Ширина участка земли 89 м, а длина в 2 раза больше ширины. Найти длину участка.

При решении этих задач учащиеся должны объяснить, что и та и другая задача решаются умножением, потому что в первой задаче мы находим сумму равных слагаемых, а во второй — данное число увеличиваем в несколько раз.

Вопросы классу:

1) Что называется умножением?

2) Когда применяется умножение при решении задач?

3) Как называются данные числа при умножении и результат умножения?

4) Какую часть рубля составляет 50 коп., 10 коп., 20 коп., 40 коп?

3. Объяснение нового материала

Задача: тетрадь стоит $^1/_5$ руб. Сколько стоят 4 таких тетради?

Решение:

$$^1/_5 \cdot 4 = {}^1/_5 + {}^1/_5 + {}^1/_5 + {}^1/_5 = \frac{1+1+1+1}{5} = \frac{1 \cdot 4}{5}$$

Следовательно:

$$^1/_5 \cdot 4 = \frac{1 \cdot 4}{5} = {}^4/_5$$

Ответ. 4 тетради стоят $^4/_5$ руб. или 80 коп.

Вывод из решённой задачи.

$^4/_5$ больше $^1/_5$ в 4 раза, следовательно, при умножениии дроби на целое число 4, дробь увеличилась в 4 раза. Чтобы увеличить дробь в 4 раза достаточно увеличить её числитель в 4 раза.

Решить 2 примера из № 785 (1), использовав сделанный вывод.

Решить пример: $^5/_{12} \cdot 3$

В данном примере надо дробь умножить на 3, то есть увеличить её в 3 раза.

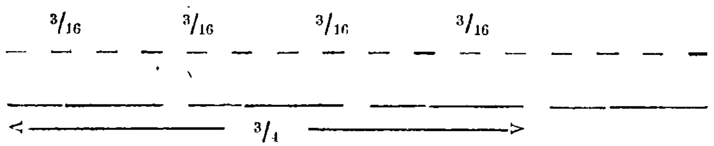
Чтобы увеличить дробь в 3 раза, достаточно числитель умножить на 3, или знаменатель разделить на 3.

Выбираем наиболее рациональный способ, в данном случае делим знаменатель дроби на 3 и получаем:

$$^5/_{12} \cdot 3 = \frac{5}{12:3} = {^5/_4} = 1^1/_4$$

Решить пример и дать графическую иллюстрацию.

$$^3/_{16} \cdot 4 = \frac{3}{16:4} = {^3/_4}$$



На рисунке учащиеся наглядно убеждаются, что $^3/_4$ больше $^3/_{16}$ в 4 раза.

Учащиеся обобщают оба случая умножения дроби на целое число и выводят правило умножения дроби на целое число.

Самостоятельная работа

Решить примеры № 617, применяя к каждому наиболее рациональный приём.

Задание на дом. Выучить правило из учебника арифметики § 140 (1), § 143 (1).

По задачнику. Примеры № 367 и задача № 364.

Повторение. Из учебника арифметики § 44.

2-й урок

Тема. Умножение смешанного числа на целое число.

Повторение. Умножение суммы на данное число.

Цель урока. Научить умножать смешанное число на целое по правилу умножения суммы на данное число и применять этот прием к устным вычислениям.

Ход урока

1. Проверка домашнего задания.

Устный счёт.

1) Пример № 620.

2) Решить двумя способами пример: $(44 + 32) \cdot 25$.

Решение

I-й способ. $44 + 32 = 76$

$$76 \cdot 25 = (76 : 4) \cdot 100 = 1900$$

Ответ. 1900.

II-й способ. $44 \cdot 25 = (44 : 4) \cdot 100 = 1100$

$$32 \cdot 25 = (32 : 4) \cdot 100 = 800$$

$$1100 + 800 = 1900$$

Ответ. 1900.

После решения этого примера учащиеся формулируют правило умножения суммы на данное число.

3. Решить устно по правилу умножения суммы на данное число.

$$(1\,200 + 360) \cdot 50$$

Решение. $1\,200 \cdot 50 = (1\,200 : 2) \cdot 100 = 60\,000$

$$360 \cdot 50 = (360 : 2) \cdot 100 = 18\,000$$

$$60\,000 + 18\,000 = 78\,000$$

3. Решить примеры № 803 с записью на доске и в тетрадях.

Решение. Столбец № 1.

1) $^2/_5 \cdot 6 = \frac{2 \cdot 6}{5} = {}^{12}/_5 = 2^2/_5$

2) $^5/_8 \cdot 9 = \frac{5 \cdot 9}{8} = {}^{45}/_8 = 5^5/_8$

3) $^7/_{11} \cdot 11 = \frac{7}{11 : 11} = {}^7/_1 = 7$

В третьем примере учащиеся должны сделать вывод: чтобы увеличить дробь $^7/_{11}$ в 11 раз, достаточно в этой дроби отбросить знаменатель 11.

4) $^{17}/_{72} \cdot 45 = \frac{17 \cdot 45}{72} = \frac{17 \cdot 5}{8} = {}^{85}/_8 = 10^5/_8$

5) $^{13}/_{51} \cdot 17 = \frac{13}{51 : 17} = {}^{13}/_3 = 4^1/_3$

Необходимо предварительно дробь сократить, если возможно, затем выполнить умножение.

В 4-м примере дробь сокращается на 9. Чтобы сократить дробь на 9, надо и числитель и знаменатель дроби разделить на 9. В числителе стоит произведение $17 \cdot 45$. Чтобы произведение разделить на 9, достаточно один из сомножителей разделить на 9, затем выполнить умножение. В числителе получится:

$$(17 \cdot 45) : 9 = 17 \cdot (45 : 9) = 17 \cdot 5 = 85$$

Знаменатель 72 тоже делим на 9, получаем 8. После сокращения и умножения получаем дробь $^{85}/_{8} = 10^{5}/_{8}$.

4. Объяснение нового материала.

Решить задачу: Книга стоит 2 руб., карандаш стоит $^{3}/_{20}$ руб. Сколько надо заплатить за книгу и карандаш вместе?

Решение. $2 + {}^{3}/_{20} = 2^{3}/_{20}$ (руб.)

Вывод. Сумма целого числа с дробью может быть записана смешанным числом.

Решить пример. $2^{2}/_{15} \cdot 4$

Данный пример можно решить двумя способами.

1-й способ

$2^{2}/_{15} \cdot 4 = (2 + {}^{2}/_{15}) \cdot 4 = 2 \cdot 4 + {}^{2}/_{15} \cdot 4 = 8 + {}^{8}/_{15} = 8^{8}/_{15}$

(Применили правило умножения суммы на данное число).

Ответ. $2^{2}/_{15} \cdot 4 = 8^{8}/_{15}$.

Учащиеся формулируют 1-е правило умножения смешанного числа на целое.

II-й способ

$$2^{2}/_{15} \cdot 4 = {}^{32}/_{15} \cdot 4 = \frac{32 \cdot 4}{15} = {}^{128}/_{15} = 8^{8}/_{15}$$

(Смешанное число обратили в неправильную дробь и умножили по правилу умножения дроби на целое число).

Учащиеся формулируют 2-е правило умножения смешанного числа на целое.

Для закрепления решить примеры № 967 (2 и 5). В 5-м примере сделать предварительно сокращение дроби.

Домашнее задание. По задачнику. Примеры № 369 и задача № 365.

По учебнику. Выучить 4-е правило § 143 и прочесть § 144.

3-й урок

Тема. Нахождение дроби от целого числа.

Цель урока. Научить находить дробь от целого числа двумя действиями и научить сокращенной записи, объединяющей оба действия.

Повторение. Изменение величины дроби с изменением числителя и знаменателя.

Ход урока

1. Проверка домашнего задания.

Устный счёт.

Задачи: №№ 735—740 и 622.

3. Повторение и опрос.

Решить на доске примеры № 621 и дополнительно дать вопросы из примера № 629.

Требовать от учащихся полного ответа. Например: если числитель дроби умножить на 7, то дробь увеличится в 7 раз, так как число долей увеличится в 7 раз, а доли остаются те же.

Или, если знаменатель дроби умножить на 10, то дробь уменьшится в 10 раз, так как доли той же единицы сделаются в 10 раз мельче, а число долей останется прежнее.

Дать для решения на доске примеры.

Увеличить в два раза дроби: $^3/_8$, $^7/_{12}$, $^5/_{36}$, $^8/_{11}$, $^5/_{17}$.

4. Объяснение нового материала.

Решить задачу: 1 кг конфет стоит 12 руб. Сколько стоят $^1/_2$ кг этих конфет? $^1/_3$ кг? $^1/_4$ кг?

Решение

1 кг конфет стоит 12 руб., а $^1/_2$ кг стоит в два раза меньше, следовательно, надо найти $^1/_2$ от 12 руб., для этого 12 делим на 2 и получим 6 руб.

При решении следующих примеров рассуждаем так же.

Для закрепления решить еще примеры:

Найти $^1/_2$ от 5? от 11? от 15?

Решить задачу:

Поезд идёт равномерно со скоростью 60 км в час.

Какое расстояние он пройдёт за $^3/_4$ часа? за $^2/_3$ часа?

Решение

За 1 час — 60 км.

1) за $\frac{1}{4}$ часа — 60 км : 4 = 15 км.

2) за $\frac{3}{4}$ часа — 15 км · 3 = 45 км.

Ответ. За $\frac{3}{4}$ часа поезд пройдет 45 км. Решить так же 2-ю задачу и сделать вывод.

Вывод. Для решения 1-й задачи мы сначала нашли $\frac{1}{4}$ от 60, для чего разделили 60 на 4, затем нашли $\frac{3}{4}$ от 60, умножив полученный результат на 3.

Следовательно, чтобы узнать какое расстояние поезд пройдет за $\frac{3}{4}$ часа, надо найти $\frac{3}{4}$ от 60.

Также, чтобы узнать какое расстояние поезд пройдёт за $\frac{2}{3}$ часа, надо найти $\frac{2}{3}$ от 60.

Данные задачи решаются двумя действиями. Можно оба действия объединить в одну запись, заменив знаки деления и умножения соответственно горизонтальной чертой и точкой.

Решение 1-й задачи.

$$\frac{60 \cdot 3}{4} = 45 \text{ (км)}$$

Решение 2-й задачи.

$$\frac{60 \cdot 2}{3} = 40 \text{ (км)}$$

5. Самостоятельная работа

Решить примеры из № 790 (7, 8).

Решить задачи № 791 (1, 2, 3).

Задание на дом. По задачнику. Примеры № 372, задача № 371 (1).

По учебнику. Прочитать § 137 (задача 1-я).

Остальные разработки уроков будут опубликованы во второй части работы **К. Н. Баныкиной.**

ЕО03855. 4/IX—56 г. Тираж 2.000 экз. Заказ № 2787.
Типография отделения «Трансжелдориздата» МПС, г. Куйбышев.
Комсомольская пл., управление жел. дор.